

FICHE FACTORISATIONS

Le but est de s'exercer à repérer des factorisations, dans l'optique de faire des tableaux de signes, et/ou de mettre sous forme canonique, afin de repérer des minimums, ou des maximums.

EXERCICE 1 □ □ □

Factoriser les expressions suivantes (SANS développer, en repérant des termes communs ou des identités remarquables):

① $x^2 + 2x + 1$

③ $16x^2 - 9$

⑤ $(x + 5)^2 - 16$

② $3x^2 - 18x + 27$

④ $18x^2 - 12x + 2$

⑥ $4x^2 + 12x + 9$

EXERCICE 2 □ □ □

De même avec les expressions suivantes:

① $(3x + 2)^2 - (-x + 1)^2$

④ $(2x + 1)(3x - 6) + (4x - 8)(2x - 1)$

② $4x^2 + 4x + 1 - (6x + 3)(x + 1)$

⑤ $4(x - 3)^2 - 49$

③ $((x + 3)(2x + 2) - (x^2 + 2x + 1))$

⑥ $9(x - 1)^2 - 12$

EXERCICE 3 □ □ □

Compléter les expressions suivantes de manière à ce qu'elles soient vraies pour tout nombre réel x .

① $(x + \dots)^2 = \dots + 6x + \dots$

④ $(\dots + \dots)(\dots - \dots) = 4x^2 - 64$

② $(x + \dots)^2 = \dots + 9x + \dots$

⑤ $(\dots - 3/4)^2 = x^2 - \dots + \dots$

③ $(\dots - \dots)^2 = x^2 - \dots + 25$

⑥ $\dots - 3 = (x + \dots)(x - \dots).$

EXERCICE 4 ■ □ □

Écrire sous forme canonique les trinômes suivants (c'est à dire de la forme: $a(x - x_0)^2 + \alpha$, où a, x_0, α sont des réels indépendants de x).

① $-2x^2 + 4x - 9,$

③ $3x^2 + 12x - 15,$

⑤ $x^2 + x + 1.$

② $4x^2 + 4x - 5,$

④ $3x^2 - 5x + 4,$

EXERCICE 5 ■ □ □

Résoudre par la méthode de votre choix, les équations suivantes, après avoir précisé le domaine de validité si besoin:

① $\frac{x - 4}{3} = x - 2$

④ $(x + 1)(x - 1) = 3x(x + 1)$

② $4x^2 - 1 = (2x + 2)^2$

⑤ $\frac{x}{x^2 + 1} = \frac{1}{2}$

③ $2x^2 + x + 1 = x^2 - x$

⑥ $\frac{2x}{4x + 1} = \frac{x + 1}{2x - 1}$

CORRIGÉ**Correction de l'EXERCICE 1**

① $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$

④ $18x^2 - 12x + 2 = 2(3x - 1)^2$

② $3x^2 - 18x + 27 = 3(x^2 - 6x + 9) = 3(x - 3)^2$

⑤ $(x + 5)^2 - 16 = (x + 1)(x + 9)$

③ $16x^2 - 9 = (4x)^2 - 3^2 = (4x - 3)(4x + 3)$

⑥ $4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$

Correction de l'EXERCICE 2

① $(3x + 2)^2 - (-x + 1)^2 = (2x + 3)(4x + 1)$

② $4x^2 + 4x + 1 - (6x + 3)(x + 1) = (2x + 1)^2 - 3(2x + 1)(x + 1) = (2x + 1)(-x - 2) = -(2x + 1)(x + 2)$

③ $((x + 3)(2x + 2) - (x^2 + 2x + 1)) = (x + 3)2(x + 1) - (x + 1)^2 = (x + 1)(x + 5)$

④ $(2x + 1)(3x - 6) + (4x - 8)(2x - 1) = (2x + 1)3(x - 2) + 4(x - 2)(2x - 1) = (x - 2)(6x + 3 + 8x - 4) = (x - 2)(14x - 1)$

⑤ $4(x - 3)^2 - 49 = ((2(x - 3))^2 - 7^2) = (2x + 1)(2x - 13)$

⑥ $9(x - 1)^2 - 12 = (3(x - 1))^2 - (2\sqrt{3})^2 = (3x - 3 + 2\sqrt{3})(3x - 3 - 2\sqrt{3})$

Correction de l'EXERCICE 3

① $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

④ $(2x + 8)(2x - 8) = 4x^2 - 64$

② $(x + \frac{9}{2})^2 = x^2 + 9x + \frac{81}{4}$

⑤ $(x - 3/4)^2 = x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16}$

③ $(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$

⑥ $x^2 - 3 = (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

Correction de l'EXERCICE 4

① $-2x^2 + 4x - 9 = -2(x^2 - 2x) - 9 = -2(x - 1)^2 + 2 - 9 = -2(x - 1)^2 - 7$

② $4x^2 + 4x - 5 = 4(x^2 + x) - 5 = 4(x + \frac{1}{2})^2 - 6$

③ $3x^2 + 12x - 15 = 3(x^2 + 4x - 5) = 3(x + 2)^2 - 27$

④ $3x^2 - 5x + 4 = 3(x - \frac{5}{6})^2 - 3\frac{25}{36} + 4 = 3(x - \frac{5}{6})^2 + \frac{23}{12}$

⑤ $x^2 + x + 1 = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$

Correction de l'EXERCICE 5

① $\frac{x - 4}{3} = x - 2 \Leftrightarrow x - 4 = 3x - 6 \Leftrightarrow 2 = 2x \Leftrightarrow x = 1$

② $4x^2 - 1 = (2x + 2)^2$ aucun terme en facteur commun, mais on remarque qu'en développant les termes d'ordre 2 s'en vont: $4x^2 - 1 = (2x + 2)^2 \Leftrightarrow 4x^2 - 1 = 4x^2 + 8x + 4 \Leftrightarrow x = \frac{-5}{8}$

③ $2x^2 + x + 1 = x^2 - x \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

④ $(x + 1)(x - 1) = 3x(x + 1) \Leftrightarrow (x + 1)(x - 1 - 3x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ ou $x = -\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{x}{x^2 + 1} = \frac{1}{2}$ Pour tout réel $x \in \mathbb{R}$, $x^2 + 1 \geq 1 > 0$ L'équation a un sens sur $\mathbb{R}$: $\frac{x}{x^2 + 1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = x^2 + 1 \Leftrightarrow 0 = (x - 1)^2 \Leftrightarrow x = 1$

⑥ $\frac{2x}{4x + 1} = \frac{x + 1}{2x - 1}$. L'équation n'a de sens que pour $x \in A = \mathbb{R} \setminus \{\frac{-1}{4}, \frac{1}{2}\}$.

$$\frac{2x}{4x + 1} = \frac{x + 1}{2x - 1} \Leftrightarrow 2x(2x - 1) = (4x + 1)(x + 1) \Leftrightarrow 4x^2 - 2x = 4x^2 + 5x + 1 \Leftrightarrow -7x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{7}.$$