Exercícios de Trigonometria

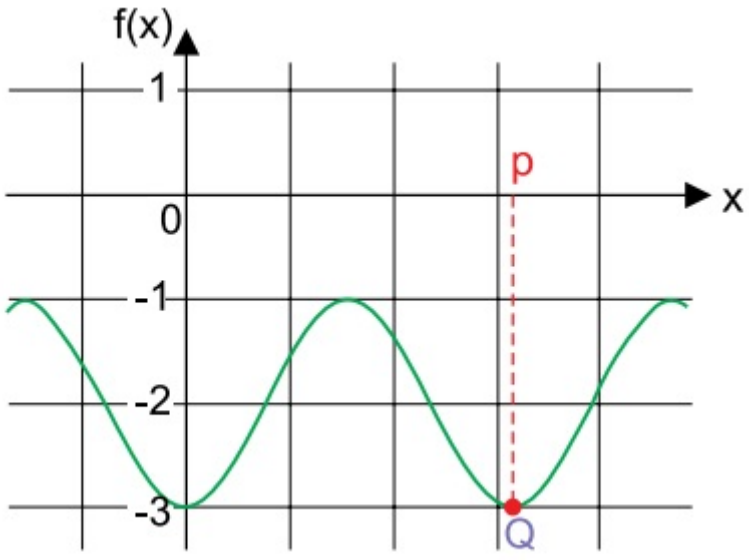
3 de fevereiro de 2019

1. (UNESP – SP) Do solo, você observa um amigo numa roda gigante. A altura h em metros de seu amigo em relação ao solo é dada pela expressão $h(t) = 11,5 + 10\sin\left[\frac{\pi}{12}(t-26)\right]$, onde o tempo t é dado em segundos e a medida angular em radianos.

   (a) Determine a altura em que seu amigo estava quando a roda começou a girar $(t = 0)$.

   (b) Determine as alturas mínima e máxima que seu amigo alcança e o tempo gasto em uma volta completa (período).

2. (FGV – SP) Observe o gráfico de uma função trigonométrica cosseno, dada pela expressão $f(x) = m+n\cos(2x)$, sendo m, n e p números reais, com ponto de mínimo em $x = p$, que é a abscissa do ponto Q.



   O valor de p^{mn} é igual a:

   (a) $\frac{1}{4\pi^2}$

   (b) $\frac{1}{\pi^2}$

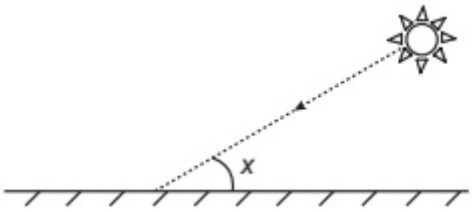
(c) $\frac{\pi^2}{4}$

(d) π^2

(e) $4\pi^2$

3. (UNESP – SP) Determine o período da função $f(\theta)$ dada pela lei de formação $f(\theta) = \frac{(-1)}{5} \cdot \sin\left(\frac{2}{3} \cdot \theta - \frac{\pi}{3}\right) - 1$.

4. (ENEM) Raios de luz solar estão atingindo a superfície de um algo formando um ângulo x com a superfície, conforme indica a figura.
Em determinadas condições, pode-se supor que a intensidade luminosa desses raios, na superfície do lago, seja dada aproximadamente por $I(x) = k \cdot \sin(x)$ sendo k uma constante, e supondo-se que x está entre 0° e 90°.



Quando $x = 30°$, a intensidade luminosa se reduz a qual percentual de seu valor máximo?

(a) 33%

(b) 50%

(c) 57%

(d) 70%

(e) 86%

5. (ENEM) Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), produtos sazonais são aqueles que apresentam ciclos bem definidos de produção, consumo e preço. Resumidamente, existem épocas do ano em que a sua disponibilidade nos mercados varejistas ora é escassa, com preços elevados, ora é abundante, com preços mais baixos, o que ocorre no mês de produção máxima da safra.
A partir de uma série histórica, observou-se que o preço P, em reais, do quilograma de um certo produto sazonal pode ser descrito pela função $P(x) = 8 + 5\cos\left(\frac{\pi x - \pi}{6}\right)$ onde x representa o mês do ano, sendo $x = 1$ associado ao mês de janeiro, $x = 2$ ao mês de fevereiro, e assim sucessivamente, até $x = 12$ associado ao mês de dezembro.

Disponível em: www.ibge.gov.br.Acesso em: 2 ago. 2012

(Adaptado)

Na safra, o mês de produção máxima desse produto é:

(a) janeiro.

(b) abril.

(c) junho.

(d) julho.

(e) outubro.

6. (MACK – SP) Os valores de $x(x \in \mathbb{R})$, para os quais a função $f(x) = \frac{1}{3}\tan\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ não é definida, são

(a) $\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

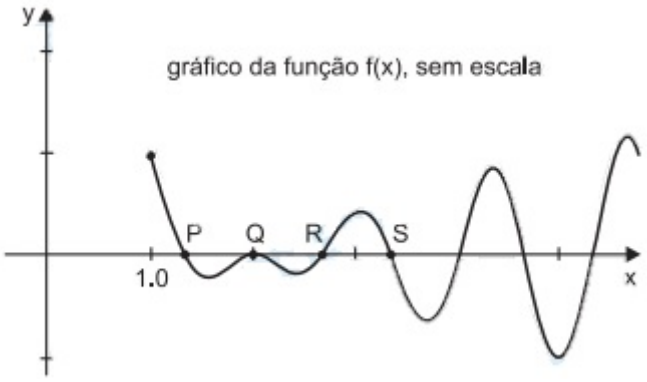
(b) $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

(c) $\frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

(d) $\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

(e) $\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

7. (UNESP – SP) Considere a representação gráfica da função definida por $f(x) = \sin\left(\frac{3\pi x}{2}\right) \cdot (-1 + \sqrt{x-1})$.



Os pontos P, Q, R e S denotam os quatro primeiros pontos de interseção do gráfico da função f com o eixo das abscissas. Determine as coordenadas dos pontos P, Q, R e S, nessa ordem.

8. (UNIFESP – SP) A função

$$D(t) = 12 + (1,6) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{180}(t + 10)\right)$$

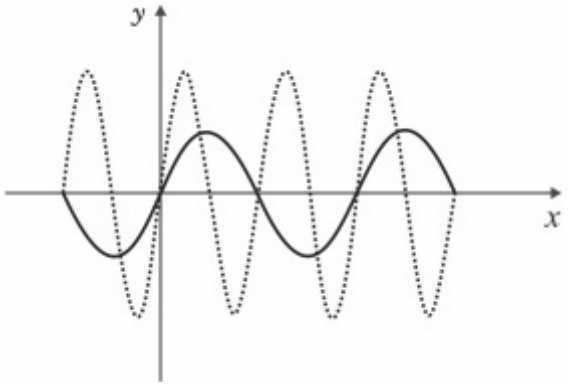
fornece uma aproximação da duração do dia (diferença em horas entre o horário do pôr do sol e o horário do nascer do sol) numa cidade do Sul do país, no dia t

de 2010. A variável inteira t, que representa o dia, varia de 1 a 365, sendo t = 1, correspondente ao 1º de janeiro e t = 365 correspondente ao dia 31 de dezembro. O argumento da função cosseno é medido em radianos. Com base nessa função, determine

(a) a duração do dia 19.02.2010, expressando o resultado em horas e minutos.

(b) em quantos dias no ano de 2010 a duração do dia naquela cidade foi menor ou igual a doze horas.

9. (FUVEST – SP)



Admitindo que a linha pontilhada represente o gráfico da função $f(x) = \sin(x)$ e que a linha contínua represente o gráfico da função $g(x) = \alpha \sin(\beta x)$, segue que:

(a) $0 < \alpha < 1$ e $0 < \beta < 1$.

(b) $\alpha > 1$ e $0 < \beta < 1$.

(c) $\alpha = 1$ e $\beta > 1$.

(d) $0 < \alpha < 1$ e $\beta > 1$.

(e) $0 < \alpha < 1$ e $\beta = 1$.

10. (UNESP – SP) Considere o ângulo $\theta = \arcsin \dfrac{3}{5}$, sendo $-\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{\pi}{2}$. O valor de $\tan(\theta)$ é igual a:

(a) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

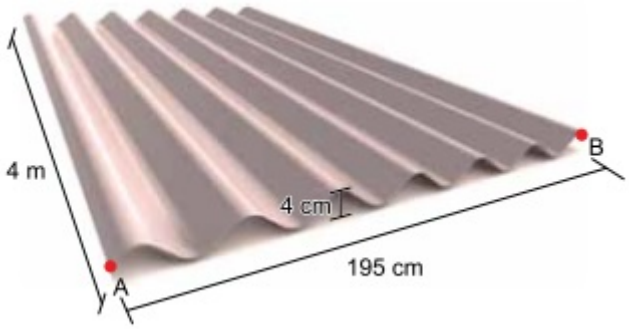
(b) $\dfrac{4}{9}$

(c) $\dfrac{3}{5}$

(d) $\dfrac{3}{4}$

(e) 1

11. (UNIFESP – SP) Uma chapa retangular metálica, de área igual a 8,132 m^2, passa por uma máquina que a transforma, sem nenhuma perda de material, em uma telha ondulada. A figura mostra a telha em perspectiva.



A curva que liga os pontos A e B, na borda da telha, é uma senóide.
Considerando um sistema de coordenadas ortogonais com origem em A, e de forma que as coordenadas de B, em centímetros, sejam (195, 0), a senóide apresentará a seguinte configuração:

(a) Calcule o comprimento da senoide indicada no gráfico, do ponto A até o ponto B.

(b) Determine a expressão da função cujo gráfico do sistema de coordenadas é a senóide de A até B. Determine o domínio, a imagem e o período dessa função.

12. (FUVEST – SP) Considere as funções $f : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \longrightarrow [-1, 1]$ e $g : [0, \pi] \longrightarrow [-1, 1]$ e definidas por $f(x) = \sin x$ e $g(x) = \cos x$. Sendo f e g bijetoras, existem funções f^{-1} e g^{-1} tais que $f^{-1} \circ f = f \circ f^{-1} = id$ e $g^{-1} \circ g = g \circ g^{-1} = id$, em que id é a função identidade.

(a) Para $0 \leq \alpha \leq 1$, mostre que $(g \circ f^{-1})(\alpha) = \sqrt{1 - \alpha^2}$.

(b) Mostre que $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + g^{-1}\left(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$.

13. (FUVEST – SP) Uma quantidade fixa de um gás ideal é mantida a temperatura constante, e seu volume varia com o tempo de acordo com a seguinte fórmula:

$$V(t) = \log_2(5 + 2\sin(\pi t)), 0 \leq t \leq 2,$$

em que t é medido em horas e $V(t)$ é medido em m^3. A pressão máxima do gás no intervalo de tempo [0, 2] ocorre no instante

(a) $t = 0,4$

(b) $t = 0,5$

(c) $t = 1$

(d) $t = 1,5$

(e) $t = 2$

14. (ENEM) Um cientista, em seus estudos para modelar a pressão arterial de uma pessoa, utiliza uma função do tipo $P(t) = A + B\cos(kt)$ em que A, B e K são constantes positivas e t representa a variável tempo, medida em segundo. Considere que um batimento cardíaco representa o intervalo de tempo entre duas sucessivas pressões máximas.
Ao analisar um caso específico, o cientista obteve os dados:

Pressão mínima	78
Pressão máxima	120
Número de batimentos cardíacos por minuto	90

A função $P(t)$ obtida, por este cientista, ao analisar o caso específico foi:

(a) $P(t) = 99 + 21\cos(3\pi t)$

(b) $P(t) = 78 + 21\cos(3\pi t)$

(c) $P(t) = 99 + 21\cos(2\pi t)$

(d) $P(t) = 99 + 21\cos(t)$

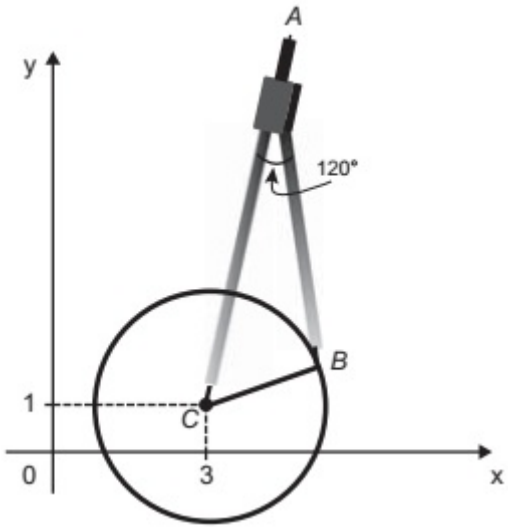
(e) $P(t) = 78 + 42\cos(t)$

15. (UNICAMP – SP) Sabendo que k é um número real, considere a função $f(x) = k\sin x + \cos x$, definida para todo número real x.

(a) Seja t um número real tal que $f(t) = 0$. Mostre que $f(2t) = -1$.

(b) Para $k = 3$, encontre todas as soluções da equação $f(x)^2 + f(-x)^2 = 10$ para $0 \leq x \leq 2\pi$.

16. (ENEM) Uma desenhista projetista deverá desenhar uma tampa de panela em forma circular. Para realizar esse desenho, ela dispõe, no momento, de apenas um compasso, cujo comprimento de hastes é de 10 cm, um transferidor e uma folha de papel com um plano cartesiano. Para esboçar o desenho dessa tampa, ela afastou as hastes do compasso de forma que o ângulo formado por elas fosse de 120°. A ponta seca está representada pelo ponto C, a ponta do grafite está representada pelo ponto B e a cabeça do compasso está representada pelo ponto A conforme a figura.



Após concluir o desenho , ela o encaminha para o setor de produção. Ao receber o desenho com a indicação do raio da tampa, verificará em qual intervalo este se encontra e decidirá o tipo de material a ser utilizado na sua fabricação, de acordo com os dados.

Tipo de material	**Intervalo de valores do raio (cm)**
I	$0 < R \leq 5$
II	$5 < R \leq 10$
III	$10 < R \leq 15$
IV	$15 < R \leq 21$
V	$21 < R \leq 40$

Considere 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.
O tipo de material a ser utilizado pelo setor de produção será

(a) I.

(b) II.

(c) III.

(d) IV.

(e) V.

17. (ENEM – PPL) Um técnico precisa consertar o termostato do aparelho de ar-condicionado de um escritório, que está desregulado. A temperatura T, em graus Celsius, no escritório, varia de acordo com aa função $T(h) = A + B \sin\left(\frac{\pi}{12}(h-12)\right)$, sendo h o tempo, medido em horas, a partir da meia-noite ($0 \leq h < 24$) e A e B os parâmetros que o técnico precisa regular. Os funcionários do escritório pediram que a temperatura máxima fosse 26°C, a mínima 18°C, e que durante a tarde a temperatura fosse menor do que durante a manhã.

Quais devem ser os valores de A e de B para que o pedido dos funcionários seja atendido?

(a) $A = 18$ e $B = 8$

(b) $A = 22$ e $B = -4$

(c) $A = 22$ e $B = 4$

(d) $A = 26$ e $B = -8$

(e) $A = 18$ e $B = 8$

18. (ENEM – PPL) Uma pessoa usa um programa de computador que descreve o desenho da onda sonora correspondente a um som escolhido. A equação da onda é dada, num sistema de coordenadas cartesianas, por $y = a \cdot b \sin[b(x + c)]$, em que os parâmetros a, b, c são positivos. O programa permite ao usuário provocar mudanças no som, ao fazer alterações nos valores desses parâmetros. A pessoa deseja tornar o som mais agudo e, para isso, deve diminuir o período da onda.
O(s) únicos(s) parâmetro(s) que necessita(m) ser alterado(s) é(são)

(a) a.

