



**e-Tec Brasil**  
*Escola Técnica Aberta do Brasil*

# Mecânica dos Fluidos

*Luciano Caldeira Vilanova*



**Santa Maria - RS**  
**2011**

Presidência da República Federativa do Brasil

Ministério da Educação

Secretaria de Educação a Distância

© Colégio Técnico Industrial de Santa Maria  
Este Material Didático foi elaborado pelo Colégio Técnico Industrial de Santa Maria  
para o Sistema Escola Técnica Aberta do Brasil – e-Tec Brasil.

**Comissão de Acompanhamento e Validação - Colégio Técnico Industrial de Santa Maria/CTISM**

**Coordenador Institucional**

Paulo Roberto Colusso/CTISM

**Professor-autor**

Luciano Caldeira Vilanova/CTISM

**Coordenação Técnica**

Iza Neuza Teixeira Bohrer/CTISM

**Coordenação de Design**

Erika Goellner/CTISM

**Revisão Pedagógica**

Andressa Rosemárie de Menezes Costa/CTISM

Francine Netto Martins Tadielo/CTISM

Marcia Migliore Freo/CTISM

**Revisão Textual**

Daiane Siveris/CTISM

Lourdes Maria Grotto de Moura/CTISM

Vera da Silva Oliveira/CTISM

**Revisão Técnica**

Eduardo Lehnhart Vargas/CTISM

**Diagramação e Ilustração**

Gustavo Schwendler/CTISM

Leandro Felipe Aguilar Freitas/CTISM

Marcel Santos Jacques/CTISM

Máuren Fernandes Massia/CTISM

Rafael Cavalli Viapiana/CTISM

Ricardo Antunes Machado/CTISM

Ficha catalográfica elaborada por Denise B. dos Santos – CRB 10/1456  
Biblioteca Central – UFSM

**V696m Vilanova, Luciano Caldeira**  
**Mecânica dos fluidos/Luciano Caldeira Vilanova. – 3. ed. – Santa**  
**Maria, RS: Colégio Técnico Industrial de Santa Maria, Curso em**  
**Automação Industrial, 2010.**  
**82 p. : il.**

**1. Física 2. Mecânica dos fluidos I. Título.**

**CDU 531.3**

# Apresentação e-Tec Brasil

Prezado estudante,

Bem-vindo ao e-Tec Brasil!

Você faz parte de uma rede nacional pública de ensino, a Escola Técnica Aberta do Brasil, instituída pelo Decreto nº 6.301, de 12 de dezembro 2007, com o objetivo de democratizar o acesso ao ensino técnico público, na modalidade a distância. O programa é resultado de uma parceria entre o Ministério da Educação, por meio das Secretarias de Educação a Distância (SEED) e de Educação Profissional e Tecnológica (SETEC), as universidades e escolas técnicas estaduais e federais.

A educação a distância no nosso país, de dimensões continentais e grande diversidade regional e cultural, longe de distanciar, aproxima as pessoas ao garantir acesso à educação de qualidade, e promover o fortalecimento da formação de jovens moradores de regiões distantes dos grandes centros geograficamente ou economicamente.

O e-Tec Brasil leva os cursos técnicos a locais distantes das instituições de ensino e para a periferia das grandes cidades, incentivando os jovens a concluir o ensino médio. Os cursos são ofertados pelas instituições públicas de ensino e o atendimento ao estudante é realizado em escolas-polo integrantes das redes públicas municipais e estaduais.

O Ministério da Educação, as instituições públicas de ensino técnico, seus servidores técnicos e professores acreditam que uma educação profissional qualificada – integradora do ensino médio e educação técnica, – é capaz de promover o cidadão com capacidades para produzir, mas também com autonomia diante das diferentes dimensões da realidade: cultural, social, familiar, esportiva, política e ética.

Nós acreditamos em você!

Desejamos sucesso na sua formação profissional!

Ministério da Educação  
Janeiro de 2010

Nosso contato  
[etecbrasil@mec.gov.br](mailto:etecbrasil@mec.gov.br)



# Indicação de ícones

Os ícones são elementos gráficos utilizados para ampliar as formas de linguagem e facilitar a organização e a leitura hipertextual.



**Atenção:** indica pontos de maior relevância no texto.



**Saiba mais:** oferece novas informações que enriquecem o assunto ou “curiosidades” e notícias recentes relacionadas ao tema estudado.



**Glossário:** indica a definição de um termo, palavra ou expressão utilizada no texto.



**Mídias integradas:** sempre que se desejar que os estudantes desenvolvam atividades empregando diferentes mídias: vídeos, filmes, jornais, ambiente AVEA e outras.



**Atividades de aprendizagem:** apresenta atividades em diferentes níveis de aprendizagem para que o estudante possa realizá-las e conferir o seu domínio do tema estudado.



# Sumário

<b>Palavra do professor-autor</b> .....	<b>9</b>
<b>Apresentação da disciplina</b> .....	<b>11</b>
<b>Projeto instrucional</b> .....	<b>13</b>
<b>Aula 1 – Estática dos fluidos</b> .....	<b>15</b>
1.1 Conceitos básicos.....	15
1.2 Estudo da pressão em fluidos em repouso.....	16
1.3 Medições de pressão e manometria.....	20
1.4 Força hidrostática.....	28
<b>Aula 2 – Aplicação das equações da quantidade de movimento e da energia mecânica em mecânica dos fluidos</b> .....	<b>31</b>
2.1 Conceitos básicos.....	31
2.2 Equação da quantidade de movimento.....	35
2.3 Equação da energia mecânica.....	40
2.4 Equação de <i>Bernoulli</i> .....	43
<b>Aula 3 – escoamentos internos</b> .....	<b>49</b>
3.1 escoamento interno em tubos e dutos.....	49
3.2 Perda de carga em escoamentos internos.....	52
<b>Aula 4 – escoamentos externos</b> .....	<b>63</b>
4.1 Conceitos básicos.....	63
4.2 Arrasto.....	64
4.3 Sustentação.....	72
<b>Referências</b> .....	<b>80</b>
<b>Currículo do professor-autor</b> .....	<b>81</b>





## Palavra do professor-autor

A Mecânica é uma ciência muito ampla, e seus fundamentos servem de base para praticamente todas as outras áreas do conhecimento. Muitos estudiosos que são sempre lembrados como Nicolau Copérnico, Galileu Galilei, Isaac Newton, Robert Hooke, Johannes Kepler, Albert Einstein e outros dedicaram suas vidas a descrever leis físicas que dão sustentação à mecânica de hoje. Sendo a mecânica a base para uma infinidade de tecnologias, a maioria dos cursos nas áreas exatas do conhecimento envolve disciplinas desta área.

A Mecânica dos Fluidos, neste contexto, está dentro de uma parte da Mecânica conhecida como ciências térmicas a qual envolve sistemas para a armazenagem, a transferência e a conversão de energia. Vista dessa forma muito acadêmica, a Mecânica dos Fluidos pode parecer algo muito etéreo e de pouca aplicação prática fora da academia. Contudo, se observarmos o nosso entorno, veremos a Mecânica dos Fluidos em quase tudo que encontramos no nosso campo de visão. O ar escoando e “pesando” sobre nossas cabeças, o sangue escoando por nossos corpos, o gás escoando, sendo comprimido e expandido nos refrigeradores domésticos e comerciais, a mistura de ar e combustível fluindo para dentro de motores, a água sendo bombeada para a irrigação em uma lavoura ou passando pelas pás de uma turbina de uma geradora hidroelétrica. Podemos afirmar, então, que uma infinidade de processos que conhecemos e utilizamos nos dias atuais baseiam-se em leis da Mecânica dos Fluidos.

O desenvolvimento tecnológico só é possível pelo conhecimento das leis que governam os processos e pelo controle e supervisão dos mesmos. O domínio sobre esses conhecimentos possibilitou a automação de uma infinidade de processos industriais essenciais, como os utilizados na indústria petroquímica e de alimentos. Nesses processos, óleos, vapores, outros gases e líquidos fluindo ou em repouso, em sistemas ou subsistemas dessas indústrias, precisam ser monitorados, os dados verificados e interpretados, para que os controles automáticos façam as devidas correções e o produto final esteja sempre dentro das especificações de qualidade.

Ao profissional de automação seria impossível projetar, implantar e dar manutenção a um sistema para controlar e supervisionar um processo que envolva a Mecânica dos Fluidos sem um conhecimento básico das leis que envolvem

esta ciência. É por esse motivo, caros alunos, que esta disciplina faz parte do currículo deste curso.

Procuramos neste texto tratar o assunto de uma forma muito resumida, mas a complexidade do tema requer uma fundamentação matemática mínima, mas necessária. Buscamos explicar os fenômenos através de exemplos que julgamos ser conhecidos de todos e suprimimos uma série de conhecimentos básicos que fazem parte de outros textos, como flutuação, escoamentos de fluidos compressíveis e análise dimensional, tudo de forma a tornarmos esta disciplina mais aprazível na forma de ensino a distância. Esses temas, no entanto, podem ser encontrados nas referências apresentadas neste texto.

Isaac Newton em uma de suas mais célebres frases dizia: “Se vi mais longe, foi por me erguer sobre os ombros de gigantes.” Ele referia-se aos conhecimentos de outros cientistas precursores, os quais lhe permitiram o descobrimento de outras leis da Física antes desconhecidas. A vocês, caros alunos, cabe o mesmo compromisso de se debruçarem sobre os ombros desses mesmos gigantes e, superando seus mestres, produzirem a evolução de nosso conhecimento.

Uma boa leitura e um bom estudo a todos.

Prof. Luciano Caldeira Vilanova  
Doutor em Engenharia

# Apresentação da disciplina

A disciplina Mecânica dos Fluidos está inserida nos estudos de engenharia entre os fenômenos de transporte ou ciências térmicas e pode, por alguns autores, ser chamada de transferência de momento ou de quantidade de movimento. Os fenômenos de transporte englobam, além do objeto deste texto, as transferências de energia por calor e massa.

A Mecânica dos Fluidos, nesse âmbito, volta-se ao comportamento de fluidos em repouso e em movimento e às forças agindo sobre esses sistemas. A história mostra que os estudos mais importantes nessa área são datados do final do século XIX e início do século XX. A “teoria da camada limite” apresentada por Ludwig Prandtl, em 1904, é um marco referencial nesse contexto. Reynolds, Froude e Von Kármán também dedicaram seus estudos a esses fenômenos e são nomes comuns nos textos desta área.

Problemas de Mecânica de Fluidos podem envolver forças sobre superfícies submersas, escoamento de líquidos comuns como a água em pequenos dutos ou leitos de rios, até o escoamento de óleos pesados em grandes oleodutos. Outros casos de interesse são o escoamento do ar sobre superfícies como a asa de um avião e o aerofólio de um carro de corrida sobre a estrutura de uma grande ponte ou ainda a previsão do escoamento de ar sobre placas de circuito impresso dentro de gabinetes de máquinas e computadores.

Com esta disciplina, espera-se que o aluno tenha a compreensão mínima desses fenômenos e seja capaz de, através de modelos matemáticos básicos, propor pequenos projetos ou soluções que envolvam a Mecânica dos Fluidos.



# Projeto instrucional

**Disciplina:** Mecânica dos Fluidos (carga horária: 30h).

**Ementa:** Estudo das forças atuando sobre fluidos em repouso e sob escoamento, modelos matemáticos que descrevem o comportamento dos fluidos e a caracterização dos escoamentos internos e externos. Técnicas e instrumentação para a medição de pressões de fluidos em repouso ou sob escoamento.

AULA	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM	MATERIAIS	CARGA HORÁRIA (horas)
1. Estática dos fluidos	Definir conceitos básicos em Mecânica dos Fluidos. Estudar a pressão e a sua variação ao longo de uma massa fluida em repouso. Estudar o efeito da pressão em corpos submersos.	Ambiente virtual: plataforma <i>moodle</i> ; Apostila didática; Recursos de apoio: links, exercícios.	05
2. Aplicação das equações da quantidade de movimento e da energia mecânica em Mecânica dos Fluidos	Definir conceitos básicos para o estudo dos fluidos em regimes de escoamento. Descrever os modelos matemáticos do comportamento dos fluidos em escoamento através das equações da quantidade de movimento, da equação da energia mecânica e da equação de <i>Bernoulli</i> .	Ambiente virtual: plataforma <i>moodle</i> ; Apostila didática; Recursos de apoio: links, exercícios.	10
3. Escoamentos internos	Estudar o escoamento de fluidos viscosos no interior de tubos ou dutos. Determinar a perda de carga em tubos e dutos.	Ambiente virtual: plataforma <i>moodle</i> ; Apostila didática; Recursos de apoio: links, exercícios.	10
4. Escoamentos externos	Estudar o escoamento de fluidos viscosos no exterior de formas geométricas conhecidas. Determinar a força de arrasto em corpos imersos em fluidos sob escoamento. Determinar a força de sustentação em corpos imersos em fluidos sob escoamento.	Ambiente virtual: plataforma <i>moodle</i> ; Apostila didática; Recursos de apoio: links, exercícios.	05



# Aula 1 – Estática dos fluidos

## Objetivos

Definir conceitos básicos em Mecânica dos Fluidos.

Estudar a pressão e a sua variação ao longo de uma massa fluida em repouso.

Estudar o efeito da pressão em corpos submersos.

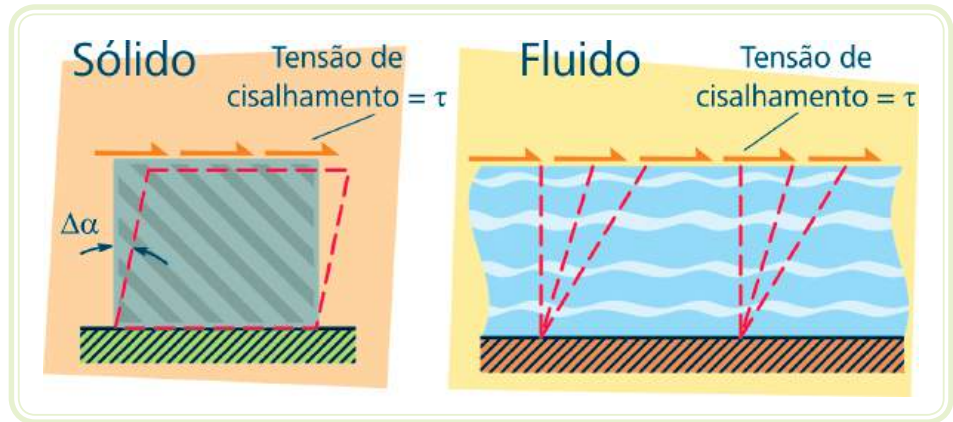
## 1.1 Conceitos básicos

No estudo da mecânica dos fluidos é importante definir o que é um fluido. Líquidos e gases são fluidos tecnicamente, outros materiais como o vidro podem ser considerados fluidos.

A definição mais comum de fluido é: uma substância que se deforma continuamente sob ação de uma tensão de cisalhamento.



A diferença entre substâncias sólidas e fluidas está representada na Figura 1.1. Entende-se por tensões de cisalhamento  $\tau$  [kPa] a distribuição por unidades de área de uma força atuando paralelamente a uma determinada superfície. Em uma substância sólida a aplicação dessa tensão, como mostra a Figura 1.1, produz uma deformação  $\Delta\alpha$  [m] proporcional à tensão aplicada (campo elástico), podendo inclusive levar ao rompimento do sólido (campo plástico). Os fluidos, quando submetidos a estas tensões de cisalhamento, apresentam um comportamento conhecido como escoamento, ou seja, uma deformação contínua e independente da intensidade da tensão aplicada e que irá existir por menor que sejam essas tensões.



**Figura 1.1: Tensões de cisalhamento em um sólido e em um fluido**  
 Fonte: CTISM

Outros materiais se comportarão como fluidos em determinadas condições e como sólidos em outras, dependendo da grandeza da tensão aplicada. O estudo do comportamento das deformações desses materiais é chamado de reologia e não será abordado neste texto.



Quando os fluidos estão em repouso ou mesmo em movimento, algumas propriedades são necessárias para caracterizar o seu comportamento. Propriedades como a pressão em um ponto ou a densidade em um ponto da massa fluida são muito utilizadas.

Contudo, essas propriedades refletem o comportamento molecular da substância considerando-a como um meio contínuo. Isso significa dizer que estas quantidades são a média dessas propriedades em um pequeno volume em relação às dimensões físicas do sistema, mas que ainda assim contenha um significativo número de moléculas necessárias para caracterizar o mesmo. Essa análise é dita como sendo uma denominada análise macroscópica.



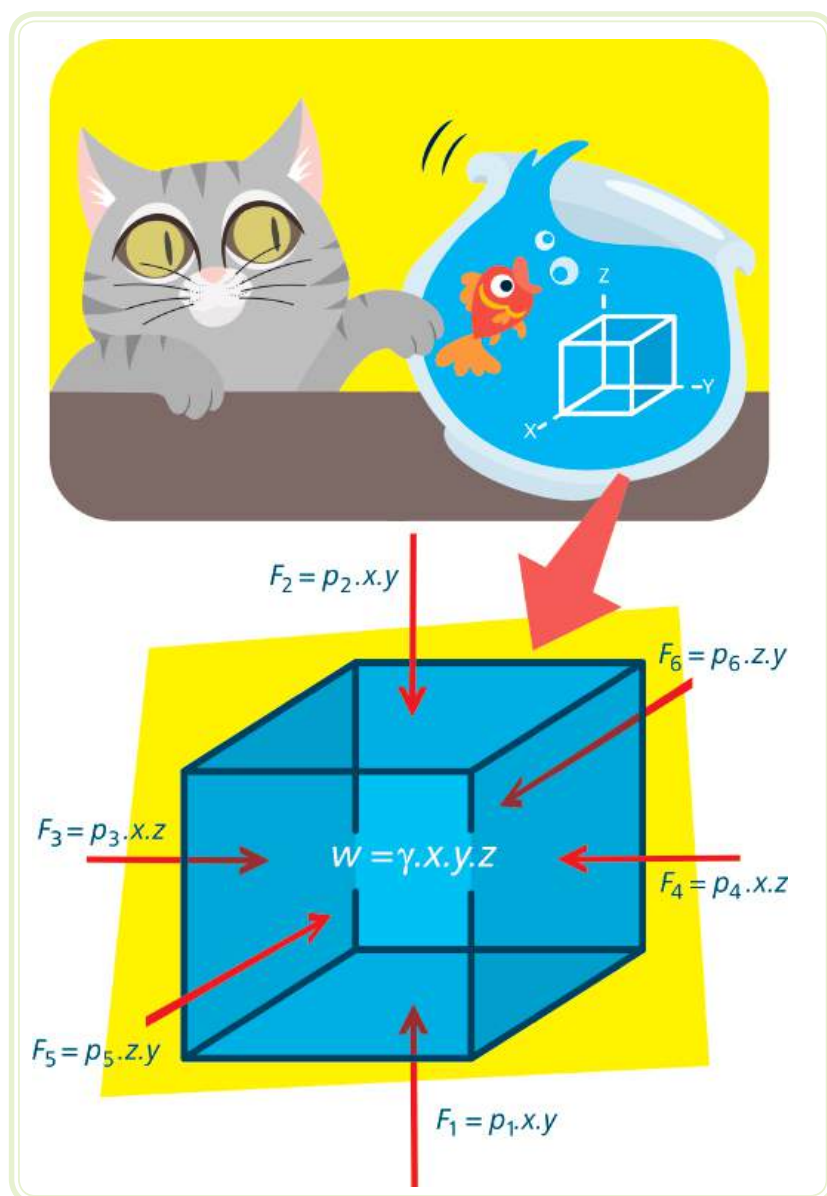
## 1.2 Estudo da pressão em fluidos em repouso

Pressão é o termo utilizado para definir a distribuição por unidades de área de uma força normal a uma superfície [kPa]. A grandeza pressão é semelhante à grandeza tensão de cisalhamento. A única diferença é o sentido da aplicação da força em relação à superfície. Enquanto na primeira, a força é perpendicular à superfície, na segunda a força é paralela à superfície.

Para se avaliar a pressão em um determinado ponto de uma massa fluida em repouso, considera-se um pequeno elemento fluido de forma cúbica



submerso nessa massa, de acordo com a Figura 1.2. A cada superfície desse elemento fluido determina-se um índice de 1 a 6, sendo: superfícies inferior e superior, índices 1 e 2, respectivamente; superfícies laterais esquerda e direita, índices 3 e 4, respectivamente e superfícies frontal e posterior, índices 5 e 6. As arestas do elemento fluido medem  $x$ ,  $y$  e  $z$  e são pequenas o bastante em relação às grandezas físicas do sistema. O peso  $W$  [N] do elemento fluido é dado pelo produto do peso específico  $\gamma$  [N/m<sup>3</sup>], uma propriedade do fluido, pelo volume do elemento  $V$  [m<sup>3</sup>]. As forças que atuam em cada uma das seis superfícies do elemento são dadas pelo produto da pressão sobre a superfície pela área da superfície.



**Figura 1.2:** Forças de superfície e de corpo atuando sobre um elemento fluido  
 Fonte: CTISM

Se o fluido está em repouso, então o somatório (representado por  $\Sigma$ ) das forças agindo sobre o elemento no sentido de cada eixo  $x$ ,  $y$  e  $z$  deve ser nulo. Para se obter a força que atua sobre a superfície, basta que se multiplique a pressão do fluido pela área da superfície do elemento ( $yz$ ,  $xz$  ou  $xy$  [ $m^2$ ]), ou seja:

$$\textcircled{1} \quad \Sigma F_x = F_4 - F_3 = 0 \therefore p_4 \cdot x \cdot z - p_3 \cdot x \cdot z = 0$$

$$\textcircled{2} \quad \Sigma F_y = F_6 - F_5 = 0 \therefore p_6 \cdot z \cdot y - p_5 \cdot z \cdot y = 0$$

$$\textcircled{3} \quad \Sigma F_z = F_2 - F_1 - W = 0 \therefore p_1 \cdot x \cdot y - p_2 \cdot x \cdot y - \gamma \cdot x \cdot y \cdot z = 0$$

As Equações (1) e (2) dão conta que  $p_4 = p_3$  e  $p_6 = p_5$  e representam a Lei de Pascal, a qual afirma que as pressões em um mesmo plano horizontal não variam em um fluido em repouso (Figura 1.3).



