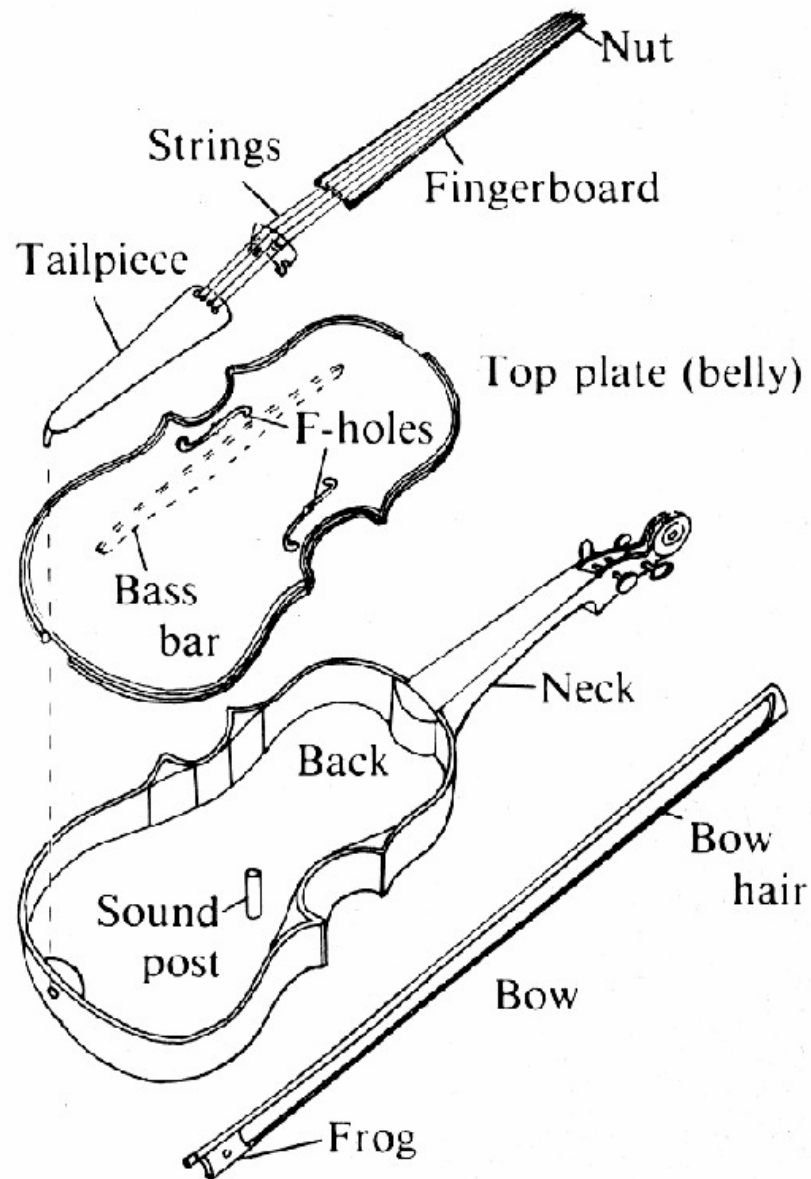


# A Física do Violino

Prof. Jose Pedro Donoso (IFSC - USP)

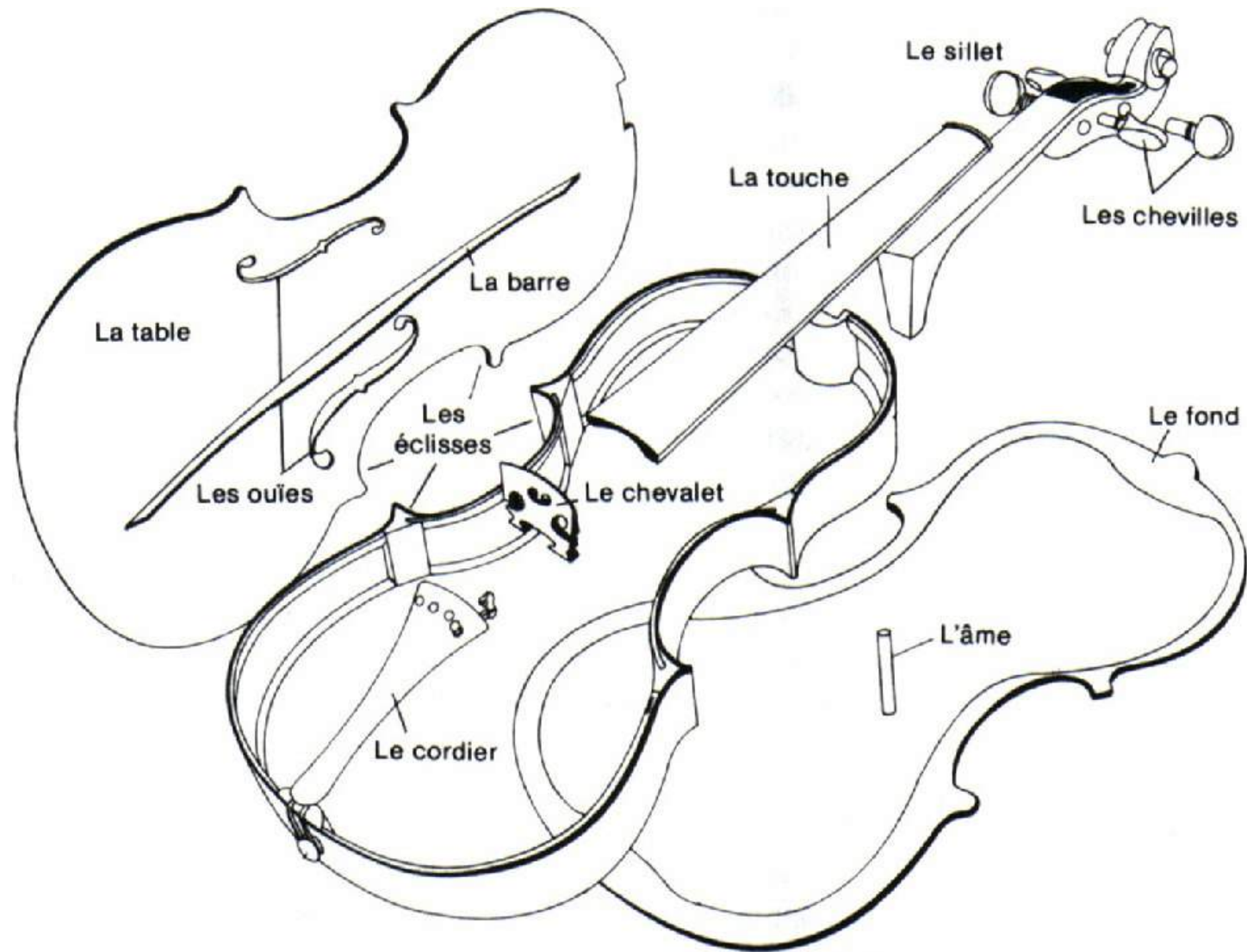




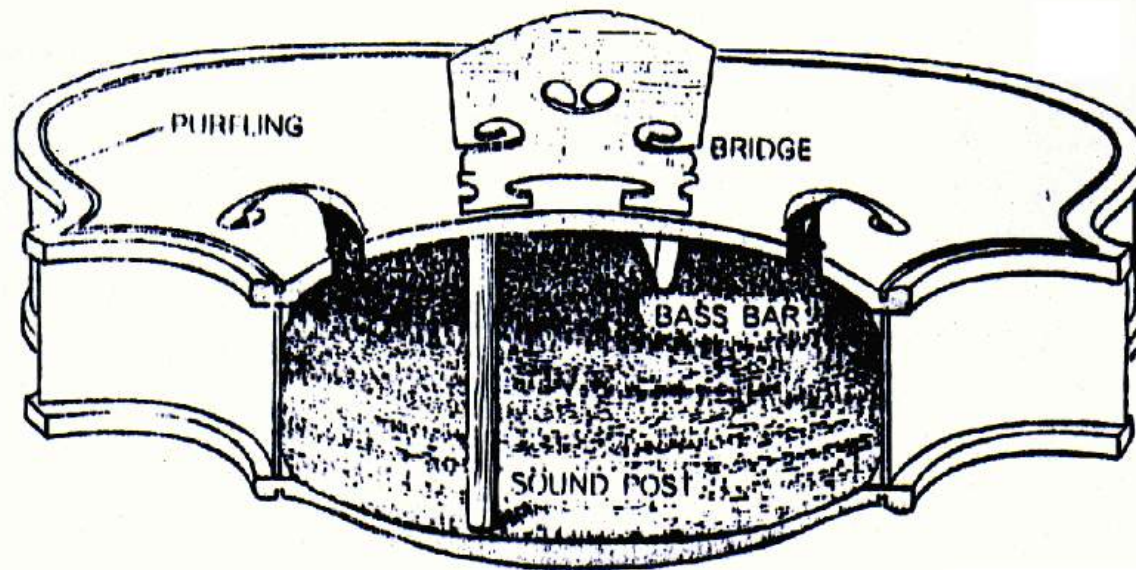
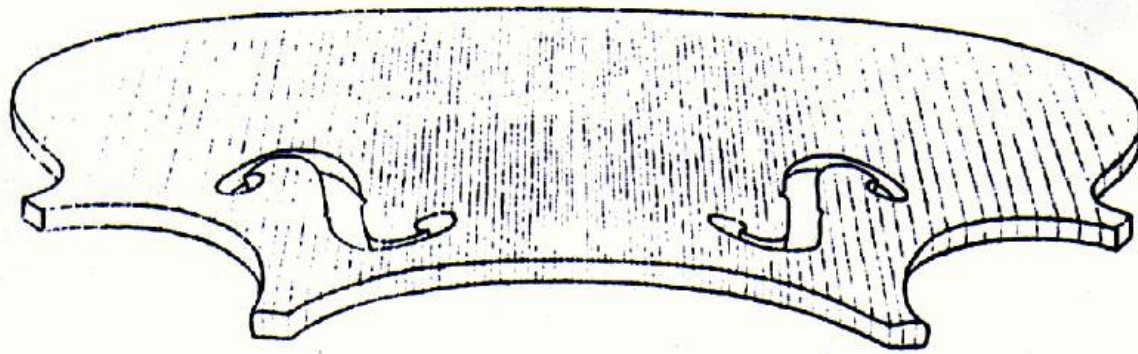
## O violino é constituído por cerca de 35 peças

No tampo superior da caixa de ressonância há dois orifícios na forma de “*f*” localizados simetricamente em relação ao eixo longitudinal. Eles comunicam as vibrações do ar dentro do violino com o exterior.

O **cavalete** atua como um transdutor mecânico, os modos de vibração transversais das cordas em modos vibracionais da caixa de ressonância. Ele atua também como filtro acústico, suprimindo certas frequências indesejáveis.



Yves Guilloux, *Le Monde de la Musique* (Paris, Mars 1996)



*Scientific American*  
207, 79 1962

A **alma do violino** (*sound post*), é um palito cilíndrico da grossura de um lápis e que se apóia entre os dois tampos. Ela se mantém nessa posição devido à força exercida pelas cordas sobre o **cavalete** (*bridge*). A alma tem duas funções, uma acústica e uma estrutural.

## *Lutherie*



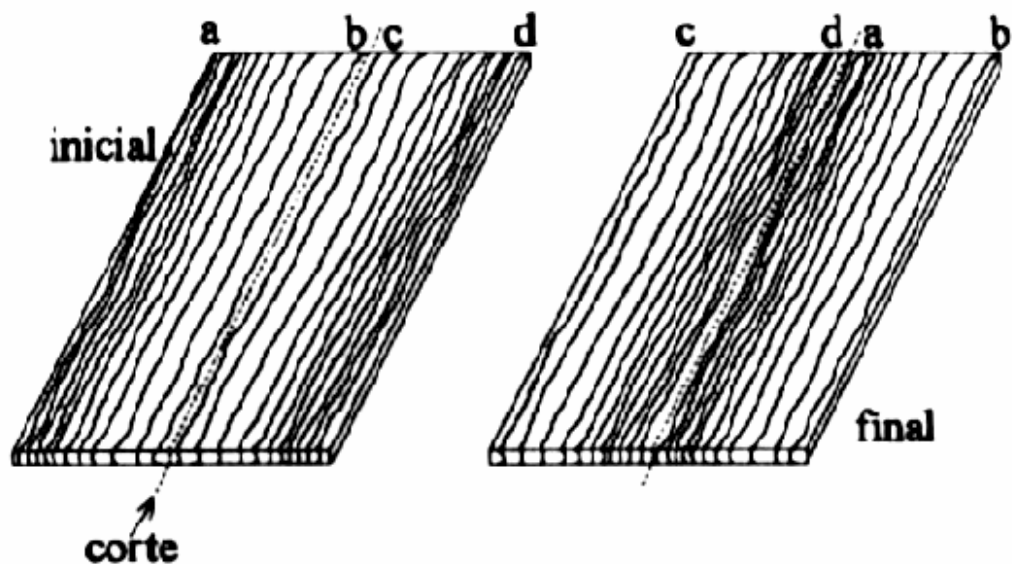
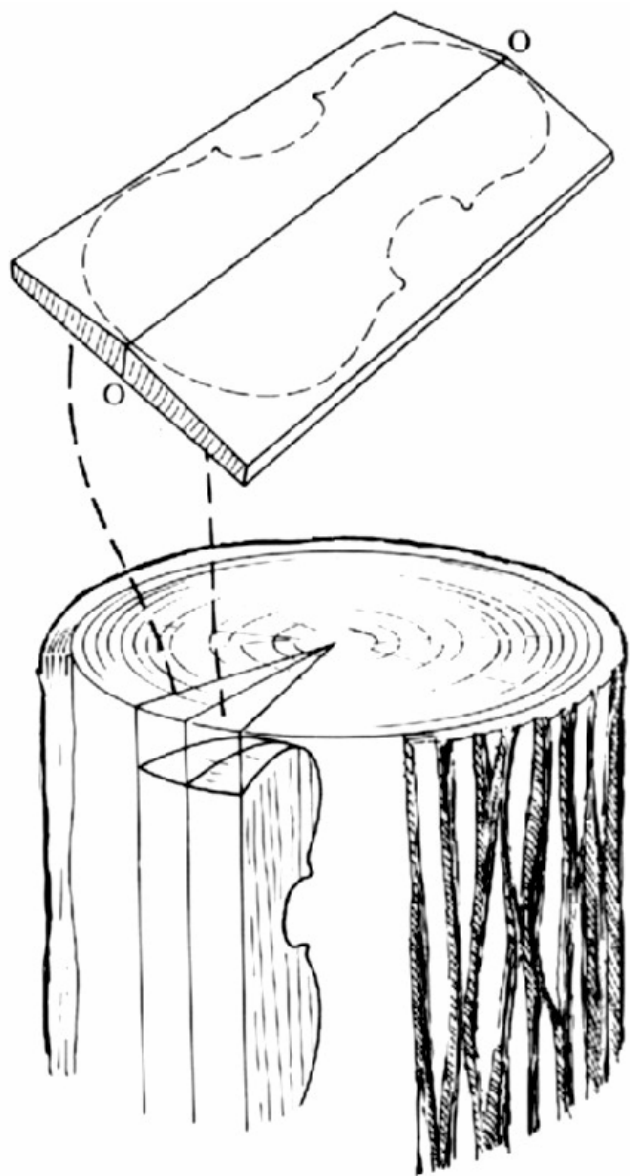
A arte de fabricar os violinos foi consolidada pelas famosas famílias italianas, os **Amati**, **Stradivari**, **Guarneri** e **Ruggeri** que formaram uma linha de sucessão que floresceu na cidade de Cremona desde 1550 até 1750.

## Fabricação de um violino



<http://library.thinkquest.org>

## Corte da madeira na fabricação dos tampos



O tampo inferior se fabrica cortando a madeira de forma longitudinal e colando depois seus lados externos.

Rossing, *The Science of Sound*

Massmann & Ferrer, *Instrumentos Musicales*



Os [Amati](#), em Cremona, foram os responsáveis pela forma clássica do violino atual, a redução da altura do corpo, a forma das entradas laterais ("C") e a forma das "f". Os desenhos atingiram sua perfeição nos tempos de Niccolo, neto de Andrea Amati.

Na França, a cidade de [Mirecourt](#) abrigou os grandes luthiers: Lupot (1758-1824), Charles François Gand e seus filhos (1787-1845), os irmãos Bernadel (1866) e Jean Baptiste Vuillaume (1798-1875).

O fato de o instrumento praticamente não ter mudado em mais de 250 anos ilustra bem o extraordinário nível alcançado pelos *luthier* italianos do século XVI



Os três grandes nomes do começo da lutherie de violinos são:

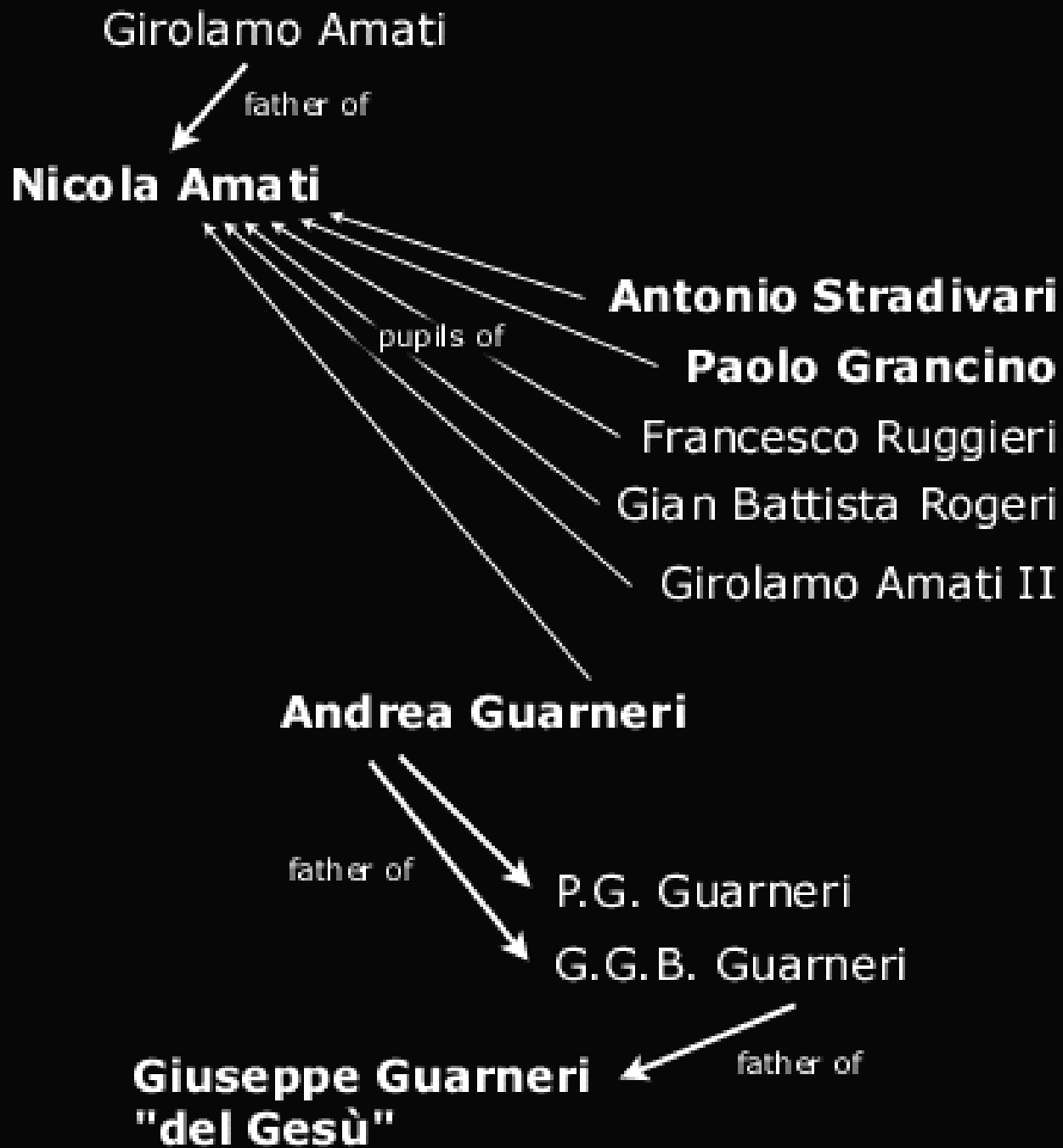
- **Gaspard Duiffoprugcar** (Lyon, 1562) que adicionou a 4ª corda
- **Gaspar di Salo** (1542 – 1609) fundador da escola de lutherie de Brescia
- **Andrea Amati** (1505 – 1578) fundador da escola de Cremona

