UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"

Conservação de Energia

Brenda Stuque	RA:142270903
Daniela Ambrosio	RA:142270921
Isadora Bertini	RA:122270771
Marina Madid	RA: 132271001

Sorocaba/2015

1. Introdução

Movimento em duas dimensões

A trajetória dos movimentos dos corpos de prova são parábolas, quando se despreza a resistência do ar, esses movimentos podem ser estudados como a combinação de dois movimentos, um horizontal e outro vertical, de modo que cada movimento pode ser examinado independentemente do outro. Cada lançamento é analisado como a combinação de dois movimentos: um movimento horizontal, ao longo do eixo x, em que a velocidade horizontal permanece constante, pois na horizontal nenhuma força atua; e um movimento vertical, ao longo do eixo y, em que a velocidade varia. [1]

Rotação

A cinemática dos corpos rígidos trata dos movimentos de translação e rotação. No movimento de translação pura todas as partes de um corpo sofrem o mesmo deslocamento linear. Por outro lado, no movimento de rotação pura as partes de um corpo descrevem trajetórias circulares cujos centros situam-se sobre uma mesma reta - chamada de eixo de rotação. No movimento de rotação pura todas as partes de um corpo sofrem o mesmo deslocamento angular. O movimento que se aproxima mais de uma situação real é aquele que incorpora tanto a translação quanto a rotação. [2]

Energia Cinética de Rotação

Cada partícula de um corpo em rotação possui uma determinada energia cinética.Assim, a energia cinética do corpo inteiro é igual à soma das energias cinéticas de cada partícula que constitui o corpo.Com base nisso, uma partícula i de massa m_i possui a seguinte energia cinética: [3]

$$E_{c_i} = \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

Como a energia cinética do corpo inteiro é a soma da energia cinética de todas as partículas que constituem o corpo, tem-se que:

$$E_c = \sum_i \left(\frac{1}{2} m_i v_i^2\right) = \sum_i \left(\frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2\right) = \frac{1}{2} \sum_i (m_i r_i^2)\, \omega^2$$

Mas o termo $\sum_i (m_i r_i^2)$ corresponde ao momento de inércia ***I*** do objeto em relação ao eixo de rotação. Assim:

$$E_c = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Conservação da Energia

O Princípio da Conservação da Energia diz que "a energia pode ser transformada ou transferida, mas nunca criada ou destruída".

Em um determinado sistema mecânico, em que formas de energia relacionadas a fenômenos eletromagnéticos ou térmicos não estão presentes, pode-se dizer que a energia total do sistema é puramente mecânica. Desse modo, o Princípio da Conservação da Energia implica a conservação da energia mecânica. Esta, por sua vez, é a soma das quantidades de energia cinética e diversas formas de energia potencial (gravitacional e elástica entre elas). Embora a energia mecânica seja sempre constante, a quantidade de cada uma de suas componentes pode sofrer variação de tal modo que a energia total permaneça constante. [3]

E*mecânica*=E*cinética*+E*potencial*

Em*final*=Em*inicial*

Momento de inércia:

Momento de inércia ou inércia rotacional (*I)* nos diz como a massa do corpo em rotação está distribuída em torno do eixo de rotação, ou seja, envolve não apenas a massa mas também a forma como esta massa está distribuída. É constante para um corpo rígido particular e para um eixo de rotação particular.

Pode-se citar como exemplo, o fato de ser mais fácil girar uma longa haste em torno de seu eixo central (longitudinal) do que quando girado em torno de um eixo perpendicular à haste que passa através de seu centro. A razão para esta diferença é que a massa está distribuída mais próxima ao eixo de rotação em primeira rotação do que na segunda, ou seja, o momento de inércia da haste da primeira rotação é muito menor. Em geral, um momento de inércia menor significa uma rotação mais fácil.

Para determinar o momento de inércia utiliza-se a seguinte equação:

$I = \Sigma m_i r_i^2$ (momento de inércia)

Onde: I = momento de inércia

m = massa

r = distância perpendicular de uma partícula em relação ao eixo de rotação

A unidade SI para o momento de inércia *I* é o quilograma-metro quadrado (kg m^2)

Para definir o momento de inércia de um corpo rígido, pode-se utilizar integral:

$I = \int r^2 dm$ (momento de inércia, corpo contínuo) [4]

Equações:

