

**Resolução de Exame de Matemática –
12ª. Classe
Ano: 2016/ 2ª Época**



Exame de Matemática – 12ª classe, Ano: 2016/ 2ª Época**Resoluções****❖ Conceitos básicos****Operações sobre proposições lógicas**

Na lógica matemática estuda-se as seguintes operações sobre proposições:

Negação de uma proposição**Conjunção de proposições****Disjunção de proposições****Implicação material****Equivalência material****Expressão algébrica**

Uma expressão algébrica diz-se **irracional** quando a variável aparece sob forma de um radicando.

Repare que a expressão do número 3, a variável aparece dentro do radical com índice 3, e a variável aparece também sob forma de denominador, visto que não existem um número real que pode anular o denominador, razão pelo qual todo número real define a expressão dada.

Equação

Já foi dito que uma equação é a comparação de duas expressões designatórias por meio de símbolo de igualdade.

Equação exponencial: é toda equação em que a incógnita aparece sob forma de um expoente de base a , sendo a positivo e diferente de unidade.

Determinantes de sistemas de equações lineares

A representação da forma

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \text{ chama-se}$$

determinante proveniente de uma matriz de 3 por 3

1. Resposta:

Seja p : “Ana é estudante” e q : “Zé é professor”, a tradução simbólica de “Ana é estudante ou Zé é professor” é: $p \vee q$

2. Resposta:

A negação da proposição $\sim p \Rightarrow q$ segue:

$$\sim p \Rightarrow q \Leftrightarrow \sim \sim p \vee q \Leftrightarrow p \vee q; \sim (p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$$

3. Resposta:

A expressão $\frac{5x\sqrt{3x}-2}{3}$ é algébrica irracional, porque a variável aparece sob forma de radicando.

4. Resposta:

Dada a expressão $\sqrt[3]{\frac{2}{x-3}}$ o seu domínio de existência segue:

$$DE = \{x \in \mathbb{R} : x-3 \neq 0\} \Rightarrow x-3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3 \Rightarrow DE = \mathbb{R} \setminus \{3\}$$

5. Resposta:

Vamos calcular as raízes reais da equação $-x^3 - 4x^2 + 5x = 0$ e depois somar essas raízes:

$$-x^3 - 4x^2 + 5x = 0 \Leftrightarrow x(-x^2 - 4x + 5) = 0 \Leftrightarrow -x(x^2 + 4x - 5) = 0 \Leftrightarrow -x(x+5)(x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow -x = 0 \vee x+5 = 0 \vee x-1 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = -5 \vee x_3 = 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0 + (-5) + 1 = -4$$

6. Resposta:

O conjunto solução da equação $9^x + 2 \times 3^x - 3 = 0$ segue:

$$9^x + 2 \times 3^x - 3 = 0 \Leftrightarrow 3^{2x} + 2 \times 3^x - 3 = 0 \Leftrightarrow (3^x + 3)(3^x - 1) = 0 \Leftrightarrow (3^x + 3) = 0 \vee 3^x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3^x = -3 \vee 3^x = 1 \Rightarrow 3^x = 3^0 \Leftrightarrow x = 0$$

7. Resposta:

O valor de m na equação $\log_2(m) = \log_2(8) + \log_2(3)$ segue:

O valor de m deve ser positivo (condição de logaritmo), portanto,

$$\log_2(m) = \log_2(8) + \log_2(3) \Leftrightarrow \log_2(m) = \log_2(8 \times 3) \Leftrightarrow m = 8 \times 3 \Rightarrow m = 24$$

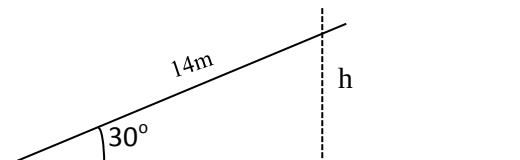
8. Resposta:

Se $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) > 0$, visto que

$$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \sin(\theta) < 0 \wedge \cos(\theta) < 0$$

9. Resposta:

Esboço:



$$\sin(30^\circ) = \frac{h}{14} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{14} \Leftrightarrow 1 \times 14 = 2h \Leftrightarrow 2h = 14 \Leftrightarrow h = \frac{14}{2} \Rightarrow h = 7m$$

A altura atingida pelo avião é de 7m aproximadamente



Razões trigonométricas de alguns arcos

x	0	30	45	60	90
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tag	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	0
ctg	ND	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	ND

Fórmula fundamental da trigonometria

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

Outras relações trigonométricas

$$\operatorname{tg}(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

$$\operatorname{ctg}(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$$

Módulo ou valor absoluto de um número real

Chama-se módulo ou valor absoluto de um número real x ao próprio número se este for não negativo ou ao seu simétrico se este for negativo.

