

UNIDADE V: Princípios da Dinâmica

5.1- Dinâmica: É a parte da Mecânica que analisa os movimentos, fazendo as relações entre causas e efeitos.

O estudo dos movimentos que relacionam as causas e os efeitos é a essência da Dinâmica. Conceitos primitivos como os de força e de energia serão associados aos movimentos, além dos conceitos já estudados na Cinemática. Portanto, daqui em diante, as razões pelas quais os móveis adquirem ou modificam suas velocidades passarão a ser estudadas e relacionadas com as respectivas consequências.

5.2- Força: Para se compreender o conceito de força, que é algo intuitivo, pode-se basear em dois tipos de efeitos, dos quais ela é causa:

- **Deformação:** efeito estático da força; o corpo sofre uma modificação em seu formato, sob a ação da força.
- **Aceleração:** efeito dinâmico da força, em que o corpo altera a sua velocidade vetorial, isto é, varia pelo menos umas das seguintes características da velocidade: direção, sentido e módulo, quando sujeito à ação da força.

Nesta parte da mecânica que passaremos a estudar propomo-nos a responder a uma pergunta, talvez das mais antigas feitas pelo homem: **como se relacionam forças e movimento?**

Uma das respostas, dada por Aristóteles (século IV a.C.), pode ser sintetizada como se segue: **é impossível a um corpo se deslocar na ausência de forças.** À primeira vista, essa parece resumir de forma simples um fato bem conhecido. Esse fato pode ser, por exemplo, puxar uma cadeira: enquanto você a puxa, ela anda; ao você parar de puxar, ela pára.

Entretanto, se nos prendermos a análises desses tipos, imediatistas e simplórias, seremos levados a acreditar que a conclusão de Aristóteles estava certa. E essa conclusão perdurou por aproximadamente 2 000 anos, pois apenas no fim do século XVI, com Galileu, e no século XVII, com Newton, é que caíram por terra os postulados aristotélicos do movimento.

⇒ LEIS DO MOVIMENTO DE NEWTON:

Então, como se relacionam força e movimento? A resposta só poderá ser dada, na sua forma mais clara, após a apresentação das leis do movimento de Newton, que passaremos a analisar a seguir.

**1ª Lei de Newton
(princípio da inércia):**

Quando a resultante das forças que atuam sobre um corpo for nula, esse corpo permanecerá em repouso ou em movimento retilíneo uniforme (MRU).

Antes de passarmos à discussão das idéias contidas nesse 1º princípio, vejamos o significado de suas palavras. A expressão “resultante das forças que atuam sobre um corpo for nula” é, para nós, sinônimo de equilíbrio. Esse equilíbrio pode manifestar-se de duas formas:

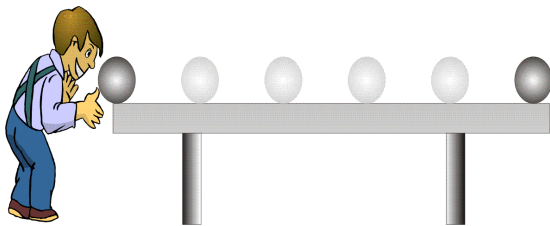
$$\mathbf{R} = \mathbf{0} \Rightarrow \text{equilíbrio} \begin{cases} \text{estático: repouso} \\ \text{dinâmico: MRU} \end{cases}$$

Mas perceba que, no enunciado da lei, Newton apresenta, em primeira análise, dois fatos decorrentes da situação “resultante das forças nula” ($\mathbf{R} = \mathbf{0}$):

- O corpo permanece em repouso. Não discutiremos essa idéia, por se tratar do resultado mais simples e intuitivo contido na 1ª lei.
- O corpo permanece em movimento retilíneo uniforme. Nessa segunda parte do enunciado, Newton contradiz Aristóteles na medida em que passa a admitir a possibilidade de movimento na “ausência de forças” ($\mathbf{R} = \mathbf{0}$): Isso, como vimos, era categoricamente negado por Aristóteles. Vejamos como podemos chegar a essa mesma conclusão, através da experiência a seguir:

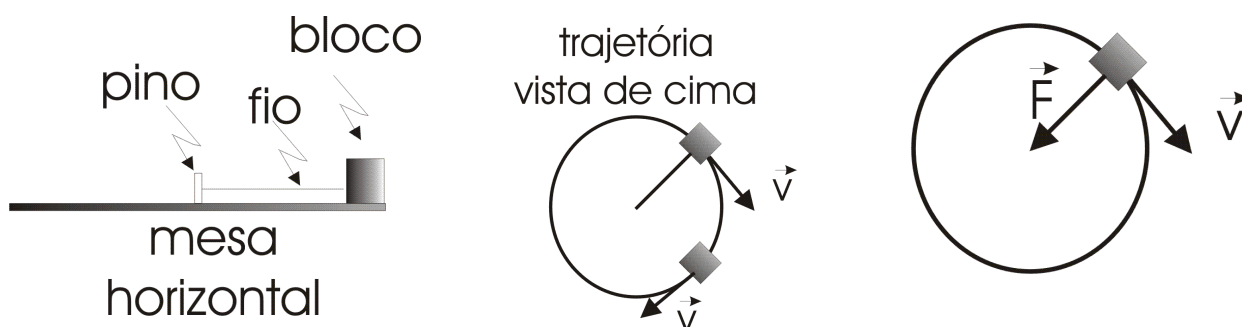
Se um ponto material estiver livre da ação de forças, sua velocidade vetorial permanece constante. Galileu, estudando uma esfera em repouso sobre um plano horizontal, observou que, empurrando-a com determinada força, ela se movimentava. Cessando o empurrão (força), a esfera continuava a se mover até percorrer determinada distância. Verificou, portanto, que a esfera continuava em movimento sem a ação de

uma força e que a esfera parava em virtude do atrito entre a esfera e o plano horizontal. Polindo o plano horizontal, observou que o corpo se movimentava durante um percurso maior após cessar o empurrão. Se pudesse eliminar completamente o atrito, a esfera continuaria a se movimentar, por inércia, indefinidamente, sem retardamento, isto é, em movimento retilíneo e uniforme.



A outra figura logo acima, representa uma nave espacial livre de ações gravitacionais significativas do resto do universo. Com seus motores desligados, a força propulsora da nave é nula, porém ela mantém o seu movimento com velocidade constante, segundo o princípio da inércia.

Analisemos agora o caso de um bloco preso a um fio, que está atado a um pino fixo em uma mesa horizontal e perfeitamente lisa. Posto em movimento, esse bloco passará a se deslocar em movimento circular uniforme em torno do pino, como vemos na figura.



Embora o valor da velocidade venha a permanecer constante, podemos perceber que a direção do \vec{V} é alterada de ponto para ponto da trajetória, graças à ação do fio sobre o corpo, ou seja, o fio é responsável pela presença de uma força \vec{F} , perpendicular à direção do \vec{V} , que é incapaz de alterar o valor da velocidade, mas altera a direção da velocidade \vec{V} .

A partir dos exemplos do bloco, podemos perceber que, sempre que alterarmos o estado de movimento de um corpo, ou, em outras palavras, sempre que alterarmos a velocidade vetorial \vec{V} de um corpo, é necessário que sobre o mesmo atue uma força \vec{F} . Generalizando, dinamicamente teremos:

Força \vec{F} será toda ação capaz de alterar a velocidade vetorial \vec{V} de um corpo.