**Giovanni Paolo Maggini** (1580 – 1630), discípulo de di Salo, desenhou a forma atual do violino e construiu os primeiros cellos e altos

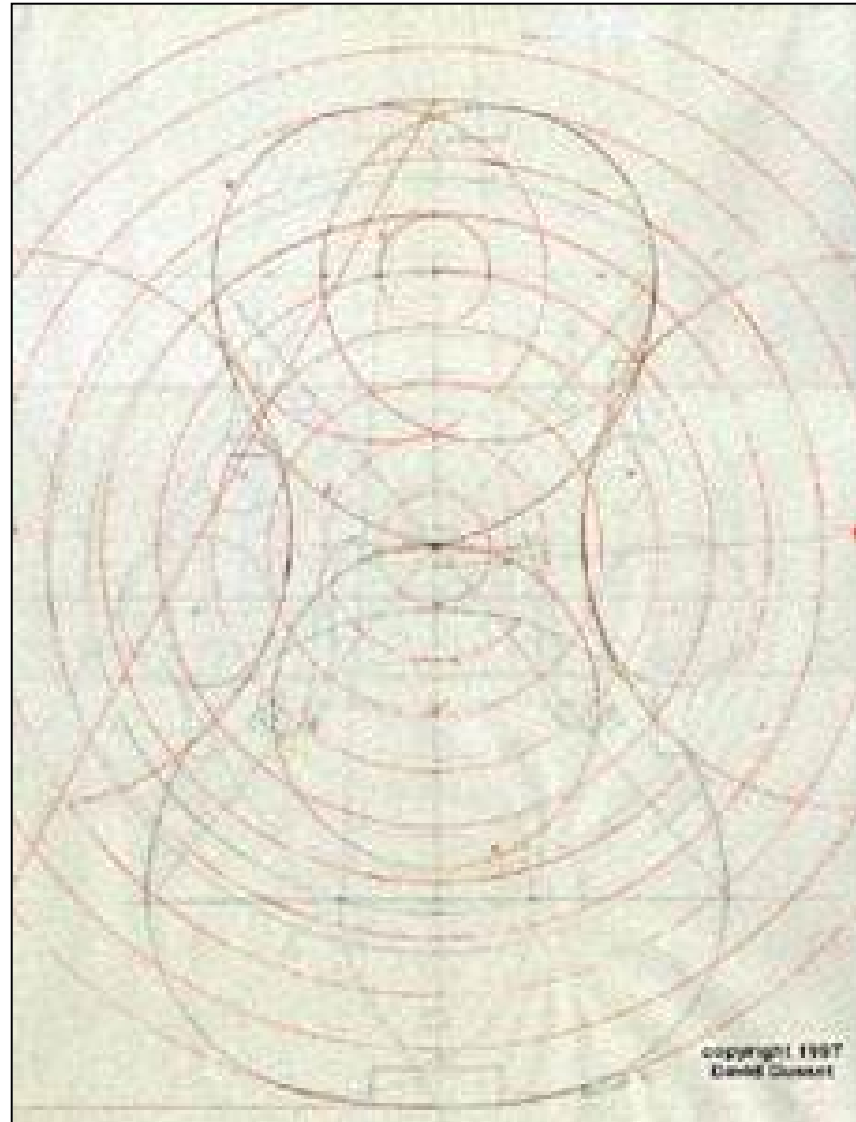
**Nicolas Amati**, responsável pela supremacia da escola de Cremona. Foi mestre de **Antonio Stradivarius** (1644-1737), que fabricou cerca de 1200 violinos, dos quais uns 550 se conservam até hoje.

**Joseph Bartolomeu Guarnerius** (1698-1744), "del Gesu". Nicolo Paganini fez celebre este luthier, tocando no seu violino "il Canone".

*Le Monde de la Musique*, numero 197, Mars 1996



# Violino Stradivarius



[www.gussetviolins.com](http://www.gussetviolins.com)



## *Os físicos e o violino*

Os físicos sempre se sentiram cativados por este instrumento, seja para estudar suas propriedades acústicas ou apenas como instrumento de executar música

Muitos físicos contribuíram para a compreensão de suas propriedades:

Felix Savart (1791-1841)

H.V. Helmholtz (1821-1894)

Lord Rayleigh (1842-1919)

C.V. Raman (1888-1970)

F. Saunders (1875 - 1963)

## Hermann von Helmholtz (1821 - 1894)



Em 1863 publica a obra *“On the sensations of tone as a physiological basis for the theory of music”*, onde descreve a fisiologia do ouvido e estudos de acústica física. Estudou a ressonância de cavidades e elucidou o tipo de vibração que distingue a corda excitada por um arco (*bowed string*) da corda tangida (*plucked string*)



Fig. 117. — Octobasse de Vuillaume.

Felix Savart (1791 - 1841) utilizou o método de Chladni para visualizar os modos de vibração de tampos de violinos

Colaborou com o *luthier* Joham Batiste Vuillaume no desenho de novos instrumentos da família do violino, incluindo o *octobasse*, de 3.45 m de altura, três cordas e uma caixa acústica de 2.1 m

*J. Acoustical Soc. Am.* **92**, 639 (1992)

## Chandrasekhara V. Raman (1888 - 1970)

Premio Nobel por seu trabalho sobre espalhamento da luz (1930)



Raman trabalhou também em acústica de instrumentos musicais. Utilizando um mecanismo para controlar a arcada, ele mediu os efeitos da velocidade e da posição da arcada. Desenvolveu a teoria da vibração que o arco produz nas cordas do violino e foi o primeiro em investigar a natureza harmônica dos instrumentos indianos.

"The Small Motion at the Nodes of a Vibrating String", Phys. Rev., 1911

"The Dynamical Theory of the Motion of Bowed Strings", Bull. Indian Ass. Cultiv. Sci. 1914

"Dynamical Theory of the Motion of Bowed Strings", Bull Indian Ass. Cultivation Sci. 1914

"On the 'Wolf-Note' of the Violin and Cello", Nature (London). 1916

"On the Mechanical Theory of the Vibrations of Bowed Strings and of Musical Instruments of the Violin Family, with Experimental Verification of Results - Part 1",

Bulletin, Indian Association for the Cultivation of Science, 1918

## Frederick Saunders (1875 - 1963)



FIG. 9. Professor F. A. Saunders testing a violin in the especially built corner of the Cruft Acoustical Laboratory, Harvard University. (Courtesy of F. A. Saunders.)

Membro fundador:

- **Catgut Acoustical Society**
- **Acoustical Society of America.**

Conhecido pelo *acoplamento Russell & Saunders* da física atômica, estudou também as propriedades acústicas de instrumentos de corda.

Saunders desenvolveu um método para analisar a resposta acústica dos instrumentos utilizando um analisador heteródino.

Colaborou com a *luthier Carleen Hutchins* no desenho dos instrumentos do *octeto* da família do violino.

*J. Acous. Soc. Amer* 73, 1421 (1983)





# Albert Einstein: The Violinist

*By Peregrine White\**



Berlim: sonatas com Max Planck

Princeton: música de Câmara com  
Nicholas Harsanyi, David Rothman e  
Valentine Bargmann

Holanda: Paul Ehrenfest (piano)

*The Physics Teacher* **43**, 286 (2005)

# Afinação das cordas

As cordas do violino estão afinadas em quintas:

$$\left(\frac{f_1}{f_2}\right) = \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{Mi}{La}\right) = \left(\frac{La}{Re}\right) = \left(\frac{Re}{Sol}\right) = 1.498$$



Sol<sub>3</sub> (G<sub>3</sub>) : 196 Hz

Re<sub>4</sub> (D<sub>4</sub>) : 293.66 Hz

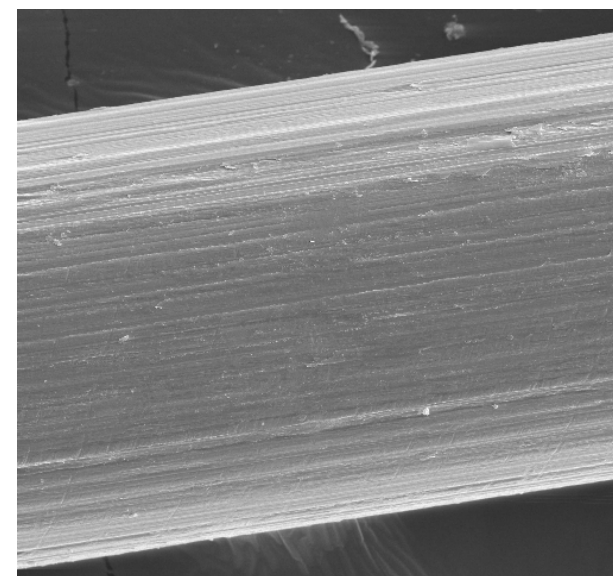
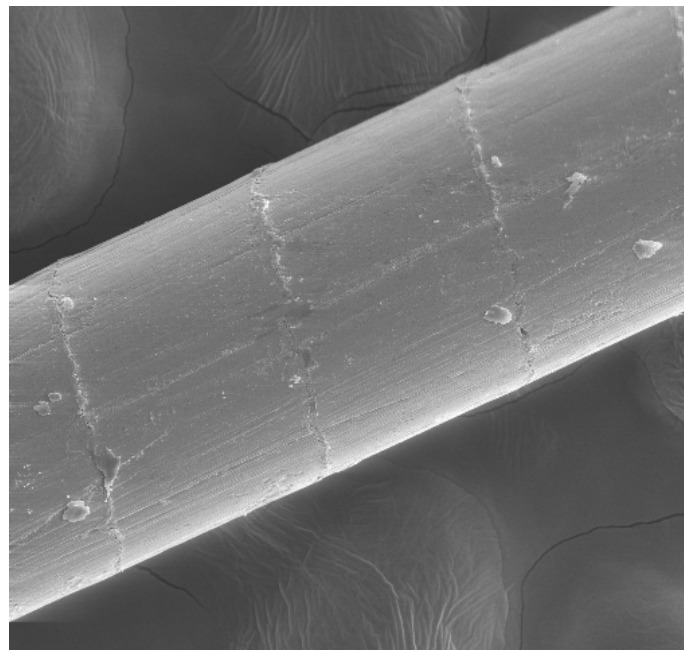
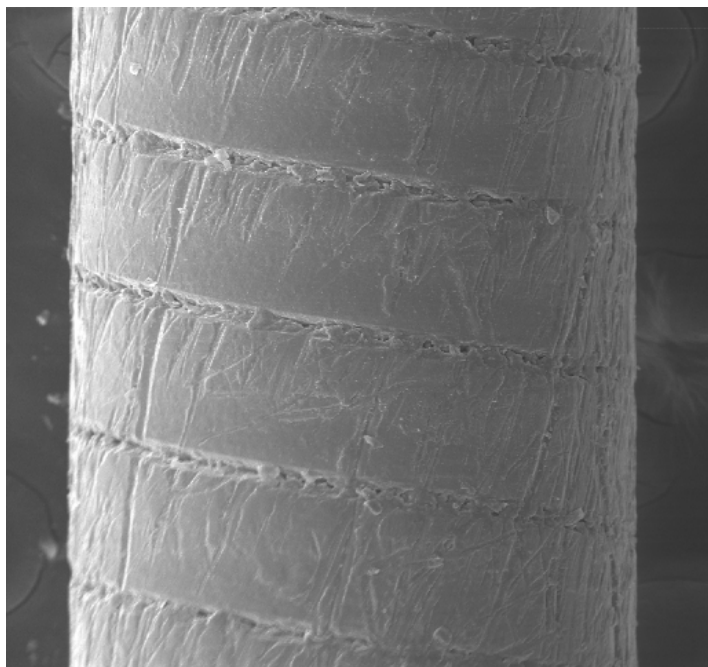
Lá<sub>4</sub> (A<sub>4</sub>) : 440 Hz

Mi<sub>5</sub> (E<sub>5</sub>) : 659.26 Hz

Nota	Frequência (Hz)	Intervalo
La	27,500	
Si	30,863	
Do	32,703	
Re	36,708	
Mi	41,203	
Fa	43,654	
Sol	48,999	
La	55,000	
Si	61,735	
Do	65,406	
Re	73,416	
Mi	82,407	
Fa	87,307	
Sol	97,999	
La	110,00	
Si	123,47	
Do	130,81	
Re	146,83	
Mi	164,81	
Fa	174,61	
Sol	196,00	
La	220,00	
Si	246,94	
Do	261,63	
Re	293,66	
Mi	329,63	
Fa	349,23	
Sol	392,00	
La	440,00	
Si	493,88	
Do	523,25	
Re	587,33	
Mi	659,26	
Fa	698,46	
Sol	783,99	
La	880,00	
Si	987,77	
Do	1.046,5	
Re	1.174,7	
Mi	1.318,5	
Fa	1.396,9	
Sol	1.568,0	
La	1.760,0	
Si	1.975,5	
Do	2.093,0	
Re	2.349,3	
Mi	2.637,0	
Fa	2.793,0	
Sol	3.136,0	
La	3.521,0	
Si	3.951,1	
Do	4.186,0	

↑      \*

## Cordas Ré, Lá e Mi do violino



### Microscopia eletrônica

Ampliações: 90×, 120× e 300×

Diâmetro das cordas: 0.75, 0.65 e 0.25 mm

Equipamento: Digital Scanning Microscope Zeiss

Laboratório de Microscopia Eletrônica, IFSC - USP

Técnico: Nelson Jose Heraldo Gallo



## Tensão das cordas

Frequência de vibração de uma corda tensionada:

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Frequência da nota Lá:  $f = 440$  Hz

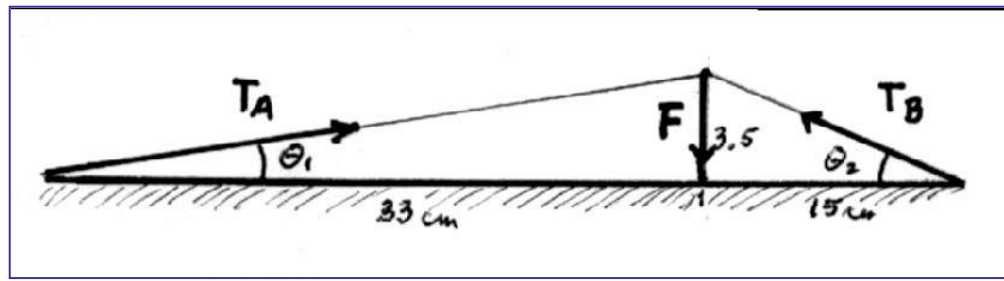
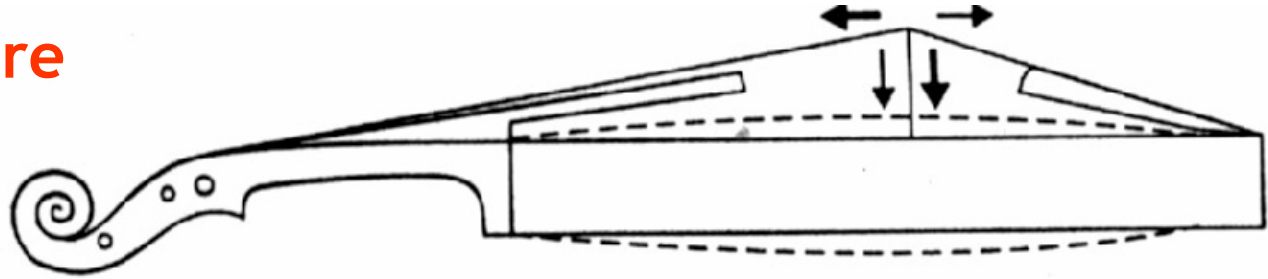
Densidade linear da corda:  $\mu \approx 10$  mg/cm

Comprimento da corda:  $L \approx 32.5$  cm

$$\Rightarrow T \approx 82 \text{ N}$$

A tensão total das 4 cordas é, portanto, da ordem de 220 - 300 N

## Força estática sobre o tampo superior



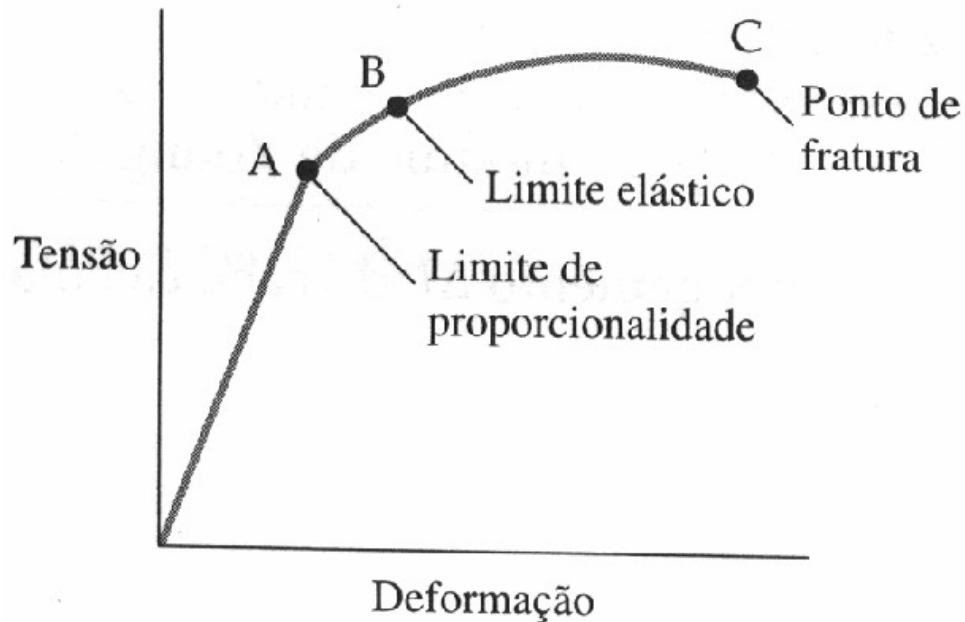
$$\theta_1 \sim 6^\circ$$
$$\theta_2 \sim 13^\circ$$

$$T_A \cos \theta_1 - T_B \cos \theta_2 = 0$$
$$T_A \sin \theta_1 - T_B \sin \theta_2 + F = 0$$

Considerando a tensão total:  $T_A = T_B \approx 260 \text{ N}$ , obtemos:  $F \approx 90 \text{ N}$

Para que este tampo não ceda com o passar do tempo, ele tem uma forma arqueada. A alma do violino também dá suporte mecânico a estrutura.

## Elasticidade das cordas



$$Y = \frac{\textit{tensão}}{\textit{deformação}} = \frac{(F / A)}{(\Delta L / L)}$$

$$Y = 200 \text{ GPa (aço)}$$

$$Y \approx 3 \text{ GPa (nylon)}$$

As cordas do violino são confeccionadas em aço.

