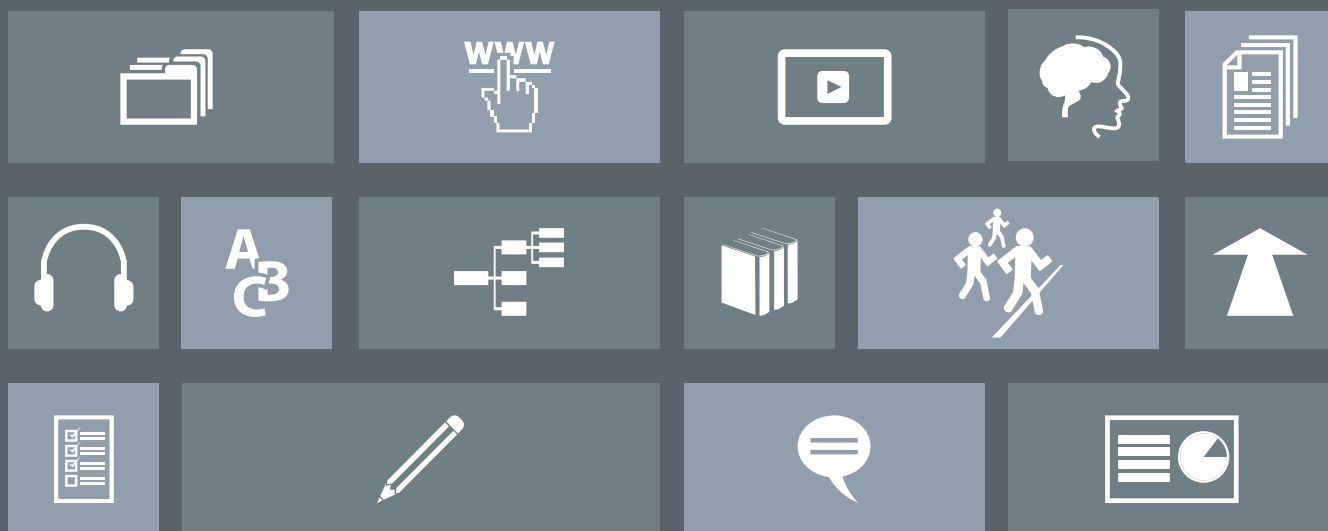


Universidad
Continental



Matemática Financiera

James Andy Monge Jurado



Datos de catalogación bibliográfica

Matemática Financiera. Manual Autoformativo /
James Andy Monge Jurado–Huancayo:
Universidad Continental. Modalidad Virtual ; 2016.–116 p.

Datos de catalogación del CENDOC UC

Matemática Financiera. Manual Autoformativo Interactivo
James Andy Monge Jurado

Primera edición
Huancayo, agosto de 2016

De esta edición
© Universidad Continental
Av. San Carlos 1980, Huancayo-Perú
Teléfono: (51 64) 481-430 anexo 7361
Correo electrónico: recursosucvirtual@continental.edu.pe
<http://www.continental.edu.pe/>

Versión e-book
Disponible en <http://repositorio.continental.edu.pe/>
ISBN electrónico N.º 978-612-4196-

Dirección: Emma Barrios Ipenza
Edición: Eliana Gallardo Echenique
Asistente de edición: Andrid Poma Acevedo
Asesoría didáctica: Fernando Ñaupari
Corrección de textos: Corina Delgado Morales
Diseño y diagramación: Francisco Rosales Guerra

Todos los derechos reservados. Cada autor es responsable del contenido de su propio texto.

Este manual autoformativo no puede ser reproducido, total ni parcialmente, ni registrado en o transmitido por un sistema de recuperación de información, en ninguna forma ni por ningún medio sea mecánico, foto-químico, electrónico, magnético, electro-óptico, por fotocopia, o cualquier otro medio, sin el permiso previo de la Universidad Continental.

ÍNDICE

	INTRODUCCIÓN	7
	DIAGRAMA DE PRESENTACIÓN DE LA ASIGNATURA	8
	RESULTADOS DEL APRENDIZAJE:	8
	UNIDADES DIDÁCTICAS:	8
	TIEMPO MÍNIMO DE ESTUDIO:	8
	UNIDAD I	
	INTERÉS SIMPLE	9
	DIAGRAMA DE PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD I	9
	TEMA N.º 1: INTERÉS SIMPLE	11
	1. PROPORCIONES PORCENTUALES	11
	2. VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO	14
	3. EL INTERÉS	14
	4. EL INTERÉS SIMPLE	15
	LECTURA SELECCIONADA N.º 1	23
	ACTIVIDAD FORMATIVA N.º 1	23
	GLOSARIO DE LA UNIDAD I	26
	BIBLIOGRAFÍA DE LA UNIDAD I	27
	AUTOEVALUACIÓN N.º 1	28
	UNIDAD II	
	INTERÉS COMPUESTO Y DESCUENTOS	31
	DIAGRAMA DE PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD II	31
	TEMA N.º 1: INTERÉS COMPUESTO	33
	1. MONTO CON	33
	2. INTERÉS CON	38

3.	ECUACIONES DE VALOR EQUIVALENTE	41
	LECTURA SELECCIONADA N.º 2	43
	ACTIVIDAD FORMATIVA N.º 2	43
	TEMA N.º 2: DESCUENTOS	45
1.	SISTEMA BANCARIO	46
2.	SISTEMA NO BANCARIO	56
	LECTURA SELECCIONADA N.º 3	58
	ACTIVIDAD FORMATIVA N.º 3	58
	GLOSARIO DE LA UNIDAD II	60
	BIBLIOGRAFÍA DE LA UNIDAD II	61
	AUTOEVALUACIÓN N.º 2	62
	UNIDAD III SERIES UNIFORMES	63
	DIAGRAMA DE PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD III	63
	TEMA N.º 1: TASAS EN EL SISTEMA FINANCIERO	65
1.	TASA DE INTERÉS (I):	65
2.	CONVERSIÓN DE TASAS	66
3.	TASA COMPENSATORIA Y MORATORIA	69
4.	TASA EXPLÍCITA E IMPLÍCITA	70
	LECTURA SELECCIONADA N.º 4	71
	ACTIVIDAD FORMATIVA N.º 4	71
	TEMA N.º 2: SERIES UNIFORMES (ANUALIDADES)	73
1.	ANUALIDAD	73
	LECTURA SELECCIONADA N.º 5	87
	ACTIVIDAD FORMATIVA N.º 5	87
	GLOSARIO DE LA UNIDAD III	88
	BIBLIOGRAFÍA DE LA UNIDAD III	89
	AUTOEVALUACIÓN N.º 3	90

 UNIDAD IV	AMORTIZACIÓN, DEPRECIACIÓN Y EVALUACIÓN DE INVERSIONES	91
	DIAGRAMA DE PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD IV	91
	TEMA N.º 1: AMORTIZACIÓN	93
1.	FONDO DE AMORTIZACIÓN	93
2.	AMORTIZACIÓN DE DEUDAS	95
	ACTIVIDAD FORMATIVA N.º 6	98
	TEMA N.º 2: DEPRECIACIÓN	99
1.	LÍNEA RECTA	100
2.	UNIDADES PRODUCIDAS	101
3.	SUMA DE DÍGITOS	102
4.	FONDO DE AMORTIZACIÓN	102
	TEMA N.º 3: EVALUACIÓN DE INVERSIONES	104
1.	VAN	104
	LECTURA SELECCIONADA N.º 6	107
	ACTIVIDAD FORMATIVA N.º 7	107
	GLOSARIO DE LA UNIDAD IV	109
	BIBLIOGRAFÍA DE LA UNIDAD IV	111
	AUTOEVALUACIÓN N.º 4	112
	ANEXO N.º 1: CLAVES DE LAS AUTOEVALUACIONES	114



INTRODUCCIÓN

Matemática Financiera en su modalidad de Educación Virtual, es una asignatura que constituye el núcleo de las finanzas y su propósito es facilitar técnicas, métodos y herramientas para generar un aprendizaje autónomo, permanente y significativo.

Busca que el estudiante sea capaz de evaluar sus habilidades de estudio, diseñando estrategias que le permitan la solución de problemas asociadas fundamentalmente al mundo empresarial.

En general, los contenidos propuestos en el manual autoformativo se dividen en 4 unidades: El interés simple que abarca los porcentajes y el interés, El interés compuesto y los descuentos, Las series uniformes en la cual está inmersa las tasas en el sistema financiero, la amortización, la depreciación y la evaluación de inversiones.

Es recomendable que revise la teoría y los ejercicios resueltos de los contenidos desarrollados y de los textos seleccionados que ampliarán el tratamiento de la información brindada. El desarrollo del manual se complementa con ejercicios propuestos y con autoevaluaciones, que son una preparación para la prueba final de la asignatura.

Organiza tu tiempo, solo así obtendrás buenos resultados. El estudio requiere dedicación y constancia, por ello la motivación es importante para estudiar bien, cuando uno está motivado encuentra fácil permanecer concentrado durante un periodo de tiempo. Cuando uno no está motivado, no solo encontrará difícil permanecer concentrado, sino que encontrará difícil iniciar. No te olvides que el estudio es una oportunidad para lograr el éxito



DIAGRAMA DE PRESENTACIÓN DE LA ASIGNATURA



RESULTADOS DEL APRENDIZAJE:

Al finalizar la asignatura, el estudiante será capaz de deducir modelos matemáticos a partir de modelos ya establecidos, para interpretar y resolver los problemas financieros.



UNIDADES DIDÁCTICAS:

UNIDAD I	UNIDAD II	UNIDAD III	UNIDAD IV
Interés simple	Interés compuesto y descuentos	Series uniformes	Amortización, depreciación y evaluación de inversiones
RESULTADO DE APRENDIZAJE	RESULTADO DE APRENDIZAJE	RESULTADO DE APRENDIZAJE	RESULTADO DE APRENDIZAJE
Resolver problemas de interés simple deduciendo fórmulas a partir de sus conocimientos de álgebra clásica.	Resolver problemas de interés compuesto y descuentos mediante la deducción de fórmulas.	Calcular el monto y el valor presente de las anualidades aplicando las diversas fórmulas.	Elaborar y analizar las tablas de amortización, depreciación y cálculo de VAN y TIR utilizando modelos financieros.



TIEMPO MÍNIMO DE ESTUDIO:

UNIDAD I	UNIDAD II	UNIDAD III	UNIDAD IV
Semana 1	Semana 2 y 3	Semana 4, 5 y 6	Semana 7 y 8
8 horas	16 horas	24 horas	16 horas



INTERÉS SIMPLE

 DIAGRAMA DE PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD I



CONTENIDOS	ACTIVIDADES FORMATIVAS (HABILIDADES Y ACTITUDES)	SISTEMA DE EVALUACIÓN (TÉCNICAS Y CRITERIOS)
Tema N.º 1: Interés simple 1 Proporciones porcentuales 2 Valor del dinero en el tiempo 3 El interés 4 El interés simple 4.1 Casos de interés con: 4.1.1 Principal y TN constante 4.1.2 Principal constante y TN variable 4.1.3 Principal variable y TN constante 4.1.4 Principal y TN variable 4.2 Monto con: 4.2.1 Principal y TN constantes 4.2.2 Principal constante y TN variable 4.3 Ecuaciones de valor equivalente	Analiza la transformación del dinero en el tiempo a un régimen de interés simple y resuelve problemas. Actividad N.º 1 Los estudiantes desarrollan ejercicios de aplicación del interés simple en distintos casos de aplicación real. Producto académico N.º 1 Los estudiantes desarrollan una prueba objetiva y lo envían mediante un enlace que se genera en el sistema.	El profesor propicia la puntualidad y la participación en clase; propicia el respeto a la opinión ajena en los debates entre estudiantes organizados en equipos de trabajo.
 Diapositivas elaboradas por el docente: Lectura complementaria: Lectura seleccionada 1: El interés simple comercial y real		



TEMA N.º 1 INTERÉS SIMPLE

UNIDAD I

TEMA N.º 1

Se tiene presente que las matemáticas financieras se basan en los fundamentos de la matemática, esencialmente del álgebra; por esta razón es que en el presente tema se tocan algunos fundamentos del álgebra para afianzar los conocimientos del interés simple.

1. PROPORCIONES PORCENTUALES

Se le conoce como tanto por ciento, viene a ser la centésima parte de cualquier cantidad.

Ejemplos:

$$25\% = \frac{25}{100} = 0.25$$

$$58\% = \frac{58}{100} = 0.58$$

$$0.32\% = \frac{0.32}{100} = 0.0032$$

$$4.27\% = \frac{4.27}{100} = 0.0427$$

EJEMPLOS

- a) Una persona adquirió cierto artículo que tiene un valor de venta (precio sin incluir el impuesto) de 455um. Determine el precio de venta de dicho artículo, si el IGV es 18%.

Solución:

$$18\% \times 455 = \frac{18}{100} \times 455 = 81.9$$

El precio de venta del artículo es: $455 + 81.9 = 536.9$ um

- b) La empresa Telephone SAC, se dedica a la venta de celulares y la comisión que paga, a cada uno de sus trabajadores, es el 30% de sus ventas, si Raúl vendió en total S/. 5 320, ¿cuánto recibirá de comisión?

Solución:

$$30\% \times 5320 = \frac{30}{100} \times 5320 = 1596$$

La comisión es de S/. 1 596.

- c) Juan compró mercaderías al crédito, por esa razón le incrementaron \$ 258 ¿cuánto pagó en total, si el incremento equivale al 8%?

Solución:

En este ejemplo el 8% equivale a 258, por lo tanto lo que tenemos que determinar es el 100%.

$$258 \dots\dots\dots 8\%$$

$$x \dots\dots\dots 100\%$$

$$x = \frac{100\%(258)}{8\%} = 3225$$

El pago total fue: $3225 + 258 = \$ 3\,483$

- d) Marisa trabaja en la empresa Unidos SAC y tiene un ingreso mensual de S/. 2 300, el gerente le ha ofrecido un aumento, quiere decir que a partir del próximo mes, esta persona recibirá S/. 2 865. ¿qué tanto por ciento de su sueldo anterior le aumentaron?

Solución:

El aumento será de: $2\,865 - 2\,300 = \$ 565$

Entonces su sueldo de S/. 2 300 representa el 100% y lo que tenemos que determinar es que porcentaje representa para el aumento que es S/. 565

$$2300 \dots\dots\dots 100\%$$

$$565 \dots\dots\dots x$$

$$x = \frac{565(100\%)}{2300} = 24.56521739\%$$

Le aumentaron el 24.56521739% de su sueldo anterior.

1.1. Incremento de porcentajes sucesivos

Entendemos por incrementos sucesivos a aquellos incrementos que se van efectuando uno a continuación de otro, considerando a la nueva cantidad como el 100%. Todo este proceso puede resolverse utilizando una fórmula que obtiene un único porcentaje (tasa equivalente) que sustituye a todos los porcentajes de incremento:

$$Te = \left[(1 + \%_1)(1 + \%_2)(1 + \%_3) \dots\dots (1 + \%_n) \right] - 1$$

EJEMPLOS

- a) Dos aumentos sucesivos del 25% y 40% equivalen a un único aumento de:

Solución:

Para resolver este ejercicio utilizamos la fórmula de la tasa equivalente:

$$Te = [(1 + 25\%)(1 + 40\%)] - 1 = 75\%$$

Entonces el aumento que sustituye a 25% y 40% es el 75%

- b) Un determinado artículo cuyo precio es 2820um está experimentando incrementos sucesivos semanales de: 5% en la primera semana, 6.5% en la segunda semana, 8% en la tercera semana y 10.65% en la cuarta semana. Determine el precio final después de realizarse los incrementos sucesivos.

Solución:

Para resolver el ejercicio utilizamos la fórmula de la tasa equivalente:

$$Te = [(1 + 5\%)(1 + 6.5\%)(1 + 8\%)(1 + 10.65\%)] - 1 = 33.6331115\%$$

Entonces el porcentaje que sustituye a los incrementos sucesivos es 33.6331115%; por lo tanto el nuevo precio será:

$$2820 + 2820(33.6331115\%) = 3768.45um$$

1.2. Descuento de porcentajes sucesivos

Entendemos por descuentos sucesivos a aquellos descuentos que se van efectuando uno a continuación de otro, considerando a la nueva cantidad como el 100%. Todo este proceso puede resolverse utilizando una fórmula que obtiene un único porcentaje (tasa equivalente) que sustituye a todos los porcentajes de descuento:

$$Te = 1 - [(1 - \%_1)(1 - \%_2)(1 - \%_3) \dots (1 - \%_n)]$$

EJEMPLOS

- a) En las tiendas VEA anuncian descuentos sucesivos del 15% y 20% en todo lo que se refiere a vinos. Determine el descuento único que sustituye a estos dos descuentos sucesivos.

Solución:

Para resolver el ejercicio utilizamos la fórmula de la tasa equivalente:

$$Te = 1 - [(1 - 15\%)(1 - 20\%)] = 32\%$$

Entonces el descuento que sustituye a 15% y 20% es el 32%

- b) Una refrigeradora cuesta S/. 2 499, pero está experimentando una disminución sucesiva mensual de: 3.5% el primer mes, 5.2% el segundo mes y 9% el tercer mes. Determine el precio final después de realizarse los descuentos sucesivos.

Solución:

Para resolver el ejercicio utilizamos la fórmula de la tasa equivalente:

$$Te = 1 - [(1 - 3.5\%)(1 - 5.2\%)(1 - 9\%)] = 16.75138\%$$

Entonces el porcentaje que sustituye a los descuentos sucesivos es 16.751385%; por lo tanto el nuevo precio será:

$$2499 - 2499(16.751385\%) = S / .2080.38$$

2. VALOR DEL DINERO EN EL TIEMPO

El valor del dinero a través del tiempo es uno de los principios más importantes en todas las finanzas.

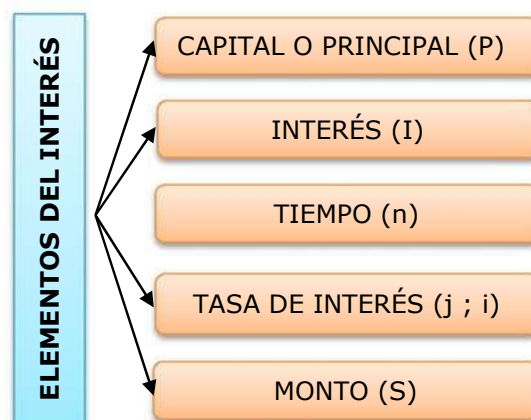
El concepto surge para estudiar de qué manera el valor o suma de dinero en el presente se convierte en otra cantidad el día de mañana, un mes después, un trimestre después, etc.

Debemos tener en cuenta una premisa y es que “una unidad de dinero hoy tiene más valor que una unidad de dinero en el futuro”, pues el dinero en el tiempo tiene la capacidad de generar más valor.

Encontramos los conceptos de valor del dinero en el tiempo agrupados en dos áreas: Valor Futuro y Valor Actual. El valor futuro (VF) describe el proceso de crecimiento de la inversión a futuro a un interés y periodos dados. El Valor Actual (VA) describe el proceso de flujos de dinero futuro que a un descuento y periodos dados representa valores actuales.

3. EL INTERÉS

Es un índice utilizado en economía y finanzas para registrar la rentabilidad de un ahorro o el costo de un crédito. En términos económicos es el precio del dinero.



- a) **Capital**, es la cantidad de dinero invertido, depositado o prestado.
- b) **Interés**, es el precio del dinero.
- c) **Tiempo**, es el plazo de tiempo en el cual el dinero se transforma.

- d) **Tasa de interés**, es el porcentaje del principal sobre cuya base debe calcularse el interés.
- e) **Monto**, es el valor final a devolver al propietario original del capital. El monto está constituido por el principal más los intereses generados. ($S = P + I$)

4. EL INTERÉS SIMPLE

El interés simple es un tipo de interés que siempre se calcula sobre el capital inicial sin la capitalización de los intereses, estos intereses generados no se incluyen en el cálculo futuro de los intereses, permaneciendo el capital fijo.

4.1. Capitalización del interés

Es el incremento periódico que se realiza del interés generado sobre el capital inicial. Si este proceso se da sola una vez durante la vigencia de la cuenta se presenta un régimen de interés monocalitalizable como el del interés simple.

El interés simple trabaja con la tasa de interés simple, tasa nominal (TN) y su nomenclatura es la siguiente:

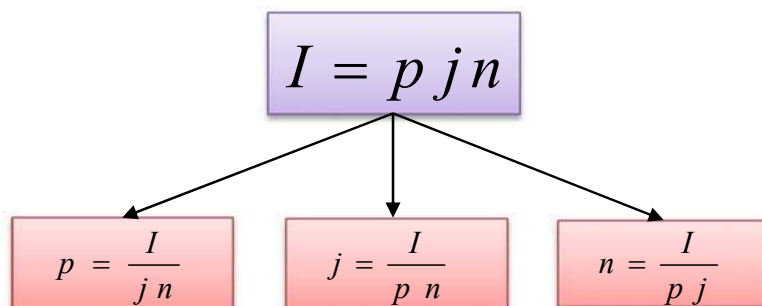
TND	Tasa nominal diaria	TNT	Tasa nominal trimestral
TNQ	Tasa nominal quincenal	TNC	Tasa nominal cuatrimestral
TNM	Tasa nominal mensual	TNS	Tasa nominal semestral
TNB	Tasa nominal bimestral	TNA	Tasa nominal anual

Observación: Las unidades de la tasa y del tiempo tienen que ser las mismas, en caso contrario se recomienda convertir las unidades del tiempo en las unidades de la tasa.

4.2. Interés con

4.2.1. Principal y tasa nominal constantes

Uno de los casos más comunes en el ámbito comercial de las operaciones financieras económicas de nuestro entorno es el cálculo de los intereses generados por un capital con una tasa de interés constante.



EJEMPLOS

- a) Juan depositó S/. 5 450.00 con una TNA del 9% durante 4 años, halle el interés producido bajo un régimen de interés simple.

Solución:

La tasa y el tiempo tienen las mismas unidades (años), por lo tanto no necesitamos convertir las unidades, solo nos quedaría reemplazar los datos en la fórmula del interés.

$$I = 5450(9\%)(4) = 1962.00$$

- b) Una pareja de esposos solicita un préstamo de \$ 25 000 para comprar un auto. Esta persona cobra una tasa de interés simple del 12% anual, dicho préstamo tiene que ser devuelto dentro de 180 días. ¿A cuánto ascienden los intereses?

Solución:

La tasa y el tiempo no tienen las mismas unidades, por lo tanto necesitamos convertir estas unidades, se recomienda convertir la unidad del tiempo en la unidad de la tasa y luego reemplazarlos en la fórmula del interés.

$$I = 25000(12\%)\left(\frac{180}{360}\right) = 1500$$

- c) María prestó cierta cantidad de dinero, a un determinado amigo, durante 10 meses. Si el interés que se generó fue de 815um, halle la cantidad de dinero prestado, si la TNA fue de 9.05 %.

Solución:

Para resolver este ejercicio hay que realizar la conversión de unidades, de meses a años y luego reemplazamos los datos en la fórmula del principal.

$$P = \frac{815}{(9.05\%)\left(\frac{10}{12}\right)} = 1080.66$$

- d) Calcule la TNS que se aplicó a S/. 9 010.50, que durante el plazo comprendido entre el 05 de marzo y el 30 de setiembre del mismo año, produjo un interés simple de S/. 525.00.

Solución:

En este ejercicio nos solicitan hallar la TNS, pero la unidad del tiempo está en días, por lo tanto tenemos que realizar la conversión de días a semestres y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula de la tasa.

$$TNT = \frac{525}{(9010.50)\left(\frac{209}{180}\right)} = 5.018069031\%$$

- e) ¿Durante cuánto tiempo estuvo depositado un capital de \$ 8 715, si generó una TNM del 0.8% y rindió un interés simple de \$ 405

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el tiempo, tengamos en cuenta que la tasa se encuentra expresada en meses, por lo tanto el resultado de "n" también será expresado en meses.

$$n = \frac{405}{(8715)(0.8\%)} = 5.81 \text{ meses}$$

4.2.2. Principal constante y tasa nominal variable

Muchas veces la tasa nominal aplicada en el interés simple está sujeta a variaciones de mercado sobre un capital que se mantiene constante en el horizonte temporal, es por ello que el cálculo se debe realizar independientemente para cada momento de cambio de tasa dentro de su respectivo horizonte temporal y finalmente se acumulan los intereses. Por lo tanto para hallar el interés acumulado usaremos:

$$I = Pj_1n_1 + Pj_2n_2 + Pj_3n_3 + \dots$$

Factorizamos P :

$$I = P(j_1n_1 + j_2n_2 + j_3n_3 + \dots)$$

$$I = P(j_1n_1 + j_2n_2 + j_3n_3 + \dots)$$

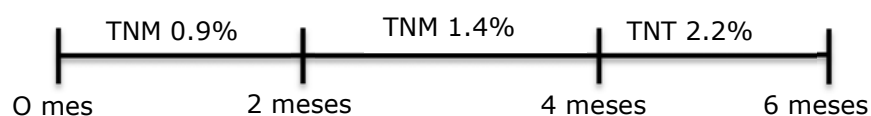
EJEMPLO

- a) Una determina caja municipal ofrece un servicio de depósito a plazo determinado con las siguientes condiciones:

- Mantener el capital por un periodo mínimo de 6 meses.
- Los dos primeros meses serán retribuidos con una tasa de interés simple mensual del 0.9%
- Los dos siguientes meses se retribuirá con una tasa de interés simple mensual del 1.4%.
- Los dos últimos meses se retribuirán con una tasa de interés trimestral del 2.2%.

Si una persona deposita S/. 7 650.00 con estas condiciones, calcule el interés generado al finalizar los 6 meses.

Solución:



En el ejercicio, en el último horizonte temporal la tasa está expresada en trimestres y el tiempo está en meses, por lo tanto hay que realizar la conversión y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

$$I = 7650 \left(0.9\% \times 2 + 1.4\% \times 2 + 2.2\% \times \frac{2}{3} \right) = 464.10$$

4.2.3. Principal variable y tasa nominal constante

Es muy común realizar operaciones de depósitos y retiros constantes dentro de las cuentas de ahorros y cuentas corrientes, manteniendo las condiciones de la tasa de interés. En estos casos el cálculo de los intereses se debe realizar independientemente en cada movimiento que se realice. Por lo tanto para hallar el interés acumulado usaremos:

$$I = P_1 j n_1 + P_2 j n_2 + P_3 j n_3 + \dots$$

Factorizamos j :

$$I = j (P_1 n_1 + P_2 n_2 + P_3 n_3 + \dots)$$

$$I = j (P_1 n_1 + P_2 n_2 + P_3 n_3 + \dots)$$

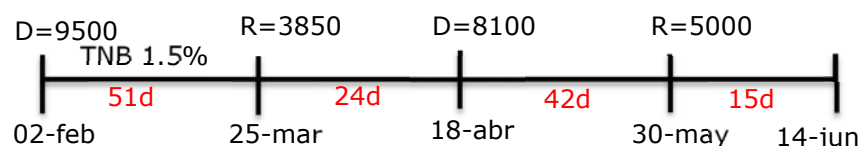
EJEMPLO

a) La señora Martha Chávez apertura una cuenta corriente el 02 de febrero con un depósito de \$ 9500 con una tasa de interés simple del 1.5% nominal bimestral, luego realizó las siguientes operaciones:

- 25/03 retiro \$ 3850
- 18/04 depósito \$ 8100
- 30/05 retiro \$ 5000
- 14/06 Cancela la cuenta

¿Qué interés se habrá acumulado hasta la fecha de cancelación de la cuenta?