2ª Lei de Newton: Princípio Fundamental da Dinâmica

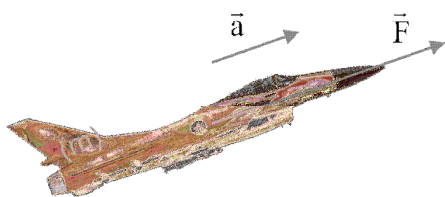
Newton conseguiu estabelecer, com sua 1ª lei, a relação entre força e movimento. Entretanto, ele mesmo percebeu que apenas essa lei não era suficiente, pois exprimia somente uma relação qualitativa entre força e movimento: a força altera o estado de movimento de um corpo. Mas, com que intensidade? Como podemos relacionar matematicamente as grandezas envolvidas?

Nessa 2ª lei, o princípio fundamental da dinâmica, ou 2º princípio, as idéias centrais são as mesmas do 1º princípio, só que formalizadas agora com o auxílio de uma expressão matemática, como segue:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

A resultante das forças \vec{F} que atuam sobre um corpo de massa m comunica ao mesmo uma aceleração resultante \vec{a} , na mesma direção e sentido de \vec{F} . Esse resultado era de se esperar, já que, como foi visto, uma força \vec{F} , ao atuar sobre um corpo, alterava sua velocidade \vec{v} . Se modifica sua velocidade, está transmitindo ao corpo uma determinada aceleração \vec{a} .

Da segunda lei podemos relacionar a força resultante \vec{F} e a aceleração adquirida pelo corpo \vec{a} , como é mostrado na figura.



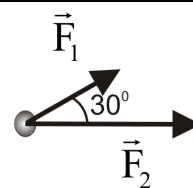
- módulo: $F = m.a$
- direção: \vec{F} e \vec{a} , têm a mesma direção.
- sentido: \vec{F} e \vec{a} , têm o mesmo sentido.

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM:

1) Um corpo de massa igual a 5 kg, inicialmente em repouso sofre a ação de uma força resultante constante de 30 N. Qual a velocidade do corpo depois de 5s?

2) A equação horária da velocidade de uma partícula em movimento retilíneo e de 3 kg de massa é $v = 4 + 2t$, com unidades do SI. Qual a intensidade da força resultante sobre a partícula?

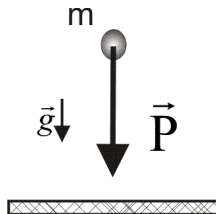
3) Seja um ponto material de massa $m = 1$ kg, sob a ação das forças F_1 e F_2 de intensidade 2N e 4N respectivamente, conforme indica a figura. Determine a aceleração adquirida pelo corpo. Dado $\sqrt{3} = 1,7$



⇒ **Peso de um corpo:**

Como já foi visto em cinemática, qualquer corpo próximo à superfície da Terra é atraído por ela e adquire uma aceleração cujo valor independe da massa do corpo em questão, denominada aceleração da gravidade g .

Se o corpo adquire uma certa aceleração, isso significa que sobre o mesmo atuou uma força. No caso, diremos que a Terra atrai o corpo e chamaremos de peso \vec{P} do corpo à força com que ele é atraído pela Terra. De acordo com o 2º princípio, podemos escrever:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \boxed{\vec{P} = m \cdot \vec{g}}$$


ATENÇÃO: O peso \vec{P} de um corpo varia de local para local, porque o valor da aceleração da gravidade \vec{g} se altera de local para local, mas sua massa m é a mesma em todos os lugares, pois depende apenas do corpo em estudo.

⇒ **UNIDADES DE FORÇA:**

Serão apresentadas aqui três unidades utilizadas para se exprimir o valor de uma força em três diferentes sistemas de unidades: o CGS, o MKS (Sistema Internacional de Unidades) e o MK*S (MKS técnico). A tendência atual da ciência se concentra na utilização do sistema internacional. Essa é também a tendência que se revela nos grandes vestibulares realizados no país. No quadro a seguir, apresentamos as unidades fundamentais de cada sistema, bem como as unidades de força de cada um deles.

SISTEMA	COMPRIMENTO	MASSA	TEMPO	FORÇA
SI (MKS)	m	kg	s	kg . m/s = (N) (newton)
CGS	cm	g	s	g . cm/s ² (dina) (dyn)
MK*S	m	utm	s	utm . m/s ² (quilogram a-força) (kgf)

As definições de dina (d) newton (N) e quilograma-força (kgf) derivam da 2ª lei de Newton, como veremos:

- Um dina corresponde à intensidade da força que, aplicada a um corpo de massa 1 g, comunica ao mesmo uma aceleração de 1 cm/s². $F = m \cdot a \Rightarrow F = 1g \cdot 1\text{cm/s}^2 \Rightarrow F = 1 \text{ d}$
- Um newton é a intensidade da força que, aplicada a um corpo de massa 1 kg, transmite ao mesmo uma aceleração de 1 m/s². $F = m \cdot a \Rightarrow F = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2 \Rightarrow F = 1 \text{ N}$
- Um quilograma-força corresponde ao peso de um corpo de massa 1 kg num local onde $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. $F = m \cdot a \Rightarrow F = 1\text{kg} \cdot 9,8\text{m/s}^2 \Rightarrow F = 9,8 \text{ N} \Rightarrow F = 1 \text{ kgf}$

obs. 1N = 10⁵ d e 1kgf = 9,8 N

⇒ **DINAMÔMETRO:** Chama-se dinamômetro todo aparelho graduado de forma a indicar a intensidade da força aplicada em um dos seus extremos. Internamente, o dinamômetro é dotado de uma mola que se distende à medida que se aplica a ele uma força. O dinamômetro será ideal se tiver massa desprezível.

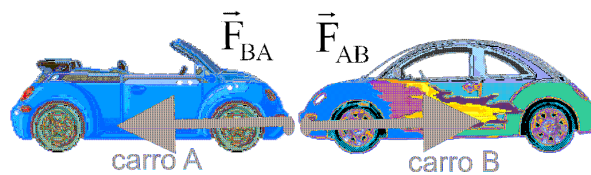


EXERCÍCIO DE APRENDIZAGEM:

4) Um corpo de 10 kg de massa está num local de $g = 10 \text{ m/s}^2$. Qual o módulo de seu peso em N e em kgf?

3ª Lei de Newton: Princípio da ação e reação

Quando dois corpos **A** e **B** interagem, se **A** aplica sobre **B** uma força, esse último corpo aplicará sobre **A** uma outra força de mesma intensidade, mesma direção e sentido contrário.

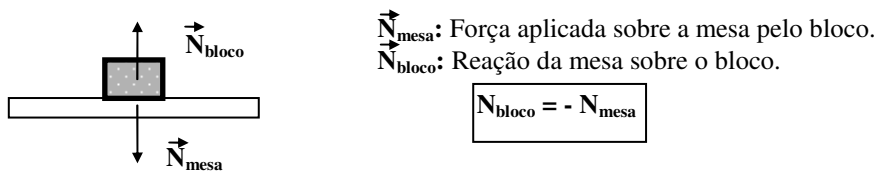


$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

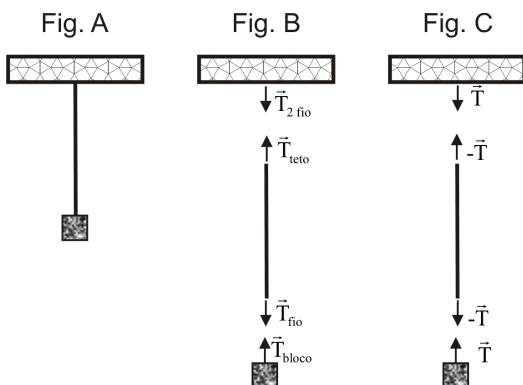
Atenção: É importante ressaltar que ação e reação nunca se anulam, pois atuam sempre em corpos diferentes.