Momento de inércia da casca esférica:

$$I = \frac{2}{3MR^2} \quad \text{Equação 1}$$

Momento de inércia da esfera maciça:

$$I = \frac{2}{5MR^2} \quad \text{Equação 2}$$

Momento de inércia do cilindro maciço:

$$I = \frac{1}{2MR^2} \quad \text{Equação 3}$$

Momento de inércia do tubo cilíndrico (casca cilíndrica):

$$I = MR^2 \quad \text{Equação 4}$$

Equação da velocidade:

$$V = R\sqrt{\frac{g}{2h}} \quad \text{Equação 5}$$

Equação da Energia Potencial Gravitacional:

$$U = mg(h + H) \quad \text{Equação 6}$$

Equação da Energia Cinética de Translação:

$$Ktrans = \frac{mv_0{}^2}{2}$$ Equação 7

Equação da Energia Cinética de Rotação:

$$Krot = \frac{(I\omega^2)}{2}$$ Equação 8

2. Objetivos

Criar um experimento que mostre na prática os conceitos de conservação de energia e outros conceitos básicos de física, como momento de inércia e velocidade. Determinar se há ou não conservação de energia em um sistema quando um projétil é lançado de um plano inclinado desconsiderando as forças que o fazem perder energia.

3. Materiais e Métodos

Montagem da rampa:

1 Placa de MDF (44,0 x 26,0) cm (Figura 1);

1 Placa de MDF (45,5 x 26,0) cm (Figura 2);

1 Placa de MDF mais fina (76,0 x 26,0) cm (Figura 3);

Pedaço de madeira comum (37,0 x 4,5) cm (Figura 4);

2 Placas menores de MDF (24,5 x 3,0) cm (Suporte);

2 Placas menores de MDF (25,0 x 3,0) cm (Suporte);

2 Placas triangulares de MDF (24,0 x 23,0) cm (Figura 5);

Cola de madeira;

Pregos;

Martelo.

Montagem do Experimento:

Folha de sulfite;

Papel Carbono;

Fita crepe para fixação da folha sulfite;

1 bola de isopor pequena (Figura 8);

1 bola de pingue pongue (Figura 9);

1 rolo de tirar pelo de roupa (apenas o rolo) (Figura 10);

1 vela (Figura 11);

1 bola pula-pula (Figura 12);

1 bola de tênis (Figura 12).

Colou-se as duas placas de MDF formando um ângulo de 90^0 , colou-se o pedaço suporte (24,5 x 23,0) cm de MDF na margem da placa de baixo. Mediu-se 1,5 cm e colou-se o outro pedaço suporte de MDF (25,0 x 23,0) cm na outra placa. Para melhor fixação, colocou-se alguns pregos. Colou-se os outros dois suportes na placa mais fina, mantendo o maior na placa de cima e o menor na de baixo. Encaixou-se a placa mais fina de MDF entre os suportes, formando a superfície em que os corpos rolarão (Figura 6). Para obtermos melhores resultados, foi encaixado um pedaço de madeira entre o suporte superior e a

placa de MDF (Figura 7). Isso foi feito pois era preciso que os corpos saíssem da rampa apenas com velocidade horizontal para a realização dos cálculos. O mesmo efeito teria se o suporte superior estivesse um pouco mais para baixo.

Colocou-se a rampa em cima de uma superfície firme e lisa. Mediu-se a altura da rampa e a altura da superfície. Fixou-se com fita crepe o papel sulfite no chão e posicionou-se o papel carbono sobre o papel sulfite.

Lançou-se os diferentes objetos separadamente, medindo a distância linear do fim da rampa à marca que o objetou fez no papel sulfite (alcance). Com os valores obtidos e o momento de inércia de cada corpo, calculou-se a velocidade com que cada corpo sai da rampa, suas energias cinéticas e potencial e comparou-se com os valores esperados.

Soltou-se na rampa a bola pula-pula e a de tênis juntas para ver qual chegava primeiro ao fim da rampa.

Figura 1: Placa de MDF (44,0 x 26,0) cm

Figura 2: Placa de MDF (45,5 x 26,0) cm

Figura 3: Placa de MDF mais fina

Figura 4: Pedaço de madeira comum

Figura 5: Placa de MDF triangular

Figura 6: Rampa montada

Figura 7: Rampa montada com pedaço de madeira

Figura 8: Bola de Isopor

Figura 9: Bola de pingue-pongue

Figura 10: Rolo de papelão

Figura 11: Vela

Figura 12: Bola de tênis e bola pula-pula

4.Resultados

4.1.Determinação Dos Momentos De Inércia:

A partir do experimento e da teoria buscada na literatura, foi possível determinar o momento de inércia (I) dos corpos utilizados.