Solución:



En el ejercicio tenemos que hallar el interés, tengamos en cuenta que la tasa se encuentra expresada en bimestres y los horizontes temporales están expresados en días, por lo tanto tenemos que hacer las

conversiones respectivas, también tenemos que recordar que el interés simple pertenece a un régimen monocapitalizable y finalmente reemplazamos los datos en la respectiva fórmula.

$$I = 1.5\% \left(9500x\frac{51}{60} + 5650x\frac{24}{60} + 13750x\frac{42}{60} + 8750x\frac{15}{60} \right) = 332.21$$

4.2.4. Principal y tasa nominal variables

Dentro de las operaciones cambiantes en el mercado y el sistema financiero, es muy común realizar operaciones de depósitos y retiros constantes dentro de las cuentas de ahorro y cuentas corrientes con tasas de interés variable. En estos casos el cálculo de los intereses se debe realizar independientemente en cada movimiento que se realice del capital y en cada cambio de la tasa de interés.

$$I = P_1 j n_1 + P_2 j n_2 + P_3 j n_3 + \dots$$

$$I = (P_1 j_1 n_1 + P_2 j_2 n_2 + P_3 j_3 n_3 + \dots)$$

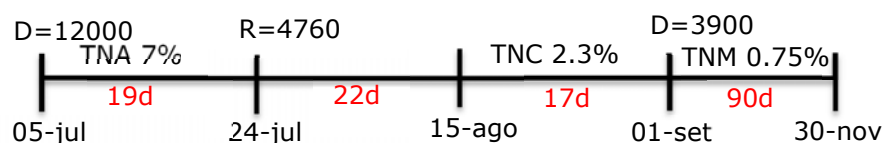
EJEMPLO

a) El Sr. Marco Torres apertura una cuenta corriente, el 05 de julio, con un depósito inicial de 12000um a una tasa de interés simple del 7% anual, realizando los siguientes movimientos y cambios:

- 24/07 retiro 4760um
- 15/08 tasa de interés simple del 2.3% cuatrimestral
- 01/09 depósito 3900um y tasa de interés simple de 0.75% mensual

Se pide determinar el interés que se generó, si dicha cuenta se canceló el 30 de noviembre del mismo año

Solución:



En el ejercicio tenemos que hallar el interés, tengamos en cuenta que las tasas se encuentran expresadas en diferentes unidades y los horizontes temporales están expresados en días, por lo tanto tenemos que hacer las conversiones respectivas y el interés lo calcularemos en cada horizonte temporal.

$$I = \left(12000x7\%x\frac{19}{360} \right) + \left(7240x7\%x\frac{22}{360} \right) + \left(7240x2.3\%x\frac{17}{120} \right) + \left(11140x0.75\%x\frac{90}{30} \right) = 349.54$$

4.3. Monto con

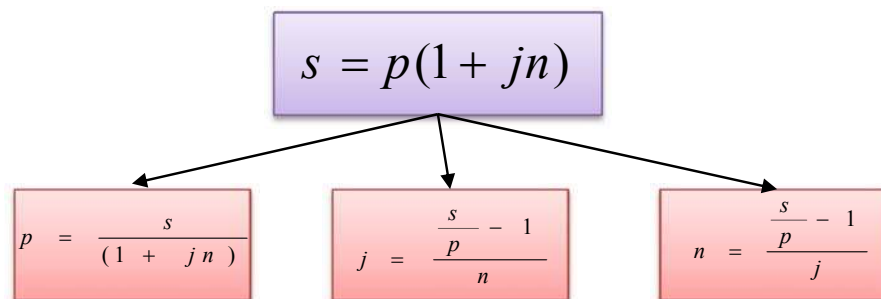
4.3.1. Principal y tasa nominal constantes

$$S = P + I$$

$$S = P + Pjn$$

Factorizamos P :

$$S = P(1 + jn)$$



EJEMPLOS

- a) El Sr. Contreras posee S/. 15 800.00 y desea depositarlos en una cuenta de ahorros en una entidad financiera que compensa estos depósitos con una tasa de interés simple del 0.02% quincenal. ¿a cuánto asciende el monto en dicha cuenta, si se espera mantener el capital depositado durante 2 años?

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el monto, tengamos en cuenta que la tasa se encuentra expresada en quincenas y el tiempo está expresado en años, por lo tanto tenemos que hacer la conversión y finalmente reemplazar los datos en la fórmula.

$$S = 15800(1 + 0.05\% \times 48) = 16179.20$$

- b) Marisa compró un determinado artículo valorizado en \$ 5230, pero lo financió a 15 meses por un monto de \$ 6852, determine la tasa de interés simple anual que se aplicó en dicha operación.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el porcentaje de la tasa, tengamos en cuenta que nos piden hallar el porcentaje de la tasa anual, pero el tiempo se encuentra expresado en meses, por lo tanto tenemos que hacer la conversión y finalmente reemplazar los datos en la fórmula.

$$TNA = \frac{\frac{6852}{15} - 1}{\frac{5230}{12}} = 24.81070746\%$$

4.3.2. Principal constante y tasa nominal variable

$$S = P(1 + jn)$$

$$S = P(1 + j_1n_1 + j_2n_2 + j_3n_3)$$

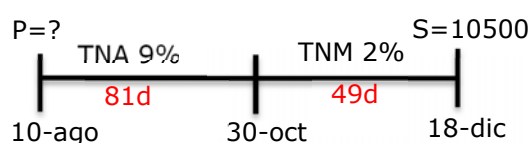
$$S = P(1 + j_1n_1 + j_2n_2 + j_3n_3 + \dots)$$

EJEMPLO

- a) Una deuda de \$ 10500 que vence el 18 de diciembre, debe descontarse el 10 de agosto del mismo año. En ese plazo se utilizará como tasa de descuento, una TNA de 9% desde el 10 de agosto hasta el 30 de octubre y a partir de esa fecha hasta el vencimiento del plazo una TNM de 2%. Calcule el importe recibido por el descuento.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el principal, por lo tanto tenemos que despejar P de la fórmula y también la unidad de la última tasa está expresada en meses y el tiempo está expresado en días, no nos olvidemos de hacer la conversión respectiva.

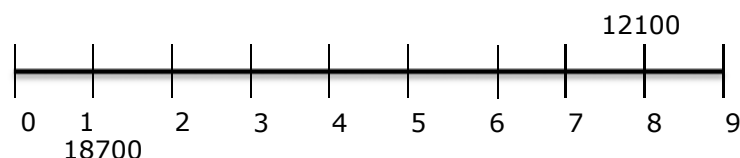


$$P = \frac{10500}{1 + 9\% \times \frac{81}{360} + 2\% \times \frac{49}{30}} = 9972.30$$

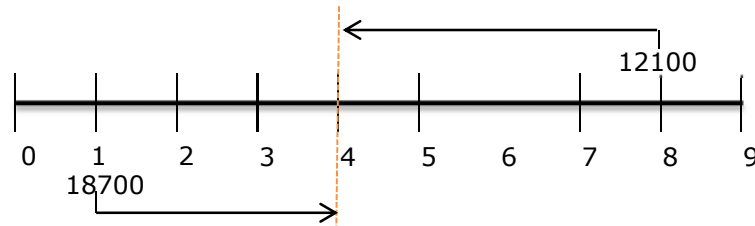
4.4. Ecuaciones de valor equivalente

Una ecuación de valor equivalente (ecuación de valor) es una igualdad que establece que la suma de los valores de un conjunto de deudas es igual a la suma de los valores de un conjunto de pagos, una vez que estos valores se han trasladado a una fecha común, llamada fecha focal o fecha de valuación. Dos o más cantidades de dinero no se pueden sumar mientras no se hayan trasladado todas a una fecha de comparación, llamada fecha focal, la cual se aplica en: Refinanciación de deudas, sustitución de varias deudas que vencen en fechas diferentes por un solo pago, etc.

En el siguiente gráfico, traslade cada uno de los valores dados, considerando como fecha focal el mes 4



Solución:



$$18700 \rightarrow S = 18700(1 + jn)$$

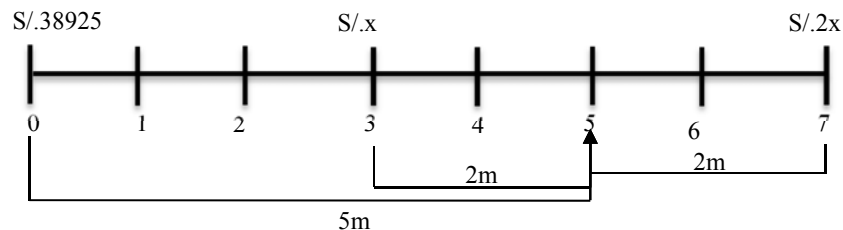
$$12100 \rightarrow P = 12100(1 + jn)^{-1}$$

EJEMPLO

- a) Una empresa debe cancelar S/. 38 925.00 el día de hoy, pero propone saldar la deuda efectuando dos pagos, efectuando el primero dentro de 3 meses y el otro dentro de 7 meses, si el segundo pago es el doble del primero y la tasa pactada es una TNM de 1.8%, determine el valor del primer pago, considere el mes 5 como fecha focal.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor del primer pago o sea el valor de x , la unidad de la tasa está expresada en meses y el tiempo también está expresado en meses, por lo tanto no tenemos que realizar la conversión.



$$38925[1 + 1.8\%(5)] = x[1 + 1.8\%(2)] + 2x[1 + 1.8\%(2)]^{-1}$$

$$x = S / . 14302.45$$



LECTURA SELECCIONADA N.º 1

Leer apartado: El interés simple comercial y real (p. 1)

Vidaurri, H. (2002). *Matemática Financiera*. México: Mc Graw Hill. Disponible en el aula virtual.



ACTIVIDAD FORMATIVA N.º 1

Instrucciones: Resuelve cada uno de los siguientes ejercicios propuestos.

1. Un determinado artículo tiene un valor de venta de 500um, se sabe que el impuesto calculado para éste artículo es 95um. ¿cuánto es el porcentaje del impuesto calculado?
2. Se debe realizar una transferencia de dinero por 1000um, la transferencia debe ser realizada a través de una entidad financiera la cual retiene el 2% de comisiones ¿cuánto debe ser el monto del pago total, incluido la transferencia y la comisión realizado al banco?
3. El tipo de cambio compra del dólar el día de ayer era de 3.300um por cada nuevo sol; éste tuvo una baja, al cierre de hoy día se cotizaba en 2.970um por cada nuevo sol. Determine en qué porcentaje disminuyó el tipo de cambio.
4. Una entidad benéfica brinda apoyo a los damnificados ofreciendo en su farmacia descuentos sucesivos sobre sus productos durante los tres últimos meses; el primer mes sus productos tuvieron un descuento del 1.5%, el segundo mes 2.5% y el tercero 5%.
 - a) ¿A cuánto ascienden los descuentos sucesivos sobre un producto cuyo precio fue de S/. 1000.00?
 - b) ¿Cuál es el precio final después de los tres meses sobre el producto de precio S/. 1000.00?
 - c) ¿Qué tasa de descuento única se debería aplicar por los tres descuentos sucesivos?
5. Las hermanas del barrio Nueva Esperanza realizan compras de medicamentos y solicitan una serie de descuentos sucesivos que ascienden a 4%, 5.5%, 6% y 2%. Por otro lado consiguen una oferta en el que se aplica un descuento integral del 14.99%. Determine cuál de las dos alternativas es la que más les conviene.
6. Un banco otorgó un préstamo de S/. 24 500.00 con una TNA de 8,50% para ser devuelto dentro de 200 días. ¿A cuánto ascienden los intereses?

7. Calcule la TNT que se aplicó a un capital de S/. 9 000.00, que durante el plazo comprendido entre el 20 de febrero y 30 de noviembre del mismo año produjo un interés simple de S/. 355.00.
8. Tracy realizó un depósito, en una cuenta a interés simple, de S/. 25 000.00, el 12 de marzo con una TNA de 8%, luego se efectuaron los siguientes cambios:

FECHA	TASA
07 de mayo	TNT 2.61%
19 de agosto	TNS 4.02%
26 de octubre	TNM 1.15%

Calcule el interés simple hasta el 30 de noviembre del mismo año.

9. Una persona depositó, el 17 de mayo, S/. 12 450.00 en una entidad financiera con una TNS del 4.35%, luego realizó las siguientes transacciones:

FECHA	OPERACIÓN	IMPORTE (S/.)
12 de junio	Retiro	4 560.00
30 de junio	Depósito	1 000.00
19 julio	Retiro	2 500.00
01 de agosto	Cancelación	_____

Halle el interés simple que se generó hasta la fecha de cancelación.

10. Maribel abrió una cuenta de ahorros el 15 de febrero de 2004 y luego realizó los siguientes movimientos y el banco también realizó algunos cambios:

FECHA	OPERACIÓN	IMPORTE (S/.)	TASA
15 de febrero	Depósito	14 550.00	TNT 2.25%
25 de marzo	Retiro	8 756.00	
02 de mayo			TNA 7.55%
27 de junio	Depósito	5 000.00	TNM 0.91%
27 de julio	Cancelación		

Se requiere calcular el interés simple que devengó la cuenta en todo el plazo de la operación.

11. Cierta cantidad de dinero se depositó a una tasa de interés simple mensual de 0.36% durante 250 días, ¿cuál fue esa cantidad de dinero, si produjo un monto de S/. 4 678.90?
12. ¿En qué tiempo, el monto duplicará al principal constante depositado con una TNA de 8.35%?
13. Calcule el monto simple producido por S/. 32 405.00, el mismo que estuvo colocado del 16 de abril al 25 de setiembre del mismo año. En ese periodo, la TNS fue 1.3% hasta el 12 de julio y a partir de esa fecha varió a 0.97% hasta el término del plazo de la operación.
14. El 05 de abril, la empresa “Continente SAC”, tiene una deuda con el banco de S/. 75 600.00 que vence el 01 de julio y otra deuda de S/. 12 345.00 que vence el 20 de setiembre. Dicha empresa renegoció con el banco y consolidó sus deudas en una sola cuenta a interés simple con vencimiento el 08 de noviembre del mismo año con una TNA constante de 13%. Se requiere saber el monto que cancelará la empresa en la nueva fecha pactada.
15. Una empresa debe pagar 32500um el día de hoy, pero acuerda con su acreedor saldar la deuda efectuando dos pagos iguales, efectuando el primer pago el día de hoy y el otro dentro de 6 meses con una tasa de interés del 2.5% mensual. Determine el valor de cada pago, considerando como fecha focal el mes 4.



GLOSARIO DE LA UNIDAD I

A

Ahorro

Ahorrar es separar una parte del ingreso para utilizarla en el futuro. El ahorro se puede lograr al guardar una parte del ingreso o al gastar menos. (Condusef, 2009)

B

Bancarizar

Es el proceso por medio del cual la banca se acerca a la población, aumentando el número de sucursales y de servicios bancarios para atender a un mayor número de personas, directa o indirectamente a través de correspondientes. (Condusef, 2009)

Bancos

Son instituciones financieras que cumplen la función social de mediar entre quienes cuentan con dinero (captar) y quienes lo necesitan (prestar), a través de instrumentos que ayudan a administrar y disponer de él con seguridad. Se le llama “banca” al conjunto de actividades que realizan estas instituciones. (Condusef, 2009)

C

Cheque

Es un documento a través del cual podemos disponer del dinero que hemos depositado en una cuenta de banco. (Condusef, 2009)

Comisión

Es el precio de un servicio. En el lenguaje financiero, las comisiones son las cuotas que se pagan a las instituciones financieras a cambio de tener derecho a un producto o servicio. (Condusef, 2009)

Crédito

La palabra crédito proviene del latín “creditum”, un sustantivo que se desprende del verbo “credere”: creer en español. El término significa “cosa confiada”, por lo que crédito es confiar o tener confianza en la capacidad que tiene alguien para cumplir una obligación contraída, gracias a su voluntad y compromiso. (Condusef, 2009)

Cuenta

Registro de lo que se tiene y lo que se debe. En materia financiera, se refiere a un contrato para depositar y retirar recursos económicos. (Condusef, 2009)

Cuenta corriente

Persona que tiene un contrato vigente con una institución para que le maneje una cuenta, generalmente de depósito o ahorro. (Condusef, 2009)

D

Depósito

Es la acción de poner determinados bienes, o una cantidad de dinero, bajo la custodia y resguardo de una institución que se hace responsable de ellos por un tiempo. (Condusef, 2009)

Deuda

Obligación que alguien tiene de pagar, satisfacer o reintegrar a otra persona, normalmente, una cantidad de dinero. (Condusef, 2009)

U

Um

Unidades monetarias (Condusef, 2009)



BIBLIOGRAFÍA DE LA UNIDAD I

Aliaga, C. (2004). *Manual de Matemática Financiera*. Lima: Editorial Universidad del Pacífico.

Álvarez, A. (2003). *Matemática financiera*. Bogotá: Editorial Mc Graw Hill.

Ayres, F. (2001). *Matemática Financiera*. Bogotá: Editorial Mc Graw Hill.

Court, A. (2009). *Matemática Financiera*. Lima: Cengage Learning.

Di Vincenzo, O. (2001). *Matemática financiera*. Buenos Aires: Editorial Kapelusz.

Portus, G. (1997). *Matemática Financiera. Algunos Fundamentos Matemáticos*. México: Editorial Mc Graw-Hill.

Vidaurri, H. (2008). *Matemática Financiera*. México: Mc Graw Hill.



AUTOEVALUACIÓN N.º 1

Instrucciones: A continuación tienes ejercicios propuestos, los cuales deberás desarrollarlos con la intención de prepararte para rendir un buen producto académico.

- Una persona decide comprar un juego de dormitorio completo cuyo precio es S/. 5 399.00, pero para que la empresa se encargue en llevárselo a su casa le recargan el 2% y si decide que lo instalen le agregan un 8% más. ¿Cuánto tendrá que pagar dicha persona si desea que lo lleven y lo instalen?. Los incrementos son sucesivos?
- Fransheska depositó 25899um en una institución financiera, este importe genera una TNS de 2.4%. ¿Qué interés simple habrá generado ese principal en 22 meses?
- Una deuda de \$ 3 900.00 se liquidó con un valor de \$ 5 020.00. Si la tasa de interés fue del 9% anual, ¿durante cuántos meses se tuvo prestado dicho dinero?
- Una persona depósito, el 20 de agosto, S/. 8 950.00, en una cuenta de ahorros a interés simple. La TNB fue del 3%, a partir del 17 de setiembre la tasa cambió a una TNA de 9.45% y el 8 de noviembre la tasa volvió a cambiar a una TNC de 3.22%. Halle el interés generado, sabiendo que dicha cuenta de ahorro se canceló el 22 de diciembre del mismo año.
- El 12 de enero de 2012 se abrió una cuenta con S/. 5 890.00 con una TNA del 9.85%. A partir de esa fecha se realizaron los siguientes movimientos:
 - 20/02 depósito S/. 3 890.00
 - 18/04 retiro S/. 1 050.00
 - 14/05 Cancelación de la cuenta
 - Halle el interés simple que se generó hasta el 14 de mayo del mismo año.
- Se abrió un depósito de ahorros el 05 de mayo y se canceló el 02 de setiembre, en ese periodo se efectuaron cambios en el principal y en la tasa de interés, que se presentan a continuación:

FECHA	OPERACIÓN	IMPORTE(\$)	TASA
05 de mayo	Depósito	23 200.00	TNA 9%
19 de julio			TNA 9.85%
16 de agosto	Retiro	10 200.00	
02 de setiembre	Cancelación		

Se requiere calcular el interés simple que devengó la cuenta en todo el plazo de la operación

7. ¿Qué monto habrá acumulado una cuenta depositada a interés simple, si percibe una TNT de 2.55%, si se depositó S/. 5 000.00, desde el 06 de junio al 24 de julio del mismo año?
8. Una empresa adquirió un activo fijo valorizado en S/. 18 550.00 (precio al contado). Dicha empresa pagó una cuota inicial de S/. 5 250.00 y el saldo lo financió con una letra a 120 días por el valor de S/. 14 890.00. ¿Cuál fue la tasa mensual de interés simple cargada en esta operación?
9. Halle el monto simple producido por de 5 976um, el mismo que estuvo depositado desde el 06 de julio hasta el 02 de diciembre del mismo año. En ese periodo, la TNQ fue 0.05% hasta el 12 de setiembre y a partir de esa fecha varió a una TNT de 2.4% hasta el término del plazo de la operación.
10. Una persona solicitó un préstamo de S/. 7 020.00 que se registra en una cuenta a interés simple y genera una TNM de 1.95% para cancelarlo dentro de 350 días. Dicha persona se adelanta al vencimiento del préstamo y amortiza S/. 2 800.00 el día 120 y S/. 3 590.00 el día 205, ¿cuánto deberá pagar el día 350 para cancelar su deuda total?



UNIDAD II

INTERÉS COMPUESTO Y DESCUENTOS

 DIAGRAMA DE PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD II



ORGANIZACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

Resultado de aprendizaje de la Unidad II:

Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de resolver problemas de interés compuesto y descuentos mediante la deducción de fórmulas.

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES
Tema N.º 1: INTERÉS COMPUESTO Monto con: - Principal y tasa efectiva constantes - Principal constante y tasa efectiva variable - Principal y tasa efectiva variables - Tasa nominal Interés con: - Principal y tasa efectiva constantes - Principal constante y tasa efectiva variable - En función del monto - Ecuaciones de valor equivalente. Tema N.º 2: DESCUENTOS Sistema bancario: - Descuento racional - Descuento racional simple - Descuento racional compuesto - Descuento bancario - Descuento bancario simple - Descuento bancario compuesto - Equivalencia entre la tasa vencida y la anticipada - Descuento simple - Descuento compuesto Sistema no bancario: - Descuento comercial - Descuento comercial unitario - Descuento comercial sucesivo	Analiza la transformación del dinero en el tiempo a un régimen de interés compuesto, a un régimen de descuentos y resuelve problemas. Actividad N.º 2-3 Los estudiantes desarrollan ejercicios de aplicación del interés compuesto y de descuentos en distintos casos de aplicación real.	El profesor propicia la participación en clase y orienta los debates entre estudiantes, promueve a descubrir errores y plantear soluciones, así como la realización de trabajos en equipo.



Diapositivas elaboradas por el docente:

Lectura seleccionada 2:

El poder del interés compuesto.

Lectura seleccionada 3:

Más control sobre descuentos con tarjeta de crédito

TEMA N.º 1: INTERÉS COMPUESTO

Para iniciar el presente tema, se tiene presente que el interés compuesto guarda relación con el interés simple; por esta razón es que para realizar este tema los conocimientos del interés simple deben estar bien afianzados.

El Interés Compuesto

El interés compuesto puede verse como una sucesión de operaciones a interés simple, en la que el monto final de una de ellas constituye el principal de la siguiente.

Una cuenta está bajo un régimen de interés compuesto cuando:

- El capital devenga intereses generados por una tasa de interés efectiva, la que a su vez puede estar en función de una tasa de interés nominal que capitaliza cada cierto periodo de tiempo.
- Se produce más de una capitalización de intereses durante el horizonte temporal pactado. Si el proceso de capitalización se da dos o más veces durante la vigencia de la cuenta se presenta un régimen de interés multicapitalizable como el del interés compuesto.

El interés compuesto trabaja con la tasa efectiva (TE) y su nomenclatura es la siguiente:

TED Tasa efectiva diaria	TET Tasa efectiva trimestral
TEQ Tasa efectiva quincenal	TEC Tasa efectiva cuatrimestral
TEM Tasa efectiva mensual	TES Tasa efectiva semestral
TEB Tasa efectiva bimestral	TEA Tasa efectiva anual

OBSERVACIONES

Las unidades de la tasa y del tiempo tienen que ser las mismas, en caso contrario se recomienda convertir las unidades del tiempo en las unidades de la tasa.

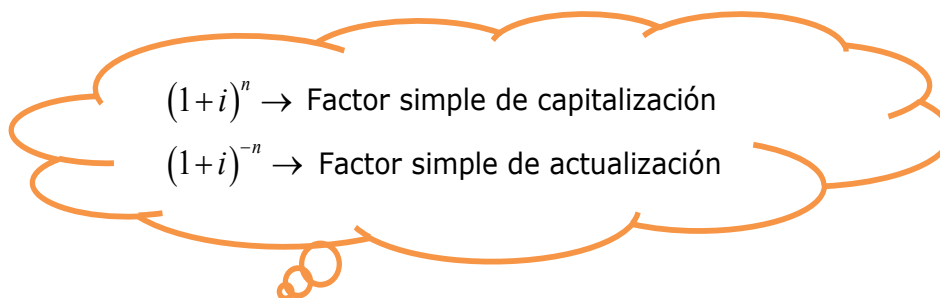
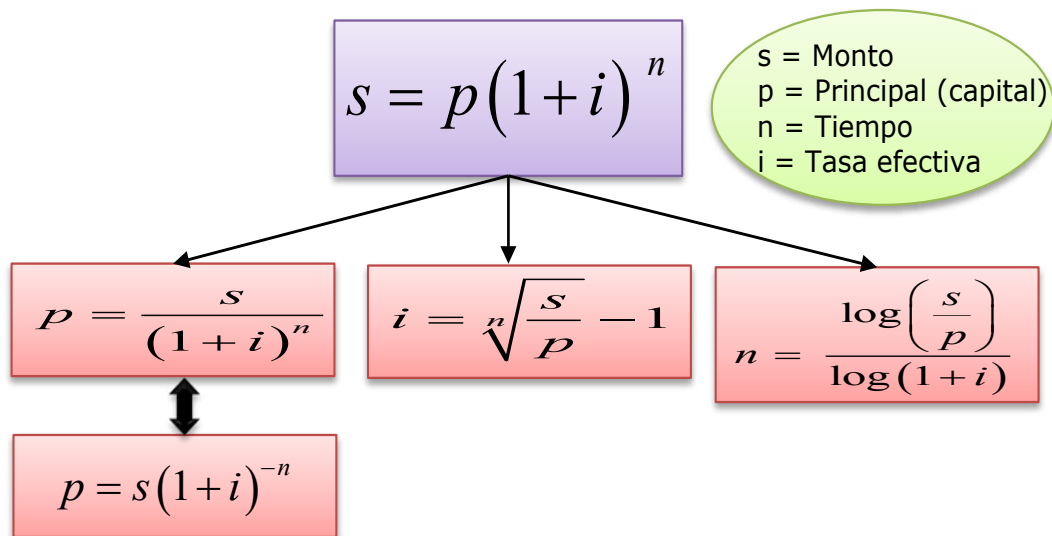
Existe otro método que consiste en convertir las unidades de la tasa en unidades del tiempo, esto consiste en convertir una TE con una determinada unidad en otra tasa efectiva con unidades expresadas en función del tiempo, pero este método recién lo prenderemos en tasas en el sistema financiero.

1. MONTO CON

1.1. Principal y tasa efectiva constantes

El capital en el tiempo “n” es mayor que en el tiempo “n-1”; la diferencia entre los capitales en ambos tiempos nos da el interés generado en el tiempo “n”, luego de lo cual dicho interés pasa a formar parte del capital, lo cual genera un nuevo capital.

TIEMPO "N"	CAPITAL (P)	INTERÉS (I)	MONTO (S)
0	P		
1	P	Pi	$P + Pi = P(1+i)$
2	$P(1+i)$	$P(1+i)i$	$P(1+i) + P(1+i)i = P(1+i)^2$
3	$P(1+i)^2$	$P(1+i)^2 i$	$P(1+i)^2 + P(1+i)^2 i = P(1+i)^3$
4	$P(1+i)^3$	$P(1+i)^3 i$	$P(1+i)^3 + P(1+i)^3 i = P(1+i)^4$
...	...	...	...
n	$P(1+i)^{n-1}$	$P(1+i)^{n-1} i$	$P(1+i)^n$



EJEMPLOS

- a) El señor Juan Montalvo depositó S/. 6 541.00 en un entidad financiera, la cual compensa estos depósitos con una tasa de interés compuesta del 7%, ¿cuánto recibirá después de 3.5 años?

Solución:

La tasa y el tiempo tienen las mismas unidades (años), por lo tanto no necesitamos convertir las unidades, solo nos quedaría reemplazar los datos en la fórmula del monto.

$$S = 6541(1 + 7\%)^{3.5} = 8288.72$$

- b) Una persona tienen 9850um y desea depositarlo en un banco que remunerar estos depósitos con una TEM de 0.8%. Calcule el monto que produjo dicho capital, si el depósito se realizó durante 240 días.

Solución:

La tasa y el tiempo no tienen las mismas unidades, por lo tanto necesitamos convertir estas unidades, se recomienda convertir la unidad del tiempo en la unidad de la tasa y luego reemplazos en la fórmula del monto.

$$S = 9850(1 + 0.8\%)^{\frac{240}{30}} = 10498.34$$

- c) La Sra. Contreras no recuerda con cuánto abrió una cuenta de ahorros en una entidad financiera, la cual remuneró estos depósitos con una tasa de interés compuesta del 2.05% cuatrimestralmente. Ahora dicha persona necesita conocer la cantidad de dicho depósito si la cuenta la abrió el 04 de abril cancelando la misma el 28 de diciembre del mismo. Al momento de cancelar la cuenta retiró en total \$ 9561.