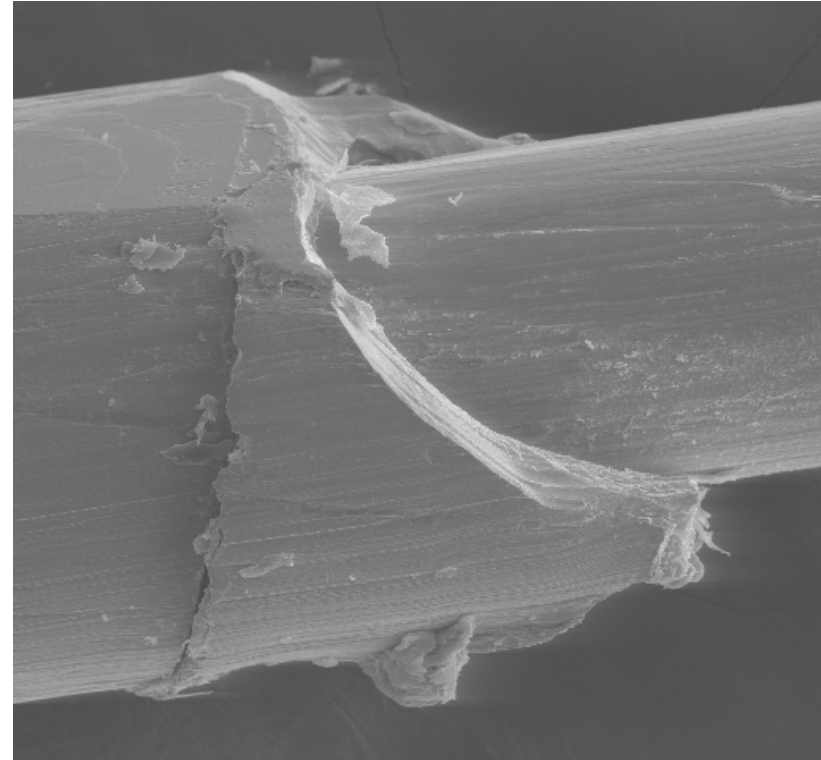
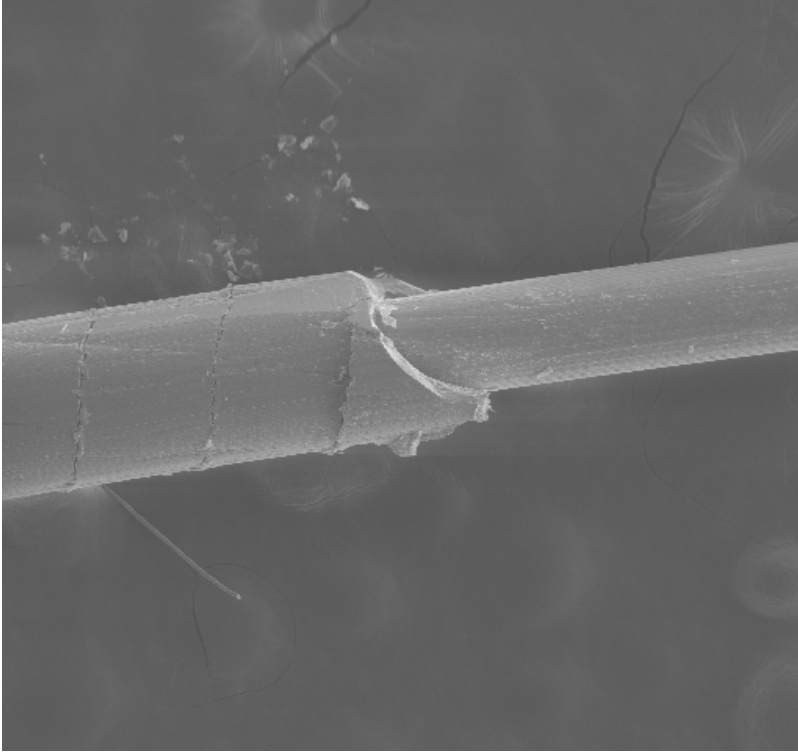
Corda *mi* : tração  $F \approx 63 \text{ N}$ , diâmetro  $\approx 0.2 \text{ mm}$

$\Rightarrow$  Deformação tolerada pela corda:  $(\Delta L / L) \sim 1\%$

As cordas de aço são capazes de suportar uma tensão de 520 MPa (valor de ruptura). Este valor é cerca de três ordens de grandeza menor que o módulo de Young do aço. Por isso que **a corda se rompe** quando a deformação relativa for maior que 1%

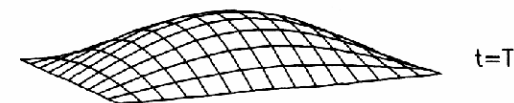
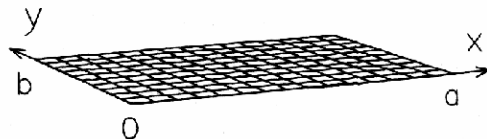
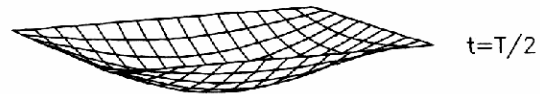
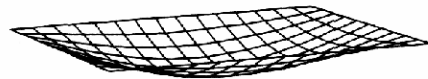
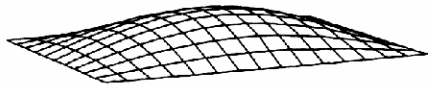
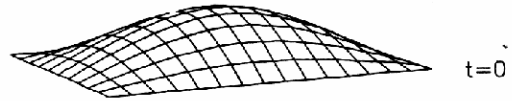
## Corda Lá (quebrada)

Ampliações: 60× e 200×



A deformação tolerada pela corda de aço é 1%. Como o comprimento da corda do violino, desde a cravelha até o microafinador, é de ~34 cm, basta uma volta na cravelha para consumir esse 1% de tolerância. Ao apertar-se um pouco mais a cravelha, a corda **rompe-se**.

Modo (1;1)



## Modos normais de oscilação de uma membrana

Frequência dos modos normais de vibração  $(m,n)$  de uma membrana retangular de lados  $a$  e  $b$ :

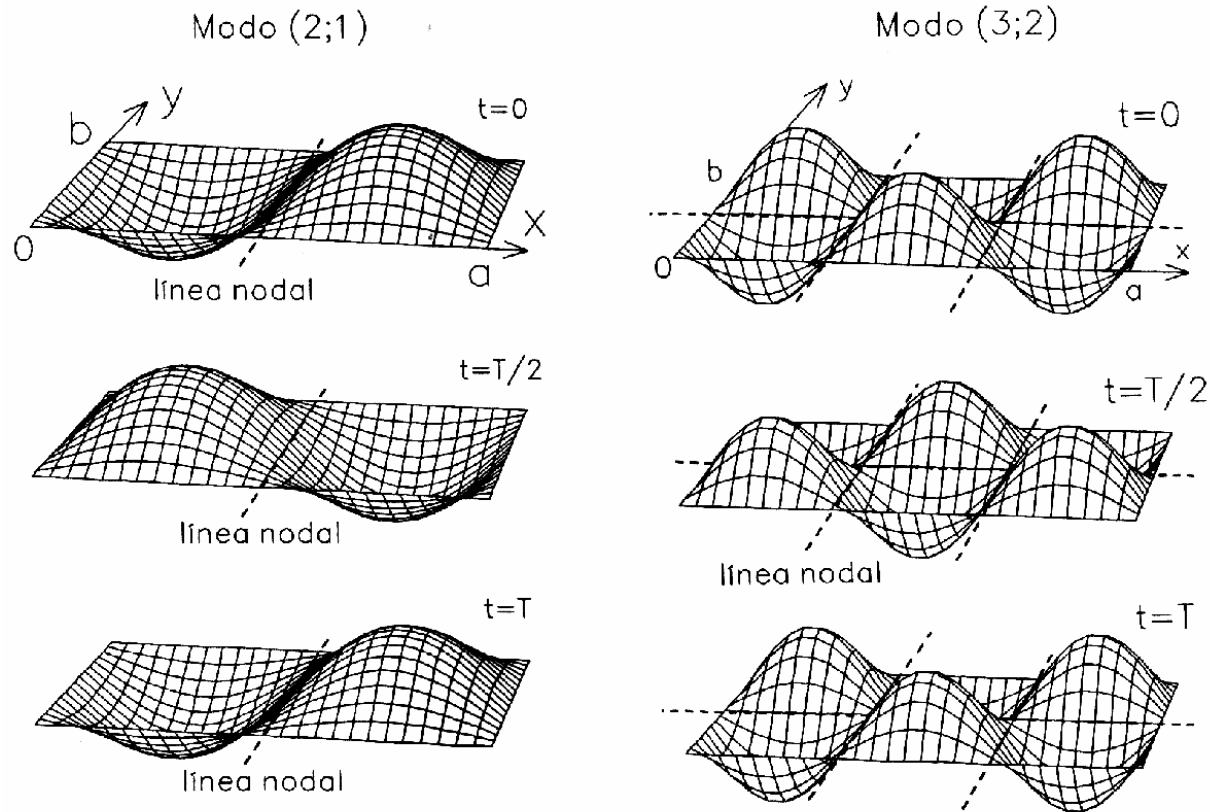
$$f = C \sqrt{\left(\frac{n}{a}\right)^2 + \left(\frac{m}{b}\right)^2}$$

$C$  : constante que depende da tensão e da densidade superficial da membrana

Massmann & Ferrer: *Instrumentos Musicales*



## Modos normais de oscilação de uma membrana



Membrana oscilando nos modos (2,1) e (3,2). No modo (3,2) o movimento no eixo  $x$  é análogo ao de uma corda oscilando no modo  $n = 3$ , enquanto que no eixo  $y$  é análogo ao de uma corda oscilando no harmônico  $m = 2$ .

Massmann & Ferrer: *Instrumentos Musicales*

## Modos normais de oscilação

Construção gráfica dos modos resultantes das combinações:

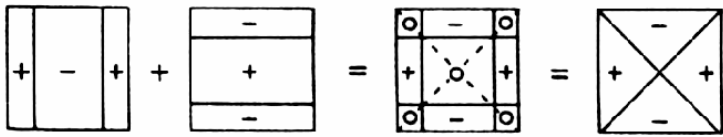
a)  $(2,0) - (0,2)$

b)  $(2,0) + (0,2)$

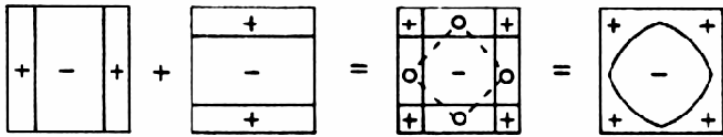
c)  $(2,1) - (1,2)$

d)  $(2,1) + (1,2)$

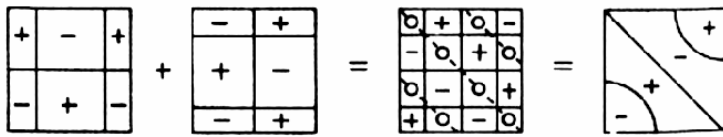
Fletcher & Rossing:  
*The Physics of Musical Instruments*



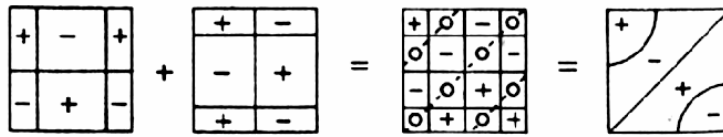
(a)



(b)



(c)



(d)

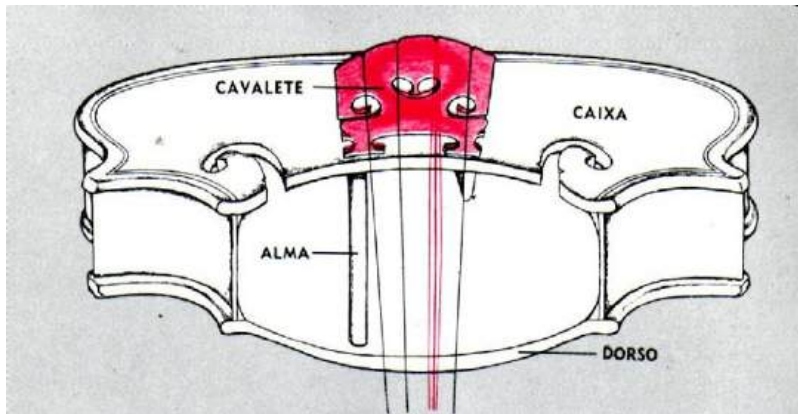


**Modos 1, 2 e 5** do tampo inferior. São considerados os mais importantes para definir a afinação tonal das placas.

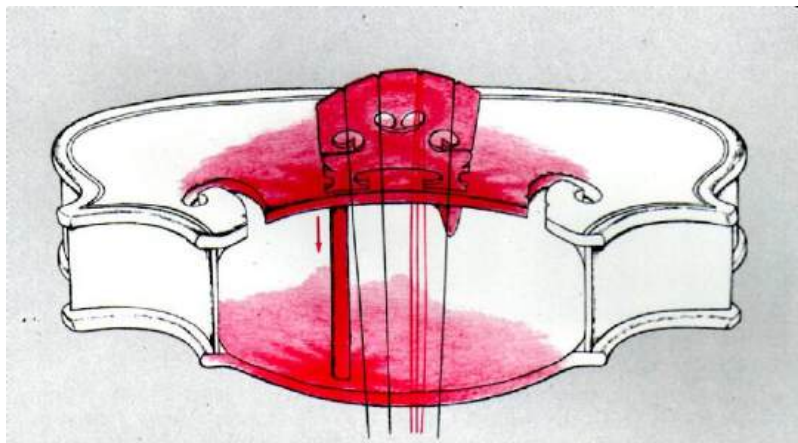
Frequências:

tampo superior: 80, 147 e 304 Hz (razão 1:2:4);

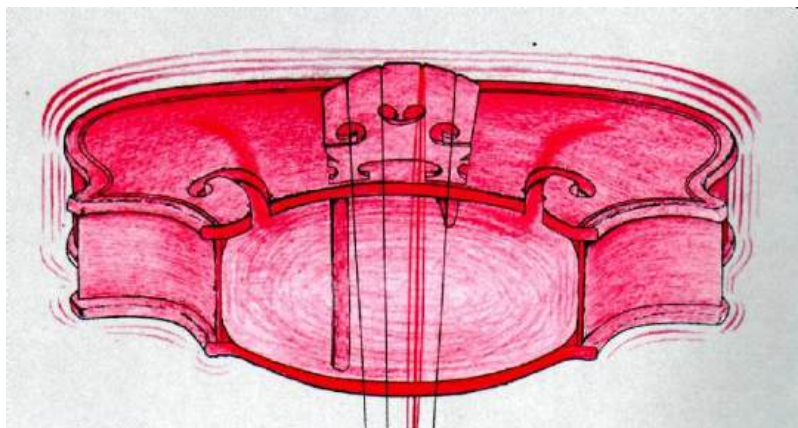
inferior: 116, 167, 349 Hz.



A figura ilustra a transmissão da vibração das cordas para o cavalete e para a caixa de ressonância do instrumento.



A **alma** comunica as vibrações ao tampo inferior, e a **barra harmônica** ao tampo superior.

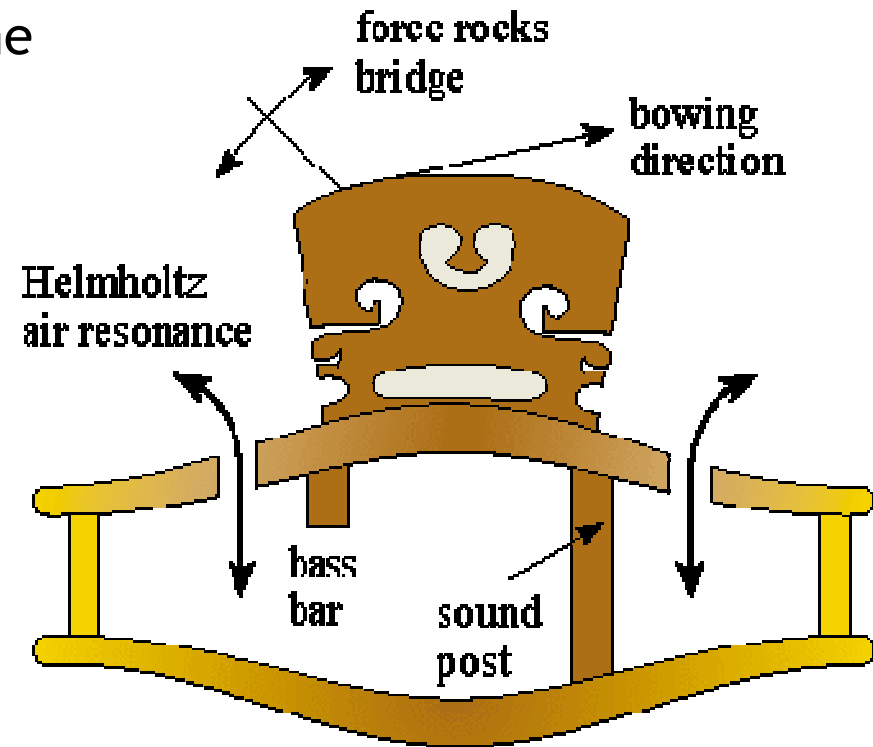


Desta forma consegue-se movimentar uma grande área (os tampos superior e inferior) e a sonoridade aumenta.

*Som e Audição*  
Biblioteca Científica Life

## Ressonador de Helmholtz

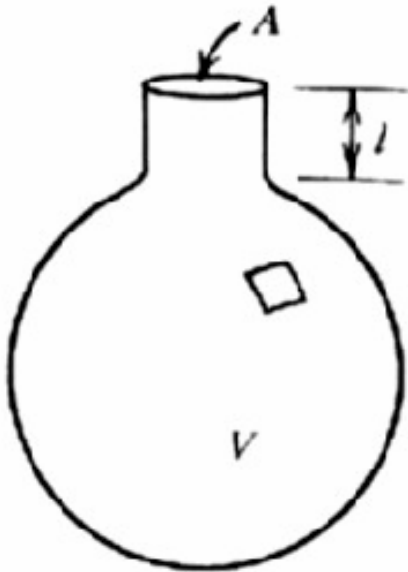
Ressonância do ar dentro do volume



Os dois orifícios em forma de “ $f$ ” permitem considerar a caixa violino como um ressnoador de Helmholtz, com um modo de vibração em  $\sim 290$  Hz

*Science & Stradivarius*; C. Gough, Physics World, April 2000

## A ressonância de Helmholtz



Frequência de ressonância do ar dentro do volume:

$$f = \frac{v}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{lV}}$$

$v$  é a velocidade do som no ar, 340 m/s

No violino, as “ $f$ ” no tampo superior representam a boca da cavidade e  $V$ , o volume do ar dentro do corpo. A ressonância principal do ar (RPA) depende então da áreas das “ $f$ ” e do volume de ar dentro da caixa do violino.

## Osciladores mecânico, elétrico e acústico

Oscilador mecânico massa - mola:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = F(t)$$

Frequência de Ressonância:

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

Circuito elétrico:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{c} = \mathcal{E}(t)$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

Sistema acústico:

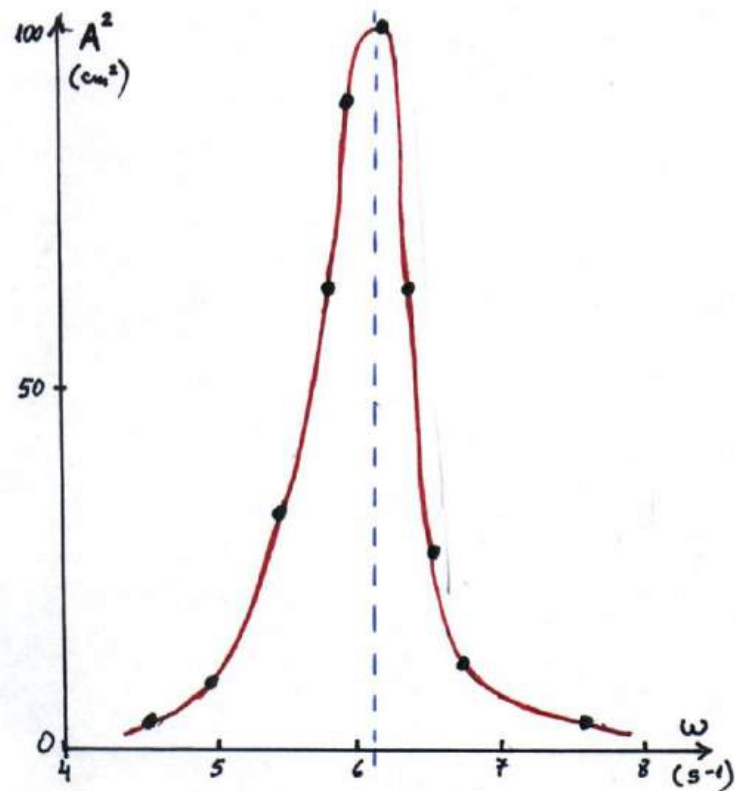
$$\rho L \frac{d^2 x}{dt^2} + R \frac{dx}{dt} + \frac{BA}{V} x = P(t)$$

$$\omega^2 = \frac{BA}{V\rho L}$$

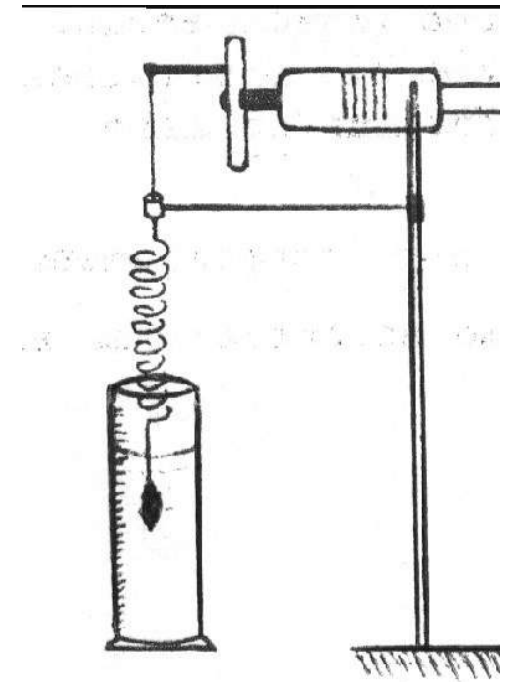
*B*: bulk modulus do ar,  $\rho$  = densidade, *A* : área do orifício, *V* : volume da cavidade de Helmholtz, *L* comprimento, *x* deslocamento do ar

