

Óptica geométrica, óptica física e o olho humano

1 – Foco na retina

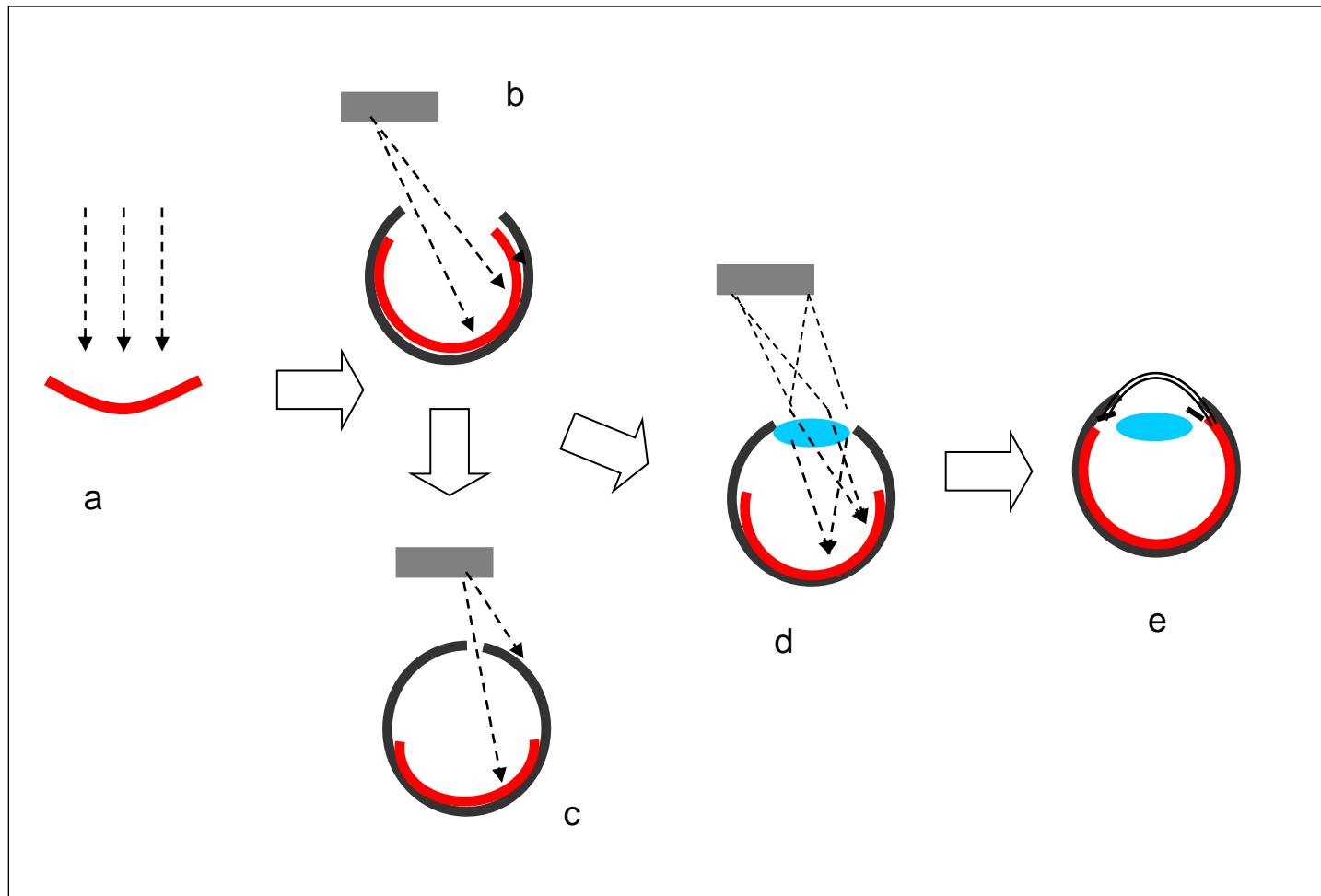
2 – Difração da luz na pupila

3 – Sensibilidade do olho humano e a Muralha da China

1 – Foco na retina

Evolução do olho

A figura a seguir ilustra a evolução do olho durante meio bilhão de anos. Inicialmente (a), o “olho” era apenas uma superfície coberta por fotoreceptores. O processo de seleção natural criou olho do tipo “câmara escura”, (b) e (c), preenchida ou não por algum tipo de material orgânico transparente. Para melhorar a qualidade das imagens formadas, surgiram sistemas ópticos (d) e (e) que permitem a formação de imagens mais nítidas na retina. (A parte fotosensível dos sistemas visuais, como a nossa retina, está representada em vermelho.)

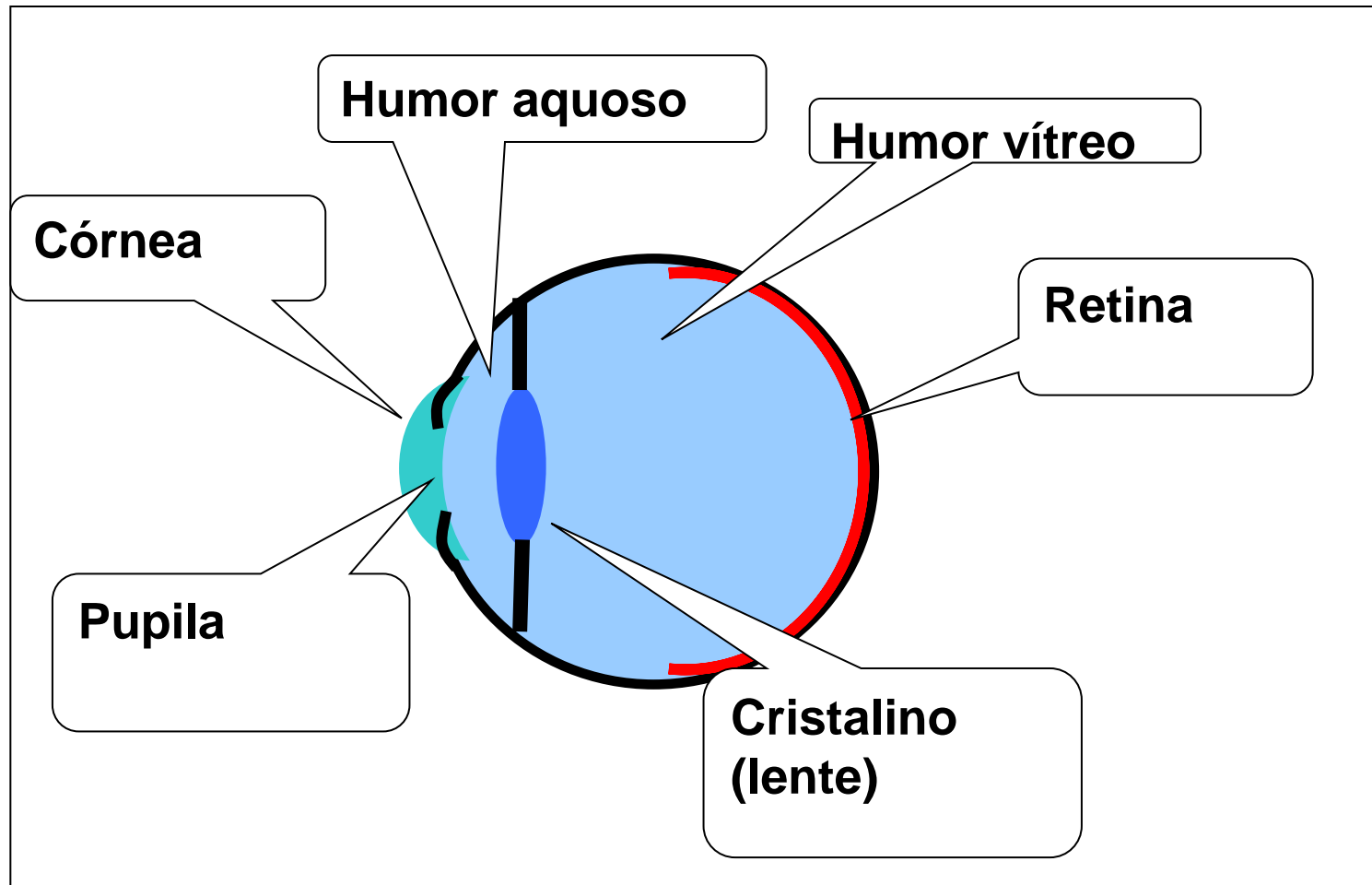


A finalidade do sistema óptico é projetar na retina uma imagem que esteja “no foco”