Figura 1.3: Distribuição de pressão em um mesmo plano horizontal para um fluido em repouso  
Fonte: CTISM

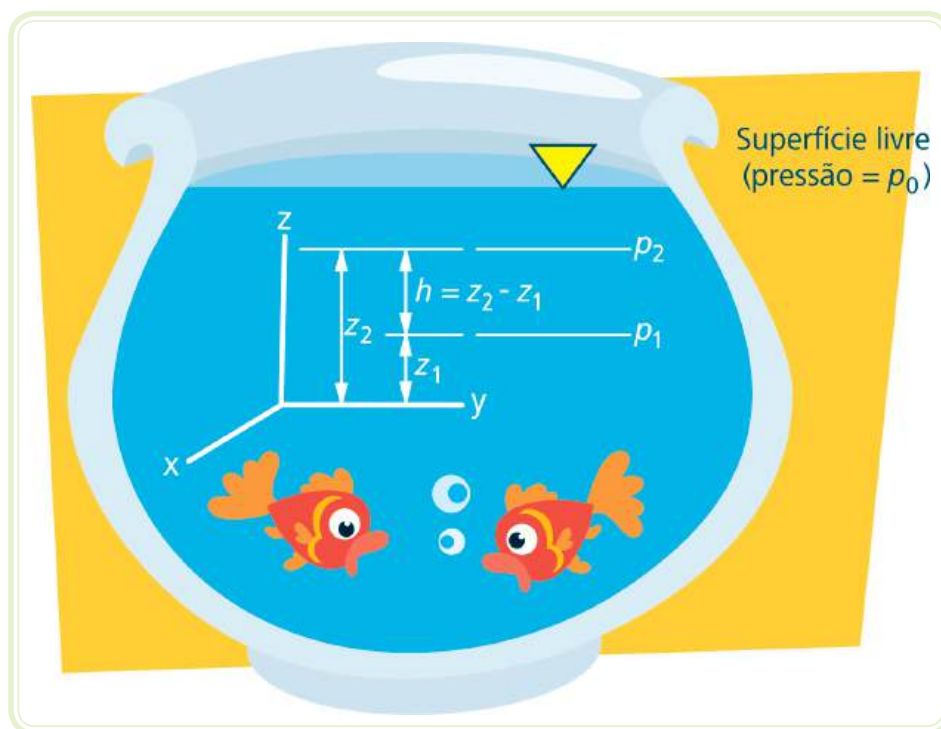
Na direção  $z$ , no entanto, o balanço de forças (Equação 3) conta com o termo peso do elemento  $W$  [N], e o somatório das forças mostra que:

$$\textcircled{4} \quad (p_2 - p_1) = -\gamma z$$

Onde  $p_1$  [kPa] e  $p_2$  [kPa] são as pressões no fluido nos planos de referência 1 e 2 e  $\gamma$  [ $N/m^3$ ] é o peso específico do fluido. Se considerarmos que a medida da aresta vertical  $z$  é a relação entre as coordenadas neste eixo de duas cotas  $z_1$  [m] e  $z_2$  [m] correspondentes às posições das superfícies de referência 1 e 2, então a Equação 4 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\textcircled{5} \quad (p_2 - p_1) = -\gamma (z_2 - z_1)$$

Logo, pode-se concluir que a variação da pressão em um fluido em repouso em relação a um eixo vertical  $z$  é proporcional às diferenças de coordenadas sobre este eixo dos planos considerados de acordo com a Figura 1.4.



**Figura 1.4: Variação da pressão em um fluido em repouso em relação a dois planos de referência 1 e 2**

Fonte: CTISM

A Equação 5 considera que o peso específico do fluido seja constante ao longo do eixo vertical  $z$ , mas essa é uma simplificação que será considerada nesta seção e define a principal característica dos fluidos incompressíveis. Porém, o peso específico é o produto da massa específica pela aceleração da gravidade que é variável de acordo com as distâncias verticais dos planos de referência. Essa variação, no entanto, pode ser desconsiderada na maioria dos problemas envolvendo líquidos, mesmo quando as distâncias verticais forem consideráveis.

Por outro lado, essa simplificação não pode ser aplicada para os gases os quais apresentam forte variação do seu peso específico em função da temperatura e das pressões a que estão submetidos. Esses fluidos são denominados compressíveis, ou seja, a sua propriedade peso específico é variável.



Assista a um vídeo sobre Pressão Hidrostática em [http://www.youtube.com/watch?v=S4zAkHA\\_AkQ](http://www.youtube.com/watch?v=S4zAkHA_AkQ)

A distribuição de pressão representada pela Equação 5 é chamada de distribuição de pressão hidrostática ou simplesmente pressão hidrostática. Em aplicações com líquidos, é comum representar-se uma superfície livre, como é possível observar na Figura 1.3 e na Figura 1.4. Essa superfície é considerada como um plano de referência, e a pressão que atua sobre ela é normalmente a pressão atmosférica. A pressão que atua sobre a superfície de referência é chamada pressão de referência  $p_o$  [kPa] que, substituída na Equação 5 em lugar de  $p_2$  [kPa] e  $p$  [kPa] em lugar de  $p_1$  [kPa], permite escrever a lei da distribuição da pressão hidrostática em fluidos incompressíveis em repouso:

$$\textcircled{6} \quad p = \gamma(z_2 - z_1) + p_o$$

Ou ainda, em função da altura ou da profundidade em um sistema fluido de acordo com a Figura 1.4:

$$\textcircled{7} \quad p = \gamma h + p_o$$

A altura  $h$  [m] é também conhecida como altura de carga e pode ser interpretada como a altura de uma coluna de líquido de peso específico  $\gamma$  [N/m<sup>3</sup>] necessária para manter uma diferença de pressão  $p - p_o$ , ou seja:

$$\textcircled{8} \quad h = \frac{p - p_o}{\gamma}$$

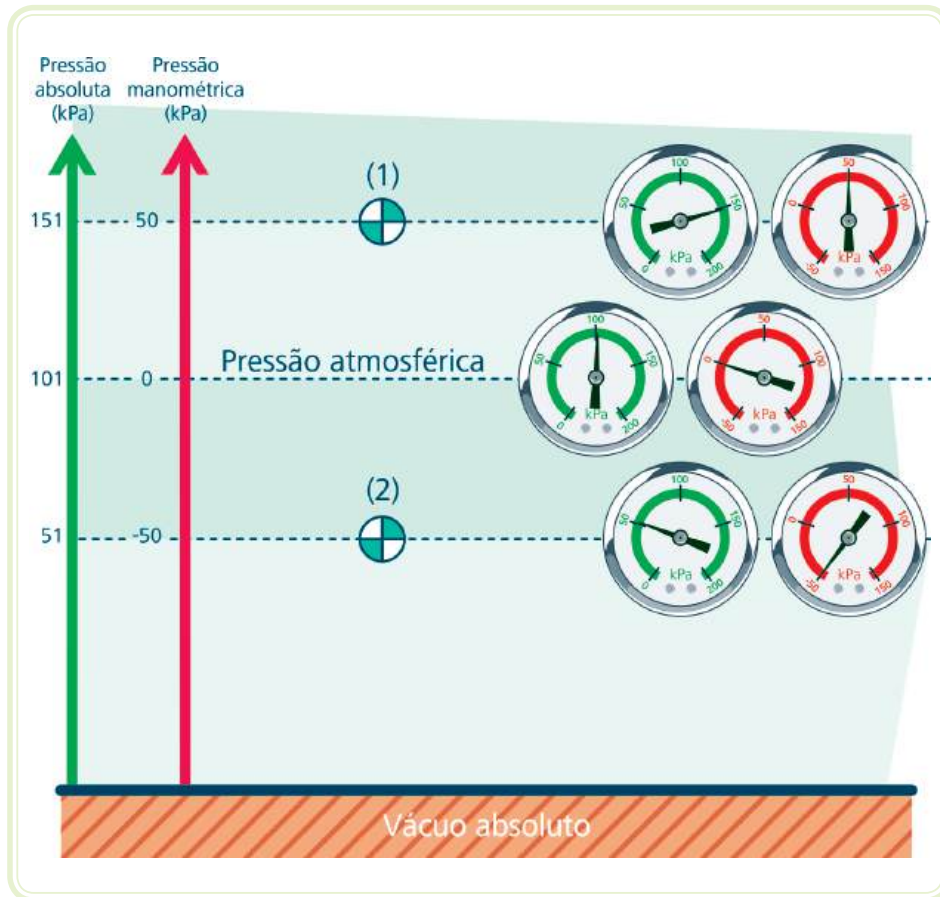
A altura de carga é uma definição muito importante e comumente utilizada para definir a capacidade de geração de pressão de bombas e ventiladores.

### 1.3 Medições de pressão e manometria

Pelo texto, pode-se perceber a importância das pressões no estudo de Mecânica dos Fluidos e, por esse motivo, muitas técnicas e instrumentos foram desenvolvidos para a medição dessa propriedade em uma massa fluida. A esta ciência convencionou-se chamar manometria.



A propriedade de pressão do fluido pode ser ainda expressa na forma de pressões absolutas e pressões manométricas. A pressão absoluta é medida tendo como referência a pressão de zero absoluto, enquanto a pressão manométrica é medida tendo como referência a pressão atmosférica. Na Figura 1.5, pode-se visualizar de uma forma gráfica a relação entre essas pressões.



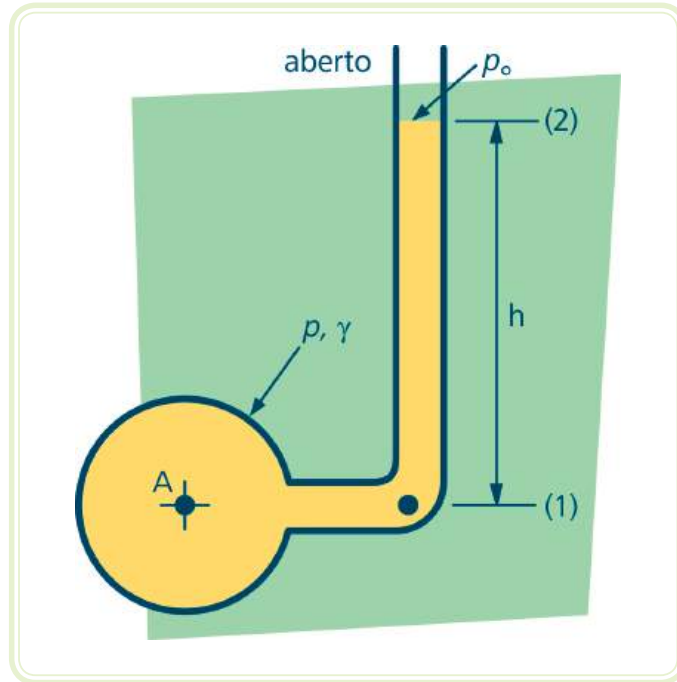
**Figura 1.5: Representação gráfica da pressão absoluta e pressão manométrica**

Fonte: CTISM

Pela Figura 1.5, pode-se verificar que pressões absolutas são sempre positivas, pois a sua referência é o eixo de zero absoluto (vácuo absoluto). A pressão atmosférica é uma pressão absoluta e representa a pressão exercida pela massa fluida da atmosfera sobre todas as superfícies de um plano local da terra. Pressões manométricas, por sua vez, têm como referencial a pressão atmosférica e, assim, podem ser positivas ou negativas. A última pode ser também chamada de pressão de vácuo ou simplesmente vácuo. Em problemas que envolvem a Mecânica dos Fluidos, é comum que se expresse a propriedade pressão na forma de pressão manométrica.

A medição da pressão é realizada com a utilização de manômetros, que podem medir tanto pressões absolutas como pressões manométricas, dependendo unicamente da escala de indicação desses instrumentos. Os manômetros de tubos verticais ou inclinados que utilizam colunas de líquidos são uma técnica usual para a medição de pressão e podem ser divididos em tubos piezométricos e manômetros de tubo em U.

O tubo piezométrico é a forma mais simples dos manômetros e consiste em um tubo vertical ou inclinado aberto para a atmosfera na sua extremidade superior e fixado a um recipiente cuja pressão se deseja verificar, conforme a Figura 1.6.



**Figura 1.6:** Tubo piezométrico

Fonte: CTISM

A determinação da pressão por esse método, uma vez que envolve uma coluna de massa fluida em repouso, é feita pela Equação 7, ou seja, se chamarmos a pressão manométrica em A de  $p_A$  [kPa], então podemos reescrever a Equação 7 para esta pressão:

$$\textcircled{9} \quad p_A = p - p_o = \gamma h$$

onde  $p_A$  [kPa] é a pressão manométrica,  $p$  [kPa] e  $p_o$  [kPa] são pressões absolutas e  $\gamma$  [N/m<sup>3</sup>] é o peso específico do fluido no recipiente A.



Esse tipo de manômetro só pode ser utilizado para medição de pressão em reservatórios com líquidos e nunca com gases, pois estes sairiam pela extremidade aberta e se perderiam na atmosfera. As pressões manométricas a serem medidas devem ser positivas e não podem ser muito elevadas, de modo que a coluna de líquido não apresente uma altura muito elevada, pois isso não é razoável para a sua construção nem para a obtenção das leituras.

O problema da medição da pressão em recipientes contendo gases pode ser eliminado utilizando-se o manômetro de tubo em U, podendo, neste caso, a pressão no recipiente ser negativa ou positiva, porém dentro de parâmetros que permitam alturas razoáveis de colunas de líquido para serem construídos.

O manômetro de tubo em U está representado na Figura 1.7. A determinação da pressão manométrica  $p_A$  [kPa], da mesma forma que nos tubos piezométricos, é feita através da Equação 7 igualando-se as pressões nos pontos 1 e 2 da Figura 1.7. Assim, a pressão absoluta  $p_1$  [kPa] em 1 é dada pela soma da pressão absoluta  $p$  [kPa] em A mais a contribuição da altura  $h_1$  [m] do fluido 1, ou seja:

$$(10) \quad p_1 = p + \gamma_1 h_1$$

Já a pressão  $p_2$  [kPa] é dada pela soma da pressão atmosférica absoluta  $p_o$  [kPa] mais a contribuição da altura  $h_2$  [m] do fluido 2, ou seja:

$$(11) \quad p_2 = p_o + \gamma_2 h_2$$

Igualando-se  $p_1 = p_2$  e fazendo  $p_A = p - p_o$ , é possível obter-se a equação para determinação de  $p_A$  [kPa]:

$$\begin{aligned} p + \gamma_1 h_1 &= p_o + \gamma_2 h_2 \\ p - p_o &= \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1 \end{aligned}$$

Logo:

$$(12) \quad p_A = \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1$$



Logo:

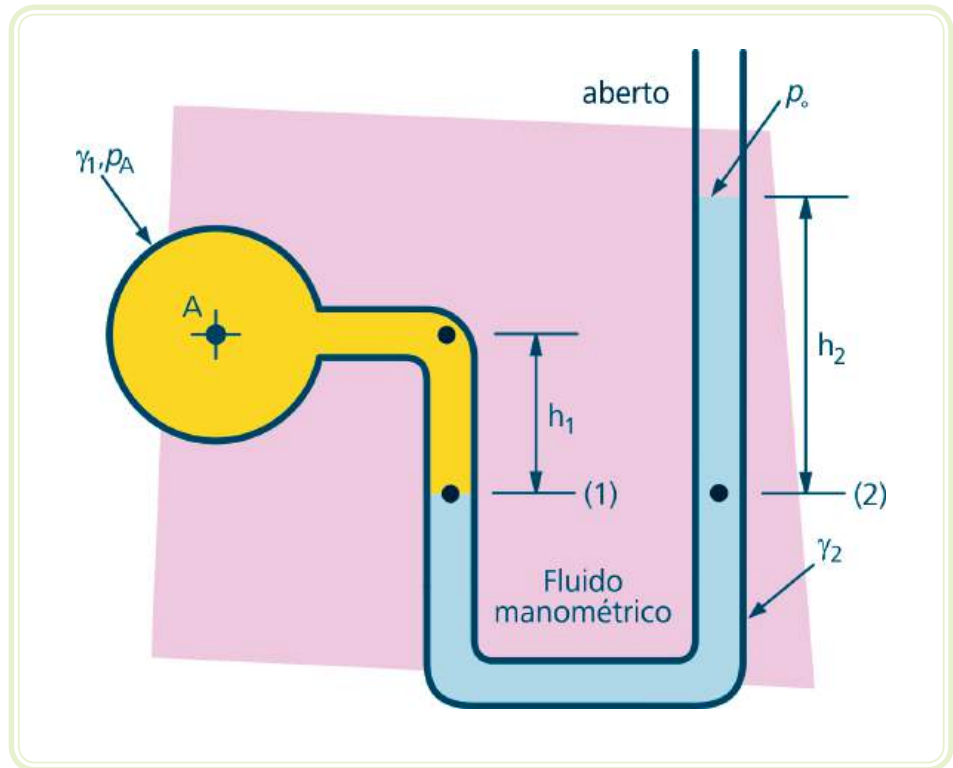


Figura 1.7: Manômetro de tubo em U

Fonte: CTISM



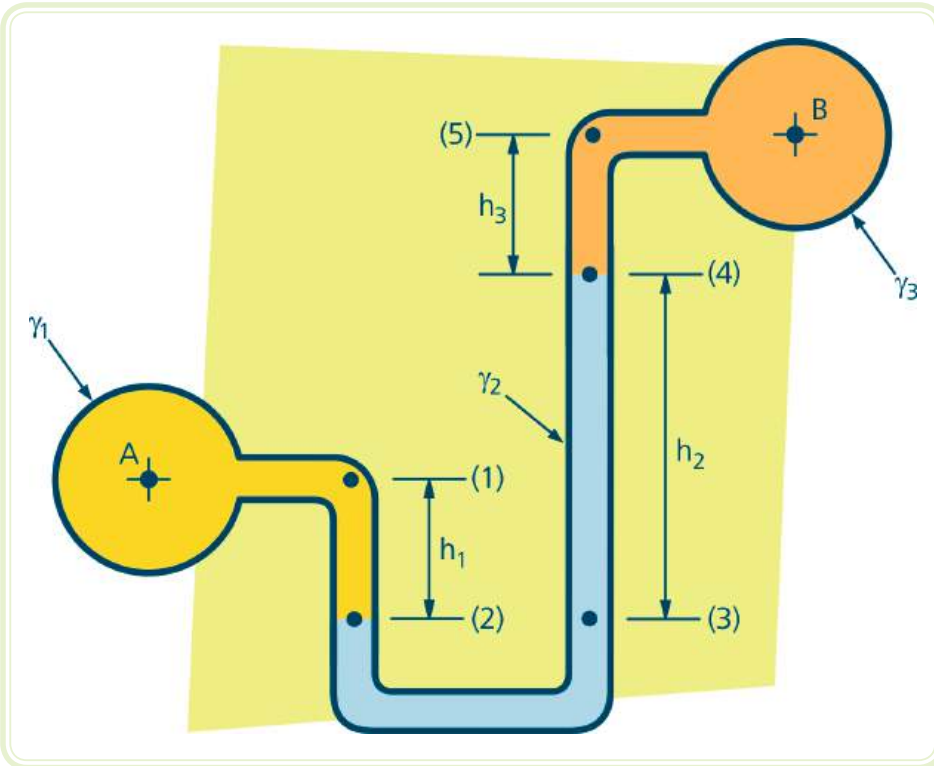
Assista a um vídeo sobre  
Construção de Manômetro em  
[http://www.youtube.com/  
watch?v=HzXjvt3jdCc](http://www.youtube.com/watch?v=HzXjvt3jdCc)

Quando o fluido dentro do reservatório for um gás, a contribuição da coluna  $h_1$  [m] pode ser considerada desprezível e a Equação 12 pode ser escrita como:

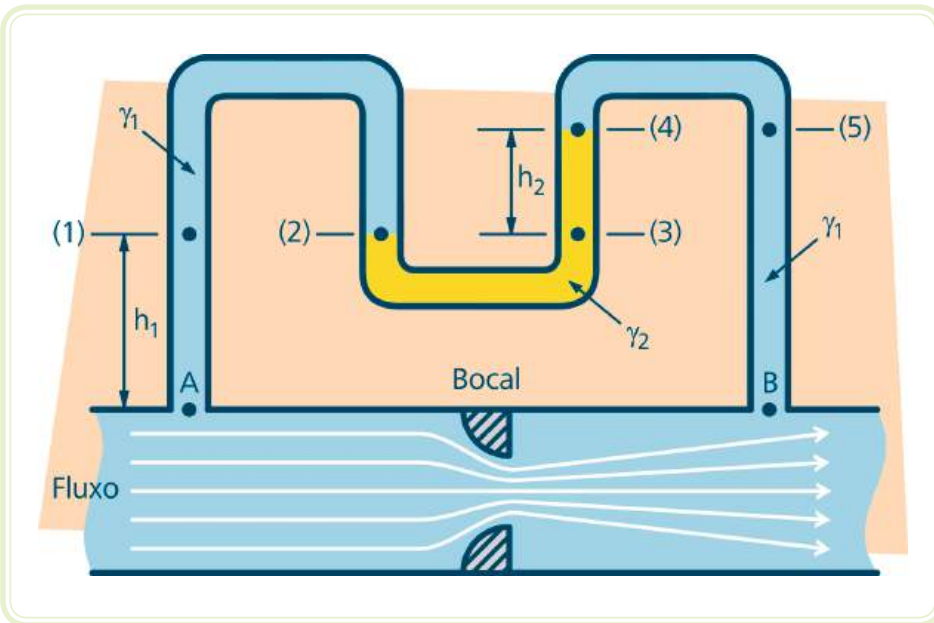
$$(13) \quad p_A = \gamma_2 h_2$$

A grande vantagem do manômetro em U é a possibilidade de medir-se a pressão em recipientes contendo gases. Contudo, esse instrumento pode ser utilizado para medir a diferença de pressão entre dois reservatórios, ou entre dois pontos em um determinado sistema, como mostra as Figuras 1.8 e 1.9. A dedução da equação para medir o diferencial de pressão em A e B é semelhante às deduções já apresentadas neste texto.





**Figura 1.8: Manômetro diferencial**  
 Fonte: CTISM



**Figura 1.9: Manômetro diferencial**  
 Fonte: CTISM

O peso específico dos fluidos  $\gamma$  [N/m<sup>3</sup>] é frequentemente representado em função da densidade relativa "D", sendo a seguinte relação considerada:

$$D_i = \frac{\gamma_i}{\gamma_{\text{ÁGUA}}}$$

Onde:

$$\gamma_{\text{ÁGUA}} = 10.000 \text{ N/m}^3,$$

$\gamma_i$  = Peso específico do fluido "i" considerado [N/m<sup>3</sup>].

Os manômetros apresentados até aqui são amplamente utilizados, mas apresentam muitas desvantagens em relação a sua aplicação quando comparados a outros dispositivos mecânicos ou elétricos, como o medidor de pressão de *Bourdon* (Figura 1.10) ou os transdutores piezoelétricos ou de extensores resistivos (Figura 1.11). Na prática, esses dispositivos são mais ágeis e mais práticos para a realização da medição das pressões do que os primeiros e, por isso, são os mais utilizados em plantas industriais.