Para isso mediu-se as massas e os raios de cada corpo de prova, que podem ser encontrados nas tabelas a seguir:

MASSA (±0,001) g	RAIO (±0,05) cm
2,244	1,85
2,242	1,86
2,244	1,85
(2,243 ± 0,001)	**(1,85 ± 0,006)**

Tabela 1: Massa e Raio da Casca Esférica (Bola de pingue-pongue)

MASSA (±0,001) g	RAIO (±0,05) cm
1,530	2,30
1,531	2,29
1,530	2,31
(1,530 ± 0,0006)	**(2,30 ± 0,01)**

Tabela 2: Massa e Raio da Esfera Maciça (Bola de isopor)

MASSA (±0,001) g	RAIO (±0,05) cm
300,900	3,20
300,900	3,21
300,900	3,22
(300,900 ± 0,001)	**(3,21 ± 0,01)**

Tabela 3: Massa e Raio do cilindro maciço (Vela)

MASSA (±0,001) g	RAIO (±0,05) cm
29,267	2,15
29,266	2,15
29,265	2,16
(29,266 ± 0,001)	**(2,15 ± 0,006)**

Tabela 4: Massa e Raio da Casca cilíndrica de extremidades abertas (Tubo de papelão)

MASSA (±0,001) g	RAIO (±0,05) cm
58,370	3,275
58,350	3,300
58,360	3,300
(58,36 ± 0,01)	**(3,292 ± 0,001)**

Tabela 5: Massa e Raio da Casca Esférica (Bola de Tênis)

MASSA (±0,001) g	RAIO (±0,05) cm
38,740	2,400
38,750	2,400
38,740	2,420
(38,743 ± 0,006)	**(2,41 ± 0,01)**

Tabela 6: Massa e Raio da Esféra Maciça (Bola pula-pula)

Utilizando a equação 1, foi possível calcular o momento de inércias das cascas esféricas:

$I_{(\text{bola de pingue-pongue})} = 5{,}12\ \text{g.cm}^2$

$I_{(\text{bola de tênis})} = 421{,}64\ \text{g.cm}^2$

Utilizando a equação 2, foi possível calcular o momento de inércia das esferas maciças:

$I_{(bola\ de\ isopor)} = 3{,}24\ g.cm^2$

$I_{(bola\ pula\text{-}pula)} = 90{,}01\ g.cm^2$

Utilizando a equação 3, foi possível calcular o momento de inércia do cilindro maciço:

$I_{(vela)} = 1550{,}25\ g.cm^2$

Utilizando a equação 4, foi possível calcular o momento de inércia da casca cilíndrica de extremidades abertas:

$I_{(Tubo\ de\ papelão)} = 135{,}28\ g.cm^2$

4.2. Medida Do Alcance Dos Corpos E Medidas Das Alturas (h e H):

Foram feitos cinco lançamentos de cada corpo na rampa e medidos o alcance de cada lançamento utilizando papel carbono e trena. A tabela 7 mostra os valores encontrados:

Corpo	Alcance do 1º	Alcance do 2º	Alcance do 3º	Alcance do 4º	Alcance do 5º	Alcance médio e desvio padrão (cm)
Bola de ping-pong	47,8	52,7	46,8	51,7	52,6	**(50,32 $\pm$ 2,81)**
Bola de isopor	58,7	60,7	60,3	60,5	60,1	**(60,06 $\pm$ 0,79)**
Vela	61,2	59,9	60,1	58,9	59,0	**(59,82 $\pm$ 0,94)**
Tubo de papelão	62,4	60,8	61,3	64,4	62,8	**(62,34 $\pm$ 1,40)**
Bola de tênis	73,1	73,6	72,4	72,2	72,4	**(72,74 $\pm$ 0,56)**
Bola pula-pula	80,7	85,6	84,7	83,5	82,1	**(83,32 $\pm$ 1,96)**

Tabela 7: Alcances dos lançamentos

Foi medido também a altura (h) da rampa e a altura (H) do suporte onde a rampa foi colocada (mesa), obtendo os valores:

h = 44 cm e H=79,5 cm.

Houve uma mudança no H no lançamento do cilindro maciço (vela), devido a sua massa relativamente maior que a dos demais corpos. Assim, no cálculo desse corpo em especial, deve-se usar H=48 cm.

4.3. Cálculo Da Velocidade Com Que Os Corpos Deixam A Rampa:

Através dessas medições e de equações buscadas na literatura, foi possível encontrar a velocidade com que cada corpo sai da rampa.