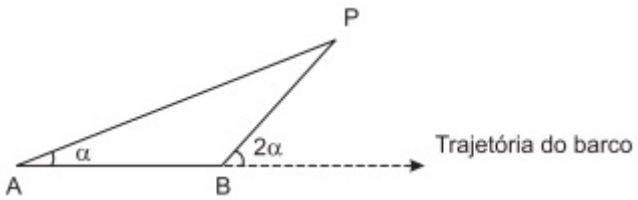
(b) b.

(c) c.

(d) a e b.

(e) b e c.

19. (ENEM) Para determinar a distância de um barco até a praia, um navegante utilizou o seguinte procedimento: a partir de um ponto A, mediu o ângulo visual α fazendo mira em um ponto fixo P da praia. Mantendo o barco no mesmo sentido, ele seguiu até um ponto B de modo que fosse possível ver o mesmo ponto P da praia, no entanto sob um ângulo visual 2α. A figura ilustra essa situação:



Suponha que o navegante tenha medido o ângulo $\alpha = 30°$ e, ao chegar ao ponto B, verificou que o barco havia percorrido a distância AB= 2000 m. Com base nesses dados e mantendo a mesma trajetória, a menor distância do barco até o ponto fixo P será:

(a) 1.000 m

(b) $1.000\sqrt{3}$ m

(c) $2.000\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ m

(d) 2.000 m

(e) $2.000\sqrt{3}$ m

20. (ENEM) Um satélite de telecomunicações, t minutos após ter atingido sua órbita, está a r quilômetros de distância do centro da Terra. Quando r assume seus valores máximo e mínimo, diz-se que o satélite atingiu o *apogeu* e o *perigeu*, respectivamente. Suponha que, para esse satélite, o valor de r em função de t seja dado por:

$$r(t) = \frac{5.865}{1 + 0,15 \cdot \cos(0,06t)}$$

Um cientista monitora o movimento desse satélite para controlar o seu afastamento do centro da Terra. Para isso, ele precisa calcular a soma dos valores de r, no *apogeu* e no *perigeu*, representada por S.
O cientista deveria concluir que, periodicamente, S atinge o valor de

(a) 12.765 km

(b) 12.000 km

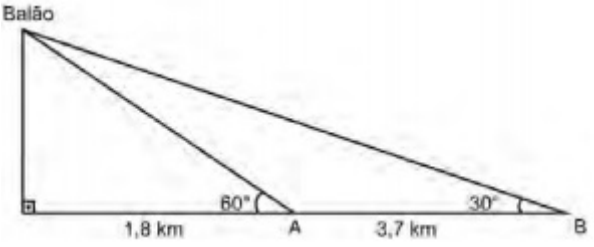
(c) 11.730 km

(d) 10.965 km

(e) 5.865 km

21. (ENEM) Um balão atmosférico, lançado em Bauru (343 quilômetros a Noroeste de São Paulo), na noite do último domingo, caiu nesta segunda-feira em Cuiabá Paulista, na região de Presidente Prudente, assustando agricultores da região. O artefato faz parte do programa Projeto Hibiscus, desenvolvido por Brasil, França, Argentina, Inglaterra e Itália, para a medição do comportamento da camada de ozônio, e sua descida se deu após o cumprimento do tempo previsto de medição.

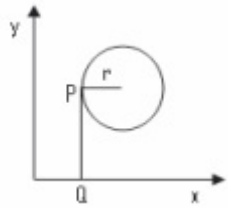
Disponível em: www.correiodobrasil.com.br.Acesso em: 2 maio 2010.



Na data do acontecimento, duas pessoas avistaram o balão. Uma estava a $1,8$ km da posição vertical do balão e o avistou sob um ângulo de 60°; a outra estava a $5,5$ km da posição vertical do balão, alinhada com a primeira, e no mesmo sentido, conforme se vê na figura, e o avistou sob um ângulo de 30°.
Qual a altura aproximada em que se encontrava o balão?

(a) $1,8$ km
(b) $1,9$ km
(c) $3,1$ km
(d) $3,7$ km
(e) $5,5$ km

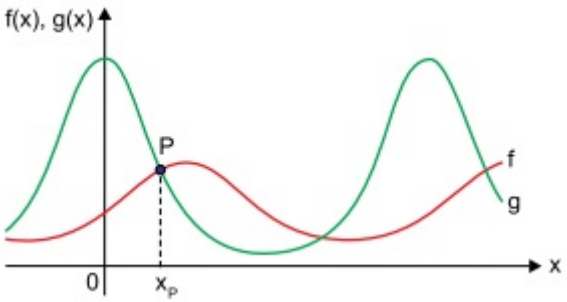
22. (ENEM) Considere um ponto P em uma circunferência de raio r no plano cartesiano. Seja Q a projeção ortogonal de P sobre o eixo x, como mostra a figura, e suponha que o ponto P percorra, no sentido anti-horário, uma distância $d \leq r$ sobre a circunferência.



Então, o ponto Q percorrerá, no eixo x, uma distância dada por

(a) $r\left(1 - \sin\dfrac{d}{r}\right)$
(b) $r\left(1 - \cos\dfrac{d}{r}\right)$
(c) $r\left(1 - \tan\dfrac{d}{r}\right)$
(d) $r\left(\sin\dfrac{d}{r}\right)$
(e) $r\left(\cos\dfrac{d}{r}\right)$

23. (FAMERP – SP) Observe os gráficos das funções reais f e g, definidas por $f(x) = 2^{\sin x}$ e $g(x) = 4^{\cos x}$.



Considere $\mathrm{P}(x_p, y_p)$ um ponto comum aos gráficos das funções f e g tal que x_p, em radianos, é um ângulo do primeiro quadrante. Nessas condições, $\cos x_p$ é igual a:

(a) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

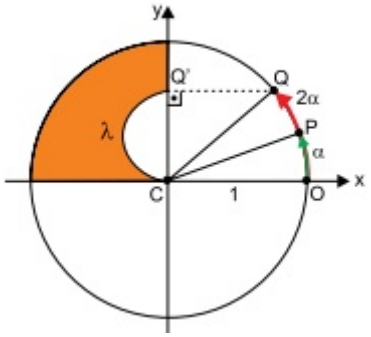
(b) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(c) $\frac{\sqrt{6}}{4}$

(d) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

(e) $\frac{\sqrt{5}}{4}$

24. (FAMERP – SP) Em uma circunferência trigonométrica de centro C e origem dos arcos em O, foram marcados os pontos P e Q, sendo que as medidas dos arcos $\widehat{OP}$ e $\widehat{OQ}$ são iguais, respectivamente, a α e 2α, conforme indica a figura.



Sabendo-se que Q' é a projeção ortogonal de Q sobre o eixo y, que λ é a semicircunferência de diâmetro $\overline{CQ'}$ e que $\sin\alpha = \frac{1}{3}$, a área da região colorida na figura é

(a) $\frac{7\pi}{36}$

(b) $\frac{31\pi}{162}$

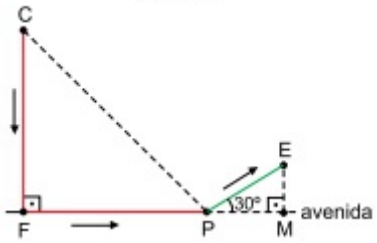
(c) $\frac{5\pi}{27}$

(d) $\frac{65\pi}{36}$

(e) $\frac{16\pi}{81}$

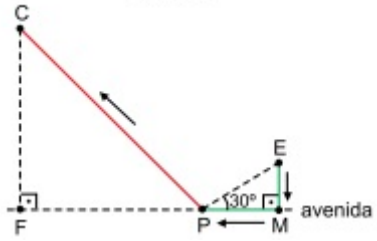
25. (FAMERP – SP) No caminho de ida de sua casa (C) para a sua escola (E), Laura passa pela farmácia (F), pela padaria (P), e depois segue para a escola, como indica a figura 1.

FIGURA 1



Na volta da escola para a casa, Laura passa pelo mercado (M), pela padaria (P), e depois segue para a casa (C), como indica a figura 2.

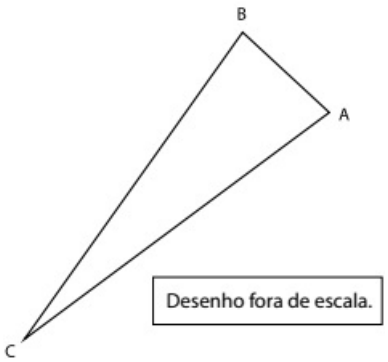
FIGURA 2



Os caminhos de ida e volta são formados por segmentos de retas, sendo que a farmácia, a padaria e o mercado estão em uma mesma avenida reta e plana. Considerando CF = FP = 4 km, PE = 2 km, $\sqrt{2} = 1,4$ e $\sqrt{3} = 1,7$, o caminho de Laura de casa à escola na ida superou o de volta em

(a) 1,7 km.
(b) 2,3 km.
(c) 1,2 km.
(d) 2,0 km.
(e) 0,9 km.

26. (FATEC – SP) A maior parte dos refugiados sírios que solicita abrigo na Europa escolhe a Alemanha como destino. No entanto, muitos refugiados sírios têm vindo também para o Brasil.
Considere o triângulo ABC, no qual o vértice A representa a cidade de Aleppo, na Síria; o vértice B representa a cidade de Berlim, na Alemanha, e o vértice C representa a cidade de Campinas, no Brasil.

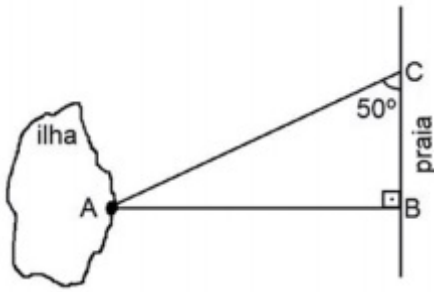


Nesse triângulo, a distância entre A e B é de 3.700 km, a medida de A$\widehat{C}$B é igual a 18° e a medida de A$\widehat{B}$C é igual a 81°.
Com base nos dados apresentados, se um refugiado sírio viaja de Aleppo a Berlim e, em seguida, de Berlim a Campinas, terá percorrido no mínimo x quilômetros em todo o trajeto.
O valor de x é mais próximo de

(a) 11.300.
(b) 12.300.
(c) 13.300.
(d) 14.300.
(e) 15.300.

Adote:
$\sin 18° = 0,31$
$\cos 18° = 0,95$
$\sin 81° = 0,98$
$\cos 81° = 0,16$

27. (FATEC – SP) Em um trecho reto e plano de uma praia, um topógrafo que está situado em uma rocha (ponto B) observa uma árvore à beira de uma ilha (ponto A).
Para estimar a distância entre essa ilha e a praia, ele usa um teodolito, instrumento de medição de ângulos. Primeiramente, ele se situa no ponto B e mede um ângulo de 90° entre a praia e a linha de visão da árvore. Depois disso, ele sai do ponto B, desloca-se em linha reta 160 metros pela praia e mede, de um ponto C, um ângulo de 50° também entre a praia e a linha de visão da árvore,conforme a figura.



Considerando que essa parte da praia se situa no mesmo nível que a ilha, a distância da rocha (ponto B) até a árvore usada como referencial (ponto A) é, em metros,

(a) 250.
(b) 230.
(c) 210.
(d) 190.
(e) 170.

Adote:
$\sin 50° = 0,76$
$\cos 50° = 0,64$

28. (FATEC – SP) Considere a matriz $M = \begin{bmatrix} 0 & \sin x \\ \cos x & 0 \end{bmatrix}$. A soma dos elementos da matriz M^2 é:

(a) $\sin 2x$.

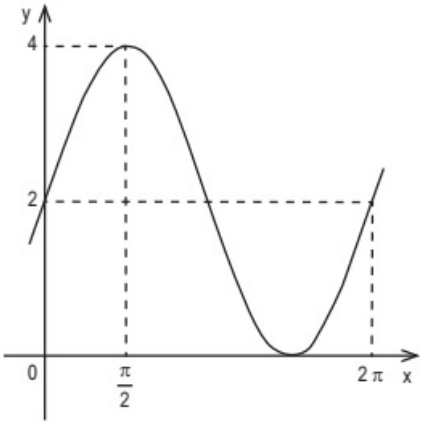
(b) $\sin \dfrac{x}{2}$.

(c) $\sin x^2$.

(d) $\cos 2x$.

(e) $\cos \dfrac{x}{2}$.

29. (FATEC – SP) Um determinado objeto de estudo é modelado segundo uma função trigonométrica f, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ sendo parte do seu gráfico representado na figura:



Usando as informações dadas nesse gráfico, pode-se afirmar que

(a) a função f é definida por $f(x) = 2 + 3 \sin x$.

(b) f é crescente para todo x tal que $x \in [\pi; 2\pi]$.

(c) o conjunto imagem da função f é $[2; 4]$.

(d) para $y = f\left(\dfrac{19\pi}{4}\right)$, tem-se $2 < y < 4$.

(e) o período de f é π.

30. (FATEC – SP) Sejam a e b números reais tais que o sistema, nas incógnitas x e y,

$$\begin{cases} x \cdot \cos a + y \cdot \sin a = \sin \dfrac{3\pi}{5} \\ \\ x \cdot \cos b + y \cdot \sin b = -\cos \dfrac{7\pi}{5} \end{cases}$$

admita uma única solução.
Nessas condições, pode-se afirmar que, sendo k um número inteiro,

(a) $b \neq a + k \cdot \dfrac{\pi}{2}$.

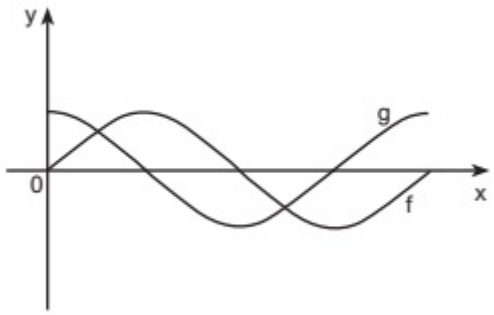
(b) $b \neq a + k \cdot \pi$.

(c) $b \neq a + k \cdot \dfrac{2\pi}{3}$.

(d) $b \neq a + \dfrac{\pi}{2} + k \cdot \pi$.

(e) $b \neq a + \dfrac{\pi}{2} + k \cdot \dfrac{2\pi}{3}$.

31. (FATEC – SP) As funções reais $f(x) = \sin x$ e $g(x) = \cos x$ têm seus gráficos representados no intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$.



Se a função $h(x) = f(x) + g(x)$ tem período p e valor máximo h, então o produto $p \cdot h$ é igual a

(a) 4π.

(b) $2\sqrt{2}\pi$.

(c) 2π.

(d) $\sqrt{2}\pi$.

(e) $\dfrac{\sqrt{2}}{4}\pi$.

32. (FATEC – SP) Da trigonometria sabe-se que quaisquer que sejam os números reais p e q,

$$\sin p + \sin q = 2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

Logo a expressão $\cos x \cdot \sin 9x$ é idêntica a

(a) $\sin 10x + \sin 8x$.

(b) $2 \cdot (\sin 6x + \sin 2x)$.

(c) $2 \cdot (\sin 10x + \sin 8x)$.

(d) $\dfrac{1}{2}(\sin 6x + \sin 2x)$.

(e) $\dfrac{1}{2}(\sin 10x + \sin 8x)$.

33. (FATEC – SP) Sejam α, β e γ as medidas dos ângulos internos de um triângulo. Se $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{3}{5}$, $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = 1$ e o perímetro do triângulo é 44, então a medida do maior lado desse triângulo é

(a) 5.

