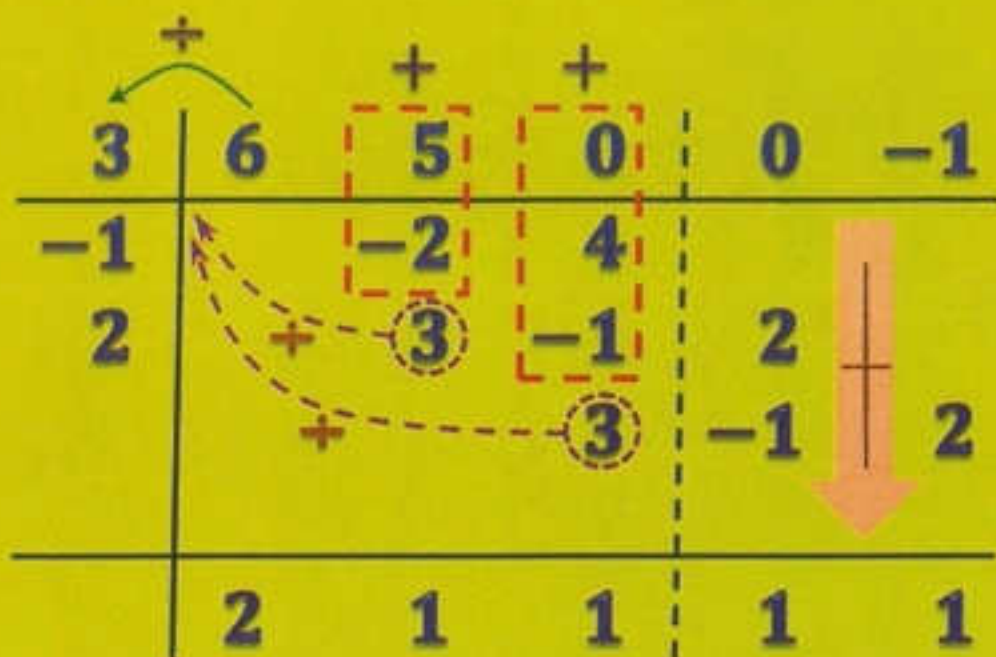


ÁLGEBRA

DIVISIÓN DE
POLINOMIOS

$$D_{(x)} \equiv d_{(x)} \times q_{(x)} + R_{(x)}$$

$$\bar{x} - 14 \sqrt{\text{H}\mu\epsilon\vec{r}\tau\alpha\varsigma}$$

Las Matemáticas son fáciles

twitter.com/calapenshko

Christiam Huertas

Nivel UNI



División de polinomios

Sean $D_{(x)}$ y $d_{(x)}$ dos polinomios no constantes tales que el grado de $D_{(x)}$ es mayor o igual que el grado de $d_{(x)}$. La división algebraica denotada por $D_{(x)} \div d_{(x)}$ o $\frac{D_{(x)}}{d_{(x)}}$ es una operación que consiste en hallar otros polinomios $q_{(x)}$ y $R_{(x)}$ de modo que se cumple la siguiente identidad:

$$D_{(x)} \equiv d_{(x)} \cdot q_{(x)} + R_{(x)}$$

La cual es llamada **identidad fundamental de la división (IFD)** o **algoritmo de la división**.

Donde:

- $D_{(x)}$ es el polinomio dividendo
- $d_{(x)}$ es el polinomio divisor
- $q_{(x)}$ es el polinomio cociente
- $R_{(x)}$ es el polinomio residuo (o resto)

Además:

$$^{\circ}[D] \geq ^{\circ}[d] \geq 1$$

$$^{\circ}[R] < ^{\circ}[d] \quad \text{ó} \quad R_{(x)} \equiv 0$$



Ejemplo

Se sabe que

$$\frac{x^3 + 2}{D_{(x)}} \equiv \frac{(x + 1)}{d_{(x)}} \frac{(x^2 - x + 1)}{q_{(x)}} + \frac{1}{R_{(x)}}$$

donde se puede identificar a los elementos de la división. Es decir,

$$\begin{array}{r} x^3 + 2 \\ 1 \end{array} \bigg| \begin{array}{r} x + 1 \\ x^2 - x + 1 \end{array} \Rightarrow \begin{cases} D_{(x)} = x^3 + 2 : \text{dividendo} \\ d_{(x)} = x + 1 : \text{divisor} \\ q_{(x)} = x^2 - x + 1 : \text{cociente} \\ R_{(x)} = 1 : \text{residuo} \end{cases}$$

Notas.

- En toda división algebraica, el polinomio cociente $q_{(x)}$ y el polinomio residuo (o resto) $R_{(x)}$ son únicos.
- Generalmente usamos la notación $\frac{D_{(x)}}{d_{(x)}}$ para indicar la división $D_{(x)} \div d_{(x)}$

Identidad fundamental de la división

$$D_{(x)} \equiv d_{(x)} \cdot q_{(x)} + R_{(x)}$$

Esta identidad que relaciona a los cuatro elementos de la división, permite resolver muchos problemas. A continuación mostramos algunos ejemplos.

Ejemplo

Calcule el valor de $a + b + c$ si el resto de la siguiente división es $R_{(x)} = 3x + 5$.

$$\frac{x^{10} + x^5 + ax^2 - bx + c}{x^4 + 2x + 1}$$

Resolución

Se sabe que en toda división se cumple la identidad:

$$D_{(x)} \equiv d_{(x)} \cdot q_{(x)} + R_{(x)}$$

Es decir,

$$x^{10} + x^5 + ax^2 - bx + c \equiv (x^4 + 2x + 1)q_{(x)} + 3x + 5$$

Lo evaluamos para un valor adecuado (o conveniente, como no se conoce a $q_{(x)}$ la idea es que el divisor sea cero), en este caso $x = -1$:

$$\begin{aligned} (-1)^{10} + (-1)^5 + a(-1)^2 - b(-1) + c &\equiv \\ &\equiv ((-1)^4 + 2(-1) + 1)q_{(-1)} + 3(-1) + 5 \end{aligned}$$

$$1 - 1 + a + b + c = (1 - 2 + 1)q_{(-1)} - 3 + 5$$

$$a + b + c = (0)q_{(-1)} + 2$$

$$a + b + c = 0 + 2$$

Por lo tanto, $a + b + c = 2$.

Ejemplo

Halle el resto de la siguiente división si se sabe que es de la forma $R_{(x)} = mx + n$.

$$\frac{x^{10} - (x - 1)^5 + 2x - 1}{x^2 - 2x}$$

Resolución

Se sabe que en toda división se cumple la identidad:

$$D_{(x)} \equiv d_{(x)} \cdot q_{(x)} + R_{(x)}$$

Es decir,

$$x^{10} - (x - 1)^5 + 2x - 1 \equiv (x^2 - 2x)q_{(x)} + mx + n$$

Lo evaluamos para valores adecuados (convenientes), la idea es que el divisor se haga cero, pues no se conoce al cociente:

$$\begin{aligned} x = 0: 0^{10} - (0 - 1)^5 + 2(0) - 1 &= (0^2 - 2(0))q_{(0)} + m(0) + n \\ -(-1)^5 - 1 &= (0)q_{(0)} + n \\ 1 - 1 &= 0 + n \\ n &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 2: 2^{10} - (2 - 1)^5 + 2(2) - 1 &= (2^2 - 2(2))q_{(2)} + m(2) + n \\ 2^{10} - (1)^5 + 4 - 1 &= (0)q_{(2)} + 2m + n \\ 2^{10} + 2 &= 0 + 2m + 0 \\ m &= 2^9 + 1 \end{aligned}$$

Por lo tanto, $R_{(x)} = mx + n = (2^9 + 1)x + 0 = 513x$

twitter.com/calapenshko

Clases de división

1 División exacta

La división se dice **exacta** si y solo si $R_{(x)} \equiv 0$ (el residuo es cero). Luego,

$$D_{(x)} \equiv d_{(x)} \cdot q_{(x)} + 0$$

Ejemplo La identidad: $\underbrace{x^3 + 1}_{D_{(x)}} \equiv \underbrace{(x + 1)}_{d_{(x)}} \underbrace{(x^2 - x + 1)}_{q_{(x)}} + \underbrace{0}_{R_{(x)}}$
genera una división exacta, pues $R_{(x)} \equiv 0$.

Ejemplo Si la división algebraica

$$\begin{array}{r} 2x^4 - 7x^3 + ax^2 + bx + c \\ x - 1 \end{array}$$

es exacta, calcule el valor de $a + b + c$.

Resolución

Reconocemos los elementos de la división:

$$D_{(x)} = 2x^4 - 7x^3 + ax^2 + bx + c \quad q_{(x)} = ?$$

$$d_{(x)} = x - 1 \quad R_{(x)} = 0$$

Por el algoritmo de Euclides (IFD), se sabe que:

$$D_{(x)} \equiv d_{(x)} \cdot q_{(x)} + R_{(x)}$$

Es decir,

$$2x^4 - 7x^3 + ax^2 + bx + c \equiv (x - 1)q_{(x)} + 0$$

Lo evaluamos convenientemente para $x = 1$:

$$2 - 7 + a + b + c = (0)q_{(1)} + 0$$

$$a + b + c - 5 = 0$$

Por lo tanto, $a + b + c = 5$.

2 División inexacta

La división se dice **inexacta** si y solo si $R_{(x)} \neq 0$ (el residuo **no** es cero). Luego,

$$D_{(x)} \equiv d_{(x)} \cdot q_{(x)} + R_{(x)}$$

$$\frac{D_{(x)}}{d_{(x)}} \equiv q_{(x)} + \frac{R_{(x)}}{d_{(x)}}$$

Ejemplo

$$\underbrace{x^3 + 2}_{D_{(x)}} \equiv \underbrace{(x + 1)}_{d_{(x)}} \underbrace{(x^2 - x + 1)}_{q_{(x)}} + \underbrace{1}_{R_{(x)}}$$

genera una división inexacta, pues $R_{(x)} = 1 \neq 0$.

Ejemplo

Halle la suma de coeficientes del resto de la siguiente división.

$$\frac{4x^{28} - 3x^{20} + 5x^8 + x^5 - 8}{2x^{12} - x^7 + 2x^3 - 3}$$

Resolución

Se sabe que en toda división se cumple la identidad:

$$D_{(x)} \equiv d_{(x)} \cdot q_{(x)} + R_{(x)}$$

Resolución

Es decir,

$$4x^{28} - 3x^{20} + 5x^8 + x^5 - 8 \equiv (2x^{12} - x^7 + 2x^3 - 3)q_{(x)} + R_{(x)}$$

Como queremos hallar la suma de coeficientes del resto, lo evaluamos para $x = 1$:

$$4 - 3 + 5 + 1 - 8 = (2 - 1 + 2 - 3)q_{(1)} + R_{(1)}$$

$$-1 = (0)q_{(1)} + R_{(1)}$$

$$-1 = R_{(1)}$$

Por lo tanto, la suma de coeficientes del resto es -1 .