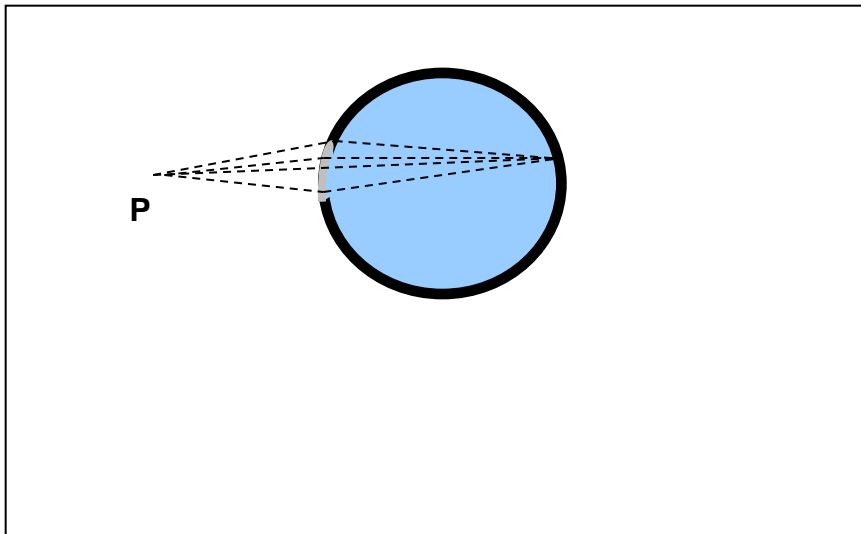
Figura baseada em Land e Russell, 1992. The evolution of eyes, Annu. Rev. Neurosci. 15 pag.1 (1992)

Sistema óptico do olho humano

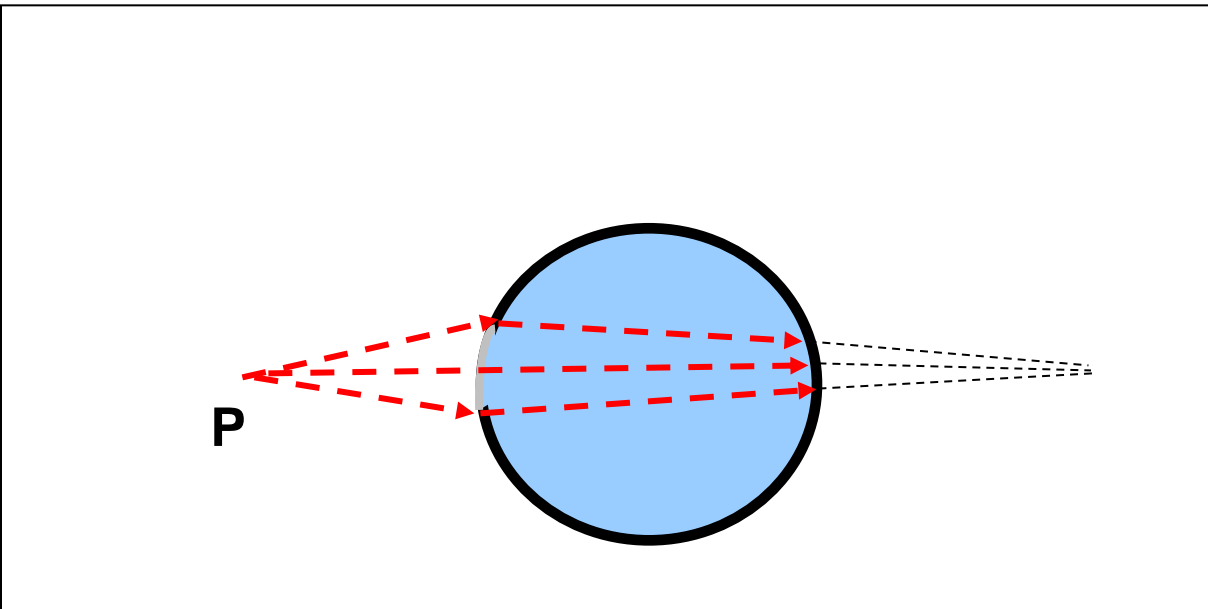
Esta figura mostra os principais componentes ópticos do olho humano



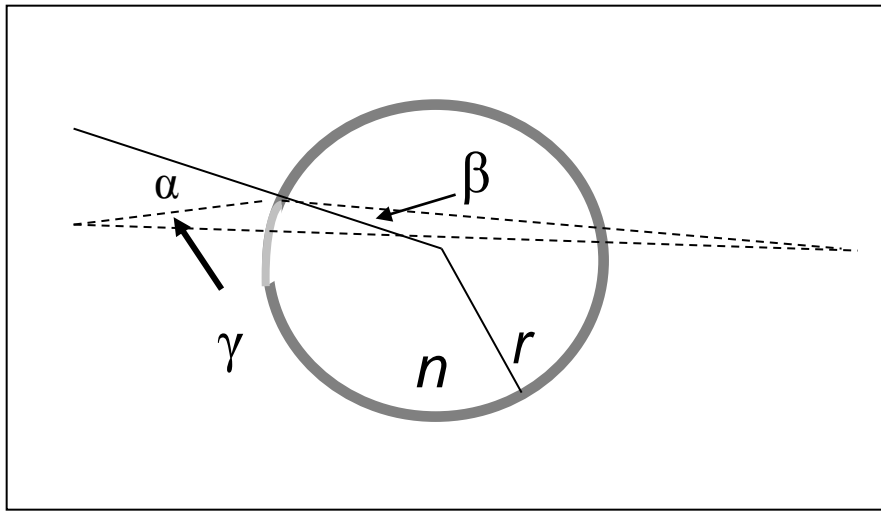
Globo ocular (sem córnea e sem cristalino)



Uma das funções do sistema óptico do olho humano é fazer com que um ponto luminoso, P, dê origem a uma imagem também puntiforme na retina ...



... entretanto, sem a córnea e o cristalino, isso não ocorre. Os raios luminosos provenientes de um único ponto luminoso, formam um “borrão” na retina; seus prolongamentos se encontrariam depois da retina.



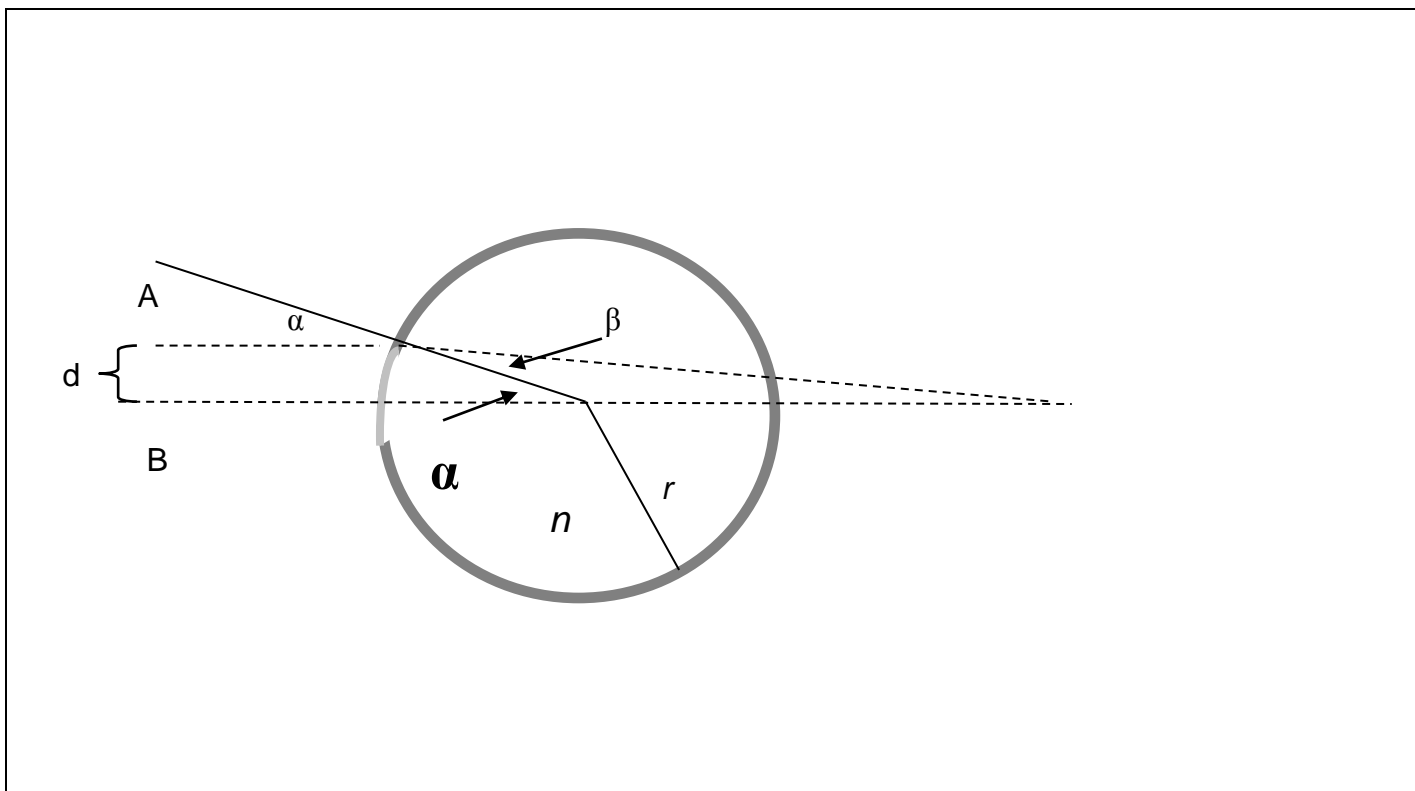
Para estudar a óptica do olho, vamos fazer algumas simplificações: uma delas é considerar que o ângulo entre dois raios provenientes de um mesmo ponto luminoso, γ , é muito pequeno e bem menor do que os outros ângulos envolvidos no problema, α e β .