## Prática do oscilador forçado amortecido

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = F(t)$$



$$m = 100 \text{ g}$$
$$k = 3.9 \text{ N/m}$$
$$\gamma = 0.3 \text{ s}^{-1}$$



Frequência de ressonância e fator  $Q$  :

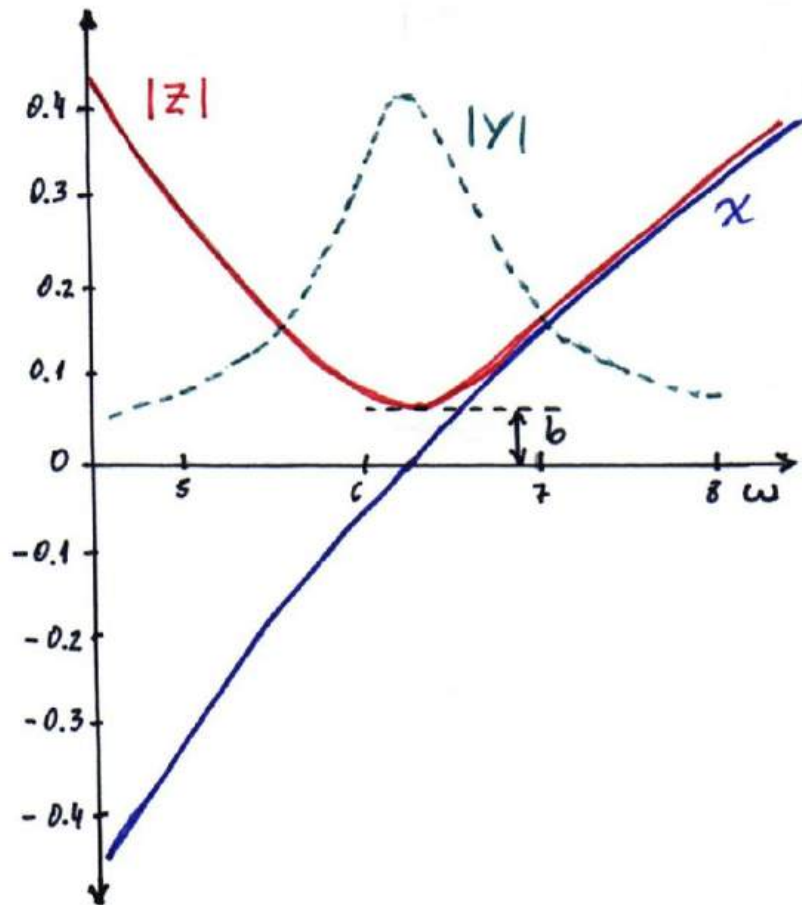
$$\omega = \sqrt{\omega_o^2 - 2\gamma^2} = 6.3 \text{ s}^{-1}$$

$$Q = \frac{m\omega_o}{2b} \approx 5$$

$$Q = \frac{\omega}{\Delta\omega} \approx 5$$

## Impedância e admitância do oscilador

$m = 0.1 \text{ kg}$ ,  $k = 3.9 \text{ N/m}$ ,  $b = 0.06 \text{ kg/s}$



Impedância mecânica:

$$|Z| = \sqrt{b^2 + (m\omega - k/\omega)^2}$$

Admitância mecânica:

$$Y = \frac{1}{Z} = \left( \frac{1}{b - i\chi} \right)$$

Em ressonância:  $|Z| = b$



Sistema acústico:

$$\rho L \frac{d^2 x}{dt^2} + R \frac{dx}{dt} + \frac{BA}{V} x = P(t)$$

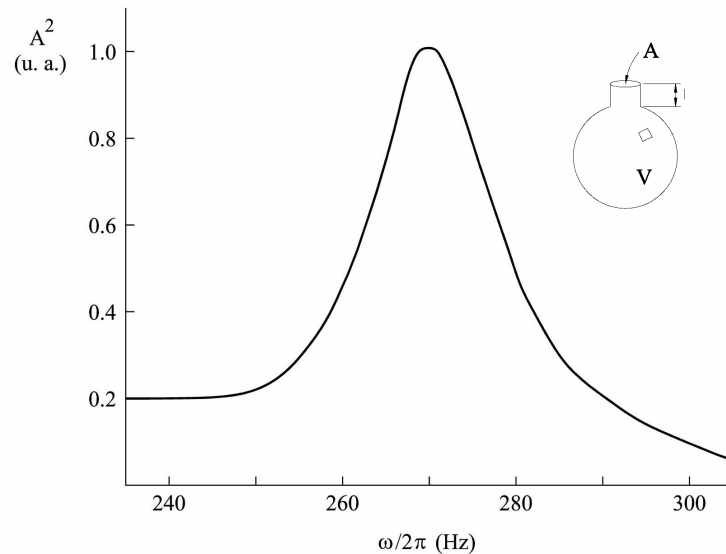
$$|Z| = \sqrt{R_A^2 + \left( \omega \frac{\rho l}{A} - \frac{B}{V\omega} \right)^2}$$

$$\omega_o = \sqrt{\frac{BA}{V\rho l}} = v_s \sqrt{\frac{A}{lV}}$$

$$Q = \frac{\omega_o \rho l}{AR_A} \approx \frac{2\omega_o \rho}{aR_A}$$

$B$  : bulk modulus ( $1.5 \times 10^5$  N/m<sup>2</sup> no ar),  $\rho$  = densidade do ar (1.2 kg/m<sup>3</sup>)  
 $A$  : área das  $f$ ,  $V$  : volume da cavidade do violino,  $L$  comprimento do tubinho ( $L \approx 1.8b$ ),  $x$  deslocamento do ar,  $R_A$  : resistência acústica e  $v_s$  : velocidade do som (342 m/s)

## A ressonância de Helmholtz de um violino



$$f = \frac{v}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{lV}}$$

As formas “ $f$ ” são aproximadas por elipses de área:  $A \approx \pi ab/4$

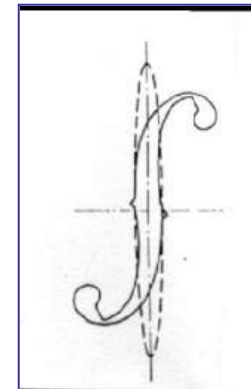
$$V \text{ (volume)} = 2400 \text{ cm}^3$$

$$a \text{ (elipse)} = 8.5 \text{ cm}$$

$$b \text{ (elipse)} = 0.5 \text{ cm}$$

$$l \text{ (altura)} \approx 1.8b$$

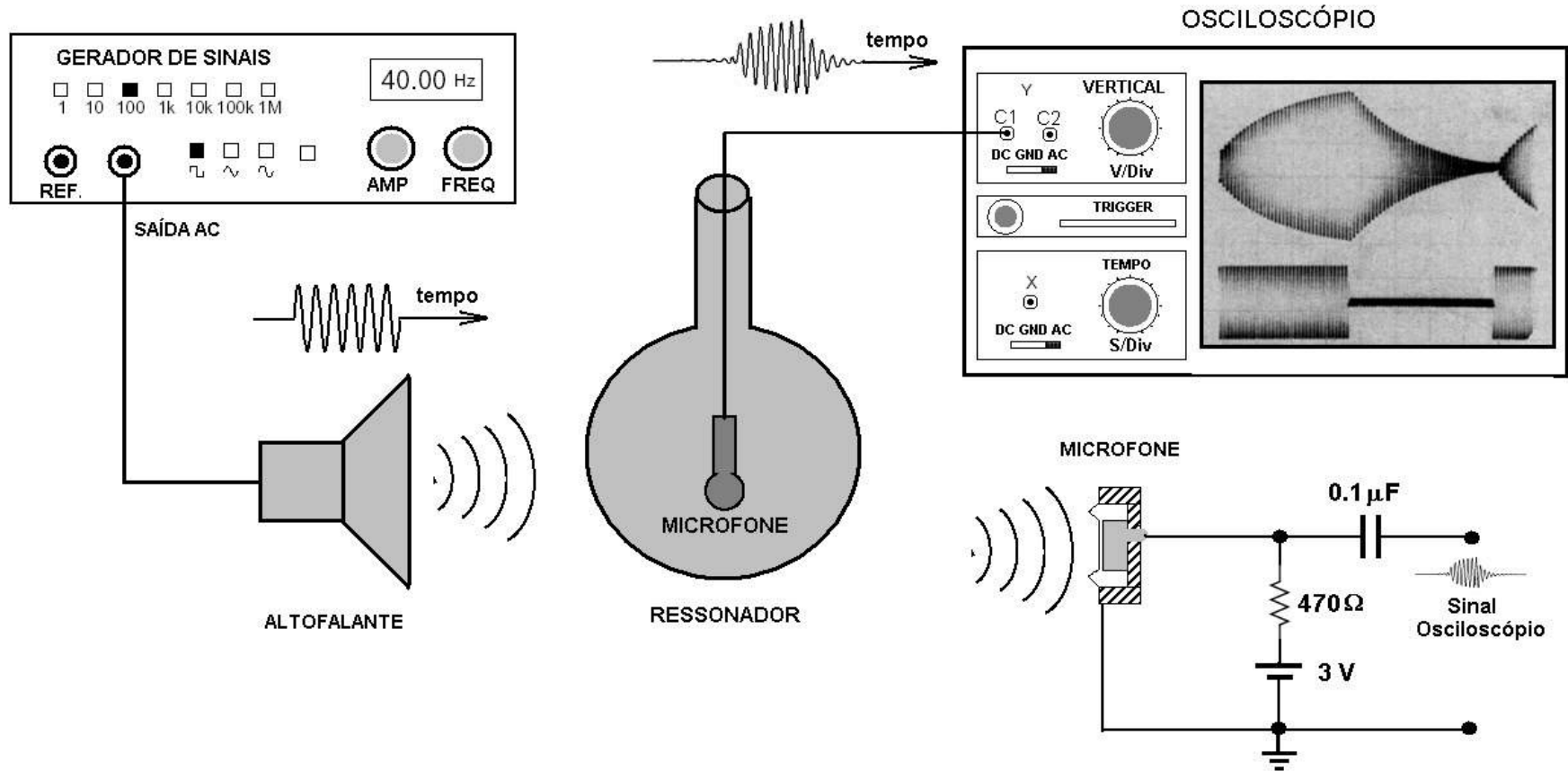
$$\Rightarrow f \approx 300 \text{ Hz}$$



Esta ressonância, identificada como o primeiro modo de vibração do ar  $A_0$

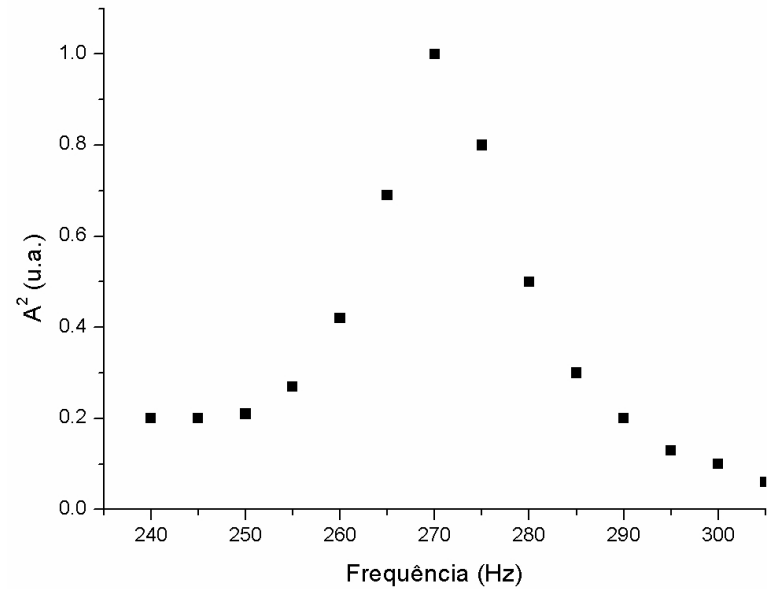
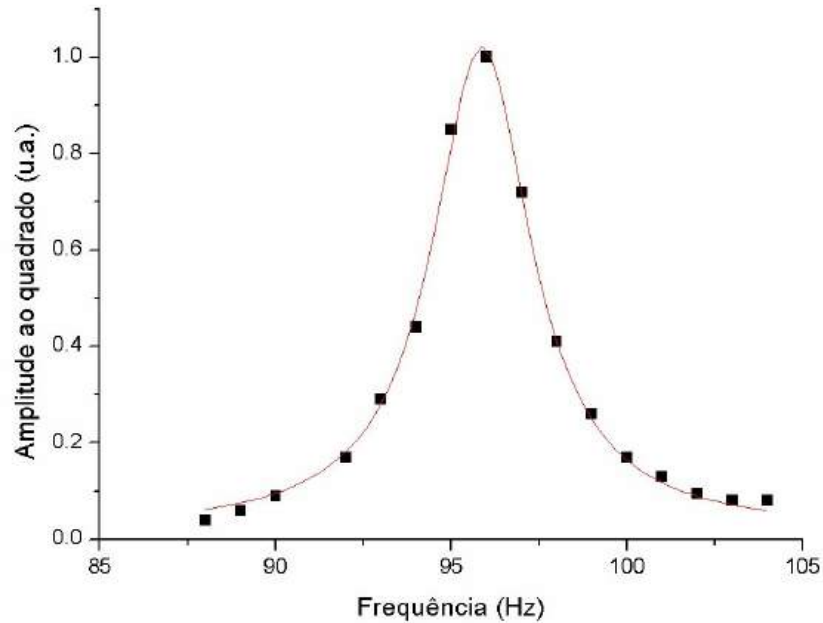
*American Journal of Physics* **47**, 201 (1979) e **61**, 415 (1993)

# Montagem experimental para medir a frequência de ressonância de uma cavidade



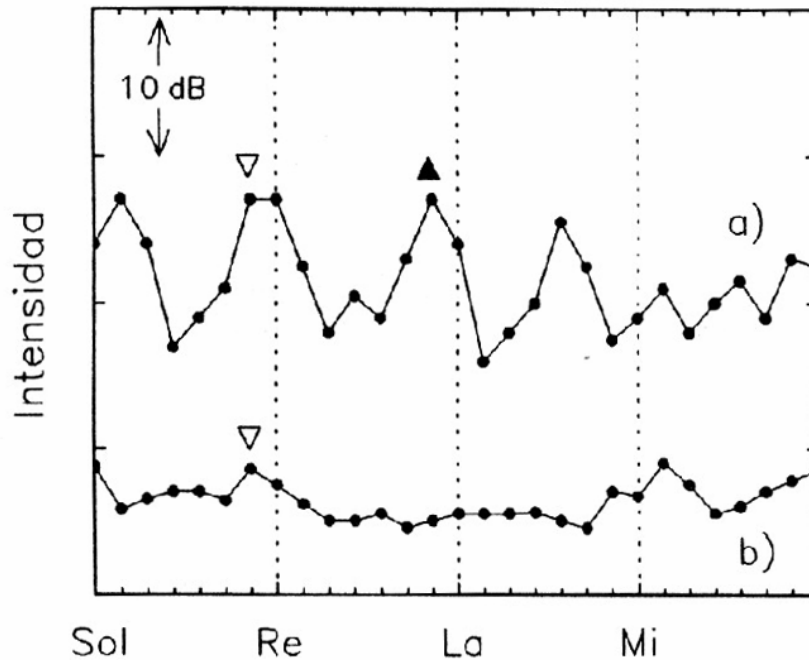
Function Generator BK-Precision (model 3026)  
Digital Oscilloscope Tektronix 60 MHz (TDS 210)

## Ressonância de Helmholtz de um violino e um cello



	Corda 1	Corda 2	Corda 3	Corda 4	$A_0$	$Q$
Violino	Sol <sub>3</sub> 196.0 Hz	Re <sub>4</sub> 293.7 Hz	La <sub>4</sub> 440 Hz	Mi <sub>5</sub> 659.3 Hz	275 Hz	13
Cello	Do <sub>2</sub> 65.4 Hz	Sol <sub>2</sub> 95 Hz	Re <sub>3</sub> 146.8	La <sub>3</sub> 220 Hz	95 Hz	26

## Ressonâncias da caixa



Curvas de intensidade do som emitido por um Stradivarius de 1713 e de um violino de baixa qualidade. A intensidade do primeiro é 10 a 20 dB maior que o segundo.

A caixa do violino, como todo corpo sólido, têm frequências naturais de vibração:

- 1- a *Ressonância principal da madeira* (RPM).
- 2- a *Ressonância principal do ar* (RPA).

Num bom instrumento, RPM e RPA coincidem com as nota das cordas centrais: **Re**, **Lá**

## Modos vibracionais do violino

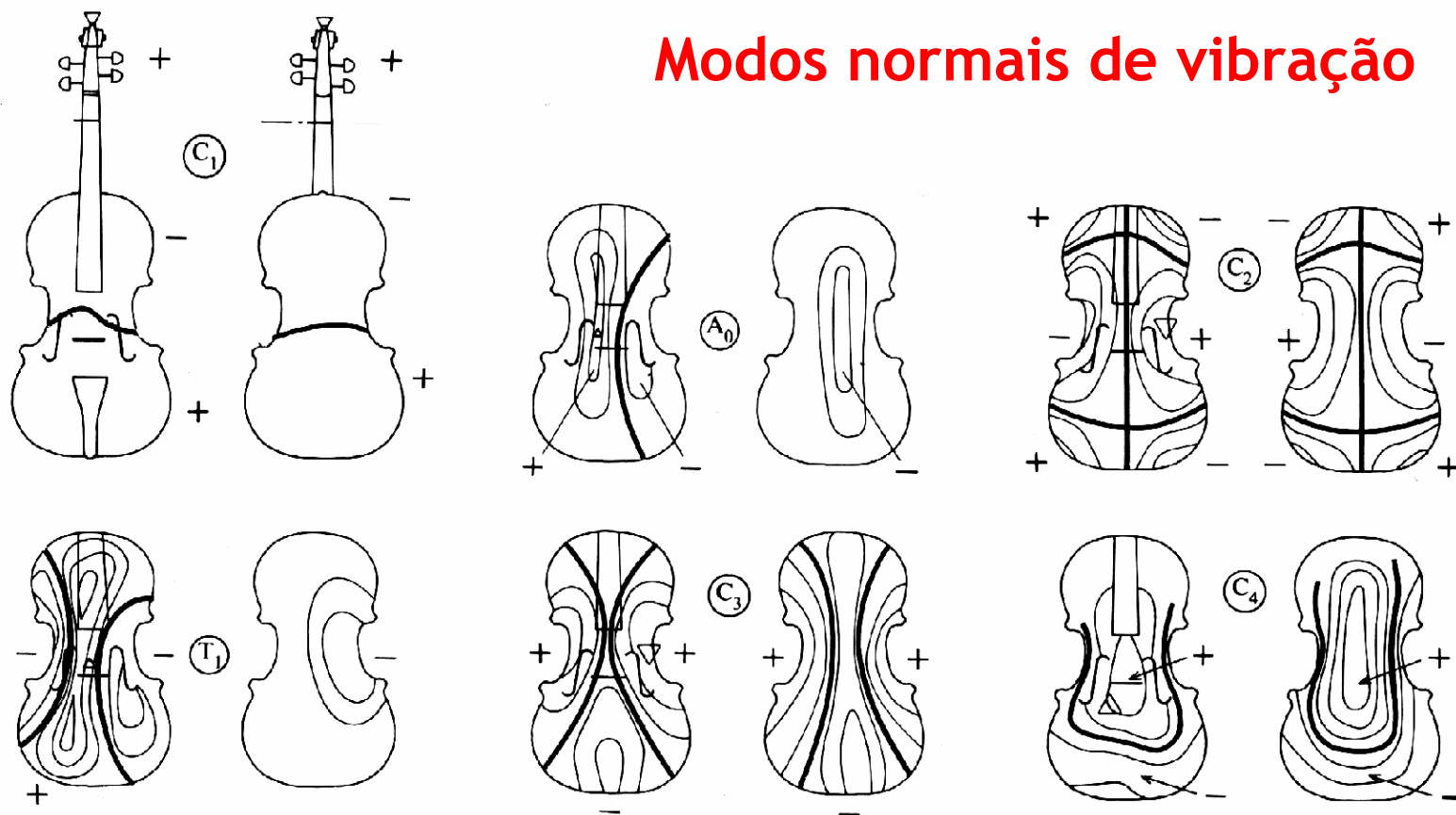
Os modos normais de vibração envolvem movimentos acoplados dos tampos superior e inferior, e do ar encerrado nele:

**Modos do ar.** O modo  $A_0$  resulta do movimento do ar pelas “ $f$ ”, gerando um *breathing mode*.

Os **modos do corpo**:  $C_n$ . No modo mais baixo ( $C_1$ ) o violino vibra num modo semelhante ao de uma barra livre. Nos três modos seguintes, em 405, 530 e 690 Hz, rotulados  $C_2$ ,  $C_3$  e  $C_4$ , os tampos se movem em fase. Nos bons violinos o modo  $C_3$  é o principal parâmetro da resposta de baixas frequências.