Definiciones

Si $R_{(x)} = 0$ (es decir, en una división exacta), tenemos $D_{(x)} \equiv d_{(x)} \cdot q_{(x)}$. Diremos:

- $d_{(x)}$ es **divisor** de $D_{(x)}$
- $d_{(x)}$ es un **factor** de $D_{(x)}$
- $D_{(x)}$ es **divisible** por $d_{(x)}$

Ejemplo

El polinomio $d_{(x)} = x - 3$ es un factor del polinomio $D_{(x)} = x^2 - 9$ pues, $D_{(x)}$ es divisible por $d_{(x)}$; ya que se cumple lo siguiente:

$$\underbrace{x^2 - 9}_{D_{(x)}} \equiv \underbrace{(x + 3)}_{d_{(x)}} \underbrace{(x - 3)}_{q_{(x)}} + \underbrace{0}_{R_{(x)}}$$

Ejemplo

¿Cuál es el valor positivo de α para que el polinomio $x^3 + (\alpha^2 - \alpha - 1)x^2 - (\alpha - 1)x + \alpha$ sea divisible por $(x + 2)$?

Resolución

Por dato, el polinomio $x^3 + (\alpha^2 - \alpha - 1)x^2 - (\alpha - 1)x + \alpha$ es divisible por $(x + 2)$; es decir, la división es exacta ($R_{(x)} = 0$).

Se sabe que en toda división se cumple:

$$D_{(x)} \equiv d_{(x)} \cdot q_{(x)} + R_{(x)}$$

Es decir,

$$x^3 + (\alpha^2 - \alpha - 1)x^2 - (\alpha - 1)x + \alpha \equiv (x + 2)q_{(x)} + 0$$

Resolución

Lo evaluamos para $x = -2$ (valor conveniente):

$$(-2)^3 + (\alpha^2 - \alpha - 1)(-2)^2 - (\alpha - 1)(-2) + \alpha = (-2 + 2)q_{(-2)} + 0$$

$$-8 + 4(\alpha^2 - \alpha - 1) + 2(\alpha - 1) + \alpha = (0)q_{(-2)}$$

$$-8 + 4(\alpha^2 - \alpha - 1) + 2(\alpha - 1) + \alpha = 0$$

$$-8 + 4\alpha^2 - 4\alpha - 4 + 2\alpha - 2 + \alpha = 0$$

$$4\alpha^2 - \alpha - 14 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \alpha & & -2 \\ & \uparrow & \\ 4\alpha & & 7 \end{array}$$

$$(\alpha - 2)(4\alpha + 7) = 0$$

De donde:

$$\alpha = 2 \text{ ó } \alpha = -\frac{7}{4}$$

Por lo tanto, el valor positivo de α es 2.

Propiedades

1

$$^{\circ}[q] = ^{\circ}[D] - ^{\circ}[d]$$

Es decir, el grado del cociente es igual al grado del dividendo menos el grado del divisor.

2

Si $R_{(x)} \neq 0$, entonces el máximo grado del residuo está dado por

$$\max(^{\circ}[R]) = ^{\circ}[d] - 1$$

Es decir, el máximo grado que puede tener el resto en una división, es igual al grado del divisor menos uno.

Ejemplo

Dada la división algebraica

$$\frac{3x^4 - 2x^3 + x^5 + 7}{4x^2 - 2x + 1}$$

Podemos afirmar que:

- $^{\circ}[q] = 5 - 2 = 3$; es decir, el cociente es de grado 3.

- $\text{máx}(\text{°}[R]) = 2 - 1 = 1$; es decir, el residuo puede ser lineal.

Forma general: $R_{(x)} = ax + b$

Nótese que:

- * Si $a \neq 0$, entonces $R_{(x)} = ax + b$ (resto lineal)
- * Si $a = 0 \wedge b \neq 0$, entonces $R_{(x)} = b$ (resto constante).
- * Si $a = b = 0$, entonces $R_{(x)} \equiv 0$ (idénticamente nulo)

Ejemplo

Si el cociente de la división algebraica

$$\frac{3x^{n+2} + x^2 - 2x + 1}{x^{2n-1} + x - 1}$$

es de grado máximo, calcule el valor de n .

Resolución

Se sabe que: $\text{°}[D] \geq \text{°}[d]$

entonces $n + 2 \geq 2n - 1$

$$3 \geq n$$

Es decir, $n \leq 3 \wedge n \in \mathbb{Z}^+ \quad (n = 1 \vee n = 2 \vee n = 3)$

También $\text{°}[q] = \text{°}[D] - \text{°}[d]$

$$\text{°}[q] = n + 2 - (2n - 1) = 3 - n$$

Como $\text{°}[q]$ debe ser máximo, entonces $n = 1$.

Ejemplo

Halle el resto de la siguiente división.

$$\frac{(x-2)^{2014} + (x-1)^{2015} + 7}{(x-2)(x-1)}$$

Resolución

Como el divisor es de grado dos, entonces por la propiedad 2 se sabe que:

$$\text{máx}(\text{°}[R]) = \text{°}[d] - 1 = 2 - 1 = 1$$

es decir, el resto a lo mucho puede ser lineal:

$$R_{(x)} = ax + b$$

Además, en toda división se cumple:

$$D_{(x)} \equiv d_{(x)} \cdot q_{(x)} + R_{(x)}$$

Resolución

$$(x-2)^{2014} + (x-1)^{2015} + 7 \equiv (x-2)(x-1)q_{(x)} + ax + b$$

Lo evaluamos para valores convenientes (como el cociente no se conoce, la idea es que el divisor se haga cero):

$$x = 1: (-1)^{2014} + (0)^{2015} + 7 = (-1)(0)q_{(1)} + a + b$$

$$1 + 0 + 7 = 0 + a + b$$

$$a + b = 8 \quad \dots(I)$$

$$x = 2: (0)^{2014} + (1)^{2015} + 7 = (0)(1)q_{(2)} + 2a + b \quad (-)$$

$$0 + 1 + 7 = 0 + 2a + b$$

$$2a + b = 8 \quad \dots(II)$$

$$\text{Restamos (II)-(I):} \quad a = 0$$

$$\text{Luego,} \quad b = 8$$

$$\text{Por lo tanto, } R_{(x)} = ax + b = 0x + 8 = 8 \quad (\text{se obtiene un resto constante})$$

Métodos para dividir polinomios

Para dividir dos polinomios $D_{(x)}$: dividendo y $d_{(x)}$: divisor; ambos deben ser completos y ordenados respecto a su misma variable x , generalmente en forma decreciente. Es decir, esta variable deberá presentar todos sus exponentes, desde el mayor hasta el exponente uno; además del término independiente. En caso contrario completar con cero a cada término.

Ejemplo Si $D_{(x)} = 2x^3 + 3x^5 + 2x - 1$

$$d_{(x)} = x^3 + 4x - 1$$

Estos polinomios deben escribirse como:

$$D_{(x)} = 3x^5 + 0x^4 + 2x^3 + 0x^2 + 2x - 1 \quad (\text{completo y ordenado})$$

$$d_{(x)} = x^3 + 0x^2 + 4x - 1 \quad (\text{completo y ordenado})$$

1 Método de Horner

Es un método general para dividir polinomios y se aplica en divisiones algebraicas y no algebraicas. Veamos su esquema y procedimiento:

Consideremos los polinomios dividendo y divisor, completos y ordenados:

$$D(x) = a_0x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4; a_0 \neq 0$$

$$d(x) = b_0x^2 + b_1x + b_2; b_0 \neq 0$$

twitter.com/calapenshko

Esquema de Horner:

		coeficientes de $D(x)$				
coeficientes de $d(x)$	b_0	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
	$-b_1$					
	$-b_2$					
		coeficientes de $q(x)$			coeficientes de $R(x)$	

Es decir, $q(x) = q_0x^2 + q_1x + q_2$ (es el cociente) y $R(x) = r_0x + r_1$ (es el residuo)

Observe que:

- Para dividir polinomios, $D(x) \div d(x)$, ambos deben estar completos y ordenados respecto a una misma variable, generalmente en forma decreciente. En caso faltase algún término, se completara con cero.
- Los coeficientes del divisor cambian de signo, excepto el primero: b_0 .
- A la derecha de la lineal vertical punteada (que separa los coeficientes del cociente y del residuo) debe quedar una cantidad de coeficientes del dividendo igual al grado del divisor.

Ejemplo Efectúe la siguiente división.

$$\begin{array}{r} 6x^5 + 5x^4 - 4x^2 - 8x^3 - 6x + 3 \\ 3x^2 + 2x^3 - 2 \end{array}$$

Resolución

Completamos y ordenamos los polinomios:

$$D(x) = 6x^5 + 5x^4 - 8x^3 - 4x^2 - 6x + 3$$

$$d(x) = 2x^3 + 3x^2 + 0x - 2$$

Resolución

Aplicamos el método de Horner:

			+	+				
2	6	5	-8	-4	-6	3		
-3		-9	0	3				
0		-4	6	0	-2			
1			-2	3	0	-1		
				↓	↓	↓		
	3	-2	-1	2	-8	2		

coeficientes de $q(x)$ coeficientes de $R(x)$

Es decir,

$$q(x) = 3x^2 - 2x - 1 \quad \text{y} \quad R(x) = 2x^2 - 8x + 2$$

Ejemplo

En la división algebraica

$$\frac{6x^{n+1} + x^n - x^{n-1} + 1}{2x^2 - x + 1}$$

el cociente es de segundo grado, entonces halle su residuo.

Resolución

Vemos que:

$$^{\circ}[D] = n + 1 \quad \text{y} \quad ^{\circ}[d] = 2$$

Además se sabe que:

$$^{\circ}[q] = ^{\circ}[D] - ^{\circ}[d]$$

$$2 = n + 1 - 2 \quad \text{entonces, } n = 3$$

Reemplazamos en la división y obtenemos:

$$\frac{6x^4 + x^3 - x^2 + 1}{2x^2 - x + 1}$$

Lo efectuamos por el método de Horner:

2	6	1	-1	0	1
1		3	-3		
-1		4	2	-2	
			-2	-1	1
				↓	↓
	3	2	-1	-3	2

Luego,

$$q(x) = 3x^2 + 2x - 1 \quad \text{y} \quad R(x) = -3x + 2$$

Ejemplo Halle el residuo de la siguiente división.

$$\frac{2ax^4 - (a^2 + 2b)x^3 + (2ab + 2)x^2 - (a + b^2 - 1)x + b + 2}{ax^2 - bx + 1}$$

Resolución

Aplicamos el método de Horner.