(b) 10.

(c) 15.

(d) 20.

(e) 25.

34. (FATEC – SP) Em uma região plana de um parque estadual, um guarda florestal trabalha no alto de uma torre cilíndrica de madeira de 10 m de altura. Em um dado momento, o guarda, em pé no centro de seu posto de observação, vê um ângulo de 15° em relação à horizontal. Se a altura do guarda é 1,70 m, a distância do foco ao centro da base da torre, em metros, é aproximadamente (Use $\sqrt{3} = 1,7$)

(a) 31.

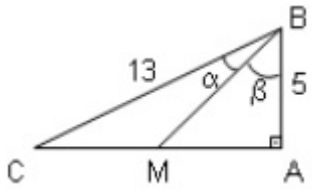
(b) 33.

(c) 35.

(d) 37.

(e) 39.

35. (FATEC – SP) No triângulo ABC da figura tem-se que $\overline{BM}$ é a mediana relativa ao lado $\overline{AC}$, o ângulo $B\widehat{A}C$ é reto, α é a medida do ângulo $C\widehat{B}M$ e β é a medida do ângulo $M\widehat{B}A$



Sabendo que $BC = 13$ e $AB = 5$, então a $\tan\alpha$ é igual a

(a) $\dfrac{30}{97}$.

(b) $\dfrac{47}{90}$.

(c) $\dfrac{30}{49}$.

(d) $\dfrac{6}{5}$.

(e) $\frac{12}{5}$.

36. (FATEC – SP) Para que o termo médio do desenvolvimento do binômio $(\sin x + \cos x)^6$, segundo as potências decrescentes de $\sin x$, seja igual a $\frac{5}{2}$, o arco x deve ter sua extremidade pertencente ao

(a) primeiro ou segundo quadrantes.

(b) primeiro ou terceiro quadrantes.

(c) segundo ou terceiro quadrantes.

(d) eixo das abscissas.

(e) eixo das ordenadas.

37. (FATEC – SP) Se f é uma função real definida por $f(x) = \frac{2\tan x}{1+\tan^2 x}$, então $f(x)$ é igual a

(a) $\csc 2x$.

(b) $\sec 2x$.

(c) $\tan 2x$.

(d) $\cos 2x$.

(e) $\sin 2x$.

38. (FATEC – SP) Sejam duas funções f e g, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, definidas por $f(x) = \frac{1}{2}\sin 4x$ e $g(x) = 4\sin\frac{x}{2}$.
É verdade que

(a) o período da f é $\frac{1}{8}$ do período de g.

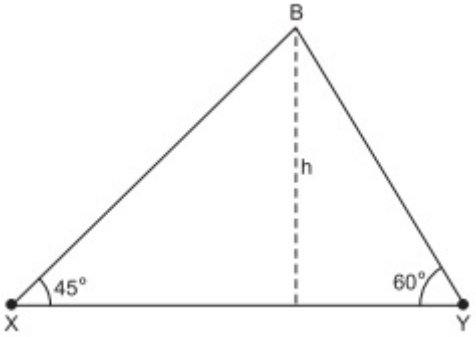
(b) $f(x) \geq 0$, para todo x tal que $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

(c) o conjunto imagem da g está contido no conjunto imagem da f.

(d) $g(x) \leq 0$, para todo x tal que $0 \leq x \leq 2\pi$.

(e) $f\left(\frac{\pi}{8}\right) + g(3\pi) = \frac{7}{2}$.

39. (FATEC – SP) De dois observatórios, localizados em dois pontos X e Y da superfície da Terra, é possível enxergar um balão meteorológico B, sob ângulos de 45° e 60°, conforme é mostrado na figura abaixo.



Desprezando-se a curvatura da Terra, se 30 km separam X e Y, a altura h, em quilômetros, do balão à superfície da Terra, é

(a) $30 - 15\sqrt{3}$.

(b) $30 + 15\sqrt{3}$.

(c) $60 - 30\sqrt{3}$.

(d) $45 - 15\sqrt{3}$.

(e) $45 + 15\sqrt{3}$.

40. (FATEC – SP) No triângulo ABC tem-se $B\widehat{A}C$ mede 80°, $A\widehat{B}C$ mede 40° e BC = 4 cm. Se $\sin 20° = k$, então a medida de $\overline{AC}$, em centímetros, é dada por

(a) 2.

(b) $\dfrac{4}{k}$.

(c) $\dfrac{2}{1-2k^2}$.

(d) $\dfrac{2\sqrt{1-2k^2}}{1-2k^2}$.

(e) $\dfrac{2(1-k)}{1-2k}$.

41. (FATEC – SP) O vigésimo quinto termo da sequência $(\sin 30°, \sin 60°, \sin 90°, \sin 120°, \sin 150°, ...)$ é

(a) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

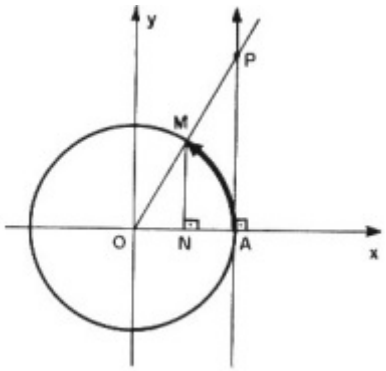
(b) $-\dfrac{1}{2}$.

(c) $\dfrac{1}{2}$.

(d) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

(e) 1.

42. (FATEC – SP) Na circunferência trigonométrica abaixo, considere o arco $\widehat{AM}$, de medida $\frac{\pi}{3}$ radianos.



Então,

(a) $AP = 1$.
(b) $MN = \sqrt{3}$.
(c) $ON = \sqrt{2}$.
(d) $AN = \frac{1}{3}$.
(e) $OP = 2$.

43. (FATEC – SP) No intervalo $]0; \pi[$, os gráficos das funções definidas por $y = \sin x$ e $y = \sin 2x$ interceptam-se em um único ponto.
A abscissa x desse ponto é tal que

(a) $0 < x < \frac{\pi}{4}$.
(b) $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$.
(c) $x = \frac{\pi}{4}$.
(d) $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{4}$.
(e) $\frac{3\pi}{4} < x < 2\pi$.

44. (FATEC – SP) Em um paralelogramo ABCD, os lados $\overline{AB}$ e $\overline{AD}$ medem, respectivamente, $x\sqrt{2}$ cm e x cm, e θ é o ângulo agudo formado por esses lados. Se a diagonal maior mede $2x$ cm, então o ângulo θ é tal que

(a) $\cos\theta = \frac{\sqrt{14}}{4}$.

(b) $\sin\theta = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

(c) $\cos\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

(d) $\sin\theta = \dfrac{1}{2}$.

(e) $\tan\theta = \sqrt{7}$.

45. (FATEC – SP) Sobre as sentenças:

I. $\sin 40° < \sin 50°$

II. $\cos 190° > \cos 200°$

III. $\tan 60° = \tan 240°$

é correto afirmar que

(a) I é verdadeira.

(b) II é verdadeira.

(c) III é verdadeira.

(d) I e II são verdadeiras.

(e) I e III são verdadeiras.

46. (FATEC – SP) Para $x \in [0, 2\pi]$, a soma das abscissas dos pontos de intersecção dos gráficos das funções definidas por $f(x) = \sin x$ e $g(x) = \cos x$ é igual a

(a) $\dfrac{\pi}{4}$.

(b) $\dfrac{3\pi}{4}$.

(c) π.

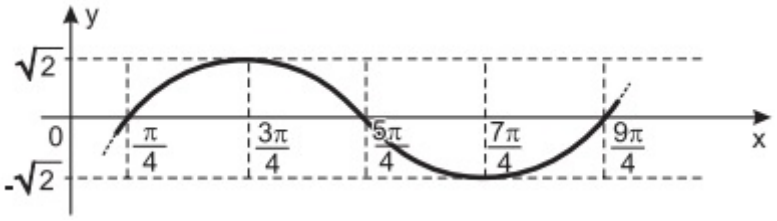
(d) $\dfrac{3\pi}{2}$.

(e) 3π.

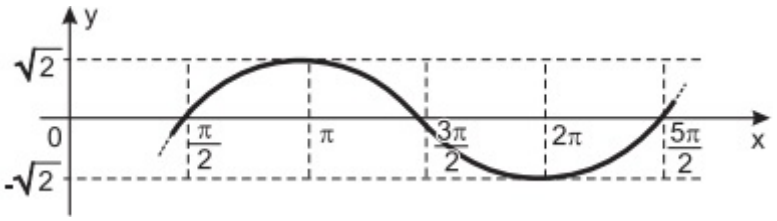
47. (FATEC – SP) O gráfico que melhor representa a função f, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = \cos x - \sin x$ está na alternativa:

Dados: $\cos a - \cos b = -2\sin\left(\dfrac{a+b}{2}\right)\sin\left(\dfrac{a-b}{2}\right)$

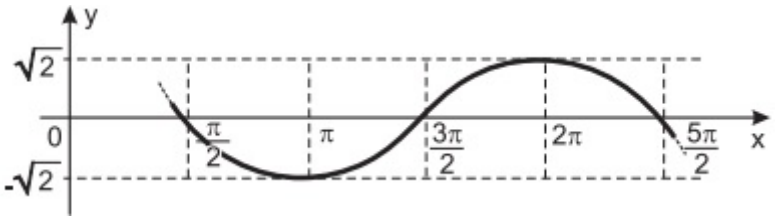
$\sin a - \sin b = 2\sin\left(\dfrac{a-b}{2}\right)\cos\left(\dfrac{a+b}{2}\right)$



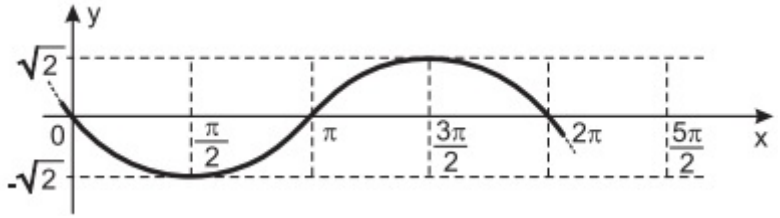
(a)



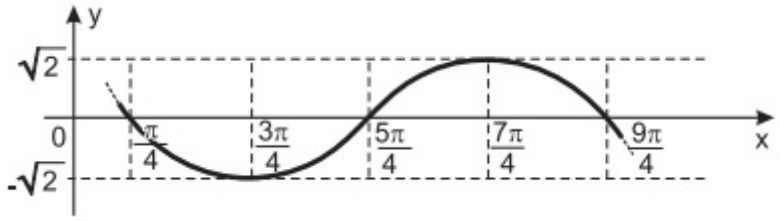
(b)



(c)



(d)



(e)

48. (FATEC – SP) Se x é um arco do 3º quadrante e $\cos x = -\frac{4}{5}$, então $\csc x$ é igual a

(a) $-\frac{5}{3}$.

(b) $-\frac{3}{5}$.

(c) $\frac{3}{5}$.

(d) $\frac{4}{5}$.

(e) $\frac{5}{3}$.

49. (FATEC – SP) A expressão

$$\frac{(\sin x + \cos x)^2 \cdot [\cos^2 x + (1 + \tan^2 x) \cdot \cos^2 x - \cot^2 x \cdot \sin^2 x]}{1 + \sin 2x}$$

para $x = 30°$, é igual a

(a) 1.

(b) $\sqrt{2}$.

(c) $\sqrt{3}$.

(d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

50. (FATEC – SP) Calculando-se o valor da expressão

$$\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) \cdot \left(\frac{5\pi}{4}\right) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{3}\right)}{\sec 2\pi \cdot \csc\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \cot\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$$

obtém-se

(a) $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

(b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(c) $-\frac{\sqrt{2}}{6}$.

(d) $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

(e) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

51. (FATEC – SP) Sejam as equações

$$\textbf{A: } \tan x = \sin 2x \text{ e } \textbf{B: } \cos^2 x = \frac{1}{2}$$

Sobre as sentenças

I. As equações **A** e **B** têm exatamente as mesmas soluções.

II. A equação **B** tem soluções $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$, com $k \in \mathbb{Z}$.

III. No intervalo $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ a equação **A** tem soluções $x = 0$ e $x = \frac{\pi}{4}$.

é verdade que

(a) I é falsa.

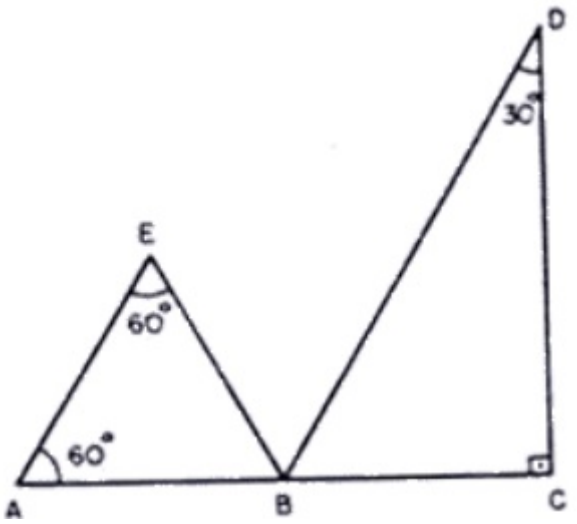
(b) II é falsa.

(c) III é falsa.

(d) todas são verdadeiras.

(e) todas são falsas.

52. (FATEC – SP) Na figura abaixo, além das medidas dos ângulos indicados, sabe-se que B é ponto médio de $\overline{AC}$ e $AC = 2$ cm



A medida de $\overline{DE}$, em centímetros, é igual a

(a) $\frac{1}{2}$.

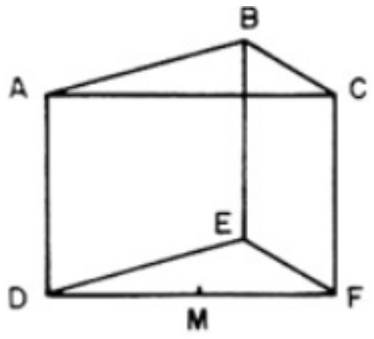
(b) 1.

(c) $\sqrt{2}$.

(d) $1,5$.

(e) $\sqrt{3}$.

53. (FATEC – SP) A figura abaixo é um prisma reto, cuja base é um triângulo equilátero de $10\sqrt{2}$ cm de lado e cuja altura mede 5 cm.



Se M é o ponto médio de aresta $\overline{DF}$, o seno do ângulo $B\widehat{M}E$ é

(a) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

(b) $\dfrac{\sqrt{7}}{7}$.

(c) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

(d) $\dfrac{1}{4}$.

(e) $\dfrac{2}{5}$.

54. (FGV – SP) No intervalo $[0, 2\pi]$, as raízes da equação $4\sin^3 x - 8\sin^2 x + 5\sin x - 1 = 0$ têm por soma o número:

(a) $\dfrac{5\pi}{6}$.

(b) π.

(c) $\dfrac{5\pi}{3}$.

(d) $\dfrac{7\pi}{6}$.

(e) $\dfrac{3\pi}{2}$.

55. (FGV – SP) Sabendo que x pertence ao segundo quadrante e que $\sin x = \dfrac{1}{4}$, podemos afirmar que $\sin 2x + \cos 2x$ é igual a:

(a) $\dfrac{5 - \sqrt{15}}{4}$.

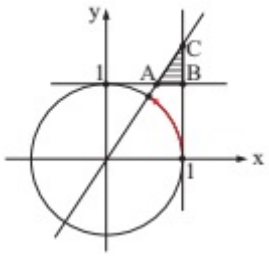
(b) $\dfrac{7+\sqrt{15}}{8}$.

(c) 0.

(d) $\dfrac{7-\sqrt{15}}{8}$.