**Modos dos tampos**: o modo  $T_1$  é um modo de vibração do tampo superior e também envolve o movimento do ar pelas “ $f$ ”. A vibração é assimétrica por causa da alma do violino, que está localizada numa linha nodal de  $T_1$  e num nó de  $A_1$ .

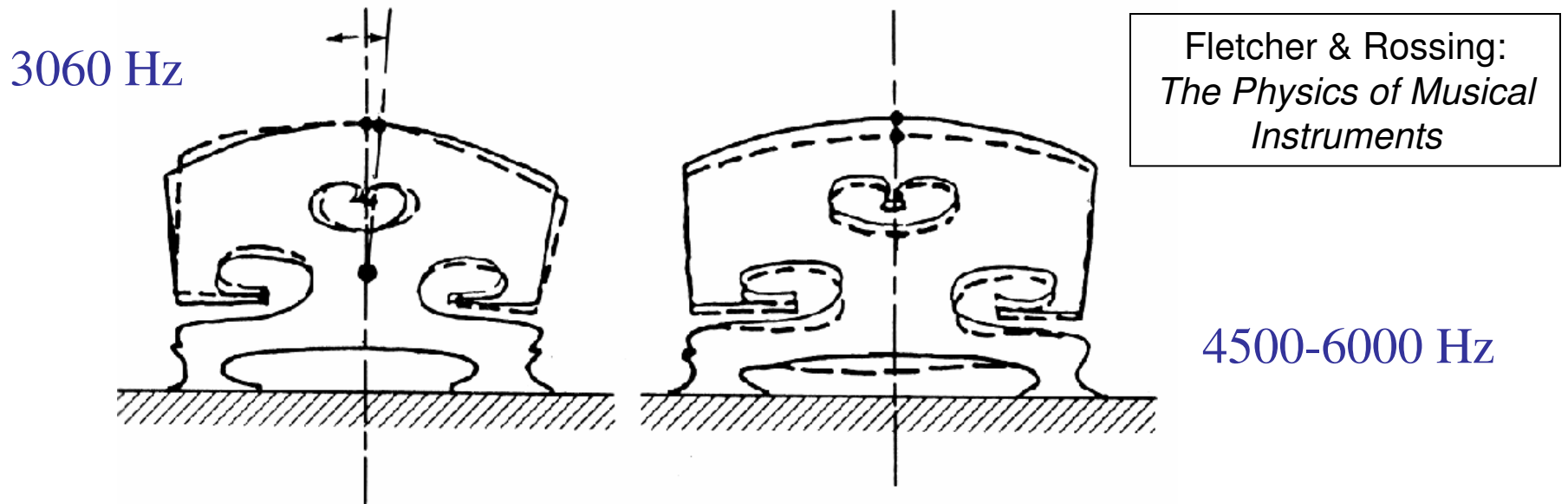
## Modos normais de vibração



A <sub>0</sub>	First air mode *	275 Hz	A <sub>1</sub>	2nd air resonance *	460 Hz
C <sub>1</sub>	One-dim. bending	185 Hz	T <sub>1</sub>	Motion top plate *	460 Hz
C <sub>2</sub>	Two-dim. flexure	405 Hz	C <sub>3</sub>	Two-dim flexure *	530 Hz

*Journal Acoustical Soc. America* 95, 1100 (1994), 100, 1168 (1996), 107, 3452 (2000)

## Modos de vibração do cavalete



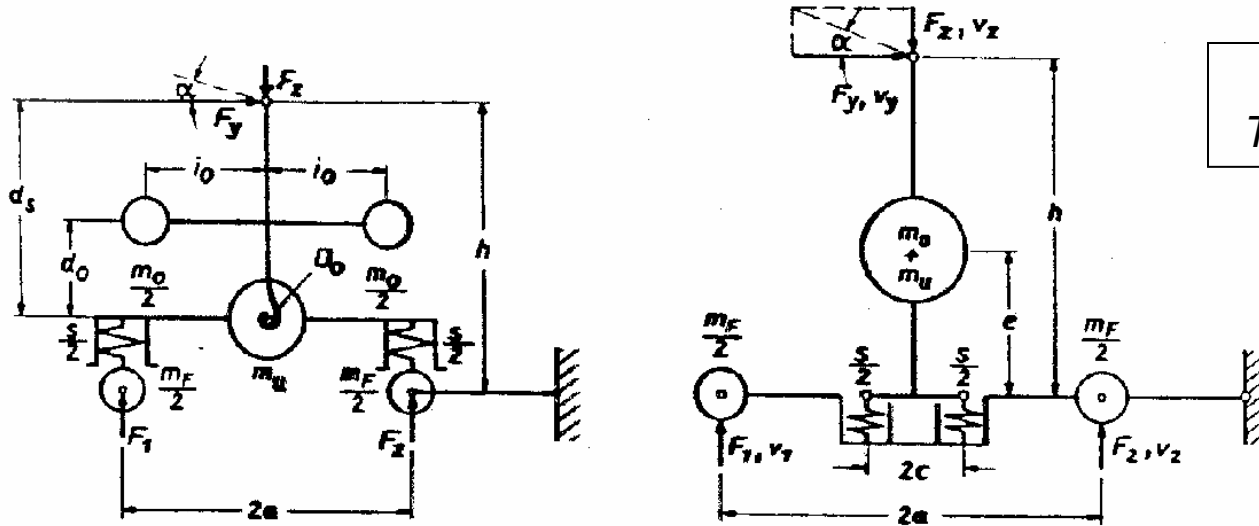
A ressonância mais baixa é devida a oscilação no plano ( $x,y$ ) e também as oscilações perpendiculares ao plano: *bending* em torno do eixo  $y$  e *twisting* em torno de  $x$ .

A ressonância em alta frequência se deve a movimentos simétricos verticais (*up*, *down*).

Estas frequências são muito sensíveis à massa e à forma do cavalete.



## Modelos mecânicos da vibração do cavalete



Lothar Cremer:  
*The Physics of the violin*

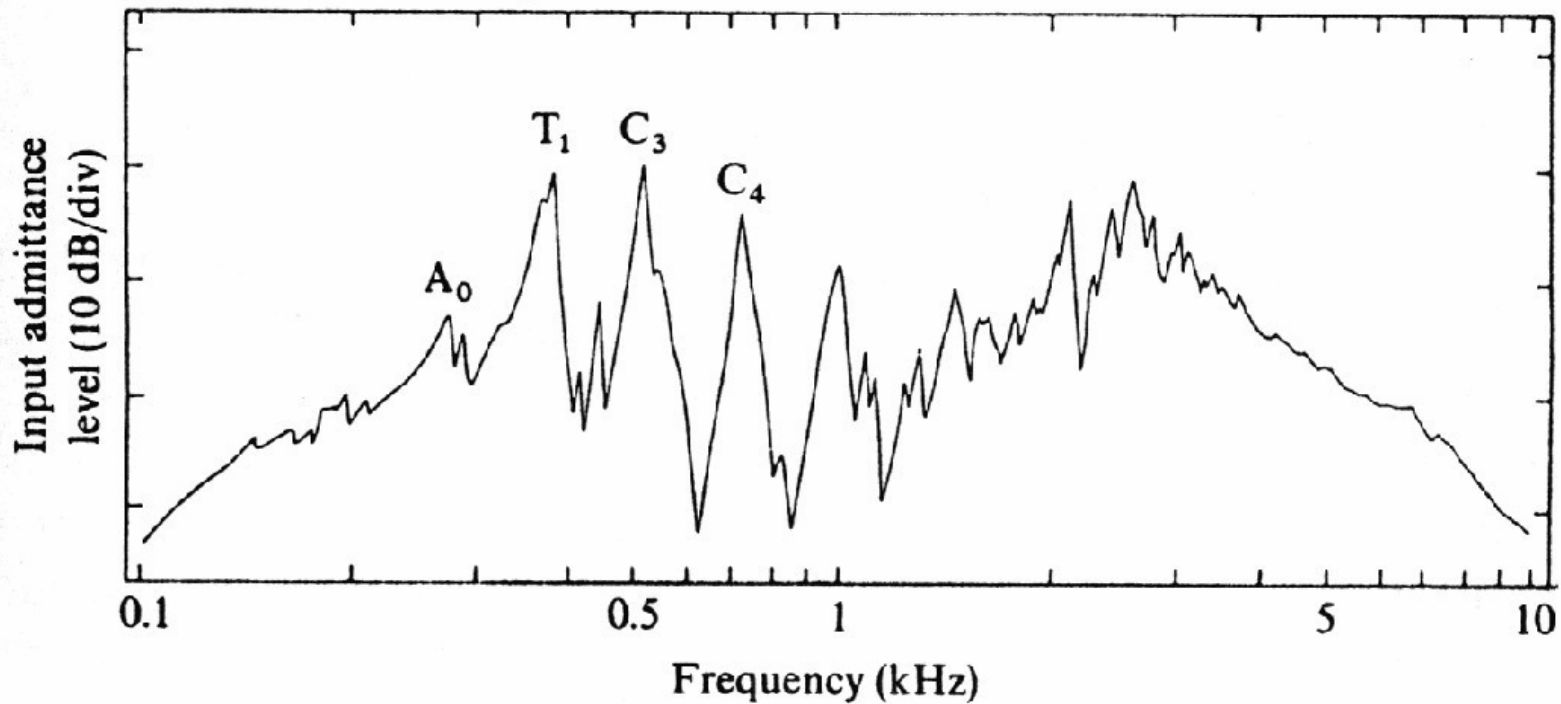
Os modelos envolvem osciladores massa - mola e osciladores de torção

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_o + m_u}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m_o (i_o^2 + d_o^2)}}$$

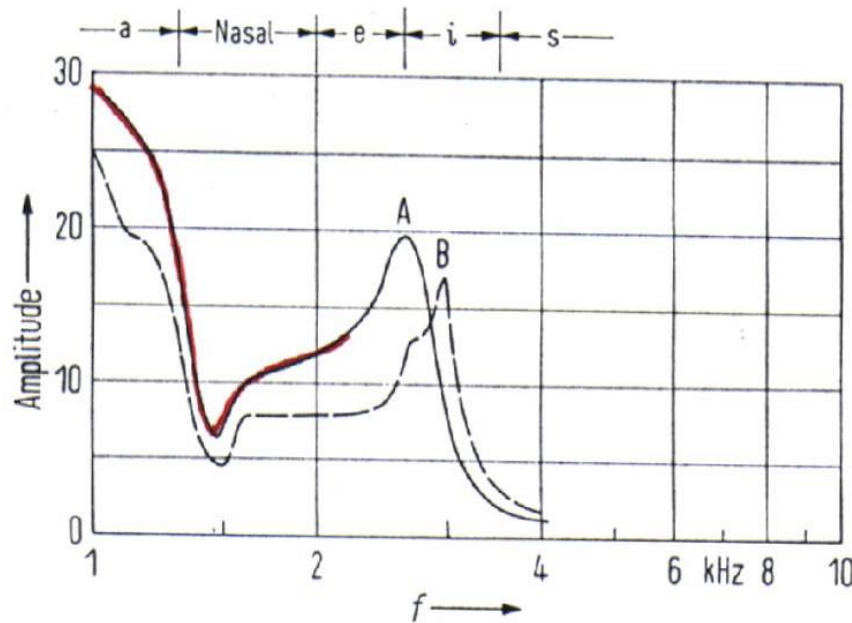
onde  $k$  é a constante da mola,  $D$  a constante do oscilador de torção,  $d_o$  a distância da massa concentrada e  $i_o$  o raio de inércia de massa da parte superior  $m_o$ .

## Resposta Acústica de um violino *Guarneri del Gesu*



Resposta acústica de um *Guarneri*, mostrando a ressonância do ar ( $A_0$ ), as do corpo ( $C_3$  e  $C_4$ ), uma do tampo superior ( $T_1$ ) e as ressonâncias em torno de 2.5 KHz, do cavalete (*bridge hill*).

Fletcher & Rossing: *The Physics of Musical Instruments*

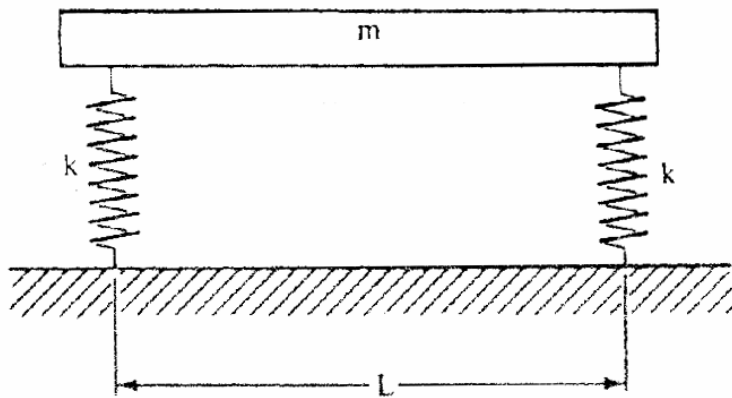


## O cavalete como filtro acústico “passa - baixas”

$f \leq 1300$  Hz: som cheio, muito valorizado no instrumento

1300 - 1800 Hz: som nasal, indesejável

$f \geq 1800$  Hz som brilhante, claro



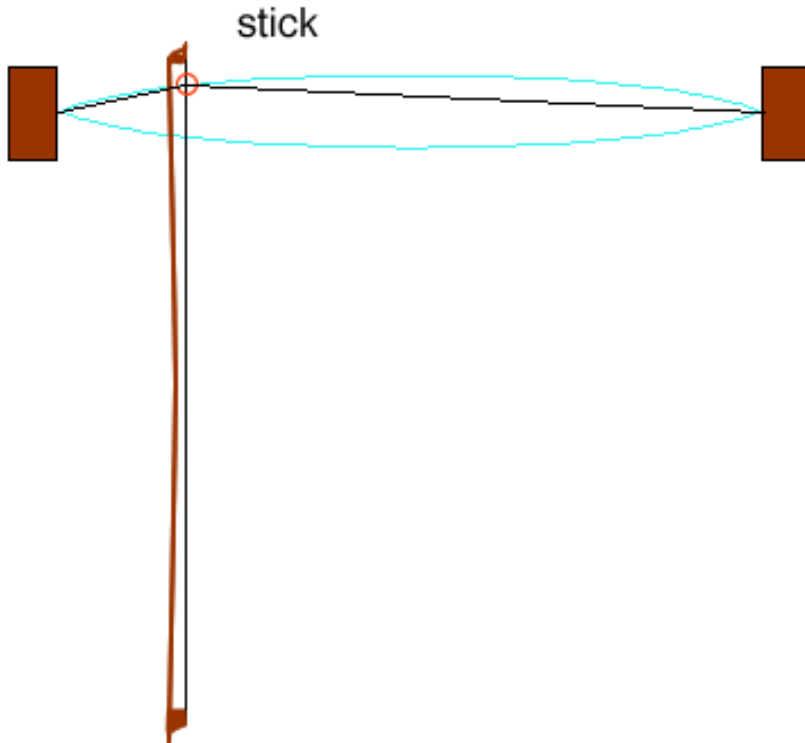
Utilizando o modelo mecânico ao lado, e fazendo uma analogia com um filtro *RL* “passa baixas”, a frequência de corte é:

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{3b}{m} \right)$$

$$m = 1.65 \text{ g}, b = 4.5 \text{ kg/s} \Rightarrow f_c \approx 1.3 \text{ kHz}$$

Hacklinger, *Acustica* 39, 323 (1978); Bissinger, *J. Acoustical Soc. Amer.* 120, 482 (2006)

## Helmholtz motion

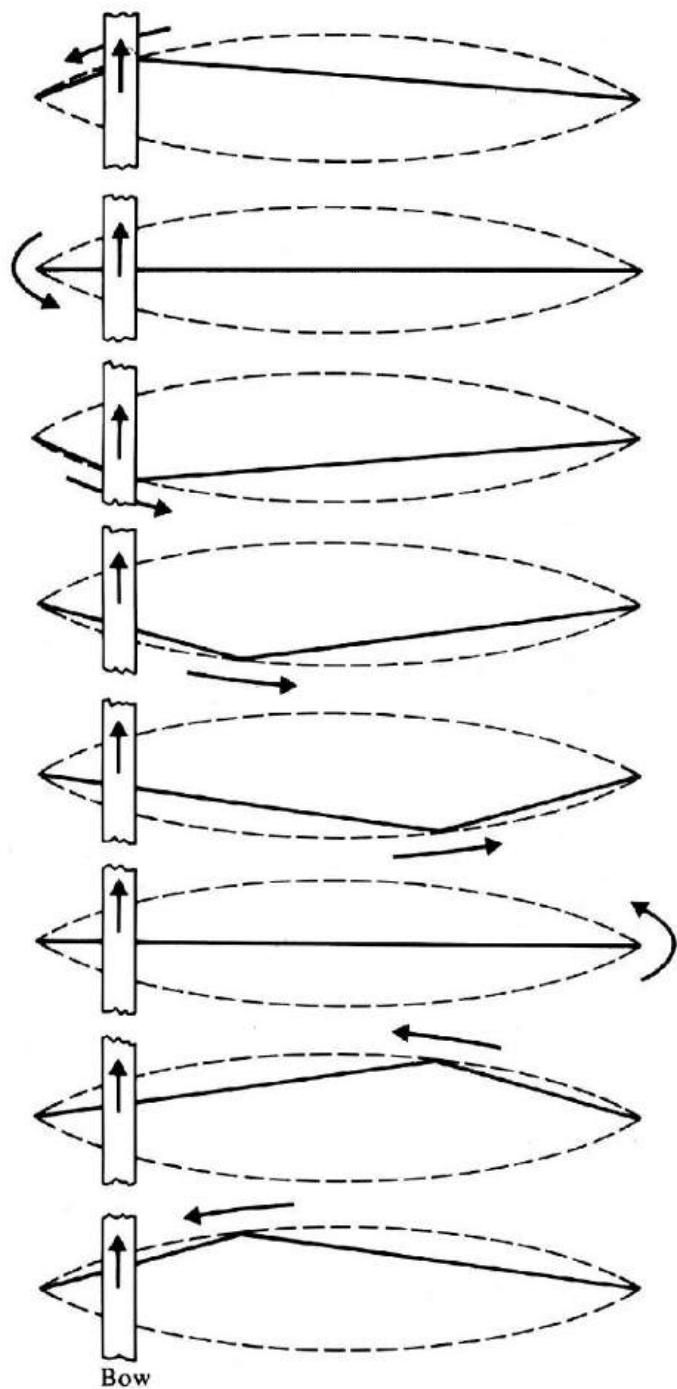


*Animação:*

**Heidi Hereth**

Univ. New South Wales, Australia

[www.phys.unsw.edu.au/music/violin](http://www.phys.unsw.edu.au/music/violin)



## Vibração que o arco produz na corda (*bowed string*)

(a) Helmholtz mostrou que a vibração que o arco produz na corda é muito diferente da vibração senoidal observada nas cordas estacionárias.

(d) A **descontinuidade** (*kink*) criada, com forma de v, se desloca na corda, refletindo-se na extremidade. Quando a corda volta ser “capturada” pelo arco, recomeça o ciclo.

(g) A forma de onda de tipo *dente de serra* produz um **espectro de som rico em harmônicos**.