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Equação modular: é toda equação que por meio de princípios de equivalência é redutível a forma:

$$|x| = a$$

A solução da equação acima segue:

$$|x| = a \Leftrightarrow x = a \vee x = -a$$

Factorial de um número natural

O factorial de um número natural n é dado por:

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$

Exemplo:

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$5! = 120$$

Permutação

A permutação de n elementos tomados p a p , é dado por:

10. Resposta:

A designação correcta do conjunto das abcissas dos pontos cuja distância à origem excede 4 é:

$$|x - 0| > 4 \Leftrightarrow |x| > 4$$

11. Resposta:

Vamos resolver a equação modular $|x + 3| = 7$ e depois achar o produto das suas raízes:

$$|x + 3| = 7 \Leftrightarrow (x + 3)^2 = 7^2 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 - 49 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 40 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x - 4)(x + 10) = 0 \Rightarrow x_1 = 4 \vee x_2 = -10$$

$$P = x_1 \times x_2 \Leftrightarrow P = 4 \times (-10) \Leftrightarrow P = -40$$

12. Resposta:

O desenvolvimento de $(x + y)^{22}$ tem $22 + 1$ termos que são 23 termos

13. Resposta:

Vamos simplificar a expressão $\frac{(n+1)!}{(n-2)!}$,

$$\frac{(n+1)!}{(n-2)!} = \frac{(n+1)n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = (n+1)n(n-1) = n(n+1)(n-1) = n(n^2 - 1) = n^3 - n$$

14. Resposta:

Considere o conjunto: $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, pretende-se formar números com três algarismos diferentes, aqui a ordem interessa, logo podemos resolver este problema usando fórmula de arranjos simples:

$$A_p^n = \frac{n!}{(n-p)!}; n = 9, p = 3 \Rightarrow A_3^9 = \frac{9!}{(9-3)!} \Leftrightarrow A_3^9 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6!} \Leftrightarrow A_3^9 = 9 \times 8 \times 7$$

15. Resposta:

Vamos representar o espaço amostral, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, O evento é sair ou obter um número maior do que 3, assim, $A = \{4, 5, 6\}$, o espaço amostral é finito e enumerável pois os eventos elementares são mutuamente excludentes e equiprováveis, são obedecidas as condições de Laplace, então podemos explorar a sua fórmula para solucionar este problema:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{6} \Leftrightarrow P(A) = \frac{1}{2}$$

16. Resposta:

Uma sucessão a_n diz-se progressão aritmética (PA) se a diferença $a_{n+1} - a_n$ é constante essa diferença designa-se por “d”. Portanto das sucessões dadas PA é 1, 2, 3, ...

$$a_1 = 1; a_2 = 2; a_3 = 3, \dots \Rightarrow a_3 - a_2 = a_2 - a_1 \Leftrightarrow 3 - 2 = 2 - 1 = 1 \Rightarrow d = 1$$

17. Resposta:

Das sucessões dadas, opção B apresenta uma sucessão infinitamente pequena, verifique:

$$1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \dots \Rightarrow a_1 = 1; a_2 = \frac{1}{2}; a_3 = \frac{1}{3}; \dots \Rightarrow a_n = \frac{1}{n} \therefore \lim \left(\frac{1}{n} \right) = 0$$

18. Resposta:

$$a_n = \frac{5n+1}{n+2} \Rightarrow a_7 = \frac{5 \times 7 + 1}{7 + 2} = \frac{35 + 1}{9} = \frac{36}{9} = 4$$



$$P_n = n! \text{ ou}$$

$$P_n = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$

$$n \equiv p$$

Exemplo:

$$p_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$p_4 = 24$$

Aranjos Simples

Aranjos simples de n elementos tomados p a p é dado por:

$$A_p^n = \frac{n!}{(n-p)!}, n > p$$

Exemplo:

$$A_2^4 = \frac{4!}{(4-2)!} \Leftrightarrow A_2^4 = \frac{4!}{2!}$$

$$A_2^4 = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!} \Leftrightarrow A_2^4 = 12$$