(e) $\dfrac{5+\sqrt{15}}{4}$.

56. (UNIFESP – SP) Com base na figura, que representa o círculo trigonométrico e os eixos da tangente e da cotangente,



(a) Calcule a área do triângulo ABC, para $\alpha = \dfrac{\pi}{3}$

(b) Determine a área do triângulo ABC, em função de α, $\dfrac{\pi}{4} < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$

57. (FGV – SP) Assinale a alternativa correta:

(a) $\sin(120°) = \dfrac{1}{2}$.

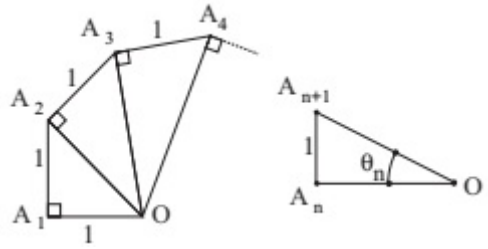
(b) A equação $\cos x = \dfrac{1}{2}$ tem duas raízes no intervalo $[0, \pi]$.

(c) $\sin x + \cos x \geq 1$ para todo x pertencente ao intervalo $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$.

(d) O número de diagonais de um heptágono regular (polígono de 7 lados) é 12.

(e) Duplicando-se o raio de uma esfera,seu volume quadruplica.

58. (UNIFESP – SP) Os triângulos que aparecem na figura da esquerda são retângulos e os catetos $OA_1, A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_5, ..., A_9A_{10}$ têm comprimento igual a 1.



(a) Calcule os comprimentos das hipotenusas OA_2, OA_3, OA_4 e OA_{10}.

(b) Denotando por θ_n o ângulo $(A_n\widehat{O}A_{n+1})$, conforme a figura da direita, descreva os elementos a_1, a_2, a_3 e a_9 da sequencia $(a_1, a_2, a_3, ..., a_8, a_9)$, sendo $a_n = \sin(\theta_n)$.

59. (FGV – SP) O número de quartos ocupados em um hotel varia de acordo com a época do ano. Estima-se que o número de quartos ocupados em cada mês de determinado ano seja dado por $Q(x) = 150 + 30\cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot x\right)$ em que x é estabelecido da seguinte forma: $x = 1$ representa o mês de janeiro, $x = 2$ representa o mês de fevereiro, $x = 3$ representa o mês de março, e assim por diante.
Em junho, em relação a março, há uma variação porcentual dos quartos ocupados em

(a) -20%

(b) -15%

(c) -30%

(d) -25%

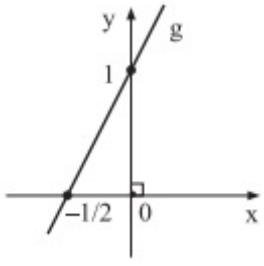
(e) -50%

60. (FGV – SP) Seja um triângulo de vértices $A(4, a), B(4, b)$ e $C(5, c)$. Sabe-se que a soma das três ordenadas é 24, que a ordenada b é a média aritmética das outras duas e que b e c são números pares consecutivos, com $b < c$.

(a) Calcule a área do triângulo ABC.

(b) Calcule os valores de $\sin\widehat{A}$ e $\cos\widehat{C}$.

61. (UNIFESP – SP) Considere as funções dadas por $f(x) = \sin\frac{\pi x}{2}$ e $g(x) = ax + b$, sendo o gráfico de g fornecido pela figura.



O valor de $f(g^{-1}(2))$ é:

(a) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

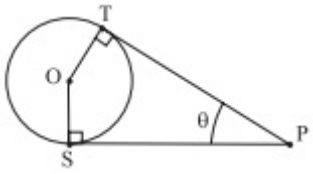
(b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(e) 1

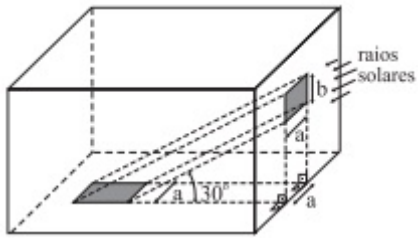
62. (UNIFESP – SP) Um observador, em P, enxerga uma circunferência de centro O e raio 1 sob ângulo θ, conforme mostra a figura.



(a) Prove que o ponto O se encontra na bissetriz do ângulo θ.

(b) Calcule $\tan(\theta)$, dado que a distância de P a O vale 3 metros.

63. (UNIFESP – SP) Imagine uma parede vertical com uma janela retangular, de lados a e b, conforme a figura, onde a é paralelo ao piso plano e horizontal. Suponhamos que a luz solar incida perpendicularmente ao lado a, com inclinação de 60° em relação à parede.



Se A_1 e A_2 representam, respectivamente, as áreas da janela e de sua imagem projetada no piso, a razão $\frac{A_1}{A_2}$ vale:

(a) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$

(b) $\sqrt{3}$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(d) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(e) $\frac{1}{2}$

64. (FGV – SP) Sabendo que x pertence ao segundo quadrante e que $\cos x = -0,80$, pode-se afirmar que

(a) $\csc x = -1,666...$

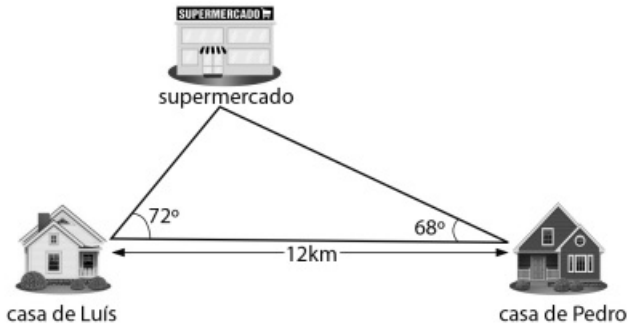
(b) $\tan x = -0,75$

(c) $\sec x = -1,20$

(d) $\cot x = 0,75$

(e) $\sin x = -0,6$

65. (FGV – SP) A polícia já havia comprovado que o único supermercado da cidade fora arrombado entre 7h e 7h15min da manhã. A quantia de R$1895,00 havia sido roubada do caixa. Os únicos suspeitos: Luís e Pedro. Foram tomados seus depoimentos e um croqui foi feito:



1º suspeito: Luís
"Saí da minha casa para trabalhar às 6h20min. Fui de bicicleta, em linha reta, direto da minha casa ao supermercado. Vou, como todos os dias, a uma velocidade média de 18km/h. Quando cheguei, vi a porta arrombada e muitos curiosos observando."

2º suspeito: Pedro
"Fui direto da minha casa ao supermercado, em linha reta, de bicicleta a uma velocidade média de 24 km/h. Saí da minha casa exatamente às 6h. Quando cheguei, vi a porta arrombada e o carro da polícia estacionado em frente."

Com base nos depoimentos e no croqui, descubra o provável culpado.
Use as aproximações que julgar convenientes:

$$\begin{array}{lll} \sin 40° = 0,6 & \sin 68° = 0,9 & \sin 72° = 0,9 \\ \cos 40° = 0,8 & \cos 68° = 0,4 & \cos 72° = 0,3 \\ \tan 40° = 0,8 & \tan 68° = 2,5 & \tan 72° = 3,1 \end{array}$$

66. (UNIFESP – SP) A expressão $\sin(x-y)\cos y + \cos(x-y)\sin y$ é equivalente a

(a) $\sin(2x+y)$.

(b) $\cos(2x)$.

(c) $\sin x$.

(d) $\sin(2x)$.

(e) $\cos(2x + 2y)$.

67. (UNIFESP – SP) Se x é a medida de um arco do primeiro quadrante e se $\sin x = 3\cos x$, então $\sin(2x)$ é igual a

(a) $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

(b) $\frac{3}{5}$.

(c) $\frac{1+\sqrt{5}}{5}$.

(d) $\frac{4}{5}$.

(e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

68. (UNIFESP – SP) Na procura de uma função $y = f(t)$ para representar um fenômeno físico periódico, cuja variação total de y vai de 9,6 até 14,4, chegou-se uma função da forma

$$f(t) = A + B\sin\left[\frac{\pi}{90}(t - 105)\right]$$

com o argumento medido em radianos.

(a) Encontre os valores de A e B para que a função f satisfaça as condições dadas.

(b) O número A é chamado valor médio da função. Encontre o menor valor de t positivo no qual f assume o seu valor médio.

69. (UNIFESP – SP) Em um triângulo com lados de comprimentos a, b, c, tem-se $(a + b + c)(a + b - c) = 3ab$. A medida do ângulo oposto ao lado de comprimento c é

(a) $30°$

(b) $45°$

(c) $60°$

(d) $90°$

(e) $120°$

70. (UNIFESP – SP) Sabe-se que, se $b > 1$, o valor máximo da expressão $y - y^b$, para y no conjunto $\mathbb{R}$ dos números reais, ocorre quando $y = \left(\frac{1}{b}\right)^{\frac{1}{b-1}}$. O valor máximo que a função $f(x) = \sin(x)\sin(2x)$ assume, para x variando em $\mathbb{R}$, é

(a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(b) $2\frac{\sqrt{3}}{3}$

(c) $\frac{3}{4}$

(d) $4\frac{\sqrt{3}}{9}$

(e) 1

71. (UNIFESP – SP) Considere a função $y = f(x) = 1 + \sin\left(2\pi x - \frac{\pi}{2}\right)$, definida para todo x real.

(a) Dê o período e o conjunto imagem da função f.

(b) Obtenha os valores de x no intervalo $[0, 1]$, tais que $y = 1$.

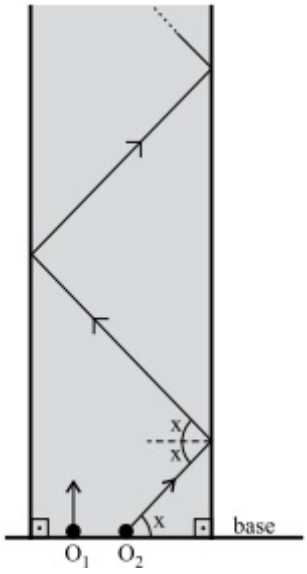
72. (UNIFESP – SP) Seja f a função (determinante) dada por

$$f(x) = \begin{vmatrix} \cos(x) & \sin(x) \\ \sin(x) & \cos(x) \end{vmatrix}, \text{ com } x \text{ real.}$$

(a) Num sistema cartesiano ortogonal, construa o gráfico de $y = f(x)$.

(b) Determine os valores de x para os quais $f(x) = \frac{1}{f(x)}$.

73. (UNIFESP – SP) Um jogo eletrônico consiste de uma pista retangular e de dois objetos virtuais, O_1 e O_2, os quais se deslocam, a partir de uma base comum, com O_1 sempre paralelamente às laterais da pista e O_2 formando um ângulo x com a base, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. Considere v_1 e v_2 os módulos, de O_1 e O_2. Considere, ainda, que os choques do objeto O_2 com as laterais da pista (lisas e planas) são perfeitamente elásticos e que todos os ângulos de incidência e de reflexão são iguais a x.



(a) Exiba o gráfico da função $y = f(x)$ que fornece o módulo da componente da velocidade de deslocamento do objeto O_2, no sentido do deslocamento do objeto O_1, em função do ângulo $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

(b) Se $v_1 = 10$ m/s e $v_2 = 20$ m/s, determine todos os valores de x, $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, para os quais os objetos O_1 e O_2, partindo num mesmo instante, nunca se choquem.

74. (UNIFESP – SP) A sequência $(12, a, b)$, denominada S_1, e a sequência (c, d, e), denominada S_2, são progressões aritméticas formadas por números reais.

(a) Somando 1 ao segundo termo e 5 ao terceiro termo de S_1, a nova sequência de três números reais passa a ser uma progressão geométrica crescente. Calcule a razão dessa PG.

(b) Aplicando a função trigonométrica seno aos três termos de S_2, a nova sequência que se forma tem soma dos três termos igual a zero, e termo do meio diferente de zero. Determine a razão r de S_2, para o caso em que $\frac{\pi}{2} < r < \pi$.

75. (FGV – SP) Existem valores de x que se verificam simultaneamente as relações

$$\sin x - \cos x = m \text{ e } \sin x + \cos x = m.$$

Para quantos valores de m esta eventualidade sucede?

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

(e) infinitos

76. (FGV – SP) Considere um triângulo ABC de área 12 cm^2, cujos lados medem AC = 8 cm e BC = 6 cm.

(a) Calcule a medida do ângulo $\widehat{C}$ Faça um esboço de todos os triângulos possíveis.

(b) Calcule a soma dos quadrados das possíveis medidas do lado AB.

77. (FGV – SP) Sabendo-se que x pertence ao 2º quadrante e que $\sin x = 0,8$, pode-se afirmar que o valor de $\sin 2x + \cos 2x$ é igual a

(a) $-1,24$

(b) $-0,43$

(c) $0,68$

(d) $0,95$

(e) $1,72$

78. (FGV – SP) A função $f(x) = (\sin x)(\cos x)$ tem conjunto imagem e período dados, respectivamente, por

(a) $[-1,1]$ e π

(b) $[-1,1]$ e 2π

(c) $[-2,2]$ e 2π

(d) $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$ e π

(e) $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$ e 2π

79. (FGV – SP) No intervalo $[0,4\pi]$, a equação $\sin^3 x - 2\sin^2 x - 5\sin x + 6 = 0$ tem raízes cuja soma é:

(a) 2

(b) -2

(c) 6

(d) $\frac{\pi}{2}$

(e) 3π

80. (FGV – SP) Em certa cidade litorânea, verificou-se que a altura da água do mar em um certo ponto era dada por $f(x) = 4 + 3\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$ em que x representa o número de horas decorridas a partir do zero de determinado dia, e a altura $f(x)$ é medida em metros.
Em que instantes, entre 0 e 12 horas, a maré atingiu a altura de $2,5$ m naquele dia?

(a) 5 e 9 horas

(b) 7 e 12 horas

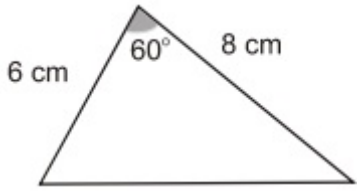
(c) 4 e 8 horas

(d) 3 e 7 horas

(e) 6 e 10 horas

81. (FGV – SP)

(a) Determine o perímetro do triângulo na forma decimal aproximada, até os décimos. Se quiser, use algum destes dados: $35^2 = 1225; 36^2 = 1296; 37^2 = 1369$.



(b) Um aluno tinha de fazer um cartaz triangular, em cartolina. Decidiu construir o triângulo com as seguintes medidas de lados: 6 cm, 8 cm e 16 cm. Ele conseguirá fazer o cartaz? Por quê?

82. (FGV – SP) Uma empresa exporta certo produto. Estima-se que a quantidade exportada Q, expressa em toneladas, para cada mês do ano de 2011, seja dada pela função $Q = 40 + 4\sin\left(\frac{\pi x}{6}\right)$, em que $x = 1$ representa janeiro de 2011, $x = 2$ representa fevereiro de 2011 e assim por diante.
Em que meses a exportação será de 38 toneladas?
(Utilize os valores: $\sqrt{3} = 1,7$ e $\sqrt{2} = 1,4$)

(a) abril e agosto

(b) maio e setembro

(c) junho e outubro

(d) julho e novembro

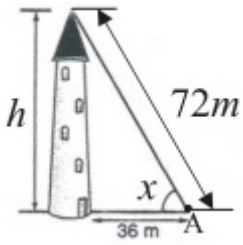
(e) agosto e dezembro

83. (FGV – SP) A figura mostra uma torre de altura h.

(a) Qual é a medida, em graus, e em radianos, do ângulo agudo $\widehat{A}$?

