

M.C.D. y m.c.m. : Ejercicios resueltos

1) Halla el máximo común divisor de los siguientes grupos de números:

- a) 24 y 30
- b) 266 y 123
- c) 65, 30 y 45
- d) 52, 80, 10 y 65

2) Halla el mínimo común múltiplo de los siguientes grupos de números:

- a) 38 y 8
- b) 13 y 30
- c) 86, 64 y 20
- d) 75, 45, 20 y 25

3) Un autobús A sale cada 6 minutos, el B cada 8 minutos y el C cada 10 minutos. Si los tres han coincidido en la parada a las 7:00, ¿cuándo volverán a estar los tres juntos?

4) En el almacén tenemos 100 cartones de zumo, 60 piezas de fruta y 40 bocadillos. Queremos guardarlos en cajas que tengan el mismo número de objetos. ¿Cuántos artículos habrá en cada caja? ¿Cuántas cajas harán falta?

5) Escribe tres números que sean primos entre sí y calcula su MCD y mcm. ¿Qué conclusión sacas? Luego escribe tres múltiplos de 6, y luego calcula el MCD y mcm de todos ellos. ¿Qué conclusión sacas?

6) Una habitación tiene 230cm de largo por 120cm de largo. Queremos cubrir el suelo con baldosas cuadradas. ¿Cuánto tienen que medir estas baldosas? ¿Cuántas baldosas harán falta?

Soluciones

1) Halla el máximo común divisor de los siguientes grupos de números:

a) 24 y 30

$$24 = 2^3 \cdot 3 \cdot 1$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1$$

$$\text{MCD} = 2 \cdot 3 \cdot 1 = 6$$

b) 266 y 123

$$266 = 2 \cdot 133 \cdot 1$$

$$123 = 3 \cdot 41 \cdot 1$$

$$\text{MCD} = 1$$

c) 65, 30 y 45

$$65 = 5 \cdot 13 \cdot 1$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1$$

$$45 = 5 \cdot 3^2 \cdot 1$$

$$\text{MCD} = 5 \cdot 1 = 5$$

d) 52, 80, 10 y 65

$$52 = 2^2 \cdot 13 \cdot 1$$

$$80 = 2^4 \cdot 5 \cdot 1$$

$$10 = 2 \cdot 5 \cdot 1$$

$$65 = 5 \cdot 13 \cdot 1$$

$$\text{MCD} = 1$$

2) Halla el mínimo común múltiplo de los siguientes grupos de números:

a) 38 y 8

$$38 = 2 \cdot 19 \cdot 1$$

$$8 = 2^3 \cdot 1$$

$$\text{mcm} = 2^3 \cdot 19 \cdot 1 = 152$$

b) 13 y 30

$$13 = 13 \cdot 1$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1$$

$$\text{mcm} = 13 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1 = 390$$

Cajón de Ciencias

c) 86, 64 y 20

$$86 = 2 \cdot 43 \cdot 1$$

$$64 = 2^6 \cdot 1$$

$$20 = 2^2 \cdot 5 \cdot 1$$

$$\text{mcm} = 2^6 \cdot 43 \cdot 5 \cdot 1 = 13760$$

d) 75, 45, 20 y 25

$$75 = 3 \cdot 5^2 \cdot 1$$

$$45 = 3^2 \cdot 5 \cdot 1$$

$$20 = 2^2 \cdot 5 \cdot 1$$

$$25 = 5^2 \cdot 1$$

$$\text{mcm} = 3^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2 \cdot 1 = 900$$

3) Un autobús A sale cada 6 minutos, el B cada 8 minutos y el C cada 10 minutos. Si los tres han coincidido en la parada a las 7:00, ¿cuándo volverán a estar los tres juntos?

Se trata de calcular el mínimo común múltiplo de los tres números:

$$6 = 2 \cdot 3 \cdot 1$$

$$8 = 2^3 \cdot 1$$

$$10 = 2 \cdot 5 \cdot 1$$

$$\text{mcm} = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1 = 120$$

Por lo tanto, los tres autobuses vuelven a coincidir 120 minutos (2 horas) después, es decir, a las 9:00.

4) En el almacén tenemos 100 cartones de zumo, 60 piezas de fruta y 40 bocadillos. Queremos guardarlos en cajas que tengan el mismo número de objetos. ¿Cuántos artículos habrá en cada caja? ¿Cuántas cajas harán falta?

Ahora tenemos que calcular el máximo común denominador:

$$100 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 1$$

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1$$

$$40 = 2^3 \cdot 5 \cdot 1$$

$$\text{MCD} = 2^2 \cdot 5 \cdot 1 = 20$$

Habrán 20 artículos en cada caja. ¿Cuántas cajas harán falta?

$$\text{De zumo} \quad \rightarrow 100/20 = 5 \text{ cajas}$$

$$\text{De fruta} \quad \rightarrow 60/20 = 3 \text{ cajas}$$

$$\text{De bocadillos} \quad \rightarrow 40/20 = 2 \text{ cajas}$$

$$\text{Total} \quad \rightarrow 10 \text{ cajas}$$

Cajón de Ciencias

5) Escribe tres números que sean primos entre sí y calcula su MCD y mcm. ¿Qué conclusión sacas? Luego escribe tres múltiplos de 6, y luego calcula el MCD y mcm de todos ellos. ¿Qué conclusión sacas?

Los números primos entre sí son aquellos que no tienen ningún divisor en común salvo la unidad. Por ejemplo, los apartados b y d del primer ejercicio. Tres números primos entre sí posibles son 5, 11 y 9. Sea cual sea los que escojas, verás que el MCD siempre te sale igual a 1. Tres múltiplos posibles de 6 son 12, 24 y 60. Calculemos el MCD y mcm:

$$6 = 2 \cdot 3 \cdot 1$$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1$$

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1$$

$$\text{MCD} = 2 \cdot 3 \cdot 1 = 6$$

$$\text{mcm} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1 = 60$$

Conclusión: si tenemos un grupo de números que son múltiplos de otro, el MCD es igual al más pequeño de todos, y el mcm igual al múltiplo más grande.

6) Una habitación tiene 230cm de largo por 120cm de ancho. Queremos cubrir el suelo con baldosas cuadradas. ¿Cuánto tienen que medir estas baldosas? ¿Cuántas baldosas harán falta?

En este debemos calcular el MCD de las dos medidas:

$$230 = 2 \cdot 5 \cdot 23 \cdot 1$$

$$120 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 1$$

$$\text{MCD} = 2 \cdot 5 \cdot 1 = 10$$

Eso quiere decir que las baldosas tendrán que tener 10 centímetros de lado (recuerda que pide que las baldosas sean cuadradas). ¿Cuántas baldosas harán falta? Un largo de 230cm necesitaría 23 baldosas; un ancho de 120cm, necesitaría 12 baldosas. Por lo tanto, harían falta $23 \times 12 = 276$ baldosas.