$$\gamma \approx \frac{0,1cm}{30cm} \quad \text{e} \quad \alpha, \beta \approx \frac{0,1cm}{1,2cm}$$

Portanto, $\gamma \ll \alpha, \beta$

Com essas aproximações, o ângulo γ será considerado nulo. Isso corresponde a um ponto muito, muito distante do olho. E, para todos os efeitos, “muito, muito distante” pode ser apenas algumas poucas dezenas de centímetros.

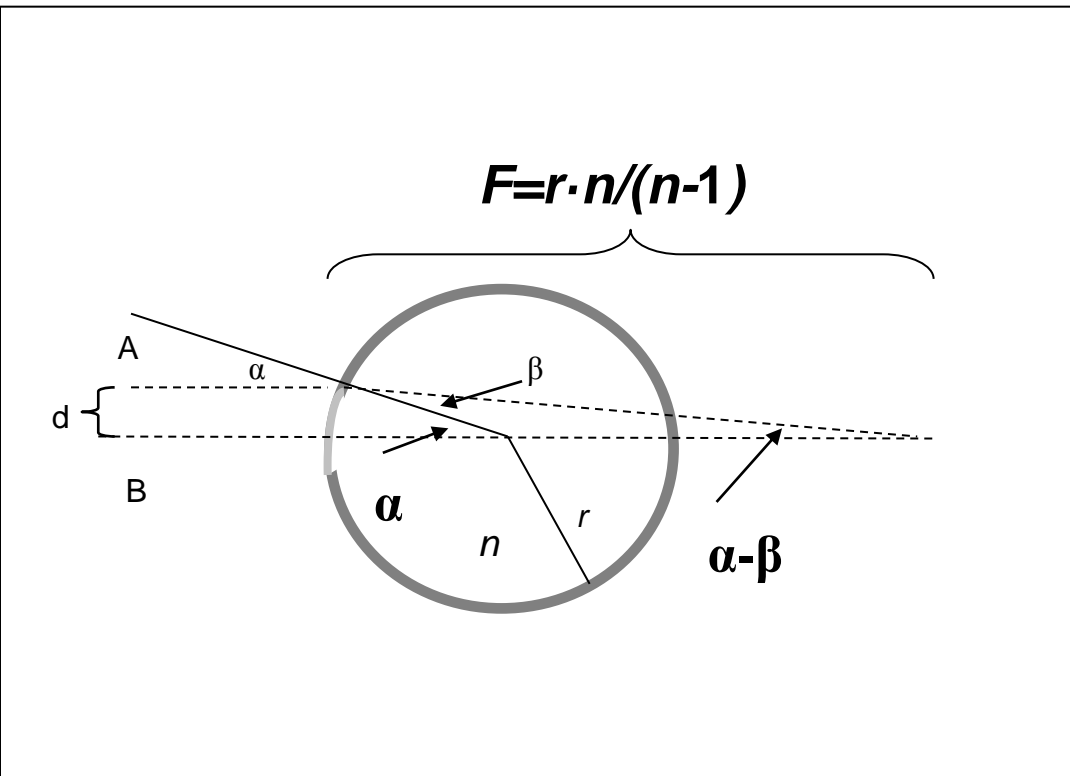
Assim, o esquema fica bem simplificado.



Para subsidiar os cálculos que faremos, aqui estão algumas dimensões típicas do olho humano

	Raio de curvatura	Espessura	Índice de refração
Córnea	0,8 cm	0,6 cm	1,38
Cristalino	0,6 cm	0,4 cm	1,42
Humores	--	--	1,34
Globo ocular	1,2 cm		

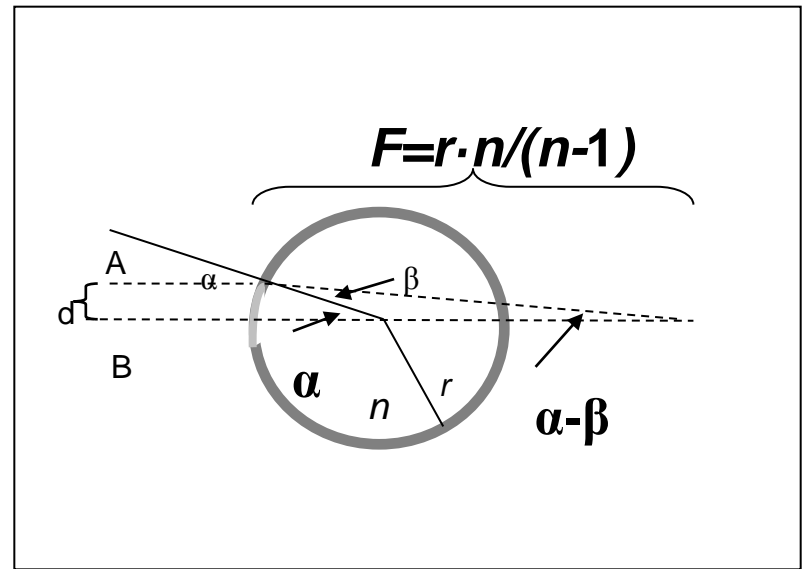
Olho humano – considerando apenas os globo ocular, sem córnea e sem cristalino



No que segue, vamos verificar que a distância entre a pupila e o ponto para o qual convergiriam os raios luminosos de um olho sem córnea e sem cristalino está a uma distância $F = rn/(n-1)$ da pupila, onde r é o raio do globo ocular e n seu índice de refração.