⇒ **ALGUMAS FORÇAS PARTICULARES:** Apresentarei a seguir algumas das forças que aparecerão com maior frequência nos exercícios de dinâmica.

- **Força de reação normal \vec{N}** : É a força de contato entre um corpo e a superfície na qual ele se apoia, que se caracteriza por ter direção sempre perpendicular ao plano de apoio. A figura abaixo apresenta um bloco que está apoiado sobre uma mesa.



- **Força de tração ou tensão \vec{T}** : É a força de contato que aparecerá sempre que um corpo estiver preso a um fio (corda, cabo). Caracteriza-se por ter sempre a mesma direção do fio e atuar no sentido em que se tracione o fio. Na seqüência de figuras abaixo, representamos a força de tração \vec{T} que atua num fio que mantém um corpo preso ao teto de uma sala.



Para melhor visualizarmos as forças nos extremos do fio, isolamos o teto do fio e esse do corpo suspenso (figura B).

Nas figuras A, B e C, temos:

- \vec{T}_{bloco} : força com que o fio “puxa”o bloco.
 - \vec{T}_{fio} : força de tração no extremo do fio.
 - \vec{T}_{teto} : força com que o fio “puxa”o teto.
 - $\vec{T}_{2\text{ fio}}$: força de tração no extremo do fio.
- onde $\vec{T}_{\text{bloco}} = -\vec{T}_{\text{fio}}$
- onde $\vec{T}_{\text{teto}} = -\vec{T}_{2\text{ fio}}$

Se o fio for ideal (massa desprezível e inextensível), a força de tração \vec{T} terá o mesmo valor em todos os pontos. O fio ideal transmite integralmente a força aplicada em um dos seus extremos.

Força de atrito:

Seja **A** um bloco inicialmente em repouso sobre um plano e apliquemos a esse corpo a força \vec{F} , como se vê na figura. Verificamos que mesmo tendo sido aplicada ao corpo uma força, esse corpo não se moverá.



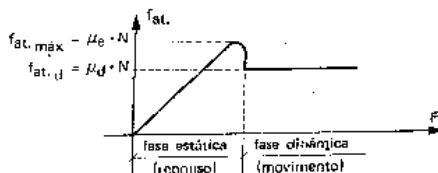
Se isso ocorre, concluímos que sobre o mesmo estará agindo outra força, de mesmo módulo e em sentido oposto a \vec{F} (figura ao lado). A essa força denominaremos força de atrito \vec{F}_{at} .

Podemos, a seguir, aumentar gradativamente o valor da força \vec{F} , a intensidade da força de atrito também aumentou, de tal forma que a resultante das forças atuantes no bloco continuasse nula.

Mas a prática nos mostra que, a partir de um determinado momento, o bloco passa a se deslocar no sentido da força \vec{F} . A interpretação desse fenômeno é a seguinte: Embora a intensidade da força de atrito possa aumentar à medida que aumentamos a intensidade da força solicitante \vec{F} , a força de atrito atinge um determinado valor máximo; a partir desse momento, a tendência do bloco é sair do repouso. O valor máximo atingido pela força de atrito na fase estática é diretamente proporcional à intensidade da reação normal \vec{N} do bloco. Esse resultado, experimental, pode ser expresso na forma:

$$f_{at.est.} = \mu_e \cdot N$$

Nesta expressão, μ_e é o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a superfície. Uma vez atingido o valor máximo da força de atrito, se aumentarmos a intensidade da força \vec{F} , o corpo entrará em movimento acelerado, no sentido de \vec{F} . Nessa segunda fase, denominada dinâmica, a intensidade da força de atrito será menor que o valor máximo da força de atrito estático e seu valor poderá ser considerado constante para facilitar a resolução de problemas. Caso o examinador, ao se referir à existência de atrito entre duas superfícies, não faça referência explícita ao coeficiente de atrito dinâmico ou estático, deveremos considerar $\mu_e = \mu_d$. O gráfico abaixo nos dará uma idéia aproximada de como esta força age.



obs. A força de atrito (estático ou dinâmico) não depende da área de contato entre as superfícies. Assim nas figuras abaixo, onde os dois blocos são idênticos e \vec{F} também, as força de atrito tanto em 1 como em 2, são iguais, apesar de as superfícies em contato serem diferentes.

**EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM:**

5) Complete as lacunas abaixo:

Forças são situações entre corpos, que produzem variações no seu estado _____ (de movimento/físico) ou provocam _____ (deformações/iluminação). Quando a força não produz variação no movimento, mas apenas deformação, dizemos que o efeito da força é _____ (estático/dinâmico). Se a força produzir apenas variações no movimento, dizemos que o efeito da força é _____ (estático/dinâmico). A força da atração que a Terra exerce em um corpo é denominada força _____ (normal/peso). Quanto maior a massa de um corpo, _____ (maior/menor) é a força peso.

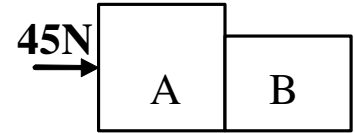
Denomina-se força de reação normal a força de reação da força _____ (peso/exercida contra uma superfície). O módulo da força normal é _____ (sempre/às vezes) igual ao módulo da força peso. A força de reação normal _____ (é / não é) a reação da força peso.

O aparelho utilizado para medir a força é denominado _____ (velocímetro/dinamômetro). Um corpo de um quilo de massa tem _____ (1/10/0,1) kgf de peso. Já um corpo de 50 kg de massa tem aproximadamente _____ (5/50/500) Newton de peso.

Se um corpo está em repouso _____ (é/não é) necessário a ação de uma força para colocá-lo em movimento. Numa superfície perfeitamente lisa, onde podemos considerar nula as forças de atrito, se um corpo está em movimento retilíneo _____ (é/não é) necessária a ação de uma força para mantê-lo neste movimento. Para alterar a velocidade de um objeto é necessária a ação de uma _____ (massa/aceleração). Se a força resultante for nula a velocidade do corpo ficará _____ (variável/constante/aumentando).

6) Dois corpos A e B têm massas de 3 kg e 2 kg respectivamente. No bloco A aplica-se uma força de 45 N como mostra a figura. Pede-se:

- a aceleração do sistema;
- a intensidade da força com que A empurra B;
- a intensidade da força que B aplica em A.



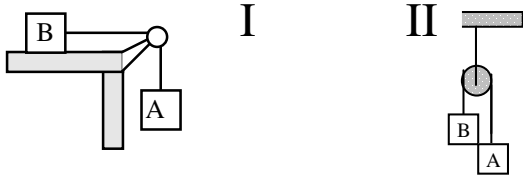
7) Dois corpos A e B de massas respectivamente iguais a 4 kg e 9 kg, inicialmente em repouso, estão interligados por um fio inextensível e de massa desprezível, sobre uma superfície plana, horizontal e polida. Sobre A aplica-se uma força $F = 260$ N, conforme indica a figura.



Admitindo $g = 10 \text{ m/s}^2$, pede-se:

- a aceleração do conjunto;
- a tração no fio que une A e B.

8) Nos sistemas abaixo, as massas dos corpos são: $m_A = 5 \text{ kg}$ e $m_B = 15 \text{ kg}$. Sendo $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine a aceleração de cada sistema e a tração no cabo que une A a B.



9) Um corpo de massa 20 kg encontra-se sobre um plano horizontal onde os coeficientes de atrito estático e dinâmico são, respectivamente, $0,4$ e $0,2$. Sendo o bloco solicitado por uma força constante, de intensidade 100 N , pede-se, considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$:

- Um esquema das forças que agem sobre o corpo;
- a intensidade da força peso;

- c) a intensidade da força normal;
 d) a intensidade da força de atrito de destaque (intensidade máxima da força de atrito estático, sem que o corpo saia do repouso);
 e) a intensidade da aceleração do corpo.