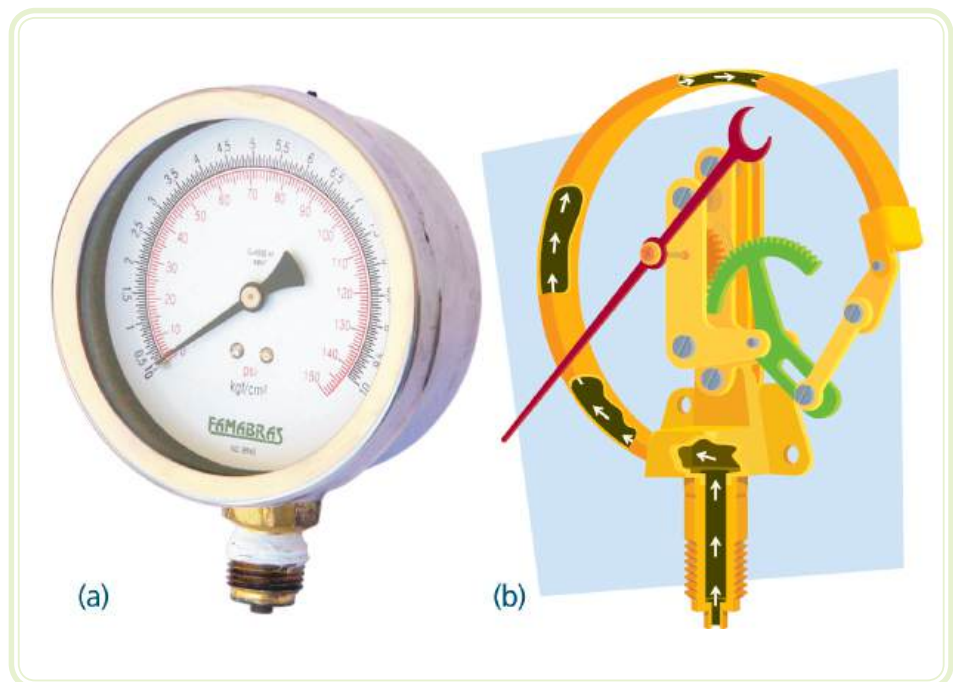


Figura 1.10: (a) Medidor de pressão de *Bourdon* e (b) esquema do medidor de pressão  
Fonte: CTISM

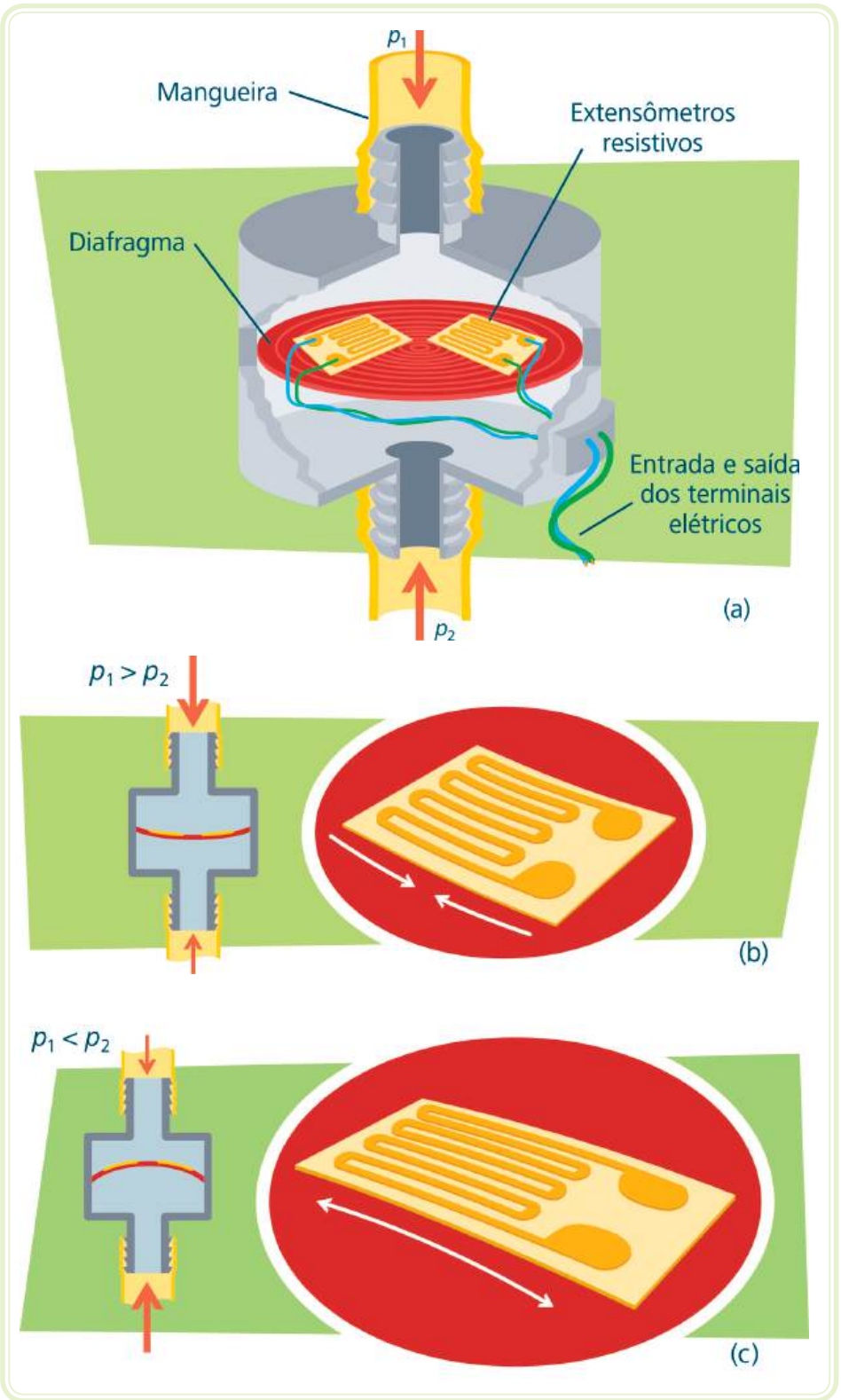


Figura 1.11: (a); (b) e (c) Transdutor de extensômetros resistivos  
 Fonte: CTISM

## 1.4 Força hidrostática

Quando uma superfície está submersa em uma massa fluida, forças oriundas do fluido agem sobre esta superfície, mesmo que elas estejam em repouso. O estudo dessas forças é particularmente importante no projeto de grandes tanques de armazenamento de fluidos, navios e represas.

Nas seções anteriores, verificou-se que a pressão em uma superfície de referência varia linearmente com a profundidade ou com a distância dessa superfície à superfície livre da massa fluida. Se considerarmos como referência uma superfície plana do fundo de um reservatório, a força que atua sobre essa superfície dependerá da pressão sobre a superfície e da sua área, ou seja:

$$F_R = p \cdot A = \gamma \cdot h \cdot A$$

A pressão exercida pela massa fluida em toda a superfície horizontal é constante, podendo ser calculada pela Equação 7, e a força resultante dessa pressão é conhecida como força hidrostática e atuará no centro geométrico da superfície, também conhecido de centróide (Figura 1.12a).

Contudo, a pressão que atua sobre as paredes verticais do reservatório varia linearmente com a distância da superfície livre do reservatório, uma vez que esta é proporcional à distância  $h$  do ponto de referência da parede à superfície livre, partindo, assim, da pressão atmosférica na linha da parede vertical que limita a superfície livre até a pressão de fundo  $p_F = \gamma h$  (Figura 1.12b).

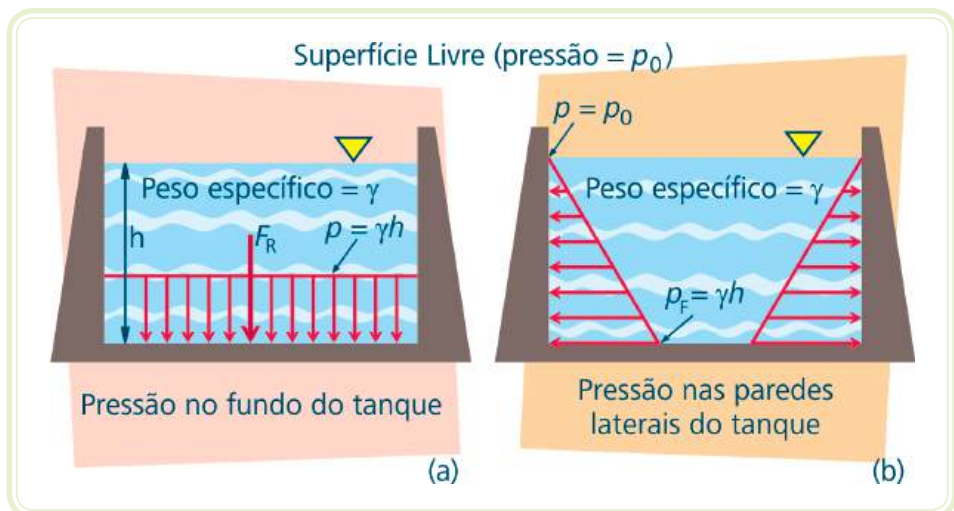


Figura 1.12: Pressão e força hidrostática exercidas no fundo horizontal e nas paredes verticais de um tanque aberto

Fonte: CTISM

## Resumo

Nesta aula, realizaram-se estudos sobre a ação de forças sobre superfícies submersas em fluidos em repouso. Considerou-se que o peso específico desses fluidos permanece constante com a profundidade da massa fluida, o que define os fluidos incompressíveis. Mostrou-se que a variação da pressão no fluido varia linearmente com a profundidade, fenômeno conhecido como distribuição da pressão hidrostática. Distinguiram-se ainda as pressões absolutas de pressões manométricas, considerando-se o referencial da escala.

Apresentaram-se também métodos de medição de pressão por meio de manômetros de coluna de líquido e discutiram-se as suas vantagens e desvantagens em relação a outros dispositivos práticos.

Discutiu-se ainda a ação de forças sobre superfícies planas horizontais e verticais submersas.

## Atividades de aprendizagem



1. Descreva como se comporta a distribuição da pressão hidrostática em uma massa fluida.
2. O que se entende por altura de carga?
3. Explique em uma figura as diferenças entre pressão manométrica e pressão absoluta.
4. Qual a pressão manométrica em kPa em um recipiente contendo óleo cujo tubo piezométrico apresenta uma leitura de 0,30 m. Considere a densidade relativa do óleo igual a 0,9.
5. Por que os medidores de pressão mecânicos ou elétricos são mais práticos que os manômetros de coluna de líquido?
6. No lado da sucção de uma bomba, um medidor de pressão de *Bourdon* mede 40 kPa de vácuo. Qual a pressão absoluta equivalente, se a pressão atmosférica absoluta é igual a 100 kPa?
7. Deduza a equação para determinar a pressão no reservatório B em função da pressão no reservatório A da Figura 1.8.

8. Qual a pressão sobre o casco de um submarino que viaja a 50m abaixo da superfície livre? Considerando a pressão atmosférica igual a 100 kPa, quantas vezes a pressão sobre o casco é maior do que a pressão atmosférica?

## Aula 2 – Aplicação das equações da quantidade de movimento e da energia mecânica em Mecânica dos Fluidos

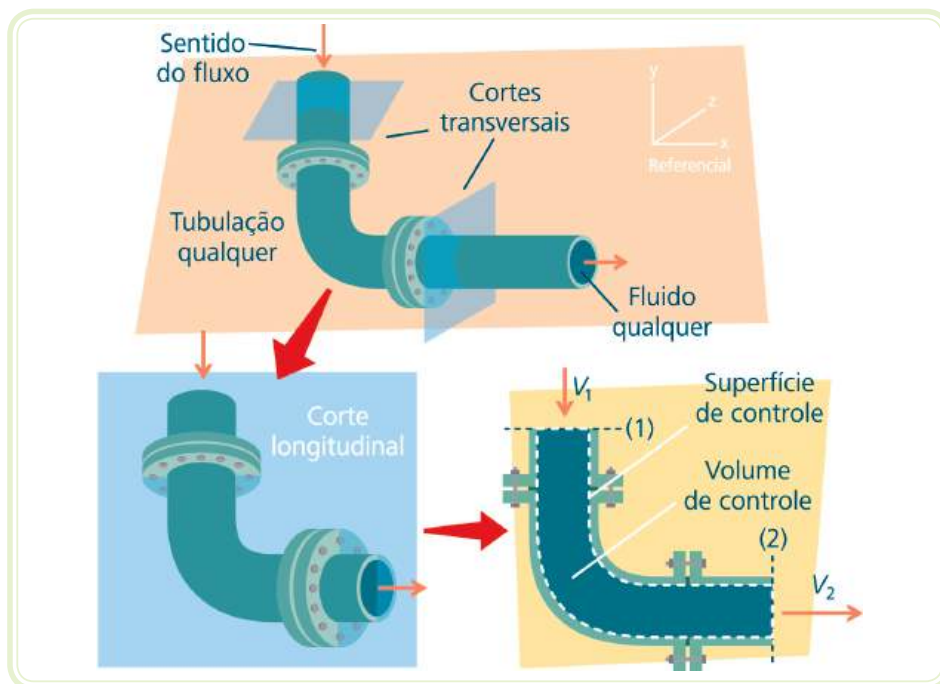
### Objetivos

Definir conceitos básicos para o estudo dos fluidos em regimes de escoamento.

Descrever os modelos matemáticos do comportamento dos fluidos em escoamento através das equações da quantidade de movimento, da equação da energia mecânica e da equação de *Bernoulli*.

### 2.1 Conceitos básicos

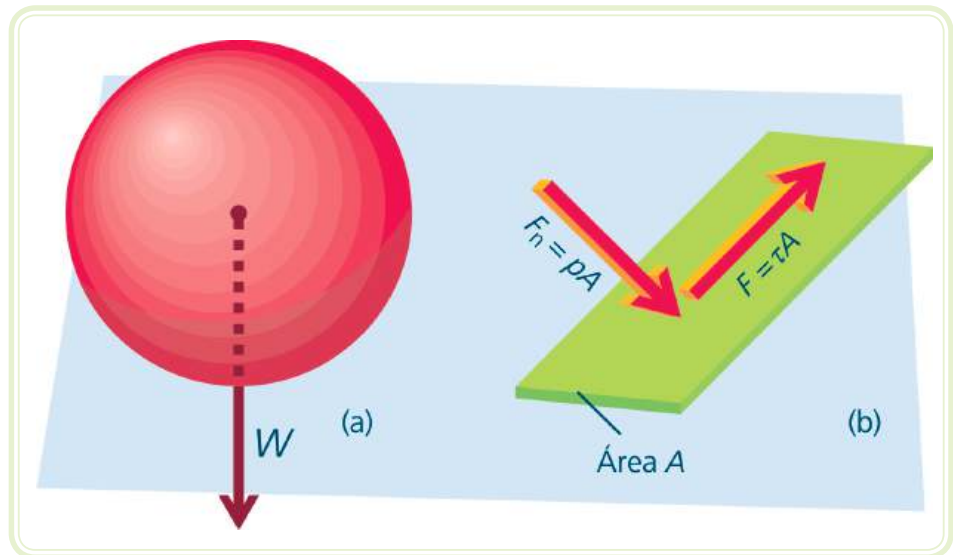
Em análises de escoamentos em Mecânica dos Fluidos, é comum utilizarem volumes de controle, ou seja, dependendo do objetivo da análise e das condições conhecidas do sistema em estudo, define-se uma região do espaço de interesse limitada por superfícies de controle ou fronteiras por onde pode ocorrer fluxo de massa.



**Figura 2.1: Volume de controle**

Fonte: CTISM

Em uma massa fluida contida em um volume de controle, a força peso associada à ação da gravidade é denominada força do corpo. O peso  $W$  [N] é capaz de influenciar no movimento do fluido, da mesma forma como se observa a influência do peso sobre o movimento de uma bola arremessada. Forças de superfície são as que atuam sobre a matéria interna e adjacente às superfícies de controle. Essas forças são capazes de produzir ou modificar o escoamento. A força resultante que atua sobre a massa fluida contida em um volume de controle é a soma de forças de superfície e forças de corpo.

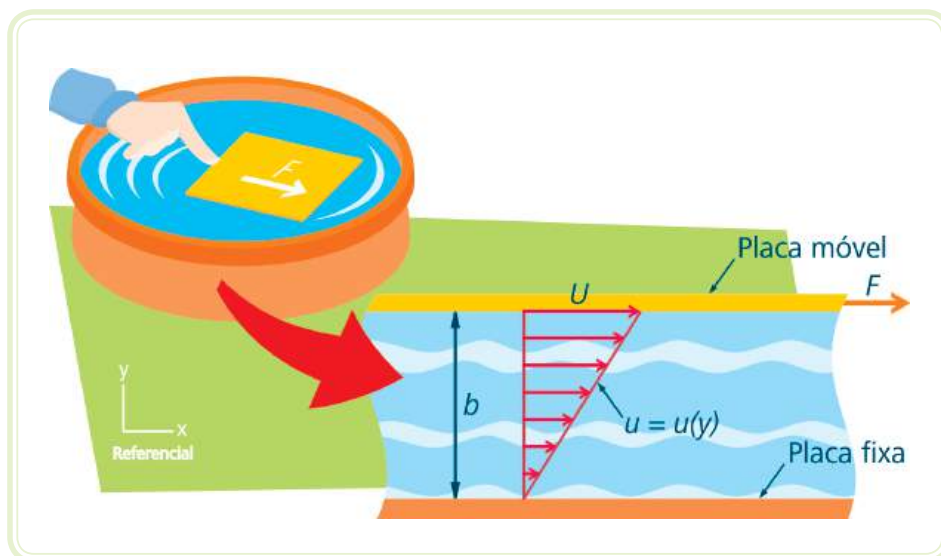


**Figura 2.2: (a) força de corpo e (b) forças de superfície**  
Fonte: CTISM

As diferenças de comportamento dos fluidos em escoamento podem ser justificadas por suas propriedades intrínsecas. Fluidos como a água e o óleo apresentam algumas propriedades muito semelhantes como a massa específica  $\rho$  [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]. Contudo, seus comportamentos são bem diferentes quando estão em regime de escoamento. Logo, outra propriedade deve influir nesses processos. A viscosidade [ $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ ] é uma dessas propriedades dos fluidos que influenciam muito no comportamento dos escoamentos.

Para definir a viscosidade de um fluido, deve-se imaginar a seguinte experiência apresentada na Figura 2.3:





**Figura 2.3: Comportamento de um fluido entre placas paralelas**

Fonte: CTISM

As duas placas paralelas estão separadas por um fluido a uma distância “ $b$ ”. A placa inferior é fixa, e a superior é móvel. Quando uma força “ $F$ ” é aplicada na placa móvel sobre o fluido, uma tensão de cisalhamento é aplicada sobre a superfície superior do fluido, fazendo-o escoar. Da mesma forma, cada ínfima camada da lâmina de fluido faz surgir uma tensão de cisalhamento aplicada à camada imediatamente inferior a ela. Um perfil de velocidade  $u$  ( $y$ ) pode ser observado, partindo da velocidade nula ( $u(0) = 0$ ) na camada adjacente à placa fixa até uma velocidade  $U$  [m/s] igual a velocidade da placa móvel ( $u(b) = U$ ). Quando este perfil apresenta uma relação linear como o da Figura 2.3, o fluido é denominado Newtoniano, e a tensão de cisalhamento é proporcional à relação  $U/b$ .

$$\tau = \mu \frac{U}{b}$$

O coeficiente de proporcionalidade da equação referida representa a viscosidade do fluido. Assim, quanto maior a viscosidade do fluido, maiores serão os efeitos do atrito viscoso no escoamento, ou melhor, maiores serão as tensões de cisalhamento entre as camadas de fluido.

Sempre que houver escoamento haverá também tensões de cisalhamento devido à viscosidade do fluido. Contudo, como forma de simplificação, quando a influência da viscosidade sobre o escoamento for pouco importante em relação as forças de corpo ou de superfície, o fluido pode ser considerado

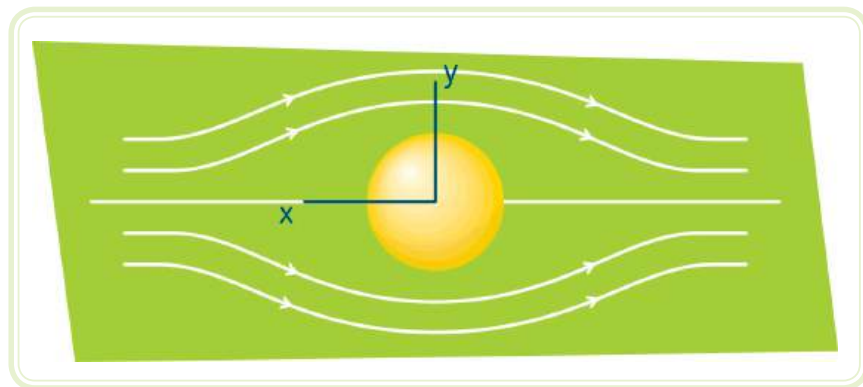
como **invíscito**, ou seja, sem viscosidade. Na prática, fluidos como a água ou o óleo podem ser considerados invíscitos e os escoamentos desses fluidos são chamados de **escoamentos invíscitos**.

Em geral, escoamentos de líquidos podem ser modelados também como **escoamentos incompressíveis**, pelo fato de que o peso específico desses fluidos apresenta pouca variação com a pressão em uma determinada condição.

Quando as propriedades do escoamento em um volume de controle não variam com o tempo, o escoamento é chamado de **regime permanente** ou **estacionário**.

Quando a velocidade do fluido tem o sentido normal (perpendicular) à superfície de controle e é a mesma em toda a superfície, o escoamento é denominado **unidimensional**.

Nos modelamentos de escoamento é comum definirem-se **linhas de fluxo**, que são as linhas formadas por pontos de tangência aos vetores que indicam o sentido da velocidade do escoamento. Quando o escoamento for a regime permanente, as linhas de fluxo serão exatamente o caminho percorrido por uma partícula fluida no escoamento, visto que a sua velocidade e seu vetor velocidade não variam com o tempo.



**Figura 2.4: Linhas de fluxo em um escoamento externo**

Fonte: CTISM



Assista a um vídeo sobre  
Fluidos Mecânicos em  
<http://www.youtube.com/watch?v=j6yB90vno1E&feature=Playlist&p=BD6071B837419278&index=0>

Essas modelagens apresentadas no texto tornam as análises de escoamentos mais simples e podem ser aplicadas a uma grande variedade de sistemas. Contudo, em alguns casos, é preciso maior cuidado para assumir essas simplificações.