Solución:

Para resolver este ejercicio hay que realizar la conversión de unidades, de días a cuatrimestres y luego reemplazamos los datos en la fórmula del principal.

$$P = 9561(1 + 2.05\%)^{\frac{-268}{120}} = 9137.36$$

- d) Calcule la TES que se aplicará a \$ 7 050, que después de 18 meses se convertirá en \$ 7605.

Solución:

En este ejercicio nos solicitan hallar la TES, pero la unidad del tiempo está en meses, por lo tanto tenemos que realizar la conversión de meses a semestres y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula de la tasa.

$$TES = \sqrt[18]{\frac{7605}{7050}} - 1 = 2.558115899\%$$

- e) Un depósito de 10000um realizado en una entidad financiera que remunera con una tasa de interés compuesta del 8.01% cada año, se convirtió en 11456um. ¿después de cuántos meses los 10000um se convirtieron en 11456um?

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el tiempo, se debe de tener en cuenta que la tasa se encuentra expresada en años, por lo tanto el resultado de "n" estará expresado en años y luego tenemos que convertir esos años en meses.

$$n = \frac{\log\left(\frac{11456}{10000}\right)}{\log(1 + 8.01\%)} = 1.76 \text{ años} = 21.12 \text{ meses}$$

1.2. Principal constante y tasa efectiva variable

En ocasiones puede tenerse el caso en que una operación financiera pueda cambiar las condiciones, como es el caso que la tasa de interés varía cada cierto tiempo. En estas circunstancias es conveniente hacer el cálculo cada vez que cambie la tasa, pero teniendo en cuenta que los intereses se van capitalizando, para simplificar todo esto, usaremos la siguiente fórmula:

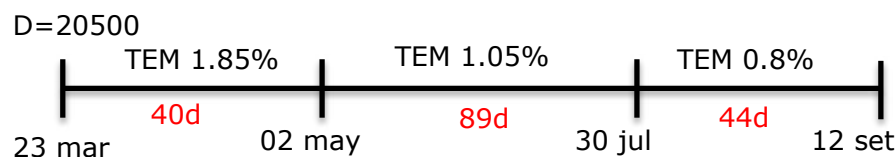
$$S = P \left[\prod_{k=1}^z (1 + i_k)^{n_k} \right], \text{ esto significa:}$$

$$S = P \left[(1 + i_1)^{n_1} \cdot (1 + i_2)^{n_2} \cdot (1 + i_3)^{n_3} \cdot \dots \right]$$

EJEMPLO

- a) La señorita Juana Chávez abre una cuenta, pero el gerente de la financiera le informa que la tasa cambia cada cierto periodo de tiempo, lo cual es aceptado y el 23 de marzo deposita 20500um con una tasa inicial de 1.85% mensual de interés compuesto, el 02 de mayo la tasa cambió a una TEM de 1.05%, finalmente el 30 de julio la tasa volvió a variar a una TEM de 0.8%. La señorita Juana observa que la tasa es cada vez menor, por lo tanto decide cancelar la cuenta el 12 de setiembre del mismo año. Calcule el monto que generó dicho capital hasta la fecha de cancelación de la cuenta.

Solución:



En el ejercicio, el horizonte temporal está expresado en días y tasa está en meses, por lo tanto hay que realizar la conversión y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

$$S = 20500 \left[(1 + 1.85\%)^{\frac{40}{30}} \cdot (1 + 1.05\%)^{\frac{89}{30}} \cdot (1 + 0.8\%)^{\frac{44}{30}} \right] = 21923.09$$

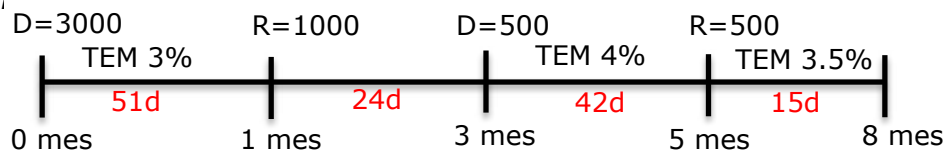
1.3. Principal y tasa efectiva variables

Dentro de las operaciones cambiantes en el mercado y el sistema financiero, es muy común realizar operaciones de depósitos y retiros constantes dentro de las cuentas de ahorro y cuentas corrientes con tasas de interés variable. En estos casos el monto se tiene que ir calculando para cada periodo que cambie tanto la tasa como el principal.

EJEMPLO

- a) El Sr. Juan Pérez apertura un cuenta con S/. 3 000.00 con una TEM de 3%, luego se realizaron los siguientes movimientos y los siguientes cambios en la tasa: al primer mes se retiró S/. 1 000.00; dos meses después se depositó S/. 500.00 y la tasa cambió a una TEM de 4% y después de dos meses se retiró S/. 500.00 y la tasa varió a una TEM de 3.5%. ¿Cuál es el monto acumulado tres meses después del último cambio?

Solución



$$S_1 = 3000(1 + 3\%) = 3090$$

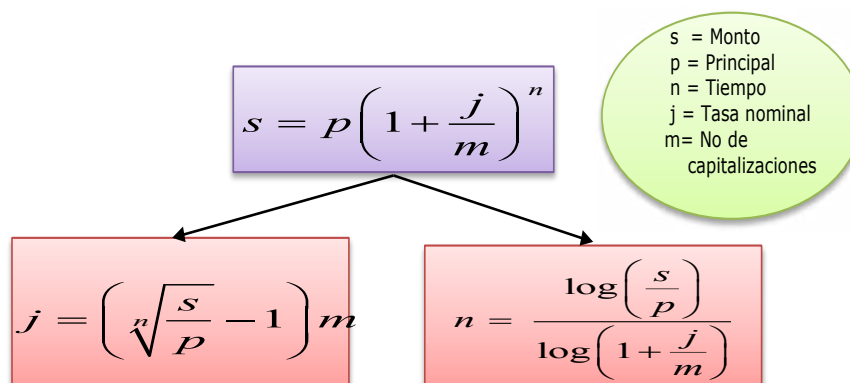
$$S_2 = 2090(1 + 3\%)^2 = 2217.28$$

$$S_3 = 2717.28(1 + 4\%)^2 = 2939.01$$

$$S_4 = 2439.01(1 + 3.5\%)^3 = 2704.17$$

1.4. Tasa nominal

Cuando el interés compuesto se genera por una tasa nominal “j” capitalizable “m” veces (m es el número de periodos que capitaliza la tasa nominal en su respectivo plazo). Necesariamente hay que proporcionar la tasa nominal para expresarla en el plazo del periodo capitalizable y convertirla en una tasa efectiva “i”.



EJEMPLOS

- a) Una persona deposita \$ 1825 durante 1080 días. Calcule el monto compuesto que rindió este capital con una tasa de interés del 9.5% capitalizable mensualmente.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el monto, siempre que no se mencione la unidad de la tasa, se sobreentiende que es anual, ahora como la capitalización es mensual entonces el valor de “m” es 12, porque en un año hay 12 meses por lo tanto la tasa nominal se convirtió en una TEM y la unidad del tiempo (días) hay que convertirlo a meses, finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

$$S = 1825 \left(1 + \frac{9.5\%}{12} \right)^{\frac{1080}{30}} = 2424.09$$

- b) Un depósito de S/. 9 055.00 realizado en una entidad financiera que remunera con una TNT de 2.5% capitalizable quincenalmente, se convirtió en S/.12 002.00 en cierto tiempo. ¿Durante cuántos días estuvo depositado dicha cantidad de dinero?

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el tiempo (días), como la capitalización es quincenal entonces el valor de "m" es 6, porque en un trimestre hay 6 quincenas por lo tanto la tasa nominal se convirtió en una TEQ y la unidad del tiempo será en trimestres, para luego convertirlo a días, finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

$$n = \frac{\log\left(\frac{12002}{9055}\right)}{\log\left(1 + \frac{2.5\%}{6}\right)} = 67.76 \text{ quincenas} \cong 1016 \text{ días}$$

2. INTERÉS CON

2.1 Principal y tasa efectiva constantes

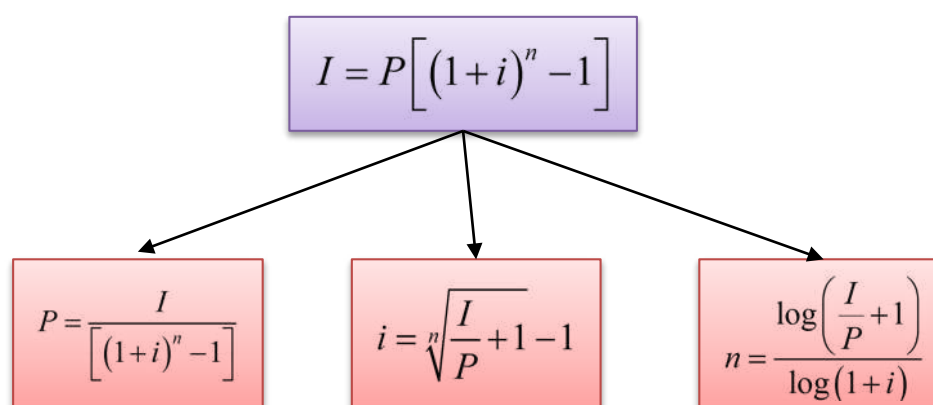
Uno de los casos más comunes en el ámbito comercial de las operaciones financieras económicas de nuestro entorno es el cálculo de los intereses generados por un capital con una tasa de interés constante, quiere decir que en este caso no puede hacerse depósitos ni retiros de esta cuenta y la tasa no varía.

$$S = P + I$$

$$S - P = I$$

$$P(1+i)^n - P = I$$

$$P[(1+i)^n - 1] = I$$



EJEMPLOS

- a) La Sra. Chipana deposita 12890um en una institución financiera que devenga una tasa de interés compuesto mensual del 0.88%. ¿Qué interés habrá acumulado después de 10 cuatrimestres?

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el interés, tengamos en cuenta que la tasa se encuentra expresado en meses y el tiempo está expresado en cuatrimestres, por lo tanto tenemos que hacer la conversión y finalmente reemplazar los datos en la fórmula.

Esta clase de ejercicios también se resuelve hallando el monto y luego hallaríamos el interés: $S-P=I$

$$I = 12890 \left[(1 + 0.88\%)^{40} - 1 \right] = 5410.20$$

- b) Un depósito de \$ 3560 realizado en una entidad financiera que remunera con cierta tasa de interés compuesto, generó un interés de \$ 301.50. Se desea determinar cuál es la tasa de interés compuesto anual, si dicho depósito se realizó el 08 de marzo y se canceló el 30 de diciembre del mismo año.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el porcentaje de la tasa, tengamos en cuenta que nos piden hallar el porcentaje de la tasa anual, pero el tiempo se encuentra expresado en días, por lo tanto tenemos que hacer la conversión y finalmente reemplazar los datos en la fórmula.

$$TEA = \sqrt[360]{\frac{301.50}{3560}} + 1 - 1 = 10.35580966\%$$

2.2 Principal constante y tasa efectiva variable

Muchas veces la tasa nominal aplicada en el interés compuesto está sujeta a variaciones de mercado sobre un capital que se mantiene constante en el horizonte temporal, es por ello que el cálculo se debe realizar independientemente para cada momento de cambio de tasa dentro de su respectivo horizonte temporal.

$$I = P \left[\prod_{k=1}^z (1 + i_k)^{n_k} - 1 \right]$$

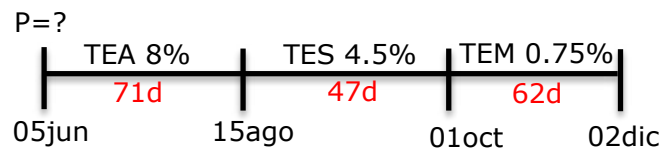
$$I = P \left[(1 + j_1)^{n_1} \cdot (1 + j_2)^{n_2} \cdot (1 + j_3)^{n_3} \dots - 1 \right]$$

EJEMPLO

- a) Un persona apertura una cuenta el 05 de junio con S/. 25 900.00 con una TEA de 8%, el 15 de agosto la tasa varió a una TES de 4.5% y el 01 de octubre volvió a variar a una TEM de 0.75%. Si después de todas estas variaciones se obtuvo un interés de S/. 1 055.20, ¿con cuánto soles se abrió dicha cuenta, si la misma se canceló el 02 de diciembre del mismo año?

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el principal, por lo tanto tenemos que despejar P de la fórmula, no nos olvidemos de hacer las conversiones necesarias.



$$P = \frac{1055.20}{\left[(1 + 8\%)^{\frac{71}{360}} (1 + 4.5\%)^{\frac{47}{180}} (1 + 0.75\%)^{\frac{62}{30}} - 1 \right]} = 24531.97$$

2.3. En función del monto

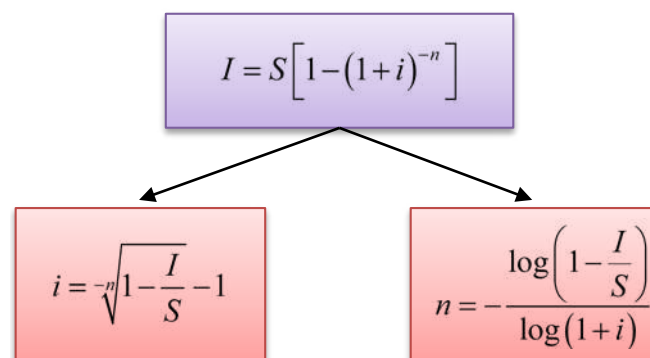
En muchas oportunidades tenemos que hallar el interés, no conocemos el capital inicial, pero si tenemos el valor del monto final de la operación, por lo tanto tenemos que utilizar la siguiente fórmula.

$$S = P + I$$

$$S - P = I$$

$$S - S(1+i)^{-n} = I$$

$$S \left[1 - (1+i)^{-n} \right] = I$$



EJEMPLOS

- a) Determine el interés compuesto incluido en un monto de \$ 8750 obtenido el 15 de julio, este monto se generó por un capital depositado el 05 de mayo del mismo año en un banco que compensa estos depósitos con una TEA de 12%.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el interés, la tasa esta expresada en años y el tiempo en días, por lo tanto tenemos que hacer la conversión y luego reemplazar los datos en la fórmula.

$$I = 8750 \left[1 - (1 + 12\%)^{\frac{-71}{360}} \right] = 209.98$$

- b) Michelle depositó cierta cantidad de dinero en un banco y después de un determinado tiempo retiró 12049.50um logrando obtener 855.10um de intereses. Se necesita saber durante cuántos trimestres estuvo depositado dicho capital, si el banco pagó una TES de 2.25%.

Solución:

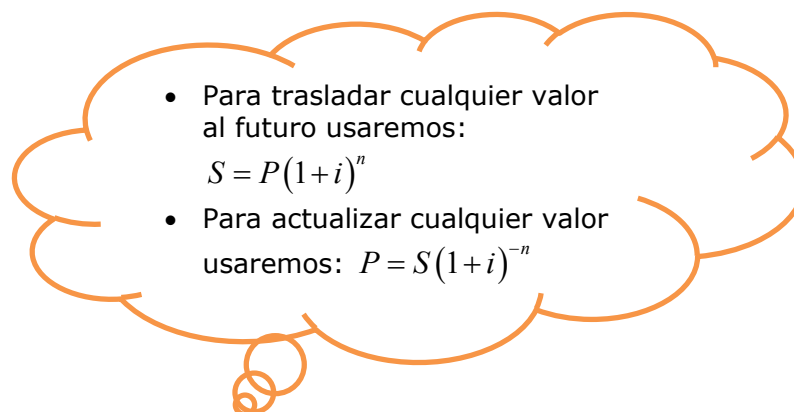
En el ejercicio tenemos que hallar el tiempo (n), la tasa esta expresada en semestres, por lo tanto la respuesta estará expresada también en semestres y finalmente convertiremos semestres a trimestres.

$$n = -\frac{\log\left(1 - \frac{855.10}{12049.50}\right)}{\log(1 + 2.25\%)} = 3.31 \text{ semestres} \cong 7 \text{ trimestres}$$

3. ECUACIONES DE VALOR EQUIVALENTE

Este concepto es similar al desarrollado en el tema de interés simple, pero con las nuevas fórmulas desarrolladas en este tema.

Dentro del mundo financiero, un monto de dinero ubicado en determinado momento del tiempo puede trasladarse a otro momento y convertirse en un importe equivalente. Para realizar dicho traslado en el tiempo se utiliza una tasa efectiva que se denomina tasa de capitalización cuando se lleva el importe al futuro y tasa de descuento cuando dicho importe se traslada hacia el presente.

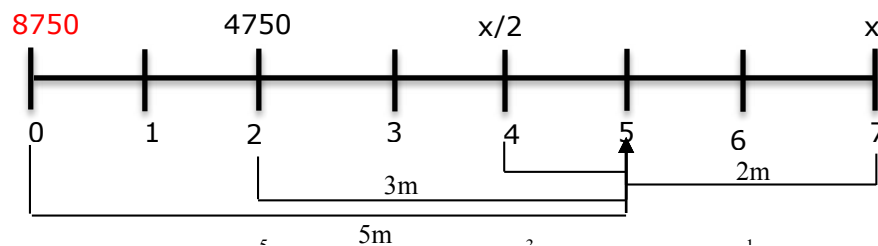


EJEMPLOS

- a) Percy debe pagar \$ 8750 el día de hoy, pero propone saldar la deuda efectuando un pago de \$ 4750 dentro de 2 meses y dos pagos, siendo el segundo la mitad del primero, efectuando el primero dentro de 4 meses y el otro dentro de 7 meses con una TEA de 13.5%. Determine el valor de cada pago considerando el mes 5 como fecha focal.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor de los pagos, la unidad de la tasa está expresada en años y el tiempo está expresado en meses, por lo tanto tenemos que realizar la conversión y la ecuación será: deuda=pago(1)+pago(2)+pago(3), todos estos valores trasladamos a la fecha focal.



$$8750(1+13.5\%)^{\frac{5}{12}} = 4750(1+13.5\%)^{\frac{3}{12}} + \frac{x}{2}(1+13.5\%)^{\frac{1}{12}} + x(1+13.5\%)^{\frac{-2}{12}}$$

$$x = 2899.68$$

$$x/2 = 1449.84$$

- b) Martha tiene dos opciones para pagar cierto artículo que desea comprar:

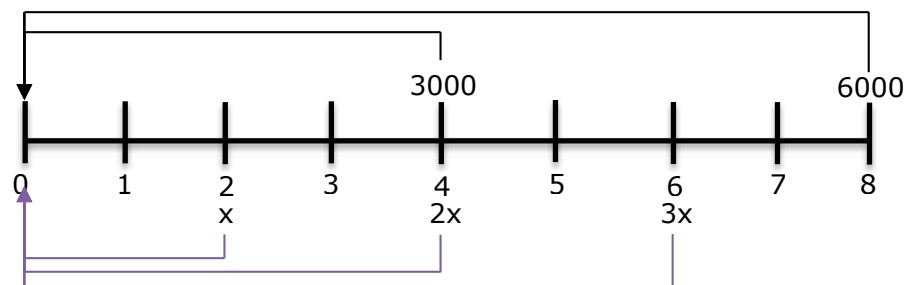
1ª Opción: Pagar \$ 3000 a los 4 meses y \$ 6000 a los 8 meses.

2ª Opción: Pagar \$ x a los 2 meses, \$ 2x a los 4 meses y \$ 3x a los 6 meses.

Si la tasa de interés es 2% TEM y los dos conjuntos de obligaciones son equivalentes, encuentre el valor de cada uno de los pagos.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor de los pagos, la unidad de la tasa está expresada en meses y el tiempo está expresado en meses, por lo tanto no tenemos que realizar la conversión, como los dos conjuntos de obligaciones son equivalentes entonces cada uno de ellos debemos trasladarlos al momento cero e igualarlos.



$$3000(1+2\%)^{-4} + 6000(1+2\%)^{-8} = x(1+2\%)^{-2} + 2x(1+2\%)^{-4} + 3x(1+2\%)^{-6}$$

$$x = 1442.13$$

$$2x = 2884.26$$

$$3x = 4326.39$$



LECTURA SELECCIONADA N.º 2

Leer apartado: El poder del interés compuesto (p. 1)

Gonzales, I. (1996) *"El poder del interés compuesto."* p. 1. Disponible en el aula virtual.



ACTIVIDAD FORMATIVA N.º 2

Instrucciones: Resuelve cada uno de los siguientes ejercicios.

1. Calcule el monto que produjo un capital inicial de S/. 8 674.00, depositado en un banco desde el 12 de enero al 20 de mayo del mismo año, si dicho capital genera una TES de 3.80%
2. Calcule la TEC que se aplicó en una cuenta aperturada con 5090um, en la cual 28 meses después de su apertura, se acumuló un interés compuesto de 1050um.
3. Una persona prestó \$ 2000 con una TEM de 1.5% y después de un determinado tiempo le devolvieron \$ 3845. ¿Durante cuántos trimestres se prestó dicho dinero?
4. Un capital de S/. 9 875.50 se depositó el 15 de marzo de 2012 con una TEA de 8%, dicha tasa varió a 8.36% el 09 de junio y volvió a variar a 9.01% el 28 de agosto. Calcule el monto compuesto que generó dicho capital, si la cuenta se canceló el 30 de setiembre del mismo año.
5. El 06 de agosto se deposita \$ 15 679.00 con una TEA de 9% y el 20 de setiembre se realiza un depósito, a la misma cuenta, de \$ 8 070.00. A partir del 30 de setiembre la tasa cambió a una TET de 2.05%. El 17 de octubre se paga con cheque una deuda de la misma cuenta que asciende a \$ 9 780.00 y finalmente se realiza un nuevo depósito de \$ 2 561.00 el 28 de noviembre con una TEM de 0.6%, se pide calcular el monto al 15 de diciembre del mismo año.
6. Calcule el monto compuesto devengado en un trimestre por una inversión de 8 042um colocada a una TNA de 9% con capitalización bimestral.
7. Un capital de S/. 8 123.50 se convirtió en un monto compuesto de S/. 10 000.00 en el plazo de 200 días. Se requiere conocer la TNA capitalizable mensualmente que se aplicó en esta operación.
8. Una persona realiza un depósito de 9 674um en una institución financiera que devenga una TEM de 0.45%. ¿Qué interés compuesto habrá acumulado en 18 meses?
9. Calcule el importe con el que se abrió una cuenta con una TEM de 0.72%, si después de 34 meses acumuló un interés compuesto de \$ 600.
10. Calcule la TEA que se aplicó a una cuenta de ahorros, si se abrió con S/. 15 679.00 y después de 36 meses se acumuló un interés compuesto de S/. 1 255.00.
11. El 20 de abril se depositó S/. 20 000.00 con una TEA de 9.05% y luego se observó los siguientes cambios:

FECHA	TASA
02 de junio	TEM 0.73%
27 de agosto	TET 2.05%
19 de octubre	TEA 8.63%
09 de noviembre	TEB 1.85%

Calcule el interés compuesto que se generó hasta el 30 de noviembre del mismo año.

12. El 01 de mayo una persona abre una cuenta de ahorros en un banco con el importe de S/. 15 761.00, bajo un régimen de interés compuesto, por el cual percibe una TEA de 9%. A partir de esa fecha se efectúan los siguientes cambios:

FECHA	OPERACIÓN	IMPORTE (S/.)
25 de julio	Depósito	7 070.00
08 de setiembre	Retiro	10 000.00
31 de octubre	Cancelación	

Se requiere calcular:

El interés que se devengó durante el horizonte temporal.

El saldo en la fecha de cancelación de la cuenta.

13. Una persona decidió depositar cierta cantidad de dinero en una entidad financiera pensando en obtener \$ 12 500.00 como monto final. Para obtener dicha cantidad de dinero se necesita que la financiera pague una TEC de 3.05% y que el dinero esté depositado por un lapso de 3 trimestres. ¿Cuánto se ganará de intereses con las condiciones ya mencionadas?
14. Una persona debe pagar 18 050um el día de hoy. Propone a su acreedor saldar la deuda efectuando dos pagos iguales, efectuando el primer pago dentro de dos meses y el otro dentro de 5 meses, si la tasa pactada es de 0,6% TEM.
- a)Elabore el diagrama de tiempo (considere la fecha focal el mes 3)
- b)Determine el valor de cada pago
15. Una deuda de S/. 28 500.00 con intereses incluidos, vence en un año. El deudor da un abono de S/. 10 500.00 a los 4 meses, S/. 9 000.00 a los 9 meses y un pago de S/.x en la fecha de vencimiento. Si acuerdan un interés del 2.05% mensual.

TEMA N.º 2: DESCUENTOS

Para iniciar el presente tema, se tiene presente que el descuento se lleva a cabo en instituciones financieras en las que estas adquieren pagarés o letras de cambio de cuyo valor nominal se descuenta los intereses por la venta anticipada de dichos documentos, el descuento también se lleva a cabo con la adquisición de bienes o artículos adquiridos al contado o con ofertas ofrecidas por el mercado.

El descuento

Es la disminución que se hace a una cantidad que se paga antes de su vencimiento. Es decir, es el cobro hecho con anticipación a una cantidad con vencimiento futuro.

El descuento es una operación de crédito que se lleva a cabo principalmente en instituciones bancarias y que consiste en que estas adquieren letras de cambio o pagarés, de cuyo valor nominal *descuentan* una suma equivalente a los intereses que devengaría el documento entre la fecha en que se recibe y la fecha del vencimiento. Con esta operación se anticipa el valor actual del documento.

En una operación de descuento el punto de partida es un capital futuro conocido cuyo vencimiento se quiere adelantar. Deberemos conocer las condiciones en las que se quiere hacer esta anticipación: duración de la operación (tiempo que se anticipa el capital futuro) y tanto de interés aplicado.

El capital que resulte de la operación de descuento (capital actual o presente) será de cuantía menor, siendo la diferencia entre ambos capitales los intereses que el capital futuro deja de tener por anticipar su vencimiento. En definitiva, si trasladar un capital desde el presente al futuro implica añadirle intereses, hacer la operación inversa, anticipar su vencimiento, supondrá la minoración de esa misma carga financiera.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA

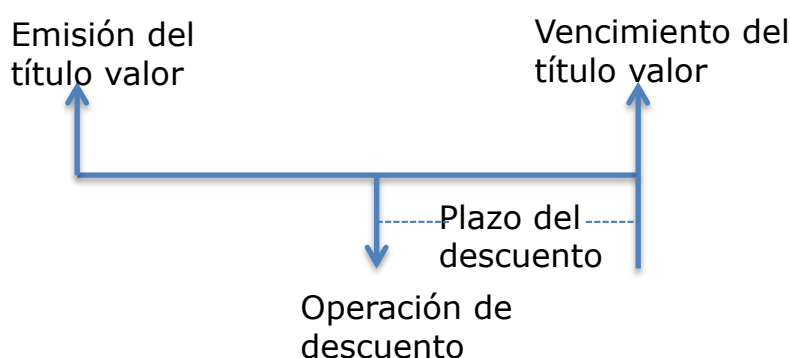


Figura 1. Representación gráfica del descuento anticipado
Fuente: Aliaga (2002).

Elementos del descuento

- **Valor nominal del pagaré (S).**- El valor nominal de un pagaré es el que está inscrito en la obligación; para el comercio se trata del capital.
- **Descuento (D).**- Es la diferencia establecida entre el valor nominal y el valor que se recibe al momento de descontar el pagare.