Lei de Snell

$$\text{sen } \alpha = n \cdot \text{sen } \beta$$



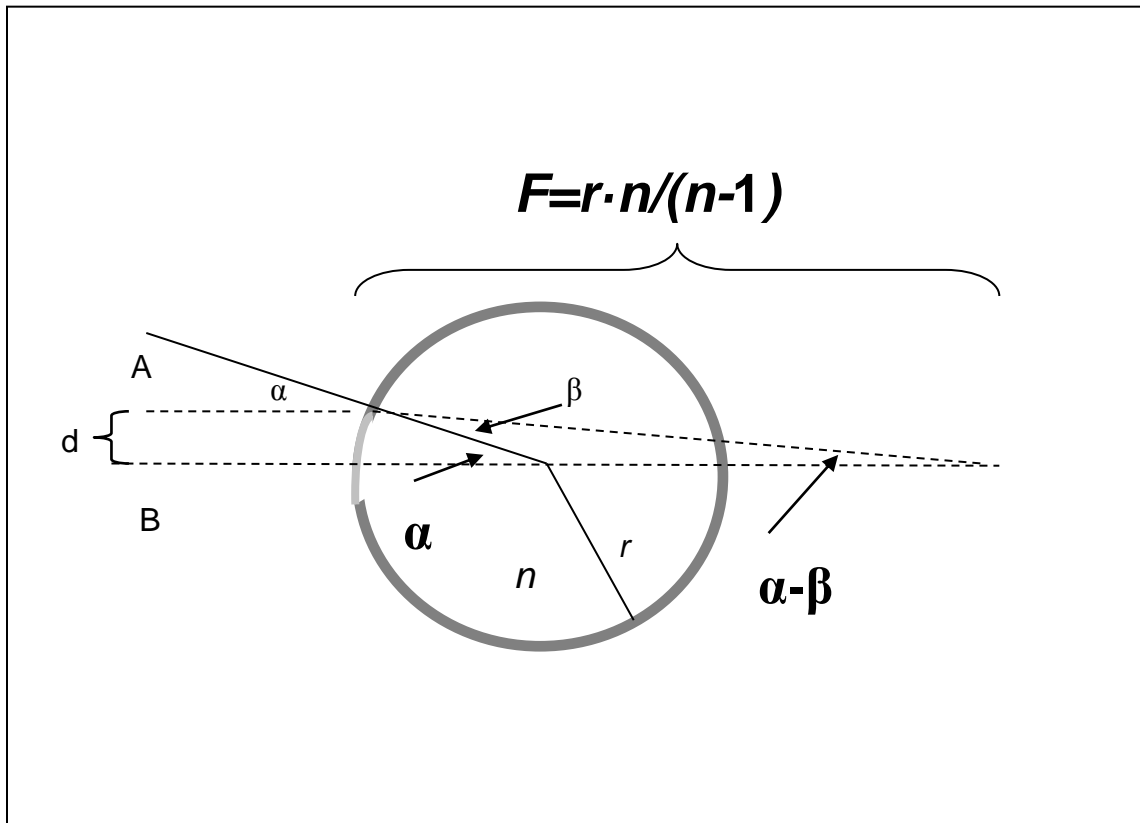
Como os ângulos α e β são pequenos, podemos aproximar $\text{sen}(\alpha) \approx \alpha$ e $\text{sen}(\beta) \approx \beta$:

$$\alpha \cong n \cdot \beta$$

Essas duas equações ao lado podem ser verificadas por argumentos geométricos.

$$d \cong r \cdot \alpha$$

$$d \cong F(\alpha - \beta)$$



Combinando as duas equações geométricas com a lei de Snell, obtemos:

$$F \cong \frac{n}{n-1} r$$

$$F \cong 3,9r \approx 4,7cm$$

A imagem seria formada bem além da retina.

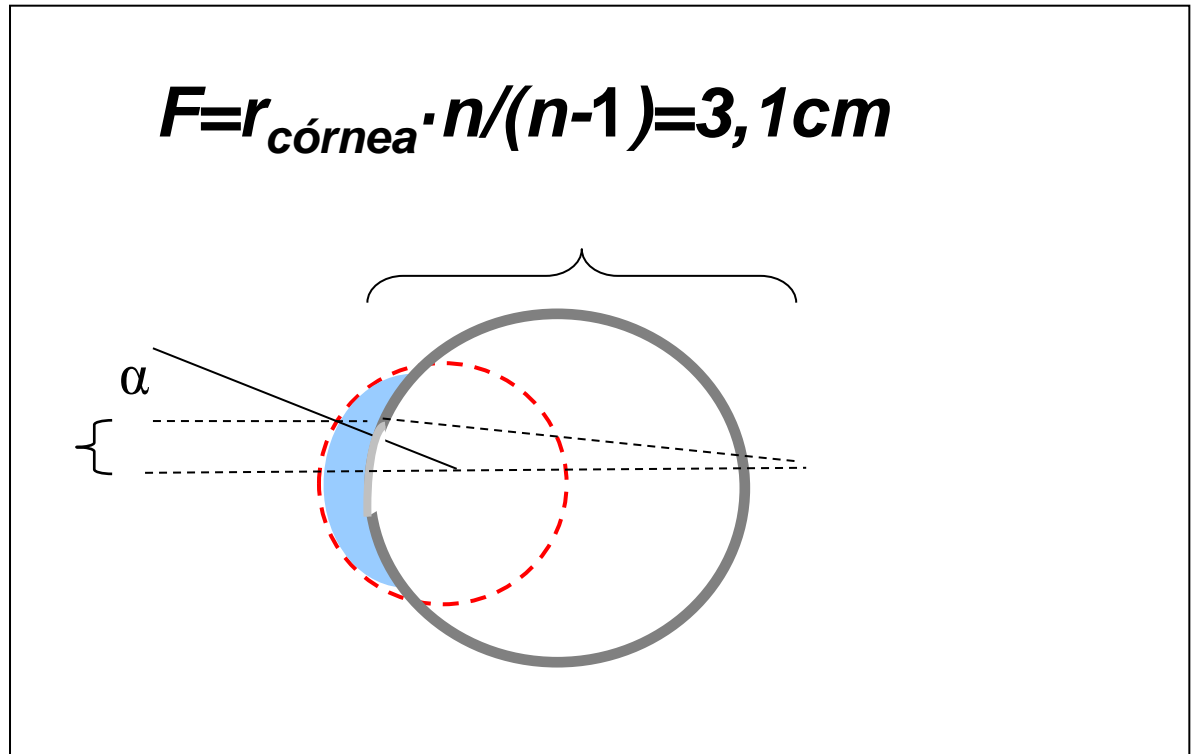
Mas note que apesar disso, o globo ocular, ainda que sem a córnea e sem o cristalino, contribui para a formação de uma imagem, embora pouco nítida. Na ausência dos humores (vítreo e aquoso), os raios luminosos que incidem paralelamente no globo ocular continuariam paralelos.

A córnea

Podemos usar a mesma equação anterior, dentro da elipse azul, para entender o papel da córnea