		+	+		
a	$2a$	$-a^2 - 2b$	$2ab + 2$	$-a - b^2 + 1$	$b + 2$
b	$2b$	$-a^2$	$-ab$	a	b^2
-1		ab		$\downarrow$	$\downarrow$
	2	$-a$	b	1	2

Coeficientes de $R(x)$

Por lo tanto, $R(x) = x + 2$.

Ejemplo Si la siguiente división es exacta, calcule el valor de mnp .

$$\frac{mx^5 + nx^4 + (p+5)x^3 + 4x^2 + 8}{3x^3 + x + 2}$$

Resolución

Observación. Cuando la división es exacta podemos (si es conveniente) ordenar al dividendo y divisor en forma creciente.

En el ejemplo, como la división es exacta, vamos a ordenar a los polinomios dividendo y divisor en forma ascendente (creciente):

	2	8	0	4	$p+5$	n	m
-1		-4	0	-12			
0		-4	2	0	6		
-3			6	-3	0	-9	
				$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	
	4	-2	3	$p-10$	$n+6$	$m-9$	

Coeficientes de $R(x)$

Como la división es exacta ($R(x) = 0$), entonces:

$$R(x) = (p-10) + (n+6)x + (m-9)x^2 \equiv 0 + 0x + 0x^2$$

Es decir, $p = 10$ y $n = -6$ y $m = 9$

Por lo tanto, $mnp = -540$.

Ejemplo

Calcule el valor de $(ab + ac + bc)$ si el resto de la división

$$\frac{ax^4 + bx^3 + cx^2 + 6x + 6}{2x^2 - 5x + 2}$$

es $-5x + 8$ y la suma de coeficientes del cociente es 4.

Se sabe que en toda división se cumple:

$$D_{(x)} \equiv d_{(x)} \cdot q_{(x)} + R_{(x)}$$

Es decir,

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + 6x + 6 \equiv (2x^2 - 5x + 2)q_{(x)} + \underbrace{-5x + 8}_{R_{(x)}}$$

El resto lo pasamos al lado izquierdo:

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + 11x - 2 \equiv (2x^2 - 5x + 2)q_{(x)} + 0$$

Se genera una nueva división, pero ahora es exacta ($r_{(x)} = 0$); luego, según la observación anterior podemos ordenar a los coeficientes del dividendo y divisor en forma creciente:

2	-2	11	c	b	a
5		-5	2		
-2		6	15	-6	
			$c + 17$	10	-4
				↓	↓
	-1	3	2	$b + 4$	$a - 4$

Coeficientes de $r_{(x)}$

Debe ser 2 pues por dato:
 $\sum \text{Coef. } (q_{(x)}) = 4$

Como la división es exacta ($r_{(x)} = 0$), entonces:

$$r_{(x)} = (b + 4)x + (a - 4) \equiv 0x + 0$$

Es decir,

$$b = -4 \text{ y } a = 4$$

Además:

$$\frac{c + 17}{2} = 2 \rightarrow c + 17 = 4 \rightarrow c = -13$$

Por lo tanto,

$$ab + ac + bc = 4(-4) + 4(-13) + (-4)(-13) = -16$$

2 Regla de Ruffini

Se aplica para dividir un polinomio $D_{(x)}$ entre un divisor que tenga o adopte la forma lineal: $d_{(x)} = ax + b$; $a \neq 0$.

Consideremos los polinomios completos y ordenados:

$$D_{(x)} = a_0x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4; a_0 \neq 0$$

$$d_{(x)} = ax + b; a \neq 0$$

para mostrar el esquema de Ruffini:

	coeficientes de $D_{(x)}$				
$ax + b = 0$	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
$x = -\frac{b}{a}$	↓	□	□	□	□
	a_0	b_1	b_2	b_3	R
÷	a				
	q_0	q_1	q_2	q_3	
	coeficientes de $q_{(x)}$				

Resto

Luego, $q_{(x)} = q_0x^3 + q_1x^2 + q_2x + q_3$ (es el cociente) y $R_{(x)} = R$ (es el residuo).

Nótese que cuando el divisor $d_{(x)} = ax + b$ es mónico: $a = 1$, los coeficientes del cociente se obtienen en forma directa.

Ejemplo Efectúe la división algebraica.

$$\frac{6x^4 + 13x^3 - 4x^2 - 2}{2x - 1}$$

Completamos al dividendo: $D_{(x)} = 6x^4 + 13x^3 - 4x^2 + 0x - 2$

Aplicamos la regla de Ruffini:

Resolución

$2x - 1 = 0$	6	13	-4	0	-2
$x = \frac{1}{2}$	↓	3	8	2	1
	6	16	4	2	-1
÷	2				
	3	8	2	1	
	coeficientes de $q_{(x)}$				

Residuo

Resolución

Luego,

$$q_{(x)} = 3x^3 + 8x^2 + 2x + 1 \text{ y } R_{(x)} = -1.$$

Observación. Como el divisor es lineal, entonces el residuo siempre es un polinomio constante (no depende de la variable).

Ejemplo

Halle el producto de los coeficientes del cociente de la división

$$\frac{abx^3 + b^2x^2 + bcx - 2ax^2 - 2bx - 2c}{bx - 2}$$

Resolución

Ordenamos al polinomio dividendo:

$$D_{(x)} = abx^3 + (b^2 - 2a)x^2 + (bc - 2b)x - 2c$$

Aplicamos la regla de Ruffini:

$bx - 2 = 0$	ab	$b^2 - 2a$	$bc - 2b$	$-2c$
$x = \frac{2}{b}$	$\downarrow$	$2a$	$2b$	$2c$
	ab	b^2	bc	0

Residuo

$$\begin{array}{ccc} & b & \\ a & & c \\ \hline & b & \\ \hline \end{array}$$

coeficientes de $q_{(x)}$

Lo dividimos entre b :Por lo tanto, el producto de los coeficientes del cociente es abc .

Ejemplo

Halle la suma de coeficientes del cociente aumentado en su resto en la siguiente división.

$$\frac{4x^6 + (2\sqrt{2} - 3)x^4 + (1 - 3\sqrt{2})x^3 - 5 + \sqrt{2}x^2}{2x - 1}$$

Resolución

Completamos y ordenamos al polinomio dividendo:

$$D_{(x)} = 4x^6 + (2\sqrt{2} - 3)x^4 + (1 - 3\sqrt{2})x^3 - 5 + \sqrt{2}x^2$$

$$D_{(x)} = 4x^6 + 0x^5 + (2\sqrt{2} - 3)x^4 + (1 - 3\sqrt{2})x^3 + \sqrt{2}x^2 + 0x - 5$$

Aplicamos la regla de Ruffini:

$$d_{(x)} = 2x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

Lo colocamos en el esquema de Ruffini:

Resolución

$$\begin{array}{r|rrrrrrr}
 & 4 & 0 & 2\sqrt{2}-3 & 1-3\sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 & -5 \\
 \frac{1}{2} & \downarrow & 2 & 1 & \sqrt{2}-1 & -\sqrt{2} & 0 & 0 \\
 \hline
 & 4 & 2 & 2\sqrt{2}-2 & -2\sqrt{2} & 0 & 0 & -5
 \end{array}$$

Lo dividimos $\div 2$:

2

Residuo

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 2 & 1 & \sqrt{2}-1 & -\sqrt{2} & 0 & 0
 \end{array}$$

coeficientes de $q(x)$

Por lo tanto,

$$\sum \text{Coef.}(q(x)) + R(x) = 2 + (-5) = -3$$

Ejemplo

Halle el resto de la siguiente división, si se sabe que la suma de coeficientes del cociente es 365.

$$\begin{array}{r}
 3x^n + 2x + n \\
 \hline
 x - 3
 \end{array}$$

Aplicamos la regla de Ruffini:

$$d(x) = x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$$

n términos

	3	0	0	0	...	...	0	2		n
3	$\downarrow$	9	27	81	...	...		3^n		$3(3^n + 2)$
	3	9	27	81	...	...	3^{n-1}	$3^n + 2$		$3^{n+1} + n + 6$
	3^1	3^2	3^3	3^4	...	...	3^{n-1}	$3^n + 2$		residuo

Por dato:

$$\sum \text{Coef.}(q(x)) = 365$$

$$3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{n-1} + 3^n + 2 = 365$$

$$3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{n-1} + 3^n = 363$$

$$\frac{3(3^n - 1)}{3 - 1} = 363$$

$$\frac{3(3^n - 1)}{2} = 363$$

$$3^n - 1 = 242$$

$$3^n = 243$$

$$n = 5$$

$$\text{Por lo tanto, } R(x) = 3^{n+1} + n + 6 = 740.$$

Resolución

Ejemplo

En la siguiente división, halle el valor de $a + b$ ($b \neq 0$) si se sabe que el resto es -2 y además, la suma de coeficientes del cociente es cero.

$$\frac{bx^4 + (4ab + a)x^3 + (4a^2 + b^2)x^2 + 4a + 2}{bx + a}$$

Aplicamos la regla de Ruffini:

$$bx + a = 0 \rightarrow x = -\frac{a}{b}$$

Reemplazamos en el esquema de Ruffini:

	b	$4ab + a$	$4a^2 + b^2$	0	$4a + 2$
$-\frac{a}{b}$	$\downarrow$	$-a$	$-4a^2$	$-ab$	a^2
	b	$4ab$	b^2	$-ab$	$a^2 + 4a + 2$
					residuo

Dividimos $\div b$:

	1	$4a$	b	$-a$
				coeficientes de $q(x)$

Por dato:

- resto = -2
 $a^2 + 4a + 2 = -2$
 $a^2 + 4a + 4 = 0$
 $(a + 2)^2 = 0$
 $a = -2$
- $\sum \text{Coef.}(q(x)) = 0$
 $1 + 4a + b - a = 0$
 $1 + 3a + b = 0$
 $1 + 3(-2) + b = 0$
 $b = 5$

Por lo tanto, $a + b = 3$.

Resolución

Teorema del resto

Objetivo: Hallar el residuo de una división algebraica sin efectuarla.