## 2.2 Equação da quantidade de movimento

Por definição, quantidade de movimento de um corpo representa o produto da massa do corpo  $m$  [kg] pela sua velocidade  $V$  [m/s]. Já a segunda lei do movimento de *Newton* afirma que a força resultante  $F_R$  [N] atuando sobre um corpo em movimento é igual ao produto da sua massa  $m$  [kg] pela aceleração  $a$  [m/s<sup>2</sup>] do corpo:



$$(14) \quad F_R = ma$$

Considerando que a grandeza aceleração é igual à taxa temporal da variação da velocidade do corpo em movimento entre dois pontos 1 e 2, pode-se escrever a seguinte equação:

$$(15) \quad a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{\Delta t}$$

Onde  $V_2$  [m/s] e  $V_1$  [m/s] são as velocidades de um corpo ou, em Mecânica dos Fluidos, de um elemento da massa fluida em duas posições de uma linha de fluxo do escoamento e  $\Delta t$  [s] é o tempo que esse elemento da massa fluida leva para percorrer o trajeto entre essas duas posições.

Pode-se, assim, reescrever a Equação 14 da seguinte forma:

$$(16) \quad F_R = m \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{mV_2 - mV_1}{\Delta t}$$

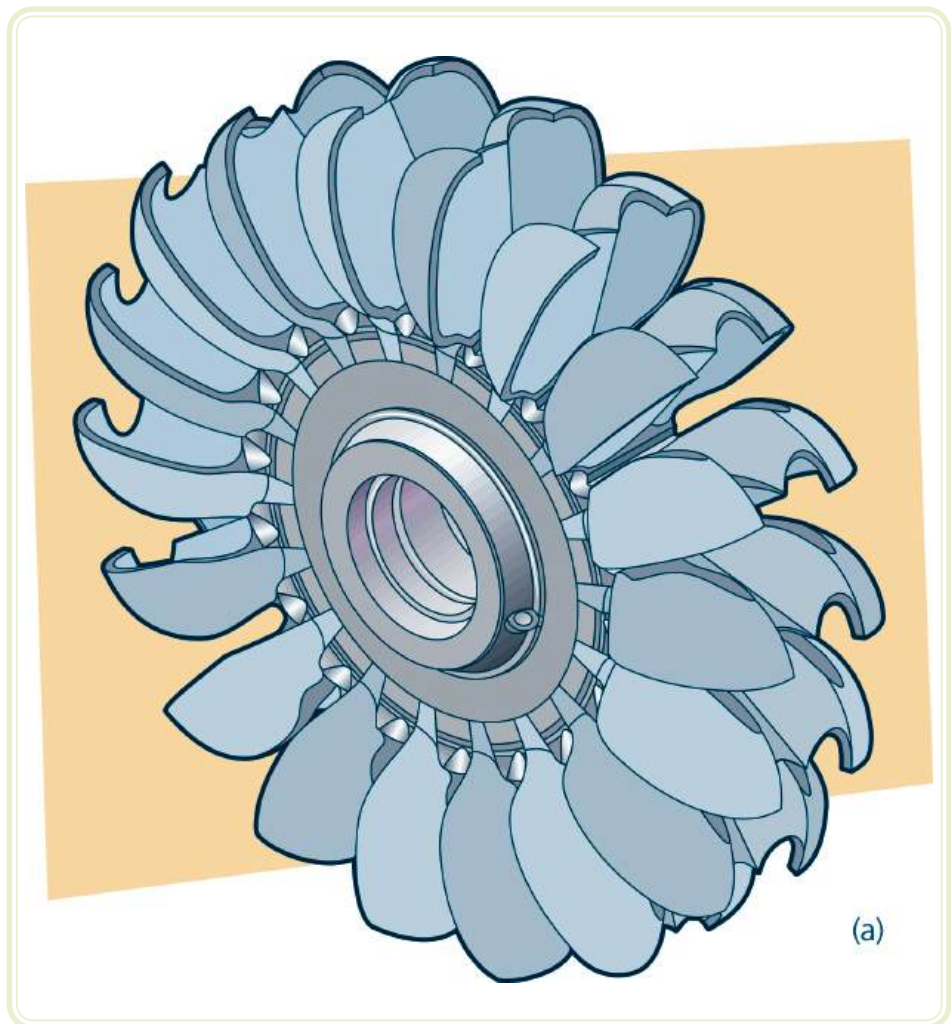
A Equação 16 representa que a força resultante que atua sobre um elemento fluido é igual à variação temporal da quantidade do movimento desse elemento.

Reagrupando os termos da direita da Equação 16 poderemos reescrevê-la em função da vazão mássica  $\dot{m}$  [kg/s] de um fluido em escoamento em regime permanente e, assim, obteremos a equação da quantidade de movimento para um volume de controle:

$$(17) \quad F_R = \dot{m}(V_2 - V_1)$$

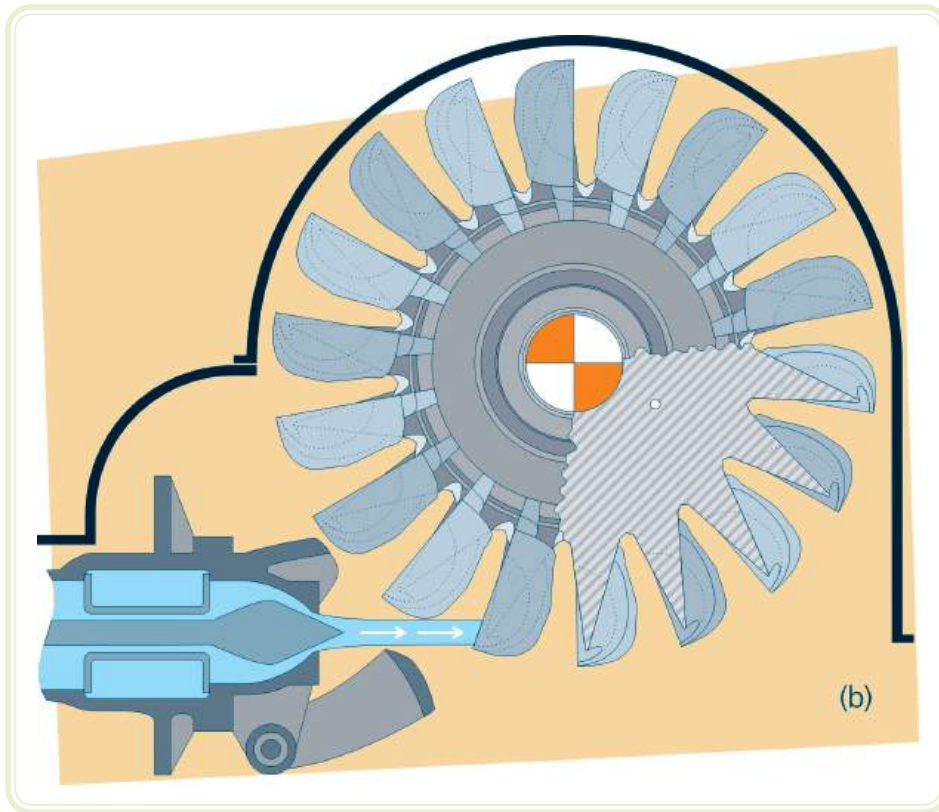
Onde  $\dot{m} = \frac{m}{\Delta t}$  é a vazão mássica de fluido, ou seja, é a massa de fluido que passa por uma área de referência na unidade de tempo.

Um caso típico de utilização da equação da quantidade de movimento que se pode apresentar é a determinação da força do jato d'água de um injetor de uma turbina *Pelton* sobre a pá da turbina. A Figura 2.5 apresenta o esquema de uma turbina *Pelton*, do injetor e da pá da turbina. Esse tipo de turbina é utilizado em inúmeras usinas hidroelétricas brasileiras. Pode-se verificar, por essa figura, que o jato que sai do injetor atinge a pá e o seu movimento segue o caminho do perfil da peça.



**Figura 2.5a: Turbina Pelton**

Fonte: CTISM



**Figura 2.5b: Turbina Pelton instalada**

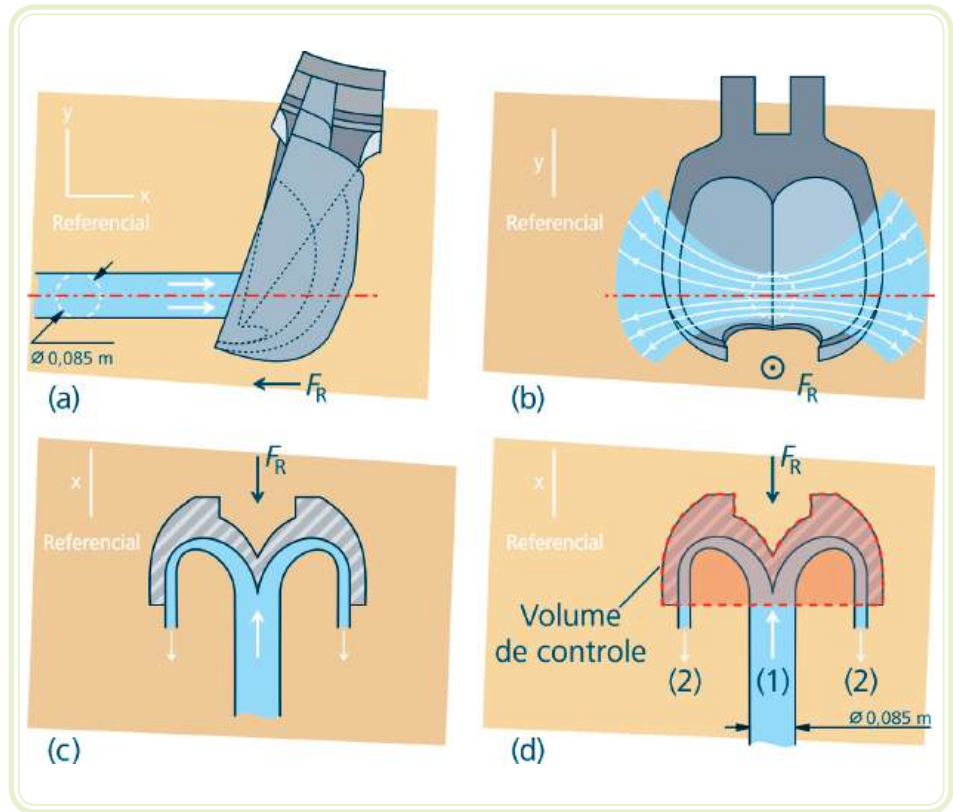
Fonte: CTISM

### 2.2.1 Exemplo de aplicação

A determinação da força resultante aplicada sobre a pá de uma turbina *Pelton* pelo jato d'água que sai do injetor da turbina é necessária para se obter a capacidade de geração de energia da turbina, tendo em vista que a potência de geração  $P$  [W] é o produto do torque  $T$  [Nm] obtido da força resultante pela velocidade angular do eixo  $\omega$  [rad/s]. A velocidade angular do eixo deve ser constante e para um gerador de 4 polos para uma frequência de 60 Hz deve ser igual a 1800 rpm.

Para determinar a força sobre a pá, basta que se contabilize a quantidade de movimentos na entrada e na saída de um volume de controle.

De acordo com o esquema apresentado na Figura 2.6, o jato de água que sai do injetor da turbina com 1 m de raio tem uma velocidade de 3 m/s e um diâmetro igual a 0,085 m. Por simplificação, vamos adotar o escoamento como permanente, incompressível ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) e unidimensional na entrada e na saída do volume de controle. A pressão em toda a superfície de controle é atmosférica. A análise será realizada apenas no plano  $xy$ .



**Figura 2.6: Vistas (a) lateral; (b) frontal e (c) corte mostrando o comportamento da água na colher. (d) Volume de controle e dados fornecidos**

Fonte: CTISM

Consideremos um volume de controle que inclui a pá da turbina e parte da água escoando sobre a pá. Aplicando-se a equação da quantidade de movimento para esse volume de controle, a força resultante no sentido do escoamento que, nesse caso, é paralelo ao eixo de referência x será dada por:

$$F_R = \dot{m}(V_2 - V_1)$$

Onde  $V_1$  e  $V_2$  são as velocidades da água entrando e saindo do volume de controle e  $F_R$  é a força resultante imposta pelo jato d'água sobre a pá ou, por outro ponto de vista, é a força de todo o sistema de geração acoplado à turbina que se opõe ao movimento do eixo e que deve ser vencida para manter a rotação constante. Como o escoamento é permanente, então  $|V_1| = |V_2|$ . Porém, os sinais são diferentes, pois seus sentidos são contrários. Logo  $V_1 = 3 \text{ m/s}$  e  $V_2 = -3 \text{ m/s}$ .

Em um escoamento a vazão mássica será dada por:

$$\dot{m} = \rho \times A \times V$$



Onde  $\rho$  é a massa específica do fluido [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ],  $A$  é a área normal ao escoamento [ $\text{m}^2$ ] e  $V$  é a velocidade do escoamento [ $\text{m}/\text{s}$ ]. Das condições fornecidas no problema, pode-se determinar a vazão mássica a partir do diâmetro do injetor e da velocidade  $V_1$ . Logo considere  $\pi = 3,14$ :

$$\dot{m} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{\pi \times 0,085^2 \text{m}^2}{4} \times 3,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 17,01 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Onde a área da seção circular do jato d'água será:

$$A = \frac{\pi \times d^2}{4} = \frac{\pi \times 0,085^2}{4} \text{m}^2$$

A força em *Newtons* será então:

$$F_R = 17,01 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \times (-3,0 - 3,0) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$
$$F_R = 17,01 \cdot (-3 - 3) = -102,06\text{N}$$

O sinal negativo de  $F_R$  indica a força que se opõe ao movimento e que será vencida pelo jato d'água para manter o movimento do rotor da turbina. Essa força produz um torque [ $\text{Nm}$ ]  $T = F_R \cdot \text{raio}$  do rotor:

$$T = 102,06\text{N} \times 1 \text{ m} = 102,06\text{N} \cdot \text{m}$$

A potência de geração desta turbina é dada por:

$$P = \omega \times T = \frac{2\pi N}{60} \times T$$

Onde  $P$  é a potência de geração de energia [W],  $\omega$  é a velocidade angular [rad/s],  $T$  é o torque sobre o rotor da turbina [Nm] e  $N$  é a velocidade de rotação do rotor da turbina [RPM]. Logo:

$$P = \frac{2\pi 1800}{60} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \times 102,06 \text{Nm} = 19228,10 \text{W}$$



## 2.3 Equação da energia mecânica

Outra forma útil de estudar as características do escoamento dos fluidos é a utilização da equação da energia mecânica para um volume de controle. Essa equação contabiliza as várias formas de energia envolvidas em um fluxo, como a energia cinética, a energia potencial, as perdas de energia que podem ocorrer nesse escoamento devido à força de atrito viscoso (devido à viscosidade do fluido), à energia fornecida ao volume de controle por bombas e compressores ou a retirada do volume de controle por turbinas. Assim, contabilizando as energias entre dois pontos 1 e 2 do escoamento, a equação da energia mecânica será:

$$(18) \quad \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_p - h_t - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

Os termos da Equação 18 da energia mecânica têm unidades de comprimento [m] e podem ser associados com alturas de carga, onde o termo da elevação  $z$  [m] é associado à energia potencial e pode ser chamado de altura de elevação. O termo da velocidade  $V^2/2g$  [m] é associado à energia cinética e é conhecido como carga de velocidade e representa a distância necessária para que o fluido acelere do repouso até a velocidade  $V$ . O termo da pressão  $p/\gamma$  [m] é conhecido como carga de pressão e representa a altura de uma coluna de líquido necessária para produzir uma pressão  $p$  [kPa] e  $\gamma$  [N/m<sup>3</sup>] é uma propriedade do fluido chamado peso específico. Os termos  $h_p$  [m],  $h_t$  [m] e  $h_L$  [m] representam alturas de carga adicionadas ou subtraídas do volume de controle por uma bomba, uma turbina e por perdas de carga oriundas de atrito viscoso, respectivamente.

Uma aplicação prática da equação da energia mecânica pode ser realizada na determinação da potência de uma bomba destinada a elevar água de um reservatório em um nível baixo para outro reservatório em um nível mais elevado.



### 2.3.1 Exemplo de aplicação

A determinação da potência de uma bomba para bombeamento de um fluido armazenado em um reservatório para outro a um nível mais elevado é um problema comum no ambiente industrial e doméstico.

O propósito da bomba em um sistema de elevação de fluido é proporcionar-lhe energia para aumentar a sua energia potencial, ou seja, movimentá-lo de um nível de energia potencial baixo para um nível de energia potencial alto. De acordo com o esquema da Figura 2.7, a água deve ser bombeada de um reservatório para outro com um nível de elevação de 9 m entre as suas superfícies livres. As perdas por atrito viscoso na tubulação impõem uma perda de carga nesse processo equivalente a uma altura de 4,26 m. A vazão volumétrica da bomba  $Q$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ] é de  $0,085 \text{ m}^3/\text{s}$ . Por simplificação, considera-se que o escoamento é permanente e incompressível. A pressão sobre as superfícies livres dos reservatórios é a pressão atmosférica, e a velocidade do fluido nas superfícies dos reservatórios é nula.

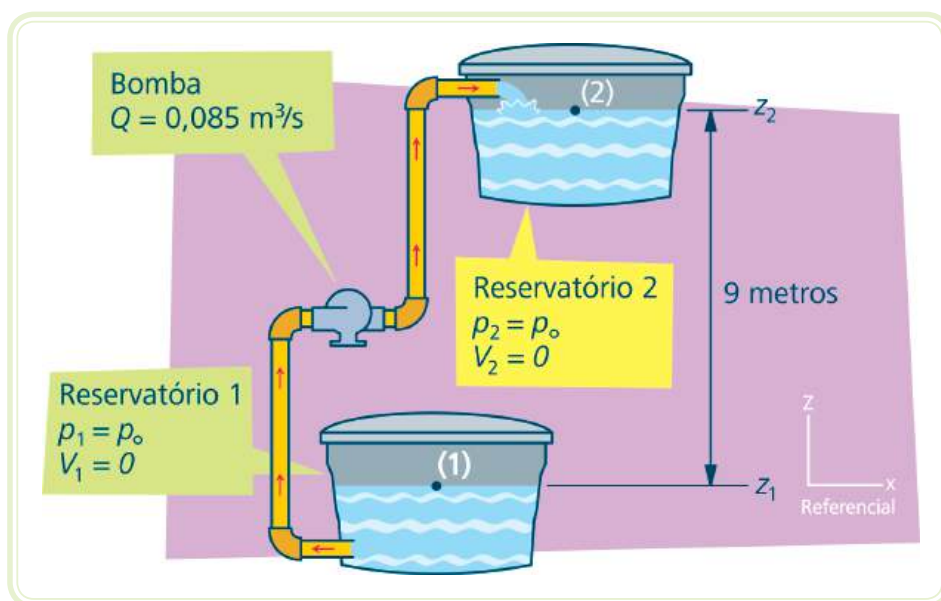


Figura 2.7: Esquema do sistema de bombeamento de água

Fonte: CTISM

Um balanço de energia entre os pontos 1 e 2, utilizando-se a equação da energia mecânica, deve ser utilizado neste problema:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_p - h_t - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

Reagrupando os termos e isolando o termo da altura de carga  $h_p$  correspondente à energia que deve ser fornecida pela bomba, chega-se à seguinte relação:

$$h_p = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + (z_2 - z_1) + h_t + h_L$$

Os termos de pressão e de velocidade anulam-se pelas hipóteses descritas, pois  $p_2 = p_1 = p_o$ , logo,  $p_2 - p_1 = 0$  e  $V_2 = V_1 = 0$ . O termo da altura de carga " $h_t$ " referente à turbina também é zero, pois não existem turbinas nesse sistema. Logo,

$$h_p = (z_2 - z_1) + h_L = 9\text{m} + 4,26\text{m} = 13,26\text{m}$$

Ou seja, para elevar água a uma altura de 9 m e numa vazão de  $0,085 \text{ m}^3/\text{s}$ , a bomba deve ser capaz de elevar a energia potencial do fluido a uma altura de carga equivalente a 13,26 m para compensar as perdas de carga na tubulação.

Em termos da pressão mínima que a bomba deve fornecer para realizar este bombeamento, considerando  $\gamma_{\text{água}} = 10.000 \text{ N/m}^3$ :

$$p_p = \gamma h_p = 10.000 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \times 13,26\text{m} = 132.600\text{Pa}$$

Ou seja, a bomba deve ser especificada para uma pressão mínima de 132,6 kPa.

A potência da bomba  $P_p$  [W] será dada então pelo produto da pressão pela vazão volumétrica  $Q$  [ $\text{m}^3/\text{h}$ ]:

$$P_p = Q p_p = Q \gamma h_p = 0,085 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times 10.000 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \times 13,26\text{m} = 11.271\text{W}$$

Ou seja, para executar esse serviço de bombeamento entre esses dois reservatórios na vazão requerida, a potência mínima da bomba é de 11,271 kW, ou 15 HP (1 kW = 1,341 HP).

## 2.4 Equação de *Bernoulli*

A equação de *Bernoulli* é um caso especial da equação da energia mecânica e considera um escoamento em regime permanente de um fluido incompressível e invíscido. Dessa forma, os termos referentes às alturas de carga  $h_p$  [m],  $h_t$  [m] e  $h_L$  [m] são nulos para essa equação, sendo esboçada assim:

$$(19) \quad \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

Essa equação está escrita na forma de alturas de carga, mas pode também ser escrita em termos da pressão, multiplicando-se todos os termos pelo peso específico e substituindo-se a relação  $\gamma/g$  pelo termo  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] que representa a massa específica do fluido, ou seja, uma propriedade do mesmo.

$$(20) \quad p_1 + \rho \frac{V_1^2}{2} + \gamma z_1 = p_2 + \rho \frac{V_2^2}{2} + \gamma z_2$$

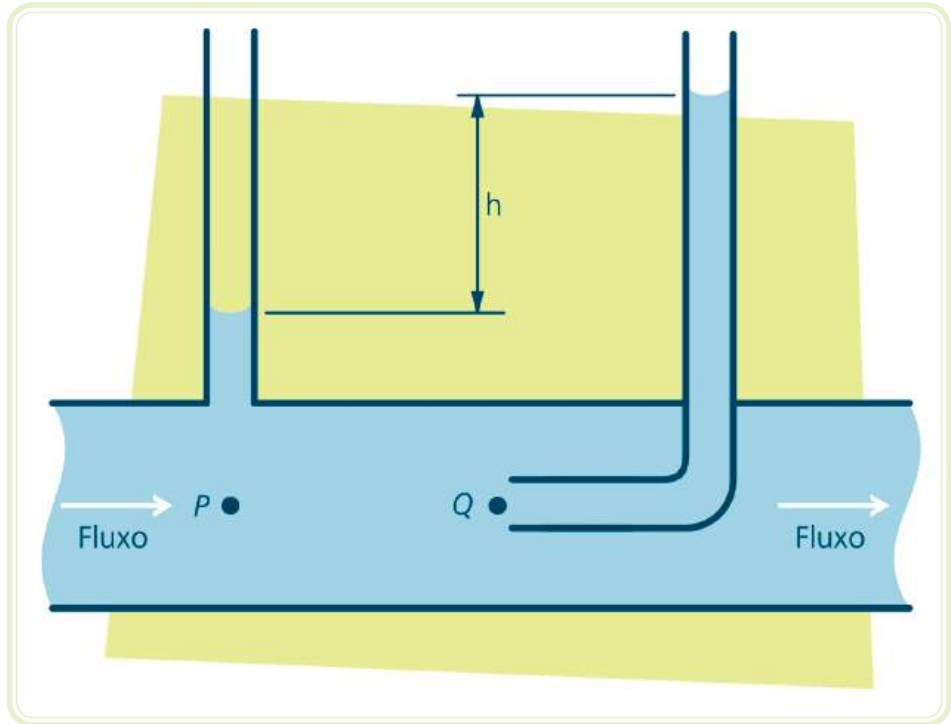
Isso permite afirmar que, nesse tipo de escoamento, a soma das alturas de carga correspondentes às energias permanece constante ao longo de uma linha de fluxo:

$$(21) \quad p + \rho \frac{V^2}{2} + \gamma z = \text{constante}$$

A soma dessas pressões é chamada de pressão total, e os termos são chamados de pressão estática  $p$  [kPa], pressão dinâmica  $\rho V^2/2$  [kPa] e pressão hidrostática  $\gamma z$  [kPa]. A equação de *Bernoulli* afirma que a pressão total permanece constante ao longo de uma linha de fluxo.