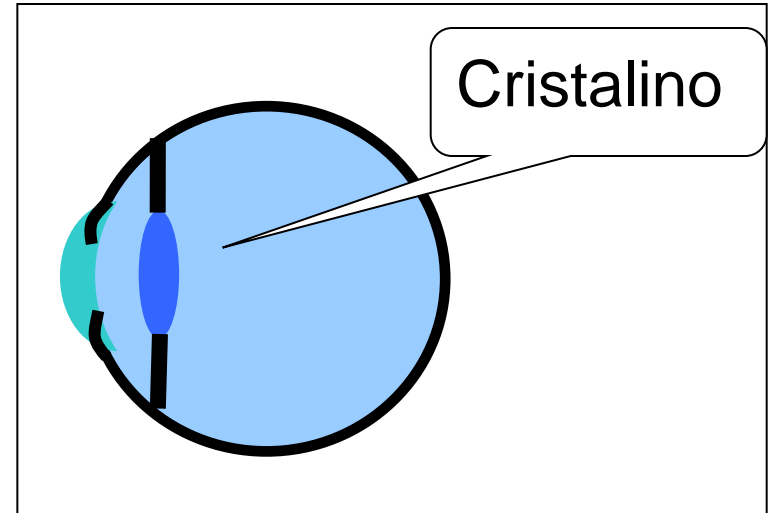
$$F \cong \frac{n}{n-1} r$$

$$F = r_{\text{córnea}} \cdot n / (n-1) = 3,1 \text{ cm}$$



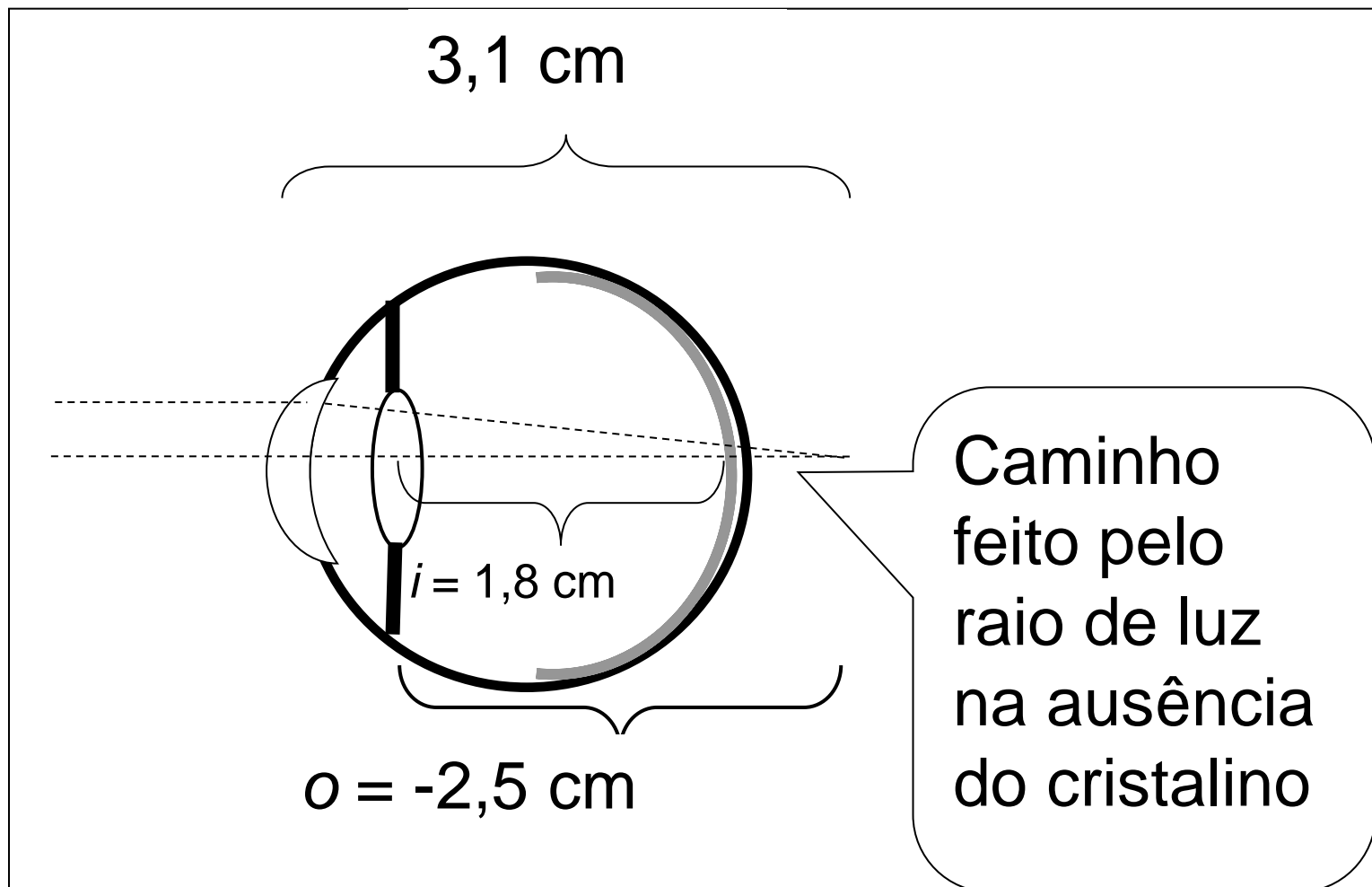
Para sabermos onde os raios paralelos se encontrariam, basta substituir o raio da córnea nessa equação. A imagem seria formada cerca de 3,1cm depois própria córnea e, portanto, depois da retina. Essa imagem é melhor o que aquela formada sem a córnea, mas ainda não é perfeita.

O cristalino (a lente)



Vamos estudar a função do cristalino. Mas, para variar um pouco, ao contrário de usar suas dimensões conhecidas e estudar seu efeito, como fizemos com a córnea, vamos inverter o problema: vamos calcular qual deve ser o raio do cristalino para que a imagem seja formada na retina. Vamos fazer isso em dois passos.

Primeiro passo: precisamos determinar a distância focal do cristalino para que a imagem seja formada na retina.



Usando a fórmula para lentes finas,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$$

podemos determinar qual deve ser a distância focal do cristalino.

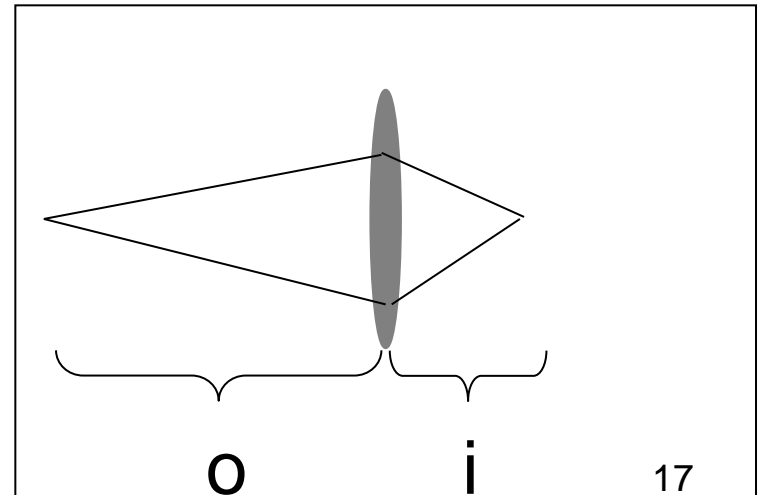
Pela figura da transparência anterior, sabemos que

$$i = 1,8\text{cm}$$

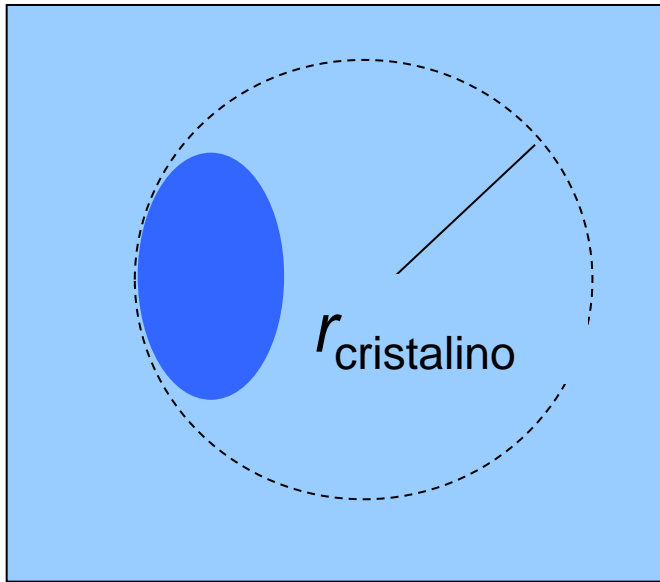
$$o = -2,5\text{cm}$$

Portanto,

$$f = 6,4\text{cm}$$



Segundo passo: fórmula para lentes finas



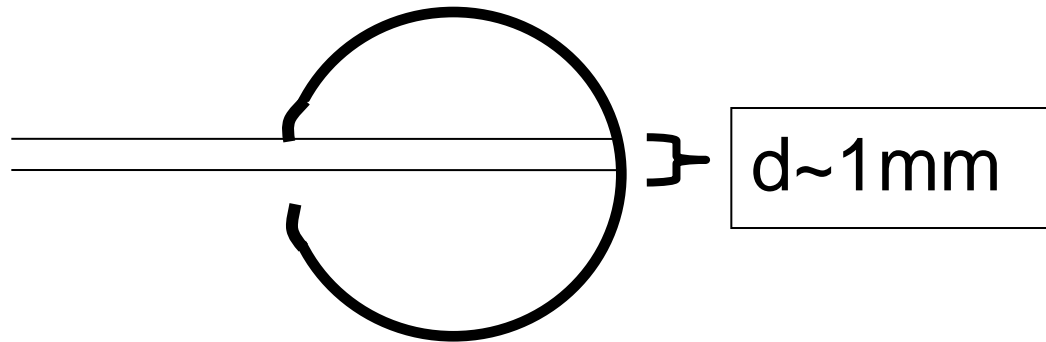
Uma das equações básicas de lentes relaciona o índice de refração (relativo) do material, a curvatura da superfície da lente e a distância focal. Usando essa equação, podemos descobrir qual deve ser o raio de curvatura do cristalino para que a imagem seja “focada” na retina:

$$\frac{1}{f} = (n_{cristalino} - 1) \frac{2}{r_{cristalino}}$$

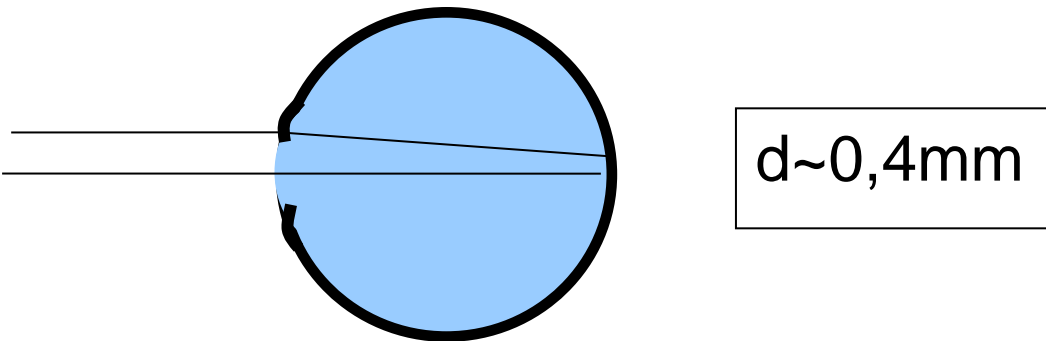
$$n_{cristalino} = \frac{1,42}{1,34} \approx 1,06 \text{ implica } r_{cristalino} \approx 0,8 \text{ cm}$$

Note que esse valor é um pouco maior do que o que se observa, $r_{cristalino} \sim 0,6 \text{ cm}$. Mas, considerando as aproximações, parece que estamos no caminho certo.

RESUMO: Vamos estudar a contribuição de cada componente (pupila, globo ocular, córnea e cristalino) para a qualidade da imagem

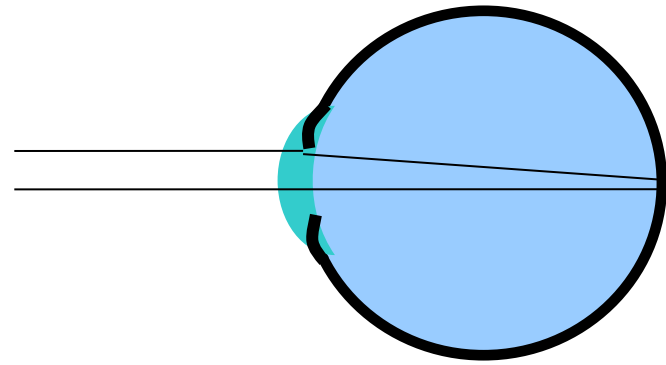


Se nosso olho fosse apenas um “buraco”, a imagem de um ponto na retina seria do tamanho da pupila



O globo ocular reduz a imagem para

$$r_{\text{pupila}}(2-n)/n$$

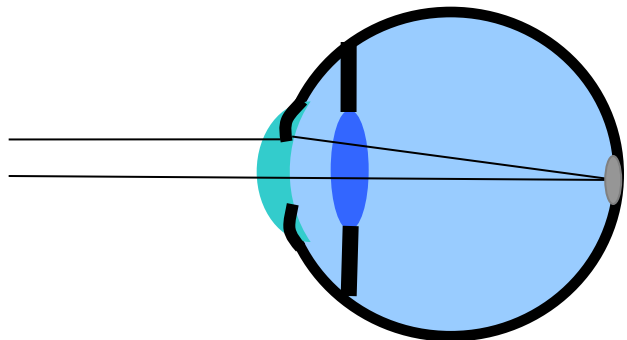


$d \sim 0,1 \text{ mm}$

A córnea melhora ainda mais a imagem: agora um “borrão” de apenas 0,1mm.

$$\left(r_{\text{córnea}} \frac{n}{n-1} - 2r_{\text{globo}} \right) \times$$

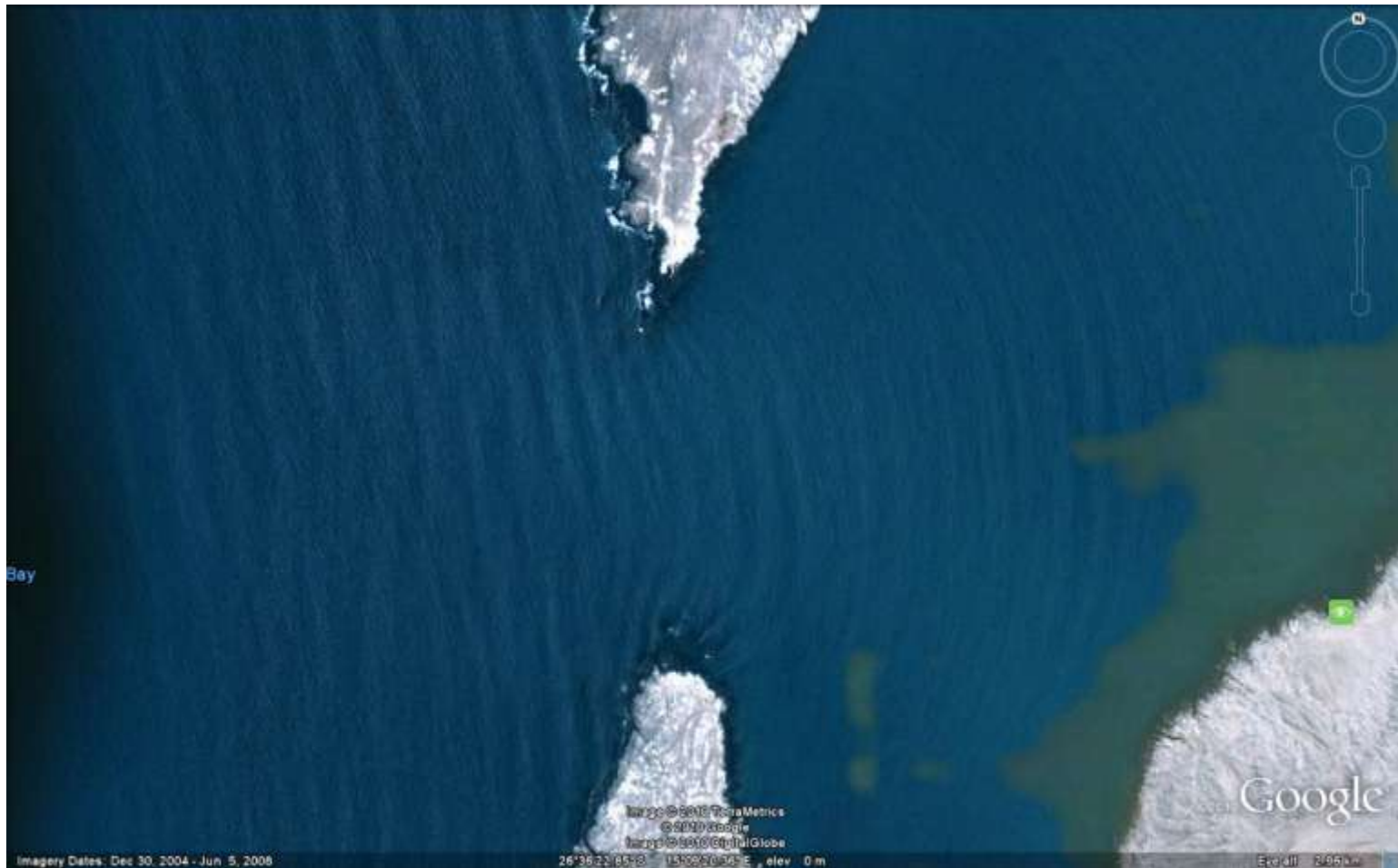
$$\left(1 - \frac{1}{n} \right) \frac{r_{\text{pupila}}}{r_{\text{olho}}}$$