10) Com relação ao exercício anterior, qual deveria ser a intensidade da força externa F para:

- a) o corpo entrar em movimento?
 b) o corpo se mover em MRU?

PESO APARENTE NO ELEVADOR: Quando entramos em um elevador que tem uma aceleração muito intensa, percebemos alteração em nosso peso. Há momentos em que aparentemente ficamos mais pesados e a instantes que aparentemente ficamos mais leves. Na verdade a nossa sensação de peso se deve à normal. Se a normal aumenta, aparentemente sentiremos mais pesados e se a normal diminui, aparentemente sentiremos mais leves. O nosso peso não varia pois o seu valor é constante e vale ($P = m \cdot g$).

O desenho a seguir representa um elevador com uma pessoa sobre uma balança dentro do mesmo. Quando o elevador estiver parado, teremos agindo sobre a pessoa o peso da mesma e a normal, que é a força que a balança faz sobre ela. Como nesse caso a normal será igual ao peso, a pessoa não terá sensação desagradável **(a)**. Agora se o elevador for subir acelerado ou descer retardado, a normal deverá ficar maior do que o peso, para que a pessoa suba acelerada ou desça retardada (freando), sendo assim, a balança indicará para a mesma um valor maior e a pessoa também terá a sensação de estar mais pesada **(b)**. Agora se o elevador for descer acelerado ou subir retardado, a normal diminuirá, uma vez que o peso não altera, e a balança indicará um valor para o peso menor e a pessoa terá a sensação de estar ficando mais leve “friozinho na barriga” **(c)**. Podemos ainda ter o caso do elevador estar caindo em queda livre. Suponha que arrebente o cabo do elevador e ele caia em queda livre (normalmente o elevador tem um dispositivo de segurança que não deixa que isto ocorra) o elevador irá cair em queda livre. Nesse caso o peso será maior que a normal e o que ocorre está representado em **(d)**. Veja abaixo o estudo de cada caso:

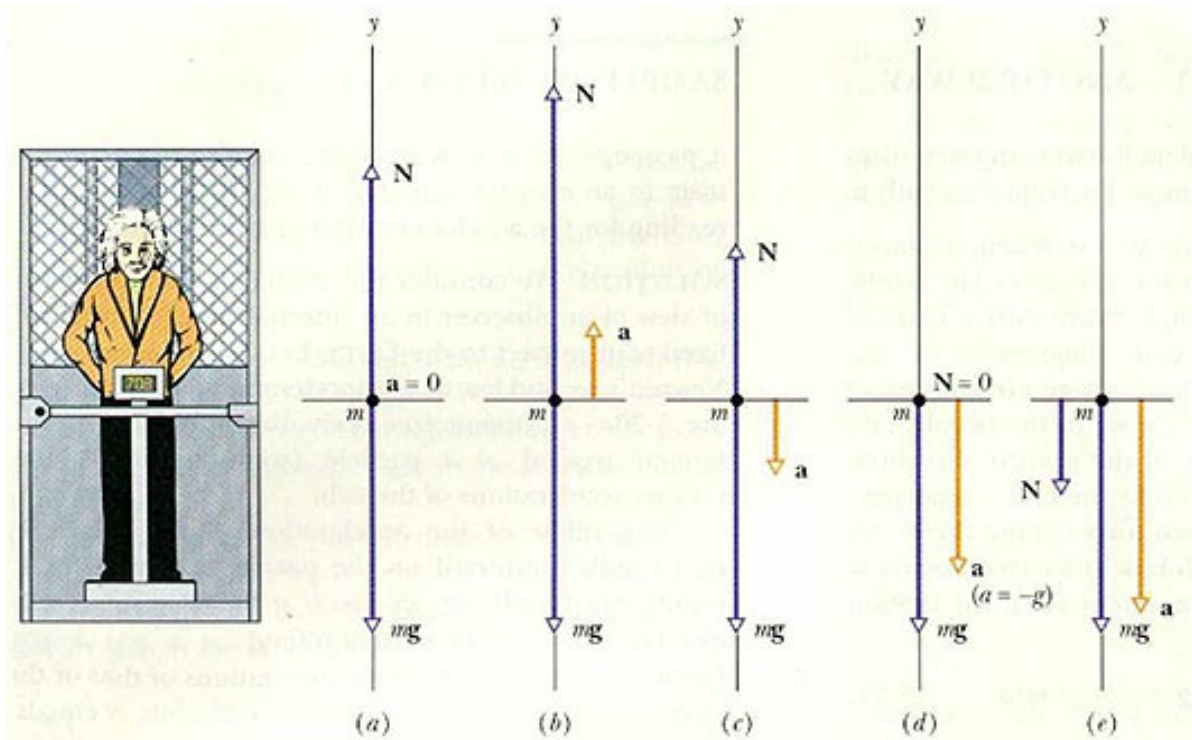
(a) - Se ele sobe ou desce com M.U. teremos aceleração zero portanto: $N - P = m \times a$
 $N = P$

(b) - Sobe acelerado ou desce retardado : $N - P = m \times a$

(c) - Sobe retardado ou desce acelerado: $P - N = m \times a$

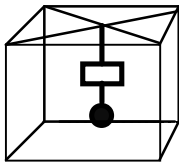
(d) - Se o elevador descer em queda livre, isto é, se arrebentar o cabo do elevador, ele descerá com a aceleração da gravidade, portanto: $P - N = m \times a \implies mg - N = mg$
 $N = 0$

(e) - Neste caso o elevador estaria com uma aceleração maior do que a gravidade.



EXERCÍCIO DE APRENDIZAGEM:

11) Um corpo de massa 8 kg é suspenso a um dinamômetro preso ao teto de um elevador conforme indica a figura, por meio de um fio ideal.



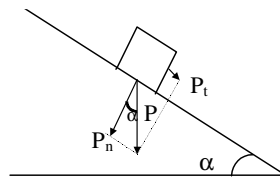
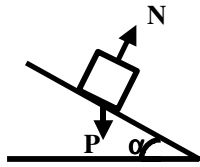
Dado $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine as indicações fornecidas pelo dinamômetro nos seguintes casos:

- o elevador sobe com aceleração de 4 m/s^2 .
- o elevador desce com aceleração de 4 m/s^2 .
- o elevador sobe com movimento uniforme.
- o cabo do elevador arrebenta e ele entra em queda livre.

5.4 - Plano inclinado: Plano inclinado é o nome que se dá a uma superfície plana que forma com a horizontal um certo ângulo α .

Considere agora um bloco de massa m sobre um plano inclinado e despreze o atrito.

As forças atuantes no bloco são o seu peso e a reação normal.



$$P_n = P \cos \alpha$$

$$P_t = P \sin \alpha$$

Este ângulo vale α pois seus lados são perpendiculares aos lados do ângulo α do plano inclinado. Se decompor o vetor peso em dois: um vetor tangente à superfície e outro vetor normal à superfície obterá as componentes P_n e P_t tais que:

$$P_n = N = P \cos \alpha$$

$$P_t = P \sin \alpha$$

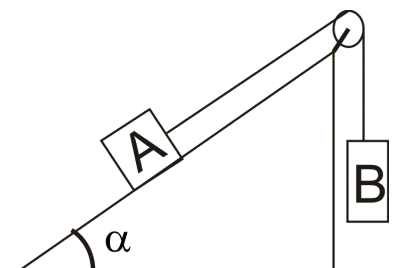
Logo a componente P_t é a força que vai acelerar o bloco para baixo.