Enunciado: En toda división de la forma

$$\frac{P(x)}{ax + b}$$

el residuo es igual al valor numérico de $P(x)$ cuando x es igual a $-b/a$. Es decir,

$$\frac{P(x)}{ax + b} \rightarrow \text{Resto} = P\left(-\frac{b}{a}\right)$$

Ejemplo

$$1. \frac{P(x)}{x-1} \rightarrow R(x) = P(1)$$

$$2. \frac{P(x)}{x+2} \rightarrow R(x) = P(-2)$$

$$3. \frac{P(x)}{2x-1} \rightarrow R(x) = P\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$4. \frac{Q(x+1)}{x-2} \rightarrow R(x) = Q(3)$$

Ejemplo

Halle el residuo de la siguiente división.

$$\frac{x^{20} - 2x^{19} + 3x - 1}{x - 2}$$

Resolución

Aplicamos el teorema del resto:

$$1. d(x) = x - 2 = 0 \quad (\text{el divisor se iguala a cero})$$

$$2. x = 2 \quad (\text{se despeja } x \text{ solo cuando el divisor es lineal})$$

$$3. R(x) = D(2) \quad (\text{se reemplaza en el dividendo para obtener el residuo})$$

$$= 2^{20} - 2 \cdot 2^{19} + 3 \cdot 2 - 1 = 5$$

$$\text{Por lo tanto, } R(x) = 5.$$

Ejemplo

Se divide el polinomio $x^3 + 2ax^2 - 7ax^2 + 2a^3$ entre $x - a$. ¿Cuál debe ser el valor de a^2 de modo que el residuo sea 1?

Resolución

Por dato:

La división $\frac{x^3 + 2ax^2 - 7ax^2 + 2a^3}{x - a}$ tiene resto 1 ($R_{(x)} = 1$)

Por el teorema del resto:

$$R_{(x)} = D_{(a)} = 1$$

$$a^3 + 2aa^2 - 7aa^2 + 2a^3 = 1$$

$$a^3 + 2a^3 - 7a^3 + 2a^3 = 1$$

$$-2a^3 = 1$$

$$a^3 = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow a^2 &= \sqrt[3]{-\frac{1}{2}}^2 = \sqrt[3]{\left(-\frac{1}{2}\right)^2} \\ &= \sqrt[3]{\frac{1}{4}} = \sqrt[3]{\frac{2}{8}} \\ &= \frac{\sqrt[3]{2}}{2} \end{aligned}$$

Ejemplo

Al dividir $p(x)$ por $(2x - 1)$ y $(x + 1)$, se obtiene los residuos 6 y 3 respectivamente. Halle el residuo de dividir $p(x)$ por $(2x - 1)(x + 1)$

Resolución

Por dato:

$$\blacksquare \frac{p(x)}{2x - 1} \rightarrow R_{(x)} = 6$$

Por el teorema del resto: $R_{(x)} = p\left(\frac{1}{2}\right) = 6$

$$\blacksquare \frac{p(x)}{x + 1} \rightarrow r_{(x)} = 3$$

Por el teorema del resto: $r_{(x)} = p(-1) = 3$

Nos piden hallar el resto de

$$\frac{p(x)}{(2x - 1)(x + 1)}$$

Resolución

Como el divisor es de grado dos, entonces el resto es de la forma:

$$\mathcal{R}_{(x)} = ax + b$$

Por la identidad de la división:

$$p(x) \equiv (2x - 1)(x + 1)q(x) + ax + b$$

Lo evaluamos (convenientemente) para:

$$\begin{array}{l} x = \frac{1}{2}: \quad p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{a}{2} + b = 6 \\ x = -1: \quad p(-1) = -a + b = 3 \end{array} \quad \downarrow$$

$$\begin{array}{rcl} \text{Restamos:} & \frac{3a}{2} & = 3 \\ & a = 2 & \wedge \quad b = 5 \end{array}$$

Por lo tanto, $\mathcal{R}_{(x)} = ax + b = 2x + 5$.

Ejemplo

Halle el residuo de la siguiente división.

$$\frac{2x^5 - x^4 - 4x^3 + x + 3}{x^2 - 2}$$

Resolución

Aplicamos el teorema del resto:

$$1. \quad d_{(x)} = x^2 - 2 = 0$$

(como el divisor no es lineal, entonces no despejamos a x , si no a una expresión que contenga a x y que se pueda formar en el dividendo)

$$2. \quad x^2 = 2$$

El dividendo se puede expresar como:

$$D_{(x)} = 2(x^2)^2x - (x^2)^2 - 4x^2 \cdot x + x + 3$$

Luego, reemplazamos $x^2 = 2$ en $D_{(x)}$.

$$\begin{aligned} 3. \quad R_{(x)} &= 2(2)^2x - (2)^2 - 4 \cdot 2 \cdot x + x + 3 \\ &= 8x - 4 - 8x + x + 3 \\ &= x - 1 \end{aligned}$$

Ejemplo

Halle el resto de la siguiente división.

$$\frac{x^{5^{2^n}}}{x^{5^n} + 1}$$

Resolución

Aplicamos el teorema del resto:

$$1. \quad d_{(x)} = x^{5^n} + 1 = 0$$

$$2. \quad x^{5^n} = -1$$

Damos forma al dividendo para reemplazar x^{5^n} por -1 .

$$D_{(x)} = x^{5^{2^n}} = x^{5^n \cdot 5^{2^n - n}} = (x^{5^n})^{5^{2^n - n}}$$

$$3. \quad R_{(x)} = (-1)^{5^{2^n - n}} = -1$$

Tenga en cuenta que:

$$5^{2^n - n} \text{ siempre es impar y } (-1)^{\text{impar}} = -1$$

Por lo tanto, el residuo es -1 .

Ejemplo

Halle el residuo de la siguiente división.

$$\frac{x^{30} - x^5 + 3}{x^2 - x + 1}$$

Resolución

Aplicamos el teorema del resto:

$$1. \quad d_{(x)} = x^2 - x + 1 = 0$$

$$2. \quad \text{Como } x^2 - x + 1 = 0 \quad \dots (*)$$

Multiplicamos por $(x + 1)$ convenientemente:

$$(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0(x + 1)$$

$$x^3 + 1 = 0$$

$$x^3 = -1$$

El dividendo se puede expresar como:

$$D_{(x)} = (x^3)^{10} - x^3 x^2 + 3$$

Luego, reemplazamos $x^3 = -1$ en $D_{(x)}$.

$$3. \quad R_{(x)} = (-1)^{10} - (-1)x^2 + 3$$

$$= 1 + x^2 + 3$$

$$= \underbrace{x^2}_{x-1} + 4; \text{ no es el resto, pues no se cumple: } ^\circ[R] < ^\circ[d]$$

$$= x - 1 + 4$$

$$= x + 3$$

De (*) se obtuvo $x^2 = x - 1$

Ejemplo

Determine el resto de la siguiente división.

$$\frac{(x^3 + 1)^8 - x^{39} + 9}{x^6 + x^3 + 1}$$

Resolución

Aplicamos el teorema del resto:

$$1. \quad d_{(x)} = x^6 + x^3 + 1 = 0$$

2. Despejamos una expresión conveniente:

$$x^3 + 1 = -x^6$$

Lo reemplazamos en el dividendo $D_{(x)}$:

$$D_{(x)} = (x^3 + 1)^8 - x^{39} + 9$$

$$3. \quad R_{(x)} = (-x^6)^8 - x^{39} + 9$$

$$R_{(x)} = x^{48} - x^{39} + 9$$

$$R_{(x)} = x^{39} \underbrace{(x^9 - 1)}_{\substack{\text{diferencia} \\ \text{de cubos}}} + 9$$

$$R_{(x)} = x^{39}(x^3 - 1) \underbrace{(x^6 + x^3 + 1)}_0 + 9$$

$$R_{(x)} = 9$$

Por lo tanto, el resto de la división es 9.

Divisibilidad de polinomios

Dados dos polinomios $P_{(x)}$ y $f_{(x)}$ tales que $^o[P] \geq ^o[f] \geq 1$. Diremos que $P_{(x)}$ es divisible por $f_{(x)}$ si existe otro polinomio $g_{(x)}$ único, tal que $P_{(x)} \equiv f_{(x)} \cdot g_{(x)}$

Corolario

$P_{(x)}$ es divisible por $f_{(x)}$ si y solo si la división $P_{(x)} \div f_{(x)}$ es exacta.

Ejemplo

El polinomio $P_{(x)} = x^3 + x - 10$ es divisible por $f_{(x)} = x - 2$.

En efecto, la división algebraica:

$$\frac{P_{(x)}}{f_{(x)}} = \frac{x^3 + x - 10}{x - 2}$$

deja resto cero, pues por el teorema del resto:

$$R_{(x)} = P_{(2)} = 2^3 + 2 - 10 = 0$$

Es decir, $\frac{P_{(x)}}{f_{(x)}}$ es exacta.

Ejemplo

¿Qué condición debe cumplir los números reales b y c para que el polinomio $x^2 + bx + c$ sea divisible por $x - 1$?

Resolución

Como el polinomio $x^2 + bx + c$ es **divisible** por $x - 1$, entonces la división:

$$\frac{x^2 + bx + c}{x - 1} \text{ es exacta } (R_{(x)} = 0)$$

Halleemos el resto por el teorema del resto:

$$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$$

Luego,

$$R_{(x)} = D_{(1)} = 1 + b + c = 0$$

$$b + c = -1$$

Por lo tanto, la condición que se debe cumplir entre los números reales b y c es: $b + c = -1$

⊙ Teorema del factor

Un polinomio $P_{(x)}$ no constante, se anula para $x = \alpha$ si y solo si $P_{(x)}$ es divisible por $(x - \alpha)$; es decir, $(x - \alpha)$ es un **factor** de $P_{(x)}$.

Ejemplo

Dado el polinomio $P_{(x)} = 3x^4 + 2x^3 - 4x - 1$, vemos que $P_{(1)} = 0$. Luego, $(x - 1)$ es un **factor** del polinomio $P_{(x)}$. Es decir;

$$P_{(x)} = (x - 1) \cdot q_{(x)} \text{ donde } q_{(x)} \text{ es otro polinomio}$$

Ejemplo

Si el polinomio $f_{(x)} = x - c$ es un factor del polinomio

$$P_{(x)} = ax^3 - acx^2 + bx + c; abc \neq 0, \text{ determine el valor de } m.$$

Resolución

Como $f(x) = x - c$ es un factor de $P(x) = ax^3 - acx^2 + bx + c$, entonces la división $P(x) \div f(x)$ es exacta. Es decir:

$$\frac{ax^3 - acx^2 + bx + c}{x - c} \text{ tiene residuo cero}$$

Hallemos el resto por el Teorema del Resto:

$$R(x) = D(c) = 0$$

$$ac^3 - acc^2 + bc + c = 0$$

$$ac^3 - ac^3 + bc + c = 0$$

$$bc + c = 0$$

$$bc = -c$$

Cancelamos c :

$$b = -1$$

⊙ Teorema de la divisibilidad

Sea $P(x)$ un polinomio de grado $n \geq 2$. $P(x)$ es divisible separadamente por los binomios $(x - a)$ y $(x - b)$ con $a \neq b$, si y solo si $P(x)$ es divisible por el producto $(x - a)(x - b)$.