- **Valor efectivo o liquido de un pagaré (P).**- Es el valor nominal menos el descuento. Es el valor en dinero que se recibe en el momento de descontar la obligación o, en otras palabras, el valor actual o presente.
- **Tasa de descuento (i ; j).**- Es el tanto por ciento de descuento, o sea, un porcentaje del valor nominal que deduce el prestamista al descontar el pagaré.
- **Plazo (n).**- Es el término que se utiliza para expresar el periodo de duración del préstamo.

$$D = S - P$$

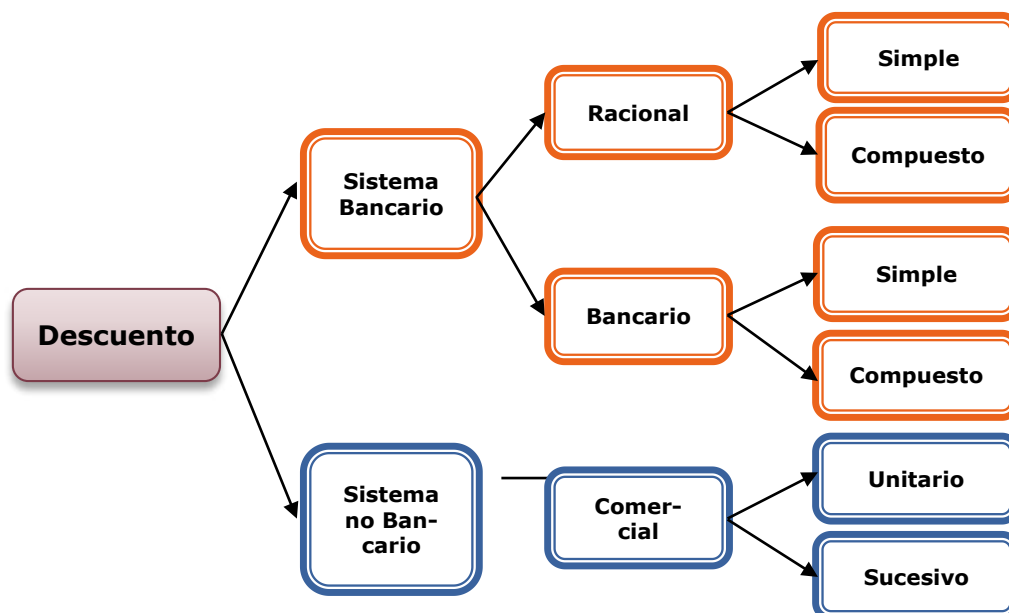


D=Descuento

S=Valor nominal

P=Valor efectivo

CLASES DE DESCUENTOS



1. SISTEMA BANCARIO

Se refiere a los descuentos que se aplican en el sistema financiero.

1.1 Descuento racional

La tasa se aplica al valor presente, esto quiere decir que al momento de efectuar el descuento, se utiliza la misma tasa de interés que originó el valor nominal del título valor. El descuento racional utiliza la tasa vencida.

1.1.1. Descuento racional simple

El descuento racional simple efectuado sobre un valor futuro produce el mismo resultado que el interés aplicado sobre su respectivo valor presente. Por lo tanto existe perfecta reversibilidad entre sus variables.

El descuento racional simple al igual que el interés simple trabaja con tasa nominal, las unidades del tiempo y la tasa tienen que ser las mismas, en caso contrario se hace la respectiva conversión de unidades.

Para el descuento racional simple se tiene en cuenta que existen casos con tasa constante y tasa variable.

Tasa constante

En este caso la tasa siempre va a permanecer constante no puede sufrir variaciones.

A. En función del valor presente

Este caso es utilizado cuando conocemos el valor actual del documento, quiere decir el valor del documento después de realizado el descuento.

$$D = S - P$$

$$D = P(1 + jn) - P$$

$$D = P(1 + jn - 1)$$

$$D = P(jn)$$

$$D = P j n$$

D = Descuento
p = Valor presente
j = Tasa de descuento
n = Tiempo

EJEMPLOS

- a) Una persona descontó una letra 120 días antes de su vencimiento y le entregaron S/. 5 045.30. Calcule el descuento racional simple, si el banco aplicó una TNM de 1.8%.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor del descuento, la unidad de la tasa está expresada en meses y el tiempo está expresado en días, por lo tanto tenemos realizar la conversión respectiva.

$$D = 5045.30(1.8\%) \left(\frac{120}{30} \right) = 363.24$$

- b) La Srta. Julia Hurts vendió un título valor 8 meses antes de su vencimiento y recibió 20 245um. Determine la tasa de descuento simple bimestral que le cobraron si el descuento racional que le efectuaron fue de 1 805.10um.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor de la tasa, la unidad de la tasa que nos piden está expresada en bimestres y el tiempo está expresado en meses, por lo tanto tenemos que realizar la conversión respectiva, luego despejamos "j" de la fórmula y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula despejada.

$$TNB = \frac{1805.10}{20245(4)} = 2.229068906\%$$

B. En función del valor nominal

Este caso es utilizado cuando conocemos el valor nominal del documento.

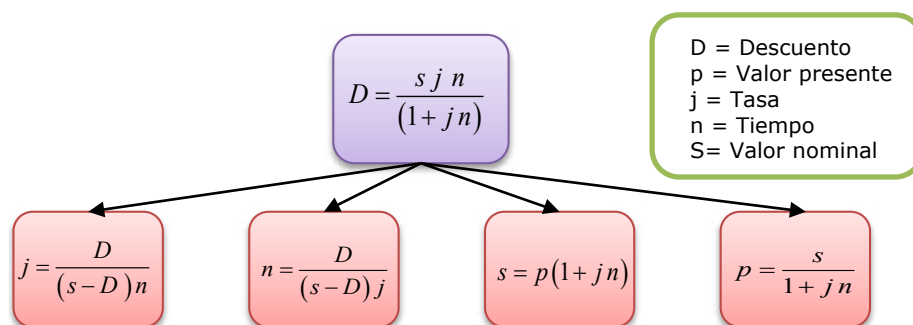
$$D = S - P$$

$$D = S - \frac{S}{1 + jn}$$

$$D = S \left(1 - \frac{1}{1 + jn} \right)$$

$$D = S \left(\frac{1 + jn - 1}{1 + jn} \right)$$

$$D = \frac{S j n}{1 + jn}$$



EJEMPLOS

- a) Comercial André SRL vendió una máquina al crédito en S/. 48 600.00 a la Sra María Izquierdo, quién firmó una letra de cambio a 120 días aplicándose una TNM de 2%. Transcurrido 45 días después del negocio se realiza el descuento racional simple de dicha letra. Determine el valor del descuento.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor del descuento, la unidad de la tasa está expresada en meses y el tiempo está expresado en días, por lo tanto tenemos que realizar la conversión respectiva, la letra se vende 75 días antes de su vencimiento y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

$$D = \frac{48600(2\%)\left(\frac{75}{30}\right)}{1 + (2\%)\left(\frac{75}{30}\right)} = 2314.29$$

- b) El gerente del banco “Ya Fuiste” presenta una observación a una letra de \$ 10 890 que tuvo un descuento racional simple de \$ 287.45. Dicha letra fue descontada con una tasa de descuento simple anual de 13%, ahora dicho gerente necesita saber con cuántos meses de anticipación se descontó la letra?

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor de “n”, la unidad de la tasa está expresada en años por lo tanto el tiempo saldrá en años para luego convertirlo a meses y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

$$n = \frac{287.45}{(10890 - 287.45)(13\%)} = 0.21 \text{ años} \cong 3 \text{ meses}$$

Tasa variable

En este caso el valor nominal es constante, pero la tasa si varía.

$$D = S \left[1 - \frac{1}{1 + j_1 n_1 + j_2 n_2 + \dots} \right]$$

EJEMPLO

- a) Un pagaré de \$ 8 900 vence el 12 de noviembre se descontará en un banco el 01 de agosto del mismo año, en la fecha de descuento se aplicará una TNM de 2%, la cual cambiará a una TNC de 3.9% a partir del 05 de setiembre y a una TNS de 6.5% a partir del 20 octubre. Calcule el descuento racional simple que se efectuará a dicho pagaré.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor del descuento, la unidad de la tasa varía, el tiempo está en días, por lo tanto tenemos que realizar las conversiones necesarias y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

$$D = 8900 \left[1 - \frac{1}{1 + 2\% \frac{35}{30} + 3.9\% \frac{45}{120} + 6.5\% \frac{23}{180}} \right] = 393.54$$

1.1.2. Descuento racional compuesto

El descuento racional compuesto corresponde a la diferencia entre el valor nominal de un título valor y su respectivo valor presente, cuyo proceso para cada periodo de descuento consiste en deducir del valor nominal un importe determinado (descuento) y disminuir su valor nominal. Sobre este nuevo importe se repite la operación para el nuevo periodo de descuento y así sucesivamente durante todo el plazo de la operación hasta la fecha en que debe recibirse el valor presente del título valor.

El descuento racional compuesto efectuado sobre un valor futuro produce el mismo resultado que el interés compuesto aplicado sobre su respectivo valor presente, por lo tanto existe perfecta reversibilidad entre sus variables.

El descuento racional compuesto al igual que el interés compuesto trabaja con tasa efectiva, las unidades del tiempo y la tasa tienen que ser las mismas, en caso contrario se hace la respectiva conversión de unidades.

Para el descuento racional compuesto se tiene en cuenta que existen casos con tasa constante, tasa variable y tasa capitalizable.

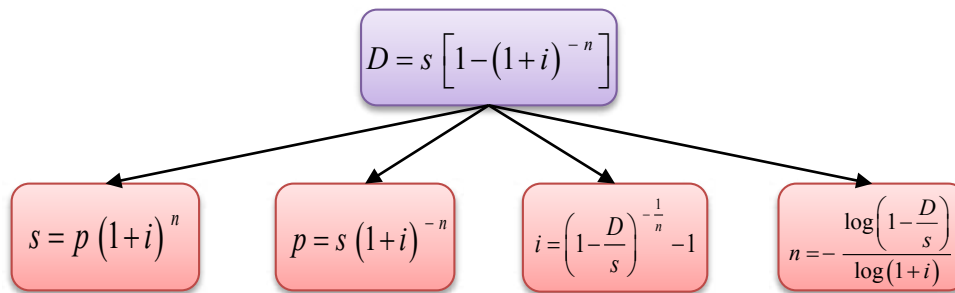
Tasa constante

En este caso la tasa siempre va a permanecer constante no puede sufrir variaciones.

$$D = S - P$$

$$D = S - S(1+i)^{-n}$$

$$D = S \left[1 - (1+i)^{-n} \right]$$



EJEMPLOS

- a) La empresa "Unión SRL" descontó una letra de 18 500 umel 05 de octubre con una TES de 6%. Calcule el importe del descuento racional compuesto que se efectuó a dicha letra, si tenía como fecha de vencimiento el 31 de diciembre del mismo año.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor del descuento, la unidad de la tasa está expresado en semestres y la del tiempo está en días, por lo tanto tenemos que realizar la conversión y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

$$D = 18500 \left[1 - (1 + 6\%)^{-\frac{87}{180}} \right] = 513.75$$

- b) EL Sr. Iván Trucios descontó un pagaré de \$ 25 600 con una tasa de descuento compuesta quincenal de 0.5%. Calcule el importe que abonó el banco en su cuenta corriente, si dicho documento se vendió con 4 trimestres de anticipación

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor presente, la unidad de la tasa está expresada en quincenas y la del tiempo está en trimestres, por lo tanto tenemos que realizar la conversión y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

$$P = 25600(1 + 0.5\%)^{-48} = 20149.72$$

Tasa variable

En este caso el valor nominal es constante, pero la tasa si varía.

$$D = S \left[1 - \frac{1}{(1+i_1)^{n_1} \cdot (1+i_2)^{n_2} \dots} \right]$$

EJEMPLO

- a) Una empresa descontó el 01 de julio un pagaré de S/. 15 899.00 y con vencimiento dentro de 150 días en un banco que aplica una tasa vencida de interés nominal que cambiará conforme al siguiente cronograma:

TASA	A PARTIR DEL
TEM 1.5%	01/07
TEA 13.8%	17/09
TEQ 0.06%	30/10

Se requiere calcular el descuento racional compuesto que se aplicará al pagaré.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor del descuento racional compuesto, las unidades de las tasas están expresadas en varias unidades y la de los tiempos están en días, por lo tanto tenemos que realizar las diferentes conversiones y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

$$D = 15899 \left[1 - \frac{1}{(1 + 1.5\%)^{\frac{78}{30}} \cdot (1 + 13.8\%)^{\frac{43}{360}} \cdot (1 + 0.06\%)^{\frac{29}{15}}} \right] = 855.51$$

Tasa capitalizable

En este caso la tasa tiene que ser una tasa nominal que capitaliza “m” veces.

$$D = S \left[1 - \left(1 + \frac{j}{m} \right)^{-n} \right]$$

EJEMPLO

- a) Una persona posee una letra de 25 000um que vence el 05 de agosto, por falta de liquidez, dicha persona decide vender el documento a un banco, el 02 de mayo del mismo año, con una TNA de 18% capitalizable bimestralmente. Calcule el importe del descuento racional compuesto que se efectuó al valor nominal de la letra.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor del descuento, la tasa es una TNA que capitaliza bimestralmente, por lo tanto “m” asume el valor de 6, porque en un año hay 6 bimestres. El tiempo está en días, entonces estos días tenemos que convertirlos a bimestres.

$$D = 25000 \left[1 - \left(1 + \frac{18\%}{6} \right)^{-\frac{95}{60}} \right] = 1143.08$$

1.2. Descuento bancario

Al momento de efectuar el descuento, se utiliza una tasa de interés distinta a la tasa que originó el valor nominal del título valor. El descuento racional utiliza la tasa anticipada.

1.2.1 Descuento bancario simple

El descuento bancario simple es el producto del valor nominal del título-valor por la tasa anticipada nominal y por el número de periodos que faltan para el vencimiento del descuento.

Para el descuento bancario simple se tiene en cuenta que existen casos con tasa constante y tasa variable.

Tasa constante

En este caso la tasa siempre va a permanecer constante no puede sufrir variaciones.

$$D = S d n$$

D = Descuento
 S = Valor nominal
 d = Tasa de descuento
 n = Tiempo

EJEMPLOS

- a) Una letra de cambio cuyo valor nominal es 9875um es descontado en una entidad financiera faltando 4 meses para su vencimiento. Se requiere conocer el importe del descuento bancario simple efectuado a dicho documento sabiendo que se aplicó una tasa de interés adelantada de 13.5% TNA.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor del descuento, la unidad de la tasa está expresado en años y la del tiempo está en meses, por lo tanto tenemos que realizar la conversión y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

$$D = 9875(13.5\%) \left(\frac{4}{12} \right) = 444.38$$

- b) Calcule la tasa anticipada cuatrimestral de descuento bancario simple aplicado a un pagaré cuyo valor nominal era de S/. 15 700.00 y su descuento fue S/. 1 071.50. Dicho documento se descontó 6 meses antes de su vencimiento.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor de la tasa, la unidad del tiempo está expresada en meses y nos piden una tasa cuatrimestral, por lo tanto tenemos que realizar la conversión y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

$$d = \frac{1071.50}{15700 \left(\frac{6}{4} \right)} = 4.549893843\%$$

Tasa variable

En este caso el valor nominal es constante, pero la tasa si varía.

$$D = S(d_1 n_1 + d_2 n_2 + \dots) \quad P = S \left[1 - (d_1 n_1 + d_2 n_2 + \dots) \right]$$

EJEMPLOS

- a) La Sra. Emperatriz Cajas requiere conocer el importe que le depositará el banco por el descuento bancario simple de un pagaré de 12 589um, que se realizará el 12 de abril y vencerá el 01 de agosto del mismo año. En ese plazo se aplicarán las siguientes tasas nominales como descuento:

TASA	A PARTIR DEL
Semestral 6%	12/04
Mensual 2.5%	25/06

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor presente, las unidades de las tasas están expresadas en diferentes unidades, años y la de los tiempos están en días, por lo tanto tenemos que realizar las diferentes conversiones y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

$$P = 12589 \left[1 - \left(6\% \times \frac{74}{180} + 2.5\% \times \frac{38}{30} \right) \right] = 11879.82$$

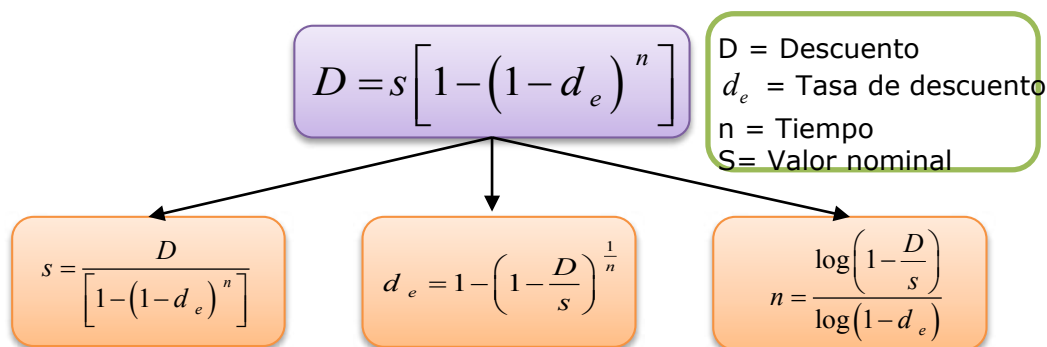
1.2.2 Descuento bancario compuesto

El descuento bancario compuesto es una sucesión de operaciones de descuento bancario simple, en las que después de la primera, su valor líquido se constituye en el valor nominal de la siguiente, y así sucesivamente hasta llegar a la fecha del descuento.

Para el descuento bancario compuesto se tiene en cuenta que existen casos con tasa constante, tasa variable y tasa capitalizable.

Tasa constante

En este caso la tasa siempre va a permanecer constante no puede sufrir variaciones.



EJEMPLOS

- a) Un título-valor de \$ 15 000 y que tiene como fecha de vencimiento el 15 de setiembre se descuenta en un banco el 01 de junio del mismo año con una TET anticipada de 3.6%. Se requiere calcular el importe del descuento bancario compuesto y el valor líquido percibido.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor del descuento y el valor líquido, la unidad del tiempo está expresada en días y la tasa está en trimestres, por lo tanto tenemos que realizar la conversión y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

$$D = 15000 \left[1 - \left(1 - 3.6\% \right)^{\frac{106}{90}} \right] = 633.94$$

$$\text{Valor líquido} = 14366.06$$

- b) Una persona descontó una pagaré de 18 095um con una tasa efectiva anticipada mensual de 1.85%, dicha tasa generó un descuento de 701um. ¿Con cuánto tiempo de anticipación se descontó el documento?

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el tiempo, la unidad de la tasa está expresada en meses, por lo tanto la respuesta será en meses, ya que en la pregunta no nos especifican en que unidades se tiene que hallar el tiempo.

$$n = \frac{\log \left(1 - \frac{701}{18095} \right)}{\log(1 - 1.85\%)} = 2 \text{ meses}$$

Tasa variable

En este caso el valor nominal es constante, pero la tasa si varía.

$$D = S \left[1 - \left(1 - d_1 \right)^{n_1} \cdot \left(1 - d_2 \right)^{n_2} \dots \right] \quad P = S \left[\left(1 - d_1 \right)^{n_1} \cdot \left(1 - d_2 \right)^{n_2} \dots \right]$$

EJEMPLOS

- a) Calcule el descuento bancario compuesto que se efectuará a un pagaré de S/. 9 050.00 que vencerá el 01 de noviembre y será descontada por un banco el 01 de julio, del mismo año, con una TEA fue 13%, la cuál cambiará a una TEQ del 1.5% a partir del 25 de setiembre y a una TEC del 3.55% a partir del 05 de octubre.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor del descuento, la unidad del tiempo está expresada en días y las tasas están en diferentes unidades, por lo tanto tenemos que realizar las conversiones necesarias y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

$$D = 9050 \left[1 - \left(1 - 13\% \right)^{\frac{86}{360}} \cdot \left(1 - 1.5\% \right)^{\frac{10}{15}} \cdot \left(1 - 3.55\% \right)^{\frac{27}{120}} \right] = 454.08$$

Tasa capitalizable

En este caso la tasa tiene que ser una tasa nominal que capitaliza "m" veces.

$$D = S \left[1 - \left(1 - \frac{d_n}{m} \right)^n \right]$$

EJEMPLO

- a) La empresa "Motores SAC" descontó una letra de \$ 24 890 en un banco cuando faltaban 270 días para su vencimiento. Se requiere conocer el importe del descuento bancario compuesto que efectuó el banco al aplicar como tasa de descuento una TNA de 13% capitalizable mensualmente.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor del descuento, la tasa es una TNA que capitaliza mensualmente, por lo tanto "m" asume el valor de 12, porque en un año hay 12 meses. El tiempo está en días, entonces estos días tenemos que convertirlos a meses.

$$D = 24890 \left[1 - \left(1 - \frac{13\%}{12} \right)^{\frac{270}{30}} \right] = 2324.23$$

1.3. Equivalencia entre la tasa vencida y la anticipada

La tasa de interés vencida es aquella que genera intereses al final de cada periodo de capitalización, y es a la que más estamos acostumbrados. La tasa anticipada es aquella que genera intereses al principio de cada periodo de capitalización.

Si le pedimos prestado al banco \$100 a 12 meses con una tasa interés vencida que capitaliza mensualmente, entonces el primer pago de estos intereses se reconocerán al final del primer mes. Sin embargo si esta tasa fuera anticipada el primer pago de intereses se llevaría a cabo en el momento mismo en el cual nos prestan el dinero.

1.3.1. Descuento simple

$$j = \frac{d_n}{1 - d_n n} \quad d_n = \frac{j}{1 + j n}$$

j = Tasa nominal
vencida
d_n = Tasa nominal
anticipada

EJEMPLO

- a) El Sr. Mike Nakers descontó un pagaré de \$ 10 000.00 cuando faltaban 3 meses para su vencimiento y el descuento bancario simple fue \$ 1 500.00, con una tasa nominal anticipada de 5% mensual. ¿Qué TNM vencida debe aplicarse para obtener el mismo importe del descuento, pero con un descuento racional simple?

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor de la TNM vencida, por lo tanto reemplazamos los datos en "j".

$$j = \frac{5\%}{1 - 5\% \times 3} = 5.882352941\%$$

Esto significa que si aplicamos una tasa anticipada de 5%, el equivalente de su tasa vencida es 5.882352941%

1.3.2. Descuento compuesto

$$i = \frac{d_e}{1 - d_e} \quad d_e = \frac{i}{1 + i}$$

i = Tasa efectiva vencida
d_e = Tasa efectiva anticipada

EJEMPLO

- a) El descuento bancario compuesto efectuado a un pagaré de S/. 10 000.00, cuando faltaban 9 meses para su vencimiento fue S/. 890.65, con una tasa efectiva anticipada de 3.6% mensual. ¿Qué TEM vencida debe aplicarse para obtener el mismo importe del descuento, pero con un descuento racional compuesto?

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor de la TEM vencida, por lo tanto reemplazamos los datos en "i".

$$i = \frac{3.6\%}{1 - 3.6\%} = 3.734439834\%$$

Esto significa que si aplicamos una tasa efectiva anticipada de 3.6%, el equivalente de su tasa efectiva vencida es 3.734439834%

2. SISTEMA NO BANCARIO

Se refiere a los descuentos que se aplican en el sistema comercial.

2.1. Descuento comercial

Es usual encontrar este tipo de descuento que quizás sea el más común y corriente en cada operación cotidiana que realizamos; al comprar un bien se solicita un descuento sobre el precio de dicho bien o de lo contrario existen ofertas aplicando descuentos que implantan las empresas para obtener mayores ventas; en cualquiera de los casos los descuentos siempre disminuyen el valor nominal del bien.

2.1.1. Descuento comercial unitario

Es el resultado de aplicar por una sola vez una tasa de descuento sobre el precio de venta de un determinado producto.

$$D = pv(d)$$

D = Descuento

Pv = Precio de venta

$$PR = pv(1 - d)$$

d = Tasa de descuento

PR = Precio rebajado

2.1.2. Descuento comercial sucesivo

Cuando se aplican diferentes tasas sucesivas de descuento comercial, el primero sobre el precio original del producto y los siguientes sobre los precios ya rebajados

$$D = pv[1 - (1 - d_1)(1 - d_2) \dots (1 - d_n)]$$

$$PR_n = pv[(1 - d_1)(1 - d_2) \dots (1 - d_n)]$$

$$d = [1 - (1 - d_1)(1 - d_2) \dots (1 - d_n)]$$

EJEMPLOS

- a) Un determinado artículo para automóviles cuesta S/. 125.00, pero existe una oferta con un descuento del 12.5% sobre el precio total si se compra 2 o más de estos artículos. Una persona decide comprar 2 unidades de estos artículos. Determine el valor del descuento y cuánto es el importe a pagar.

Solución:

$$S = 2 \times 125 = 250$$

$$D = 250 \times 12.5\% = 31.25$$

$$PR = 250 - 31.25 = S/. 218.75$$

El descuento es S/. 31.25

El precio a pagar es S/. 218.75

- b) La empresa “Deporte mundial SAC” está ofreciendo cierto artículo con tres descuentos sucesivos de 8%, 12% y 20%, determine la tasa única de descuento.

Solución:

$$d = \left[1 - (1 - 8\%)(1 - 12\%)(1 - 20\%) \right] = 35.232\%$$



LECTURA SELECCIONADA N.º 3

Leer apartado: Más control sobre descuentos con tarjeta de crédito (p. 1)

Ramírez (2011). *Más control sobre descuentos con tarjeta de crédito*. p.1. Disponible en el aula virtual.



ACTIVIDAD FORMATIVA N.º 3

Instrucción: Resuelve cada uno de los siguientes ejercicios.

1. Calcule el descuento racional simple, si nos entregaron un efectivo de \$ 3 600 sabiendo que se aplicó una TNA de 5% y que vencía dentro de 85 días.
2. Halle el valor nominal por el cual deberá aceptarse un pagaré que vence el 05 de junio, si dicho pagaré será sometido a un descuento racional simple el 17 de abril del mismo año, en un banco que aplica una TNA de 11% y el descontante requiere que se le abone S/. 15 890.00 en la fecha de descuento.
3. Halle la TNM que se aplicó para descontar una letra de 3 485um, si tuvo un descuento racional simple de 162.30um y fue descontada 200 días antes de su vencimiento.
4. Una letra de cambio con valor nominal de S/. 12 569.00 que fue girada el 13 de mayo y descontada el 18 de junio por un banco con una TEA de 8.95% tiene como fecha de vencimiento el 12 de agosto del mismo año. Calcule:
 - El importe del descuento racional compuesto
 - El importe que abonó el banco en la cuenta corriente del descontante
5. Una letra de cambio de S/. 12 560.50 fue descontada cuando faltaban 2 meses para su vencimiento. El documento tuvo un descuento compuesto de S/. 980.00. Halle la tasa de descuento trimestral que se aplicó en el documento.
6. Una letra de \$ 6 000 fue descontada con una TES de 6.05% obteniéndose un descuento de \$ 455. ¿Con cuántos quincenas anticipadas de descontó el documento?
7. Una letra de cambio de 6 895um y que tiene como fecha de vencimiento el 22 de diciembre, se descuenta en un banco el 19 de octubre del mismo año, con una tasa anticipada nominal de 11% anual. Se requiere calcular el importe del descuento bancario simple que se efectuó al valor nominal de la letra.
8. Determine el valor nominal de un pagaré, cuyo descuento bancario simple fue S/. 1 000.00, con una tasa anticipada nominal de descuento simple de 1.65% mensual. La fecha de descuento del pagaré fue el 16 de julio y su fecha de vencimiento el 18 de noviembre del mismo año.
9. ¿Con cuántos meses de anticipación se descontó un pagaré de S/. 20 567.00, con una tasa anticipada nominal mensual de 1.05%, si su descuento bancario simple fue S/. 1 890.00.

10. Una letra de 9 751um y que tiene como fecha de vencimiento el 20 de junio, se descuenta en un banco el 11 de marzo del mismo año, con una tasa anticipada efectiva de 10% anual. Se requiere calcular el importe del descuento bancario compuesto que se efectuó.
11. Calcule la tasa anticipada efectiva mensual de descuento bancario compuesto aplicada a un pagaré cuyo valor nominal fue \$ 24 310.00 y su descuento fue \$ 1 985.00 en un periodo de 100 días.
12. ¿Por cuánto valor nominal deberá aceptarse un pagaré que vence el 01 de setiembre?, si el pagaré será sometido al descuento bancario simple el 28 de julio del mismo año, en un banco que aplica una tasa anticipada efectiva de 3% trimestral y el descontante requiere que le sea abonado un valor líquido de S/. 9 090.00 en la fecha del descuento.