A pressão total é a pressão que seria exercida pelo fluido em escoamento sobre uma superfície perpendicular ao mesmo, e sua medida poderia ser feita por um manômetro apontado a montante do escoamento no ponto  $Q$  da Figura 2.8. Nesse ponto, o fluido encontra-se estagnado e, por isso, é chamado ponto de estagnação.

A pressão estática refere-se à pressão termodinâmica efetiva medida em um manômetro ou tubo piezométrico. No caso de um fluido escoando em uma tubulação, a pressão estática seria a medida tomada por um manômetro posicionado na parede da tubulação, ponto  $P$  da Figura 2.8.



**Figura 2.8: Medição de pressão estática e dinâmica**

Fonte: CTISM

A diferença de altura  $h$  apresentada na Figura 2.8 representa a pressão dinâmica.

A pressão hidrostática refere-se à pressão devida ao peso da coluna de fluido em relação a uma altura de referência, é a mesma propriedade estudada no capítulo de estática dos fluidos e nesta aplicação será sempre nula, visto que os pontos  $P$  e  $Q$  se encontram no mesmo nível.

Se aplicarmos a equação de *Bernoulli* entre os pontos  $P$  e  $Q$  da Figura 2.8, teremos:

$$p_P + \rho \frac{V_P^2}{2} + \gamma z_P = p_Q + \rho \frac{V_Q^2}{2} + \gamma z_Q$$

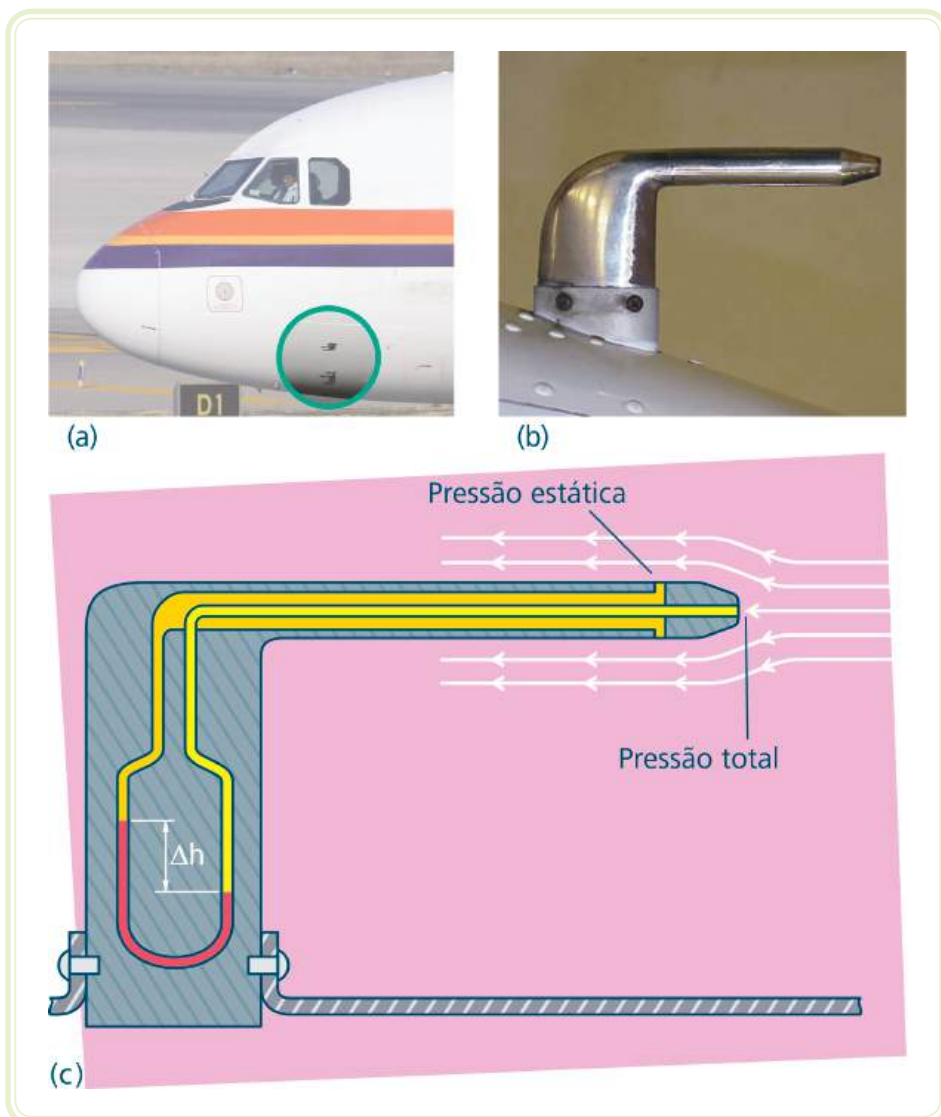
Considerando que  $V_Q = 0$ , porque o ponto  $Q$  é um ponto de estagnação do fluido e  $z_Q = z_P$ , pois  $Q$  e  $P$  estão em uma mesma altura, então:

$$\textcircled{22} \quad p_Q = p_P + \rho \frac{V_P^2}{2}$$

onde,  $p_P$  [Pa] e  $V_P$  [m/s] são a pressão estática e a velocidade do escoamento, respectivamente.

Uma utilização prática da equação de *Bernoulli* pode ser feita na medição da velocidade de escoamento com a utilização de um tubo de *Pitot* (Figura 2.9 b). O tubo de *Pitot* é um dispositivo que funciona segundo o esquema da Figura 2.8 e é utilizado em aviões para determinar a velocidade do voo (Figura 2.9 a). A partir da Equação 22 a velocidade do escoamento e a do voo será dada por:

$$(23) \quad V_p = \sqrt{\frac{2(p_Q - p_P)}{\rho}}$$



Assista a vídeos sobre Tubo de *Pitot* em <http://www.youtube.com/watch?v=VHwAa3GPcCQ>  
<http://www.youtube.com/watch?v=Ck9tlXF8Kvc>  
<http://www.youtube.com/watch?v=AN1foVEBpHo&feature=related>

Figura 2.9: (a) Vista do tubo de *Pitot* na fuselagem de um avião comercial; (b) detalhe do tubo de *Pitot* e (c) esquema de um tubo de *Pitot*

Fonte: (a) <http://www.airplane-pictures.net/>  
 (b) <http://www.billcasselman.com>  
 (c) CTISM

### 2.4.1 Exemplo de aplicação

Um tubo de *Pitot* como o da Figura 2.9c mede um diferencial de pressão em um escoamento de ar em uma tubulação. A altura  $h$  medida no manômetro diferencial em U de água é igual a 0,5 m. Qual é a velocidade do escoamento?

Por simplificação, considera-se o escoamento sobre o tubo de *Pitot* como permanente, invíscido e incompressível para que se possa aplicar a equação de *Bernoulli*. O único dado disponível é a medição da altura no manômetro diferencial que, como se verificou, é proporcional à diferença entre a pressão total e a pressão estática, ou seja, é a própria pressão dinâmica do escoamento. Da seção de estática dos fluidos sabe-se que um diferencial de pressão pode ser escrito em função de uma altura de coluna de líquido. Assim:

$$p_Q - p_P = \gamma_{\text{ÁGUA}} \cdot h$$

onde  $h$  [m] é a altura medida no manômetro diferencial e  $\gamma_{\text{ÁGUA}} = 10.000 \text{ N/m}^3$  é o peso específico do fluido utilizado no manômetro e  $\rho_{\text{ar}} = 1,23 \text{ kg/m}^3$  é a massa específica do ar em escoamento. Finalmente, substituindo-se os valores na Equação 23:

$$V_p = \sqrt{\frac{2 (\gamma_{\text{ÁGUA}} \cdot h)}{\rho_{\text{AR}}}} = \sqrt{\frac{2 (10.000 \text{ N/m}^3 \cdot 0,5 \text{ m})}{1,23 \text{ kg/m}^3}} = 90,16 \text{ m/s}$$

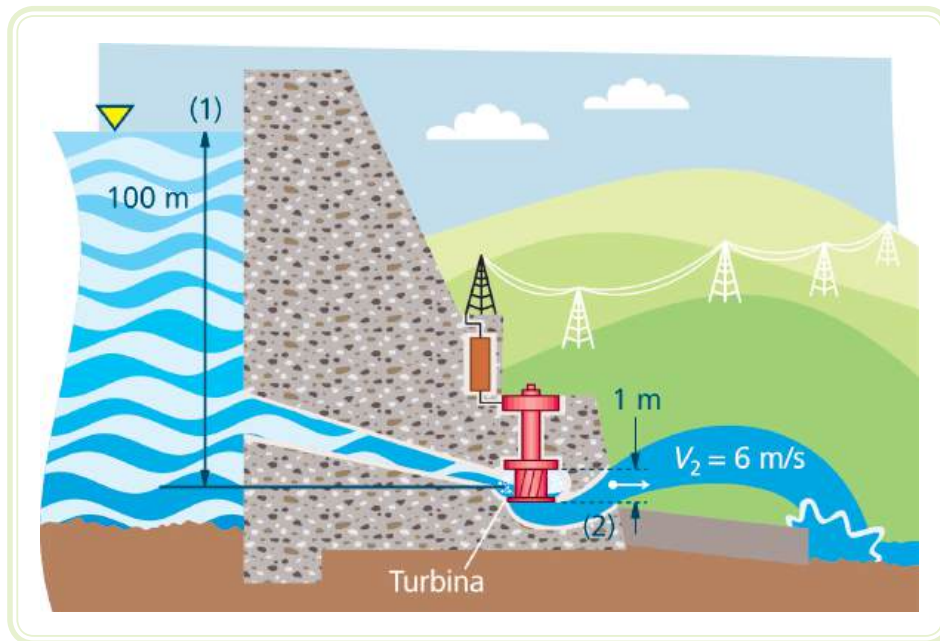
### Resumo

Nessa aula iniciamos o estudo dos fluidos em escoamento e definimos conceitos iniciais que simplificam a solução dos problemas que são bastante complexos. Através da equação da quantidade de movimento ou de momentos, foi possível calcular a força exercida por um escoamento sobre superfícies interpostas no fluxo, considerando que a força resultante sobre uma superfície atingida pelo escoamento é igual à variação temporal da quantidade de movimento deste fluxo. Utilizando a equação da energia mecânica, demonstramos que a energia total se conserva em um volume de controle, e este método deve ser utilizado em problemas em que o atrito viscoso é importante ou em casos nos quais bombas ou turbinas adicionam ou retiram energia do fluido escoando. Por fim, em um caso mais simplificado, utilizamos a equação de *Bernoulli*, considerando que a pressão total se conserva em escoamentos permanentes, não viscosos e incompressíveis e utilizamos esse princípio para determinar a velocidade de um escoamento.

## Atividades de aprendizagem



1. Na seção 2.2.1, se o gerador necessitasse de uma velocidade de 3200 rpm, qual seria a velocidade do jato d'água do injetor para manter a mesma potência de geração de energia?
2. Considerando a equação da energia mecânica, determine a máxima potência de geração (sem perdas de carga  $h_L = 0$ ) que a turbina mostrada no esquema que segue poderia produzir. Considere a vazão volumétrica de água na turbina  $Q = 5 \text{ m}^3/\text{s}$ .



Fonte: CTISM

3. Qual seria a diferença de pressão que seria medida em um tubo de *Pitot* de um avião que voa a 800 km/h. Apresente o resultado em metros de coluna de água e em *Pascals* (Pa). Considere a aceleração da gravidade na altitude do voo  $g = 9,7 \text{ m/s}^2$  e  $\rho_{\text{AR}} = 1,23 \text{ kg/m}^3$ .





# Aula 3 – escoamentos internos

## Objetivos

Estudar o escoamento de fluidos viscosos no interior de tubos ou dutos.

Determinar a perda de carga em tubos e dutos.

## 3.1 Escoamento interno em tubos e dutos

### 3.1.1 Escoamento laminar e turbulento

Um cientista britânico chamado Osborne Reynolds estudou o escoamento em tubos ou dutos utilizando um experimento muito simples (Figura 3.1). Em um tubo transparente, Reynolds adaptou uma sonda de corante de forma a introduzir um contraste no escoamento para verificar suas condições. Com esse experimento o cientista verificou que o contraste de corante apresentava comportamentos diferentes, de acordo com as diferentes características do tubo, do fluido e do escoamento. Para identificar o tipo de escoamento, Reynolds propôs um parâmetro adimensional conhecido como número de *Reynolds* que relaciona as seguintes propriedades do fluido: massa específica e viscosidade; geometria do tubo e velocidade média do escoamento. O número de *Reynolds* para tubos circulares é dado pela seguinte relação:

$$(24) \quad Re = \frac{\rho VD}{\mu}$$

onde  $Re$  é o número adimensional de *Reynolds*,  $\rho$  [ $\text{kg/m}^3$ ] é a massa específica,  $V$  [ $\text{m/s}$ ] é a velocidade média do escoamento,  $D$  [ $\text{m}$ ] é o diâmetro da tubulação e  $\mu$  [ $\text{N}\cdot\text{s/m}^2$ ] é a viscosidade do fluido.

Através do número *Reynolds*, pode-se determinar se o escoamento é laminar, transiente ou turbulento. O escoamento será laminar se  $Re < 2100$  a  $2300$  e será turbulento para  $Re > 4000$ . Para  $Re$  entre esses limites, o escoamento poderá ser turbulento ou laminar, ou seja, transiente.



### Quadro 3.1: Tipos de escoamentos

Número de <i>Reynolds</i>	Tipo de escoamento
$Re < 2100$ a $2300$	Escoamento laminar
$Re > 4000$	Escoamento turbulento



Assista a um vídeo sobre Fluidos Mecânicos em <http://www.youtube.com/watch?v=3vbFcVwzaEI&feature=Playlist&p=BD6071B837419278&index=13>

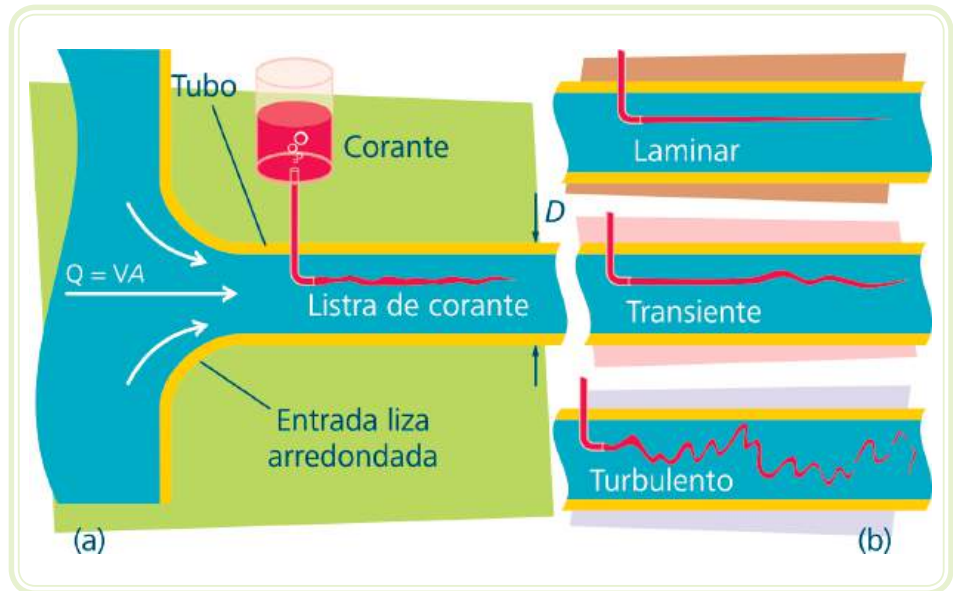


Figura 3.1: (a) Experimento de *Reynolds* para ilustrar o tipo de escoamento e (b) listras típicas de corante

Fonte: CTISM

### 3.1.2 Região de entrada e escoamento completamente desenvolvido

No escoamento de um fluido através de um tubo ou de um duto, o perfil de velocidade de escoamento na entrada do sistema é normalmente uniforme (Figura 3.1a). Na medida em que o fluido avança na direção do escoamento, os efeitos da viscosidade são percebidos pela aderência de uma camada de fluido sobre a parede do tubo, e há o surgimento de tensões de cisalhamento entre as camadas adjacentes. A camada do escoamento que é influenciada por esse efeito da viscosidade é chamada de camada limite. A velocidade da camada aderida à parede do tubo é zero e a velocidade do fluido cresce no sentido da direção do centro do tubo onde é máxima, de acordo com a Figura 3.1b. O perfil de velocidade apresenta então em um determinado comprimento do tubo ou duto um comportamento variável que vai de um perfil uniforme na entrada até assumir um perfil parabólico, a partir do qual se diz que o escoamento está completamente desenvolvido. A região onde o perfil de velocidade é variável é chamada de região de entrada.

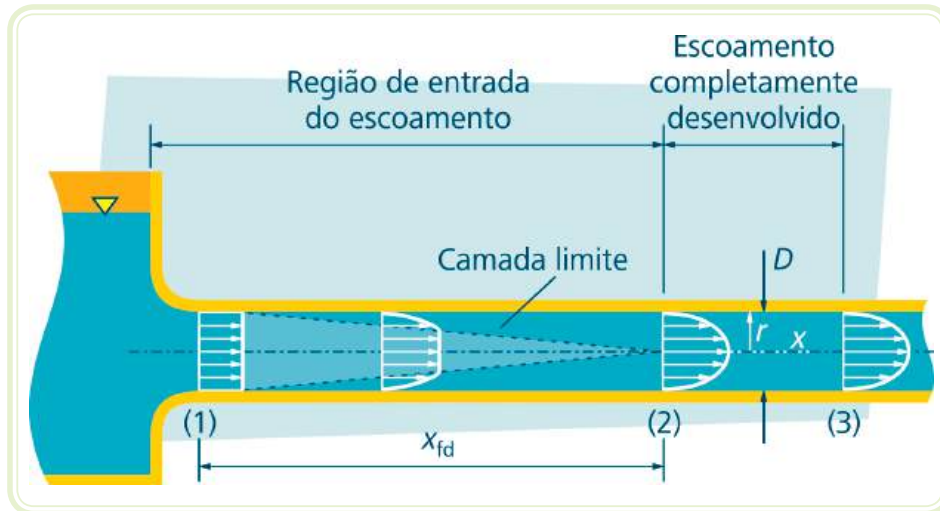


Figura 3.2: Perfil de velocidade do escoamento na região de entrada e no escoamento completamente desenvolvido

Fonte: CTISM

O comprimento da região de entrada  $x_{ent}$  [m] depende do tipo de escoamento ser laminar ou turbulento e pode ser determinado pelas seguintes relações:

$$\frac{x_{ent}}{D} = 0,05 Re - \text{escoamento laminar}$$

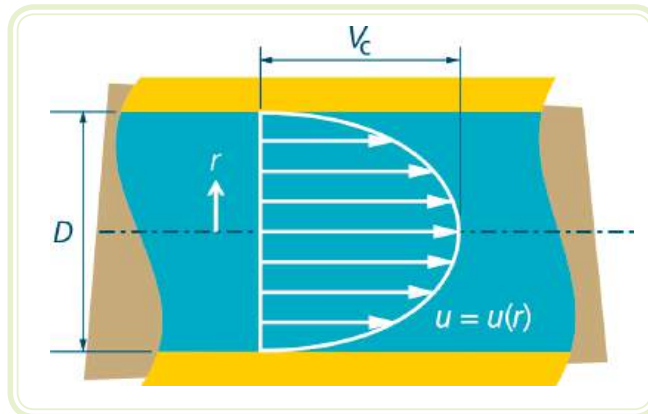
$$10 \leq \frac{x_{ent}}{D} \leq 60 - \text{escoamento turbulento}$$

### 3.1.2.1 Escoamento laminar completamente desenvolvido

Embora não sejam comuns na prática como forma de simplificação, muitos escoamentos podem ser considerados completamente desenvolvidos, permanentes e laminares. Considerando ainda o fluido como Newtoniano, o perfil de velocidade em função do raio em um tubo circular pode ser determinado por:

$$(25) \quad u(r) = v_c \left[ 1 - \left( \frac{2r}{D} \right)^2 \right]$$

onde  $u(r)$  [m/s] é a velocidade a uma distância  $r$  [m] qualquer da linha de centro do escoamento,  $D$  [m] é o diâmetro do tubo e  $v_c$  [m/s] é a velocidade na linha de centro do escoamento.



**Figura 3.3: Perfil de velocidade em um escoamento interno**

Fonte: CTISM

Nessas mesmas condições de escoamento, outra relação importante é o comportamento da vazão volumétrica e da perda de carga em um comprimento  $l$  [m] da tubulação, dadas pela seguinte relação conhecida como Lei de *Poiseuille*.

(26)

$$Q = \frac{\pi D^4 \Delta p}{128 \mu l}$$

onde  $\Delta p$  [kPa] é a perda de pressão na tubulação,  $\mu$  [N.s/m<sup>2</sup>] é a viscosidade do fluido e  $D$  [m] é o diâmetro da tubulação.

Muitos escoamentos não podem ser considerados como laminares e as simplificações adotadas nas seções anteriores do texto podem gerar erros importantes nas análises dos escoamentos. Escoamentos turbulentos são muito comuns e desejáveis na prática, como por exemplo, os processos de mistura ou de transferência de calor em resfriadores ou trocadores de calor.