Ejemplo

Si el polinomio $P(x) = x^4 + 2x^3 + ax^2 + x + b$ es divisible por $(x + 1)(x - 2)$, halle el valor de $a + b$.

Resolución

Como $P(x)$ es divisible por $(x + 1)(x - 2)$, entonces es divisible separadamente por $(x + 1)$ y $(x - 2)$; luego la división $P(x) \div (x + 1)$ es exacta; es decir, su resto es cero ($R(x) = 0$).

Por el teorema del resto:

$$R(x) = P(-1) = 0$$

$$(-1)^4 + 2(-1)^3 + a(-1)^2 + (-1) + b = 0$$

$$1 - 2 + a - 1 + b = 0$$

$$a + b = 2$$



Ejemplo

Determine un polinomio $P_{(x)}$ de tercer grado que sea divisible separadamente entre $(x - 5)$ y $(x - 3)$. Además se sabe que la suma de sus coeficientes es -8 y su término independiente es -45 .

Por dato:

- $P_{(x)}$ es divisible entre $(x - 5)$
- $P_{(x)}$ es divisible entre $(x - 3)$

entonces, por el Teorema de la Divisibilidad:

$$P_{(x)} \text{ es divisible entre } (x - 5)(x - 3)$$

Es decir, la división

$$\frac{P_{(x)}}{(x - 5)(x - 3)} \text{ es exacta } (R_{(x)} = 0)$$

Además, en toda división se cumple:

$$D_{(x)} \equiv d_{(x)}q_{(x)} + \underbrace{R_{(x)}}_0$$

$$P_{(x)} \equiv \underbrace{(x - 5)}_{\text{grado 1}} \underbrace{(x - 3)}_{\text{grado 1}} q_{(x)}$$

Como $P_{(x)}$ es de grado 3, entonces $q_{(x)}$ debe tener grado 1; es decir, debe ser lineal: $q_{(x)} = mx + n$. Luego:

$$P_{(x)} \equiv (x - 5)(x - 3)(mx + n)$$

También, por dato:

- Suma de sus coeficientes de $P_{(x)}$ es -8 :

Es decir,

$$P_{(1)} = 8$$

$$(-4)(-2)(m + n) = 8$$

$$m + n = 1 \quad \dots (*)$$

- Término independiente de $P_{(x)}$ es -45 :

Es decir,

$$P_{(0)} = -45$$

$$(-5)(-3)(n) = -45$$

$n = 3$ y reemplazando en $(*)$ se obtiene $m = -2$

Por lo tanto, $P_{(x)} \equiv (x - 5)(x - 3)(-2x + 3)$

Resolución

⊙ Teorema de los restos iguales

Sea $P_{(x)}$ un polinomio de grado $n \geq 2$ y $a \neq b$. Si

$$\frac{P_{(x)}}{x-a} \text{ deja resto } R_1(x) = R$$

$$\frac{P_{(x)}}{x-b} \text{ deja resto } R_2(x) = R$$

entonces $\frac{P_{(x)}}{(x-a)(x-b)} \text{ deja resto } R(x) = R$

Ejemplo

Un polinomio $P_{(x)}$ de tercer grado, al dividirlo separadamente entre $(x-1)$, $(x-2)$ y $(x-3)$ da el mismo resto: -20 , y al dividir $P_{(x)}$ entre $(x-4)$ el resto es 16 . Calcule el término independiente de $P_{(x)}$.

Por dato:

$$\blacksquare \frac{P_{(x)}}{x-1} \text{ tiene resto } R_{(x)} = -20$$

$$\blacksquare \frac{P_{(x)}}{x-2} \text{ tiene resto } R_{(x)} = -20$$

$$\blacksquare \frac{P_{(x)}}{x-3} \text{ tiene resto } R_{(x)} = -20$$

Entonces, por el teorema anterior:

$$\frac{P_{(x)}}{(x-1)(x-2)(x-3)} \text{ tiene resto } R_{(x)} = -20$$

Se sabe, que en toda división se cumple:

$$D_{(x)} \equiv d_{(x)}q_{(x)} + R_{(x)}$$

Es decir,

$$P_{(x)} \equiv \underbrace{(x-1)}_{\text{grado 1}} \underbrace{(x-2)}_{\text{grado 1}} \underbrace{(x-3)}_{\text{grado 1}} q_{(x)} - 20$$

Como $P_{(x)}$ es de grado 3, entonces el cociente $q_{(x)}$ debe ser de grado cero; es decir, $q_{(x)}$ debe ser un polinomio constante: $q_{(x)} = k$.

Luego,

$$P_{(x)} \equiv k(x-1)(x-2)(x-3) - 20$$

Además:

Resolución

$$\frac{P_{(x)}}{x-4} \text{ tiene resto } r_{(x)} = 16$$

Por el Teorema del Resto:

$$r_{(x)} = \underline{P_{(4)} = 16}$$

$$k(3)(2)(1) - 20 = 16$$

$$6k = 36$$

$$k = 6$$

Lo reemplazamos en $P_{(x)}$:

$$P_{(x)} = 6(x-1)(x-2)(x-3) - 20$$

Nos piden calcular el término independiente de $P_{(x)}$:

$$TI(P_{(x)}) = P_{(0)} = 6(-1)(-2)(-3) - 20 = -56$$

Problemas resueltos

1.

El resto de la división de un polinomio $P_{(x)}$ entre $x^2 + 3x + 2$ es $2x + 3$, y entre $x^2 + 2x - 3$ es $x - 2$. Halle el resto de la división de $P_{(x)}$ entre $x^2 - 1$.

A) $-x + 2$ B) $-3x + 5$ C) $-x$ D) $2x - 1$ E) $2x - 3$

Resolución

Por dato:

■ $P_{(x)} \div (x^2 + 3x + 2)$ da resto $2x + 3$, entonces

$$P_{(x)} \equiv (x^2 + 3x + 2)Q_{(x)} + 2x + 3$$

$$P_{(x)} \equiv (x+1)(x+2)Q_{(x)} + 2x + 3$$

De aquí, $P_{(-1)} = 1$

■ $P_{(x)} \div (x^2 + 2x - 3)$ da resto $x - 2$, entonces

$$P_{(x)} \equiv (x^2 + 2x - 3)q_{(x)} + x - 2$$

$$P_{(x)} \equiv (x-1)(x+3)q_{(x)} + x - 2$$

De aquí, $P_{(1)} = -1$

Resolución

Nos piden el resto de la división $\frac{P(x)}{x^2 - 1}$.

Como el divisor es cuadrático, entonces el resto es de la forma:

$$R(x) = ax + b$$

Aplicando la identidad fundamental de la división:

$$P(x) \equiv (x^2 - 1)K(x) + ax + b$$

Lo evaluamos para:

$$x = 1: P(1) = a + b = -1$$

$$x = -1: P(-1) = -a + b = 1$$

Sumando estas ecuaciones:

$$2b = 0 \rightarrow b = 0 \text{ y } a = -1$$

Por lo tanto, $R(x) = -x$.

Rpta: C

2.

Al dividir el polinomio $P(x)$ entre $(x - 2)$, el cociente es $x^2 + 2x + 1$ y el residuo es r , al dividir el mismo polinomio entre $(x - 4)$ da como residuo $-r$. ¿Cuánto vale r ?

A) -1

B) 2

C) -25

D) 1

E) 25

Resolución

Por dato:

■ $P(x) \div (x - 2)$ genera $Q(x) = x^2 + 2x + 1$ y $R(x) = r$

Entonces, $P(x) \equiv (x - 2)(x^2 + 2x + 1) + r$

De aquí, $P(4) = 50 + r \dots (\alpha)$

■ $P(x) \div (x - 4)$ genera $q(x)$ y $r(x) = -r$

Entonces, $P(x) \equiv (x - 4)q(x) - r$

De aquí, $P(4) = -r \dots (\beta)$

De (α) y (β) :

$$50 + r = -r$$

$$2r = -50$$

$$r = -25$$

Rpta: C

3.

¿Cuál es el número que se le debe restar al polinomio $P(x) = 2x^5 - x^3 - 2x^2 + 1$ para que sea divisible por $(x - 2)$? De cómo respuesta la suma de cifras de dicho número.

A) 10

B) 19

C) 13

D) 16

E) 9

Resolución

Sea k el número que se le debe restar a $P(x)$. Luego

$(2x^5 - x^3 - 2x^2 + 1 - k)$ es divisible por $(x - 2)$

Es decir,

$$\frac{2x^5 - x^3 - 2x^2 + 1 - k}{x - 2} \text{ es exacta } (R_{(x)} = 0)$$

Por el teorema del resto:

$$R_{(x)} = \underline{D_{(2)}} = 0$$

$$2(2)^5 - 2^3 - 2(2)^2 + 1 - k = 0$$

$$64 - 8 - 8 + 1 - k = 0$$

$$k = 49$$

Por lo tanto, la suma de cifras de dicho número es 13.

Rpta: C

4.

Al dividir un polinomio $P(x)$ entre $x^2 - 1$ se obtiene $-2x + 4$ de residuo y al dividirlo entre $x^2 - x - 2$ se tiene $8x + 14$ de residuo. Determine el residuo que se obtendría al dividir $P(x)$ entre $x^3 - 2x^2 - x + 2$.