GLOSARIO DE LA UNIDAD II

E

Efectivo

Dinero en forma de billetes y monedas para el pago inmediato de bienes o servicios. (Condusef, 2009)

Emisor

Es la organización, empresa o institución que emite valores, obligaciones o acciones para obtener recursos de los inversionistas. (Condusef, 2009)

Estado de cuenta

Documento emitido por las instituciones financieras que contiene el registro de todas las operaciones efectuadas en un periodo de tiempo: cargos, abonos, comisiones, intereses y saldo. Su característica principal es que se envía para la consideración del titular de la cuenta, quien debe analizarlo y poder estar –o no- de acuerdo con lo que se informa. (Condusef, 2009)

G

Garantía

Bien o título de propiedad que asegura el cumplimiento de una obligación. Es el respaldo con el cual una persona –al solicitar un crédito, préstamo o concesión– asegura el cumplimiento de los pagos. Las instituciones financieras analizan las garantías que presenta el solicitante para protegerse contra riesgos y pérdidas, permitiendo así el flujo más eficiente del crédito. (Condusef, 2009)

Grupo financiero

Agrupación de intermediarios financieros, legalmente autorizados, que operan de forma integrada bajo el compromiso de seguir políticas comunes y responder conjuntamente por sus pérdidas. (Condusef, 2009)

H

Historial crediticio

Es un reporte escrito que contiene el registro de todos los créditos que ha solicitado una persona, cómo y cuándo los ha pagado, se denomina Reporte de Crédito Especial. (Condusef, 2009)

I

Intermediario financiero

Conjunto de instituciones especializadas en mediar entre ahorradores, usuarios del crédito e inversionistas que compran activos en los mercados financieros. (Condusef, 2009)

O

Obligación

Es un título de crédito, nominativo o al portador, emitido con o sin garantía por las empresas o por el gobierno, y representa una parte de la deuda que emite para recabar capital. (Condusef, 2009)

Orden de pago

Es una transferencia entre sucursales bancarias, muy común en el comercio. En el proceso intervienen una orden, una entidad emisora, una pagadora y un beneficiario. (Condusef, 2009)

P

Pago

Cantidad de dinero que se entrega por adquirir un bien o servicio; también se entiende como la liquidación total o parcial de una deuda. (Condusef, 2009)



BIBLIOGRAFÍA DE LA UNIDAD II

Aliaga, C. (2004). *Manual de Matemática Financiera*. Lima: Editorial Universidad del Pacífico.

Álvarez, A. (2003). *Matemática financiera*. Bogotá: Editorial Mc Graw Hill.

Ayres, F. (2001). *Matemática Financiera*. Bogotá: Editorial Mc Graw Hill.

Court, A. (2009). *Matemática Financiera*. Lima: Cengage Learning.

Di Vincenzo, O. (2001). *Matemática financiera*. Buenos Aires: Editorial Kapelusz.

Vidaurri, H. (2008). *Matemática Financiera*. México: Mc Graw Hill.



AUTOEVALUACIÓN N.º 2

Instrucciones:

A continuación tienes ejercicios propuestos, los cuales deberás desarrollarlos con la intención de prepararte para rendir un buen producto académico.

1. Calcule la TEB que se aplicó a S/. 7 210.00, el cual durante el plazo comprendido entre el 01 de mayo y el 20 de octubre del mismo año, produjo un interés compuesto de S/. 900.00.
2. Cierta capital se depositó en un banco el 06 de enero con una TEA de 7.05%, dicha tasa cambió a una TES 4.01 % el 15 de marzo y volvió a cambiar a una TEB de 1.5% a partir del 19 de junio. Se requiere calcular con cuánto se inició dicho depósito, si se obtuvo un monto compuesto de 5 723.50um y la cuenta se canceló el 05 de setiembre.
3. ¿Qué capital se convertirá en un monto de \$ 22 135.00 en el plazo de 270 días, si ese capital devenga una TNA de 8.05% capitalizable mensualmente?
4. Se apertura una cuenta de ahorros con S/. 11 000.00, el cuál durante el plazo comprendido entre el 05 de febrero y el 01 de agosto del mismo año, produjo un interés compuesto de S/. 741.00. Halle la TET que se aplicó en dicha cuenta de ahorros.
5. Una persona debe pagar S/. 12 000.00 el día de hoy. Propone a su acreedor saldar la deuda efectuando un pago de S/. 6 900.00 dentro de tres meses y dos pagos iguales, efectuando el primero dentro de 5 meses y el otro dentro de 8 meses, si la tasa pactada es TEA de 12%. Determine el valor de cada pago, si la fecha focal es el mes 6.
6. Calcule la TNT que se aplicó en una operación de descuento, si recibimos S/. 8 590.00. El valor nominal del documento era de S/. 9 020.00 y faltaban 3 meses para su vencimiento
7. Una letra de cambio que tiene un valor nominal de S/. 9 500.00 se descontó en un banco cuando faltaban 125 días para su vencimiento. Se requiere conocer el importe del descuento racional compuesto que efectuó dicho banco, si aplicó como tasa de descuento una TEA de 12.5%.
8. Un determinado pagaré será sometido a un descuento racional compuesto. La tasa a aplicar es una TET de 3.5% y se depositará S/. 25 890.00 en la cuenta del cliente. Halle el valor nominal del documento, si el descuento se efectuó el 12 de junio y el vencimiento del mismo era el 20 de noviembre del mismo año.
9. El 14 de abril una empresa efectuó un descuento en un banco de un pagaré de S/. 7 000.00 y fecha de vencimiento el 14 de julio del mismo año. Calcule el valor líquido que abonó el banco en la cuenta corriente de la empresa el 14 de abril, con una tasa anticipada nominal de descuento bancario simple de 16% anual.
10. ¿A cuántos meses se descontó un pagaré con valor nominal de S/. 12 345.00, con una tasa anticipada efectiva mensual de 1.8%, si su descuento fue S/. 9 86.00?

UNIDAD III

SERIES UNIFORMES



DIAGRAMA DE PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD III



ORGANIZACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

Resultado de aprendizaje de la Unidad III:

Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de calcular el monto y el valor presente de las anualidades aplicando las diversas fórmulas.

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES
Tema N.º 1: TASAS EN EL SISTEMA FINANCIERO 1 Tasa de interés 2 Conversión de tasas - De tasa nominal a tasa nominal - De tasa nominal a tasa efectiva - De tasa efectiva a tasa efectiva - De tasa efectiva a tasa nominal 3 Tasa compensatoria y moratoria 4 Tasa explícita e implícita Tema N.º 2: SERIES UNIFORMES (ANUALIDADES) 1 Anualidad - Elementos de la anualidad - Anualidad vencida - Monto o valor futuro - Valor presente - Anualidad anticipada - Monto o valor futuro - Valor presente - Anualidad diferida - Monto o valor futuro - Valor presente - Anualidad diferida vencida - Anualidad diferida anticipada - Anualidad perpetua - Monto o valor futuro - Valor presente - Anualidad perpetua vencida - Anualidad perpetua anticipada - Anualidad perpetua diferida - Valor presente - Anualidad perpetua diferida vencida - Anualidad perpetua diferida anticipada	Interpreta las tasas de interés y efectúa liquidaciones de intereses conforme a las normas del sistema financiero. Relaciona los problemas económicos financieros con la teoría de rentas, mediante la aplicación de factores financieros. Actividad N.º 4-5 Los estudiantes desarrollan ejercicios de aplicación de tasas en el sistema financiero y de series uniformes en distintos casos de aplicación real.	El profesor propicia la participación en clase y orienta los debates entre estudiantes, promueve a descubrir errores y plantear soluciones, así como la realización de trabajos en equipo.



Diapositivas elaboradas por el docente:

Lectura seleccionada 4:

¿Cuáles son las verdaderas tasas de interés de los productos financieros.

Lectura seleccionada 5:

Empezó "Renta dignidad" para ancianos.



TEMA N.º 1: TASAS EN EL SISTEMA FINANCIERO

Para iniciar el presente tema, se tiene presente que el tasas en el sistema financiero es un tema muy importante debido a su aplicación en el siguiente tema que es series uniformes; por esta razón es que para realizar este tema los conocimientos deben estar bien afianzados.

1. TASA DE INTERÉS (I):

Es la razón de variación de un determinado valor final con respecto a su valor original.



$$i = \frac{C_n - C_0}{C_0}$$

$$i = \frac{C_n}{C_0} - 1$$

$$i = \frac{C_n}{C_0} - 1$$

EJEMPLOS

- a) La empresa de transporte “Perú Carreteras” nos informa que sus ventas en el mes de enero fueron de S/. 154 891.00 y las ventas del mes de febrero fueron S/. 120 765.00. Determine en que porcentaje varió sus ventas.

Solución:

En el siguiente ejercicio vamos a determinar el porcentaje de variación de febrero con respecto a enero, no nos olvidemos que la respuesta final tenemos que multiplicarla por 100.

$$i = \frac{120765}{154891} - 1 = -22.03\%$$

La ventas del mes de febrero disminuyeron en 22.03% con respecto al mes de enero.

- b) La empresa “Los Reyes del pisco SAC” registró el 31 de diciembre ingresos de S/. 1 095 127.50 por concepto de ventas, dicho ingreso representa un incremento del 26% con respecto al año anterior. Halle el ingreso reportado el año anterior.

Solución:

En el siguiente ejercicio vamos a determinar el ingreso reportado el año anterior, en otras palabras no pidan hallar el C_0 de la fórmula.

$$26\% + 1 = \frac{1095127.50}{x}$$

$$x = 869148.81$$

Tabla 1. Clasificación de tasas de interés

CLASIFICACIÓN DE TASAS	
Vencida Anticipada	Según se aplique al valor presente de un capital o al valor futuro de un título valor
Activa Pasiva	Según las operaciones de colocación y captación respectivamente
Nominal y Proporcional Efectiva y Equivalente	De acuerdo con el número de periodos de tiempo
Compensatoria Moratoria	Por la contraprestación del uso del dinero e indemnización por incumplimiento
TAMN;TAMEX;TIPMN;TIPMEX	Según el tipo de moneda
Discreta; Continua	Por el tipo de capitalización
Explícita; Implícita	De acuerdo con su participación o no en la operación

Fuente: Aliaga (2004).

2. CONVERSIÓN DE TASAS

Para realizar las diversas conversiones de tasas utilizaremos el método de los días.

2.1 De tasa nominal a tasa nominal (tasa proporcional)

Una tasa nominal con un plazo de tiempo determinado puede expresarse en otro plazo de tiempo de menor o mayor magnitud, por ejemplo la TNA puede expresarse en una TNM.

$$T.Pr o porcional = \frac{j}{m}$$

EJEMPLOS

- a) Convertir una TNT de 4.8% en una TNS

Solución:

Nos piden hallar la tasa nominal semestral, el dato es TNT (en un trimestre hay 90 días) y nos piden hallar la TNS (en un semestre hay 180 días), por lo tanto "m" se obtienen de dividir 90/180, j es el porcentaje del dato y luego reemplazamos en la fórmula.

$$TNS = \frac{3.8\%}{90/180} = 7.6\%$$

- b) Calcule la tasa proporcional bimestral si la TNA es 15%

Solución:

Nos piden hallar la tasa nominal bimestral, el dato es TNA (en un año hay 360 días) y nos piden hallar la TNB (en un bimestre hay 60 días), por lo tanto "m" se obtienen de dividir 360/60, j es el porcentaje del dato y luego reemplazamos en la fórmula.

2.2. De tasa nominal a tasa efectiva

La tasa efectiva (i) es la verdadera tasa de rendimiento que se utiliza en una operación financiera, es por esta razón que toda tasa nominal debe expresarse en una tasa efectiva.

$$i = \left(1 + \frac{j}{m} \right)^n - 1$$

$m = \text{Número de capitalizaciones}$
 $n = \frac{\text{plazo de la tasa efectiva en días}}{\text{periodo capitalizable en días}}$

EJEMPLOS

- a) Convertir una TNC de 2.75% capitalizable mensualmente en una TEM

Solución:

En este ejercicio nos solicitan hallar la TEM, j es el porcentaje del dato, m es 4 (en un cuatrimestre hay 4 meses) y n es 30/30 (nos piden TEM, en un mes hay 30 días, la TNC capitaliza mensualmente, en un mes hay 30 días)

$$TEM = \left(1 + \frac{2.75\%}{4} \right)^{\frac{30}{30}} - 1 = 0.6875\%$$

- b) ¿Qué tasa efectiva debe aplicarse a un capital de 12000um, colocado en un banco durante 3 semestres con una TNA de 13.5% capitalizable bimestralmente?

Solución:

En este ejercicio nos solicitan hallar la TE(3S), j es el porcentaje del dato, m es 6 (en un año hay 6 bimestres) y n es 540/60 (nos piden TE(3s), en 3 semestres hay 540 días, la TNA capitaliza bimestralmente, en un bimestre hay 60 días)

$$TE(3S) = \left(1 + \frac{13.5\%}{6} \right)^{\frac{540}{60}} - 1 = 22.17148425\%$$

2.3. De tasa efectiva a tasa efectiva

Una tasa efectiva (i) puede expresarse en otra tasa efectiva (i') con diferente plazo, dos tasas efectivas con diferentes plazos son equivalentes cuando producen valores iguales.

$$i' = (1 + i)^n - 1$$

EJEMPLOS

- a) La Calcule la tasa equivalente mensual, si la TEC es 5% señorita Juana Chávez

Solución:

Nos piden hallar la tasa efectiva mensual (en un mes hay 30 días) y el dato es TEC (en un cuatrimestre hay 120 días), "n" se obtiene de dividir 30/120 e i es el porcentaje de la tasa que nos dan como dato.

$$TEM = (1 + 5\%)^{\frac{30}{120}} - 1 = 1.227223443\%$$

- b) Una persona solicita un préstamo de \$ 25 800 que devenga una TEA del 14.8%, si este préstamo se utilizó solamente por 100 días, ¿qué tasa efectiva debe aplicarse para ese periodo de tiempo?

Solución:

Nos piden hallar una tasa efectiva para 100 días, el dato es TEA (en un año hay 360 días), "n" se obtiene de dividir 100/360 e i es el porcentaje de la tasa que nos dan como dato.

$$TE(100d) = (1 + 14.8\%)^{\frac{100}{360}} - 1 = 3.908368162\%$$

2.4. De tasa efectiva a tasa nominal

Una tasa efectiva (i) puede convertirse en una tasa nominal (j) siempre y cuando esta última capitalice "m" veces.

$$j = \left[(1 + i)^{\frac{1}{n}} - 1 \right] m$$

EJEMPLO

- a) Calcule la TNT capitalizable mensualmente, equivalente a una TES de 4.75%

Solución:

En este ejercicio nos solicitan hallar la TNT que capitaliza mensualmente, m es 4 (en un trimestre hay 3 meses) y n es 180/30 (nos piden TES, en un semestre hay 180 días, la TNT capitaliza mensualmente, en un mes hay 30 días)

$$TNT = \left[(1 + 4.75\%)^{\frac{180}{30}} - 1 \right] 3 = 2.32931495$$

3. TASA COMPENSATORIA Y MORATORIA

La tasa de interés compensatoria es aquella tasa que constituye la contraprestación por el uso de un dinero ajeno.

La tasa de interés moratorio es la que paga todo cliente que ha obtenido un préstamo de una institución financiera e incumple en el pago a tiempo de las obligaciones contraídas (reembolso del capital e interés compensatorio).

Esta tasa se aplica sobre el monto que el pagador tenía que hacer en una fecha dada, o sea se calcula sobre la cuota que se debió cancelar, no se calcula sobre el saldo que tenía la deuda a esa fecha y es adicional a la tasa de interés compensatoria.

La fórmula que se utiliza para hallar el interés compensatorio y el moratorio es:

$$S = P + I$$

$$S - P = I$$

$$P(1+i)^n - P = I$$

$$P[(1+i)^n - 1] = I$$

$$I = P[(1+i)^n - 1]$$

EJEMPLO

- a) Aéreo Continente, una empresa envuelta en problemas financieros, obtiene un préstamo de \$ 35 000 para la inicial de un seguro de accidentes. Esta operación la realiza el 16 de mayo a una TEM de 2%, comprometiéndose a pagar 6 cuotas cada mes de \$6 248.40. Por los problemas conocidos, no abona la primera cuota en la fecha de cancelación, pero el 30 de junio del mismo año cancela esa deuda. Si tiene que pagar por la mora una TEM de 0.5%, calcule:
- a) ¿Cuál es el importe total a pagar por mora?
- b) ¿Cuál es el importe a pagar hasta ese momento?

Solución:

En el ejercicio, la fecha para pagar la primera cuota (\$6 248.40) es el 15 de junio, pero se cancela el 30 de junio, por lo tanto la cuota se canceló después de 15 días, entonces al 30 de junio existe el pago pendiente, el interés que éste genera y el interés por mora.

Cuota a pagar vencida: \$ 6248.40

$$\text{Interés compensatorio: } I = 6248.40 \left[(1 + 2\%)^{\frac{15}{30}} - 1 \right] = 62.17$$

$$\text{Interés Moratorio: } I = 6248.40 \left[(1 + 0.5\%)^{\frac{15}{30}} - 1 \right] = 15.60$$

- a) El importe total a pagar por mora es la suma del interés compensatorio con el interés moratorio, en este caso es \$ 77.77
- b) El importa a pagar el 30 de junio será de \$ 6 326.17

4. TASA EXPLÍCITA E IMPLÍCITA

La tasa explícita es la tasa anunciada en las operaciones financieras.

La tasa implícita no figura en la operación financiera, porque ya está incluida en el costo total cuando se adquiere algún producto al crédito. Para encontrar la tasa implícita usaremos la siguiente fórmula:

$$S = P(1+i)^n$$

$$\frac{S}{P} = (1+i)^n$$

$$\left(\frac{S}{P}\right)^{\frac{1}{n}} = 1+i$$

$$\left(\frac{S}{P}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 = i$$

$$i = \left(\frac{S}{P}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

EJEMPLO

- a) La señorita Marisa Matos desea comprar una laptop cuyo precio al contado es \$ 1899.00, pero como sus ahorros no le alcanzan para comprarlo al contado decide llevárselo al crédito, y su precio para pagarlo con una sola cuota dentro de 120 días es \$ 2450.00. Calcule la tasa implícita mensual cargada en esta operación.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar la tasa implícita, la unidad de la tasa que nos solicitan es mensual y el tiempo está en días por lo tanto tenemos que hacer la conversión y luego reemplazar los datos en la fórmula.

$$i = \left(\frac{2450}{1899}\right)^{\frac{1}{4}} - 1 = 6.58\%$$



LECTURA SELECCIONADA N.º 4

Leer apartado: ¿Cuáles son las verdaderas tasas de interés de los productos financieros? (p. 1)

Jimenez, R. (2016). ¿Cuáles son las verdaderas tasas de interés de los productos financieros? Disponible en <http://bit.ly/2fk5LpS>



ACTIVIDAD FORMATIVA N.º 4

Instrucción:

Resuelve cada uno de los siguientes ejercicios.

- Una determinada empresa tuvo en el presente año una producción de 12800 unidades de cierto artículo, lo que representa una disminución del 15% con respecto a la producción del año anterior. Determine la cantidad de unidades producidas el año anterior.
- Una compañía, al 30 de setiembre y 31 de octubre, registró ventas por S/. 32 100.00 y S/. 36 890.00 respectivamente. Su producción para el mismo periodo fue 4500 y 3820 unidades físicas. Al tomar como base el 31 de octubre, calcule la variación de ventas y producción.
- Calcule la tasa nominal proporcional trimestral, a partir de una TNA de 10%.
- Calcule la tasa nominal para 91 días, si la TNB es 1.35%.
- La empresa Unidos SAC, se prestó, del banco Universo, S/. 150 000.00 con una tasa del 3.85%. Dicho préstamo fue devuelto después de 60 meses. Halle la tasa proporcional, si dicho préstamo se hubiera devuelto después de 3 cuatrimestres.
- Calcule la TEA a partir de una TNA de 8.9% con capitalización anual.
- Calcule la TES a partir de una TNB de 1.85% con capitalización diaria.
- ¿En cuál de los bancos invertiría usted su dinero: en el banco ABC que ofrece el 26% con capitalización diaria o en el banco XYZ que ofrece el 27.5% capitalizable cada 28 días?
- ¿A qué TEQ debe colocarse un capital para obtener al final de un trimestre un monto igual si es que se hubiera colocado a una TEM de 0.8%.
- Se concedió un préstamo a 270 días, con una TES de 5% y se canceló 150 días después, ¿Qué tasa efectiva debe aplicarse por ese periodo?
- Una compañía sobregiró su cuenta corriente en S/. 8 000, del 05 de agosto al 12 de setiembre del mismo año. Para estos sobregiros, el banco cobra una TEA de 18.5%, ¿qué tasa efectiva debe aplicarse por este periodo?
- ¿Cuál es la TNA capitalizable trimestralmente, equivalente a una TEA de 9.60%?



13. ¿Cuál es la TNT capitalizable diariamente, equivalente a una TET de 2.05%?
14. Una empresa vende cierto producto al crédito a 60 días con una tasa efectiva bimestral de 9%. ¿Qué tasa nominal bimestral con capitalización mensual debe cargar al precio de contado?
15. Una persona solicita un préstamo de S/. 50 000.00, a una entidad financiera, por 3 años, dicha financiera acepta la solicitud con una TEA del 16%. La persona no pudo cancelar la deuda en la fecha pactada, pero lo cancela después de 40 días. Determine el monto a pagar y el interés moratorio, si la política de la entidad financiera es cobrar una TED de 0.05% de interés moratorio.



TEMA N.º 2: SERIES UNIFORMES (ANUALIDADES)

Para iniciar el presente tema, se tiene presente que es un tema muy importante y muy usado en el sistema financiero y sobre todo que es un tema necesario para el curso de finanzas.

1. ANUALIDAD

Una anualidad se define como una serie de pagos generalmente iguales realizados en intervalos de tiempo iguales. El término anualidad parece implicar que los pagos se efectúan cada año, sin embargo, esto no es necesariamente así, ya que los pagos pueden ser mensuales, quincenales, etcétera.

Son ejemplos de anualidades el cobro quincenal del sueldo, el pago mensual de un crédito hipotecario, los abonos mensuales para pagar una computadora comprada al crédito, el pago anual de la prima de un seguro, leasing o arrendamiento financiero, cuotas de seguro, etcétera.

1.1 Elementos de la anualidad

Renta (R)

Se usa para representar el flujo del dinero y el conjunto de rentas constituye la anualidad.

Periodo de renta

Es el tiempo transcurrido entre dos pagos sucesivos. El periodo de pago puede ser anual, semestral, mensual, etc.

Plazo de la anualidad

Es el tiempo que transcurre entre el inicio del primer periodo de pago y el final.

EJEMPLOS

- a) Una persona compra una laptop al crédito pagando 12 cuotas mensuales de S/. 220.00 cada una. Identifique la renta, la periodicidad y el plazo de la anualidad

Solución:

La renta (pago periódico o abono): S/. 220.00

La periodicidad (cada que tiempo se hace el pago): Mensual

Plazo de la anualidad: 12 pagos mensuales

- b) Un trabajador efectúa aportes de \$ 450.00 trimestralmente a una AFP durante sus últimos 8 años de actividad laboral. Identifique la renta, la periodicidad y el plazo de la anualidad.

Solución:

La renta (pago periódico o abono): \$ 450

La periodicidad: Trimestral

Plazo de la anualidad: 32 pagos trimestrales

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE UNA ANUALIDAD

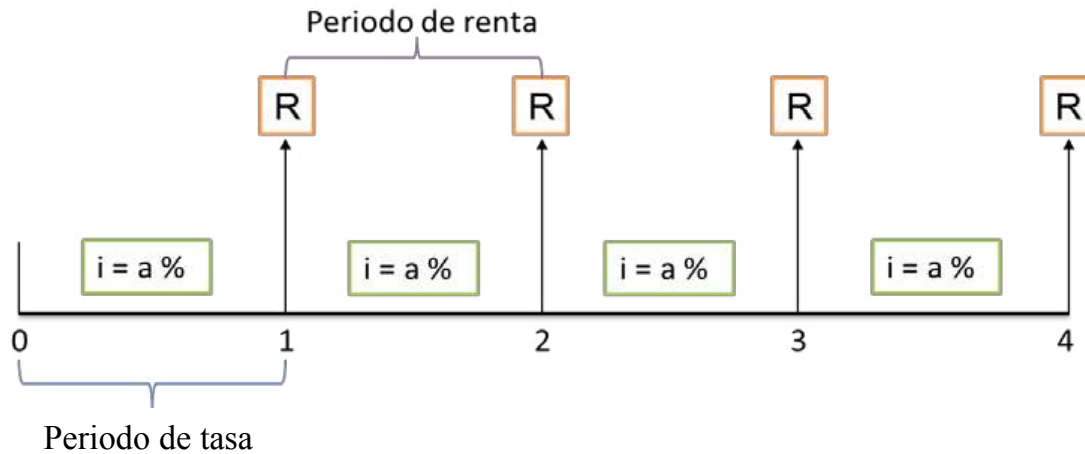
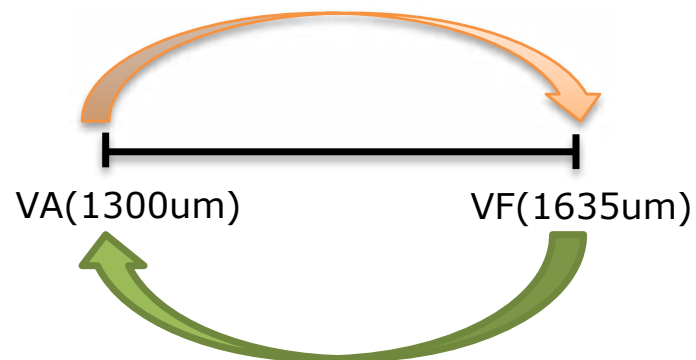


Figura 2. Representación gráfica de una anualidad
Fuente: Aliaga (2004).

Las rentas pueden capitalizarse (monto de una anualidad o valor futuro), descontarse (valor presente o valor actual de una anualidad).



CLASIFICACIÓN DE LAS ANUALIDADES

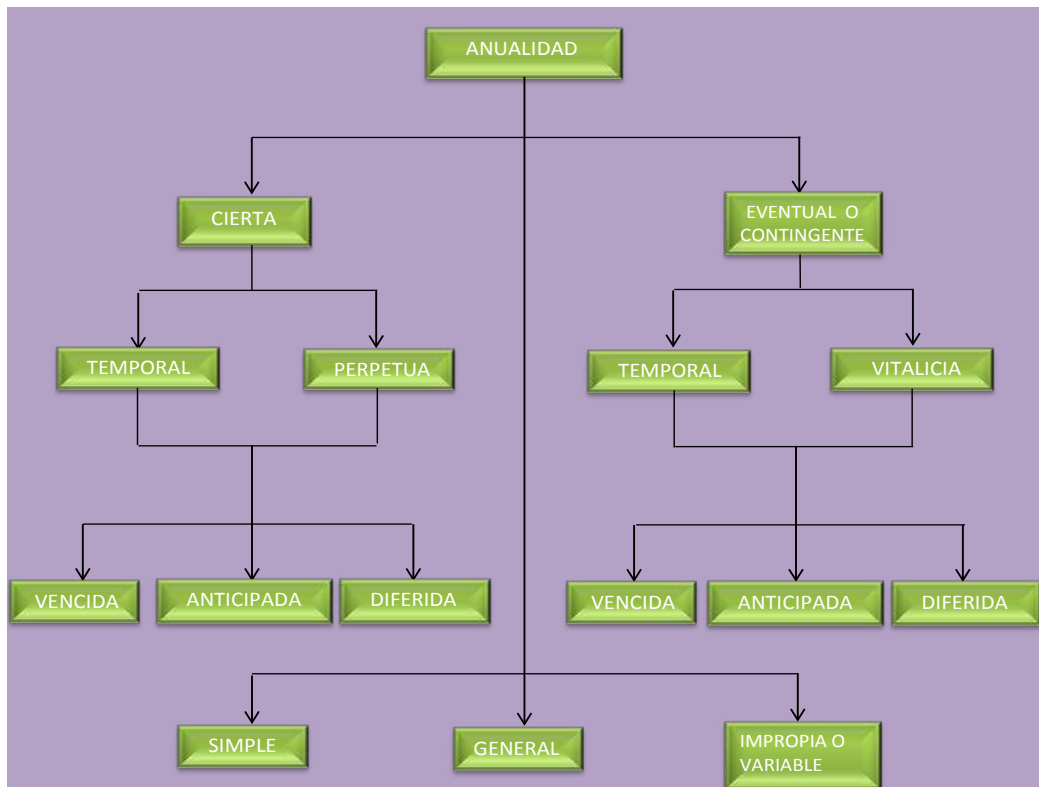


Figura 3. Clasificación de anualidades
Fuente: Aliaga (2004).