### 3.2 Perda de carga em escoamentos internos

Na análise de escoamentos internos em tubos ou dutos é comum que se necessite determinar a perda de carga  $h_L$  [m] que a tubulação impõe ao sistema fluido. Essa perda de carga é oriunda dos efeitos da viscosidade do fluido e pode ser determinada contabilizando-se os efeitos localizados  $h_{Loc}$  [m] impostos por componentes como curvas, tês, joelhos, válvulas ou outros componentes que estejam montados no fluxo fluido e pelos efeitos viscosos

normais impostos pela tubulação linear  $h_N$  [m]. Assim, a perda de carga total do sistema será dada pela seguinte equação:

$$(27) \quad h_L = h_{LOC} + h_N$$

### 3.2.1 Perdas de cargas normais

As perdas de cargas normais ocorrem em função do efeito viscoso do fluido em escoamento e dependem de fatores como a velocidade do escoamento, a geometria da tubulação (comprimento e diâmetro), a rugosidade da parede da tubulação e das propriedades de viscosidade e massa específica do fluido. Algebricamente, é possível contabilizar as perdas de cargas normais utilizando a equação de *Darcy-Weisbach*:

$$(28) \quad h_N = f \frac{LV^2}{D2g}$$

onde  $L$  [m] é o comprimento linear da tubulação,  $V$  [m/s] é a velocidade média do escoamento,  $D$  [m] é o diâmetro da tubulação,  $g$  [m/s<sup>2</sup>] é a aceleração da gravidade e  $f$  é o fator de atrito.

O fator de atrito é um parâmetro adimensional que depende do número de *Reynolds* e da rugosidade relativa. A rugosidade relativa é a relação entre a rugosidade aparente  $\varepsilon$  [m], que representa um fator característico da rugosidade da parede, e o diâmetro do tubo:

$$(29) \quad \text{Rugosidade relativa} = \frac{\varepsilon}{D}$$

**Tabela 3.1: Rugosidades aparentes**

Tubo	Rugosidade aparente - $\varepsilon$	
	Pés	Milímetros
Aço rebitado	0,003 – 0,03	0,9 – 9,0
Concreto	0,001 – 0,01	0,3 – 3,0
Ferro fundido	0,00085	0,26
Ferro galvanizado	0,0005	0,15
Tubo estirado	0,000005	0,0015
Plástico e vidro	0,0 (liso)	0,0 (liso)

O fator de atrito é determinado através do diagrama de *Moody*, que fornece o fator de atrito (ordenada y da esquerda) a partir do número de *Reynolds* na abscissa (eixo x) e da rugosidade relativa (ordenada y da direita). Pelo diagrama da Figura 3.4, pode-se verificar que o fator de atrito para escoamentos laminares ( $Re < 2100$ ) independe da rugosidade e pode ser dado diretamente por:

$$\textcircled{30} \quad f = \frac{64}{Re}$$

Pode-se ainda verificar que, para regimes identificados na figura como plenamente turbulentos, o fator de atrito não depende de  $Re$ , mas apenas da rugosidade relativa.

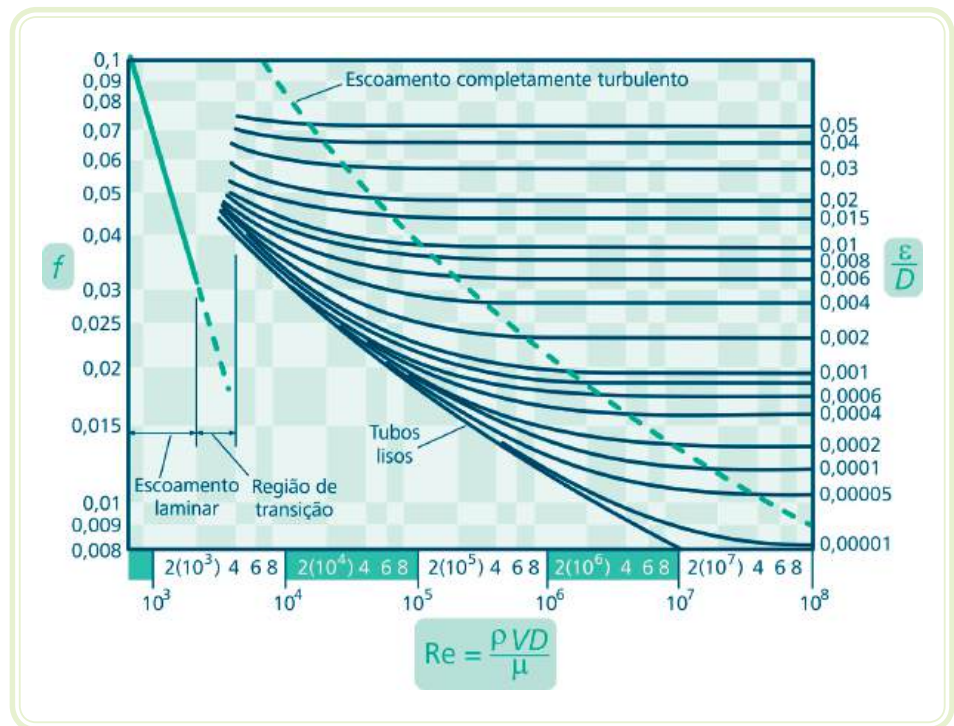


Figura 3.4: Diagrama de *Moody*

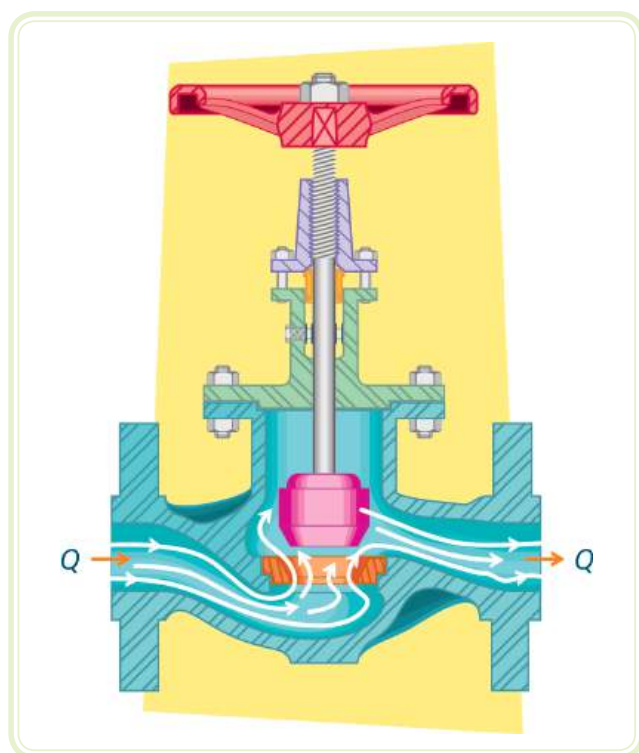
Fonte: CTISM



### 3.2.2 Perdas de cargas localizadas

As perdas de cargas localizadas são devidas aos componentes ou geometrias que compõem a tubulação que não sejam o tubo reto. A contabilização dessas perdas é relacionada a um fator experimental chamado **coeficiente de perda**  $K_L$ . O coeficiente de perda está muito relacionado à geometria dos componentes e pouco relacionado às condições do escoamento. Na Figura 3.5 verificamos que o fluido, ao passar por uma válvula, assim como em qualquer outro compo-

nente, tem dificuldades devido às restrições que se apresentam e que obrigam a várias mudanças de direção do fluxo para o fluido transpassar o componente.



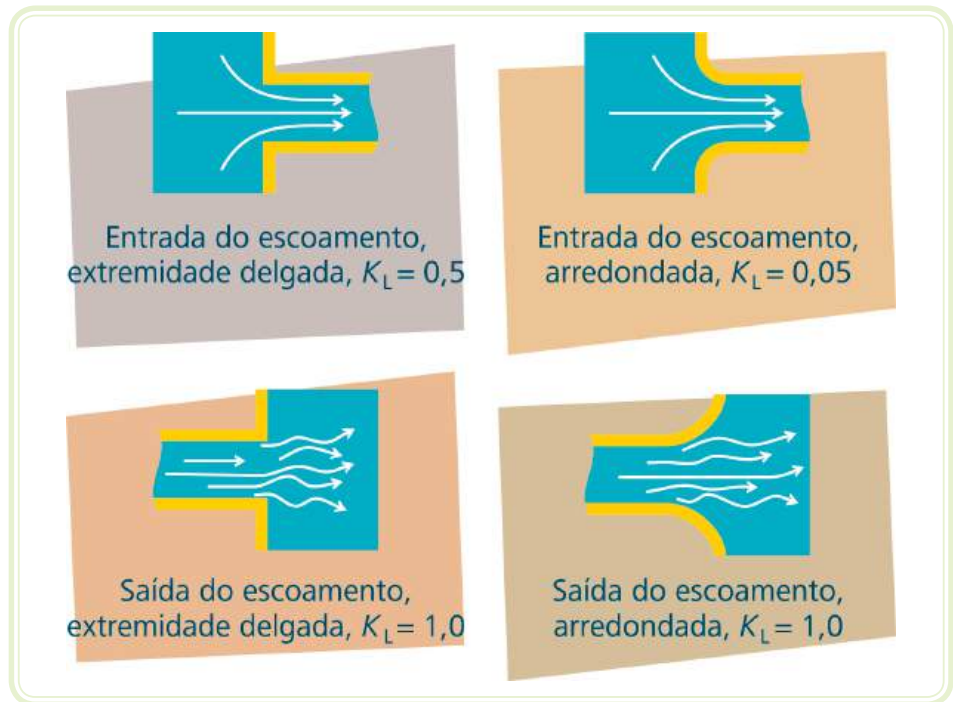
**Figura 3.5: Detalhes do escoamento em uma válvula**

Fonte: CTISM

Dessa forma, esse componente oferece uma restrição equivalente a um determinado comprimento reto de tubulação, ou seja, o seu efeito é o mesmo que um aumento da tubulação de uma quantia igual ao comprimento equivalente do componente. A determinação algébrica da perda localizada por um componente é dada por:

$$(31) \quad h_{\text{loc}} = K_L \frac{V^2}{2g}$$

A Figura 3.7 apresenta os coeficientes de perda proporcionais aos comprimentos equivalentes de vários componentes encontrados comercialmente. Já a Figura 3.6 apresenta os coeficientes de perdas para algumas geometrias de entradas e saídas de escoamentos. A determinação da perda total  $h_L$  se dá pela contabilização de todas as perdas associadas a componentes localizados, mais as perdas normais da tubulação.



**Figura 3.6:** Valores de coeficientes de perda para escoamentos em entradas e saídas  
 Fonte: CTISM




Componente	$K_L$	
a. Curvas: 90° (raio normal), flangeada 90° (raio normal), rosqueada 90° (raio longo), flangeada 90° (raio longo), rosqueada 45° (raio longo), flangeada 45° (raio normal)	0,3 1,5 0,2 0,7 0,2 0,4	
b. Retornos (curvas com 180°): flangeado rosqueado	0,2 1,5	
c. Tês: Escoamento alinhado, flangeado Escoamento alinhado, rosqueado Escoamento derivado, flangeado Escoamento derivado, rosqueado	0,2 0,9 1,0 2,0	
d. União rosqueada	0,08	
e. Válvulas: Globo, totalmente aberta Gaveta, totalmente aberta Gaveta, 1/4 fechada Gaveta 1/2 fechada Gaveta 3/4 fechada Retenção, escoamento a favor Retenção, escoamento contrário Esfera, totalmente aberta Esfera, 1/3 fechada Esfera, 2/3 fechada	10 0,15 0,26 2,1 17 2 inf. 0,05 5,5 210	

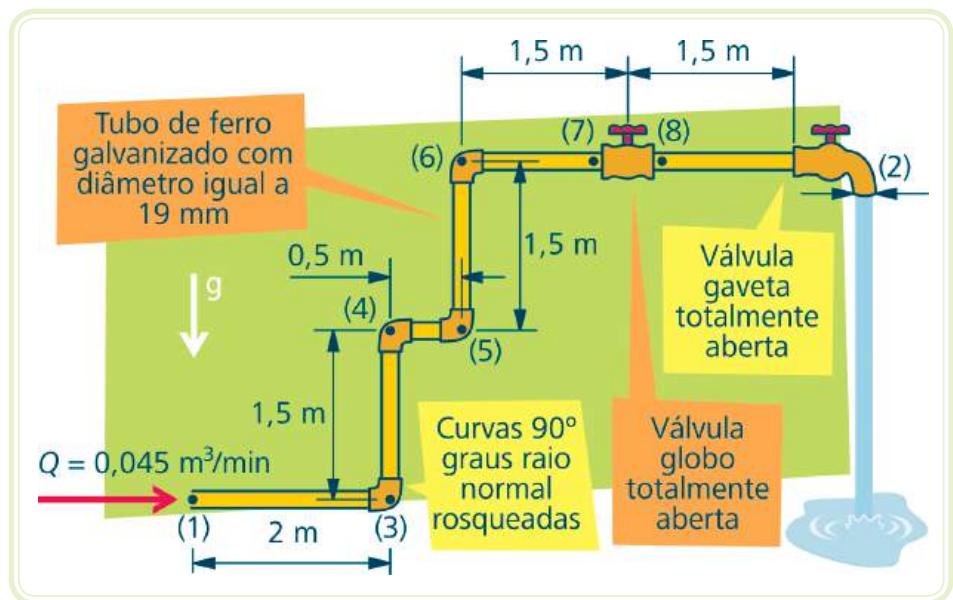
Figura 3.7: Coeficientes de perda

Fonte: CTISM

### 3.2.3 Exemplo de aplicação

Na aula anterior estimou-se a potência de uma bomba para elevar água entre dois reservatórios em níveis diferentes, considerando-se a perda de carga. Contudo, a perda de carga naquele exemplo fora fornecida. Em muitos casos de projetos de tubulações, a perda de carga precisa ser estimada assim como a altura de carga que deve ser adicionada por uma bomba para que o escoamento seja mantido. O esquema a seguir representa uma tubulação de ferro galvanizado por onde a água escoar a uma vazão volumétrica  $Q = 0,045 \text{ m}^3/\text{min}$ . A massa

específica dessa água é  $\rho = 999 \text{ kg/m}^3$  e a viscosidade  $\mu = 1,12 \times 10^{-3} \text{ N.s/m}^2$ . Por simplificação, o escoamento será considerado incompressível e plenamente desenvolvido nas regiões retilíneas da tubulação. A torneira (2) está completamente aberta, e a pressão é atmosférica. Pode-se determinar a perda de carga incluindo as perdas normais e localizadas e a pressão na entrada do sistema (ponto 1).



**Figura 3.8:** Esquema de tubulação para cálculo da perda de carga  
Fonte: CTISM

A determinação da perda de carga total é obtida pela contabilização das perdas normais e perdas localizadas. As perdas normais são obtidas por:

$$h_N = f \frac{LV^2}{D2g}$$

onde o comprimento linear da tubulação será obtido pelo somatório dos comprimentos individuais de cada trecho, sendo:

$$L \text{ [m]} = 2 + 1,5 + 0,5 + 1,5 + 1,5 + 1,5 = 8,5 \text{ m}$$

A velocidade  $V$  [m/s] da água no tubo será obtida por:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{0,045 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{\frac{\pi \times 0,019^2}{4} \text{m}^2} = 2,65 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

O fator de atrito  $f$  é obtido pelo diagrama de *Moody*. Contudo, é preciso ainda que se determinem a rugosidade relativa  $\varepsilon/D$  e o número de *Reynolds*. Da Tabela 3.1 obtém-se que a rugosidade para o tubo de ferro galvanizado que é  $\varepsilon = 0,15$  mm, então:

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,15 \text{ mm}}{19 \text{ mm}} = 0,00789 \cong 0,008 \text{ (adimensional)}$$

O número de *Reynolds* é dado por:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{999 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 2,65 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 0,019 \text{ m}}{1,12 \times 10^{-3} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}} = 44.910$$

Observando o diagrama de *Moody*, verificamos que o fator de atrito é  $f = 0,035$ .

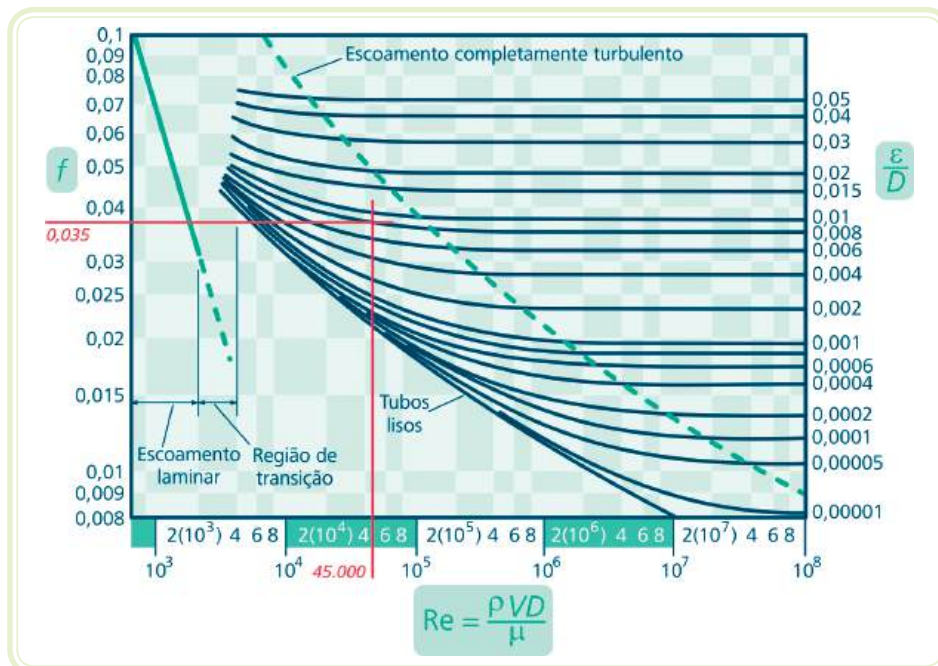


Figura 3.9: Diagrama de *Moody* para determinação do fator de atrito  $f = 0,035$

Fonte: CTISM

Finalmente, pode-se obter a perda de carga normal por:

$$h_N = f \frac{LV^2}{D2g} = 0,035 \frac{8,5\text{m} \times 2,65^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{0,019\text{m} \times 2 \times 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 5,60\text{m}$$

O total das perdas de cargas localizadas será obtido pela soma das influências de cada componente da tubulação (singularidades). Uma tabela pode ser útil para relacionar os componentes do sistema e os valores de  $K_L$  são obtidos pela Tabela 3.2.

**Tabela 3.2: Perdas de carga localizadas no sistema**

Componente	Quantidade	$K_L$	$h_{LOC} = K_L \frac{V^2}{2g}$	Total de perda por componente
Curva 90° raio normal rosqueada	4	1,5	0,54	2,15
Válvula globo totalmente aberta	1	10	3,59	3,59
Válvula gaveta totalmente aberta	1	0,15	0,05	0,05

O total das perdas localizadas será então  $h_{LOC} = 2,15 + 3,59 + 0,05 = 5,79\text{m}$ , e a perda de carga total será:

$$h_L = h_N + h_{LOC} = 5,60\text{ m} + 5,79\text{ m} = 11,39\text{ m}$$

Para se determinar a pressão no ponto (1), a equação da energia mecânica pode ser utilizada:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_p - h_t - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

A pressão na saída da torneira  $p_2 = p_{atm} = 0$  (manométrica),  $h_p$  e  $h_t$  também são nulos, pois não existem bombas ou turbinas nesse sistema. Considerando também que a área da saída da torneira é a mesma área da tubulação, então  $V_1 = V_2$  fazendo com que os termos das velocidades também se anulem. Por

último, por conveniência, consideraremos  $z_1 = 0$  m e  $z_2 = 3$  m que é a diferença de alturas entre (1) e (2). A equação da energia mecânica fica resumida a:

$$\frac{p_1}{\gamma} - h_L = z_2$$

Ou ainda:

$$p_1 = \gamma (z_2 + h_L) = 10000 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} (3 + 11,39) \text{ m} = 143.900 \text{ Pa}$$

É importante ressaltar que, se não houvesse perdas neste sistema, a pressão em (1) seria simplesmente  $p_1 = \gamma z_2 = 10.000 \times 3 = 30.000$  Pa contra os 143.900 Pa calculados. Assim, é fácil perceber a importância de se considerarem as perdas de carga nesse sistema e a magnitude do erro que se cometeria, caso essas perdas fossem desprezadas.

## Resumo

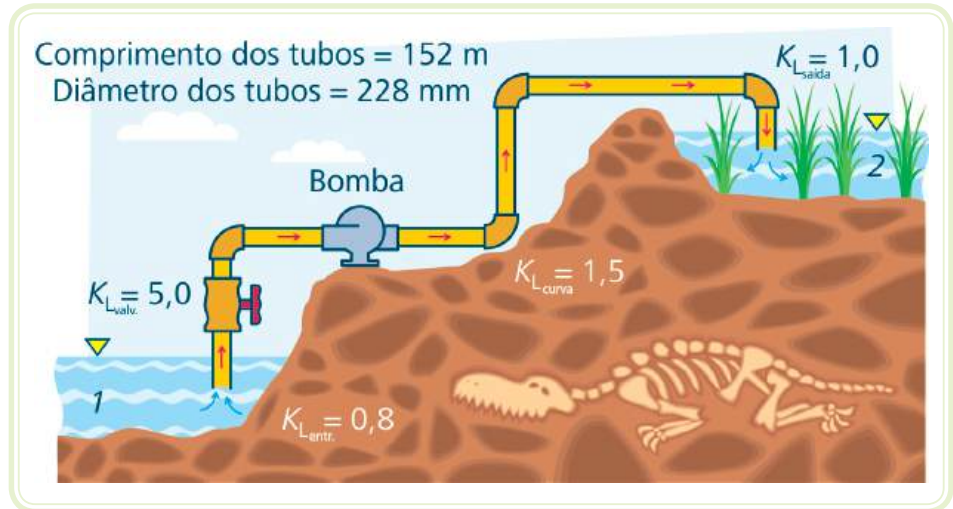
Nesta aula, aplicamos os fundamentos de mecânica dos fluidos no escoamento interno de tubos e dutos. Definimos, no início, que os escoamentos podem ser laminares ou turbulentos, dependendo de características como a velocidade, a geometria e a rugosidade da tubulação e das propriedades da viscosidade e massa específica dos fluidos. Discutiram-se os efeitos viscosos no escoamento dos fluidos através da região de entrada e da camada limite e as perdas de carga associadas ao projeto da tubulação. Finalmente, determinaram-se as perdas de cargas normais produzidas pelo efeito viscoso do fluido e as perdas localizadas dependentes das singularidades da tubulação.

## Atividades de aprendizagem

1. Determine a diferença de pressão que existiria no ponto (1) entre dois sistemas como o exemplo acima em cujo ponto de entrada se considerasse uma entrada com cantos delgados em um caso, e em outro, uma entrada com cantos arredondados de acordo com a Figura 3.6.