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM:

12) Um bloco de massa 10 kg desce um plano inclinado, sem atrito, que faz um ângulo de 30° com a horizontal. Desprezando qualquer possível atrito com a superfície, determine a aceleração do bloco. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$

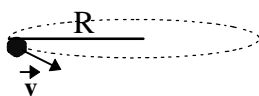
13) Uma caixa de 20 kg sobe um plano inclinado de 60° em MRU sob a ação de uma força F a favor do movimento. Qual é o valor desta força F ? Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e despreze o atrito.

14) Dois corpos de mesma massa estão unidos por um fio inextensível, como mostra a figura. O corpo **A** sobe o plano inclinado com velocidade constante. Determine o coeficiente de atrito, se $\sin \alpha = 0,6$ e $\cos \alpha = 0,8$.



15) Um corpo de 20 kg de massa, é abandonado livremente em um plano inclinado que faz 30° com a horizontal. O coeficiente de atrito entre o corpo e o plano é de 0,4. Considere $\sin 30^\circ = 0,5$ e $\cos 30^\circ = 0,8$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:
 a) a aceleração do corpo;
 b) a reação normal do apoio.

5.5 - Força centrípeta e força tangencial: Considere um corpo de massa m , descrevendo uma circunferência de raio R , com movimento não uniforme.



Sabemos que a velocidade do corpo é um vetor que, em cada instante, é tangente à trajetória e que, no movimento circular não uniforme, o corpo está sujeito a duas acelerações.

\vec{a}_t = aceleração tangencial

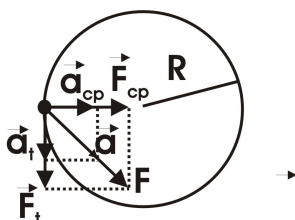
\vec{a}_{cp} = aceleração centrípeta

onde

$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_{cp}$ sendo \vec{a} = aceleração total (resultante)

Pelo princípio fundamental da Dinâmica, as acelerações que atuam no corpo devem ter a mesma direção e o mesmo sentido da força que as causa. Existem, portanto, forças perpendiculares à trajetória e forças tangentes à trajetória.

A força resultante que tem a mesma direção e o mesmo sentido da aceleração centrípeta, isto é, dirigida para o centro da curva, é denominada força centrípeta (\vec{F}_{cp}), e a que tem a mesma direção e o mesmo sentido da aceleração tangencial, isto é, tangente à trajetória, é denominada força tangencial (\vec{F}_t).



- A força tangencial tem a função de variar o módulo do vetor velocidade, isto é, produz aceleração tangencial.

- A força centrípeta tem a função de variar a direção do vetor velocidade, obrigando o corpo a descrever uma trajetória curva.

Por exemplo a força que mantém a Lua em órbita é uma força de origem gravitacional exercida pela Terra. Tal força é centrípeta, isto é, dirigida para o centro da Terra.

Como já foi falado em 4.3.2, a aceleração centrípeta é a responsável pela alteração da direção da velocidade, cuja intensidade é dada por: $a_{cp} = \frac{v^2}{R}$

Pela 2ª lei de Newton teremos que $F_{cp} = m \cdot a$ logo $F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{R}$

Obs. Em um problema deve-se sempre estar atento a quem causa a força centrípeta. Por exemplo, quando você gira uma pedra, presa a um barbante, sobre a cabeça, a força centrípeta que age sobre a pedra será causada pela tração do barbante. Um carro fazendo uma curva a força responsável pela resultante centrípeta será o atrito entre os pneus e o solo.

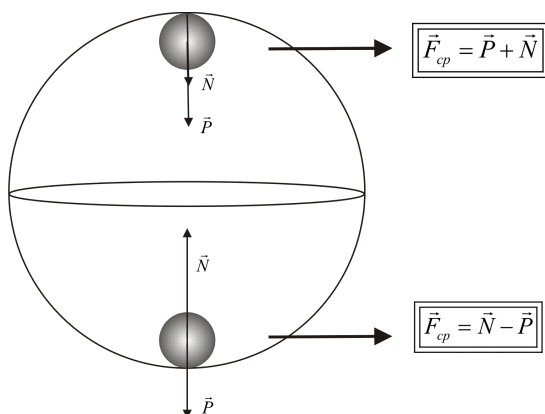
EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM:

16) Uma partícula de massa igual a 2 kg descreve MCU com velocidade de 4 m/s. Sabendo-se que o raio da trajetória é 2 m, calcule o valor da F_{cp} .

17) Se a partícula do exercício anterior estivesse descrevendo MCUV com aceleração tangencial de 8 m/s^2 , qual seria o módulo da força resultante que atua na partícula?

5.5.1 - Força centrípeta no plano vertical:

Leia com atenção a última observação dada. Para trabalharmos com a força centrípeta devemos estar atentos às forças responsáveis por ela. Veja no esquema abaixo como isso funciona:



No ponto mais baixo temos a normal para cima e o peso para baixo. A resultante centrípeta é a resultante destas duas forças que agem no corpo. Portanto, no ponto mais baixo da trajetória, a resultante centrípeta será dada por $\mathbf{N} - \mathbf{P}$.

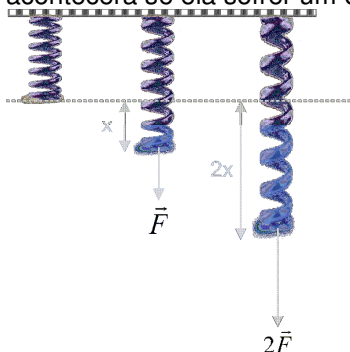
Já no ponto mais alto, tanto a normal quanto o peso agem na mesma direção e sentido. Sendo assim a resultante centrípeta será a soma das duas $\mathbf{N} + \mathbf{P}$.

18) Considere um corpo de massa 2 kg, preso a um fio inextensível e de massa desprezível de 1 metro de comprimento, que efetua um movimento circular segundo a vertical. Quando o corpo passa pelo ponto mais alto da trajetória, a sua velocidade é 5 m/s. Determine a tração no fio neste ponto.

19) Considere um motociclista descrevendo voltas no interior de uma esfera de raio R. Determine a menor velocidade que deve ter a moto, para que ele passe pela parte superior da esfera sem cair. Admitir: massa (piloto + moto) = m

20) Um homem está apoiado contra a parede interior de um cilindro que gira com velocidade angular ω . O coeficiente de atrito estático entre suas costas e a parede vale 0,5. A massa do homem é 100 kg e $g = 10 \text{ m/s}^2$. Qual deve ser o valor de ω para que, ao retirarmos o piso, o homem não escorregue para baixo. Dado o raio do cilindro como $R = 5\text{m}$.

5.6 - Força elástica - Lei de Hooke: Considere a mola abaixo em sua posição de equilíbrio. O que acontecerá se ela sofrer um deslocamento x ?



É de fácil aceitação que ela reagirá a esse movimento exercendo uma determinada força F que atua em sentido contrário ao deslocamento. O cientista Robert Hooke verificou que se deslocarmos a mola em $2x$ de sua posição original, a força deixa de ser F e passa a ser $2F$. Portanto: **A força exercida por uma mola é proporcional ao deslocamento que ela sofre.**

Em termos matemáticos, temos:

$$F = K x$$

(LEI DE HOOKE)

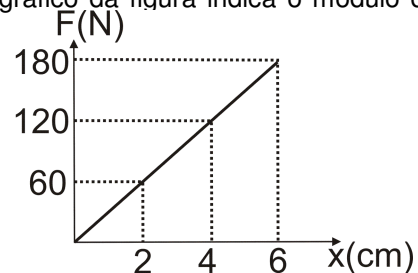
Onde K é chamado constante elástica da mola e é um número que depende da mola usada em nossa experiência.