(b) Qual é a medida h da torre, em metros?

(c) Qual é o valor numérico da expressão $\cos(180° - x) + \sin(x - 90°)$, em que x é a medida em graus do ângulo agudo $\widehat{A}$?



84. (FGV – SP) A previsão de vendas mensais de uma empresa em 2011, em toneladas de um produto, é dada por $f(x) = 100 + 0,5x + 3\sin\left(\frac{\pi x}{6}\right)$, em que $x = 1$ corresponde a janeiro de 2011, $x = 2$ corresponde a fevereiro de 2011 e assim por diante. A previsão de vendas (em toneladas) para o primeiro trimestre de 2011 é:
(Use a aproximação decimal $\sqrt{3} = 1,7$)

(a) $308,55$

(b) $309,05$

(c) $309,55$

(d) $310,05$

(e) $310,55$

85. (FGV – SP) Sabendo que o valor da secante de x é dado por $\sec x = \frac{5}{4}$, em que x pertence ao intervalo $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$, podemos afirmar que os valores de $\cos x$, $\sin x$ e $\tan x$ são respectivamente:

(a) $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$ e $\frac{3}{4}$

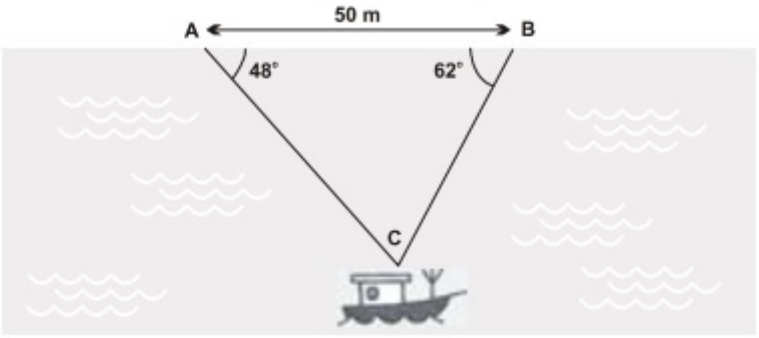
(b) $-\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$ e $-\frac{4}{3}$

(c) $-\frac{3}{5}$, $-\frac{4}{5}$ e $\frac{4}{3}$

(d) $\frac{4}{5}$, $-\frac{3}{5}$ e $-\frac{3}{4}$

(e) $\frac{4}{5}$, $-\frac{3}{5}$ e $\frac{3}{4}$

86. (FGV – SP) A figura ilustra as medidas que um topógrafo tomou para calcular a distância do ponto A a um barco ancorado no mar.
$\sin 62° = 0,88$; $\cos 62° = 0,47$
$\sin 70° = 0,94$; $\cos 70° = 0,34$



(a) Use os dados obtidos pelo topógrafo e calcule a distância do ponto A ao barco. É conveniente traçar a altura $\overline{AH}$ do triângulo ABC.

(b) Use esses mesmos valores dados para calcular o valor de $\cos 48°$. Se quiser, utilize os produtos: $88 \times 94 = 8272$ e $47 \times 34 = 1598$.

87. (FGV – SP) No intervalo $[0, \pi]$, a equação $8^{\sin^2 x} = 4^{\sin x - \frac{1}{8}}$ admite o seguinte número de raízes:

(a) 5

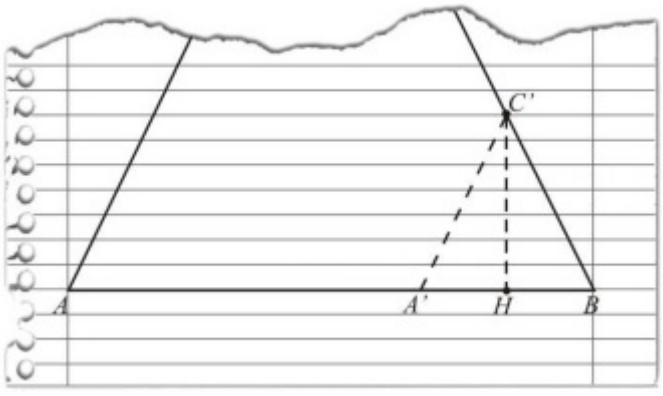
(b) 4

(c) 3

(d) 2

(e) 1

88. (FGV – SP) Um estudante tinha de calcular a área do triângulo ABC, mas um pedaço da folha do caderno rasgou-se. Ele, então, traçou o segmento $\overline{A'C'}$ paralelo a $\overline{AC}$, a altura $\overline{C'H'}$ do triângulo A'BC' e, com uma régua, obteve essas medidas: C'H $= 1,2$ cm, A'B $= 1,4$ cm e AB $= 4,2$ cm.



(a) Use essas medidas e calcule a área do triângulo ABC.

(b) Com a régua, ele mediu também o lado $\overline{A'C'}$ e obteve A'C' $= 1,5$ cm.
Se as medidas em graus dos ângulos agudos $\widehat{A}$ e $\widehat{B}$ são respectivamente a e b, calcule o valor de $\sin(a - b)$.

89. (FGV – SP) Estima-se que, em 2009, a receita mensal de um hotel seja dada (em milhares de reais) por $R(t) = 3000 + 1500\cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$, em que $t = 1$ representa o mês de janeiro, $t = 2$ o mês de fevereiro e assim por diante.
A receita de março será inferior à de fevereiro em:

(a) $R\$\ 850.000,00$
(b) $R\$\ 800.000,00$
(c) $R\$\ 700.000,00$
(d) $R\$\ 750.000,00$
(e) $R\$\ 650.000,00$

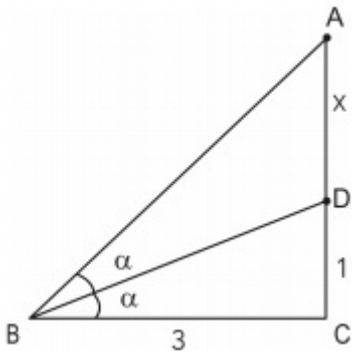
90. (FGV – SP) No plano cartesiano, a figura dada pelas equações paramétricas $x = 2\cos t$ e $y = 2\sin t$ em que $t \in \mathbb{R}$ é:

(a) uma circunferência que passa pelo ponto $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
(b) uma circunferência que passa pelo ponto $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$
(c) uma elipse com excentricidade igual a $0,2$.
(d) uma hipérbole equilátera.
(e) uma elipse com excentricidade igual a $\frac{1}{2}$.

91. (FGV – SP) Resolvendo a equação $\log_2(\sin x) = \log_4(\cos x)$ no intervalo $0° < x < 90°$ o valor de x é tal que:

(a) $0° < x < 30°$
(b) $30° < x < 45°$
(c) $45° < x < 60°$
(d) $60° < x < 75°$
(e) $75° < x < 90°$

92. (FGV – SP) Na figura, $A\widehat{B}C$ é reto, $A\widehat{B}D = D\widehat{B}C = \alpha$, $AD = x$, $DC = 1$ e $BC = 3$. Com as informações dadas, determine o valor de x.



93. (FGV – SP) O valor mais próximo de x, na figura abaixo, é

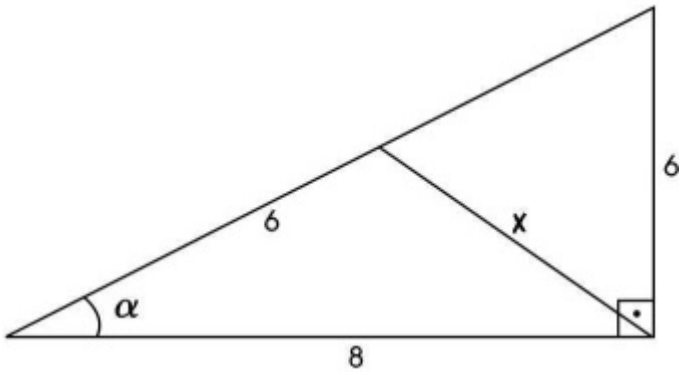
(a) $5,5$

(b) $4,3$

(c) $4,8$

(d) $5,9$

(e) $3,8$



94. (FGV – SP) No mês de Abril o mercado financeiro viveu uma certa instabilidade, e o preço de determinada ação oscilou de tal forma que ele poderia ser descrito pela função periódica: $f(x) = 4,50 + \sin(2\pi x)$, em que $f(x)$ é o preço da ação, $x = 0$ representa o 1º dia útil de abril, $x = \dfrac{1}{4}$, o 2º dia útil, $x = \dfrac{1}{2}$, o 3º dia útil, e assim por diante.

(a) Esboce o gráfico da função $f(x)$ correspondente aos 5 primeiros dias úteis de abril.

(b) Considerando que o dia 1º de abril foi segunda-feira, determine em que dias da 1ª semana útil de abril o preço dessa ação atingiu o maior e o menor valor.

(c) Quais foram o maior e menor valor dessa ação na 1ª semana útil de abril?

95. (FGV – SP) Se $\cos x + \sec(-x) = t$, então $\cos^2 x + \sec^2 x$ é igual a:

(a) 1

(b) $t^2 + 2$

(c) t^2

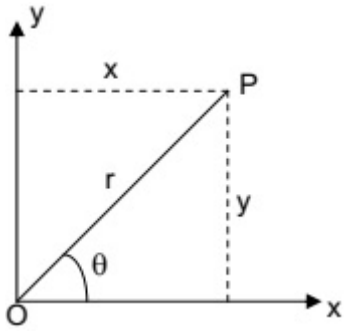
(d) $t^2 - 2$

(e) $t^2 + 1$

O texto abaixo se refere às questões 96 e 97.

Um ponto pode ser descrito pelas suas coordenadas retangulares (x, y) ou pelas coordenadas polares (ρ, θ), sendo ρ a distância entre o ponto e a origem e θ a medida, em radianos, do arco que o eixo x descreve no sentido anti-horário, até encontrar $\overline{OP}$. Em geral, $0 \leq \theta < 2\pi$. As relações utilizadas para que se passe de um sistema de coordenadas a outro são as seguintes:

$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$; $\sin\theta = \dfrac{y}{\rho}$; $\cos\theta = \dfrac{x}{\rho}$; $\tan\theta = \dfrac{y}{x}$



96. (FGV – SP) As coordenadas polares do ponto P$(1, 1)$ são:

(a) $(\sqrt{2}, \pi)$

(b) $\left(\sqrt{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$

(c) $\left(\sqrt{2}, \dfrac{\pi}{4}\right)$

(d) $\left(\sqrt{2}, \dfrac{3\pi}{4}\right)$

(e) $\left(\sqrt{2}, \dfrac{3\pi}{2}\right)$

97. (FGV – SP) A equação, em coordenadas polares, da curva cuja equação em coordenadas retangulares é $x^2 + y^2 = x + y$, é:

(a) $\rho = \cos\theta + \sin\theta$

(b) $\rho^2 = \cos^2\theta + \sin\theta$

(c) $\rho^2 = \cos^2\theta - \sin\theta$

(d) $\rho = 2\cos\theta$

(e) $\rho = 2\sin\theta$

98. (FGV – SP) A soma das raízes da equação $\sin^2 x - \sin(-x) = 0$, no intervalo $[0, 2\pi]$ é:

(a) $\dfrac{7\pi}{2}$

(b) $\dfrac{9\pi}{2}$

(c) $\dfrac{5\pi}{2}$

(d) 3π

(e) $\dfrac{3\pi}{2}$

99. (FGV – SP) No plano cartesiano esboce o gráfico da função $f(x)$ definida pelas equações

$$\begin{cases} x &= \cos t \\ y &= \cos t - 1 + (\sin t)^2 \end{cases}$$

Indique o domínio e a imagem dessa função.

100. (FGV – SP) Em uma cidade frequentada por viajantes em férias, estima-se que o número de pessoas empregadas dependa da época do ano, e pode ser aproximada pela função:

$$N = 10 + 2\sin(2\pi x)$$

em que, N é o número de pessoas empregadas (em milhares) e $x = 0$ representa o início do ano 2005, $x = 1$ o início do ano 2006 e assim por diante.
O número de empregados atinge o menor valor:

(a) No início do 1º trimestre de cada ano.

(b) No início do 2º trimestre de cada ano.

(c) No início do 3º trimestre de cada ano.

(d) No início e no meio de cada ano.

(e) No início do 4º trimestre de cada ano.

101. (FGV – SP) Seja

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & \sec x & \tan x \\ 0 & \tan x & \sec x \end{vmatrix}$$

Se $D = 0$ e $\pi \leq x \leq 2\pi$ então:

(a) $x = \pi$

(b) $x = 2\pi$

(c) $x = \dfrac{5\pi}{4}$

(d) $x = \dfrac{4\pi}{3}$

(e) $x = \dfrac{7\pi}{6}$

102. (FGV – SP) Considere a função $f(x) = 2 - \dfrac{3\cos^4 x}{4}$. Os valores máximo e mínimo de $f(x)$ são, respectivamente:

(a) -1 e 1

(b) 1 e 0

(c) 2 e $-\frac{3}{4}$

(d) 2 e 0

(e) 2 e $\frac{5}{4}$

103. (FGV – SP)

(a) Num triângulo isósceles ABC, em que AB = AC, o ângulo $\widehat{A}$ mede o dobro da soma dos outros dois. O lado $\overline{BC}$ mede 10 cm. Obtenha o perímetro desse triângulo.

(b) Considerando que $\sin x + \cos x = k$, calcule, em função de k, o valor da expressão $\sin^3 x + \cos^3 x$.

104. (FGV – SP) Suponha que a temperatura (em °F) de uma cidade localizada em um país de latitude elevada do hemisfério norte, em um ano bissexto, seja modelada pela equação

$$T = 50 \cdot \left[\sin \frac{2\pi}{366}(d - 91,5)\right] + 25$$

na qual d é dado em dias e $d = 0$ corresponde a 1º de janeiro.

(a) Esboce o gráfico de T versus d para $0 \leq d \leq 366$.

(b) Use o modelo para prever qual será o dia mais quente do ano.

(c) Baseado no modelo, determine em quais dias a temperatura será 0°F.

105. (FGV – SP) Um triângulo isósceles ABC, com AB = AC = 1, é tal que cada ângulo da base $\overline{BC}$ mede o dobro do ângulo de vértice A. Se $\cos 18° = m$, então, o quadrado de BC é igual a:

(a) $2(1 + m - \sqrt{1 - m^2})$

(b) $2(1 - m + \sqrt{1 - m^2})$

(c) $2 - 2m^2$

(d) $4 - 2m^2$

(e) $4 - 4m^2$

106. (UNIVESP – SP) As senoides são funções periódicas muito utilizadas para descrever movimentos de ondas sonoras e luminosas. A função real dada por $f(x) = 2 \cdot \sin\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) - 1$ representa umas dessas ondas.

Sobre a função $f(x) = 2 \cdot \sin\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) - 1$ é correto afirmar que o valor de $f(x)$ quando x vale $\frac{\pi}{4}$ é:

(a) -3

(b) -2

(c) -1

(d) 0

(e) 1

107. (FAAP – SP) Qual é o valor de $\cos x$ sabendo que $\sec x = -2$?

(a) 0

(b) -1

(c) $\frac{1}{2}$

(d) $-\frac{1}{2}$

(e) 1

108. (FAAP – SP) Se um cateto e a hipotenusa de um triângulo retângulo medem $3a$ e $6a$, respectivamente, então a tangente do ângulo oposto ao menor lado é:

(a) $\frac{3}{5}$

(b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{6}{5}$

(d) $\frac{5}{3}$

(e) $\frac{5}{6}$

109. (FGV – SP) Sabe-se da trigonometria que $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$. Um triângulo ABC possui coordenadas $\mathrm{A}(-6, 0)$, $\mathrm{B}(6, 0)$, $\mathrm{C}(6\cos\theta, 6\sin\theta)$, com $\theta \in \mathbb{R}$ e $\sin\theta \neq 0$. Sendo assim, o triângulo ABC, necessariamente, é:

(a) isósceles e tem área igual a 36.