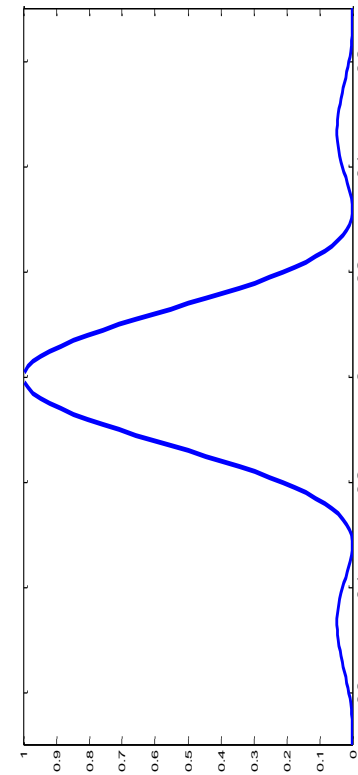
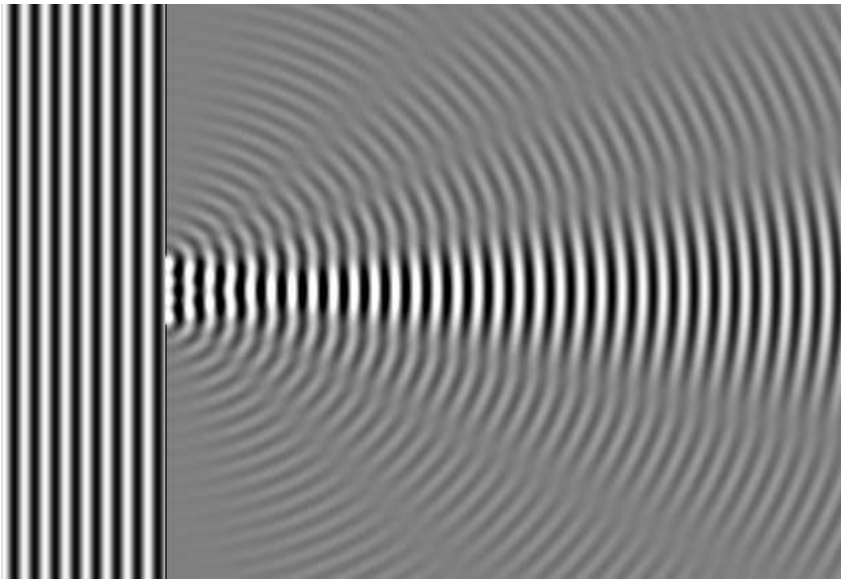
Fóvea

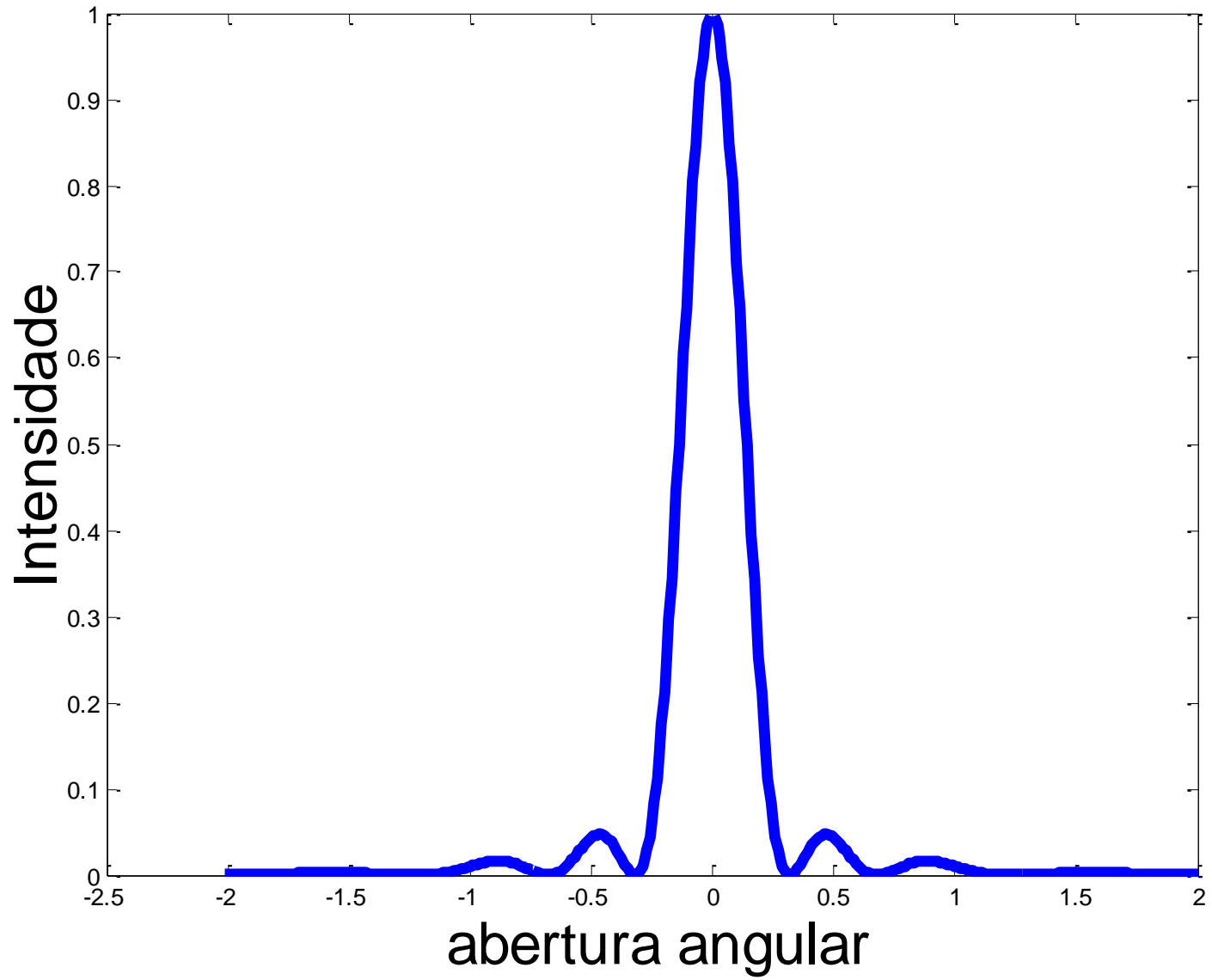
Finalmente, o cristalino transforma-a em um ponto

2 – Difração da luz na pupila



Quando ondas passam por um orifício cuja dimensão não é muito maior do que o comprimento de onda, o efeito da difração é claramente observado.





Quando há difração de uma onda por uma fenda, a abertura angular é da ordem de λ/d (λ é o comprimento de onda e d é a abertura da fenda)

Essa relação vale, aproximadamente, para qualquer tipo de abertura (furos, fendas ...), sendo d a dimensão da abertura.

Difração na pupila – resolução angular

Quando a luz atravessa a pupila, ela sofre uma difração cuja abertura angular é da ordem de

$$\theta \approx (5 \times 10^{-7} \text{m}) / (10^{-3} \text{m}) = 5 \times 10^{-4} \text{radianos}$$

ou $\theta \approx 0,03^\circ$

Essa abertura angular corresponde, aproximadamente, ao pingo do *i* em bulas de remédio a cerca de 30cm dos olhos ou uma mosca em uma parede a 10m.)

A difração é imperceptível em condições usuais ...
... entretanto, não conseguimos distinguir os dois faróis de um carro a alguns quilômetros de distância.

Fotografias tiradas de satélites sofrem difração na objetiva da máquina fotográfica

$$\frac{\lambda}{d} < \frac{l}{L}$$

d = abertura da objetiva

l = dimensão do objeto

L = abertura da objetiva

No caso de fotos tiradas de satélites (L~400km), para resolução de $l=1\text{m}$, d deve ser maior do que 20 cm.