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM:

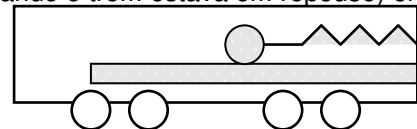
21) Uma mola é pendurada em um teto e nela pendura-se um corpo de massa 10 kg. Sabendo-se que o corpo deslocou a mola em 20 cm de sua posição de equilíbrio, qual a constante elástica da mola?

22) Uma mola é submetida à ação de uma força de tração. O gráfico da figura indica o módulo da força tensora F em função da deformação x . Determine:

- a) a constante elástica da mola;
b) a deformação quando $F = 270$ N.



23) Um trem desloca-se em linha reta com aceleração constante de 2 m/s^2 . No interior de um vagão encontra-se uma mesa plana, horizontal, sobre a qual apoia-se uma esfera de aço de massa igual a 0,5 kg presa a uma mola cuja outra extremidade está presa ao vagão. Desprezando-se os atritos, o observador mede 14 cm para o comprimento da mola, cujo comprimento natural (quando o trem estava em repouso) era 10 cm. Determine a constante elástica da mola, em N/m.

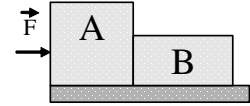


EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO:

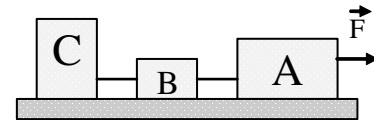
01) Submete-se um corpo de massa 5000 kg à ação de uma força constante que lhe imprime, a partir do repouso, uma velocidade de 72 km/h ao fim de 40s. Determine a intensidade da força e o espaço percorrido pelo corpo.

02) Qual o valor, em newtons, da força média necessária para fazer parar, num percurso de 20m, um automóvel de $1,5 \cdot 10^3$ kg, que está a uma velocidade de 72 km/h ?

03) Uma força horizontal de 10N é aplicada ao bloco A, de 6 kg o qual por sua vez está apoiado em um segundo bloco B de 4 kg. Se os blocos deslizam sobre um plano horizontal sem atrito, qual a força em newtons que um bloco exerce sobre o outro?

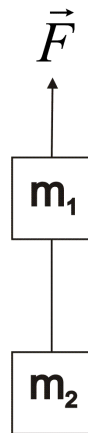


04) Três blocos A, B e C, de massas $m_A = 5$ kg, $m_B = 3$ kg e $m_C = 4$ kg estão sobre uma superfície horizontal sem atrito e presos um ao outro por meio de cordas inextensíveis e de massas desprezíveis, como mostra a figura. No cabo A é aplicada uma força de 60N, horizontal e de módulo constante. Determine:



- a) a aceleração do bloco B;
- b) a tração na corda que liga A a B;
- c) a tração na corda que liga B a C.

05) (FEI) Dois blocos de massas $m_1 = 2$ kg e $m_2 = 4$ kg são ligados por um fio inextensível de massa desprezível, conforme mostra a figura. Um segundo fio é ligado ao bloco superior. Aplica-se ao segundo fio uma força. Pede-se a intensidade da força F para que a aceleração dos blocos seja dirigida para cima e igual a 2 m/s^2 . Neste caso qual a intensidade da força de tração no fio entre os blocos? Dado $g = 10 \text{ m/s}^2$



06) Determine a força tensora no cabo que sustenta a cabine de um elevador, de 500 kg, quando o elevador: adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- a) sobe com velocidade constante;
- b) sobe com aceleração de 2 m/s^2 ;
- c) sobe com movimento uniformemente retardado de aceleração de 2 m/s^2 ;
- d) desce com movimento uniformemente retardado de aceleração 2 m/s^2 .

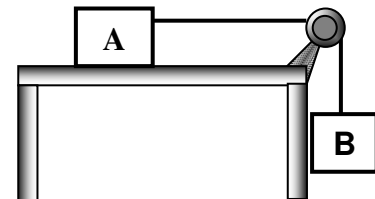
07) Um homem de 80kg está sobre uma balança, dentro de um elevador em movimento. Se o elevador está descendo em movimento uniformemente acelerado, com a aceleração de 2 m/s^2 , a balança acusa maior ou menor peso? Qual a indicação da balança se estiver graduada em newtons? (adote $g = 10 \text{ m/s}^2$)

08) Num elevador há uma balança graduada em newtons. Um homem de 60 kg lê sobre a mesma 720 newtons quando o elevador sobe com uma certa aceleração e 456 newtons quando o elevador desce com a mesma aceleração. Quais as acelerações da gravidade e do elevador? Quanto registrará a balança se o elevador subir ou descer com velocidade constante? Que deverá ter ocorrido quando a balança registrar zero?

09) Um corpo de peso 300N se encontra parado sobre um plano horizontal onde existe atrito. Sabendo-se que o coeficiente de atrito estático entre o bloco e o chão é 0,5, calcule a força mínima que se deve imprimir ao bloco para colocá-lo em movimento.

10) Deslizando por um plano inclinado de 37° , uma moeda ($m = 10\text{g}$) possui aceleração de $4,4 \text{ m/s}^2$ ($\text{sen } 37^\circ = 0,60$, $\text{cos } 37^\circ = 0,80$). Adotar $g = 10 \text{ m/s}^2$. Determinar a força de atrito exercida na moeda.

11) Para o sistema abaixo o coeficiente de atrito (estático ou cinético) entre o bloco A e a superfície horizontal é 0,2. Calcule a aceleração do sistema e a tração na corda. São dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$, $m_A = 10$ kg e $m_B = 5$ kg

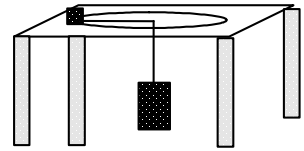


12) Um automóvel em movimento uniforme entra numa curva circular de raio R, contida em um plano horizontal. Sendo g o módulo da aceleração da gravidade determine a máxima velocidade possível na curva sem que o carro derrape. O coeficiente de atrito entre os pneus e o chão é constante e vale μ .

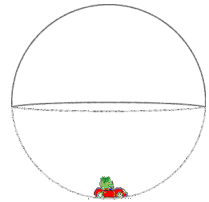
13) Um corpo de massa 1 kg descreve sobre uma mesa polida uma trajetória circular de raio igual a 1 metro, quando preso mediante um fio a um ponto fixo na mesa. A velocidade do movimento tem intensidade igual a 2 m/s. Calcule a tração exercida no fio.

14) Um corpo de massa 100g gira num plano horizontal, sem atrito, em torno de um ponto fixo desse plano, preso por um fio de comprimento 1,0 metro e capaz de resistir a uma tração máxima de 10N. Calcule a velocidade máxima que o corpo pode atingir.

15) Um corpo de massa 5kg apoia-se sobre um plano horizontal sem atrito e está ligado por meio de um fio, a outro corpo de massa 50kg que pende verticalmente, por um fio passando por um furo feito no plano. Fazendo-se o corpo de massa m girar em torno do furo verifica-se que o outro fica em repouso quando a parte do fio sobre o plano horizontal mede 25cm. Assumindo $g = 10\text{m/s}^2$ determinar a velocidade do corpo que gira.



16) Um automóvel está percorrendo uma pista circular contida em um plano vertical. Seja R o raio da pista, considerando o automóvel como sendo um ponto material. e sendo g a aceleração da gravidade, com que velocidade o carro deve passar no ponto mais baixo da trajetória, para que a força normal que o chão exerça sobre o carro seja igual ao triplo do seu peso?