(b) equilátero e tem área máxima igual a $36\sqrt{2}$.

(c) retângulo e tem área máxima igual a 12.

(d) retângulo e tem área máxima igual a 36.

(e) acutângulo e tem área máxima igual a 12.

110. (FGV – SP) Um telhado retangular ABCD tem área igual a 120 m^2 e está conectado a uma calha de escoamento de água da chuva. A calha tem a forma de um semicilindro reto, de diâmetro AF = DE = 0,4 m e capacidade igual a 720 litros.

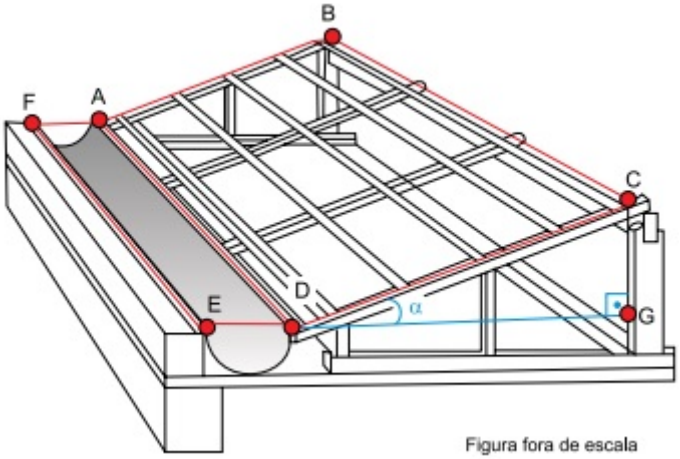


Figura fora de escala

Considerando DG = 5 m e adotando $\pi = 3$, a medida do ângulo agudo C$\widehat{D}$G, indicada na figura por α, é igual a

(a) 75°.

(b) 60°.

(c) 45°.

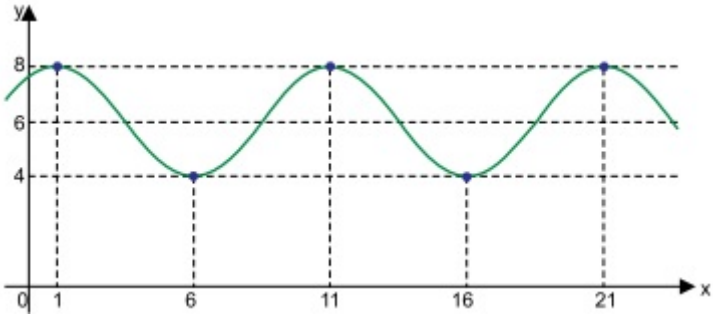
(d) 30°.

(e) 15°.

111. (FGV – SP) Uma fórmula que mede a magnitude M de um terremoto pode ser escrita como $M = 0,67 \cdot \log E - 3,25$, sendo E a energia mecânica liberada pelo abalo, medida em Joules.

(a) Calcule, por meio da fórmula dada, a energia mecânica liberada por meio de um terremoto de magnitude $2,11$.

(b) A figura a seguir mostra um modelo trigonométrico que, por meio da função cosseno $y = A + B \cdot \cos(mx + n)$, ajuda a prever a magnitude de terremotos em uma ilha do Pacífico. Nesse modelo, y indica a magnitude do terremoto, e x indica o ano de ocorrência, sendo $x = 1$ correspondente ao ano 1980, $x = 6$ correspondente ao ano de 1990, $x = 11$ correspondente ao ano de 2000, e assim sucessivamente.



Determine domínio, imagem e período da função cujo gráfico está indicado na figura. Em seguida, determine os valores dos parâmetros A, B, m e n da lei dessa função.

112. (FGV – RJ) Seja f uma função real tal que $f\left(\dfrac{x-1}{x}\right) = x - 1$, para todo x real não-nulo. Sendo $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$, o valor de $f(\sin^2\theta)$ é:

(a) $\sec^2\theta$.

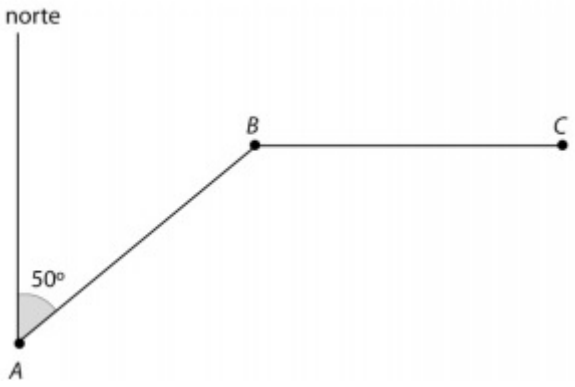
(b) $\csc^2\theta$.

(c) $\sin^2\theta$.

(d) $\tan^2\theta$.

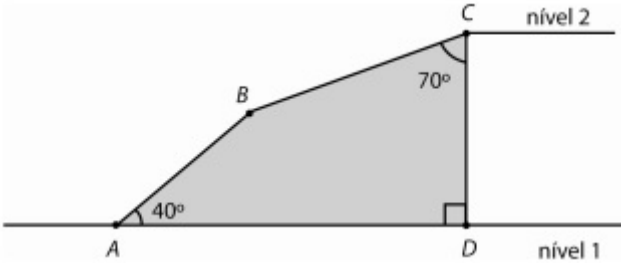
(e) $\cos^2\theta$.

113. (FGV – RJ) A figura abaixo mostra a trajetória de Renato com seu barco.



Renato saiu do ponto A e percorreu 10 km em linha reta, até o ponto B, numa trajetória que faz 50° com a direção norte. No ponto B, virou para o leste e percorreu mais 10 km em linha reta, chegando ao ponto C.
Calcule a distância do ponto A ao ponto C.
Dados: $\sin 20° = 0,342$, $\cos 20° = 0,940$.

114. (FGV – RJ) Um terreno possui dois níveis, ambos horizontais. Para estabilizar o nível superior, um engenheiro projetou um muro de concreto cuja seção transversal é o quadrilátero $ABCD$ mostrado na figura abaixo.



Nesse quadrilátero, $AB = 5$ m, $BC = 8$ m, os ângulos A e C medem, respectivamente, 40° e 70° e o ângulo D é reto. Na figura, a altura do nível 2 em relação ao nível 1 é o comprimento do segmento CD.
Dados: $\sin 20° = 0,34$, $\cos 20° = 0,94$.
A altura do nível 2 em relação ao nível 1 é aproximadamente igual a

(a) $6,24$ m
(b) $5,66$ m
(c) $5,92$ m
(d) $6,12$ m
(e) $5,80$ m

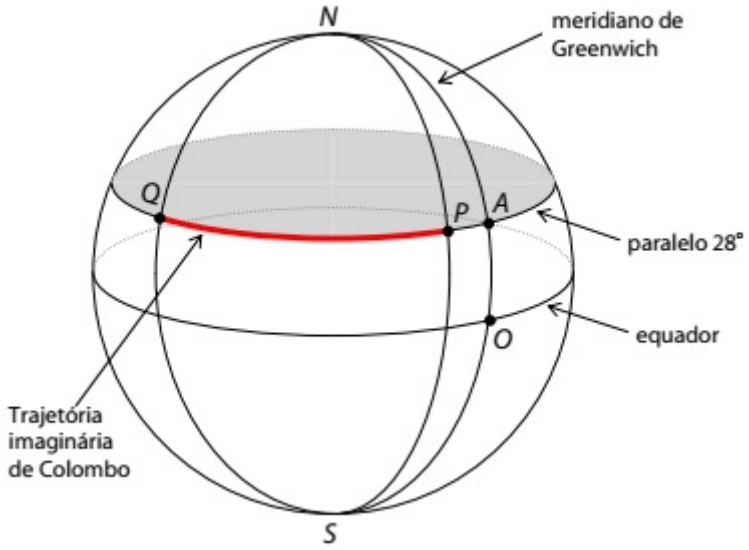
115. (FGV – RJ) Em um triângulo de ângulos internos A, B e C, tem-se que $B = 2A$. Sabendo que $\cos(B) = -\dfrac{1}{4}$, calcule $\sin(A)$ e $\cos(A)$.

116. (FGV – RJ) O número de soluções reais da equação $\cos x = \dfrac{x}{2\pi}$ é

(a) 4
(b) 5
(c) 2
(d) 1
(e) 3

117. (FGV – RJ) Cristóvão Colombo iniciou a primeira viagem do descobrimento da América nas Ilhas Canárias (longitude 15°W) e navegou diretamente para o oeste, seguindo o paralelo 28°. Se não tivesse, nos últimos dias, se desviado um pouco para o Sul, teria descoberto a América no lugar que hoje se chama Cabo Canaveral (longitude 80°W).

A figura abaixo mostra o Equador da Terra, o paralelo 28° e o meridiano de Greenwich. As Ilhas Canárias estão no ponto P, o Cabo Canaveral no ponto Q, e os arcos OA, AP e AQ medem, respectivamente, 28°, 15° e 80°.



Dados:

- $\sin 28° = 0,47$ $\cos 28° = 0,88$ $\tan 28° = 0,53$
- Comprimento do Equador da Terra = 40.000 km.

Determine o comprimento aproximado do percurso PQ da figura acima.

118. (FGV – RJ) Em um triângulo retângulo ABC, o cateto AB mede o triplo do cateto BC e α é a medida do ângulo interno relativo ao vértice A.
O valor de $\cos(2\alpha)$ é

(a) $0,8$

(b) $0,7$

(c) $0,6$

(d) $0,5$

(e) $0,4$

119. (FGV – RJ) A previsão mensal da venda de sorvetes para 2012, em uma sorveteria, é dada por $P = 6000 + 50x + 2000\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$, em que P é o número de unidades vendidas no mês x; $x = 0$ representa janeiro de 2012, $x = 1$ representa fevereiro de 2012, $x = 2$ representa março de 2012 e assim por diante.
Se essas previsões se verificarem, em julho haverá uma queda na quantidade vendida, em relação a março, de aproximadamente:

(a) $39,5\%$

(b) $38,5\%$

(c) $37,5\%$

(d) $36,5\%$

(e) $35,5\%$

120. (FGV – SP) Uma solução da equação $\sin 2x \cdot \sin 3x = \cos 2x \cdot \cos 3x$, com $0° \leq x \leq 90°$ é:

(a) $72°$

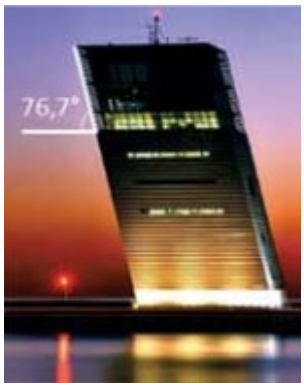
(b) $36°$

(c) $24°$

(d) $18°$

(e) $15°$

121. (FGV – SP) A torre de controle de tráfego marítimo de Algés, em Portugal, tem o formato de um prisma oblíquo, com base retangular de área 247 m^2. A inclinação da torre é de aproximadamente $76,7°$, com deslocamento horizontal de 9 m da base superior em relação à base inferior do prisma.



α	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\tan\alpha$
$13,3°$	$0,23$	$0,97$	$0,24$

Nas condições descritas, o volume do prisma que representa essa torre, aproximado na casa da centena, é igual a:

(a) 9.300 m^3

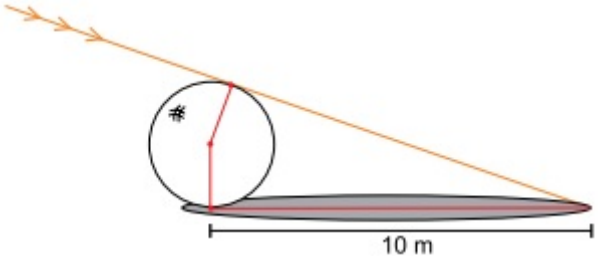
(b) 8.900 m^3

(c) 8.300 m^3

(d) 4.600 m^3

(e) 4.200 m^3

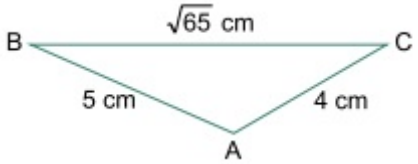
122. (FGV – SP) Uma esfera de raio r está apoiada sobre o chão plano em um dia iluminado pelo Sol. Em determinado horário, a sombra projetada à direita do ponto onde a esfera toca o chão tinha comprimento de 10 m, como indica a figura.



Nesse mesmo horário, a sombra projetada por uma vareta reta de 1 m, fincada perpendicularmente ao chão, tinha 2 m de comprimento. Assumindo o paralelismo dos raios solares, o raio da esfera, em metros, é igual a

(a) $5\sqrt{5} - 10$
(b) $10\sqrt{5} - 20$
(c) $5\sqrt{5} - 5$
(d) $5\sqrt{5} - 2$
(e) $10\sqrt{5} - 10$

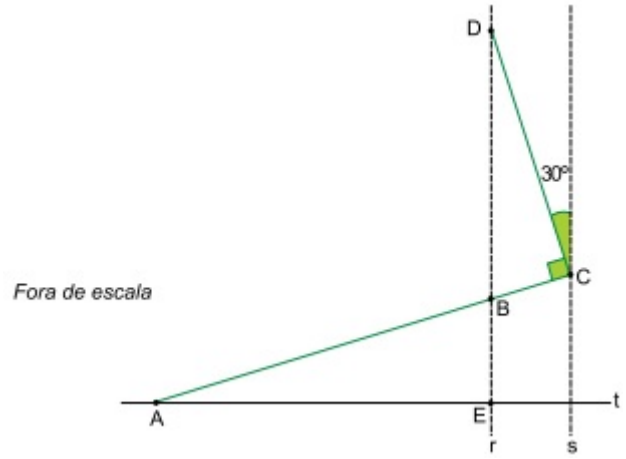
123. (FGV – SP) O triângulo ABC possui medidas conforme indica a figura a seguir.



A área desse triângulo, em cm^2, é igual a

(a) 8
(b) $6\sqrt{2}$
(c) $4\sqrt{6}$
(d) 10
(e) $6\sqrt{6}$

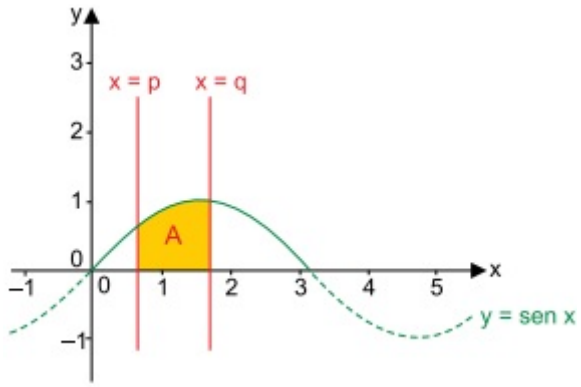
124. (FGV – SP) Na figura seguinte, as retas r e s são paralelas entre si, e perpendiculares, à reta t. Sabe-se, ainda, que AB = 6 cm, CD = 3 cm, $\overline{AC}$ é perpendicular a $\overline{CD}$, e a medida do ângulo entre $\overline{CD}$ e a reta s é 30°.