Combinação simples

Combinação simples de n elementos tomados p a p é dado por:

$$C_p^n = \frac{n!}{(n-p)! \times p!}, n > p$$

Exemplo:

$$C_2^4 = \frac{4!}{(4-2)!2!} \Leftrightarrow C_2^4 = \frac{4!}{2! \times 2!}$$

$$C_2^4 = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2 \times 1 \times 2!} \Leftrightarrow C_2^4 = \frac{12}{2}$$

$$C_2^4 = 6$$

Binómio de Newton

Binómio de Newton é uma expressão que envolve combinação simples, essa expressão é usada para desenvolver os polinómios que aparecem sob forma de binómios potenciais

$$(x+y)^n = C_0^n x^n + \dots + C_n^n y^n$$

Definição clássica de

Probabilidade

Se os acontecimentos elementares forem equiprováveis, a probabilidade de um acontecimento A é igual ao quociente entre o número de casos favoráveis ao acontecimento e o número de casos possíveis.

19. Resposta:

Aqui pretendemos somar os n primeiros termos da seguinte sucessão:

$$1; 3; 5; \dots \Rightarrow a_1 = 1; a_2 = 3; a_3 = 5; \dots \Rightarrow a_n = 2n - 1$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \times n \Rightarrow S_n = \frac{1 + 2n - 1}{2} \times n \Leftrightarrow S_n = \frac{2n}{2} \times n \Leftrightarrow S_n = n^2$$

20. Resposta:

Dados

do

problema:

$$50; 100; 200; 400; \dots \Rightarrow a_1 = 50; a_2 = 100; a_3 = 200; a_4 = 400; \dots \Rightarrow \frac{a_4}{a_3} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_2}{a_1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{400}{200} = \frac{200}{100} = \frac{100}{50} = 2 \therefore q = 2$$

A sequência de produção é uma progressão geométrica (PG) com razão igual a 2 unidades.

A fórmula para determinar a soma de n termos de uma PG segue

$$S_n = a_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q} \Rightarrow S_{10} = 50 \times \frac{1 - 2^{10}}{1 - 2} \Leftrightarrow S_{10} = 50 \times 1023 = 51.150$$

21. Resposta:

Uma função real de variável real é **par** quando objectos simétricos do mesmo domínio corresponderem a mesma imagem, assim: $\forall x \in D_f : f(+x) = f(-x)$

A função $f(x) = \cos(x)$ obedece essa condição, logo ela é **par**.

22. Resposta:

Observando atentamente o gráfico, podemos concluir que a abcissa do ponto de descontinuidade é $x=1$

23. Resposta:

A partir do gráfico fica claro que o conjunto que tem elementos que são zeros da função é $\{1\}$ o gráfico intersecta em $x=1$.

24. Resposta:

O conjunto que representa o contradomínio da função é $]-\infty; 1] \cup [2; +\infty[$

25. Resposta:

A função é negativa no intervalo $]-\infty; -1]$

26. Resposta:

O valor de $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - x^2}{x - 1}$ seque com os seguintes cálculos:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - x^2}{x - 1} = \frac{2 - \infty^2}{\infty - 1} = \frac{2 - \infty}{\infty} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right]$$

Vamos levantar a indeterminação $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - x^2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} -x = -\infty$

27. Resposta:

O valor de $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 1}$ seque com os seguintes cálculos:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 1} = \frac{1^2 - 5 \times 1 + 4}{1 - 1} = \frac{1 - 5 + 4}{0} = \left[\frac{0}{0} \right]$$

Vamos levantar a indeterminação $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 4)(x - 1)}{x - 1} =$



$$P(A) = \frac{n(C.F)}{n(C.P)}, n(CF) \geq n(CP)$$

Límite de uma sucessão**Sucessão convergente**

Diz-se que uma sucessão (a_n) converge para um número real L (escreve-se $\lim a_n = L$)

Se, por muito pequeno que seja o número positivo δ se existir uma ordem p a partir da qual se tem

$|a_n - L| < \delta$, isto é, $|a_n - L|$ torna-se tão pequena quando se queira.