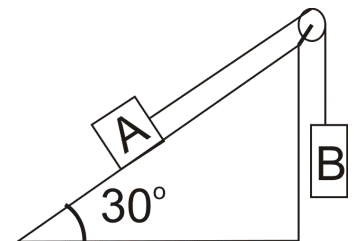
17) Um bloco está descendo um plano inclinado, com velocidade constante, cujo ângulo de inclinação com a horizontal é θ . Mostre que o coeficiente de atrito entre o bloco e o plano é dado por $\text{tg } \theta$.

18) Determine a aceleração do conjunto na situação esquematizada, nos casos abaixo. Considere o fio e a polia com massas desprezíveis e $m_A = m_B = 2 \text{ kg}$

$$\text{sen } 30^\circ = 0,5 \quad \text{cos } 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

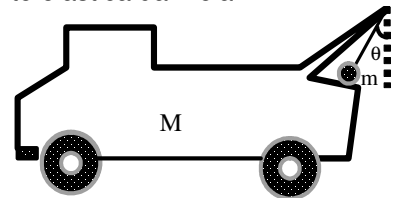
a) sem atrito;

b) com atrito entre o bloco e o plano com $\mu = 0,2$



19) Uma mola é pendurada em um teto e nela pendura-se um corpo de massa 10kg. Sabendo-se que o corpo deslocou a mola em 20cm de sua posição de equilíbrio, qual a constante elástica da mola?

20) A figura representa um carro guincho de massa 7000 kg, que transporta uma carga de 1000 kg suspensa por um cabo ideal. Durante o movimento uniformemente acelerado, o cabo faz com a vertical um ângulo cuja tangente é 0,15. Calcular a força horizontal que acelera o guincho. Admitir $g = 10\text{m/s}^2$.



VESTIBULAR:

01) A partir de um dado instante, o sistema de forças que agem sobre uma partícula se torna equivalente a zero (isto é $\sum \vec{F} = 0$). Nesse instante a velocidade da partícula é \vec{v} não nula. Podemos então afirmar que:

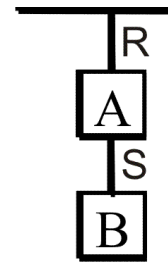
- a partícula pára instantaneamente;
- a partícula vai sendo retardada até parar;
- a partícula passa a se mover em movimento retilíneo e uniforme com velocidade \vec{v} ;
- a velocidade da partícula aumenta;
- n.r.a.

02) Seja um corpo de peso P movendo-se em queda livre. Podemos afirmar que:

- nesse caso, não existe a reação ao peso do corpo;
- nesse caso, é impossível determinar qual a reação ao peso do corpo;
- a reação ao peso do corpo é uma força de mesmo módulo, mesma direção e sentido contrário a P , aplicada na Terra;
- a reação ao peso existe, mas não é possível determinar onde está aplicada;
- a reação ao peso só existe quando o corpo está apoiado.

03) Dois corpos A e B estão suspensos por cordas R e S, conforme mostra a figura. As cordas não têm peso. Analise as seguintes afirmações:

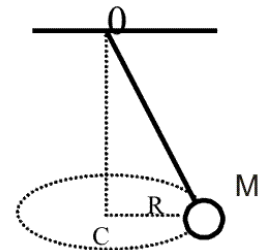
- I. Sobre A atuam o peso de A e o peso de B.
 II. Sobre A atuam o peso de A e as ações das cordas R e S.
 III. Sobre A atuam o peso de A, o peso de B e as ações das cordas R e S.
 a) somente a primeira é correta.
 b) somente a segunda é correta.
 c) somente a última é correta.
 d) são corretas a primeira e a segunda.
 e) são corretas a primeira e a terceira.



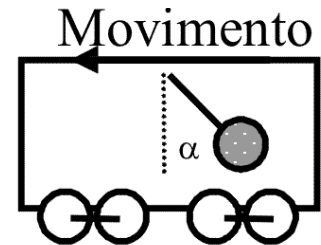
- 04) Um móvel percorre uma circunferência em movimento uniforme. A força a ele aplicada:
 a) é nula porque não há aceleração.
 b) é dirigida para o centro.
 c) é dirigida para fora.
 d) é tanto maior quanto menor a velocidade.
 e) nenhuma das respostas é satisfatória.

- 05) Um carro com certa velocidade faz uma curva de raio R. A resultante das forças que atuam no carro é central e tem intensidade F. No caso de a curva ter um raio R/2 e a velocidade do carro ser a metade da anterior:
 a) F seria o dobro da anterior.
 b) F seria a metade da anterior.
 c) F seria a mesma.
 d) Não tem dados suficientes para se calcular.
 e) nenhuma das anteriores.

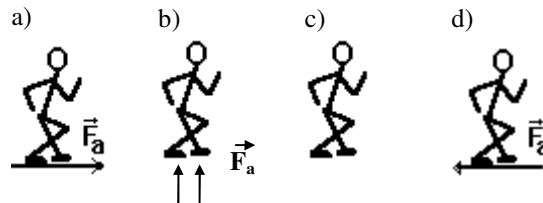
- 06) Um pêndulo de massa M efetua um movimento circular uniforme em torno do centro C. A força resultante aplicada em M está dirigida:
 a) segundo OM.
 b) segundo MC.
 c) segundo a vertical por M.
 d) segundo a tangente ao círculo M.
 e) segundo a direção entre MC e OM.



- 07) Um trem movimenta-se sobre trilhos horizontais com aceleração constante. Um passageiro, no seu interior, observa uma massa pendular ligada ao teto através de um fio ideal, que se encontra em equilíbrio em relação ao trem, na posição indicada no esquema seguinte, onde $\alpha = 45^\circ$. Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, pode-se concluir que o movimento do trem é:
 a) M.R.U.A. com $a = 10\sqrt{2} \text{ m/s}^2$ em módulo.
 b) M.R.U.R. com $a = 10\sqrt{2} \text{ m/s}^2$ em módulo.
 c) M.R.U.A. com $a = 10 \text{ m/s}^2$ em módulo.
 d) M.R.U.



- 08) Admitindo um indivíduo andando normalmente, assinale a figura abaixo que melhor representa a força de atrito sobre ele aplicada.

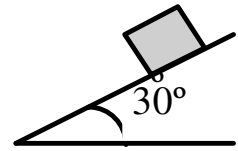


- 09) Tendo massa $m = 5 \text{ kg}$, um bloco desloca-se em linha reta puxado sobre uma superfície horizontal por uma força $F = 20 \text{ N}$, também horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície é $\mu_c = 0,1$. Analise as afirmativas seguintes e assinale aquela que está **errada**:

- a) A reação normal da superfície sobre o bloco é igual a 50 N.
 b) A força de atrito cinético que atua no bloco vale 5 N.
 c) O módulo da resultante das forças que atuam no bloco é 15 N.
 d) A aceleração que o bloco adquire é de 4 m/s^2 .
 e) Se o bloco parte do repouso, depois de 3 s sua velocidade será 9 m/s.