A) $10x^2 - 2x - 6$ B) $10x^2 + 2x + 6$ C) $-10x^2 - 2x + 6$ D) $-10x^2 + 6x + 2$ E) $10x^2 + 6x - 2$

Resolución

Por dato:

■ $P(x) \div (x^2 - 1)$ se obtiene $R_{(x)} = -2x + 4$

Entonces, $P(x) \equiv (x^2 - 1)Q_{(x)} - 2x + 4$

- $P(x) \equiv (x + 1)(x - 1)Q_{(x)} - 2x + 4$

De donde, $P_{(-1)} = 6$ y $P_{(1)} = 2$

■ $P(x) \div (x^2 - x - 2)$ se obtiene $r_{(x)} = 8x + 14$

$$\text{Entonces, } P_{(x)} \equiv (x^2 - x - 2)q_{(x)} + 8x + 14$$

$$P_{(x)} \equiv (x + 1)(x - 2)q_{(x)} + 8x + 14$$

$$\text{De donde, } P_{(2)} = 30$$

Nos piden el resto de la división

$$\frac{P_{(x)}}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$$

Como el divisor es cúbico, entonces el resto es de la forma:

$$R_{(x)} = ax^2 + bx + c$$

Aplicando la identidad fundamental de la división:

$$P_{(x)} \equiv (x^3 - 2x^2 - x + 2)K_{(x)} + ax^2 + bx + c$$

Lo evaluamos para:

$$x = 1: P_{(1)} = a + b + c = 2 \quad \dots (\alpha)$$

$$x = -1: P_{(-1)} = a - b + c = 6 \quad \dots (\beta)$$

$$x = 2: P_{(2)} = 4a + 2b + c = 30 \quad \dots (\theta)$$

Restamos las dos primeras ecuaciones:

$$2b = -4 \rightarrow b = -2$$

$$(\theta) - (\beta): 3a + 3b = 24$$

$$3a - 6 = 24$$

$$a = 10 \quad \wedge \quad c = -6$$

$$\text{Por lo tanto, } R_{(x)} = ax^2 + bx + c = 10x^2 - 2x - 6.$$

Rpta: A

5.

Si el polinomio $P_{(x)}$ se divide por $(x - 2)$, el cociente es $x^2 + 2x + 1$ y el residuo es r . Pero si $P_{(x)}$ se divide por $(x - 4)$, el residuo es $(-r)$. ¿Cuál es el valor de r ?

A) 25

B) -25

C) 20

D) -20

E) 0

Resolución

Por dato:

$$\blacksquare P_{(x)} \div (x - 2) \text{ genera } Q_{(x)} = x^2 + 2x + 1 \text{ y } R_{(x)} = r$$

$$\text{Entonces, } P_{(x)} \equiv (x - 2)(x^2 + 2x + 1) + r$$

Resolución

De aquí, $P_{(4)} = 50 + r \dots (\alpha)$ ■ $P_{(x)} \div (x - 4)$ genera $q_{(x)}$ y $r_{(x)} = -r$ Entonces, $P_{(x)} \equiv (x - 4)q_{(x)} - r$ De aquí, $P_{(4)} = -r \dots (\beta)$ De (α) y (β) :

$$50 + r = -r$$

$$2r = -50 \rightarrow r = -25$$

Rpta: B

twitter.com/calapenshko

6.

Halle el resto de dividir

 $4(3x - 7)^8 - (3x - 5)^5 + 8$ por $x - 3$ en $\mathbb{R}[x]$

A) 32

B) -16

C) -5

D) 8

E) 12

Resolución

Se pide hallar el resto de la división

$$\frac{4(3x - 7)^8 - (3x - 5)^5 + 8}{x - 3}$$

Por el teorema del resto:

$$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$$

Luego,

$$\begin{aligned} R_{(x)} = D_{(3)} &= 4(3 \cdot 3 - 7)^8 - (3 \cdot 3 - 5)^5 + 8 \\ &= 4(2)^8 - (4)^5 + 8 \\ &= 2^2(2)^8 - (2^2)^5 + 8 \\ &= 2^{10} - 2^{10} + 8 \\ &= 8 \end{aligned}$$

Rpta: D

7.

Si $p(x) = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$, halle el resto de dividir $p(x)$ por $x - 3 - \sqrt[3]{7}$.

A) 7

B) 6

C) 5

D) 8

E) 9

Resolución

Nos piden hallar el resto de la división:

$$\frac{p(x)}{x-3-\sqrt[3]{7}} = \frac{x^3 - 9x^2 + 27x - 27}{x-3-\sqrt[3]{7}} = \frac{(x-3)^3}{x-3-\sqrt[3]{7}}$$

Por el teorema del resto:

$$x - 3 - \sqrt[3]{7} = 0$$

Le damos forma para obtener el dividendo:

$$x - 3 = \sqrt[3]{7}$$

Elevamos al cubo: $(x - 3)^3 = \sqrt[3]{7^3} = 7$

Al reemplazar en el dividendo se obtiene como resto 7.

Rpta: A

8.

Si el polinomio $P_{(x)} = x^3 + 3x^2 + Ax + B$ es divisible por $(x + 4)$ y $(x - 2)$, entonces, halle el valor de $A - B$.

A) -2

B) -1

C) 2

D) 1

E) 0

Resolución

Recuerde:

Si $P_{(x)}$ es divisible por $(x - a)$, entonces $P_{(a)} = 0$

Por dato:

■ $P_{(x)}$ es divisible por $(x + 4)$, entonces $P_{(-4)} = 0$

$$-64 + 48 - 4A + B = 0$$

$$-4A + B = 16 \quad \dots (\alpha)$$

■ $P_{(x)}$ es divisible por $(x - 2)$, entonces $P_{(2)} = 0$

$$8 + 12 + 2A + B = 0$$

$$2A + B = -20 \quad \dots (\beta)$$

$(\alpha) - (\beta)$:

$$-6A = 36 \rightarrow A = -6 \wedge B = -8$$

Por lo tanto, $A - B = 2$.

Rpta: C



9.

Dados los polinomios

$$Q_{(x)} = x^4 + 5nx^3 + 5n^2x^2 - 5n^3x - 6n^4$$

$$P_{(x)} = x^4 - 4nx^3 - n^2x^2 + 16n^3x - 12n^4$$

Si $M = \frac{P_{(x)}Q_{(x)}}{\text{MCM}_{(P;Q)}}$, halle el resto de $\frac{M}{x-3n}$

A) $20n^2$

B) $30n^2$

C) $40n^3$

D) $10n^3$

E) $10n^2$

Al factorizar los polinomios $P_{(x)}$ y $Q_{(x)}$ se obtienen:

$$P_{(x)} = (x-3n)(x-2n)(x-n)(x+2n)$$

$$Q_{(x)} = (x-n)(x+n)(x+2n)(x+3n)$$

Luego,

$$P_{(x)}Q_{(x)} = (x-3n)(x-2n)(x-n)^2(x+2n)^2(x+n)(x+3n)$$

También

$$\text{MCM}_{(P;Q)} = (x-3n)(x-2n)(x-n)(x+2n)(x+n)(x+3n)$$

Por dato:

$$\begin{aligned} M &= \frac{P_{(x)}Q_{(x)}}{\text{MCM}_{(P;Q)}} \\ &= \frac{(x-3n)(x-2n)(x-n)^2(x+2n)^2(x+n)(x+3n)}{(x-3n)(x-2n)(x-n)(x+2n)(x+n)(x+3n)} \\ &= \frac{(x-n)(x+2n)^2}{(x+2n)} \\ &= (x-n)(x+2n) \end{aligned}$$

Nos piden hallar el resto de

$$\frac{M}{x-3n} = \frac{(x-n)(x+2n)}{x-3n}$$

Por el teorema del resto:

$$R_{(x)} = D_{(3n)} = (3n-n)(3n+2n)$$

$$= (2n)(5n)$$

$$= 10n^2$$

Rpta: E



10.

Un polinomio $P_{(x)}$ de término independiente 11, al dividirlo entre $(x - 5)$ se obtiene como término independiente del cociente 4. Halle el resto.

A) 31

B) 20

C) 10

D) 50

E) 30

Resolución

Por dato, el término independiente de $P_{(x)}$ es 11; es decir, $P_{(0)} = 11$.

También, la división $P_{(x)} \div (x - 5)$ genera un cociente $Q_{(x)}$ tal que $Q_{(0)} = 4$.

Por el algoritmo de Euclides:

$$P_{(x)} \equiv (x - 5)Q_{(x)} + R \quad (\text{note que el resto es constante})$$

Lo evaluamos para $x = 0$:

$$P_{(0)} \equiv (-5)Q_{(0)} + R$$

$$11 = (-5)(4) + R$$

De donde, $R = 31$.

Rpta: A

11.

Halle el residuo de la siguiente división.

$$\frac{x^4 - 81}{x^2 + 9}$$

A) $x^2 + 9$

B) 0

C) $x^2 - 9$ D) $x^2 - 3$ E) $x^2 + 3$

Resolución

Por el teorema del resto:

$$1. \quad x^2 + 9 = 0$$

$$2. \quad x^2 = -9$$

El dividendo se puede expresar de la siguiente manera:

$$D_{(x)} = x^4 - 81 = (x^2)^2 - 81$$

3. Reemplazamos $x^2 = -9$ en el dividendo y obtenemos el resto:

$$R_{(x)} = (-9)^2 - 81 = 81 - 81 = 0$$

12.

Halle el resto de dividir

$$\frac{3(x-5)^4 + 4(x-6)^6}{11x + 30}$$

- A) $3x + 1$ B) $x + 9$ C) $9 - x$ D) $3x - 1$ E) $x + 3$

Resolución

Como el divisor $d_{(x)} = x^2 - 11x + 30 = (x - 5)(x - 6)$ es cuadrático, entonces el resto es de la forma: $R_{(x)} = ax + b$.

Se sabe que:

$$D_{(x)} \equiv d_{(x)} \cdot q_{(x)} + R_{(x)}$$

Es decir,

$$3(x - 5)^3 + 4(x - 6)^6 \equiv (x - 5)(x - 6)q_{(x)} + ax + b$$

Lo evaluamos convenientemente para

$$x = 5: 4 = 5a + b \quad \uparrow$$

$$x = 6: 3 = 6a + b \quad \uparrow$$

Restamos: $-1 = a$

Luego $b = 9$

Por lo tanto, $R_{(x)} = ax + b = -x + 9$.

Rpta: C

Universidad Nacional del Callao

13.

Sea el polinomio $P_{(x)} = (2n - 1)x^{16n} - (5n - 3)x^{8n} + (n + 5)x^{4n+5} - (3n - 15)x^{39} + n + 2$. Halle el resto de la división $\frac{P_{(x)}}{x + 1}$.

- A) 15 B) -15 C) 16 D) -16 E) 12

UNAC 2000 - II

Resolución

Aplicamos el teorema del resto:

$$d_{(x)} = x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$$

Luego,

Aplicamos el teorema del resto:

$$d_{(x)} = x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$$

Luego,

Resolución

$$R_{(x)} = P_{(-1)}$$

$$= (2n - 1)(-1)^{16n} - (5n - 3)(-1)^{8n} + \\ + (n + 5)(-1)^{4n+5} - (3n - 15)(-1)^{39} + n + 2$$

Recuerde:

$$(-1)^{\text{par}} = 1 \quad \wedge \quad (-1)^{\text{impar}} = -1$$

En el problema

$$= (2n - 1) - (5n - 3) - (n + 5) + (3n - 15) + n + 2 \\ = 2n - 1 - 5n + 3 - n - 5 + 3n - 15 + n + 2 \\ = -16$$

Por lo tanto, el resto es -16 .