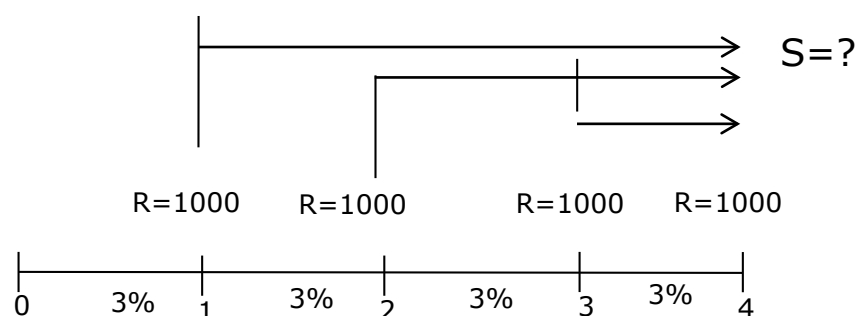
1.2. Anualidad vencida

Una anualidad es vencida cuando las rentas se inician al final de cada periodo de renta.

1.2.1 Monto o valor futuro de la anualidad vencida

Un conjunto de rentas pueden ser llevadas hacia el final del horizonte temporal de la anualidad, formando su respectivo monto o valor futuro.

Por ejemplo, si las rentas que constituyen el flujo de caja, del diagrama adjunto, necesitan ser trasladadas por equivalencia financiera al final del periodo 4, con una tasa del 3%, podríamos capitalizar cada flujo utilizando la fórmula: $S = P(1+i)^n$



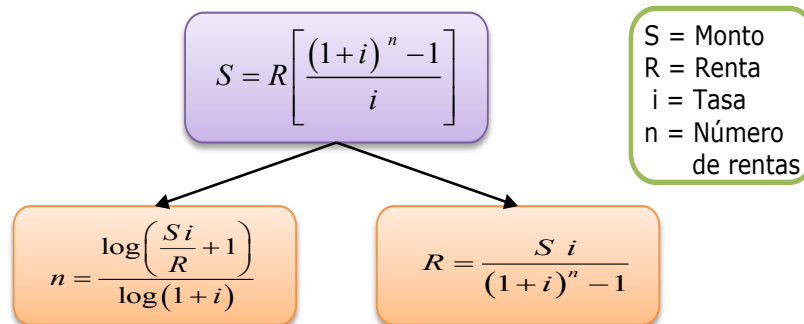
$$\text{RENTA 1: } 1000(1+3\%)^3 = 1092.73$$

$$\text{RENTA 2: } 1000(1+3\%)^2 = 1060.90 \quad \text{RENTA 3: } 1000(1+3\%)^1 = 1030.00$$

$$\text{RENTA 4: } 1000(1+3\%) = 1000.00$$

$$\text{MONTO O VALOR FUTURO: } 4183.63$$

Para evitar realizar todo este proceso, utilizamos la fórmula del monto de una anualidad vencida.



EJEMPLOS

- a) Un alumno de la universidad Continental está depositando S/. 250.00 cada fin de mes en una cuenta de ahorros que compensa estos depósitos con una TEM de 0.75%. Determine el monto que acumulará después de 3 años consecutivos.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el monto, la renta es S/. 250.00, la periodicidad es mensual y n es 36 (en un año se realizan 12 depósitos, por lo tanto en 3 años se realizarán 36 depósitos. Observamos que la periodicidad y la unidad de la tasa son las mismas, finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

$$S = 250 \left[\frac{(1+0.75\%)^{36} - 1}{0.75\%} \right] = 10288.18$$

Observación: Este tipo de ejercicios también se puede desarrollar utilizando la hoja de cálculo Excel.

En una celda escriba: =VF(y le saldrá: =VF(tasa,nper,pago,[va],[tipo]):

- **VF:** Es una función que calcula el valor futuro de una anualidad.
- **Tasa:** Es la tasa de interés que siempre debe estar expresada es función dela periodicidad.
- **nper:** Es el número que cuotas.
- **Pago:** Es el valor de la cuota que se paga. El valor siempre debe escribirse con signo negativo por ser salida de efectivo

Entonces reemplazamos los datos:

=VF(0.75%,36,-250), presionamos enter y la respuesta será 10288.18

- b) El Sr. Paúl Méndez desea acumular \$ 25 850 después de 4 años. El banco le ofrece compensar sus depósitos con una TEA de 8%. ¿Cuánto tendrá que depositar al final de cada bimestre para lograr acumular los \$ 25 850.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor de la renta, tengamos en cuenta que la periodicidad está en bimestres y la tasa es mensual, entonces tenemos que convertir la tasa mensual en tasa bimestral (se tienen que trabajar con todos los decimales de la nueva tasa), el valor del monto es 25850 y el valor de n es 24 (en un año se realizan 6 depósitos, por lo tanto es 4 años se realizarán 24 depósitos) y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

Convirtiendo la TEM en TEB

$$TEB = (1 + 8\%)^{\frac{60}{360}} - 1 = 1.290945696\%$$

Reemplazamos los datos en la fórmula

$$R = \frac{25850(1.290945696\%)}{(1 + 1.290945696\%)^{24} - 1} = 925.71$$

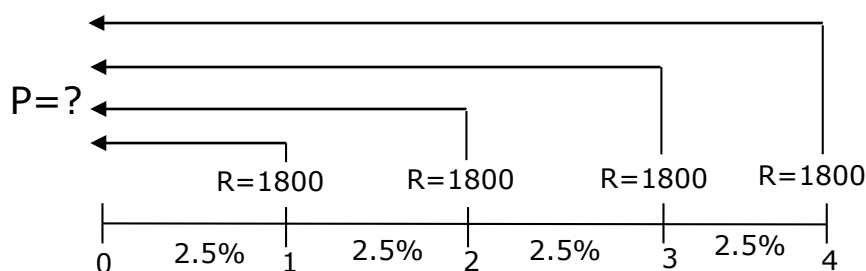
Observación: Este tipo de ejercicios también se puede desarrollar utilizando la hoja de cálculo Excel.

En una celda escriba: =PAGO(y le saldrá: =PAGO(tasa,nper,va,[vf]) y luego reemplaza los datos considerando al va igual a cero y el vf negativo.

1.2.2. Valor presente de la anualidad vencida

Un conjunto de rentas pueden ser llevadas hacia el momento inicial del horizonte temporal de la anualidad, formando su respectivo valor presente (precio al contado).

Por ejemplo, si las rentas que constituyen el flujo de caja, del diagrama adjunto, necesitan ser trasladadas por equivalencia financiera al momento 0, con una tasa del 2.5%, podríamos actualizar cada flujo utilizando la fórmula: $P = S(1+i)^{-n}$



RENTA 1: $1800(1 + 2.5\%)^{-1} = 1756.10$

RENTA 2: $1800(1 + 2.5\%)^{-2} = 1713.27$

RENTA 3: $1800(1 + 2.5\%)^{-3} = 1671.48$

RENTA 4: $1800(1 + 2.5\%)^{-4} = 1630.71$

VALOR PRESENTE: 6771.56

Para evitar realizar todo este proceso, utilizamos la fórmula del valor presente de una anualidad vencida.

$$P = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

P = Valor presente
 R = Renta
 i = Tasa
 n = Número de rentas

$$n = - \frac{\log\left(1 - \frac{Pi}{R}\right)}{\log(1+i)}$$

$$R = \frac{P \left[i(1+i)^n \right]}{(1+i)^n - 1}$$

EJEMPLOS

- a) Marco compra un televisor al crédito y tiene que cancelar S/. 252.00 cada fin de mes durante dos años con una TEC de 3.85%. ¿Cuánto habría pagado esa persona por el televisor si lo hubiera comprado al contado?

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor presente, tengamos en cuenta que la periodicidad está en meses y la tasa es cuatrimestral, entonces tenemos que convertir la tasa cuatrimestral en tasa mensual (se tienen que trabajar con todos los decimales de la nueva tasa), el valor de la renta es 252 y el valor de n es 24 (en un año se realizan 12 pagos, por lo tanto es 2 años se realizarán 24 pagos) y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

Convirtiendo la TEC en TEM

$$TEM = (1 + 3.85\%)^{\frac{30}{120}} - 1 = 0.9489079604\%$$

Reemplazamos los datos en la fórmula

$$P = 252 \left[\frac{(1 + 0.9489079604)^{24} - 1}{0.9489079604(1 + 0.9489079604)^{24}} \right] = 5386.03$$

Observación: Este tipo de ejercicios también se puede desarrollar utilizando la hoja de cálculo Excel.

En una celda escriba: =VA(y le saldrá: =VA(tasa,nper,pago,[vf],[tipo]) y luego reemplaza los datos considerando el pago negativo por ser salida de efectivo.

- b) La Sra Julia Nakasone solicitó un préstamo de 32 000um que devengó una TES de 6.35% y tendrá que pagar cuotas semestrales vencidas de 3 521um ¿Cuántas cuotas semestrales tendrá que pagar la Sra Julia?

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el número de cuotas semestrales, el valor presente es 32000, la renta es 3521, la periodicidad es semestral, la tasa es 6.35% y está en semestres, la periodicidad y el n están en las mismas unidades, por lo tanto no necesitamos hacer la conversión, finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

$$n = - \frac{\log\left(1 - \frac{32000(6.35\%)}{3521}\right)}{\log(1 + 6.35\%)} = 13.98 \approx 14$$

Observación: Este tipo de ejercicios también se puede desarrollar utilizando la hoja de cálculo Excel.

En una celda escriba: =nper(y le saldrá: =NPER(tasa,pago,va,[vf],[tipo]) y luego reemplaza los datos considerando el pago negativo por ser salida de efectivo y va positivo.

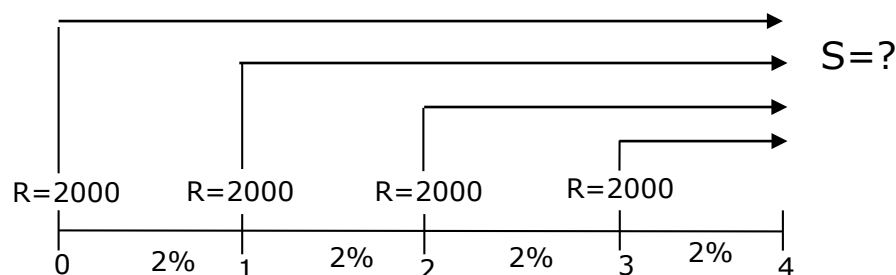
1.3. Anualidad anticipada

Una anualidad es anticipada cuando las rentas empiezan al inicio de cada periodo de renta.

1.3.1 Monto o valor futuro de la anualidad anticipada

Un conjunto de rentas pueden ser llevadas hacia el final del horizonte temporal de la anualidad, formando su respectivo monto o valor futuro.

Por ejemplo, si las rentas que constituyen el flujo de caja, del diagrama adjunto, necesitan ser trasladadas por equivalencia financiera al final del periodo 4, con una tasa del 2%, podríamos capitalizar cada flujo utilizando la fórmula: $S = P(1+i)^n$



RENTA 0: $2000(1+2\%)^4 = 2164.86$

RENTA 1: $2000(1+2\%)^3 = 2122.42$

RENTA 2: $2000(1+2\%)^2 = 2080.80$

RENTA 3: $2000(1+2\%)^1 = 2040.00$

MONTO O VALOR FUTURO: 8408.08

Para evitar realizar todo este proceso, utilizamos la fórmula del monto de una anualidad anticipada.

$$S = Ra(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$Ra = \frac{Si}{(1+i) \left[(1+i)^n - 1 \right]}$$

$$n = \frac{\log \left[\frac{Si}{Ra(1+i)} + 1 \right]}{\log(1+i)}$$

EJEMPLO

- a) Una persona desea depositar 9 899um al final de cada año en una cuenta de ahorros que paga una TEM de 0.5%. Determine el monto que acumulará, si se está pensando realizar estos depósitos durante 12 trimestres.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor del monto, tengamos en cuenta que la periodicidad está en años y la tasa es mensual, entonces tenemos que convertir la tasa mensual en tasa anual (se tienen que trabajar con todos los decimales de la nueva tasa), el valor de la renta es 9899 y el valor de n es 3 (en un año se realizan 4 depósitos, por lo tanto en 12 trimestres hay 3 años) y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

Convirtiendo la TEM en TEA

$$TEA = (1 + 0.5\%)^{\frac{360}{12}} - 1 = 6.167781186\%$$

Reemplazamos los datos en la fórmula

$$S = 9899(1 + 6.167781186\%) \left[\frac{(1 + 6.167781186\%)^3 - 1}{6.167781186\%} \right] = 33513.24$$

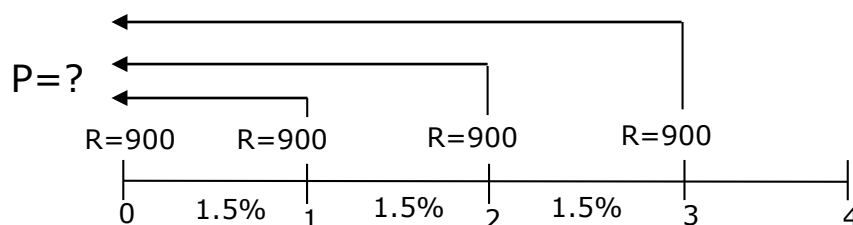
Observación: Este tipo de ejercicios también se puede desarrollar utilizando la hoja de cálculo Excel.

En una celda escriba: =vf(y le saldrá: =VF(tasa,nper,pago,[va],[tipo]), luego reemplaza los datos considerando a la tasa 6.167781186%, nper igual a 3, el pago igual -9899, va igual a cero y tipo igual a 1 (por ser anualidad anticipada).

1.3.2. Valor presente de la anualidad anticipada

Un conjunto de rentas pueden ser llevadas hacia el momento inicial del horizonte temporal de la anualidad, formando su respectivo valor presente (precio al contado).

Por ejemplo, si las rentas que constituyen el flujo de caja, del diagrama adjunto, necesitan ser trasladadas por equivalencia financiera al momento 0, con una tasa del 1.5%, podríamos actualizar cada flujo utilizando la fórmula: $P = S(1+i)^{-n}$



$$\text{RENTA 0: } 900(1+1.5\%)^0 = 900.00$$

$$\text{RENTA 1: } 900(1+1.5\%)^{-1} = 886.70$$

$$\text{RENTA 2: } 900(1+1.5\%)^{-2} = 873.60$$

$$\text{RENTA 3: } 900(1+1.5\%)^{-3} = 860.69$$

VALOR PRESENTE: 3520.99

Para evitar realizar todo este proceso, utilizamos la fórmula del valor presente de una anualidad anticipada.

$$P = Ra(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

$$Ra = \frac{P i (1+i)^n}{(1+i) [(1+i)^n - 1]}$$

$$n = - \frac{\log \left[1 - \frac{P i}{Ra(1+i)} \right]}{\log(1+i)}$$

EJEMPLO

- a) La Srta. María Labarthe solicitó un préstamo de \$ 28 500 para amortizarlo durante 4 años con pagos a inicios de cada mes. Halle el importe de la cuota uniforme por pagar, si el banco cobró una TET de 4.82%.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor del monto, tengamos en cuenta que la periodicidad está en años y la tasa es mensual, entonces tenemos que convertir la tasa mensual en tasa anual (se tienen que trabajar con todos los decimales de la nueva tasa), el valor de la renta es 9899 y el valor de n es 3 (en un año se realizan 4 depósitos, por lo tanto en 12 trimestres hay 3 años) y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

Convirtiendo la TET en TEM

$$TEM = (1 + 4.82\%)^{\frac{30}{90}} - 1 = 1.58152267\%$$

Reemplazamos los datos en la fórmula

$$Ra = \frac{(28500)(1.58152267\%)(1 + 1.58152267\%)^{48}}{(1 + 1.58152267\%) [(1 + 1.58152267\%)^{48} - 1]} = 838.56$$

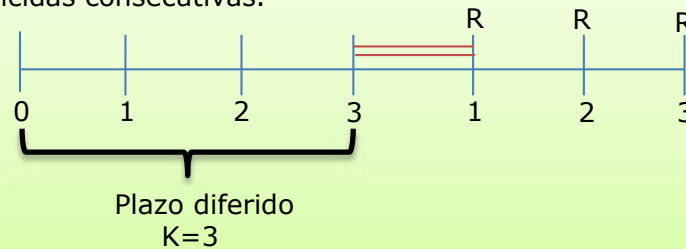
Observación: Este tipo de ejercicios también se puede desarrollar utilizando la hoja de cálculo Excel.

En una celda escriba: =pago(y le saldrá: =PAGO(tasa,nper,va,[vf],[tipo]), luego reemplaza los datos considerando a la tasa 1.58152267%, nper igual a 48, el va igual -28500, vf igual a cero y tipo igual a 1 (por ser anualidad anticipada).

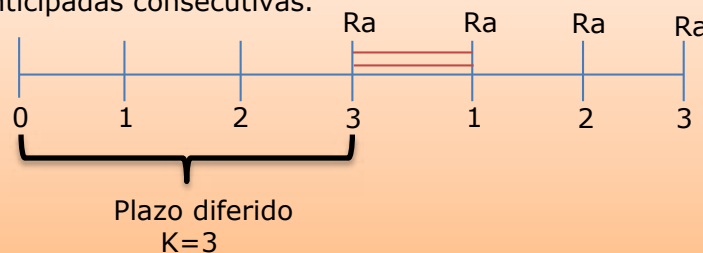
1.4. Anualidad diferida

Cuando las rentas se inician después de un determinado número de periodos de renta (plazo diferido), plazo en el cual el capital inicial se va capitalizando. Las rentas diferidas pueden ser, a su vez, vencidas y anticipadas.

Ejemplo: Dentro de 4 meses una persona percibirá 3 rentas vencidas consecutivas.



Ejemplo: Dentro de 3 meses una persona percibirá 4 rentas anticipadas consecutivas.



1.4.1. Monto o valor futuro de la anualidad diferida

El monto de la anualidad diferida es el mismo que corresponde al monto de la anualidad no diferida, sea esta vencida o anticipada, esto porque durante el plazo diferido no existen rentas.

1.4.2. Valor presente de la anualidad diferida

Un conjunto de rentas pueden ser llevadas hacia el momento inicial del horizonte temporal de la anualidad, formando su respectivo valor presente (precio al contado).

1.4.2.1. Anualidad diferida vencida

$$P = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \left[\frac{1}{(1+i)^k} \right]$$

K= plazo diferido

$$R = P(1+i)^k \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$n = \frac{\log \left[\frac{R}{R - Pi(1+i)^k} \right]}{\log(1+i)}$$

$$k = \frac{\log \left\{ \frac{R[(1+i)^n - 1]}{Pi(1+i)^n} \right\}}{\log(1+i)}$$

EJEMPLO

- a) Fransheska compra un determinado artículo al crédito para cancelarlo en 8 meses. El valor de cada cuota

vencida es \$ 195.50 con una TEM de 2.09%. ¿Cuánto pagará de intereses, si paga la primera cuota lo cancela 3 meses después de haber realizado la compra?

Solución:

En el ejercicio primero tenemos que hallar el valor al contado del artículo, tengamos en cuenta que la periodicidad está en meses y la tasa también es mensual, entonces no tenemos que hacer la conversión, el valor de la renta es 195.50, el valor de n es 8 y el valor de k es 2, luego reemplazamos los datos en la fórmula.

Los intereses se obtendrán de restar el pago total por comprarlo al crédito menos el precio al contado de dicho artículo.

$$P = 195.50 \left[\frac{(1 + 2.09\%)^8 - 1}{(2.09\%)(1 + 2.09\%)^8} \right] \left[\frac{1}{(1 + 2.09\%)^2} \right] = 1368.78$$

Por comprar dicho artículo al crédito pagamos: $195.50 \times 8 = 1564.00$

El precio al contado del artículo es 1368.78

INTERESES = $1564.00 - 1368.78 = 195.22$

1.4.2.2. Anualidad diferida anticipada

$$P = Ra(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \left[\frac{1}{(1+i)^k} \right]$$

$$Ra = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \left[\frac{(1+i)^k}{1+i} \right]$$

$$n = \frac{\log \left[\frac{Ra}{Ra - Pi(1+i)^{k-1}} \right]}{\log(1+i)}$$

$$k = \frac{\log \left\{ \frac{Ra[(1+i)^n - 1]}{Pi(1+i)^{n-1}} \right\}}{\log(1+i)}$$

EJEMPLO

- a) Rosse deposita S/. 25800 con la intención de percibir una renta anticipada mensual de S/. 950 durante 48 meses consecutivos. Calcule el número de periodos diferidos mensuales a partir del cual podrá percibirse la renta antes mencionada, si el banco compensa este depósito con una TEM de 1.02%.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el plazo diferido en meses (k), tengamos en cuenta que la periodicidad está en meses y la tasa también es mensual, entonces no tenemos que hacer la conversión, el valor de la renta es 950, el valor de la tasa es 1.02%, el valor de n es 48 y el valor de P es 25800, luego reemplazamos los datos en la fórmula.

$$k = \frac{\log \left\{ \frac{950[(1 + 1.02\%)^{48} - 1]}{25800(1.02\%)(1 + 1.02\%)^{47}} \right\}}{\log(1 + 1.02\%)} = 28.58 \cong 29 \text{ meses}$$

1.5. Anualidad perpetua

Anualidad compuesta por un conjunto de rentas que se generan y distribuyen en un horizonte temporal que tiende al infinito.

1.5.1. Monto o valor futuro de la anualidad perpetua

La anualidad perpetua tiende al infinito y para hallar el monto necesitamos una fecha focal o sea una fecha determinada en el futuro, por lo tanto en esta clase de anualidades no se puede determinar el monto.

1.5.2. Valor presente de la anualidad perpetua

Un conjunto de rentas pueden ser llevadas hacia el momento inicial del horizonte temporal de la anualidad, formando su respectivo valor presente (precio al contado).

1.5.2.1. Anualidad perpetua vencida

$$P = \frac{R}{i}$$

EJEMPLO

- a) Una persona apertura una cuenta de ahorros con \$ 48 000 con la intención que produzca una renta infinita quincenal vencida de \$ 250. Calcule la TEB con la que trabaja dicha entidad financiera.

Solución:

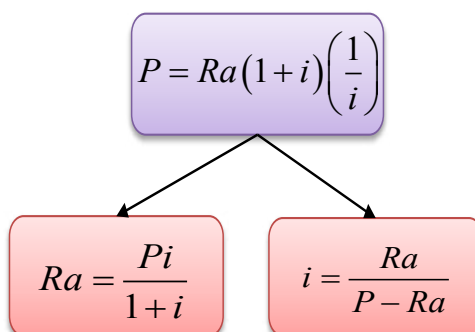
En el ejercicio tenemos que hallar el valor de la TEB, tengamos en cuenta que la periodicidad está en quincenas, por lo tanto la respuesta de la tasa será en quincenas, el valor de P es 48000 y la renta es 250, finalmente la tasa quincenal lo convertiremos en una tasa bimestral.

$$TEQ = \frac{250}{48000} = 0.5208333333\%$$

Convirtiendo la TEQ en TEB

$$TEB = \left(1 + 0.5208333333\%\right)^{\frac{60}{15}} - 1 = 2.099665963\%$$

1.5.2.2. Anualidad perpetua anticipada



EJEMPLO

- a) La "ONG Estudiemos decentemente" decide apoyar a una escolita donando a perpetuidad S/. 50 000.00

al inicio de cada año. La asociación de padres de familia de dicha escuela depositan dichas donaciones en una entidad financiera con una TEM de 0.65%. Calcule el valor presente de dichas donaciones.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor presente, tengamos en cuenta que la periodicidad está en años y la tasa está en meses, por lo tanto tenemos que realizar la conversión, el valor de la renta es 50000, finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

Convirtiendo la TEM en TEA

$$TEA = (1 + 0.65\%)^{\frac{360}{30}} - 1 = 8.084981037\%$$

Reemplazamos los datos en la fórmula

$$P = 50000(1 + 8.084981037\%) \left(\frac{1}{8.084981037\%} \right) = 668430.64$$

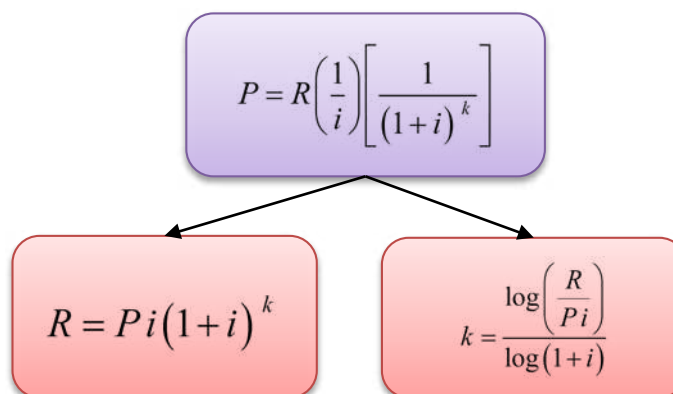
1.6. Anualidad perpetua diferida

Anualidad compuesta por un conjunto de rentas que se generan y distribuyen en un horizonte temporal que tiende al infinito cuyas rentas se inician después de un determinado número de periodos de renta.

1.6.1. Valor presente de la anualidad perpetua

Un conjunto de rentas pueden ser llevadas hacia el momento inicial del horizonte temporal de la anualidad, formando su respectivo valor presente (precio al contado).

1.6.1.1. Anualidad perpetua diferida vencida



EJEMPLO

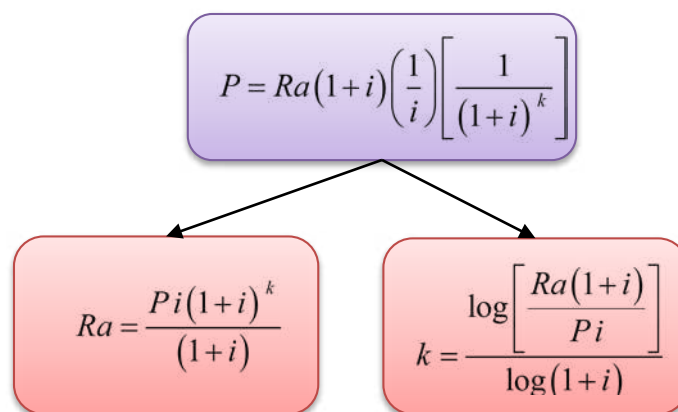
- a) El dueño de la empresa “Backus SAC” recibirá dentro de 4 años una utilidad neta a fin de cada trimestre y será en forma indefinida. Calcule el valor de estas utilidades, si el valor presente de estas es 1 245 980.05 calculada con una TET de 2.05%.

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor de la renta, tengamos en cuenta que la periodicidad está en trimestres y la tasa también está en trimestres, por lo tanto no tenemos que realizar la conversión, el valor de P es 1245980.05, el valor de la tasa es 2.05%, el valor de k es 3 y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

$$= 1245980.05 (2.05\%) (1 + 2.05\%)^3 = 27145.88$$

1.6.1.2. Anualidad perpetua diferida anticipada



EJEMPLO

- a) El albergue “Niños Felices” recibirá una donación anual de 56 000um de forma indefinida, los cuales se percibirán a inicios de cada año. El valor presente de dichas donaciones será de 420 736.29um porque las donaciones se depositarán en un banco con una TEA de 10%. ¿Después de cuántos años se recibirá la primera donación?

Solución:

En el ejercicio tenemos que hallar el valor de k, tengamos en cuenta que la periodicidad está en años y la tasa también está en años, por lo tanto no tenemos que realizar la conversión, el valor de P es 420736.29, el valor de la tasa es 10%, el valor de Ra es 56000 y finalmente reemplazamos los datos en la fórmula.

$$k = \frac{\log \left[\frac{56000(1+10\%)}{420736.29(10\%)} \right]}{\log(1+10\%)} = 4$$



LECTURA SELECCIONADA N.º 5

Leer apartado: Empezó “renta dignidad” para ancianos (p. 8)

Jornadanet.com (Febrero, 2008). Morales inició pago de Renta Dignidad con ingresos petroleros de las regiones. *Morales Inició Pago de Renta Dignidad Con Ingresos Petroleros de Las Regiones*. La Paz. Disponible en <http://www.jornadanet.com/n.php?a=6114-1>



ACTIVIDAD FORMATIVA N.º 5

Instrucción: Resuelve cada uno de los siguientes ejercicios.