10) (UEL-PR) - O bloco esquematizado na figura ao lado desce o plano inclinado com velocidade escalar constante de 2,0 m/s. O coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e o plano inclinado, nessas condições, vale:

- a) $\sqrt{3}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ d) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ e) $\frac{1}{2}$



$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

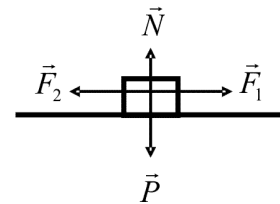
$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

11) Sem atrito, um bloco de massa $m = 0,5 \text{ kg}$ desloca-se em uma mesa sob a ação de uma força horizontal $\mathbf{F} = 2\text{N}$. Imagine que esta experiência seja realizada na Lua, com o mesmo bloco puxado pela mesma força, sobre a mesma mesa. Considere, na Terra, $g = 10 \text{ m/s}^2$ e, na Lua, $g = 1,6 \text{ m/s}^2$. Entre as afirmativas seguintes assinale a **errada**:

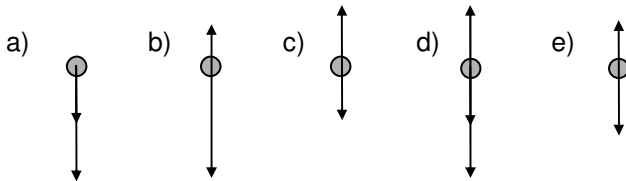
- a) Na Terra, o bloco, ao ser puxado sobre a mesa, adquire uma aceleração $a = 4 \text{ m/s}^2$.
 b) A massa do bloco, na Lua, é igual a 0,5 kg.
 c) Na Lua, o bloco, ao ser puxado sobre a mesa, adquire uma aceleração $a = 4 \text{ m/s}^2$.
 d) O peso do bloco, na Terra, é de 5N.
 e) O peso do bloco, na Lua é de 0,8 kg.

12) Apoiado em uma superfície horizontal, um bloco está submetido à ação das forças mostradas na figura. Sabendo-se que $F_2 > F_1$, podemos afirmar que o bloco, **certamente**:

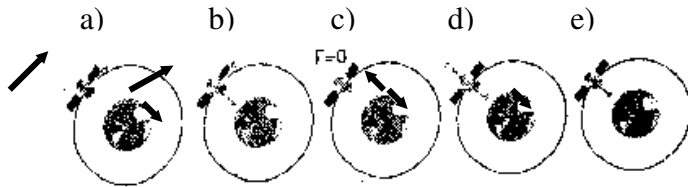
- a) está se movendo para a esquerda com movimento acelerado.
 b) está se movendo para a esquerda com movimento uniforme.
 c) está se movendo para a direita com movimento uniforme.
 d) pode estar em equilíbrio.
 e) possui uma aceleração dirigida para a esquerda.



13) Nas proximidades da superfície da Terra, uma pessoa lança uma pedra verticalmente para cima. Considere que a resistência do ar **não** é desprezível. Indique a alternativa cujo diagrama representa melhor as forças que atuam na pedra no instante em que ela está passando pelo ponto médio de sua trajetória, durante a subida.



14) Entre os diagramas seguintes, assinale aquele que representa corretamente a(s) força(s) que atua(m) em um satélite descrevendo um movimento circular uniforme em torno da Terra.



15) As duas forças que agem sobre uma gota de chuva, a força peso e a força devida à resistência do ar, têm mesma direção e sentidos opostos. A partir da altura de 125 m acima do solo, estando a gota com uma velocidade de 8 m/s, essas duas forças passam a ter o mesmo módulo. A gota atinge o solo com a velocidade de:

- a) 8 m/s b) 35 m/s c) 42 m/s d) 50 m/s e) 58 m/s

16) (FFUSP) - O fato de uma pessoa no estribo de um bonde "ser lançada para fora" em uma curva é explicada pelo:

- a) princípio da inércia.
 b) princípio da ação e reação.
 c) princípio fundamental da dinâmica.
 d) princípio de Galileu.
 e) teorema do impulso.

17) (PUC) - Um corpo puxado por um fio sobre um plano inclinado, com movimento retilíneo de velocidade constante. Nessas condições pode-se afirmar que a resultante das forças que atuam sobre o corpo:

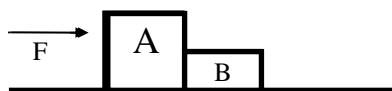
- é nula.
- igual a componente normal de seu peso.
- é igual à força peso.
- igual a força de tração na corda.
- é igual a força de atrito.

18) (Brasília) - Apesar das dificuldades experimentais de sua época Galileu mostrou que “corpos de massas diferentes, soltos do repouso de uma mesma altura, no vácuo, chegam ao solo ao mesmo instante”. Podemos concluir que:

- a experiência de Galileu contraria a 2ª Lei de Newton pois no corpo de menor massa atua menor força.
- Galileu estava correto porque o peso de um corpo não depende da massa.
- Galileu estava correto porque a razão entre o peso e a massa é a mesma para todos os corpos.
- Galileu errou pois a Terra exerce forças iguais em todos os corpos.
- N.R.A.

O enunciado abaixo refere-se às questões 19 e 20 abaixo:

Dois corpos A e B encontram-se sobre um plano horizontal (despreza-se o atrito) como indica a figura. Sobre o corpo A atua uma força horizontal de módulo F.



19) A força resultante que atua sobre o corpo A:

- independe da massa de B.
- é igual a F.
- é menor que F.
- é maior que F.
- depende somente de F e da massa de A.

20) O módulo da força que o corpo A exerce sobre B:

- é menor do que o módulo da força que o corpo B exerce sobre A.
- é maior do que o módulo da força que o corpo B exerce sobre A.
- é igual ao módulo da força que o corpo B exerce sobre o corpo A.
- é inversamente proporcional à massa de B.
- é inversamente proporcional à massa de A.

Respostas dos exercícios de aprendizagem: 1) 30 m/s 2) 6 N 3) 5,8 m/s² 4) 100 N e 10 kgf 5) de movimento/deformação/estático/dinâmico/peso/menor/exercida contra uma superfície/às vezes/não é/dinamômetro/1/500/é/não é/força/constante 6) a) a = 9m/s² b) 18N c) 18N 7) 20 m/s² e 180 N 8) I) a = 2,5 m/s² T = 37,5 N II) a = 5 m/s² T = 225 N 9) b) 200 N c) 200 N d) 80 N e) 3 m/s² 10) F > 80 N b) F = 40 N 11) a) 112 N b) 48 N c) 80 N d) 0 12) 5 m/s² 13) $100\sqrt{3}N$ 14) $\mu = 0,5$ 15) a = 1,8 m/s² N = 160 N 16) 16N 17) $F_R = 16\sqrt{2}N$ 18) 30N 19) $v = \sqrt{R.g}$ 20) 2 rad/s 21) 500 N/m 22) K = 30 N/cm e x = 9cm 23) K = 25 N/m

Respostas dos exercícios de Fixação: 01) 2 500N 400m 02) - 15 000N 03) 4N 04) a) 5m/s² b) 35N c) 20N

05) a) 72N b) 48N

06) a) 5 000N b) 6 000N c) 4 000N d) 6 000N

07) 640N 08) 9,8m/s² 2,2 m/s² 588N Queda Livre

09) 150N 10) 0,016N 11) 2m/s² e 40N

12) $\sqrt{\mu gR}$ 13) 4N 14) 10m/s 15) 5 m/s

16) $\sqrt{2gR}$ 18) a) 2,5 m/s² b) 1,64 m/s² 19) 500 N/m

20) F = 12.000 N



Aula de Física

Aula particular de Física pela internet, individual ou em grupo.

☎ (21) 98469-9906 - Whatsapp

Programas Skype ou TeamViewer

Veja como funciona em

www.fisicafacil.net

Respostas Vestibular: 01) C 02) C 03) B 04) B 05) B 06) B 07) C 08) A 09) D 10) C 11) E 12) E 13) A 14) E 15) A 16) A 17) A 18) C 19) C 20) C