Rpta: D

14.

Si $x^3 + mx^2 + nx + 1$ es divisible por $x - 1$, determine $m + n$.

A) 0

B) -4 C) -2 D) -10

E) 2

UNAC 2003 - II

Resolución

Como $x^3 + mx^2 + nx + 1$ es divisible por $x - 1$, entonces la división

$$\frac{x^3 + mx^2 + nx + 1}{x - 1} \text{ es exacta } (R_{(x)} = 0)$$

Halleemos el resto por el teorema del resto:

$$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$$

Luego,

$$R_{(x)} = D_{(1)} = 1 + m + n + 1 = 0$$

$$m + n = -2$$

Rpta: C

15.

Dividiendo el polinomio $P_{(x)} = x^5 + ax^4 + bx^2 + cx + 1$ por $(x - 1)$, se obtiene un resto igual a 2. Dividiendo $P_{(x)}$ por $(x + 1)$, se obtiene un resto igual a 3. Si se sabe que $P_{(x)}$ es divisible por $(x - 2)$, halle el valor de ab/c .

A) 4

B) -6

C) 7

D) -4

E) 9

UNAC 2004 - I

Se tiene el polinomio: $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^2 + cx + 1$

Por dato:

■ $\frac{P(x)}{x-1} \rightarrow R(x) = 2$, entonces $P(1) = 2$

$$1 + a + b + c + 1 = 2$$

$$a + b + c = 0 \quad \dots (\alpha)$$

■ $\frac{P(x)}{x+1} \rightarrow r(x) = 3$, entonces $P(-1) = 3$

$$-1 + a + b - c + 1 = 3$$

$$a + b - c = 3 \quad \dots (\beta)$$

■ $P(x)$ es divisible por $(x-2)$; es decir,

$$\frac{P(x)}{x-2} \rightarrow R(x) = 0, \text{ entonces } P(2) = 0$$

$$32 + 16a + 4b + 2c + 1 = 0$$

$$16a + 4b + 2c = -33 \quad \dots (\theta)$$

Resolviendo (α) , (β) y (θ) se obtiene:

$$a = -3, \quad b = \frac{9}{2}, \quad c = -\frac{3}{2}$$

Por lo tanto, $\frac{ab}{c} = 9$

twitter.com/calapenshko

Rpta: E

16.

Si los polinomios $P(x) = x^2 + ax + 6$ y $Q(x) = x^2 + bx + 3$ son divisibles por $H(x) = 2x + c$, entonces $ac - bc$ es igual a

A) 5

B) 4

C) 8

D) 6

E) 7

UNAC 2010 - II



Como $P(x) = x^2 + ax + 6$ y $Q(x) = x^2 + bx + 3$ son divisibles por $H(x) = 2x + c$, entonces:

$$\frac{P(x)}{2x+c} \text{ y } \frac{Q(x)}{2x+c} \text{ son divisiones exactas } (R(x) = 0)$$

Por el teorema del resto:

$$P\left(-\frac{c}{2}\right) = 0 \quad \text{y} \quad Q\left(-\frac{c}{2}\right) = 0$$

$$\frac{c^2}{4} - \frac{ac}{2} + 6 = 0 \quad \frac{c^2}{4} - \frac{bc}{2} + 3 = 0$$

De donde

$$\frac{c^2}{4} = \frac{ac}{2} - 6 = \frac{bc}{2} - 3$$

$$\frac{ac - bc}{2} = 3$$

$$ac - bc = 6$$

Por lo tanto, el valor de $ac - bc$ es 6.

Rpta: D

Universidad Nacional de Ingeniería

17.

Calcule el valor de $K = \sqrt{\frac{a+c-5}{a-c}}$ si la división $\frac{x^{21} - ax + c}{x^2 - x + 1}$ es exacta.

A) 10

B) 8

C) 2

D) 6

E) 4

UNI 2003 - I

Por el teorema del resto:

$$1. \quad d(x) = x^2 - x + 1 = 0$$

Multiplicamos por $(x + 1)$:

$$(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0(x + 1)$$

$$x^3 + 1 = 0$$

Resolución

$$2. \quad x^3 = -1$$

Damos forma en el dividendo:

$$D_{(x)} = x^{21} - ax + c = (x^3)^7 - ax + c$$

3. Reemplazamos $x^3 = -1$ en el dividendo y obtenemos el resto.

$$R_{(x)} = (-1)^7 - ax + c$$

$$= -1 - ax + c$$

$$= -ax + c - 1 \equiv 0x + 0 \quad (\text{dato: el resto es cero})$$

Entonces, $a = 0$ y $c = 1$

Nos piden hallar:

$$K = \sqrt{\frac{a+c-5}{a-c}} = \sqrt{\frac{1-5}{-1}} = \sqrt{4} = 2$$

Rpta: C

18.

Al dividir un polinomio $p_{(x)}$ entre $x^4 - 1$ se obtuvo como residuo: $3x^3 + nx^2 + mx - 2$; si además se sabe que el resto de dividir $p_{(x)}$ entre $(x^2 - 1)$ es $5x - 4$, entonces el valor de m^n es:

A) -4

B) -2

C) 1/2

D) 1/4

E) 4

UNI 2011 - II

Resolución

Por dato:

$$\blacksquare \quad \frac{p_{(x)}}{x^4 - 1} \text{ se obtiene } R_{(x)} = 3x^3 + nx^2 + mx - 2$$

Por la identidad de la división:

$$p_{(x)} \equiv (x^4 - 1)Q_{(x)} + 3x^3 + nx^2 + mx - 2 \quad \dots (*)$$

$$\blacksquare \quad \frac{p_{(x)}}{x^2 - 1} \text{ se obtiene } r_{(x)} = 5x - 4$$

Por la identidad de la división:

$$p_{(x)} \equiv (x^2 - 1)q_{(x)} + 5x - 4$$

De aquí se obtiene:

$$P_{(1)} = 1 \text{ y } P_{(-1)} = -9$$

Resolución

Lo reemplazamos en (*):

$$P_{(1)} = 3 + n + m - 2 = 1 \quad \rightarrow \quad n + m = 0$$

$$P_{(-1)} = -3 + n - m - 2 = -9 \quad \rightarrow \quad n - m = -4$$

$$\text{Sumamos:} \quad 2n = -4$$

$$n = -2 \quad \text{y} \quad m = 2$$

Por lo tanto, $m^n = 2^{-2} = 1/4$.

Rpta: D

Problemas propuestos

1.

Calcule el valor de $a + b$ si se sabe que la siguiente división es exacta.

$$\frac{2x^4 + ax^2 + bx - 12}{x^2 + 3x - 4}$$

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

2.

Al efectuar la división $\frac{4x^{28} - 3x^{20} + 5x^8 + x^5 - 8}{2x^{12} - x^7 + 2x^3 - 3}$

se obtiene como resto $R(x)$, halle la suma de coeficientes de $R(x)$.

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

3.

Halle el resto de la división: $\frac{6x^4 + 5x^3 + 2(x^2 + x) + 3}{3x^2 - 2x + 1}$

- A) $R(x) = 19x + 7$ B) $R(x) = 3x - 1$ C) $R(x) = 5x - 1$
D) $R(x) = 3x + 1$ E) $R(x) = 11x + 7$

4.

Halle la suma de coeficientes del residuo de la siguiente división.

$$\frac{4x^8 - 3x^6 + 5x^2 + x - 9}{2x^4 - x^3 + 2x - 3}$$

- A) -2 B) 1 C) 2 D) 0 E) 5

5.

Si la división: $\frac{m^2x^4 + m(1+n)x^3 + nx^2 + nx + m}{mx^2 + x - n}$

tiene como resto a $R(x) = 3x + 5$, halle el producto de los coeficientes no nulos del cociente. Considere $m \neq 0$.

- A) 12 B) 8 C) 6 D) 15 E) 20

Dado el esquema de Horner

a	8	6	9	1	t
b		p	q		
c			5	r	
				11	22
	4	5	11	22	32

6.

calcule el valor de $\sqrt{(a+b+c)(p+q+r+t)}$

- A) 2 B) 4 C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt[3]{4}$ E) $\sqrt[4]{3}$

Luego de efectuar la división algebraica

$$\frac{(n-2)x^n + (n+3)x^{7-n} + (1-n)x^{6-n} + 4x - 20}{x^2 + 3x - 5}$$

7.

se obtiene como cociente al polinomio $q(x) = ax^2 + bx + c$; $a \neq 0$, determine el valor de $a + 2b + 3c$.

- A) 17 B) 16 C) 15 D) 7 E) 2

Si el cociente de la división: $\frac{4x^{2n+1} - x^n + 3x - n^2}{x^{n+2} + x - 2}$; $n \in \mathbb{Z}^+$

8.

es un polinomio cuadrático, indique la suma de coeficientes del residuo de dicha división.

- A) 0 B) 2 C) 3 D) -3 E) 4

Dada la división algebraica

$$\frac{ax + b + 3x^4 + 13x^3 + 9x^2}{3x^2 + 2 + x}$$

9.

Indique la alternativa correcta si se sabe que la división es inexacta.

- A) $a \neq 3 \wedge b \neq 1$ B) $a \neq 9 \vee b \neq 2$ C) $a \neq 9 \wedge b \neq 2$
D) $a = 9 \vee b = 2$ E) $a = -9 \wedge b = -2$



10.

Si $Q(x) = ax^2 + bx + c$ es el cociente de la división $\frac{4x^4 - 2x^3 + 2x + 1}{2x^2 - 3x + 1}$ calcule el valor de abc .

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

11.

Si el resto de dividir $P(x) = x^6 + x^5 + 1$ entre $g(x) = x^2 - x - 2$ es de la forma $R(x) = 2^n(x + 1) + 1$, entonces, ¿cuál es el valor de n ?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 32 E) 6

12.

Dada la división: $\frac{8x^5 - 2x^4 + 13x^3 + ax^2 + 4x + 6}{4x^2 - 3x + 2}$

Calcule el valor de a si se sabe que el término independiente del cociente es 5.

- A) 16 B) 10 C) 12 D) 13 E) 18

13.

Halle el valor de $\sqrt{a + b + c + d}$ si se sabe que los coeficientes del cociente de la división

$$\frac{8x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d}{2x^2 - x + 1}$$

van disminuyendo de uno en uno a partir del primero y el resto es $(5x + 1)$.

- A) 1 B) 2 C) 16 D) 5 E) 4

14.

Calcule el valor de m si se sabe que la siguiente división es exacta.

$$\frac{5x^3 + 3x^2 - mx + 7}{x^2 + 2x - 1}$$

- A) 19 B) 14 C) 16 D) 8 E) 10

15.