1. ¿Qué monto se acumulará en una cuenta de ahorros, si a fin de mes y durante 20 meses consecutivos se depositaron S/. 1 020.00, por los que se percibirá una TEM de 0.65%?
2. Una persona realiza aportes de S/. 8 65.90 cada fin de mes y quiere acumular un monto de S/. 52 000.00, ¿durante cuántos meses deberá aportar dicha cantidad, si esta percibe una TEM de 0.85%?
3. ¿Cuál será la cuota constante por pagar por un préstamo bancario de S/. 15 000.00, que debe amortizarse durante dos años con cuotas mensuales vencidas, si el préstamo genera una TNA de 12.35% capitalizable bimestralmente?
4. ¿Con cuántas cuotas constantes trimestrales vencidas de S/. 950.00 podrá amortizarse un préstamo de S/. 23 560.00 que devenga una TET de 3.75%?
5. Una persona deposita imposiciones mensuales de S/. 940.00 durante 4 años consecutivos. El banco compensa estos depósitos con una TEM de 0.65%. ¿Cuánto tendrá dicha persona en su cuenta de ahorros al finalizar los cuatro años?
6. Calcule el importe de la imposición mensual que al cabo de 15 meses permitirá acumular S/. 2 300.00 con una TET de 3.35%.
7. Se alquila un local comercial por 60 meses con pagos anticipados de S/. 1 850.00 cada uno. ¿Cuál es el valor actual del contrato de arriendo con una TEM de 1.05%?
8. Un automóvil se puede comprar a crédito mediante 48 cuotas mensuales anticipadas de S/. 1 050.00. Si la tasa de interés es del 13,5% capitalizable trimestralmente, halle el valor de contado del automóvil.
9. En la fecha se deposita en un banco S/. 9 432.00 que devenga una TEC de 2.07% con el objeto de retirar dentro de 6 años una renta trimestral anticipada de S/. 1 925.00. ¿Cuántos retiros podrán realizarse?
10. Si hoy se efectúa un depósito de S/. 10 000.00 en un banco, calcule el número de periodos diferidos mensuales para percibir una renta mensual anticipada de S/. 1 000.00 durante 12 meses. Aplique una TEM de 2%.
11. Calcule el valor presente de una anualidad de rentas mensuales uniformes vencidas de S/. 1 000.00, por percibir después de seis meses y durante el plazo de un año, utilice una TEM de 0.7%.
12. Una persona compra una laptop mediante el pago de 12 mensualidades vencidas sucesivas de S/. 195.00 cada una, pagando la primera cuota 3 meses después de la compra. ¿Cuánto pagará de intereses, si le

cobran una TEM de 2.35%?

13. Una persona decidió abrir una cuenta con S/. 8 985.00 con una TEA de 7.9% para poder retirar indefinidamente una renta uniforme mensual cada 30 días. Halle el importe de la renta uniforme mensual anticipada.
14. Un colegio emblemático recibirá por parte del estado, una donación de S/. 51 490.00 a inicios del año escolar y en forma indefinida, pero después de haber transcurrido 16 semestres a partir de la firma del acuerdo. Halle el valor presente de la donación con una TET de 1.85%.
15. Una universidad decide donar a perpetuidad S/. 5 000 cada fin de semestre, si dichas donaciones se depositarán en un banco con una TEM de 0.52%, halle el valor presente de dichos depósitos, si la primera donación se realizará después de tres años.



GLOSARIO DE LA UNIDAD III

P

Pagaré

Es un documento que obliga al deudor a cubrir cierta cantidad que ha de abonarse en un tiempo determinado, una promesa incondicional de pagar determinada suma de dinero dentro de un plazo preciso. El pagaré es un compromiso efectivo, un título de crédito, una forma simple de contraer obligaciones y derechos. (Condusef, 2009)

Pensión

Es la compensación económica permanente que recibe un trabajador retirado por parte de instituciones de seguridad social o negocios financieros especializados, como las administradoras de fondos de pensiones. (Condusef, 2009)

Póliza

Documento público que certifica la existencia de un contrato y sus cláusulas. Generalmente, se refiere al contrato con aseguradoras. (Condusef, 2009)

Precio

Es la valoración de un bien o servicio en unidades monetarias u otro instrumento de cambio. El precio puede ser fijado libremente por el mercado a través de la ley de la oferta y demanda, o ser fijado por el gobierno, lo cual se llama precio controlado. (Condusef, 2009)

Préstamo

Dinero que obtiene una persona de otra, o un organismo de otro, para devolverlo en un determinado tiempo y generalmente lleva asociado un pago adicional llamado interés. (Condusef, 2009)

Prima de seguro

Es la cantidad de dinero que paga un asegurado a la compañía de seguros a cambio de la cobertura y protección de un riesgo: es el costo del seguro. (Condusef, 2009)

Q

Queja

Es uno de los derechos que tiene el usuario para presentar una reclamación respecto a un producto o servicio financiero que haya contratado. Las instituciones financieras están obligadas a contar con una Unidad Especializada que tenga por objeto atender las reclamaciones de los usuarios. (Condusef, 2009)

Quiebra

Es un proceso judicial de ejecución forzosa cuando una empresa se declara en insolvencia definitiva porque su activo patrimonial es inferior a sus pasivos. La quiebra tiene que declararse por un juez y sirve para liquidar el patrimonio del deudor y pagar las deudas a los acreedores. (Condusef, 2009)

R

Reestructura de deuda

Es la modificación de las condiciones establecidas de un crédito, para beneficio del deudor, cuando éste manifiesta a la institución su incapacidad de cumplir con las condiciones pactadas, o bien, porque desea aprovechar nuevas condiciones del mercado financiero que le favorezcan. (Condusef, 2009)

Rédito

Renta o ganancia que produce un capital. Se usa como sinónimo de interés. (Condusef, 2009)



BIBLIOGRAFÍA DE LA UNIDAD III

- Aliaga, C. (2004). *Manual de Matemática Financiera*. Lima: Editorial Universidad del Pacífico. Álvarez, A. (2003). *Matemática financiera*. Bogotá: Editorial Mc Graw Hill.
- Ayres, F. (2001). *Matemática Financiera*. Bogotá: Editorial Mc Graw Hill.
- Condusef. (2009). *Su dinero. Revista de Educación Financiera*. México, N.º 110
- Court, A. (2009). *Matemática Financiera*. Lima: Cengage Learning. Di Vincenzo, O. N. (2001). *Matemática financiera*. Buenos Aires: Editorial Kapelusz.
- Ramírez, D. (2008). Empezó 'renta dignidad' para ancianos. *El Diario La Prensa*.
- Vidaurre, H. (2008). *Matemática Financiera*. México: Mc Graw Hill.



AUTOEVALUACIÓN N.º 3

Instrucciones: A continuación tienes ejercicios propuestos, los cuales deberás desarrollarlos con la intención de prepararte para rendir un buen producto académico.

1. Calcule, una persona solicitó un préstamo de S/. 5 000.00 y después de 100 días le cobraron una tasa de interés simple de 2.40%. ¿Cuánto le habrían cobrado, si el préstamo hubiese sido solo por 80 días?
2. Se requiere determinar la tasa efectiva que debe aplicarse a un préstamo de S/. 2 000, que se concedió el 5 de mayo y se canceló el 10 de junio del mismo año. El banco que concedió el préstamo aplica una TNA de 36% capitalizable bimestralmente.
3. Calcule la TET a partir de una TES de 4%.
4. Se otorga un préstamo de S/. 17 000.00 con una TEM de 2.5% para que se devuelva después de 30 meses. Dicha deuda se cancela 50 días después de su fecha de vencimiento y el banco aplica una TED de 0.08% de interés moratorio. Determine el monto a pagar y el interés moratorio.
5. Una persona hizo un préstamo de \$. 5 500.00 para cancelarlo con cuotas vencidas mensuales iguales de \$. 800.00 La tasa de interés pactada fue del 2% mensual, ¿cuál fue el plazo?
6. Calcule el importe del depósito uniforme anticipado anual necesario para acumular un valor futuro de S/. 9 234.00 en el plazo de 4 años, si éstos depósitos percibirán una TEC de 3%.
7. El restaurante Garzón estará terminado dentro de un año, fecha a partir de la cual se proyecta por 10 años tener ingresos netos mensuales vencidos de 2000u. Calcule el valor presente de esos flujos con una TEA de 20%.
8. Una persona deposita \$ 37 407.31 con la intención de disponer después de haber transcurrido dos años, una renta mensual al comienzo de cada mes, durante los siguientes 5 años. Calcule el valor de esta renta, si el capital depositado devenga una TEM de 0.86%.
9. Con el objeto de apoyar los trabajos de investigación que realiza una Universidad, una fundación decidió donar a perpetuidad S/. 20 000.00, al final de cada año lectivo. Calcule el valor presente de dicha donación con una tasa de interés equivalente a una TET de 3.2%.
10. La municipalidad provincial de Huancayo recibirá del Gobierno Regional una donación indefinida de S/. 15 500.00 a inicios de cada año. Este dinero se deposita al banco generando un valor presente de S/. 165 000.05 con una TEA del 7.8%. ¿Después de cuántos bimestres se hace la primera donación?

UNIDAD IV

AMORTIZACIÓN, DEPRECIACIÓN Y EVALUACIÓN DE INVERSIONES

 DIAGRAMA DE PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD IV



ORGANIZACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

Resultado de aprendizaje de la Unidad IV:

Al finalizar la unidad, el estudiante será capaz de elaborar y analizar las tablas de amortización, depreciación y cálculo de VAN y TIR utilizando modelos financieros.

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES
Tema N.º 1: Amortización 1 Fondo de amortización • Cuotas vencidas • Cuotas anticipadas 2 Amortización de deudas • Cuotas vencidas • Cuotas anticipadas Tema N.º 2: Depreciación 1 Línea recta 2 Unidades producidas 3 Suma de dígitos 4 Fondo de amortización Tema N.º 3: Evaluación de inversiones 1 VAN 2 TIR	Elabora y analiza las tablas de amortización con modelos e indicadores financieros. Elabora y analiza las tablas de depreciación y evaluación de proyectos de inversión con modelos e indicadores financieros. Actividad N.º 6-7 Los estudiantes desarrollan ejercicios de aplicación de amortización, de depreciación y evaluación de inversiones en distintos casos de aplicación real.	El profesor propicia la participación en clase y orienta los debates entre estudiantes, promueve a descubrir errores y plantear soluciones, así como la realización de trabajos en equipo.



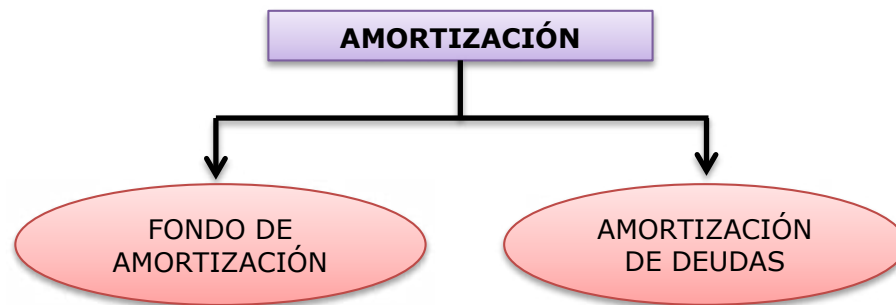
Diapositivas elaboradas por el docente:

Lectura seleccionada 6:

Renta Los “sabios” alemanes proponen un pacto europeo de amortización de la deuda.

TEMA N.º 1: AMORTIZACIÓN

Para iniciar el presente tema, se tiene presente que la amortización es un tema muy utilizado en el sistema financiero; por esta razón es que para realizar este tema los conocimientos deben estar bien afianzados.



1. FONDO DE AMORTIZACIÓN

Una suma de dinero que se va acumulando con el fin de obtener un determinado monto se llama fondo de amortización. El fondo de amortización generalmente se genera invirtiendo cantidades iguales al principio o al final de periodos iguales; esto significa que el valor futuro del fondo, al final de cierto tiempo, corresponde al monto de una anualidad anticipada o vencida.

Los fondos de amortización se establecen con el fin de pagar una deuda que vence en fecha futura, como la compra de equipo nuevo que sustituya al equipo depreciado u obsoleto, para los fondos de jubilación, etc.

1.1. Fondo de amortización con cuotas vencidas

En este caso las cuotas tienen que ser depositadas al final del periodo establecido.

$$S = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \quad \longrightarrow \quad R = \frac{Si}{(1+i)^n - 1}$$

EJEMPLO

- a) En un plazo de 4 meses se necesita acumular un fondo de S/. 10 000 con cuotas mensuales vencidas uniformes. Prepare la tabla de acumulación si el fondo devenga una TEM de 1%. Determine también el interés devengado por las cuotas del fondo.

Solución:

En el siguiente ejercicio vamos a preparar la tabla y también determinar el total de intereses devengados.

En primer lugar observamos que la tasa está en meses y la periodicidad es mensual, por lo tanto no necesitamos hacer la conversión, luego hallamos el valor de la cuota (renta) y finalmente preparamos la tabla.

$$R = \frac{10000(1\%)}{(1+1\%)^4 - 1} = 2462.81$$

- Los Int. Dev. (intereses devengados): Se hallan multiplicando el fondo anterior por la tasa 1%, por ejemplo en K=3: $4950.25 \times 1\% = 49.50$
- El fondo se halla sumando el fondo anterior más (C+Int. Dev.), por ejemplo en K=3: $4950.25 + 2512.31 = 7462.56$

K	N.º	CUOTA	INT. DEV	C+INT DEV	FONDO
0					
1	1	2462.81	0.00	2462.81	2462.81
2	2	2462.81	24.63	2487.44	4950.25
3	3	2462.81	49.50	2512.31	7462.56
4	4	2462.81	74.63	2537.44	10000.00
TOTAL		9851.24	148.76		

1.2. Fondo de amortización con cuotas anticipadas

En este caso las cuotas tienen que ser depositadas al inicio del periodo establecido.

$$S = Ra(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \quad \longrightarrow \quad Ra = \frac{Si}{(1+i) \left[(1+i)^n - 1 \right]}$$

EJEMPLO

- a) En un plazo de 360 días se necesita acumular un fondo de S/. 30 000.00 con cuotas trimestrales anticipadas uniformes. Prepare la tabla de acumulación, si el fondo devenga una TET de 2%. Determine también el interés devengado por las cuotas del fondo.

Solución:

En el siguiente ejercicio vamos a preparar la tabla y también determinar el total de intereses devengados. En primer lugar observamos que la unidad de la tasa es trimestral y la unidad de la periodicidad está en trimestres, por lo tanto no necesitamos hacer la conversión, luego hallamos el valor de la cuota (renta), y finalmente preparamos la tabla.

$$Ra = \frac{30000(2\%)}{(1+2\%) \left[(1+2\%)^4 - 1 \right]} = 7135.99$$

Para completar el cuadro se sigue el mismo proceso que el fondo de amortización con cuotas vencidas.

K	N.º	CUOTA	INT. DEV	C+INT DEV	FONDO
0	1	7135.99	0.00	7135.99	7135.99
1	2	7135.99	142.72	7278.71	14414.70
2	3	7135.99	288.29	7424.29	21838.99
3	4	7135.99	436.78	7572.77	29411.76
4			588.24	588.24	30000.00
TOTAL		28543.97	1456.03		

2. AMORTIZACIÓN DE DEUDAS

Muchas deudas se liquidan mediante un pago único en la fecha de vencimiento; sin embargo es común que los créditos se contraten para pagarlos mediante abonos o pagos parciales, en este caso se dice que el préstamo se amortiza.

El pago de una deuda se lleva a cabo de tal manera que la cantidad destinada a reducir el capital aumenta gradualmente, es decir, se tiene una *amortización gradual* y los abonos son siempre iguales. En este caso, el abono se calcula mediante la fórmula del valor presente de una anualidad que normalmente, es vencida. Cada abono efectuado se divide en dos partes: en primer lugar se pagan los intereses adeudados al momento en que se efectúa el pago y el resto se aplica a disminuir el capital. Como cada pago reduce el capital, los intereses que se pagan en cada periodo van disminuyendo; por tanto, resulta evidente que la amortización gradual de una deuda se lleva a cabo calculando los intereses sobre el saldo insoluto.

En los diferentes sistemas de cada pago, cuota o servicio, una parte se aplica a cubrir el interés generado por la deuda; si la cuota es mayor que el interés, la diferencia disminuye el saldo insoluto. Se infiere que si el pago parcial efectuado es tan pequeño que no puede cubrir ni siquiera el interés generado por el saldo insoluto, entonces la diferencia no cubierta se capitaliza. A partir del día siguiente al vencimiento de cada cuota, si ésta no hubiera sido amortizada completamente, la parte no amortizada de ella entrará en mora y generará a diario un interés de mora, independientemente del interés compensatorio que genera el saldo insoluto.

Cuándo un préstamo está en mora, cada pago, hasta donde alcance, debe aplicarse para cancelar la deuda en el siguiente orden:

- Interés de mora
- Interés compensatorio
- Principal vencido
- Si del pago efectuado quedara algún remanente, la diferencia se aplicará para cubrir el interés no vencido, pero devengado hasta la fecha del pago.
- El principal por vencer

Si bien los fondos de amortización y la amortización de deudas se utilizan con el fin de pagar una obligación, existe una clara diferencia entre ellos: los pagos periódicos de una amortización se destinan a liquidar una deuda que ya se tiene; en tanto que los depósitos periódicos hechos a un fondo de amortización tienen como objetivo la acumulación con el fin de liquidar una deuda futura.

2.1. Amortización de deudas con cuotas vencidas

En este caso las cuotas tienen que ser canceladas al final del periodo establecido.

$$P = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \longrightarrow R = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

EJEMPLO

- a) Se requiere amortizar un préstamo de S/. 10 000.00 en el plazo de un año con cuotas uniformes vencidas que vencen cada 90 días, el préstamo devenga una TET del 4% y se desembolsa el 15 de julio. Prepare la tabla de amortización

Solución:

En el siguiente ejercicio vamos a preparar la tabla. En primer lugar observamos que la unidad de la tasa es trimestral y la unidad de la periodicidad está en trimestres, por lo tanto no necesitamos hacer la conversión, luego hallamos el valor de la cuota (renta), y finalmente preparamos la tabla.

$$R = 10000 \left[\frac{4\%(1+4\%)^4}{(1+4\%)^4 - 1} \right] = 2754.90$$

- Los Int. Dev. (intereses devengados): Se hallan multiplicando el saldo anterior por la tasa 4%, por ejemplo en K=3: $5196.00 \times 4\% = 207.84$
- La cuota principal se halla restando el valor de la cuota menos los Int. Dev. Por ejemplo en K=3: $2754.90 - 207.84 = 2547.06$
- El saldo se halla restando el saldo anterior menos la C. principal, por ejemplo en K=3: $5196.00 - 2547.06 = 2648.94$
- La D. extinguida se halla sumando la D. extinguida anterior más la C. principal, por ejemplo en K=3: $4804.00 + 2547.06 = 7351.06$

K	FECHA	CUOTA	INT. DEV	C.PRINCIPAL	SALDO	D. EXTIN.
0	15-jul				10000	0.00
1	13-oct	2754.90	400.00	2354.90	7645.10	2354.90
2	11-ene	2754.90	305.80	2449.10	5196.00	4804.00
3	10-abr	2754.90	207.84	2547.06	2648.94	7351.06
4	09-jul	2754.90	105.96	2648.94	2648.94	10000.00
TOTAL		11019.60	1019.60	10000	0.00	

2.2 Amortización de deudas con cuotas anticipadas

En este caso las cuotas tienen que ser canceladas al inicio del periodo establecido.

$$P = Ra(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \longrightarrow Ra = \frac{P}{1+i} \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

EJEMPLO

- a) Se requiere amortizar un préstamo de S/. 10 000.00 en el plazo de un año con cuotas uniformes anticipadas que vencen cada 90 días, el préstamo devenga una TET del 5% y se desembolsa el 15 de julio. Prepare la tabla de amortización

Solución:

En el siguiente ejercicio vamos a preparar la tabla. En primer lugar observamos que la unidad de la tasa es trimestral y la unidad de la periodicidad está en trimestres, por lo tanto no necesitamos hacer la conversión, luego hallamos el valor de la cuota (renta), y finalmente preparamos la tabla.

$$Ra = \frac{10000}{1 + 5\%} \left[\frac{5\%(1 + 5\%)^4}{(1 + 5\%)^4 - 1} \right] = 2685.83$$

Para completar el cuadro se sigue el mismo proceso que la amortización de deudas con cuotas vencidas.

K	FECHA	CUOTA	INT. DEV	C. PRINCIPAL	SALDO	D. EXTIN.
1	15-jul	2685.83		685.83	7314.17	2685.83
2	13-oct	2685.83	365.71	2320.12	4994.05	5005.95
3	11-ene	2685.83	249.70	2436.12	2557.93	7442.07
4	10-abr	2685.83	127.90	25567.93	0.00	10000.00
TOTAL		10743.31	743.31	10000.00		



ACTIVIDAD FORMATIVA N.º 6

Instrucciones: Resuelve cada uno de los siguientes ejercicios.

- ¿Cuántos pagos trimestrales vencidos de S/. 600.00 serán necesarios para acumular un fondo de S/. 12 000.00 que devenga una TEA 10? Formule la tabla de acumulación del fondo cuya fecha de inicio es el 15 de julio.
- Prepare la tabla de acumulación de un fondo de amortización para formar un monto de S/. 40 000.00 con depósitos uniformes vencidos trimensuales en el plazo de 4 años, si éstos depósitos perciben una TET de 4.05%. Determine también el interés devengado por las cuotas del fondo.
- Prepare la tabla de amortización de un fondo de amortización para obtener un monto de S/. 23 090.00 con depósitos uniformes anticipados mensuales en el plazo de 15 meses, si estos depósitos perciben una TEM de 1.08%.
- Un fondo de amortización devenga una TEA de 10%. ¿Cuántos depósitos anticipados bimestrales de S/. 1 820.00 deben realizarse para que ese fondo ascienda a S/. 25 810.00? Prepare la tabla de acumulación del fondo.
- Prepare la tabla de amortización de un préstamo de S/. 23 500.00 que devenga una TEA de 11%, dicho préstamo se desembolsa el 05 de julio y se amortiza en el plazo de un año con cuotas uniformes que vencen cada 60 días.



6. Una empresa solicita a un banco un préstamo de 20000um que devenga una TEM de 0.02, para amortizar en el plazo de dos años con cuotas uniformes trimestrales vencidas. La suma de las cuotas principal debe ser: en el primer año igual al 40% del préstamo y durante el segundo año igual al 60% del préstamo. Calcule el importe de las cuotas uniformes durante el primer y segundo año y formule la tabla de amortización.
7. Calcule el importe de la cuota uniforme anticipada mensual de un préstamo de S/. 10 500.00 que genera una TEM de 1.6% y se amortiza con 12 cuotas anticipadas; ¿en cuántos días se cancela el préstamo? Prepare la tabla de amortización del préstamo.
8. ¿Con cuántas cuotas mensuales anticipadas de S/. 1 000.00 se amortiza un préstamo de S/. 18 900.00 que devenga una TEM de 1.85? Formule la tabla de amortización del préstamo que fue otorgado el 01 de abril. ¿Cuántos días de duración tiene el préstamo?

TEMA N.º 2: DEPRECIACIÓN

Para iniciar el presente tema, se tiene presente que toda empresa está compuesta por elementos o activos de carácter duradero y temporal. Con el paso del tiempo, los activos duraderos van perdiendo valor, en otras palabras, sufren una depreciación.

Desde el momento mismo en que se adquiere un bien, este empieza a perder valor. Esta pérdida de valor es conocida como depreciación. La depreciación se define como la pérdida de valor que sufren los activos fijos (son los bienes sujetos al desgaste, a las descomposturas y a los cambios en la tecnología. Son ejemplos de activos fijos: edificios, maquinaria, equipos de cómputo, mobiliario de oficina, etc.) Haciendo que su vida útil resulte limitada. La vida útil se determina con base en la experiencia de los expertos en el tema.

Al terminar la vida útil de un activo fijo, éste se reemplaza, invirtiendo en ello cierta cantidad de dinero llamada **costo de reemplazo**. Para llevar a cabo el reemplazo o reposición de los activos es necesario crear un fondo para contar con los recursos necesarios para reemplazar dicho activo. Éste, llamado **fondo de reserva para depreciación**, se forma separando periódicamente cierta suma de dinero de las utilidades de la empresa.

El costo original de un activo menos la depreciación acumulada a una fecha determinada se llama **valor en libros** y representa el valor que aún tiene el bien en los registros contables. El valor en libros no tiene relación alguna con el valor de mercado, ya que el valor en libros se determina con base en el precio original del bien, mientras que el valor de mercado tiende a ser superior debido a la inflación y algunos otros factores.

La depreciación total es igual al costo del activo menos el valor de salvamento (es el valor que se puede recuperar al vender el activo, este valor también puede ser cero. $(DT=C-S)$)

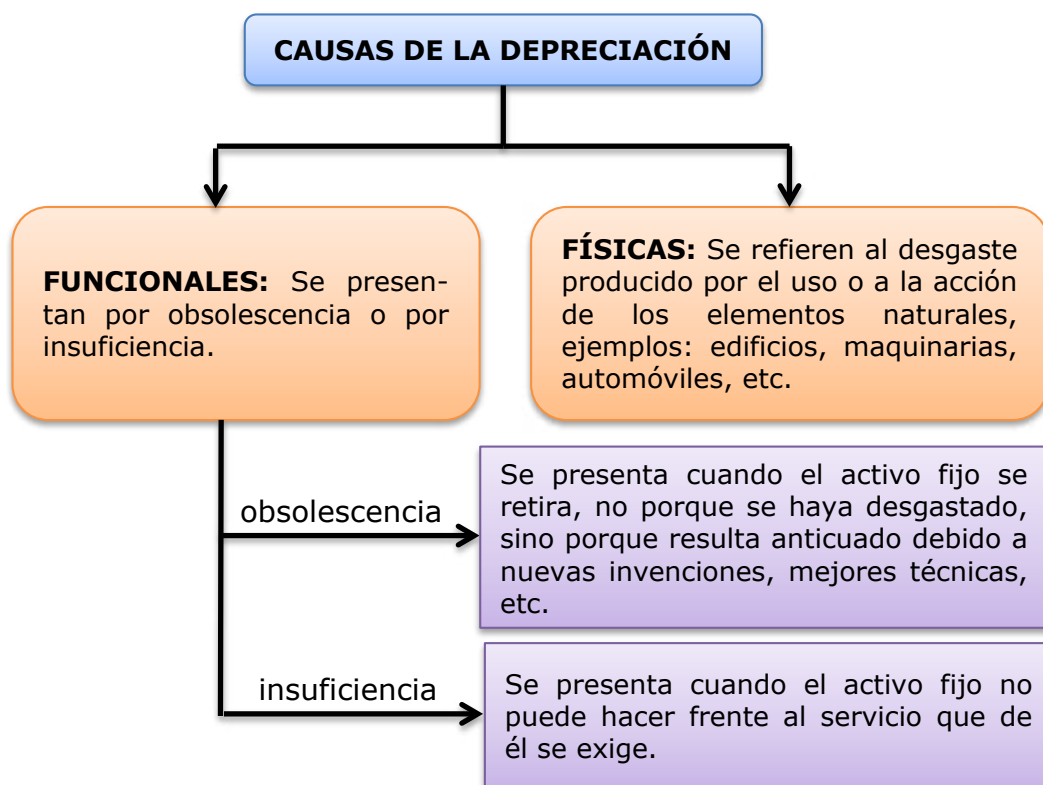


Figura 4. Causas de la depreciación
Fuente: Elaboración propia

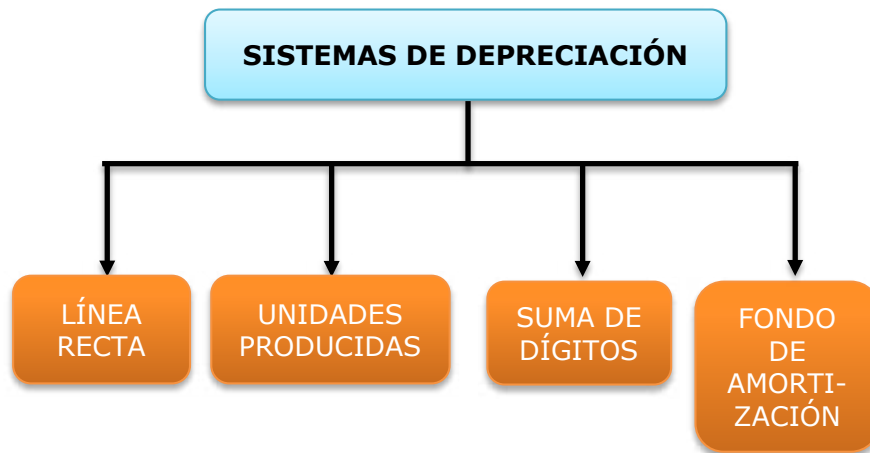


Figura 5. Sistemas de depreciación
Fuente: Elaboración propia

1. LÍNEA RECTA

Este método es el más sencillo y supone que la depreciación anual del activo fijo es la misma durante cada año de su vida útil.

$$D = \frac{C - S}{n}$$

D=Depreciación
C=Costo inicial del activo
S=Valor de salvamento o de desecho
n=Vida útil

EJEMPLOS

- a) Se compra una máquina en \$530000.00 y se calcula que su vida útil será de 6 años. Si se calcula que tendrá un valor de desecho de \$53000.00. Elabore la tabla de depreciación.