(h) Fletcher & Rossing: *Physics of Musical Instruments*

# Oscilação de Helmholtz

Arcada “para cima”:

$L$  : comprimento da corda

$D$  : posição do ponto  $Q$  na corda

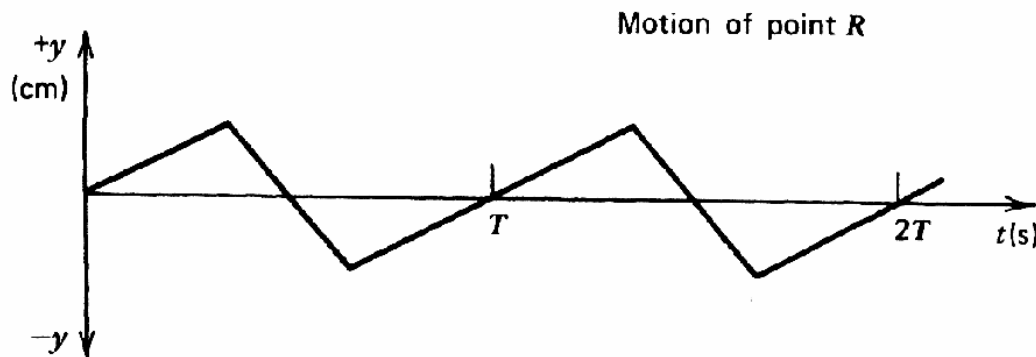
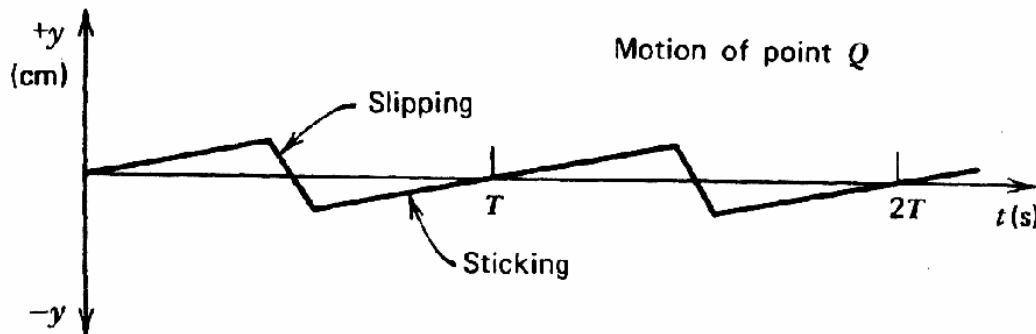
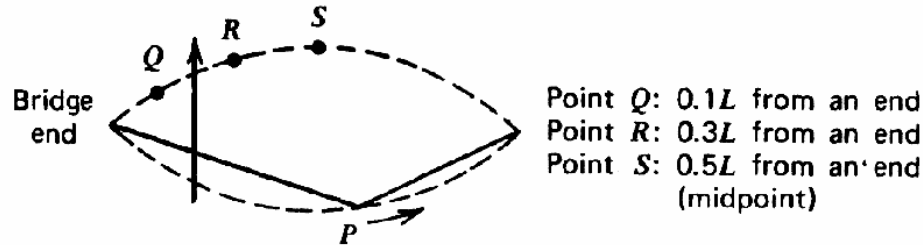
$T_f$  e  $T_R$  : tempo para o ponto  $Q$  descer (slipping) ou subir (sticking)

$$\frac{T_F}{T_R} = \frac{D}{L - D}$$

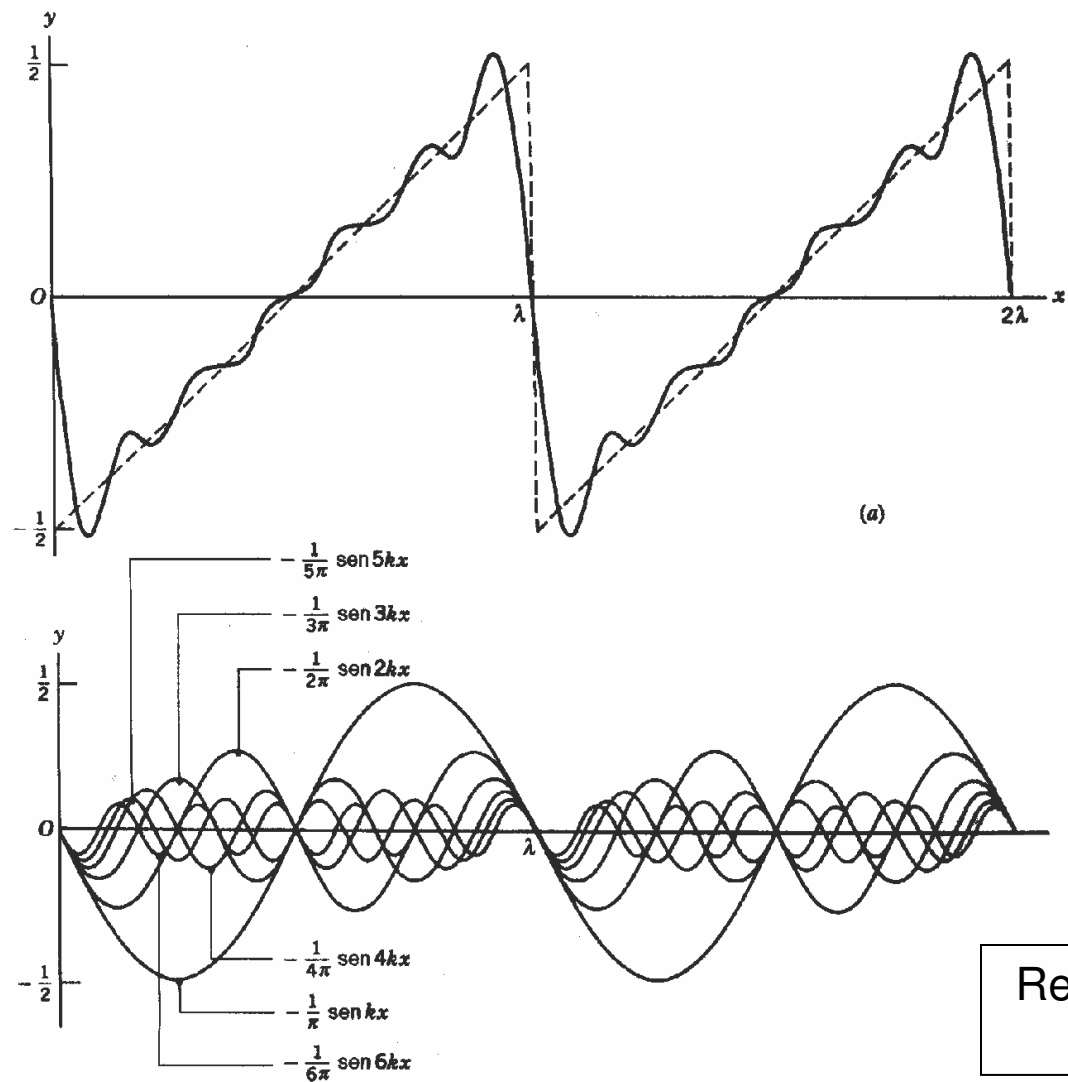
Se  $D \approx L/20$  e como  $T_R + T_F = T$

$$\Rightarrow T_R = 0.95 T$$

$\Rightarrow$  Este resultado indica que 95% de cada período a corda esta subindo, e no outro 5% esta descendo



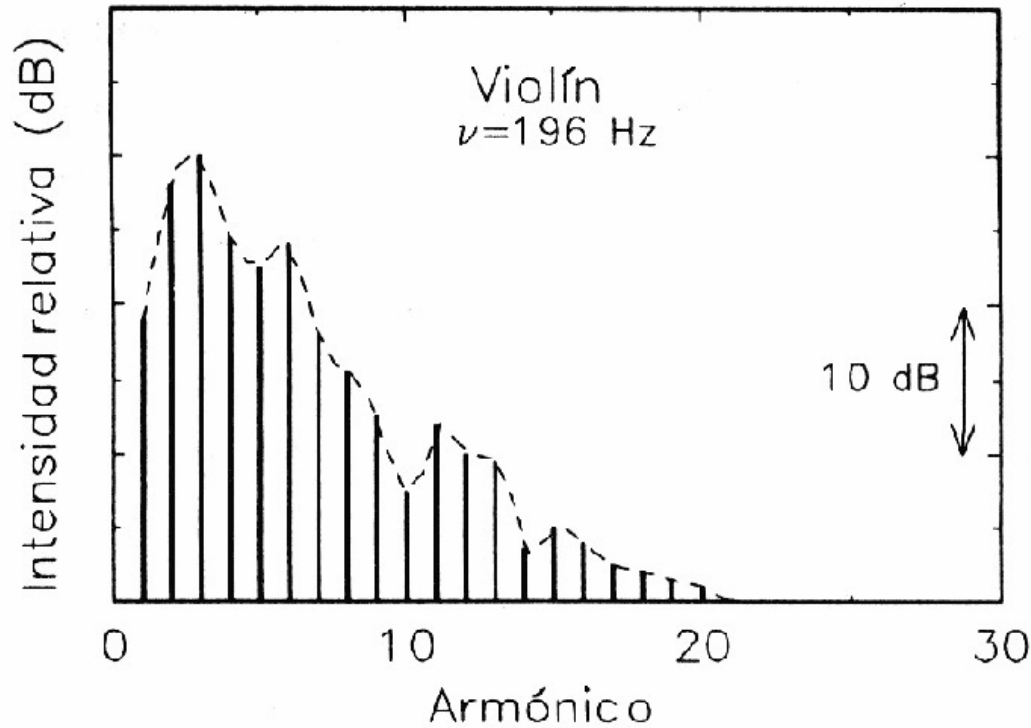
J.S. Rigden, Physics and the Sound of Music (1985)



Resnick, Halliday, Krane:  
*Física 2*

Forma de onda “*dente de serra*” que produz um espectro de som rico em harmônicos

## Análise espectral de um violino tocando a corda Sol



Espectro sonoro da nota Sol<sub>3</sub> (196 Hz)

A figura mostra a intensidade relativa dos harmônicos obtidos ao tocar a nota Sol (primeira corda do violino).

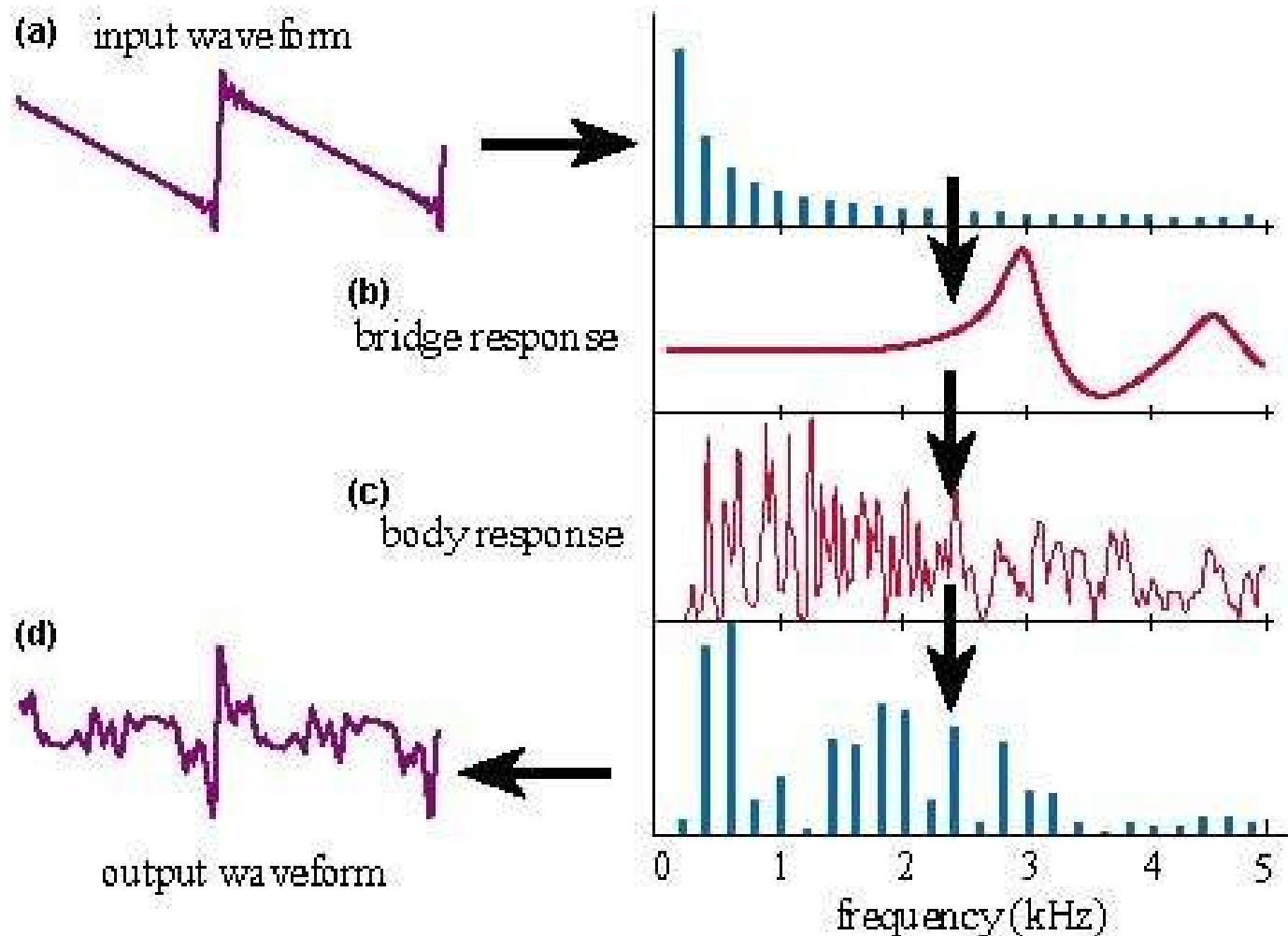
O espectro revela a presença de cerca de 15 harmônicos intensos.

Sons com muitos harmônicos soam *cheios* e musicalmente mais ricos.

Massmann & Ferrer: *Instrumentos Musicales* (Dolmen, 1993)



O som do violino resulta da forma de onda originada pela excitação das cordas pelo arco, influenciada pelas vibrações e ressonâncias do corpo do violino, seus tampos e o cavalete:



C. Gough, *Science and the Stradivarius*, Physics World (April 2000)

## O arco do violino



O arco do violino é feito de fios de crinas de cavalo (cerca de 200).

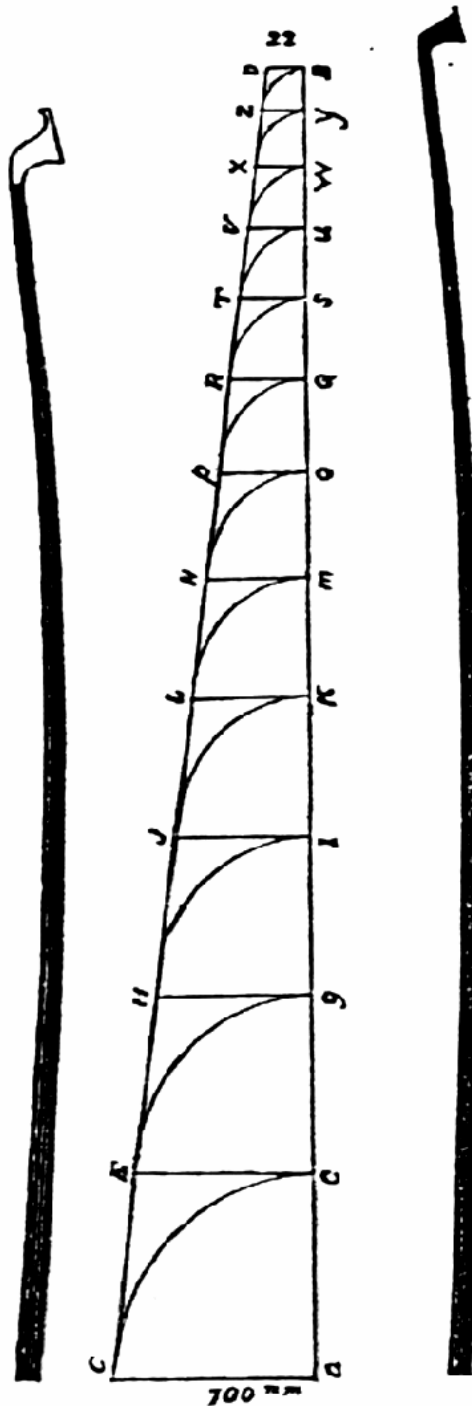
As crinas são tensionadas com ajuda de um parafuso localizado no talão do arco.

## O arco do violino

Originalmente de curvatura convexa, o arco passou por uma silhueta quase retilínea até a incorporação da forma atual.

François Tourte (1747-1835) vergou a madeira do arco em sentido contrário, de forma que a tensão das crinas se mantém inalterada quando o executante pressiona o arco contra as cordas.

O mesmo Tourte foi o responsável pela escolha da madeira, o pau-brasil ou *Pernambuco*, que combina atributos físicos como rigidez, flexibilidade e a capacidade de manter a curvatura.



A. Bachmann: *Encyclopedia of the violin* (1966)

## O arco do violino

Edenise Segala Alves, pesquisadora do Inst. de Botânica de São Paulo coordena os estudos de madeiras que servem de matéria-prima para a fabricação de arcos.



Daniel R. Lombardi, arqueteiro do bairro Perdizes, São Paulo  
[www.lombardiarcos.com](http://www.lombardiarcos.com)



Revista *Pesquisa* (Fapesp, Fev. 2003)

## Madeiras utilizadas na fabricação de arcos para instrumentos de corda: aspectos anatômicos

Veronica Angyalossy<sup>1</sup>, Erika Amano<sup>1</sup> e Edenise Segala Alves<sup>2,3</sup>

**RESUMO** – (Madeiras utilizadas na fabricação de arcos para instrumentos de corda: aspectos anatômicos). A madeira de pau-brasil (*Caesalpinia echinata* Lam.) é mundialmente empregada na confecção de arcos para instrumentos de corda, uma vez que apresenta características únicas de ressonância, densidade, durabilidade, beleza, entre outras qualidades, que a tornam ideal para tal uso. Diferentes amostras de pau-brasil, contudo, fornecem arcos com qualidades distintas. No comércio nacional outras madeiras estão sendo empregadas na produção de arcos. Realizou-se, neste estudo, uma análise qualitativa e quantitativa de diferentes amostras de pau-brasil com o objetivo de apontar diferenças na estrutura da madeira que possam contribuir para o entendimento das causas da variação na qualidade do arco, além da análise de outras espécies objetivando determinar, do ponto de vista estrutural, semelhanças ou diferenças com o pau-brasil. Conclui-se que variações no diâmetro dos vasos, distribuição e quantidade de parênquima axial e orientação dos elementos axiais e radiais são parâmetros que devem ser considerados quando se busca determinar as causas das diferenças na qualidade dos arcos de pau-brasil. Constatou-se que arcos de boa qualidade apresentam grã linheira e textura fina. Esta última característica decorre da menor proporção de vasos cujo diâmetro é reduzido, raios homogêneos e fibras com paredes espessas e/ou muito espessas. Assim, a relação entre a estrutura e a qualidade do arco está diretamente relacionada com as dimensões, a distribuição e a proporção das células do lenho.