Si el polinomio $P(x) = ax^4 + x^3 + bx - 1$ es divisible por $f(x) = x^2 - 1$, entonces, halle el valor de $a^2 + b^2$.

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 8

16.

Si el polinomio $P(x) = mx^5 + (n-1)x^4 + tx^3 - x^2 + 4$ es divisible por $d(x) = 4x^3 + 2x^2 - x + 2$, halle el valor de $(m + n + t)$.

- A) 20 B) 12 C) 6 D) 5 E) 3

17.

Halle el resto de la división: $\frac{(x-1)^{20} + (x+6)^2}{(x+1)^2 - 4}$

dé como respuesta la suma de sus coeficientes.

- A) $2^{20} + 69$ B) 1 C) 49 D) -42 E) $2^{20} - 69$

18.

Si la división algebraica: $\frac{[x(x-1)]^4 + (x-3)(x+2) + 2x+1}{x^2 - x - 2}$

tiene como resto a $R(x) = ax + b$, entonces, halle el valor de $a^4 - b$.

- A) 2 B) 1 C) 12 D) 0 E) 3

19.

Calcule el resto de la siguiente división.

$$\frac{(x-5)^7(x+3)^{12} + x + 1}{(x-5)(x+3)}$$

- A) $x + 3$ B) $x + 2$ C) $x - 1$ D) $x - 2$ E) $x + 1$

20.

Sean $Q(x)$ y $R(x)$ el cociente y el resto, respectivamente, de la división

$$\frac{2x^3 + 9x^2 + 12x + 3}{2x + 5}$$

¿Cuál de las siguientes proposiciones es incorrecta?

- A) ${}^0[Q(x)] = 2$ B) $Q_{(1)} = 4$ C) $R_{(10)} = -2$ D) $Q_{(0)} = 2$ E) $R_{(x)} = -2$

21.

Halle el resto de la división: $\frac{6x^3 + ax^2 + bx + 1}{2x - 1}$

si se sabe que los coeficientes del cociente son enteros consecutivos.

- A) 5 B) 21 C) 6 D) 1 E) -6

22.

Al efectuar la división: $\frac{a^3x^4 + (a^3 + 3a^2)x^3 + (7 - 3a^2)x + 6}{x + 1}$

se obtuvo que la suma de coeficientes del cociente es igual al resto; halle el valor de $a^2 - a$, ($a \in \mathbb{R}$).

- A) -2 B) 2 C) 6 D) 4 E) 0

23.

Dada la división exacta

$$\frac{9x^4 - 4x^2 + (a+1)x - b}{3x - 1}; a, b \in \mathbb{Z}^+$$

calcule el menor valor de $a + b$.

- A) 7 B) 5 C) 9 D) 4 E) 13

24.

Halle el resto de la siguiente división.

$$\frac{(\sqrt{2} + 1)x^3 + x^2 + (3 - \sqrt{2})x + 3}{x - \sqrt{2} + 1}$$

- A) 0 B) 2 C) -4 D) 4 E) 1

25.

Halle el residuo al efectuar la siguiente división.

$$\frac{(a+b)x^3 + (ab+2b^2)x^2 + (2a^3+b^3)x + 3a^3b}{x-a+b}$$

- A) 0 B) $3a^2$ C) a^4 D) $2a^4$ E) $3a^4$

26.

Determine el resto de la siguiente división.

$$\frac{(2x+1)^{10} + (2x-2)^{2010} - 4x - 1022}{2x-1}$$

- A) 1 B) $4x$ C) $2x-1$ D) 2 E) 0

27.

Si $R(x)$ es el resto de la división

$$\frac{x^{2n+3} + x^3 - 1}{x^2 - 1}, n \geq 10$$

halle el valor de $R(0)$.

- A) 2 B) -2 C) 0 D) -1 E) 1

28.

Determine el resto de la siguiente división.

$$\frac{(x+1)^4 + 2(x+3)^3(x-1)^2}{x^2 + 2x - 2}$$

- A) $2x + 15$ B) $2x$ C) 5 D) $x + 1$ E) $x - 1$



29.

Al dividir un polinomio $P(x)$ por $(x - 1 - \sqrt{3})$ y $(x - 1 + \sqrt{3})$ se obtiene como resto 1 y $\sqrt{3}$ respectivamente. Si ambas divisiones tienen el mismo cociente, halle el resto de dividir $P(x)$ por $(x - 1)$.

- A) $1 + \sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ E) $2 + \sqrt{3}$

30.

Halle el resto de la división: $\frac{(x+3)^5(x^3-3x+4)^2}{(x+3)^3(x+2)}$

- A) $4(x+3)^3$ B) $4(x+3)$ C) 4 D) $(x+3)^3$ E) 0

31.

Determine el resto de la división: $\frac{x^{15} + 2x^{13} + 5x^2 + 3x + 2}{x^2 + 1}$

- A) -3 B) $4x - 3$ C) $4x + 3$ D) $4x - 1$ E) $3x - 2$

32.

Si al dividir el polinomio $P(x) = x^{m+3} - 2^{7m-4}$ por $(x^2 - 4 \cdot 2^m)$ se genera un cociente notable; halle el valor de $P(0)$.

- A) -2 B) -2^{10} C) -2^{45} D) 2^{10} E) 2^{45}

Claves

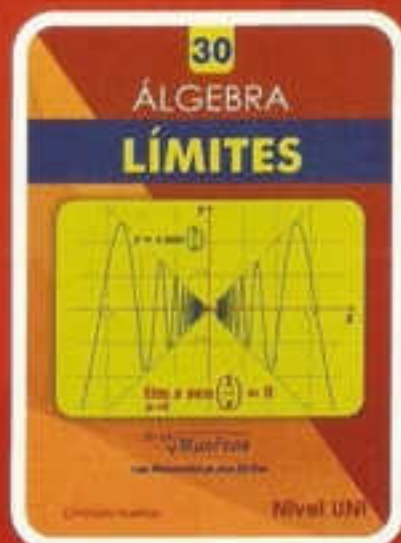
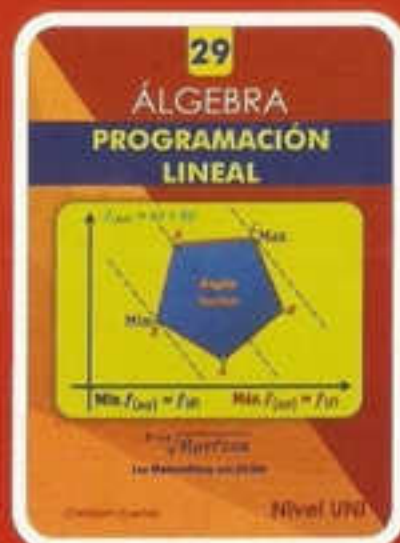
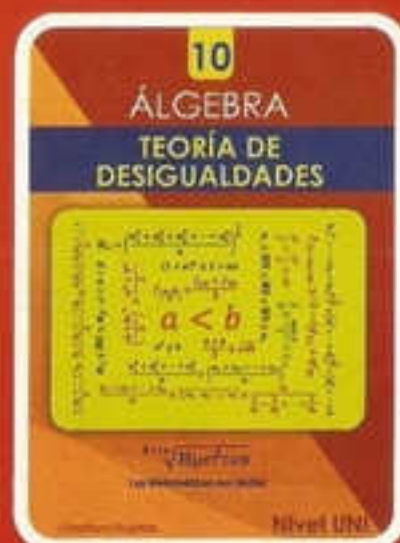
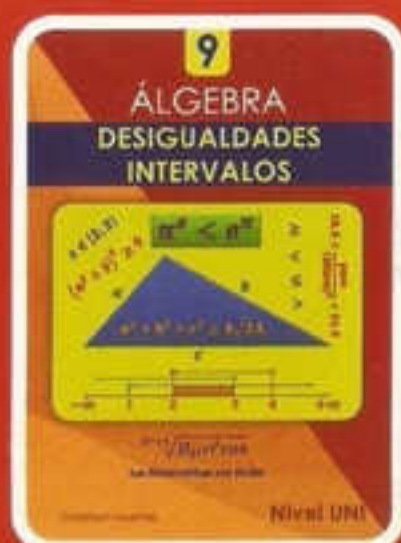
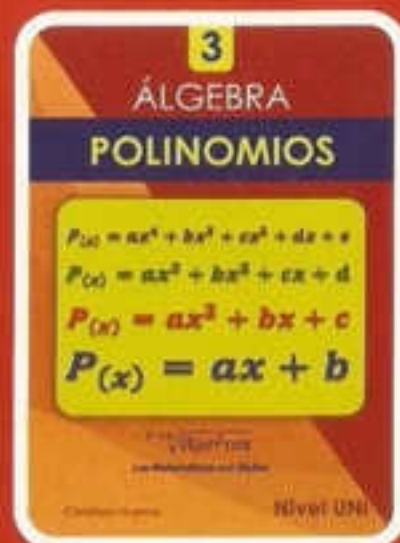
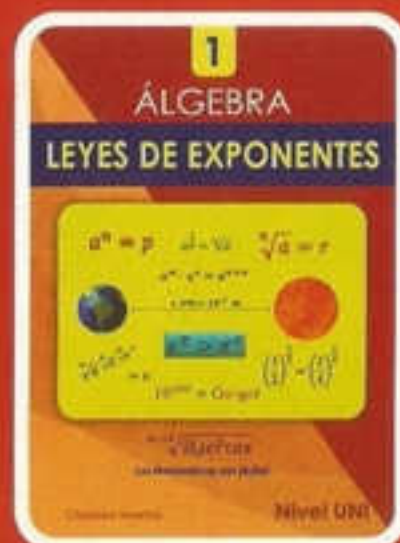
01 B	05 C	09 B	13 E	17 C	21 C	25 E	29 D
02 B	06 A	10 C	14 A	18 E	22 C	26 A	30 A
03 D	07 B	11 A	15 C	19 E	23 D	27 D	31 B
04 A	08 D	12 D	16 D	20 D	24 D	28 A	32 C

Índice

1.	División de polinomios	01
2.	Métodos para dividir polinomios (Horner y Ruffini).....	08
3.	Teorema del resto	17
4.	Divisibilidad de polinomios	21
5.	Problemas resueltos	26
6.	Problemas propuestos	39
7.	Claves	44



OTRAS PUBLICACIONES


$$\bar{x} - 14 \sqrt{\text{Ημεῖς} \tau α s}$$


twitter.com/calapenshko

Christiam Huertas

993 473 766

chr1614@hotmail.com

ALGEBRAPRE