Solución:

$$D = \frac{530000 - 53000}{6} = 79500$$

- La depreciación acumulada se halla sumando la depreciación acumulada anterior más la depreciación anual, por ejemplo en Fin de año = 3: 159000+79500=238500.00.
- El valor en libros se halla restando el valor en libros anterior menos la depreciación anual, por ejemplo en Fin de año = 3: 371000-79500=291500

FIN DE AÑO	DEPRECIACIÓN ANUAL	DEPRECIACIÓN ACUMULADA	VALOR EN LIBROS
0	0.00	0.00	530000.00
1	79500.00	79500.00	450500.00
2	79500.00	159000.00	371000.00
3	79500.00	238500.00	291500.00

FIN DE AÑO	DEPRECIACIÓN ANUAL	DEPRECIACIÓN ACUMULADA	VALOR EN LIBROS
4	79500.00	318000.00	212000.00
5	79500.00	397500.00	132500.00
6	79500.00	477000.00	53000.00

2. UNIDADES PRODUCIDAS

Al adquirir un activo se espera que dé servicio durante un determinado periodo (años, días, horas), o bien, que produzca una cantidad determinada de kilos, toneladas, unidades, kilómetros, etc. Si se conoce la vida esperada del bien en función de estos parámetros, puede depreciarse de acuerdo con las unidades de producción o servicio que genera durante un periodo determinado.

$$D / \text{unid. o serv.} = \frac{C - S}{n} \quad Da = \left(\frac{C - S}{\text{producción total}} \right) (\text{producción anual})$$

EJEMPLO

- a) Una compañía arrendadora de autos adquiere un automóvil para su flota, con un costo de \$152000.00. La empresa calcula que la vida útil del automóvil para efectos de arrendamiento es de 60000 km y que, al cabo de ellos, el valor de desecho de la unidad será de \$62000. El kilometraje recorrido por la unidad durante los 3 primeros años fue:

Año	Kilómetros
1	24000
2	22000
3	14000

I. Determinar el monto de depreciación por kilómetro recorrido.

II. Elaborar la tabla de depreciación correspondiente.

Solución:

I. Depreciación por unidad o servicio:

$$D / \text{unid. o serv.} = \frac{152000 - 62000}{60000} = 1.5 \$ / km$$

II. Tabla de depreciación:

Para completar el cuadro se sigue el mismo proceso que la depreciación en línea recta.

FIN DE AÑO	DEPRECIACIÓN POR UNID/SERV	DEPRECIACIÓN ANUAL	DEPRECIACIÓN ACUMULADA	VALOR EN LIBROS
0	0.00	0.00	0.00	152000
1	1.5	36000	36000	116000
2	1.5	33000	69000	83000
3	1.5	21000	90000	62000

3. SUMA DE DÍGITOS

Este método no está autorizado para efectos fiscales; sin embargo, son utilizados internamente por las empresas para depreciar contablemente sus activos. El método de la suma de dígitos es un método de depreciación acelerado, en el cual la depreciación es mayor en los primeros años de vida del activo fijo, disminuyendo en los años subsecuentes.

$$Da = (C - S) \left(\frac{\text{años que le restan al activo}}{\text{suma de dígitos}} \right)$$

EJEMPLO

- a) Prepare el cuadro de depreciación de un activo fijo cuyo costo inicial es S/. 10 000.00 con una vida útil estimada de 4 años y un valor de salvamento de S/. 2 000.00

Solución:

En este ejercicio, para encontrar el valor de los años que les resta al activo se procede de la siguiente manera:

D(1): cuántos años le restan al activo (4) (porque le queda todo el 1er año, el 2do año, el 3er año y el 4to año)

D(2): cuántos años le restan al activo (3) (porque le queda todo el 2do año, el 3er año y el 4to año) y así sucesivamente.

Para hallar la suma de dígitos: la vida útil del activo es 4 años, entonces la suma de dígitos es: (4+3+2+1=10)

$$D_1 = (10000 - 2000) \left(\frac{4}{10} \right) = 3200$$

$$D_2 = (10000 - 2000) \left(\frac{3}{10} \right) = 2400$$

Para completar el cuadro se sigue el mismo proceso que la amortización de deudas con cuotas vencidas.

FIN DE AÑO	DEPRECIACIÓN ANUAL	DEPRECIACIÓN ACUMULADA	VALOR EN LIBROS
0	0.00	0.00	10000.00
1	3200.00	3200.00	6800.00
2	2400.00	5600.00	4400.00
3	1600.00	7200.00	2800.00
4	800.00	8000.00	2000.00

4. FONDO DE AMORTIZACIÓN

La depreciación anual recuperada por una empresa debe ser, en teoría, depositada en un fondo de reserva cuyo objetivo es lograr el reemplazo del activo. Ninguno de los métodos de depreciación estudiados hasta este momento toma en cuenta los intereses ganados por los depósitos efectuados al fondo de reserva.

El método del fondo de amortización es una variante del método de línea recta que sí toma en cuenta los intereses, de tal manera que la suma de los depósitos anuales más sus intereses, sea igual, al final de la vida útil del activo, a la depreciación total.

$$Da = (C - S) \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

EJEMPLO

- a) Aplicando el método del fondo de amortización, encuentre el importe del cargo por depreciación anual de un activo fijo cuyo costo inicial es S/. 10 000.00 con una vida útil estimada de 4 años y un valor de salvamento de S/. 2 000.00. Los cargos por depreciación serán colocados en un fondo que rinde una TEA de 5%

Solución:

$$Da = (10000 - 2000) \left[\frac{5\%}{(1 + 5\%)^4 - 1} \right] = 1856.09$$

- El interés sobre el fondo se halla multiplicando el fondo de reserva anterior por la tasa (5%).
- El acumulado al fondo de reserva se halla sumando el acumulado al fondo de reserva anterior más el total adición al fondo.
- El valor en libros se halla restando el valor de libros anterior menos el total adición al fondo

FIN DE AÑO	DEPRECIACIÓN ANUAL	INTERÉS SOBRE EL FONDO	TOTAL ADICIÓN AL FONDO	ACUMULADO AL FONDO DE RESERVA	VALOR EN LIBROS
0	0.00		0.00	0.00	10000
1	1856.09	0.00	1856.09	1856.09	8143.91
2	1856.09	92.80	1948.89	3804.98	6195.02
3	1856.09	190.25	2046.34	5851.32	4148.68
4	1856.09	292.57	2148.66	7999.98	2000.02

TEMA N.º 3: EVALUACIÓN DE INVERSIONES

La evaluación de proyectos consiste en determinar si el desarrollo de un proyecto o negocio es viable o no, es decir, si genera o no ganancias para el inversionista.

La determinación de la viabilidad se podrá efectuar a través de un proceso metódico que permita la aplicación adecuada de los conceptos de valuación.

Para calcular la viabilidad de un proyecto se utiliza dos parámetros que son el VAN (Valor Actual Neto) y el TIR (Tasa Interna de Retorno).

1. VAN

Si tenemos un proyecto, este proyecto requiere de una inversión que nos generará flujos de caja positivos a lo largo de un determinado número de años y habrá un punto en el que recuperaremos la inversión realizada. Pero si en lugar de invertir el dinero en un proyecto lo hubiéramos depositado en un banco, también tendríamos un retorno de la inversión. Por lo tanto a los flujos de caja hay que recortarles una determinada tasa de interés que podríamos haber obtenido, es decir, actualizaremos los ingresos futuros a la fecha actual, y si a este valor le descontamos la inversión inicial, tenemos el Valor Actual Neto del proyecto.

Para calcular el VAN utilizaremos la siguiente fórmula:

$$VAN = -I + \sum_{t=1}^n \frac{FC_t}{(1+i)^t}$$

Donde: I = inversión inicial

FC = Flujo de caja del periodo t

i = Tasa de rentabilidad o costo de oportunidad

t = Periodo de flujo de caja

Interpretación del VAN

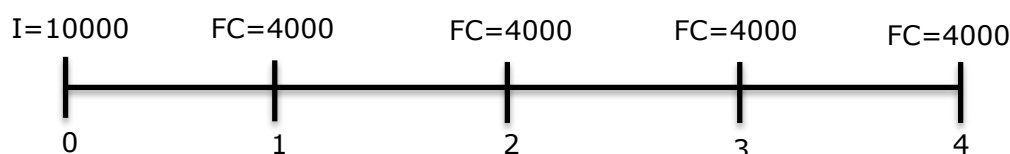
Si: $VAN > 0$ ENTONCES el proyecto es rentable

Si: $VAN = 0$ ENTONCES el proyecto también es rentable

Si: $VAN < 0$ ENTONCES el proyecto no es rentable

EJEMPLO

- a) El siguiente gráfico muestra el flujo de caja que generará una inversión de S/. 10 000.00 para los 4 años siguientes. Analice si el proyecto es o no rentable con una tasa de rentabilidad o costo de oportunidad de 15% anual.



Solución:

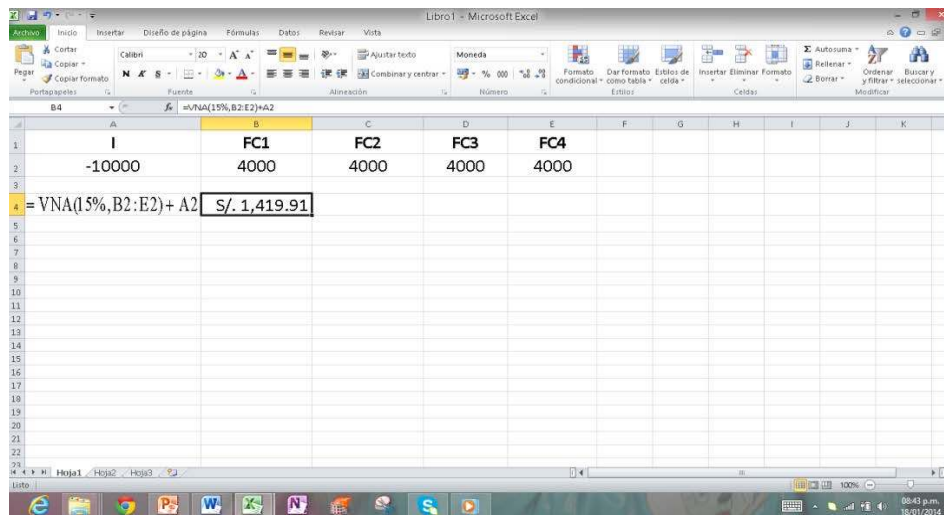
Para calcular el VAN se toma como fecha focal el momento 0 y se descuentan los flujos de caja futuros con el costo de oportunidad, entonces:

$$VAN = -10000 + \frac{4000}{(1+15\%)^1} + \frac{4000}{(1+15\%)^2} + \frac{4000}{(1+15\%)^3} + \frac{4000}{(1+15\%)^4}$$

$$VAN = S/. 1419.91$$

Este valor (S/. 1419.91) nos indica que el proyecto genera una rentabilidad del 15% y contribuye a las utilidades con un importe de S/. 1419.91

El valor del Van también lo podemos hallar usando la hoja de cálculo Excel:



2. TIR

La tasa interna de retorno es la tasa de descuento que iguala el valor actual de los ingresos con el valor actual de los egresos y hace el VAN=0, representa la tasa de rentabilidad generada por la inversión.

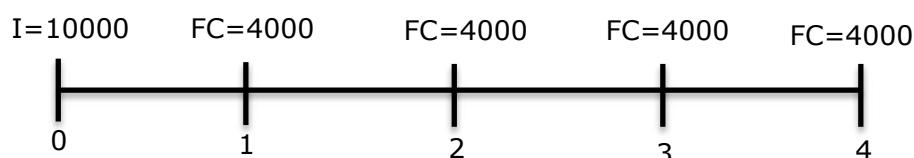
Si el TIR es alto, entonces estamos ante un proyecto empresarial rentable, si el TIR es bajo, posiblemente podríamos encontrar otro destino para nuestro dinero.

Interpretación del TIR

Si: $TIR > COK$ (costo de oportunidad del capital i) ENTONCES se acepta la inversión

EJEMPLO

- a) El siguiente gráfico muestra el flujo de caja que generará una inversión de S/. 10 000.00 para los 4 años siguientes. Analice si el proyecto es o no rentable con una tasa de rentabilidad o costo de oportunidad de 15% anual.



Solución:

Para calcular la TIR se utiliza el procedimiento de prueba y error. El perfil de valor presente puede iniciarse al hacer $r=0$ y luego incrementar esta tasa de descuento hasta encontrar un $VAN=0$

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C	D	E
1	I	FC1	FC2	FC3	FC4
2	-10000	4000	4000	4000	4000
3					
4	TIR(A2:E2)	21.862270%			

The spreadsheet interface includes the Excel ribbon with tabs like Archivo, Inicio, Insertar, Diseño de página, Fórmulas, Datos, Referencias, and Vista. The status bar at the bottom shows 'Hoja1', 'Hoja2', and a zoom level of 100%.

Este valor (21.862270%) hace que el VAN sea cero y es mayor que el costo de oportunidad que es 15%, por lo tanto se acepta la inversión.



LECTURA SELECCIONADA N.º 6

Leer apartado: Los “sabios” alemanes proponen un pacto europeo de amortización de la deuda: crisis UE (pp. 1)

PortalPolitico.tv. (2 de Noviembre, 2011). Los “sabios” alemanes proponen un pacto europeo de amortización de la deuda. *ECONOMÍA Y FINANZAS*. Disponible en <http://www.portalt politico.tv/economia-y-finanzas/los-sabios-alemanes-proponen-un-pacto-europeo-de-amortizacion-de-la-deuda>



ACTIVIDAD FORMATIVA N.º 7

Instrucciones: Resuelve cada uno de los siguientes ejercicios.

- Una máquina que cuesta \$32 500.00 tiene una vida útil estimada de 8 años. Al final de ese tiempo, se calcula que tenga un valor de salvamento de \$3 000.00. Calcule la depreciación total, la depreciación anual y elabore la tabla de depreciación utilizando el método de la línea recta.
- Una empresa adquiere una excavadora en \$ 25 000.00, cuya depreciación es \$ 2 000.00 cada año y su valor de desecho es \$ 1800.00, encuentre la vida útil de dicho activo. Utilice el método de la línea recta.
- Una máquina fotocopidora tiene una vida esperada de 600 000 copias. Su costo de adquisición es de \$26 000.00 y su valor de salvamento es de \$2 000.00. El número de copias que sacaron durante 4 años de operación fue el siguiente:

Año Número de copias

1 180 000

2 200 000

3 140 000

4 80 000

Elabore la tabla de depreciación utilizando el método de las unidades producidas.

- La bomba de un pozo agrícola tiene un costo de \$ 100 000.00 y de acuerdo con el fabricante, una vida útil de 40 000 horas de trabajo. Elabore la tabla de depreciación utilizando el método de las unidades producidas, si la bomba tiene un valor de salvamento de \$ 10 000.00 y trabajó 8 100 horas en el primer año; 7 800 horas el segundo año; 6 700 horas el tercer año; 6 000 horas el cuarto año; 5 700 horas el quinto año y 4 000 el sexto año.
- Un bus para el transporte urbano que cuesta \$1 280 000.00 se espera que tenga una vida útil de 7 años y un valor de salvamento de \$ 150 000.00 al final de ese tiempo. Elabore la tabla de depreciación usando el método de la suma de dígitos.

6. Una maquinaria que costó \$184 000.00, a la que se le estima una duración de 10 años y un valor de desecho de cero, se va a depreciar por el método de suma de dígitos. Obtenga la depreciación acumulada y el valor en libros al cabo de 7 años.
7. Una maquina cuyo costo fue de \$ 275 000.00 tiene una vida útil de 5 años al cabo de los cuales se podrá vender en \$ 22 000.00. Si los cargos por depreciación anual se invierten en un fondo de reserva que paga un interés del 10% anual, determine:
 - a) La depreciación total
 - b) La depreciación anual
 - c) Elabore la tabla de depreciación
 - d) Utilice el método del fondo de amortización.
8. Una empresa pagó \$ 510 000.00 por un equipo acondicionador de aire. El aparato tiene una vida útil promedio de 12 años y se le estima un valor de desecho de cero. Determine la depreciación acumulada, utilice el método del fondo de amortización, y el valor en libros al cabo de 6 años, considerando una tasa promedio de interés del 12% anual.
9. Se presenta las siguientes alternativas de inversión, de la empresa El Tigre S.A.

DETALLE	INVERSIÓN	INVERSIÓN
	"A"	"B"
Inversión inicial 01.01.2011	s/. 6500000	s/. 6500000
Cobros al 31.12.2011	1000000	1800000
Cobros al 31.12.2012	2000000	3000000
Cobros al 31.12.2013	2500000	5000000
Cobros al 31.12.2014	4000000	
Tasa de interés anual 16%		

Se pide:

- a) Determine el VAN en ambas inversiones
 - b) ¿Cuál de las inversiones es beneficiosa para la empresa?
10. Se presenta las siguientes alternativas de inversión, de la empresa Marzal SAC

DETALLE	INVERSIÓN
Inversión inicial 01.01.2011	s/. 650000
Cobros al 31.12.2011	250000
Cobros al 31.12.2012	250000
Cobros al 31.12.2013	250000
Tasa de interés anual 14%	

Se pide:

- a) Determine el VAN en ambas inversiones
- b) Indique si es aconsejable, invertir.



GLOSARIO DE LA UNIDAD IV

R

Reestructura de deuda

Es la modificación de las condiciones establecidas de un crédito, para beneficio del deudor, cuando éste manifiesta a la institución su incapacidad de cumplir con las condiciones pactadas, o bien, porque desea aprovechar nuevas condiciones del mercado financiero que le favorezcan. (Condusef, 2009)

Remesas

Es Este término se refiere a la acción y el efecto de dirigir dinero -o cualquier otra cosa- de un lugar a otro. También significa el monto o el objeto que se envía.

Son múltiples las formas de remisión, los costos y comisiones por enviar el dinero, así como por retirarlo:

- Con o sin cuenta bancaria
- Con cuentas en ambos países
- Por internet
- Por vía postal (mediante orden de pago internacional o cheque (Condusef, 2009)

Renta

Pago por el alquiler de un bien inmueble o mueble para su uso o disfrute. También se llama así a la utilidad o beneficio que una persona percibe -durante un tiempo- como retribución del trabajo o por rendimientos pagados por el uso de un capital o tierra. (Condusef, 2009)

Riesgo

El riesgo es un evento que pudiera llegar o no a realizarse. El término proviene del árabe y significa “lo que depare la providencia”. En la planeación financiera, la evaluación de riesgos tiene una importancia fundamental para tomar decisiones, tal como lo muestran los ejemplos de la siguiente tabla:

SI:	UN POSIBLE RIESGO SERÍA:	ALGUNAS FORMAS DE PROTEGERTE SERÍAS:
Tienes un auto	Provocar daños a terceros en un accidente	• Contratar un seguro • Extremar precaución al manejar
Tienes hijos pequeños	No tener dinero suficiente para pagarles estudios superiores	• Contratar un seguro educativo • Ahorrar
Tienes dinero para invertir	No contratar el instrumento de inversión adecuado y perder dinero en lugar de ganar	• Asesorarte • Diversificar • Invertir en un instrumento de bajo riesgo

Cuando se invierte existe un riesgo implícito y, normalmente, a mayor riesgo mayor rendimiento; al contratar un seguro, entre mayor es la probabilidad de un imprevisto, su costo es más elevado.

El objetivo principal de la evaluación del riesgo consiste en determinar, no sólo su importancia, sino también su cuantía con relación a la situación financiera de la persona o empresa. (Condusef, 2009)

S

Saldo

Cantidad positiva o negativa que resulta de una cuenta. También se aplica al resultado final, favorable o desfavorable, al dar por terminado un asunto y al pago o finiquito de una deuda u obligación. (Condusef, 2009)

Seguros

El seguro es una operación por medio de la cual una persona (asegurado) contrata con una compañía (aseguradora) una prestación o servicio para cubrir un riesgo, a cambio de un pago (prima). (Condusef, 2009)

Seguro de personas

Los seguros de personas son los que amparan los riesgos que pueden afectar a una persona (asegurado) en su vida, integridad personal, salud o vitalidad y se dividen en los siguientes:

- Seguro de vida
- Seguro de accidentes y enfermedades
- Seguro de salud

(Condusef, 2009)

Simulador

Un simulador es un medio mecánico o electrónico que permite recrear una situación real, y actualmente existe un gran número de programas para simulación virtual. (Condusef, 2009)

Sobregiro

Situación que ocurre cuando el usuario de un crédito dispone de una cantidad superior al límite establecido. Las instituciones crediticias suelen cobrar una comisión o penalización por este hecho. (Condusef, 2009)

Solvencia

Es la capacidad de las personas para cumplir y pagar sus deudas. (Condusef, 2009)



BIBLIOGRAFÍA DE LA UNIDAD IV

Aliaga, C. (2004). *Manual de Matemática Financiera*. Lima: Editorial Universidad del Pacífico.

Álvarez, A. (2003). *Matemática financiera*. Bogotá: Editorial Mc Graw Hill.

Ayres, F. (2001). *Matemática Financiera*. Bogotá: Editorial Mc Graw Hill.

Court, A. (2009). *Matemática Financiera*. Lima: Cengage Learning.

Di Vincenzo, O. N. (2001). *Matemática financiera*. Buenos Aires: Editorial Kapelusz.

Vidaurri, H. (2008). *Matemática Financiera*. México: Mc Graw Hill.



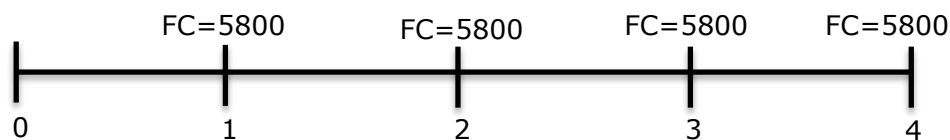
AUTOEVALUACIÓN N.º 4

Instrucciones: A continuación tienes ejercicios propuestos, los cuales deberás desarrollarlos con la intención de prepararte para rendir un buen producto académico.

1. Prepare la tabla de acumulación de un fondo de amortización para formar un monto de S/. 33 500.00 con depósitos uniformes vencidos mensuales en el plazo de dos años; estos depósitos devengan una TEM de 1.5%. ¿Cuánto es el importe del interés devengado por el fondo en el noveno período de cuota?
2. ¿Cuántas cuotas uniformes mensuales anticipados de S/. 1 250.00 deben depositarse en un fondo de amortización que devenga una TEM de 1.5%; para acumular un monto de S/. 40 000.00? Elabore también la tabla de acumulación del fondo.
3. Halle los intereses devengados en el tercer periodo de cuota de un préstamo de S/. 20 600.00 que devenga una TET de 5% y se amortiza en el plazo de dos años con cuotas vencidas uniformes que vencen cada 90 días. Elabore también la tabla de amortización.
4. Se requiere amortizar un préstamo de S/. 28 900.00 en el plazo de tres años con cuotas uniformes trimestrales, el préstamo devenga una TET del 3% y se desembolsa el 20 de enero.
 - ¿Cuánto es el importe de la cuota anticipada y el importe neto que recibió el prestatario?
 - Prepare la tabla de amortización.
5. Se compró un equipo de cómputo en \$ 6 900.00 y se espera que tenga una vida Útil de 3 años; al final de este tiempo será reemplazado por un equipo más moderno. Si su valor de desecho será igual a cero. Determine:
 - a) La depreciación total
 - b) La depreciación anual
 - c) La tabla de depreciación
 - d) Utilice el método de la Línea Recta
6. Una compañía arrendadora de autos adquiere un automóvil para su flotilla, con un costo de \$ 152 000.00. La empresa calcula que la vida útil del automóvil para efectos de arrendamiento es de 60 000 km y que, al cabo de ellos, el valor de desecho de la unidad será de \$ 62 000.00. El kilometraje recorrido por la unidad durante los 3 primeros años fue:

Año	Kilómetros
1	24 000
2	22 000
3	14 000

- a) Determinar el monto de depreciación por kilómetro recorrido.
- b) Elaborar la tabla de depreciación correspondiente utilizando el método de las unidades producidas.
7. Un activo fijo costó \$25 000 se le estima una duración de 12 años y un valor de desecho de \$ 1 000, se va a depreciar por el método de suma de dígitos. Obtenga la depreciación acumulada y el valor en libros al cabo de 4 años.
8. Una empresa pagó \$ 18 500.00 por un equipo. El aparato tiene una vida útil promedio de 8 años y se le estima un valor de desecho de cero. Determine el valor en libros al cabo de 3 años, considerando una tasa promedio de interés del 13.5% anual.
9. El siguiente gráfico muestra el flujo de caja que generará una inversión de \$ 15 000.00 para los 4 años siguientes. Analice si el proyecto es o no rentable con una tasa de rentabilidad o costo de oportunidad de 13% anual y halle el valor del VAN



10. Se tiene una inversión inicial de s/. 700000.00 de la cual se obtendrán S/. 300000.00 anual, durante 3 años. Determine la TIR

ANEXO N.º 1: CLAVES DE LAS AUTOEVALUACIONES

Respuestas de la Autoevaluación de la Unidad I

NÚMERO	RESPUESTA
1	S/. 5947.54
2	2279.11um
3	38 meses
4	S/. 353.14
5	S/. 280.16
6	\$ 673.21
7	S/. 5068.00
8	2.988721805%
9	6118.63um
10	S/. 1470.09

Respuestas de la Autoevaluación de la Unidad II

NÚMERO	RESPUESTA
1	4.19%
2	5 426.72um
3	\$ 20 842.34
4	3.37%
5	S/. 2 813.63
6	4.77%
7	S/. 380.68
8	S/. 27 533.33
9	S/. 6 716.89
10	5 meses

Respuestas de la Autoevaluación Unidad III

NÚMERO	RESPUESTA
1	1.92%
2	3.557967756%
3	1.980390272%
4	S/. 38611.43
	S/. 2952.78
5	7.5 meses
6	S/. 1840.43
7	92680.25um
8	\$ 975.00
9	S/. 148946.81
10	21 bimestres

Respuestas de la Autoevaluación de la Unidad IV

NÚMERO	RESPUESTA
1	S/. 147.99
2	26
3	S/. 808.88
4	S/. 2818.79
5	\$ 6900.00
	\$ 2300.00
6	1.5 \$/Km.
7	\$ 12076.92
8	\$ 15460.04
9	Si es rentable
	\$ 6251.93
10	13.70%



MANUALES AUTOFORMATIVOS INTERACTIVOS

Este manual autoformativo es el material didáctico más importante de la presente asignatura. Elaborado por el docente, orienta y facilita el auto aprendizaje de los contenidos y el desarrollo de las actividades propuestas en el sílabo.

Los demás recursos educativos del aula virtual complementan y se derivan del manual. Los contenidos multimedia ofrecidos utilizando videos, presentaciones, audios, clases interactivas, se corresponden a los contenidos del presente manual. La educación a distancia en entornos virtuales te permite estudiar desde el lugar donde te encuentres y a la hora que más te convenga. Basta conectarse al Internet, ingresar al campus virtual donde encontrarás todos tus servicios: aulas, videoclases, presentaciones animadas, bi-

blioteca de recursos, muro y las tareas, siempre acompañado de tus docentes y amigos.

El modelo educativo de la Universidad Continental a distancia es innovador, interactivo e integral, conjugando el conocimiento, la investigación y la innovación. Su estructura, organización y funcionamiento están de acuerdo a los estándares internacionales. Es innovador, porque desarrolla las mejores prácticas del e-learning universitario global; interactivo, porque proporciona recursos para la comunicación y colaboración síncrona y asíncrona con docentes y estudiantes; e integral, pues articula contenidos, medios y recursos para el aprendizaje permanente y en espacios flexibles. Ahora podrás estar en la universidad en tiempo real sin ir a la universidad.