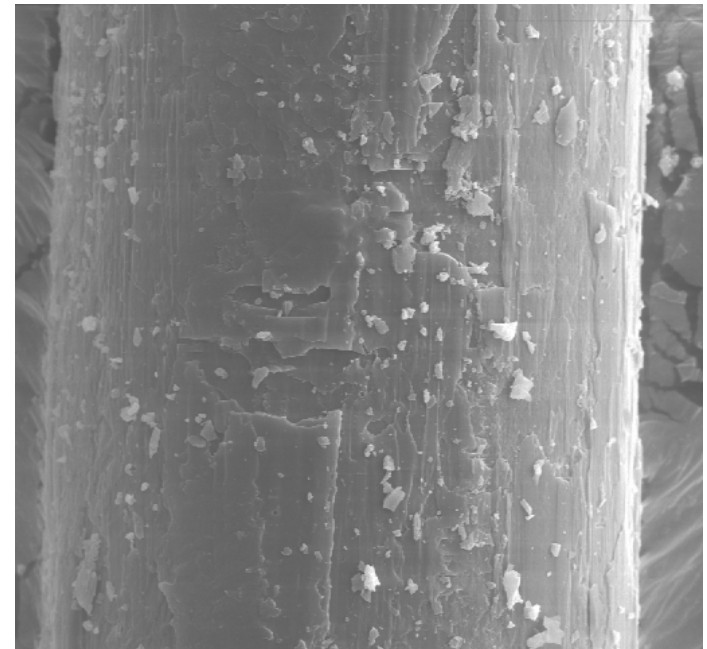
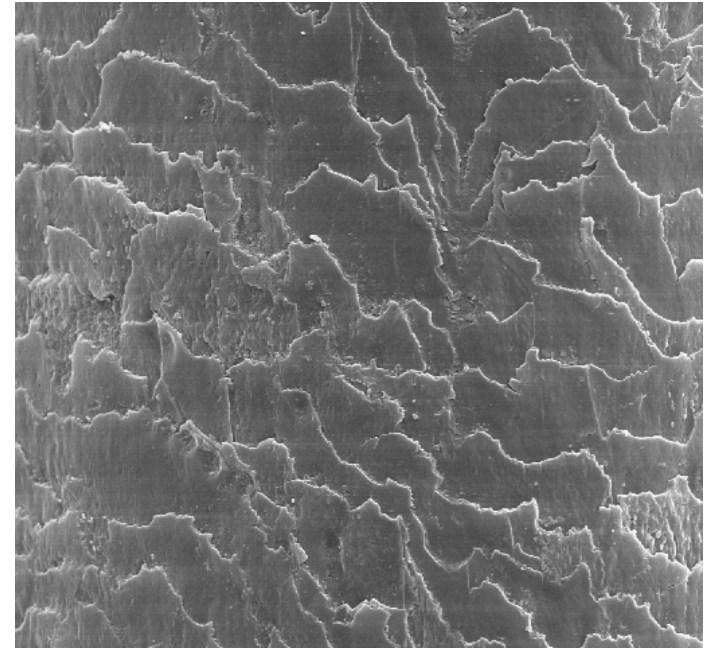
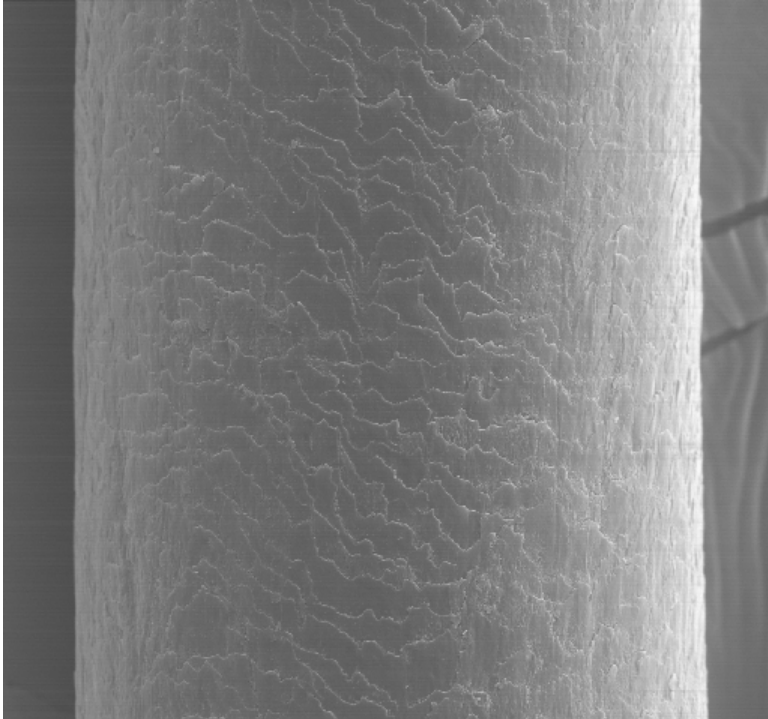
(3) *Caesalpinia echinata* (**pau-brasil**)

(9) *Manikara elata* (**maçaranduba**)

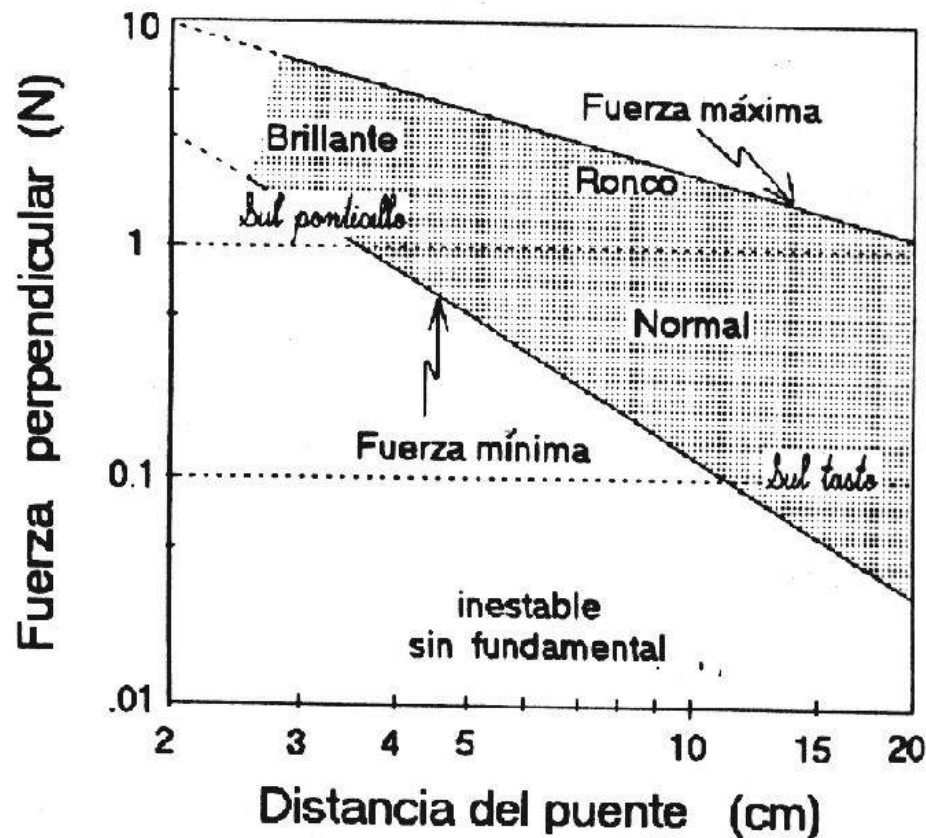


Artigo disponível em: [www.scielo.br](http://www.scielo.br)

## Crina do arco (com e sem breu)



Digital Scanning Microscope Zeiss,  
Ampliação: 400×, 1000× e 450×  
Diâmetro da crina:  $160 \pm 10 \mu\text{m}$   
Lab. Microscopia Eletrônica, IFSC/USP  
Operador: *Nelson Jose Heraldo Gallo*



## Diagrama de Schelleng

O diagrama indica o tipo de som gerado ao passar um arco a  $v = 20 \text{ cm/s}$  sobre a corda Lá de um cello. O som do instrumento depende da força do arco sobre as cordas e a distância ao cavalete.

Se o arco é aplicado a uma distância  $\beta L$  do cavalete, onde  $L$  é o comprimento da corda, a força máxima é proporcional a  $(1/\beta)$  enquanto a força mínima é proporcional a  $(1/\beta^2)$ . Estas duas condições podem ser combinadas num gráfico, definindo assim a região onde ocorre o movimento de Helmholtz.

J. Acoustical Society of America **53**, 26 (1973);  
 Massmann & Ferrer: *Instrumentos Musicales* (Dolmen, 1993)

## A transferência de energia no instrumento

Consideremos a interface entre a corda ( $Z_1$ ) e o cavalete ( $Z_2$ )

$$\text{Energia transmitida: } \frac{4Z_1Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} \quad \text{Energia refletida: } \left( \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2$$

Quando uma onda incide sobre a interface de um outro meio, ela se transmitirá eficientemente se as impedâncias dos dois meios forem semelhantes ( $Z_1 \approx Z_2$ , *impedance matching*)

No violino, se  $Z_1 \approx Z_2$  toda a energia será transferida da corda ao cavalete e praticamente nada será refletida pelo cavalete. Mas, sem essas reflexões, não se gera uma onda estacionária na corda.

Como a razão entre as impedâncias (aço e madeira) é  $Z_1 : Z_2 \approx 16:1$  aproximadamente 20% da energia da arcada será transmitida

Segundo Lothar Cremer (*The Physics of the violin*), o corpo do violino remove, em cada ciclo, 10% da energia armazenada da corda.



## Eficiência da conversão da energia

Quando um violinista puxa o arco ( $m \approx 60$  g) sobre as cordas, o esforço que ele faz é da ordem de  $0.5$  N

Se a velocidade da arcada for  $\sim 0.5$  m/s, então  $P = Fv \approx 0.25$  W

Um ouvinte a  $3$  m do instrumento percebe um som de  $76$  dB  
→ Nível de intensidade:  $I \approx 4 \times 10^{-5}$  W/m<sup>2</sup>

Admitindo uma irradiação sonora uniforme em todas as direções:

→  $P \approx (4\pi r^2)I = 13$  mW

Assim, a eficiência da conversão da energia mecânica da arcada em energia sonora é superior a  $5\%$

## Afinação do violino



**Afinador eletrônico:** resolução 1 Hz

Sensibilidade do **ouvido** para diferenciar dois sons de frequências diferentes: 0.3%

(Para o Lá-440 Hz, isso é **2 - 3 Hz**)

**Microafinador do violino:**

Parafuso micrométrico, de 0.8 mm de diâmetro, ligado a um ganchinho que puxa (ou afrouxa) a corda do violino, aumentando (ou diminuindo) a sua frequência de vibração.

Uma volta do parafuso altera a frequência em **~ 7 Hz**.

## Afinação do violino

As cordas do violino são afinadas em quintas sucessivas:

$$\left(\frac{f_1}{f_2}\right) = \frac{3}{2}$$

Sol<sub>3</sub> (G<sub>3</sub>) : 196 Hz

Re<sub>4</sub> (D<sub>4</sub>) : 293.66 Hz

$$\left(\frac{Mi}{La}\right) = \left(\frac{La}{Re}\right) = \left(\frac{Re}{Sol}\right) = 1.498$$

Lá<sub>4</sub> (A<sub>4</sub>) : 440 Hz

Mi<sub>5</sub> (E<sub>5</sub>) : 659.26 Hz

Para afinar o violino, o executante afina primeiro a corda Lá e depois toca duas cordas vizinhas prestando atenção aos batimentos.

Se ele tocar simultaneamente as cordas Lá e Mi, por exemplo, ocorrerá batimento entre o terceiro harmônico do Lá e o segundo harmônico do Mi:

$$3 \times 440 = 1320 \text{ Hz}$$

$$2 \times 659.26 = 1318.5 \text{ Hz}$$

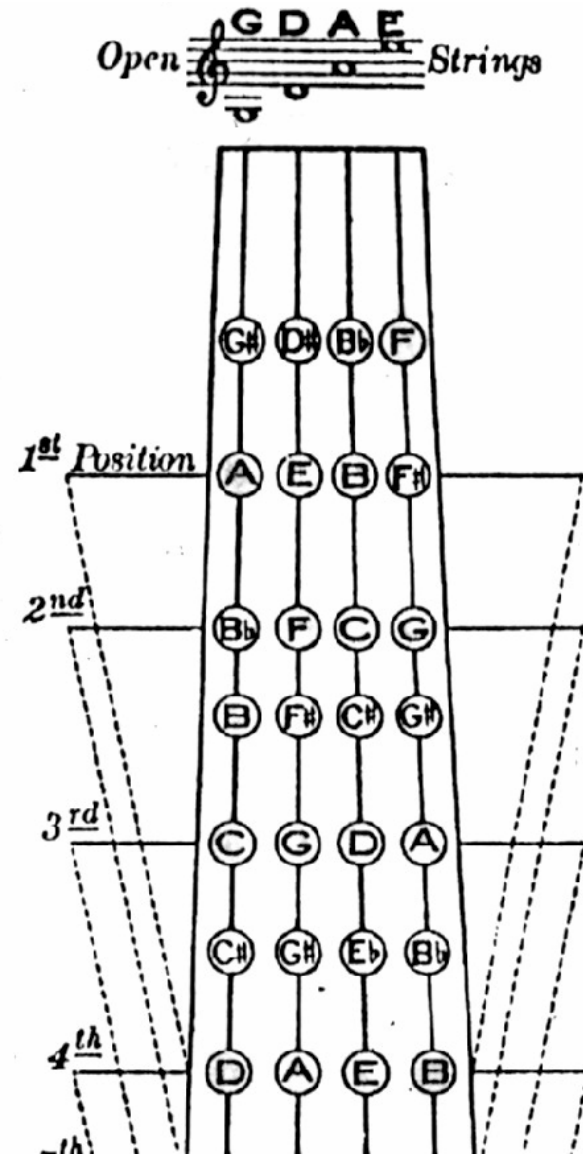
Fa	174,61	185,00
Sol	196,00	207,65
La	220,00	233,08
Si	246,94	
Do	261,63	277,18
Re	293,66	311,13
Mi	329,63	
Fa	349,23	369,99
Sol	392,00	415,30
La	440,00	466,16
Si	493,88	
Do	523,25	554,37
Re	587,33	622,25
Mi	659,26	
Fa	698,46	739,99
Sol	783,99	830,61
La	880,00	932,33
Si	987,77	
Do	1.046,5	1.108,7
Re	1.174,7	

A freqüência de uma corda tensionada é dada por:

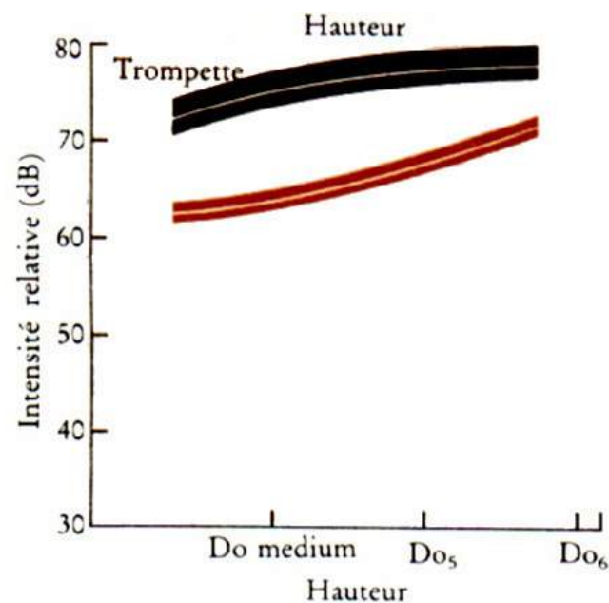
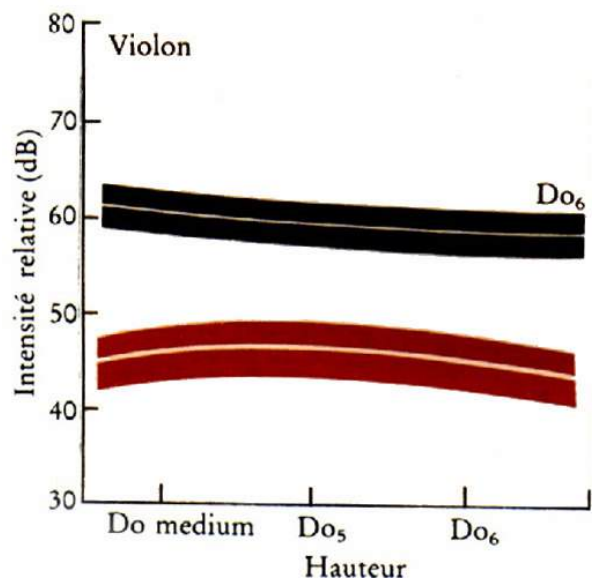
$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

para tocar notas mais altas na mesma corda precisamos diminuir o comprimento  $L$  da corda.

## Dedilhado das notas



## Intensidade dos violinos em relação aos metais



Scientific American  
231, 78 (1974)

De quantos violinos precisamos para “balancear” os metais?

Nível de Som:  $SL = 10 \log \left( \frac{I}{I_o} \right)$

$SL_1$  (violino)  $\approx 55$  dB

$SL_2$  (metais)  $\approx 70$  dB

Se  $I_1$  é a intensidade do som de um violino, a de  $n$  violinos será  $nI_1$ , então

$$SL_2 - SL_1 = 10 \log(nI_1/I_1) = 10 \log(n) \Rightarrow n \approx 32$$

## Pesquisas recentes em acústica de violinos



### Pesquisadores ativos:

G. Bissinger (North Carolina, EUA)

Erik Jansson (Estocolmo)

Jim Woodhouse (Cambridge)

Lothar Cremer (Berlin)

Collin Gough (Birmingham, UK)

Xavier Boutillon (Paris)

John McLennan (Sidney, Australia)

Akihiro Matsutani (Japon)

G. Weinreich (EUA)

### Sociedades:

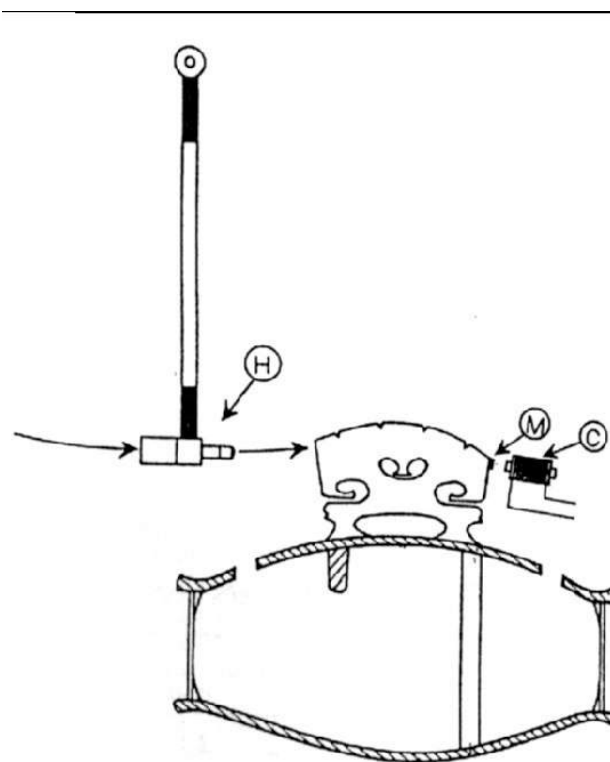
*Acustical Society of America* **1963**, *Catgut Acoustical Society* **1963**

Table I. Investigated violins. The authenticity of violin Nr. 17 (Pasta) is uncertain. Question-marks (?) indicate uncertainty in definite date.

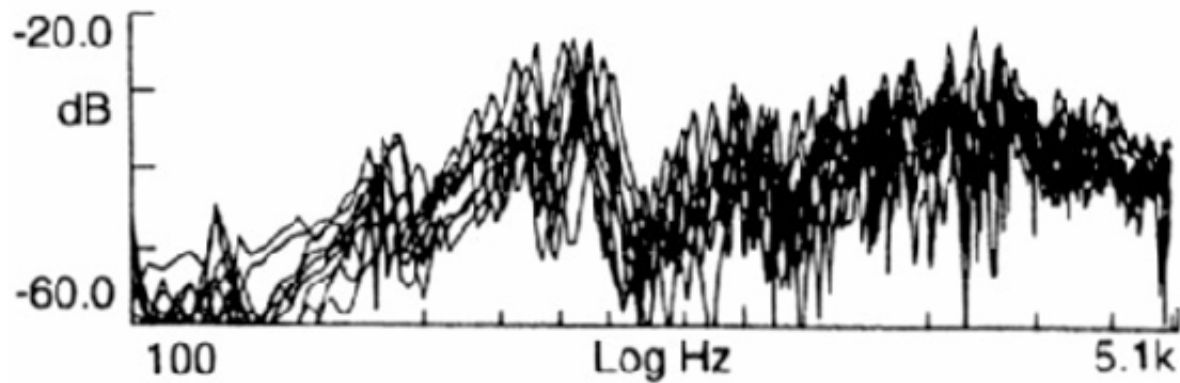
Violin	Maker	Place and year	Country
5	G. B. Guadagnini	Parma 1767	Italy
6	G. B. Guadagnini	Turin 1778	Italy
7	G. Gagliano	Naples 1750	Italy
8	N. Gagliano	Naples 173?	Italy
9	N. Gagliano	Naples 1735	Italy
10	J. and A. Gagliano	Naples 180?	Italy
11	J. and A. Gagliano	Naples 1780	Italy
13	G. Zanoli	Venice 1780	Italy
15	L. Storioni	Gremona 180?	Italy
16	A. Gibertini	Parma ca. 1850	Italy
17	A. Pasta*	Brescia 1730	Italy
20	A. Gragnani	Livorno 1773	Italy
29	N. Lupot	Paris 1813	France
32	J. B. Vuillaume	Paris 1868	France
33	J. B. Vuillaume	Paris 1863	France
42	J. Cuypers	Amsterdam 1772	Netherlnd.
43	J. Cuypers	Amsterdam 179?	Netherlnd.
44	J. Cuypers	Amsterdam 1769	Netherlnd.
49	B. Karner	Mittenwald 170?	Germany
59	H. Catenari	Turin 1684	Italy
60	G. A. Bernardel	Paris 1894	France
63	Despine	Turin 1828	Italy
64	A. Stradivarius	Gremona 1709	Italy
65	N. Gagliano	Naples 173?	Italy
66	G. B. Guadagnini	Turin 1782	Italy

## Resposta acústica de 25 violinos high quality

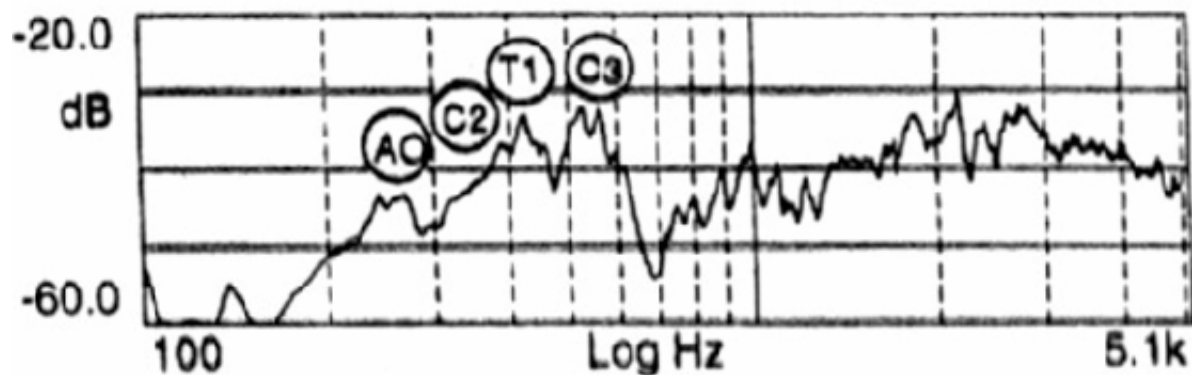
E. Jansson, *Acustica* 83, 337, 1997



Um imã de 25 mg é colado ao cavalete



Em quase todos os violinos aparecem as ressonâncias do ar ( $A_0$ ), do corpo ( $C_2$  e  $C_3$ ) e a do tampo ( $T_1$ ).