Progressão aritmética (P.A)

Uma sucessão (a_n) é uma progressão aritmética (P.A) se existe um número real r , tal que

$$a_{n+1} - a_n = r, \forall n \in \mathbb{N}$$

Ao número r chama-se diferença da progressão aritmética.

Termo geral de P.A:

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

A soma de n termos consecutivo de uma progressão aritmética é dada por:

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)r}{2} \times n$$

Progressão geométrica (P.G)

Uma sucessão (a_n) é uma progressão geométrica (P.G) se existe um número real r , tal que

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = r, \forall n \in \mathbb{N}$$

Ao número r chama-se diferença da progressão aritmética.

Termo geral de P.G:

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

A soma de n termos consecutivo de uma progressão geométrica é dada por:

$$S_n = a_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$$

Algumas operações com infinitos

$$k \times \infty = \infty$$

$$\infty^k = \infty$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} (x-4) = 1-4 = -3$$

28. Resposta:

Calculando o valor de $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) \times \sin(4x)}{x^2}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) \times \sin(4x)}{x^2} = \frac{\sin(0) \times \sin(4 \cdot 0)}{0^2} = \frac{0 \times \sin(0)}{0} = \left[\frac{0}{0} \right] \quad \text{Indeterminação,}$$

vamos redefinir o limite,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) \sin(4x)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(x)}{x} \times \frac{\sin(4x)}{x} \right) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin(4x)}{4x} = 1 \times 4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4x)}{4x} = 1 + 4 \times 1 = 1 + 4 = 5$$

29. Resposta:

Consideremos a função real de variável real que se segue:

$$f(x) = \begin{cases} k+x, & \text{se } x \leq 0 \\ 2^{-x}, & \text{se } x > 0 \end{cases}; \text{ o valor de } k \text{ para que a função } f(x) \text{ seja continua no ponto de}$$

abscissa $x=0$ segue:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0), \text{ Neste caso para } f(0) = k+0, \text{ a}$$

condição $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ equivale afirmar que existem o limite de $f(x)$ no ponto

de abscissa $x=0$, então podemos escrever

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (k+x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (k+x) = \lim_{x \rightarrow 0} (2^{-x}) = k+0 = 2^0 \Rightarrow k=1$$

30. Resposta:

Observando atentamente o gráfico a função $f(x)$ não é derivável nos seguintes valores: $\{-4;0;4\}$ porque não é possível traçar uma recta tangente nos pontos com essas abscissas

31. Resposta:

Observando atentamente o gráfico, a função $f(x)$ tem derivada nula nos valores $\{-2;2\}$ visto que traçando rectas tangentes nos pontos com essas abscissas, as rectas são paralelas ao eixo das abscissas.

32. Resposta:

A primeira derivada da função $f(x) = e^{\ln(x)}$ segue:

$$f(x) = e^{\ln(x)} \Rightarrow f'(x) = (e^{\ln(x)})' \Leftrightarrow f'(x) = (\ln x)' e^{\ln x} \Leftrightarrow f'(x) = \frac{1}{x} e^{\ln x} = \frac{e^{\ln x}}{x} = e^{\ln x} \cdot x^{-1}$$

33. Resposta:

A primeira derivada da função $f(x) = 4x^2 + 2x + 2$ segue:

$$f'(x) = (4x^2 + 2x + 2)' \Leftrightarrow f'(x) = (4x^2)' + (2x)' + 2' \Leftrightarrow f'(x) = 2 \times 8x + 2 + 0 \Leftrightarrow f'(x) = 2x + 2$$

$$f''(x) = (8x + 2)' \Leftrightarrow f''(x) = (8x)' + 2' \Leftrightarrow f''(x) = 8 + 0 \Leftrightarrow f''(x) = 2$$

34. Resposta:

A ordenada máxima do extremo da função $f(x) = -x^2 + 1$ segue:

$$f(x) = -x^2 + 1 \Leftrightarrow f'(x) = (-x^2 + 1)' \Leftrightarrow f'(x) = (-x^2)' + 1' \Leftrightarrow f'(x) = -2x$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{0}{-2} \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = -0^2 + 1 \Leftrightarrow f(0) = 1$$