2. De acordo com a figura que segue, determine a potência necessária à bomba para elevar água a 61 metros do reservatório 1 ao reservatório 2, por uma tubulação de ferro fundido, considerando as perdas de carga. Considere:  $Q = 6 \text{ m}^3/\text{min}$ ,  $\rho = 999 \text{ kg/m}^3$  e  $\mu = 1,12 \cdot 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{s/m}^2$ .



Fonte: CTISM

# Aula 4 – escoamentos externos

## Objetivos

Estudar o escoamento de fluidos viscosos no exterior de formas geométricas conhecidas.

Determinar a força de arrasto em corpos imersos em fluidos sob escoamento.

Determinar a força de sustentação em corpos imersos em fluidos sob escoamento.

## 4.1 Conceitos básicos

Quando um corpo está submerso em um fluido em escoamento, surgem forças de interação entre ambos. Muitas vezes, o fluido está em repouso, e o corpo é que se movimenta através da massa fluida, como no caso de um avião em voo ou um submarino em mergulho. Em outras, o corpo está imóvel, imerso no fluido em escoamento, como o vento soprando sobre uma ponte ou o rio escoando sobre os pilares dessa ponte. Contudo, em ambas as situações, pode-se fixar a referência no corpo e tratar o assunto como se o fluido estivesse escoando.

Por simplificação, considera-se que a velocidade do fluido antes de atingir um corpo, distante o bastante para não ser influenciada pelo mesmo, é constante. A essa velocidade convencionou-se chamar velocidade a montante  $U$  [m/s].

A geometria dos corpos submersos tem ainda grande influência sobre o escoamento e sobre as forças envolvidas na interação do corpo com o fluido escoando. Corpos aerodinâmicos, como a asa de um avião, provocam efeitos menores no escoamento se comparados a corpos rombudos como uma antena parabólica. Assim, entende-se que é muito mais fácil carregar, em um dia de ventos muito fortes, uma asa de um avião, no sentido do seu perfil aerodinâmico, no fluxo do vento do que carregar uma antena parabólica com sua concavidade apontada para o mesmo.



Assista a um vídeo sobre Princípio de Bernoulli em <http://www.youtube.com/watch?v=kXBXtaf2TTg>



As forças que atuam sobre o corpo submerso em um escoamento são oriundas da interação do fluido com a superfície do corpo, ou seja, da tensão de cisalhamento  $\tau$  [kPa] produzida pela viscosidade do fluido e da tensão normal à superfície  $p$  [kPa] produzida pela pressão do escoamento sobre o corpo.

As forças produzidas por essas tensões, se decompostas em componentes paralelos ao fluxo e normais a ele, produzem forças resultantes chamadas de arrasto  $D$  [N] (*Drag*), no sentido do fluxo, e sustentação  $L$  [N] (*Lift*), perpendicular ao fluxo. A Figura 4.1 representa a velocidade a montante e as forças de arrasto e de sustentação em um perfil aerodinâmico como a asa de um avião.

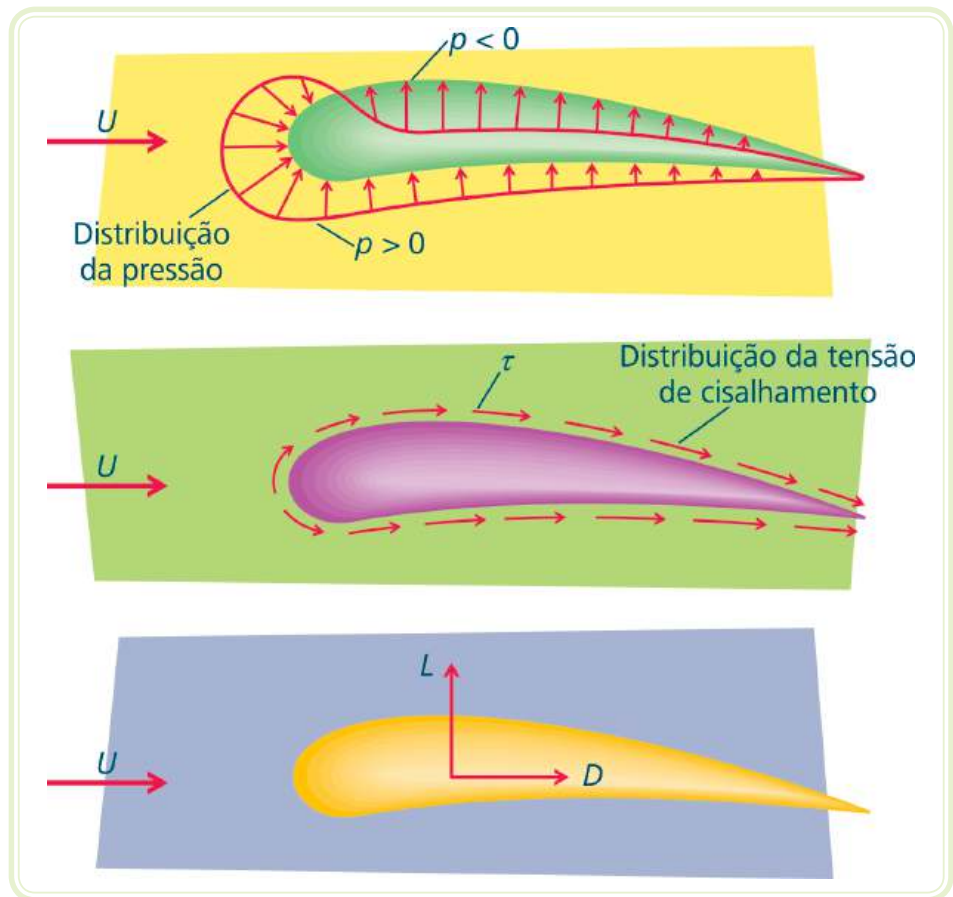


Figura 4.1: Velocidade a montante, forças de arrasto e sustentação na asa de um avião  
Fonte: CTISM

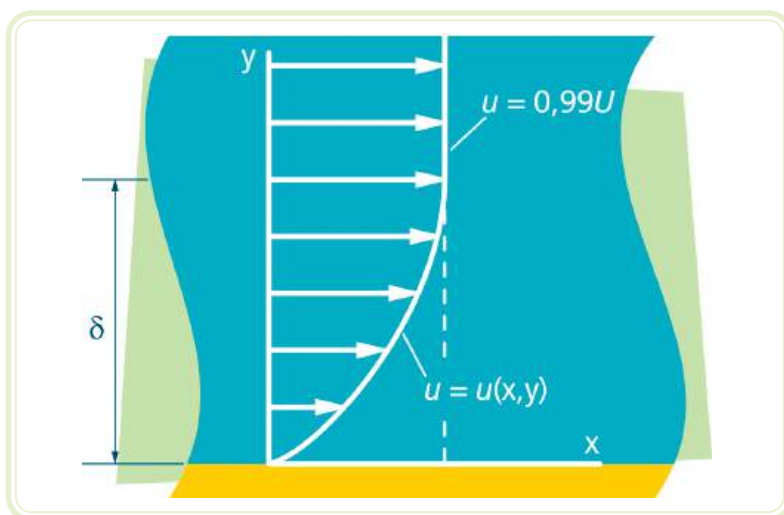
## 4.2 Arrasto

### 4.2.1 Camada limite em escoamentos externos

A camada limite, como já foi tratada nas seções anteriores, é a região próxima à superfície por onde o fluido escoava e onde se manifestam os efeitos das forças viscosas do escoamento. Assim, nessa região, um perfil de velocidade



pode ser percebido pelo fato de que uma camada do fluido adere à superfície com velocidade nula (condição de não deslizamento), e a velocidade nas camadas adjacentes vai crescendo até se igualar à velocidade a montante do escoamento. Fora dessa região de influência das forças viscosas, o fluido comporta-se como se não houvesse a superfície, e a sua velocidade é igual à velocidade a montante  $U$  [m/s]. A distância da superfície até a camada onde a velocidade é praticamente igual à velocidade a montante do escoamento é conhecida como a espessura da camada limite  $\delta$  [m] (Figura 4.2).



**Figura 4.2: Espessura da camada limite**

Fonte: CTISM

Se considerarmos uma partícula retangular escoando fora da camada limite em um escoamento permanente, verifica-se, de acordo com a Figura 4.3, que esta partícula não sofre deformação à medida que escoar nesta região. Contudo, uma partícula de mesmas proporções e geometria escoando no interior da camada limite sofre uma deformação devido às diferenças de velocidade em suas camadas inferior e superior. Se a superfície plana mostrada na figura for suficientemente longa, a uma determinada distância da borda de ataque, ocorrerá a transição do escoamento de uma camada limite laminar para camada limite turbulenta. A partícula, ao escoar na camada limite sofrerá deformações muito mais acentuadas e aleatórias nessa região, caracterizada por vórtices com direções e tamanhos aleatórios. A distância da transição da camada limite laminar para turbulenta é dado pelo número de *Reynolds*, baseado no comprimento crítico  $x_c$  [m], ou seja,

$$(32) \quad Re_{x,c} = \frac{\rho x_c U}{\mu}$$

onde  $U$  [m/s] é a velocidade a montante,  $x_c$  [m] é a distância da borda de ataque até a transição,  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] é a massa específica do fluido e  $\mu$  [N.s/m<sup>2</sup>] é a viscosidade do fluido.

O tipo de camada limite tem influência sobre o arrasto do corpo. Quando o corpo tem um perfil aerodinâmico, como a asa de um avião, a camada limite turbulenta tende a aumentar o arrasto do corpo. No entanto, quando o corpo é rombudo, como uma esfera ou um cilindro, a camada limite turbulenta diminui o arrasto. Isso ocorre porque o arrasto não depende somente das forças viscosas do escoamento, mas também das diferenças de pressão que surgirão entre a borda de ataque e de saída do corpo.

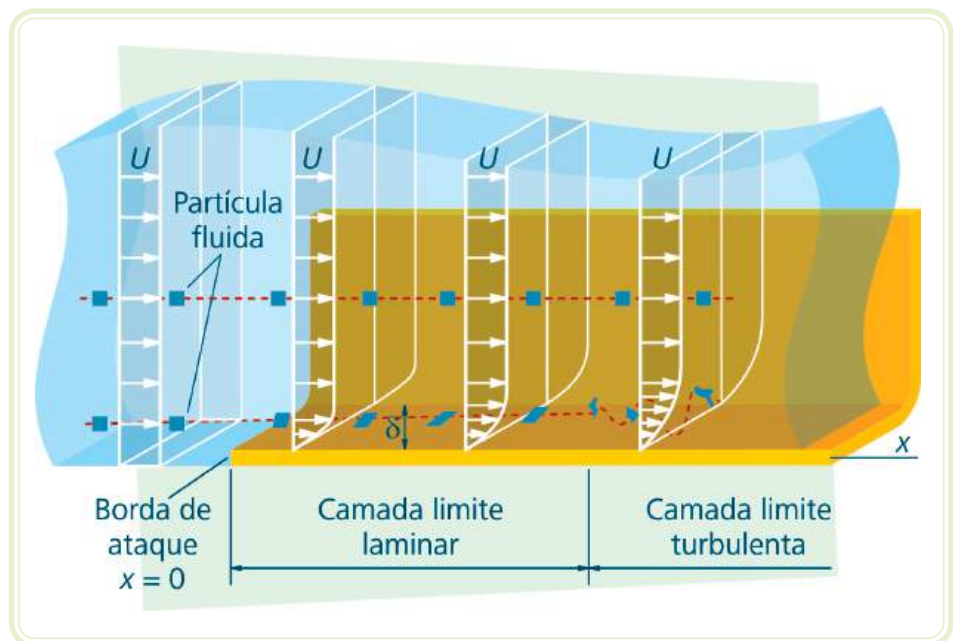


Figura 4.3: Camada limite laminar e turbulenta

Fonte: CTISM

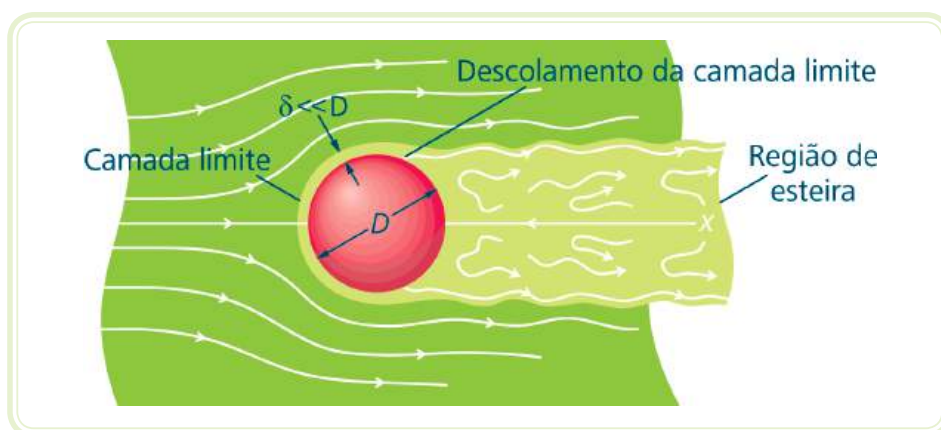


### 4.2.2 Coeficiente de arrasto

Os efeitos das forças viscosas manifestam-se na forma da camada limite e seriam os únicos a contribuir na força de arrasto se não houvesse variações de pressões entre a borda de ataque e de saída do corpo no escoamento. Contudo, esse fenômeno só ocorreria no caso idealizado de um escoamento sobre uma superfície plana de pequena espessura e grande comprimento. Essa contribuição na força de arrasto é chamada de **arrasto de atrito**. De outra forma, quando a superfície for parte de um corpo que possui espessura considerável como uma esfera, um cilindro ou outra forma qualquer, outra contribuição na força de arrasto será percebida: a do **arrasto de pressão**.

Na Figura 4.4 está representado o descolamento da camada limite sobre uma esfera devido aos efeitos da variação da pressão ao longo do curso da camada limite. Esse fenômeno ocorre porque toda partícula fluida que percorre a camada limite em torno do cilindro sofre, a partir da borda de ataque, uma diminuição da pressão ao longo da metade dianteira da esfera e um aumento da sua velocidade, ou seja, uma transformação de energia de pressão em energia cinética.

Essa variação da pressão, na metade dianteira da esfera, é denominada variação favorável ao escoamento. Se o fluido fosse invíscido, a partícula atingiria a borda de saída na metade traseira da esfera sem que houvesse perdas de energia no caminho, a pressão tornaria a crescer e a velocidade a diminuir nessa metade da esfera, ou seja, uma variação de pressão dita variação desfavorável ao escoamento. Contudo, devido aos efeitos das forças viscosas, a partícula na camada limite perde energia no seu trajeto e não consegue atingir a borda de saída, descolando-se da superfície e causando o fenômeno conhecido como descolamento da camada limite. Esse fenômeno produz como efeito uma esteira de baixa pressão atrás do corpo que induz um arrasto conhecido como arrasto de pressão.



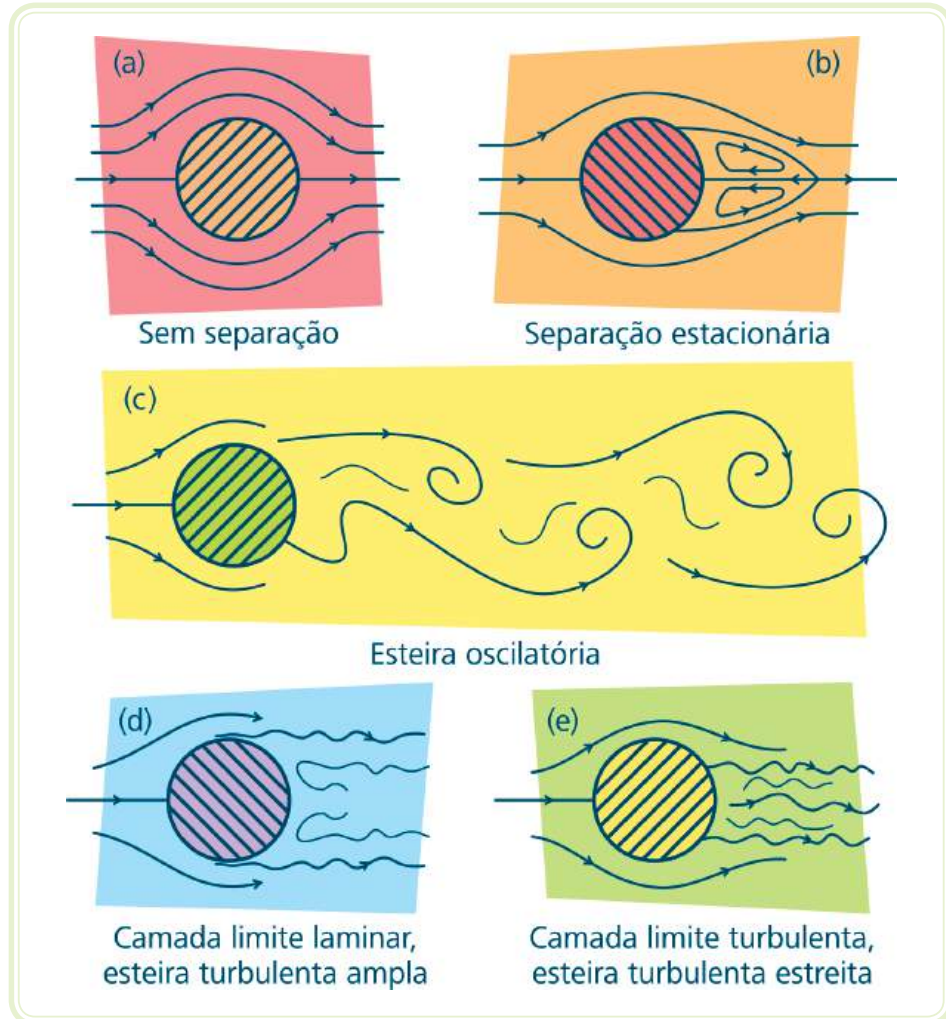
**Figura 4.4: Descolamento da camada limite sobre uma esfera**  
Fonte: CTISM

O descolamento e a formação da região da esteira atrás do corpo dependem do número de *Reynolds* do escoamento. Para *Re* muito pequenos, o escoamento é simétrico em torno do cilindro (Figura 4.5a). O aumento de *Re* produz uma região de baixa pressão estacionária pelo descolamento da camada limite (Figura 4.5b). Para *Re* ainda maiores ( $Re \approx 100$ ), a região de separação aumenta e perde a simetria, formando uma região de esteira oscilatória com vórtices alternados de baixo para dentro e de cima para dentro (Figura 4.5c).



Assista a vídeos complementares em  
<http://www.youtube.com/watch?v=Vjk9Ux2COx0>  
<http://www.youtube.com/watch?v=vQHxIHpvcvU>  
<http://www.youtube.com/watch?v=0H63n8M79T8>  
<http://www.youtube.com/watch?v=jiWa4uzOynk>

Se  $Re$  for suficientemente grande, um redemoinho turbulento ocorre atrás do cilindro, formando a região da esteira, que será larga e de maior arrasto, se a camada limite for laminar (Figura 4.5d), e mais estreita e de menor arrasto, se a camada limite for turbulenta (Figura 4.5e).



**Figura 4.5: Padrões de escoamento típicos sobre um cilindro**

Fonte: CTISM

O arrasto total é a soma dos efeitos do arrasto de atrito e do arrasto de pressão. A formação da esteira indica maior influência do arrasto de pressão no arrasto total. Corpos com perfis aerodinâmicos buscam eliminar o efeito do descolamento da camada limite, de forma a diminuírem o arrasto total. Por exemplo, o perfil aerodinâmico de um veículo moderno diminui a formação da esteira e o arrasto, proporcionando maior economia de combustível, pois o veículo gasta menos energia para se deslocar em um meio fluido de ar.



Assista a vídeos complementares em:

<http://www.youtube.com/watch?v=vqhxihpvcvu&feature=playlist&p=bd6071b837419278&index=9>

<http://www.youtube.com/watch?v=sj3w4bg5tx8>

<http://www.youtube.com/watch?v=7kkftgx2any>

A determinação do arrasto total pode ser dado pela seguinte equação:

$$(33) \quad D = \frac{1}{2} \rho U^2 A C_D$$

onde  $D$  [N] é a força de arrasto,  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] é a massa específica do fluido,  $U$  [m/s] é a velocidade a montante,  $A$  [m<sup>2</sup>] é a área frontal do corpo e  $C_D$  é o coeficiente de arrasto.