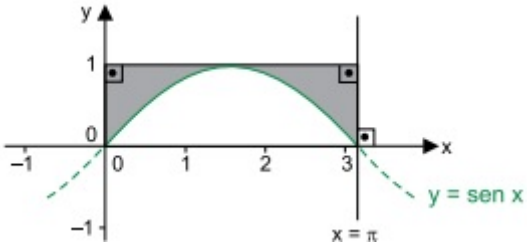
Nas condições descritas, a medida de $\overline{DE}$, em cm, é igual a

(a) $12 + 3\sqrt{3}$
(b) $12 + 2\sqrt{3}$
(c) $6 + 4\sqrt{3}$
(d) $6 + 2\sqrt{3}$
(e) $3 + 2\sqrt{3}$

125. (FGV – SP) No intervalo de 0 a π, a função que permite calcular a área A da região limitada pelo eixo x, pelas retas de equações $x = p$ e $x = q$ e pelo gráfico da função definida por $y = \sin x$ é dada por $\mathrm{A} = \cos p - \cos q$.



Com base na informação fornecida, observe a figura a seguir.



A área da região sombreada nessa figura é, aproximadamente, igual a

(a) $2,64$

(b) $2,14$

(c) $1,86$

(d) $1,14$

(e) $0,86$

126. (FGV – SP) A tabela indica o horário do por do Sol em uma cidade hipotética no dia primeiro de cada um dos doze meses de 2013. O horário indicado na tabela (y) é dado em "minutos depois das 18 horas". Por exemplo, em 1.º de janeiro de 2013, e o por do Sol se deu às 18h02.

Mês	Horário (y)	Mês	Horário
Janeiro	$2 = 2 - 0$	Julho	$2 = 2 - 0$
Fevereiro	$1,5 = 2 - \frac{1}{2}$	Agosto	$2,5 = 2 + \frac{1}{2}$
Março	$1,1 \approxeq 2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$	Setembro	$2,9 \approxeq 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$
Abril	$1 = 2 - 1$	Outubro	$3 = 2 + 1$
Maio	$1,1 \approxeq 2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$	Novembro	$2,9 \approxeq 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}$
Junho	$1,5 = 2 - \frac{1}{2}$	Dezembro	$2,5 = 2 + \frac{1}{2}$

(a) Usando a tabela a seguir para os valores de x, faça um esboço do gráfico de y em função de x no intervalo $\frac{\pi}{6} \leq x \leq 2\pi$.

Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π

(b) Determine uma função trigonométrica que forneça y em função de x, cujo gráfico passe por todos os pontos definidos pelas duas tabelas anteriores. Em seguida, use essa função para prever o horário do por do Sol quando $x = \frac{\pi}{4}$.

127. (FGV – SP) Se $1 + \cos\alpha + \cos^2\alpha + \cos^3\alpha + \cos^4\alpha + \ldots = 5$, com $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, então $\sin 2\alpha$ é igual a

(a) $0,84$

(b) $0,90$

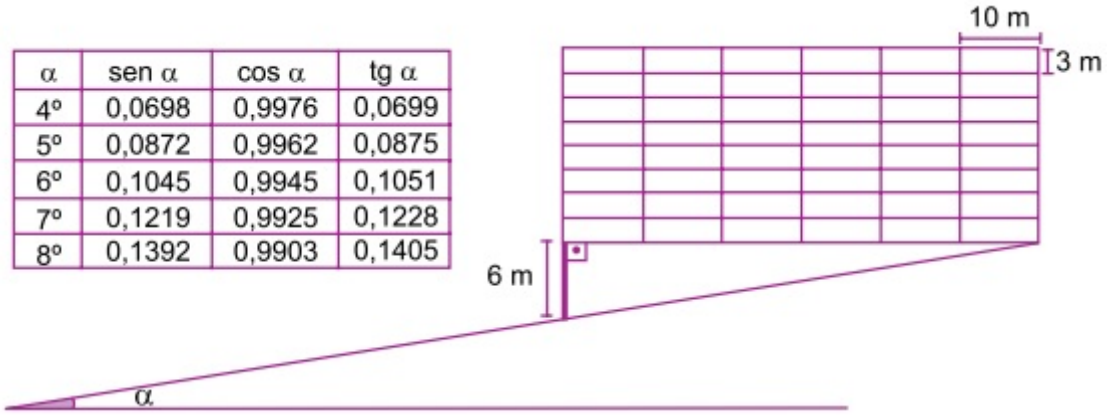
(c) $0,92$

(d) $0,94$

(e) $0,96$

128. (FGV – SP) Um edifício comercial tem 48 salas, distribuídas em 8 andares, conforme a figura. O edifício foi feito em um terreno cuja inclinação em relação à horizontal mede α graus. A altura de cada sala é de 3 m, a extensão 10 m, e a altura da pilastra de sustentação, que mantém o edifício na horizontal é 6 m.

α	sen α	cos α	tg α
4º	0,0698	0,9976	0,0699
5º	0,0872	0,9962	0,0875
6º	0,1045	0,9945	0,1051
7º	0,1219	0,9925	0,1228
8º	0,1392	0,9903	0,1405



Usando os dados da tabela, a melhor aproximação inteira para α é

(a) 4°

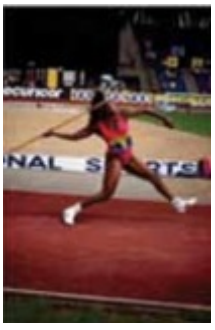
(b) 5°

(c) 6°

(d) 7°

(e) 8°

129. (FGV – SP) A distância horizontal percorrida por um dardo, denotada por d e dada em metros, pode ser calculada aproximadamente pela fórmula $d = \dfrac{v_0^2 \cdot \sin(2\alpha)}{10}$, sendo v_0 a velocidade inicial do dardo, em metros por segundo, e α o ângulo do lançamento.



(a) Calcule a velocidade inicial (em m/s) de lançamento de um dardo que atingiu a distância de 80 metros ao ser lançado sob um ângulo de 15°.

(b) O recorde mundial masculino da prova de lançamento do dardo foi estabelecido em 1996 por Jan Zelezny, com a marca de $98,48$ m. Admitindo-se que o lançamento tenha sido feito com o melhor ângulo possível, e usando 98 m nos

cálculos, determine a velocidade inicial do dardo de Jan Zelezny no lançamento. Entregue o resultado em km/h.
(Adote nas contas finais $\sqrt{5} = 2,2$ e lembre-se de que 1 m/s equivale a $3,6$ km/h)

130. (FGV – SP) O relógio indicado na figura marca 6 horas e

(a) $55\ \frac{7}{13}$ minutos

(b) $55\ \frac{5}{11}$ minutos

(c) $55\ \frac{5}{13}$ minutos

(d) $54\ \frac{3}{11}$ minutos

(e) $54\ \frac{2}{11}$ minutos

131. (FGV – SP) Se $\sin x + \sin y = \frac{\sqrt{15}}{3}$ e $\cos x + \cos y = 1$, então, $\sec(x - y)$ é igual a

(a) $\frac{1}{3}$

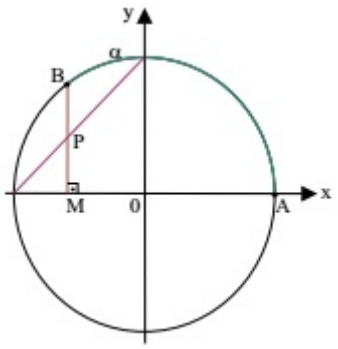
(b) $\frac{1}{2}$

(c) 2

(d) 3

(e) 4

132. (FGV – SP) No círculo trigonométrico de raio unitário indicado na figura, o arco $\widehat{AB}$ mede α. Assim, PM é igual a



(a) $-1 - \tan\alpha$

(b) $1 - \cos\alpha$

(c) $1 + \cos\alpha$

(d) $1 + \sin\alpha$

(e) $-1 + \cot\alpha$

133. (FGV – SP) Os pontos A$(3, 9)$, B$(1, 1)$, C$(5, 3)$ e D são vértices de um quadrilátero ABCD, de diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$, no primeiro quadrante do plano cartesiano ortogonal. O polígono cujos vértices são os pontos médios de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$ é um quadrado.

(a) Denotando por α o ângulo agudo de lados $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BC}$, calcule $\cos\alpha$.

(b) Determine as coordenadas do vértice D.

134. (FGV – SP) Em um triângulo retângulo ABC, com ângulo reto em B, $\text{AC}^2 = 48$, $\text{BP}^2 = 9$, sendo que BP é a altura de ABC com relação ao vértice B. Nessas condições, a medida do ângulo $A\widehat{C}B$ é

(a) $15°$ ou $75°$

(b) $20°$ ou $70°$

(c) $22,5°$ ou $67,5°$

(d) $30°$ ou $60°$

(e) $45°$

135. (FGV – SP) O valor de y no sistema de equações

$$\begin{cases} \sin 10°x - \cos 10°y &= -\dfrac{1}{\sin 50°} \\ \sin 50°x + \cos 50°y &= \dfrac{1}{\sin 10°} \end{cases}$$

(a) $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

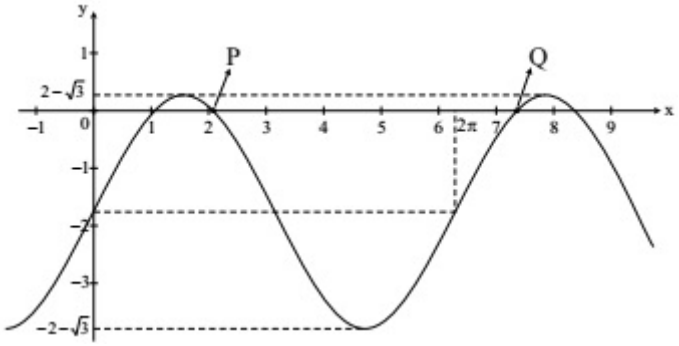
(b) $\sqrt{3}$

(c) $3\sqrt{3}$

(d) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(e) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

136. (FGV – SP) O gráfico indica uma senoide, sendo P e Q dois de seus interceptos com o eixo x.



Em tais condições, a distância entre P e Q é

(a) $\dfrac{4\pi}{3}$

(b) $\dfrac{3\pi}{2}$

(c) $\dfrac{5\pi}{3}$

(d) 2π

(e) $\dfrac{9\pi}{4}$

137. (FGV – SP)

(a) Construa o gráfico das funções $f(x) = 2 + \sin x$ e $g(x) = 2 + \cos 2x$ para $0 \leq x \leq 2\pi$.

(b) Admita que $f(x)$ e $g(x)$ indiquem as cotações das ações das empresas F e G na bolsa de valores de São Paulo no intervalo de horas $0 \leq x \leq 2\pi$ ($x = 0$ indica 12h00, e $x = 2\pi \approx 6,28$, indica, aproximadamente, 18h17). Determine algebricamente (equações e/ou inequações) o intervalo de horas, com $0 \leq x \leq 2\pi$, em que a cotação das ações da empresa F foi maior ou igual à cotação das ações da empresa G.

138. (FGV – SP) Cada lado congruente de um triângulo isósceles mede 10 cm, e o ângulo agudo definido por esses lados mede α graus. Se $\sin\alpha = 3\cos\alpha$, a área desse triângulo, em cm^2, é igual a

(a) $15\sqrt{10}$

(b) $12\sqrt{10}$

(c) $9\sqrt{10}$

(d) $15\sqrt{3}$

(e) $12\sqrt{3}$

139. (FGV – SP) Em um triângulo ABC, o lado $\overline{AC}$ e a mediatriz de $\overline{BC}$ se interceptam no ponto D, sendo que a bissetriz do ângulo $A\widehat{B}C$. Se AD = 9 cm e DC = 7 cm, a área do triângulo ABD, em cm^2, é

(a) 12

(b) 14

(c) 21

(d) 28

(e) $14\sqrt{5}$

140. (FGV – SP) A soma $\cos^2 0° + \cos^2 2° + \cos^2 4° + \cos^2 6° + \ldots + \cos^2 358° + \cos^2 360°$ é igual a

(a) 316

(b) 270

(c) 181

(d) 180

(e) 91

141. (FGV – SP) Seja ABC um triângulo retângulo em B tal que $AC = \dfrac{7\sqrt{3}}{2}$ e AP = 3, onde $\overline{BP}$ é a altura do triângulo ABC pelo vértice B. A menor medida possível do ângulo $A\widehat{C}B$ tem aproximação inteira igual a
Dado:

$\tan\alpha$	**valor aproximado de α em graus**
$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$	$25,2°$
$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$35,3°$
$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$40,9°$
$\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$	$43,3°$
$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$	$49,1°$

(a) $25°$

(b) $35°$

(c) $41°$

(d) $43°$

(e) $49°$

142. (FGV – SP) Em relação a um quadrilátero ABCD, sabe-se que $\text{med}(B\widehat{A}D) = 120°$, $\text{med}(A\widehat{B}C) = \text{med}(A\widehat{D}C) = 90°$, AB = 13 e AD= 46. A medida do segmento $\overline{AC}$ é

(a) 60

(b) 62

(c) 64

(d) 65

(e) 72

143. (FGV – SP) O valor de $\cos 72° - \cos^2 36°$ é idêntico ao de

(a) $\cos 36°$

(b) $-\cos^2 36°$

(c) $\cos^2 36°$

(d) $-\sin^2 36°$

(e) $\sin^2 36°$

144. (FGV – SP) Sendo $p = \dfrac{1}{2}$ e $(p+1)\cdot(q+1) = 2$, então a medida de $\arctan p + \arctan q$, em radianos, é

(a) $\dfrac{\pi}{2}$

(b) $\dfrac{\pi}{3}$

(c) $\dfrac{\pi}{4}$

(d) $\dfrac{\pi}{5}$

(e) $\dfrac{\pi}{6}$

145. (FGV – SP) O número de intersecções entre o gráfico de uma circunferência e o gráfico $y = \sin x$ no plano ortogonal pode ocorrer em

(a) no máximo 2 pontos

(b) no máximo 4 pontos

(c) no máximo 6 pontos

(d) no máximo 8 pontos

(e) mais do que 16 pontos

146. (FGV – SP) O número de soluções da equação $1 + \sin x - 2 \cdot |\cos 2x| = 0$, com $0 \leq x < 2\pi$, é

(a) 8

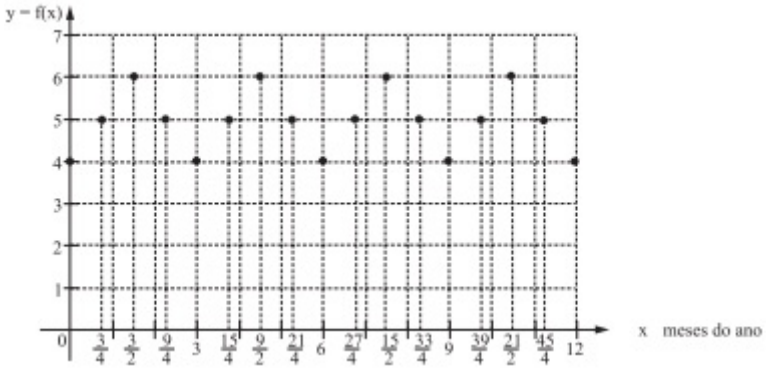
(b) 7

(c) 6

(d) 5

(e) 4

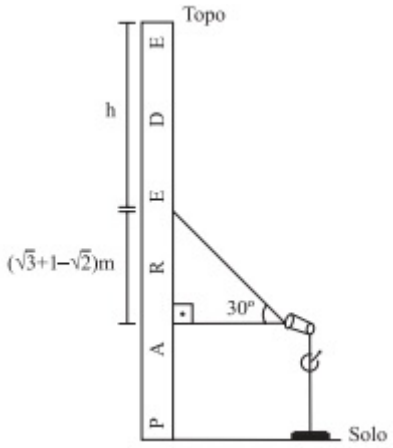
147. (FGV – SP) O gráfico indica a relação entre y e x, ao longo de 12 meses de um ano:



(a) Admita que a função $f(x) = 5 + \sin\left(\dfrac{2\pi}{3}x - \dfrac{\pi}{2}\right)$ modele a relação de dependência entre y e x indicada com os pontos do gráfico. Determine, através dessa função, o valor de $f(x)$ ao final do primeiro quarto do mês de Abril.