, A ordenada, do extremo máximo do gráfico da função $f(x)$ é 1.



$$\begin{aligned}\infty \times \infty &= \infty \\ k + \infty &= \infty \\ k - \infty &= -\infty \\ \frac{\infty}{k} &= \infty \\ \frac{k}{\infty} &= 0 \\ \frac{\infty}{\infty} &= 0\end{aligned}$$

Limite de uma função real de variável real

Dada uma função $f(x)$ definida no domínio D_f , a , L são números reais. Diz-se, L é o limite da função $f(x)$ quando x tende para a (a não necessariamente pertencente ao domínio de $f(x)$) sse:

$$\forall \varepsilon > 0; \exists \delta > 0: 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$$

e escreve-se $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$

Conheça alguns limites notáveis

• Limites Neperianos

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{f(x)}\right)^{f(x)} = e^k$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$$

• Limites trigonométricos

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$$

Continuidade de funções reais de variáveis reais

Uma função real de variável real é contínua num ponto de abscissa $x = a$ sse,

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

Se existir a diferença entre os membros dessa igualdade, a função é descontínua no ponto de abscissa a

• Somente para a Secção de Letras

36. Resposta:

$$\frac{P(x)}{x^2 + 1} = 2x - 1 \wedge R(x) = x + 1$$

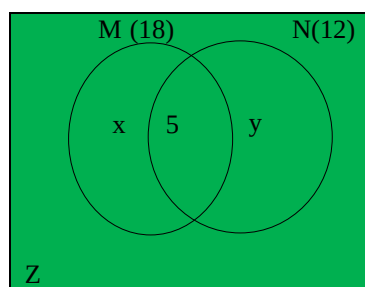
Isso significa que :

$$P(x) = (x^2 + 1)(2x - 1) + x + 1$$

$$\Leftrightarrow P(x) = (2x^3 - x^2 + 2x - 1) + x + 1$$

$$\Leftrightarrow P(x) = 2x^3 - x^2 + 3x$$

37. Resposta ao problema:



$$n(U) = 30$$

$$n(\overline{M \cup N}) = z?$$

$$\Rightarrow n(\overline{M \cup N}) + n(M) + n(N) + n(M \cap N) = n(U)$$

$$z + x + y + 5 = 30 \Leftrightarrow z + (18 - 5) + (12 - 5) + 5 = 30$$

$$\Leftrightarrow z + 13 + 7 + 5 = 30 \Rightarrow z = 30 - 25 \Rightarrow z = 5$$

São 5 pessoas que não tomaram nenhum refrigerante.

38. Resposta:

$$\text{O valor de } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$$

39. Resposta:

Vamos chamar desses números por x e y , então teremos:

$x - y = 4 \wedge P = xy \Rightarrow y = x - 4 \Rightarrow P(x) = x(x - 4) \Leftrightarrow P(x) = -x^2 + 4x$, no problema foi dito que o produto entre x e y é um mínimo, então:

$$P'(x) = (-x^2 + 4x) = -2x + 4 \Rightarrow -2x + 4 = 0 \Leftrightarrow -2x = -4 \Leftrightarrow x = \frac{-4}{-2} \Rightarrow x = 2$$

$$x - y = 4 \Rightarrow 2 - y = 4 \Leftrightarrow -y = 4 - 2 \Leftrightarrow -y = 2 \Rightarrow y = -2$$

Os dois números procurados são: -2 e 2

40. Resposta:

Seja $f(x) = x^2 - 2x$, vamos determinar o valor de $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \right)$,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{(x^2 - 2x) - (2^2 - 2 \cdot 2)}{x - 2} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{(x^2 - 2x)}{x - 2} \right) = \frac{2^2 - 2 \times 2}{2 - 2} = \frac{4 - 4}{0} = \left[\frac{0}{0} \right]$$

Levantando a indeterminação teremos,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 2x}{x - 2} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x(x - 2)}{x - 2} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} (x) = 2$$

• Somente para a secção de Ciências

36. Resposta:

$$\text{Seja } m(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right), \text{ o seu período determina-se pela fórmula: } T = \frac{2\pi}{|k|}, \text{ se } k = \frac{1}{2}$$



Cálculo diferencial**Definição da derivada de uma função**

Dada uma função $F(x)$ definida no domínio D_F , sendo a abscissa de um ponto P , tal que $a \in D_F$. A derivada da função $F(x)$ no ponto P é dada pela expressão:

$$F'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{a-h} \quad \text{ou}$$

$$F'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{x-h} = f'(x)$$

A função $f(x)$ chama-se a primeira derivada.