O coeficiente de arrasto é determinado por numerosos experimentos em túneis de vento, túneis de água ou outros dispositivos, e seus resultados apresentados em tabelas como mostra o Figura 4.6



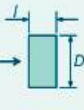




Forma	Área de referência $A$ ( $b$ = comprimento)	Coeficiente de arrasto $C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U^2 A}$														
 Barra quadrada com cantos arredondados	$A = bD$	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>R/D</math></th> <th><math>C_D</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>2,2</td> </tr> <tr> <td>0,02</td> <td>2,0</td> </tr> <tr> <td>0,17</td> <td>1,2</td> </tr> <tr> <td>0,33</td> <td>1,0</td> </tr> </tbody> </table>	$R/D$	$C_D$	0	2,2	0,02	2,0	0,17	1,2	0,33	1,0				
$R/D$	$C_D$															
0	2,2															
0,02	2,0															
0,17	1,2															
0,33	1,0															
 Casca semicircular	$A = bD$	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>→</td> <td>2,3</td> </tr> <tr> <td>←</td> <td>1,1</td> </tr> </tbody> </table>	→	2,3	←	1,1										
→	2,3															
←	1,1															
 Retângulo	$A = bD$	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>l/D</math></th> <th><math>C_D</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\leq 0,1</math></td> <td>1,9</td> </tr> <tr> <td>0,5</td> <td>2,5</td> </tr> <tr> <td>0,65</td> <td>2,9</td> </tr> <tr> <td>1,0</td> <td>2,2</td> </tr> <tr> <td>2,0</td> <td>1,6</td> </tr> <tr> <td>3,0</td> <td>1,3</td> </tr> </tbody> </table>	$l/D$	$C_D$	$\leq 0,1$	1,9	0,5	2,5	0,65	2,9	1,0	2,2	2,0	1,6	3,0	1,3
$l/D$	$C_D$															
$\leq 0,1$	1,9															
0,5	2,5															
0,65	2,9															
1,0	2,2															
2,0	1,6															
3,0	1,3															
 Carenagem aerodinâmica	$A = bD$	0,12														
 Cubo	$A = D^2$	1,05														
 Hemisfério oco	$A = \frac{\pi}{4} D^2$	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>→</td> <td>1,42</td> </tr> <tr> <td>←</td> <td>0,38</td> </tr> </tbody> </table>	→	1,42	←	0,38										
→	1,42															
←	0,38															
 Barra circular paralela ao escoamento	$A = \frac{\pi}{4} D^2$	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>l/D</math></th> <th><math>C_D</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0,5</td> <td>1,1</td> </tr> <tr> <td>1,0</td> <td>0,93</td> </tr> <tr> <td>2,0</td> <td>0,83</td> </tr> <tr> <td>4,0</td> <td>0,85</td> </tr> </tbody> </table>	$l/D$	$C_D$	0,5	1,1	1,0	0,93	2,0	0,83	4,0	0,85				
$l/D$	$C_D$															
0,5	1,1															
1,0	0,93															
2,0	0,83															
4,0	0,85															

Figura 4.6a: Coeficientes de arrasto para diversas formas de interesse

Fonte:CTISM



Forma	Área de referência A (b = comprimento)	Coefficiente de arrasto $C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho U^2 A}$												
Páraquedas	Área frontal $A = \frac{\pi}{4} D^2$	1,4												
Prato poroso parabólico	Área frontal $A = \frac{\pi}{4} D^2$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Porosidade</th> <th>0</th> <th>0,2</th> <th>0,5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>→</td> <td>1,42</td> <td>1,20</td> <td>0,82</td> </tr> <tr> <td>←</td> <td>0,93</td> <td>0,90</td> <td>0,80</td> </tr> </tbody> </table> Porosidade = área aberta/área total	Porosidade	0	0,2	0,5	→	1,42	1,20	0,82	←	0,93	0,90	0,80
Porosidade	0	0,2	0,5											
→	1,42	1,20	0,82											
←	0,93	0,90	0,80											
Pessoa mediana	Em pé Sentada Joelhos junto ao peito	$C_D A = 0,836m^2$ $C_D A = 0,557m^2$ $C_D A = 0,232m^2$												
Bicicletas														
Para uso urbano	$A = 0,51m^2$	1,1												
De corrida	$A = 0,36m^2$	0,88												
De perseguição	$A = 0,36m^2$	0,50												
Aerodinâmica	$A = 0,46m^2$	0,12												
Carreta tracionada por caminhão														
Padrão	Área frontal	0,96												
Com carenagem	Área frontal	0,76												
Com carenagem e vedação do espaçamento	Área frontal	0,70												
Árvore														
$U = 10m/s$ $U = 20m/s$ $U = 30m/s$	Área frontal	0,43 0,26 0,20												

Figura 4.6b: Coeficientes de arrasto para diversas formas de interesse  
Fonte:CTISM

### 4.2.3 Exemplo de aplicação

O arrasto aerodinâmico em um automóvel é função do seu perfil aerodinâmico. Veículos mais aerodinâmicos produzem menores arrastos e, dessa forma, consomem menos combustível, pois é necessário menos energia para vencer o menor arrasto. Os projetos mais cuidadosos dos veículos atuais reduziram os coeficientes de arrasto dos antigos veículos de uma faixa de 0,8, para os veículos produzidos por volta de 1920, para uma média de 0,27, nos veículos produzidos atualmente. A partir dos 48 km/h, o arrasto passa a ter uma influência considerável na potência de um veículo. Considerando que a potência gasta para vencer o arrasto é o produto da força de arrasto pela velocidade do veículo, determine a potência necessária para superar o arrasto de dois veículos de área frontal igual a  $2,8 \text{ m}^2$  trafegando em uma estrada a 80 km/h (22,22 m/s). Um produzido em 1920 e outro em 2010. O deslocamento dos veículos ocorre sob condições do ar padrão e de temperatura e pressão ao nível do mar  $\rho = 1,23 \text{ kg/m}^3$ .

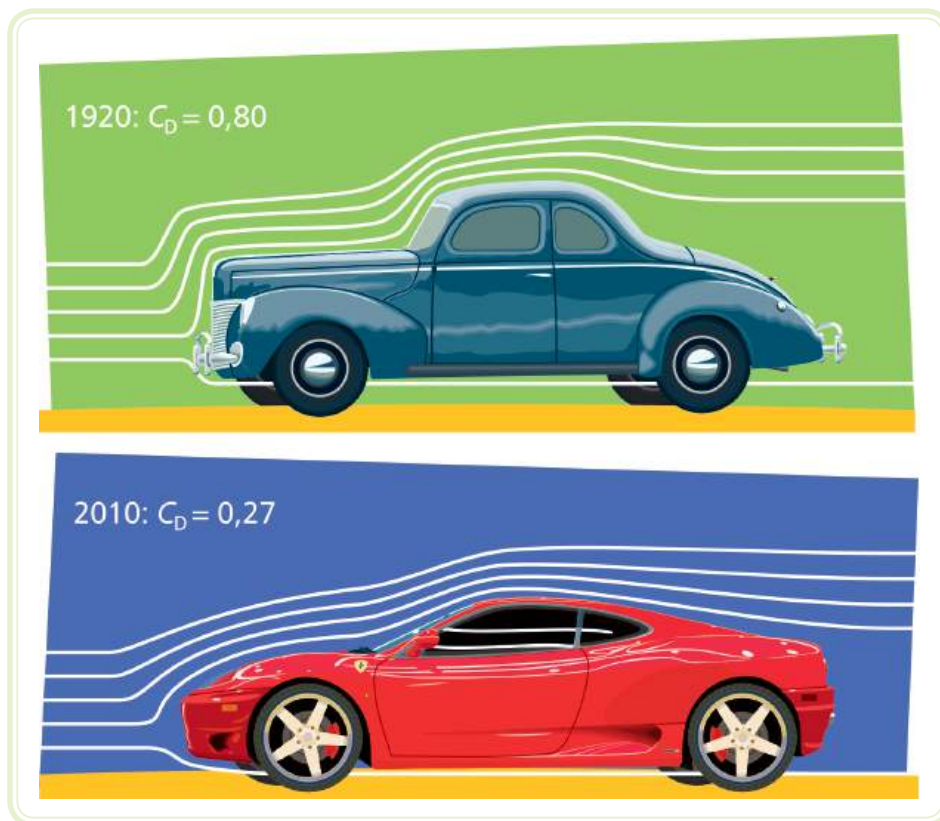


Fig. 4.7: Exemplos de veículos produzidos em 1920 e 2010 respectivamente  
Fonte: CTISM

A potência necessária para vencer o arrasto aerodinâmico será então:

$$P = D \times U$$

onde  $P$  [W] é a potência,  $D$  [N] é a força de arrasto e  $U$  [m/s] é a velocidade a montante. Nesse caso, para o ar calmo, é a própria velocidade do veículo 22,22 m/s.

Como a força de arrasto é dada por:

$$D = \frac{1}{2} \rho U^2 A C_D$$

Substituída na equação da potência:

$$P = \frac{1}{2} \rho U^2 A C_D U = \frac{1}{2} \rho U^3 A C_D$$

Para o veículo de 1920:

$$P = \frac{1}{2} \times 1,23 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \left(22,22 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^3 \times 2,8 \text{m}^2 \times 0,8 = 15.113 \text{ W}$$

Para o veículo de 2010:

$$P = \frac{1}{2} \times 1,23 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \left(22,22 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^3 \times 2,8 \text{m}^2 \times 0,27 = 5.100 \text{ W}$$

Ou seja, os veículos atuais precisam de aproximadamente um terço da potência que os antigos precisavam para vencer o seu arrasto.

### 4.3 Sustentação

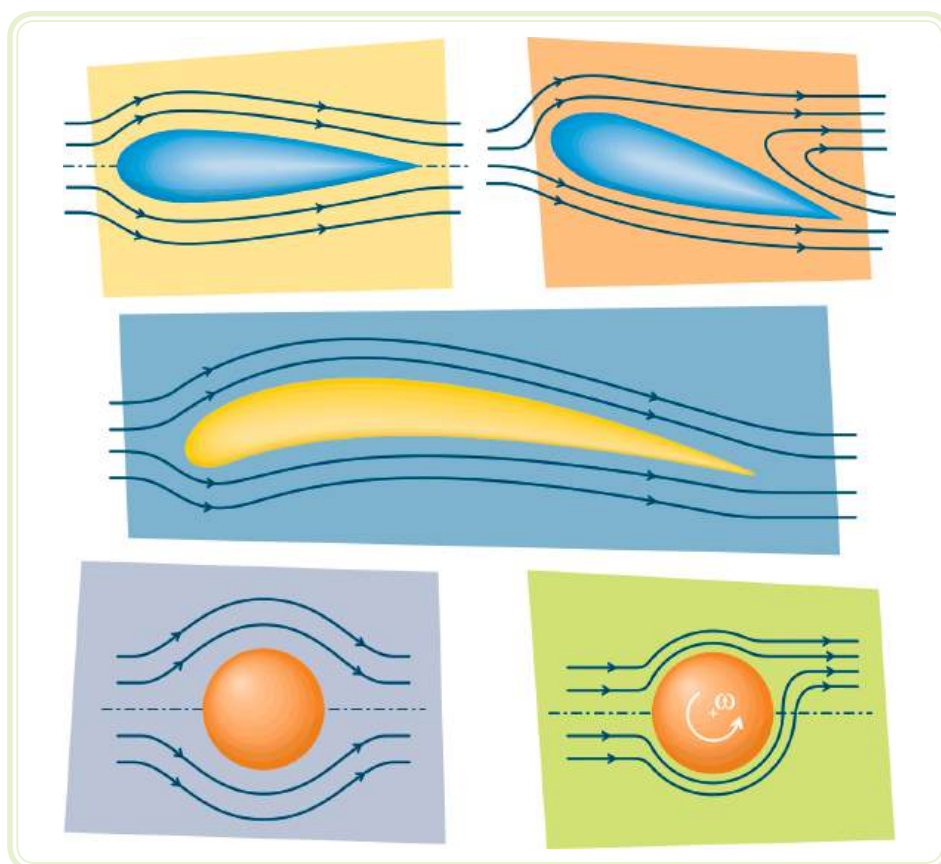


Qualquer objeto, movendo-se imerso em um fluido, estará sujeito a forças que provêm da interação do fluido com a superfície. Se o objeto for simétrico e produzir um campo de escoamento simétrico (linhas de fluxo simétricas), a força resultante dessa interação atuará na direção da velocidade a montante e será a própria força de arrasto. Caso contrário, se o campo de escoamento não for simétrico, como no caso de um perfil não simétrico de uma asa ou aerofólio, um perfil de asa simétrico, mas com um determinado ângulo de



ataque em relação ao sentido do fluxo ou de uma esfera em rotação, surgirá também uma força perpendicular ao fluxo chamada de sustentação.

Muitos objetos são projetados de forma a aumentar a sustentação, como o caso típico das asas de aviões; outros são projetados de forma a diminuir a sustentação, como os aerofólios dos carros de competição, de forma a forçar uma aderência mais intensa ao solo e a facilitar o seu controle nas curvas. De toda maneira, a forma do objeto é o principal fator de influência na sustentação, e a força de sustentação resultante é devida à distribuição da pressão na superfície do mesmo, como se pode ver na Figura 4.1 apresentada anteriormente.



**Figura 4.8: Campos de escoamento simétricos e não simétricos em aerofólio simétrico, não simétrico e em esferas**

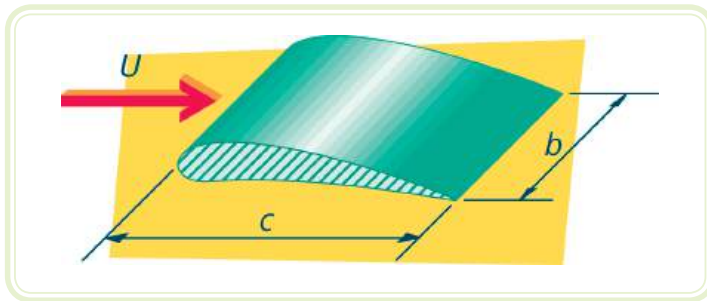
Fonte: CTISM

A determinação da sustentação total pode ser dada pela seguinte equação:

$$(34) \quad L = \frac{1}{2} \rho U^2 A C_L$$

onde  $L$  [N] é a força de sustentação,  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] é a massa específica do fluido,  $U$  [m/s] é a velocidade a montante,  $A$  [m<sup>2</sup>] é a área projetada do objeto e  $C_L$  é o coeficiente de sustentação.

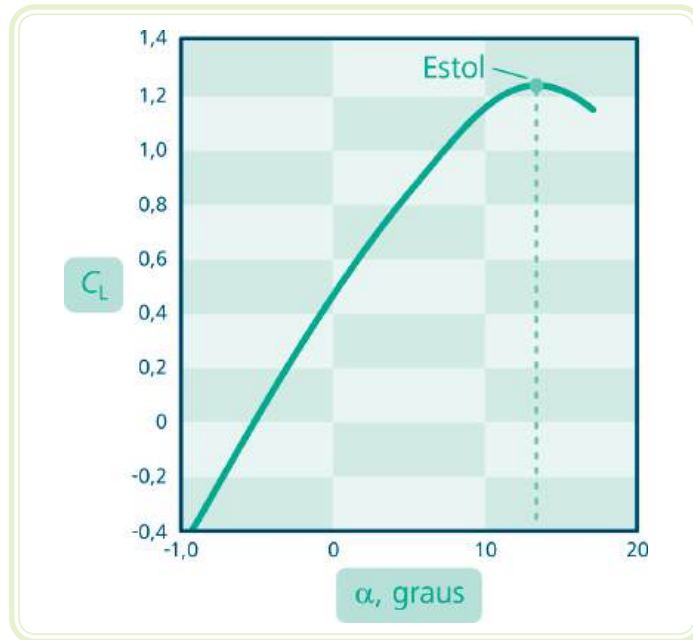
Aerofólios e asas são casos clássicos em Mecânica dos Fluidos de dispositivos projetados para aumentar ou diminuir a sustentação. Nesses casos, a área projetada é dada pelo comprimento do aerofólio ou da asa  $b$  multiplicado pela sua largura  $c$  (Figura 4.9).



**Figura 4.9: Área projetada do perfil de uma asa ou aerofólio**

Fonte: CTISM

A determinação do coeficiente de sustentação, assim como o coeficiente de arrasto, é realizada por experimentos em túneis de vento ou de água e é função principalmente da forma do objeto. Em asas e aerofólios, o ângulo de ataque é um fator a considerar. A influência do ângulo de ataque em um típico perfil de asa é representada na Figura 4.10. Pode-se perceber por esta figura que, na medida em que o ângulo de ataque aumenta, o coeficiente de sustentação também cresce até um determinado limite, denominado de limite de estol. Nessa condição ocorre uma súbita perda de sustentação, o que pode ser perigoso no caso de aeronaves que precisarão de uma altitude suficiente para recuperarem a sua sustentação. Para ângulos pequenos, o fluido esco suavemente sobre o perfil e não há descolamento da camada limite, ou seja, como era de se esperar, a asa se comporta como um objeto aerodinâmico. Para ângulos de ataque maiores, a camada limite acaba se descolando da superfície, e o objeto se comporta como um objeto rombudo. Isto aumenta o coeficiente de arrasto e o mesmo perde a função como asa ou aerofólio.



**Figura 4.10: Relação típica entre o coeficiente de arrasto de uma asa e o ângulo de ataque**  
 Fonte: CTISM

Outra típica relação envolvendo asas e aerofólios é a carga da asa [ $N/m^2$ ]. A carga da asa é a relação entre a força de sustentação “ $L$ ” e a área projetada da asa, ou seja:

$$(35) \quad \frac{L}{A} = \frac{1}{2} \rho U^2 C_L$$

Valores típicos para as cargas da asa de aviões podem variar de aproximadamente  $70 N/m^2$  nos primeiros aviões até mais do que  $7000 N/m^2$  nos modernos jatos comerciais. Para um pequeno besouro, a carga da asa é de aproximadamente  $50 N/m^2$ . Deve-se observar que a carga da asa é proporcional ao quadrado da velocidade.

### 4.3.1 Exemplo de aplicação

A partir de 1912, surgiram alguns concursos como maneira de estimular a construção de aviões de propulsão humana (HPA's). Nos anos 70 o industrial inglês Henry Kremer deu o grande impulso aos aviões de propulsão humana, instituindo, em 1973, o “*Kremer International Marathon Competition*”. O concurso consiste num voo de duas voltas em um circuito oval externo ao redor de dois mastros distantes 800 metros um do outro, uma volta em forma de “8” e mais duas voltas no circuito externo, devendo ser completado em

menos de 1 hora. O prêmio oferecido é de 50 mil libras esterlinas e foi entregue pela primeira vez quatro anos depois da sua instituição (23/08/77), quando a aeronave americana *GOSSAMER CONDOR*, projetada por Paul MacCready Jr. realizou o feito. As regras para a aeronave são as seguintes:

- A aeronave deve ser mais pesada que o ar. O uso de gases mais leves que o ar são proibidos.
- A aeronave deve ser totalmente propelida por força humana, sendo proibida a utilização de dispositivos de armazenamento de energia.
- Todos os sistemas elétricos e mecânicos da aeronave devem ter sido projetados de forma a oferecer total segurança ao piloto.
- Nenhum tipo de droga ou estimulante será tolerado, incluindo oxigênio, sendo o piloto sujeito a testes *antidoping* regulamentados pela *UK Sports Council*.
- Nenhum tipo de catapulta ou dispositivo lançador será permitido em nenhum momento do voo, incluindo pouso e aterrissagem.
- A aeronave deve ser exclusivamente controlada pelo piloto.
- Ajuda externa à aeronave ou ao piloto fará com que o voo seja considerado inválido.
- A tripulação é considerada aquela que decola com a aeronave, não sendo permitida a saída ou entrada de nenhum tripulante durante o voo. O número de tripulantes é ilimitado.
- As condições climáticas do voo devem ser aprovadas pela organização, e o local de decolagem deve estar longe de construções que possam causar efeito aerodinâmico.
- A aeronave deve manter-se a no mínimo 5 metros de altura durante o voo.



**Figura 4.11: Aeronave de propulsão humana**

Fonte: CTISM

As características do voo e da aeronave de propulsão humana *Gossamer Condor* são as seguintes:

Velocidade de voo:  $U = 4,6 \text{ m/s}$   
Comprimento da asa:  $b = 29,26 \text{ m}$   
Largura da asa:  $c = 2,27 \text{ m}$   
Peso incluindo o piloto:  $W = 934 \text{ N}$   
Coeficiente de arrasto:  $C_D = 0,77$



Assista a um vídeo sobre o o *Gossamer Condor* em  
<http://www.youtube.com/watch?v=sp7yv67B5Sc>

Com isso, pode-se determinar a carga de asa e o coeficiente de sustentação dessa aeronave.

Algumas considerações precisam ser feitas para uma solução aproximada desse problema:

- A aeronave deve voar com velocidade constante e numa mesma altitude.
- As condições do ar são condições padrão e pressão atmosférica padrão ao nível do mar  $\rho = 1,23 \text{ kg/m}^3$ .
- Somente a asa da aeronave é responsável pela sustentação.

Para se determinar o coeficiente de sustentação, devemos admitir que a força de sustentação  $L$  [N] deve ser igual ao peso da aeronave  $W$  [N]. Sendo assim, podemos escrever:

$$W = L = \frac{1}{2} \rho U^2 A C_L$$

Isolando o coeficiente de sustentação e substituindo o peso no lugar da força de sustentação, obtém-se o  $C_L$ :

$$C_L = \frac{2W}{\rho U^2 A} = \frac{2 \times 934 \text{ N}}{1,23 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \left(4,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \times 29,26 \text{ m} \times 2,27 \text{ m}} = 1,08$$

A carga de asa é dada pela força de sustentação que, nesse caso, é igual ao peso dividido pela área da asa  $A = 29,26 \times 2,27 = 66,42 \text{ m}^2$ , logo

$$\text{carga de asa} = \frac{934 \text{ N}}{66,42 \text{ m}^2} = 14,06 \text{ N/m}^2$$

## Resumo

Nessa aula discutiu-se a interação entre objetos submersos e fluidos escoando externamente a estes objetos. Em conceitos básicos, definiu-se a diferença entre objetos rombudos e aerodinâmicos e a velocidade a montante. Discutiu-se ainda a ação de duas forças devido à interação dos objetos submersos com o fluido: a força de arrasto e a força de sustentação. Na primeira das forças discutidas, apresentou-se a influência da camada limite no arrasto, pela formação da esteira, e a influência da forma no surgimento dessa força. Na seção da sustentação, discutiu-se sobre o efeito da forma de asas e aerofólios que são objetos projetados de maneira a maximizar ou minimizar a força de sustentação de objetos sob escoamentos externos.

## Atividades de aprendizagem



1. Explique por que a carga de asa ( $1,46 \text{ N/m}^2$ ) na aeronave de propulsão humana *Gossamer Condor* é menor do que a carga de asa de um pequeno besouro ( $50 \text{ N/m}^2$ ).
2. Considerando que potência é o produto da força pela velocidade, calcule a potência necessária que deve ser fornecida pelo tracionador humano para manter a velocidade, sendo a área frontal da aeronave de *Gossamer Condor* igual a  $1 \text{ m}^2$ .
3. Calcule a redução de potência para vencer o arrasto que um caminhão comum com carreta fechada de área frontal igual a  $4,5 \text{ m}^2$  rodando a  $100 \text{ km/h}$ , perceberia se fosse instalado um defletor em sua cabine. Considere que o deslocamento ocorre em condições de ar calmo. Utilize as informações da Figura 4.6.

## Referências

FOX, R. W.; PRITCHARD, P. J.; MCDONALD, A. T. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

MUNSON, B. R. **Fundamentos da Mecânica de Fluidos**. 4. ed. São Paulo: EDGARD BLUCHER, 2004.

MORAN, M. J. et al. **Introdução à Engenharia de Sistemas Térmicos**. Rio de Janeiro: LTC, 2005.

WELTY, J. R. et al. **Fundamentals of Momentum, Heat, and Mass Transfer**. EUA: 1984.



## Currículo do professor-autor

**Luciano Caldeira Vilanova** é graduado em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de Santa Maria com Mestrado e Doutorado em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Sua subárea de pesquisa é a Energia e seus trabalhos de pós-graduação envolveram um inventário de emissões veiculares e um estudo de desempenho dos motores bicompostíveis brasileiros. Como professor atuou por nove anos no Centro Federal de Educação Tecnológica de Pelotas – CEFET-RS. Desde 2008 é professor do Colégio Técnico Industrial de Santa Maria, atuando nos cursos Técnicos em Mecânica e de Tecnologia em Fabricação Mecânica nas disciplinas de Sistemas Térmicos, Termodinâmica Técnica e Automação. Ex-aluno do Colégio Técnico Industrial de Santa Maria, atuou como Técnico Mecânico de 1988 até 1998 no Laboratório de Motores e de Termotécnica do Curso de Engenharia Mecânica da UFSM. Em cursos e projetos de extensão, atuou como instrutor em empresas como Digicon S.A., MWM, Stihl e Medabil Plásticos Ltda.