Para isso, usou-se a equação 5. Os valores das velocidades de cada corpo se encontram na tabela 8:

Corpos	Velocidade (cm/s)
Bola de pingue pongue	167,921
Bola de isopor	200,424
Vela	199,619
Tubo de papelão	208,028
Bola de tênis	242,733
Bola pula-pula	268,028

Tabela 8: Velocidade com que os corpos deixam a rampa

4.4. Cálculo das Energias:

Como o processo pode ser explicado a partir da Lei da conservação de enérgica mecânica, temos que os corpos em seu início possuem apenas energia potencial gravitacional que, no final, se transforma em energia cinética (quando trabalhamos imaginando apenas seu centro de massa), com os valores encontrados até o momento, foi possível calcular a energia potencial gravitacional (Equação 6) adquirida quando os corpos são soltos, sem se esquecer que como trabalhamos com o sistema CGS a gravidade tem o valor de 980 cm/s²

Equação 6: *Energia Potencial Gravitacional*

$$\boxed{U = \overline{m} \times g \times \overline{h}}$$

CORPO DE PROVA	ENERGIA POTENCIAL (erg)
Bola de pingue pongue	271470,29
Bola pula-pula	4689065,29
Bola de tênis	7063310,8
Bola de isopor	185175,9
Rolo de papelão	3542063,98
Vela	27129144,0

Tabela 9: Energia Potencial dos corpos de prova (em erg)

Como trabalhamos com a massa média e a altura média, esses valores possuem um desvio padrão, desta forma, devemos propagar o erro para os valores encontrados para as energias potenciais, para isso utilizamos a Equação a seguir:

Equação: *Propagação de erro para multiplicação*

$$\boxed{\left(\frac{\sigma_{mgh}}{\overline{m}g\overline{h}}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_m}{\overline{m}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_h}{\overline{h}}\right)^2}$$

Desta forma, do erro de Energia Potencial Gravitacional nos corpos são:

$\left(\frac{\sigma_1}{271470,29}\right)^2 = \left(\frac{0,001}{2,243}\right)^2 + \left(\frac{0,05}{44,0}\right)^2 \therefore \boldsymbol{\sigma_1 = \pm 331,38}$ (Bola de Pingue-Pongue)

$\left(\frac{\sigma_2}{4689065,29}\right)^2 = \left(\frac{0,006}{38,743}\right)^2 + \left(\frac{0,05}{44,0}\right)^2 \therefore \boldsymbol{\sigma_2 = \pm 5375,03}$ (Bola Pula-Pula)

$\left(\frac{\sigma_3}{7063310,8}\right)^2 = \left(\frac{0,01}{58,36}\right)^2 + \left(\frac{0,05}{44,0}\right)^2 \therefore \boldsymbol{\sigma_3 = \pm 8113,16}$ (Bola de Tênis)

$\left(\frac{\sigma_4}{185175,9}\right)^2 = \left(\frac{0,0006}{1,530}\right)^2 + \left(\frac{0,05}{44,0}\right)^2 \therefore \boldsymbol{\sigma_4 = \pm 222,50}$ (Bola de Isopor)

$\left(\frac{\sigma_5}{3542063,98}\right)^2 = \left(\frac{0,001}{29,266}\right)^2 + \left(\frac{0,05}{44,0}\right)^2 \therefore \boldsymbol{\sigma_5 = \pm 4024,83}$ (Tubo de papelão)

$\left(\frac{\sigma_6}{27129144,0}\right)^2 = \left(\frac{0,001}{300,900}\right)^2 + \left(\frac{0,05}{44,0}\right)^2 \therefore \boldsymbol{\sigma_6 = \pm 30812,9}$ (Vela)

Com a velocidade encontrada no item anterior e a equação 7, foi possível calcular a energia cinética de cada corpo de prova, que são encontrados na tabela 9 a seguir:

CORPO DE PROVA	ENERGIA CINÉTICA (erg)
Bola de pingue pongue	31623,45
Bola pula-pula	1391629,36
Bola de tênis	1719265,45
Bola de isopor	30729,88
Rolo de papelão	633252,57
Vela	5995093,26

Tabela 10: Energia Cinética dos corpos de prova (em erg)

Para calcularmos a energia cinética de rotação, era preciso primeiro transformar a velocidade em velocidade angular, e pra isso foi utilizado a equação: W = V/R. Foram obtidos os seguintes resultados:

CORPO DE PROVA	VELOCIDADE ANGULAR (rad/s)
Bola de pingue pongue	90,77
Bola pula-pula	111,21
Bola de tênis	87,14
Bola de isopor	73,73
Rolo de papelão	96,76
Vela	62,19

Tabela 11: Velocidade angular de cada corpo de prova (em rad/s)

Utilizando a equação 8, foi possível calcular a energia cinética de rotação:

CORPO DE PROVA	ENERGIA CINÉTICA DE ROTAÇÃO (erg)
Bola de pingue pongue	21092,33
Bola pula-pula	556606,72

Bola de tênis	8806.50
Bola de isopor	1600836,29
Rolo de papelão	633279,34
Vela	2997870,43

Tabela 12: Valores da Energia cinética de rotação para cada corpo (em erg)

Conhecendo os valores de todas as energias, foi possível igualar a energia potencial com a soma das energias cinéticas:

$U = K + K_{rot}$

$U_{(Bola\ de\ Pingue\text{-}Pongue)} = K_{(Bola\ de\ Pingue\text{-}Pongue)} + K_{rot\ (Bola\ de\ Pingue\text{-}Pongue)} \rightarrow 271470,29 = 31623,45 + 21092,33$

$U_{(Bola\ de\ Pula\text{-}Pula)} = K_{(Bola\ de\ Pula\text{-}Pula)} + K_{rot\ (Bola\ de\ Pula\text{-}Pula)} \rightarrow 4689065,29 = 1391629,36 + 556606,72$

$U_{(Bola\ de\ Tênis)} = K_{(Bola\ de\ Tênis)} + K_{rot\ (Bola\ de\ Tênis)} \rightarrow 7063310,8 = 1719265,45 + 8806,50$

$U_{(Bola\ de\ Isopor)} = K_{(Bola\ de\ Isopor)} + K_{rot\ (Bola\ de\ Isopor)} \rightarrow 185175,9 = 30729,88 + 1600836,29$

$U_{(Rolo\ de\ Papelão)} = K_{(Rolo\ de\ Papelão)} + K_{rot\ (Rolo\ de\ Papelão)} \rightarrow 3542063,98 = 633252,57 + 633279,34$

$U_{(Vela)} = K_{(Vela)} + K_{rot\ (Vela)} \rightarrow 27129144,0 = 5995093,26 + 2997870,43$

Como é possível observar, existe uma diferenciação na conservação de energia, mas isso ocorre devido às forças que foram desconsideradas durante todo o experimento, o atrito e até mesmo a força de arrastro exercida não só pelo ar ambiente, como também pelo liberado pelo ar condicionado.

Essas forças fazem com que exista uma perca de energia o que faz com que exista uma diferenciação quanto aos valores encontrados.

5. Discussão

Para a realização desse experimento, incluímos conceitos da física clássica, como momento de inércia, movimento de rotação e a lei da conservação de energia, onde os corpos colocados no plano inclinado inicialmente tinham apenas energia potencial gravitacional que depois se transformou em energia cinética.

Todos esses cálculos serviram para verificar se realmente a energia dos corpos se conservam, e como podemos observar através dos resultados obtidos, há uma diferença da energia inicial com a final. Essa diferenciação pode ser causada por diversos fatores, uma delas é o atrito da bolinha com o plano, que durante o experimento foi desconsiderada para a realização dos cálculos. Além do atrito que pode ter causado a perda de energia, a resistência do ar, o ar condicionado ou até mesmo o indivíduo que realizou o experimento podem ter influenciado.

Pela lei da conservação de energia, não haverá perda energética durante o percurso em um sistema, mas como esse experimento não é um sistema isolado, já esperou que os resultados inicial e final seriam diferentes por haver influencias de fatores externos.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

[1] EBAH. Disponível em <http://www.ebah.com.br/content/ABAAAAbDQAF/relatorio-movimento-duas-dimensoes > Acesso em: 12 de junho de 2015.

[2] DEPARTAMENTO DE FÍSICA – UFBB. Disponível em <http://www.fisica.ufpb.br/~romero/pdf/11_rotacao.pdf> Acesso em: 12 de junho de 2015.

[3] UNESP BAURU. Disponível em <http://www2.fc.unesp.br/experimentosdefisica/mec31.htm> Acesso em: 10 de junho de 2015.

[4] ACADEMIA EDU. Disponível em <http://www.academia.edu/8081448/RELATORIO_MOMENTO_DE_INERCIA> Acesso em: 10 de junho de 2015.