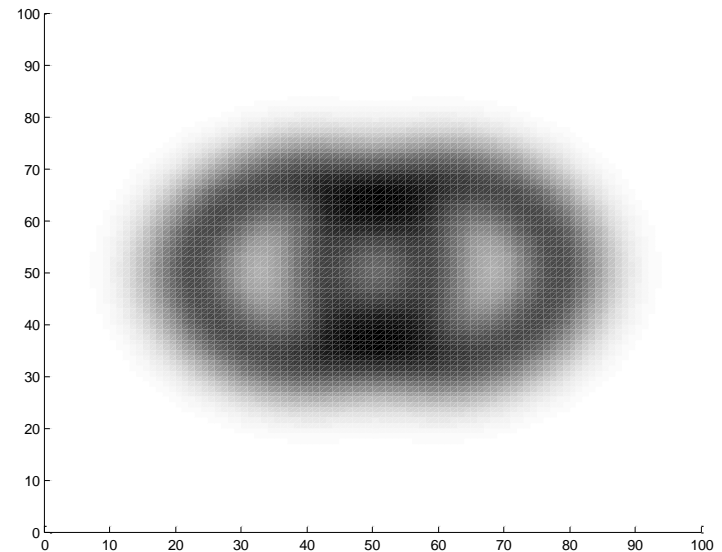
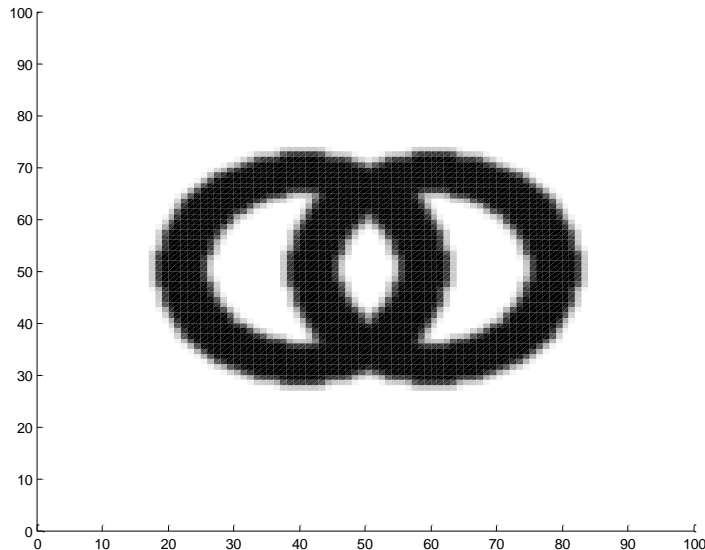
É por causa dessa difração que fotografias tiradas de satélites são “meio borradas”, fora de foco, como esta:



A fóvea e a resolução angular

- **Sem o cristalino, um ponto daria origem a um borrão de cerca de 0,1 mm.**
- **A fóvea – a parte central e precisa da visão – tem uma dimensão da ordem de 1mm.**
- **Portanto, a função convergente do cristalino é muito importante. Sem ele, teríamos grande dificuldade para ler.**

Sem o cristalino, uma figura nítida que caísse totalmente na fóvea, como a figura da esquerda, ficaria “borrada”, como a figura da direita



A fóvea tem cerca de 5×10^6 cones (os fotoreceptores que *respondem* diferentemente a diferentes cores). A distância entre eles é da ordem de 0,001mm.

A resolução angular (difração na retina) transforma um ponto em um *borrão* de dimensão

$$5 \cdot 10^{-4} \times 20\text{mm} \approx 0,01\text{mm}.$$

Portanto, um ponto luminoso muito distante, deve sensibilizar vários cones vizinhos.

3 – Sensibilidade do olho humano, difração e a muralha da China

**A muralha da China é visível, a olho nu, da Lua?
Vamos responder a essa pergunta com base em dois aspectos:**

Há luminosidade suficiente chegando até a Lua para que alguém possa enxergar a muralha da China?

A difração da luz na pupila comprometeria a qualidade da imagem formada na retina?

O limite de sensibilidade do olho humano depende de vários fatores, tais como o comprimento de onda da luz. Somos mais sensíveis à luz verde; neste caso, o limite de sensibilidade é da ordem de uma dezena de fótons/segundo. No vermelho ou no azul, precisamos de mais do que 100 fótons/segundo. *Grosso modo*, podemos estimar em 10^2 fótons/segundo o limite inferior da sensibilidade do olho humano.

O limite de sensibilidade do olho humano corresponde a enxergar uma lâmpada de cerca de 100W a algumas poucas centenas de quilômetros de distância!!

Luminosidade do solo em dia ensolarado: podemos estimar essa luminosidade como sendo cerca de $100 \text{ W/m}^2 \approx 10^{21} \text{ fótons/m}^2$.

Vamos examinar a luminosidade na pupila de alguém que, da Lua, volta seu olhar para a muralha da China quando esta está bem iluminada:

$$10^{21} \text{ fótons/s} \left(\frac{r_{pupila}}{r_{Terra/Lua}} \right)^2$$
$$\approx 10^{21} \left(\frac{10^{-3} \text{ m}}{4 \times 10^8 \text{ m}} \right)^2 \approx 10^{-2} \text{ fótons/s}$$

- **Alguém que esteja na Lua e vire seu rosto para a muralha da China receberá cerca de 1 fóton a cada 100 segundos vindo de cada metro quadrado. Assim, são necessários 10 mil metros quadrados iluminados para superar o limite de sensibilidade do olho humano.**
- **Mas apenas isso não garante visibilidade. Seria necessário que todo o entorno estivesse totalmente escuro para que fosse possível perceber algo, o que jamais acontecerá.**
- **Conclusão: não há luminosidade e contraste suficientes para alguém, da Lua, conseguir enxergar a muralha da China.**

E a difração na pupila?

Abertura angular de um pedaço de 10m da muralha da China vista da Lua:

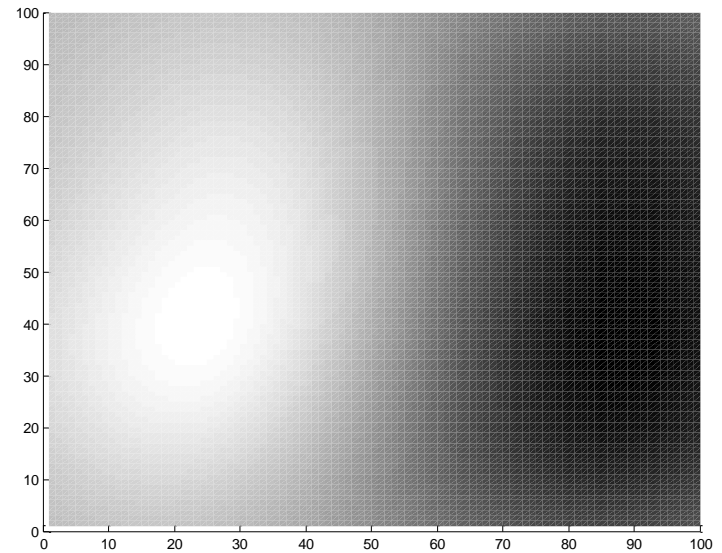
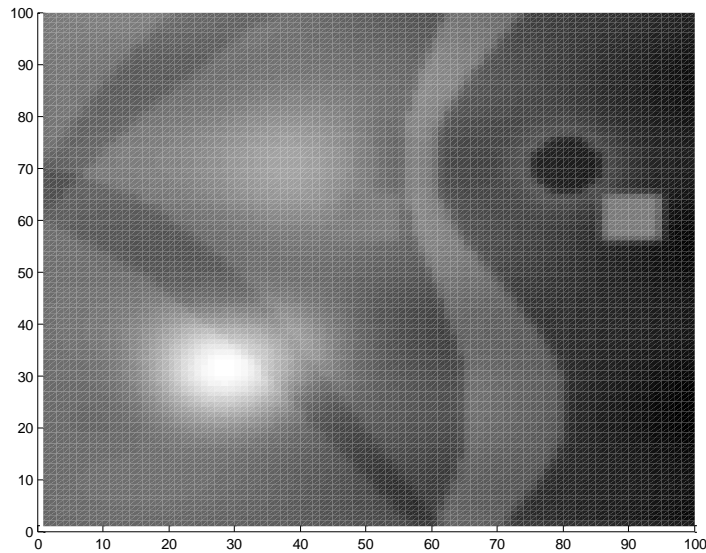
$$10\text{m}/4\times 10^8\text{m}\approx 2\times 10^{-8}\ll \lambda/d_{\text{pupila}}$$

Portanto, a difração “borraria” tudo.

A “imagem” na retina seria algumas ordens de grandeza maior do que o objeto que se quer ver.

Seria equivalente a ver um fio de cabelo a cerca de 10km de distância.

Suponha que a imagem da esquerda seja uma paisagem (em branco e preto). Quando vista da Lua, ela parecerá com a imagem da direita por causa da difração da luz na pupila. (O pequeno retângulo corresponde a um objeto – uma casa, por exemplo – com cerca de dez metros de largura.)



Algumas referências

**O. Helene, A simple model of the human eye
Phys. Teach. 48 (2) pág. 142 (2010)**

**J. H. Vuolo, Visão Humana
Instituto de Física, USP (2004)**

**J. H. Vuolo, Efeitos Visuais com Orifícios
Rev. Bras. Ensino de Física 18 (3) (1996) 191**

<http://axpfep1.if.usp.br/~otaviano/>