Regras de derivação imediata**Função constante**

$$f(x) = k \Rightarrow f'(x) = 0$$

Função potência

$$f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$$

Função polinomial**Função composta**

$$f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n \Rightarrow$$

$$f'(x) = (a_0 x^n)' + (a_1 x^{n-1})' + \dots + (a_n)'$$

Derivada da soma

$$f(x) = u \pm v \Rightarrow f'(x) = u' \pm v'$$

Função afim

$$f(x) = ax + b \Rightarrow f'(x) = a$$

Função produto

$$f(x) = u \times v \Rightarrow f'(x) = u'v + uv'$$

Função quociente

$$f(x) = \frac{u}{v} \Rightarrow f'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Função composta

$$f(x) = u^n \Rightarrow f'(x) = nu^{n-1}u'$$

Derivada da função exponencial**Função exponencial de base e**

$$f(x) = e^u \Rightarrow f'(x) = u'e^u$$

Função exponencial de base a

$$f(x) = a^u \Rightarrow f'(x) = u'a^u \ln(a)$$

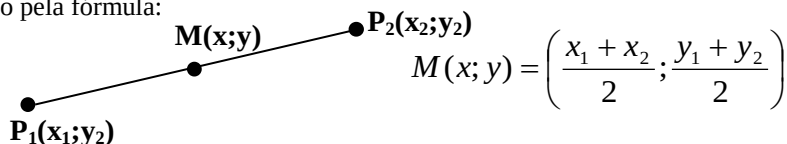
Derivada da função logarítmica**Função logarítmica de base e**

então teremos:

$$T = \frac{2\pi}{|k|} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 2\pi \times 2 = 4\pi$$

37. Resposta:

Dado que $P(2;7)$ e $Q(8;5)$, pretende-se determinar o ponto médio do segmento da recta com extremos P e Q . De uma forma geral, as coordenadas de um ponto médio de um segmento é dado pela fórmula:



$$M(x; y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

Consideremos os seguintes pontos extremos de um segmento do plano:

$$P(2;7) \wedge Q(8;5)$$

$$(x_M; y_M) = \left(\frac{8+2}{2}; \frac{5+7}{2} \right) \Leftrightarrow (x_M; y_M) = \left(\frac{10}{2}; \frac{12}{2} \right) \Rightarrow (x_M; y_M) = (5; 6)$$

38. Resposta:

A equação da assíntota horizontal da função $f(x) = \frac{2}{x-3}$ é $x=0$, visto que o grau do polinómio numerador é menor do que o grau do polinómio denominador.

39. Resposta:

Considerando a função $h(x) = 4x + 2$ pretendemos determinar a função $(hoh)(x)$

$$(hoh)(x) \Rightarrow (hoh)(x) = 4h(x) + 2 \Leftrightarrow (hoh)(x) = 4(4x + 2) + 2 \Leftrightarrow (hoh)(x) = 16x + 8 + 2 \Leftrightarrow (hoh)(x) = 16x + 10$$
40. Resposta:

Vamos considerar a função $f(x)$, de $D_f = [-5, 5]$

Dada a função $f(x)$, com $x \in D_f$

O gráfico da função $y = A + f(x+a)$ é obtida a partir de f , através de transformação linear de a unidade para direita se a for positivo (a unidade para esquerda se a for negativo) em relação ao eixo das abscissas xx' e A unidades para cima se A for positivo (para baixo se A for negativo) em relação ao eixo das ordenadas yy' .

Se f tem domínio (campo) $D_f = [-5, 5] \Rightarrow g(x) = 1 + f(x+1)$ a função $g(x)$ terá o seguinte domínio, $D_g = [-5+1, 5+1] \Rightarrow D_g = [-4; 6]$ e o contradomínio vai sofrer uma translação de uma unidade para cima, logo o gráfico certo é da opção B.

FIM