Todos os 25 violinos apresentam ressonâncias na região 450 e 550 Hz, mais em quatro deles não foi identificado o modo  $T_1$ .

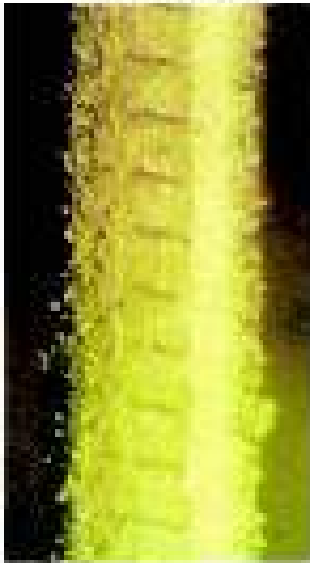
O estudo conclui que o modo  $C_3$  e as ressonâncias acima de 2.5 KHz (*bridge hill*) são determinantes na qualidade do instrumento.



Before  
Bowling



After  
Bowling



## Corda do violino (depois das arcadas)

A. Matsutani, *Japan Journal Applied Physics* 41, 1618 (2002)

Corda Lá do violino, antes e depois de passar 100 vezes o arco. A corda fica coberta de partículas de breu.

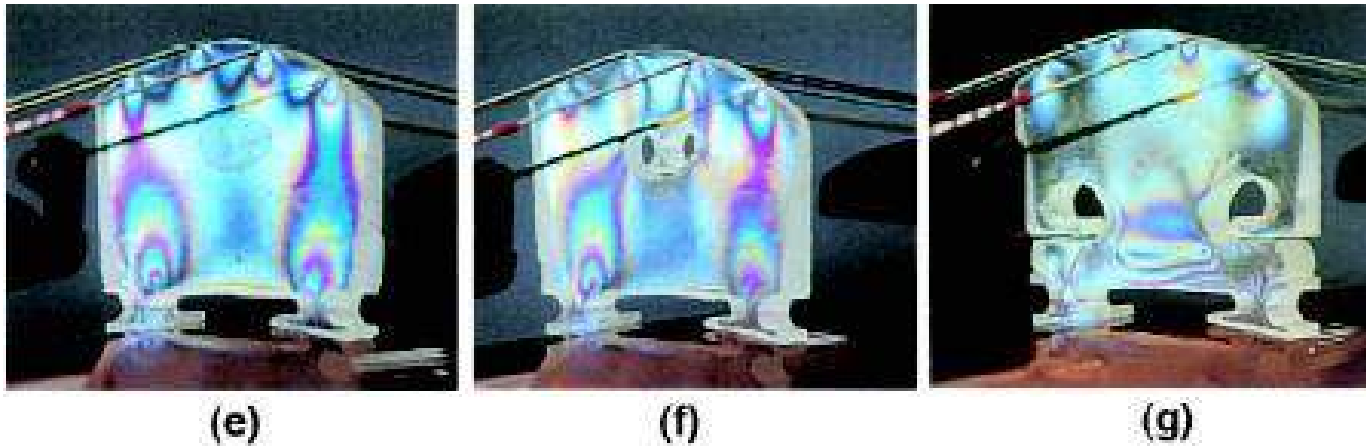
A corda e a crina ficam impregnadas com as micropartículas de breu (10- 20  $\mu\text{m}$ ). A fricção é determinada pela afinidade das duas superfícies, a de breu na corda e a de breu na crina.

Quando as duas superfícies estão em movimento uma relativa a outra, o breu produz uma fricção relativamente pequena.

(J. Beament, *The violin Explained*, Oxford, 1997)

## Imagens foto-elásticas de um cavalete de *epoxi*

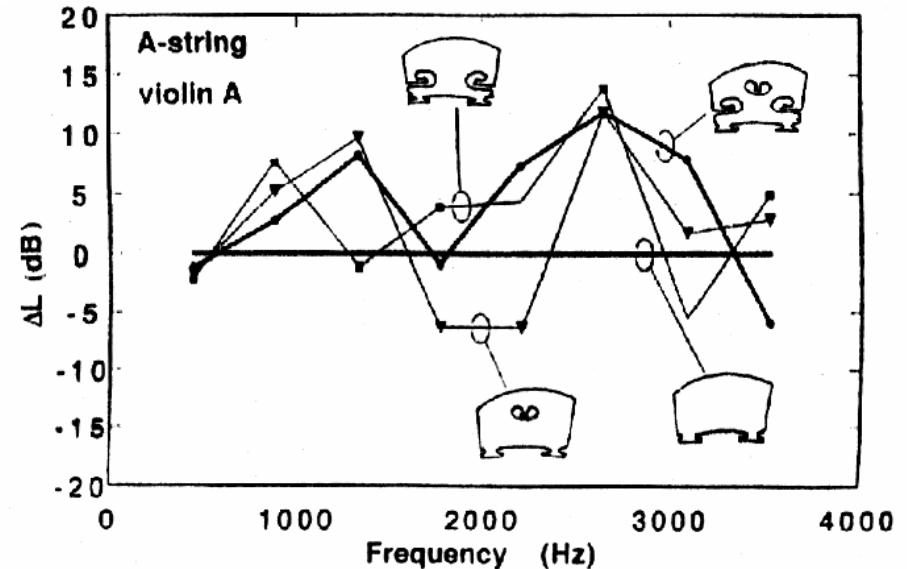
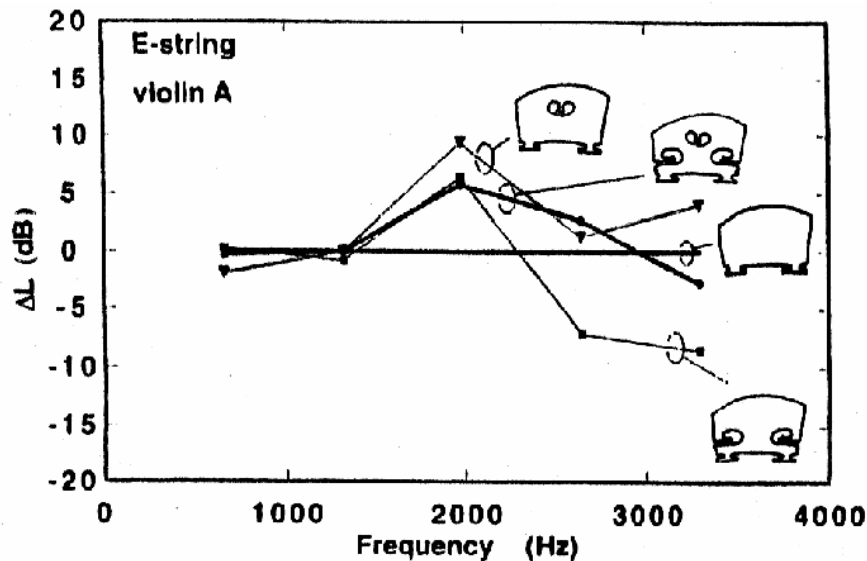
A. Matsutani, *Japan Journal of Applied Physics* (2002)



- (e) Cavalete sólido (sem “coração” nem “ouvidos”). Neste caso as forças das cordas **Sol** e **Mi** são dominantes no cavalete e as tensões são aplicadas diretamente as pernas.
- (f) Cavalete sem os “ouvidos”. A tensão das cordas **Lá** e **Re** aparecem concentradas no “coração”
- (g) Cavalete sem o “coração”. As tensões aparecem concentradas na parte inferior

(Matsutani, *Japan Journal of Applied Physics* 41, 6291, 2002)

## Sonoridade de cavaletes sem “coração” e/ou “ouvidos”



**Corda Mi:** nos cavaletes com “ouvidos”, o nível de som aumenta na região de 1980 Hz, a qual corresponde ao 3º harmônico da nota Mi (660 Hz)

**Corda Lá:** os “ouvidos” aumentam o nível de som nas frequências de 880 Hz e 2640 Hz (2º e 6º harmônicos do Lá-440) enquanto o efeito do “coração” aparece em 1320 Hz e 2640 Hz (3º e 6º harmônicos do Lá-440).

(Matsutani, *Japan Journal of Applied Physics* 41, 6291, 2002)

## Força máxima da arcada

O arco gera também oscilações de torção na corda. Um parâmetro importante para determinar a pressão correta do arco é a razão entre a impedância do movimento transversal  $Z_o$  (definida na superfície da corda) e impedância do movimento rotacional  $Z_t$

### Parâmetros utilizados por Woodhouse:

$$Z_o = 0.2 \text{ kg/s}$$

$$Z_t \sim 1.6Z_o \text{ (depende muito da corda)}$$

$$\text{Velocidade da arcada, } v_b = 0.2 \text{ m/s}$$

$$\text{Coef. de atrito estático, } \mu_s = 0.8$$

$$\text{Coef. Atrito cinético, } \mu_d = 0.3$$

$$\beta: \text{ posição relativa do arco, } \beta \approx 0.11$$

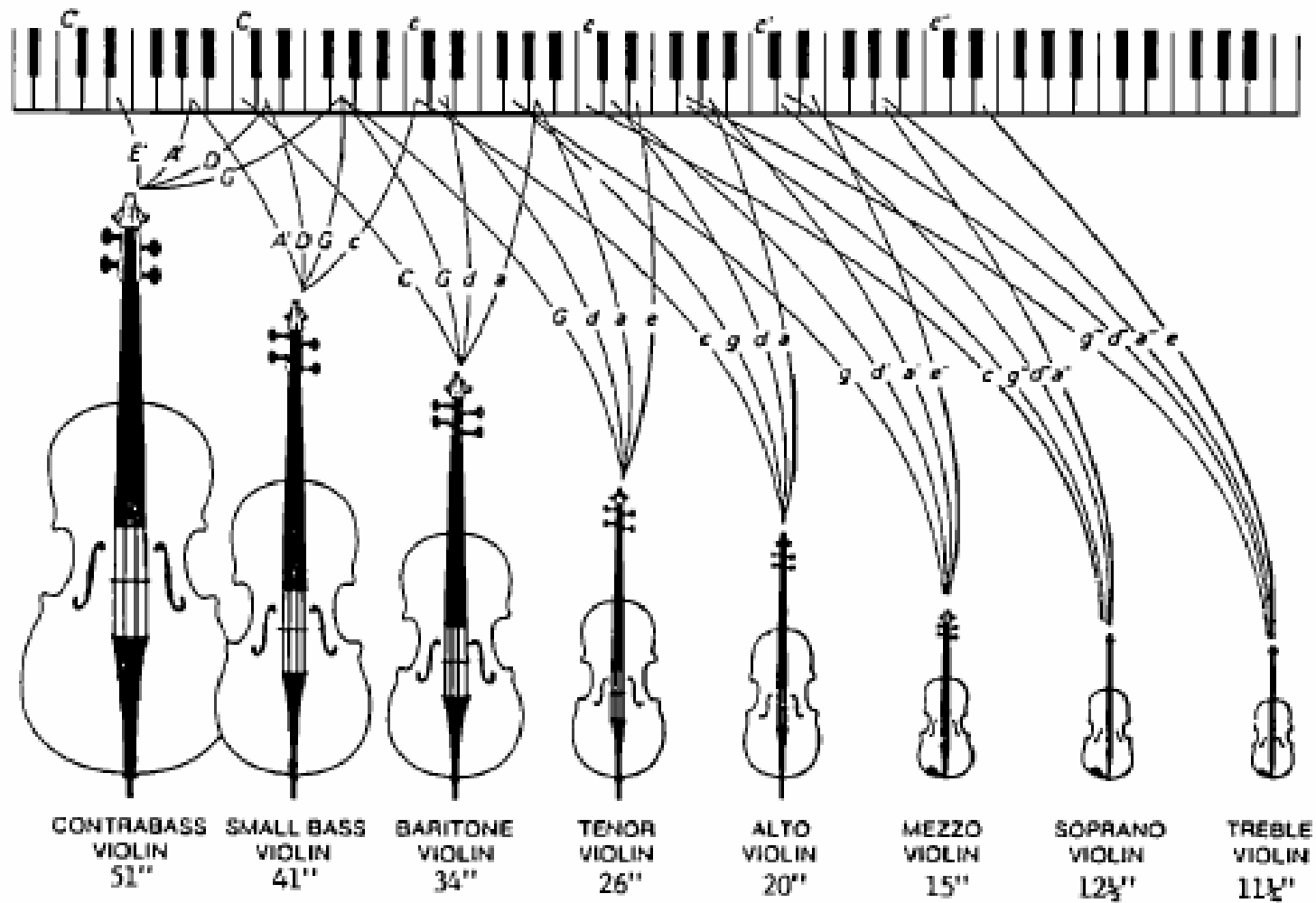
$$F_{bs} = \frac{2Z_o \left( \frac{Z_t}{Z_o + Z_t} \right) v_b}{(\mu_s - \mu_d) \beta} \approx 0.8N$$

Schumacher, J. Acoustical Soc. Am. **96**, 1985 (1994)  
Pitteroff & Woodhouse, Acustica **84**, 543, 744 e 929 (1998)

## Uma nova família de instrumentos de cordas

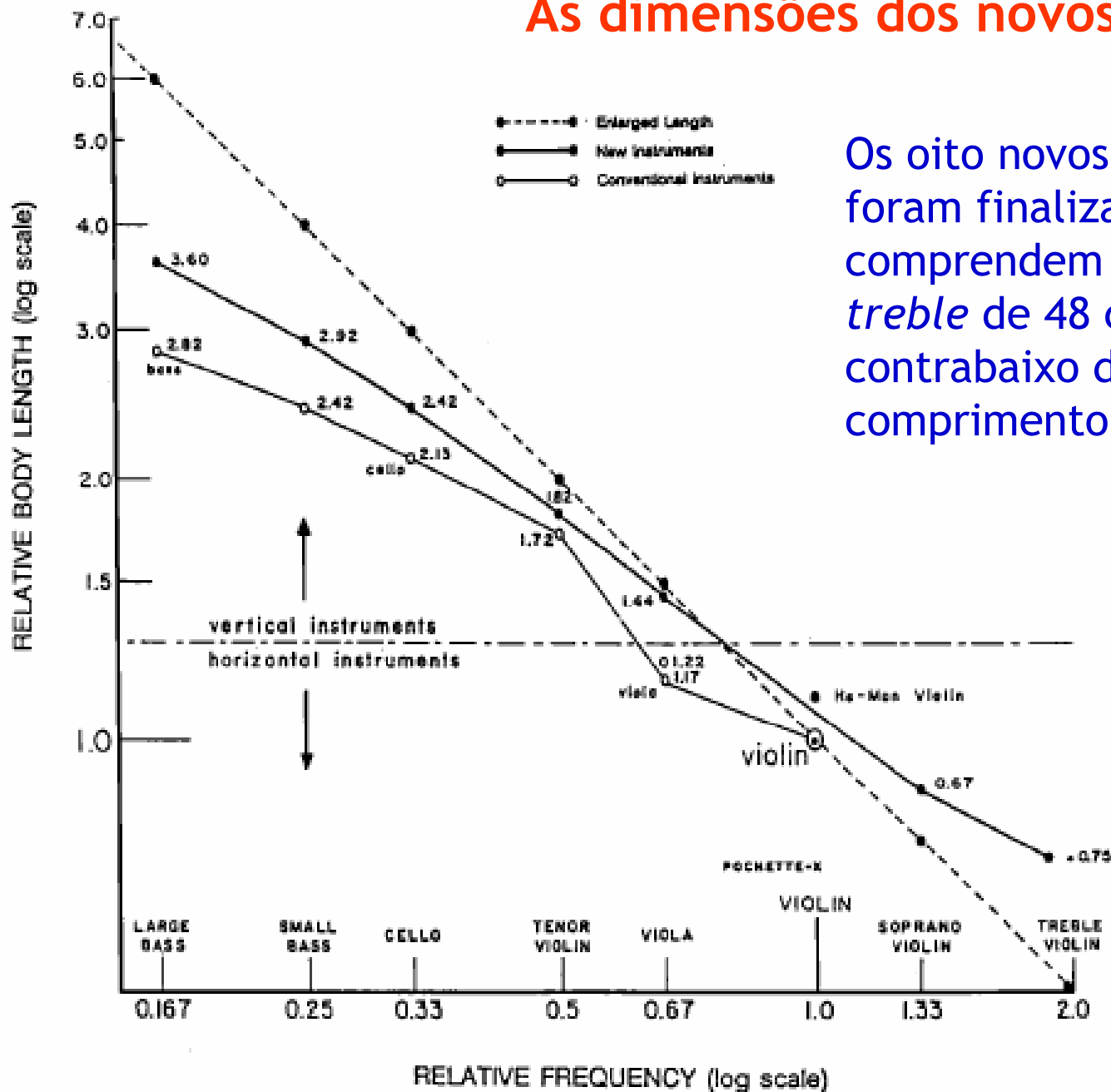
Em 1958, o compositor Henry Brant sugeriu aos pesquisadores Frederick Saunders e Carleen Hutchins construir uma família de instrumentos em escala com o violino, cobrindo toda a gama da música orquestral.

Eles aceitaram o desafio e, com ajuda de J. Schelleng e outros membros da *Catgut Acoustical Society*, criaram uma família de oito novos instrumentos.



*J. Acoustical Society of America* **92**, 639 (1992)

## As dimensões dos novos instrumentos



Os oito novos instrumentos foram finalizados em 1965 e compreendem desde um violino *treble* de 48 cm até um contrabaixo de 2.14 m de comprimento.

## A nova família em concerto



C.M. Hutchings: *Physics Today* **20**, 23 (Fev. 1967)

*J. Acoustical Society of America* **73**, 1421 (1983), **92**, 639 (1992)

[www.catgutacoustical.org](http://www.catgutacoustical.org)

[www.HutchinsConsort.org](http://www.HutchinsConsort.org)



## Referências Bibliográficas

*L. L. Henrique. Acústica Musical. (Fundação Gulbenkian, Lisboa, 2002).*

*The Physics of Musical Instruments, Fletcher + Rossing (Springer, 2005)*

*A history of violin research. C.M. Hutchins. Journal of Acoustical Society of America 73 (5) 1421 - 1439 (1983)*

*Science and the Stradivarius. C. Gough. Physics World 27 (April 2000)*

*Instrumentos musicales. Massmann + Ferrer (Dolmen, Chile, 1993)*

### Na internet:

University of New South of Wales, Australia:

[www.phys.unsw.edu.au/music](http://www.phys.unsw.edu.au/music)

Apostilas sobre acústica do violino, do violão e do piano:

[www.speech.kth.se/publications](http://www.speech.kth.se/publications)

Página Prof Woodhouse (Cambridge): [www2.eng.cam.ac.uk/~jw12](http://www2.eng.cam.ac.uk/~jw12)

## Agradecimentos



**Prof Renê Ayres Carvalho**

**Prof. Alberto Tannus**

**Prof. Francisco Guimarães**

**Profa. Ilza Zenker L. Jolly**

**Thiago Corrêa de Freitas**

**Nelson Gallo (microscopia)**

**Samuel Alvarez (desenhos)**

**Verônica Donoso (arte final)**

Obrigado pela atenção ...



**Orquestra Experimental da UFSCar**