(b) Determine possíveis valores dos parâmetros reais a, b e c de forma que a representação gráfica da função $g(x) = a + b \cdot \cos(c \cdot x)$ passe por todos os pontos indicados.

148. (FGV – SP) No teodolito indicado, cada volta completa na manivela aumenta em $0,5°$ o ângulo de observação em relação à horizontal.



Se a partir da situação descrita na figura são necessárias mais 45 voltas completas na manivela para que o teodolito aponte para o ponto da parede, a medida de h, em metros, é igual a

(a) $0,75(\sqrt{3}+1-\sqrt{2})$

(b) $2(\sqrt{3}-1)$

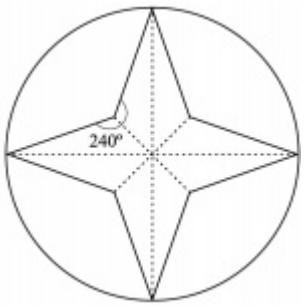
(c) $4(\sqrt{2}-1)$

(d) $2\sqrt{6}-3$

(e) $\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$

149. (FGV – SP) uma estrela regular de 4 bicos está inscrita numa circunferência de raio 2 m. Levando-se em conta a medida do ângulo assinalado na figura e os dados a seguir, pode-se afirmar que o perímetro da estrela é de

Med. ângulo	Seno	Cosseno
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
90°	1	0



(a) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

(b) $\frac{4\sqrt{6}}{3}$

(c) $\frac{8\sqrt{6}}{3}$

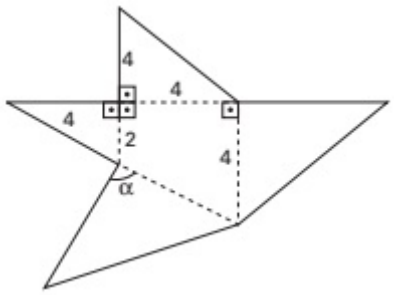
(d) $\frac{16\sqrt{6}}{3}$

(e) $\dfrac{32\sqrt{6}}{3}$

150. (FGV – SP) Um supermercado, que fica aberto 24 horas por dia, faz a contagem do número de clientes na loja a cada 3 horas. Com base nos dados observados, estima-se que o número de clientes possa ser calculado pela função trigonométrica $f(x) = 900 - 800\sin\left(\dfrac{x\pi}{12}\right)$, em que $f(x)$ é o número de clientes e x, a hora da observação (x é um inteiro tal que $0 \leq x \leq 24$).
Utilizando essa função, a estimativa da diferença entre o número máximo e o número mínimo de clientes dentro do supermercado, em um dia completo, é igual a

(a) 600
(b) 800
(c) 900
(d) 1500
(e) 1600

151. (FGV – SP) O ângulo α, indicado na figura, é igual a

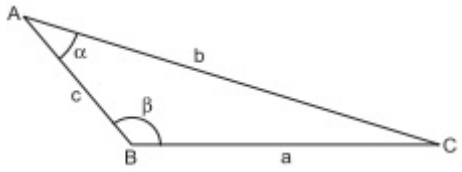


(a) $\arccos\left(-\dfrac{1}{5}\right)$
(b) $\arccos\left(\dfrac{1}{5}\right)$
(c) $\arccos\left(-\dfrac{24}{25}\right)$
(d) $\arcsin\left(\dfrac{24}{25}\right)$
(e) $\arcsin(1)$

152. (FGV – SP) Determine os valores de **a** para os quais o sistema linear abaixo admita solução não trivial.

$$\begin{cases} 2x + y + z & = & 0 \\ (\sin a)x + (\cos a)y & = & 0 \\ (\cos a)x + (\sin a)z & = & 0 \end{cases}$$

153. (FGV – SP) No triângulo **ABC** da figura abaixo, sabe-se que: $a = \frac{7}{3}c$; $\sin\beta = \frac{4\sqrt{3}}{7}$; $90° < b < 180°$.



Determine o valor do ângulo α.

154. (FGV – SP) Sabendo-se que $\cos x = k$, obtenha em função de k o valor de $\cos 4x$.

155. (FGV – SP) Num triângulo retângulo, a hipotenusa mede 15 e o ângulo $A\widehat{B}C$ mede 60°. A soma das medidas dos catetos vale:

(a) $\frac{15(1+\sqrt{3})}{4}$

(b) $\frac{15}{4}$

(c) $15(1+\sqrt{3})$

(d) $\frac{15}{2}$

(e) $\frac{15(1+\sqrt{3})}{2}$

156. (FGV – SP) No intervalo $[0, 2\pi]$, a equação trigonométrica $\sin 2x = \sin x$ tem raízes cuja soma vale:

(a) π

(b) 2π

(c) 3π

(d) 4π

(e) 5π

157. (FGV – SP) Qual o período e o conjunto imagem da função $f(x) = 4 \cdot \sin 2x$?

158. (FGV – SP) Conhecidas as relações trigonométricas $\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$ e $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a$,

(a) Obtenha, justificando, a expressão $\cos 2x$ em função de $\cos x$.

(b) Obtenha, justificando, a expressão $\tan(a+b)$ em função de $\tan a$ e $\tan b$.

159. (FGV – SP) Uma empresa prevê para os próximos 24 meses (a partir de janeiro de 2001) a quantidade mensalmente vendida de determinado produto através da função: $Q = 30 + 4\sin\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{2}\right)$, onde Q é a quantidade e t vale 1 para janeiro de 2001, t vale 2 para fevereiro de 2001 e assim por diante.

(a) Qual o período da função?

(b) Para que valores de t a quantidade é máxima? Para que valores de t a quantidade é mínima?

160. (FGV – SP) Resolva as seguintes equações trigonométricas:

(a) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, onde $0 \leq x \leq 2\pi$

(b) $\sin x = \cos 2x$, onde $0 \leq x \leq 2\pi$

161. (UFABC – SP) Em um determinado dia do mês, a maré alta de uma cidade portuária ocorreu à meia-noite. A altura de água no porto é uma função periódica, pois oscila entre maré alta e maré baixa. A altura y, em metros, da maré pode ser calculada de forma aproximada pela fórmula

$$y = 1,8 + 1,2\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$$

em que t é o tempo, em horas, decorrido desde a meia-noite desse dia até o meio-dia do dia seguinte. Analise as três afirmações a respeito dessa situação.

I. A maré mais alta é de 2,0 metros.

II. A mareá mais baixa é de 0,6 metros.

III. A maré mais baixa ocorreu quando $t = 6$ horas.

Pode-se afirmar que está correto o contido em

(a) I, apenas

(b) I e II, apenas

(c) I e III, apenas

(d) II e III, apenas

(e) I, II e III

162. (UFABC – SP) **Lua entrará na fase quarto minguante às 16:13 de amanhã** Quando a Lua está no quarto minguante, ocasião na qual, vista da Terra, exatamente metade dela aparece iluminada pelo Sol, o triângulo TLS, indicado na figura, é retângulo em L.

L: Lua T: Terra S: Sol

Sabendo-se que, na situação descrita, a medida do ângulo $L\widehat{S}T$ é $0,15°$, e adotando $\sin 0,15° = 0,0025$, é correto dizer que a distância Terra-Sol é igual à distância Terra-Lua multiplicada por

(a) 200

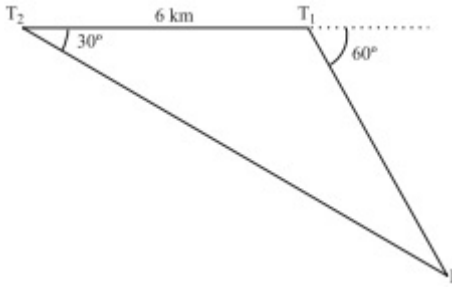
(b) 250

(c) 300

(d) 350

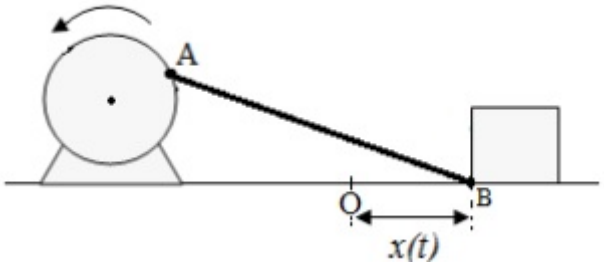
(e) 400

163. (UFABC – SP) Na Austrália, vários anos seguidos de secas impiedosas intensificaram a incidência de incêndios florestais. Para observar eventuais incêndios em uma reserva, duas torres (T_1 e T_2) foram instaladas, ambas na mesma altitude e distantes 6 km uma da outra. Um clarão anunciou um foco de incêndio (ponto I), que é observado da torre T_1, sob um ângulo de 60°, e é observado da torre T_2, sob um ângulo de 30°, conforme mostra a figura.



Desprezando-se as alturas das torres e supondo-se que os pontos T_1, T_2 e I sejam coplanares, determine a que distância cada uma das torres está do foco do incêndio.

164. (UFU – MG) Em um determinado sistema mecânico, as extremidades de uma haste rígida AB ficam conectadas, de forma articulada, a um motor e a um corpo, conforme ilustra a figura. Quando o motor é ligado, a haste imprime ao corpo um movimento oscilatório, a distância horizontal $x(t)$ do ponto B em cada instante t em relação a um ponto fixo O, é dado pela expressão $x(t) = \left|\frac{1}{2} \cdot \sin(t) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos(t)\right|$ centímetros. Nestas condições, a maior distância $x(t)$, em centímetros, será igual a:



Dados:

$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$
$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(a) $\frac{1}{2}$

(b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(c) 1

(d) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

165. (UFSCar – SP) O valor de x, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, tal que $4(1-\sin^2 x)(\sec^2 x - 1) = 3$ é

(a) $\frac{\pi}{2}$

(b) $\frac{\pi}{3}$

(c) $\frac{\pi}{4}$

(d) $\frac{\pi}{6}$

(e) 0

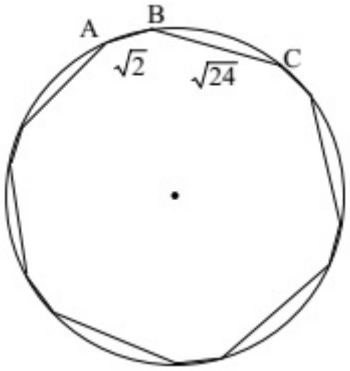
166. (UFSCar – SP) Sendo $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{5}$.

(a) determine $\sin\alpha$ e $\cos\alpha$.

(b) represente no círculo trigonométrico todos os ângulos α que satisfazem a igualdade dada.

167. (UFSCar – SP) Na figura, o dodecágono inscrito na circunferência tem seis lados medindo $\sqrt{2}$ e seis lados medindo $\sqrt{24}$.

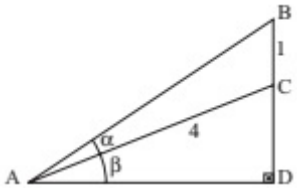
Lei dos cossenos: em um triângulo ABC, onde $\widehat{A}$ é o ângulo compreendido entre os lados b e c, $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A}$



(a) Calcule o ângulo $\widehat{B}$.

(b) Calcule o raio da circunferência.

168. (UFSCar – SP) Na figura, $A\widehat{D}B$ é reto, $B\widehat{A}C = \alpha$, $C\widehat{A}D = \beta$, $\overline{AC} = 4$ dm e $\overline{BC} = 1$ dm.



Sabendo que $\cos(\alpha + \beta) = \dfrac{4}{5}$, o valor de $\sin\alpha$ é

(a) $\dfrac{2}{3}$

(b) $\dfrac{3}{5}$

(c) $\dfrac{2}{5}$

(d) $\dfrac{1}{5}$

(e) $\dfrac{1}{6}$

169. (UFSCar – SP) O número de turistas de uma cidade pode ser modelado pela função $f(x) = 2,1 + 1,6\sin\left(\dfrac{\pi x}{6}\right)$, onde x representa o mês do ano (1 para janeiro, 2 para fevereiro, 3 para março, e assim sucessivamente) e $f(x)$ o número de turistas no mês x (em milhares).

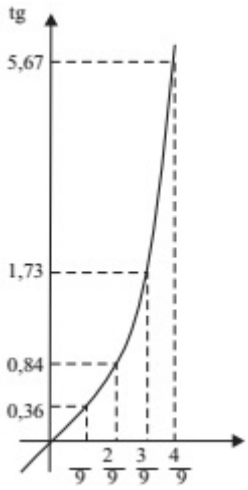
(a) Determine quais são os meses em que a cidade recebe um total de 1300 turistas.

(b) Construa o gráfico da função f, para x real, tal que $x \in [1; 12]$, e determine a diferença entre o maior e o menor número de turistas da cidade em um ano.

170. (UFSCar – SP) As figuras indicam um triângulo acutângulo ABC e um triângulo obtusângulo DEF, sendo α um ângulo obtuso. Sabe-se ainda que AB = AC = ED = EF = 1 e que $\beta + \alpha = 180°$.

(a) Denotando por BC por x e DF por y, faça o gráfico do lugar geométrico dos pontos (x, y) no plano cartesiano.

(b) Calcule a razão do maior lado do triângulo DEF pelo menor lado do triângulo ABC quando $\beta = 20°$.
Dado:



171. (UFSCar – SP) Se os lados de um triângulo medem $x, x + 1$ e $x + 2$, então, para qualquer x real e maior que 1, o cosseno do maior ângulo interno desse triângulo é igual a:

(a) $\dfrac{x}{x+1}$

(b) $\dfrac{x}{x+2}$

(c) $\dfrac{x+1}{x+2}$

(d) $\dfrac{x-2}{3x}$

(e) $\dfrac{x-3}{2x}$

172. (UFSCar – SP) O conjunto solução da equação $\sin\left(\frac{8\pi}{9}+\frac{8\pi}{27}+\frac{8\pi}{81}+\ldots\right)=\cos x$, com $x \in [0, 2\pi[$ é

(a) $\left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right\}$

(b) $\left\{\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right\}$

(c) $\left\{\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right\}$

(d) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$

(e) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$

173. (UFSCar – SP) As coordenadas dos vértices do triângulo ABC num plano cartesiano são A$(-4, 0)$, B$(5, 0)$ e C$(\sin\theta, \cos\theta)$. Sendo θ um arco do primeiro quadrante da circunferência trigonométrica, e sendo a área do triângulo ABC maior que $\frac{9}{4}$, o domínio de validade de θ é o conjunto

(a) $\left]\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right[$

(b) $\left]\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right[$

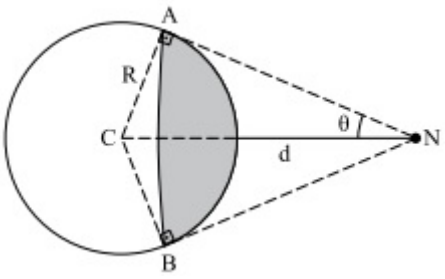
(c) $\left[0, \frac{\pi}{6}\right[$

(d) $\left[0, \frac{\pi}{4}\right[$

(e) $\left[0, \frac{\pi}{3}\right[$

174. (UFSCar – SP) Suponha que o planeta Terra seja uma esfera de centro C e raio R. Na figura, está representado o planeta Terra e uma nave espacial N. A fração visível da superfície da Terra por um astronauta na nave N é dada pela função do ângulo θ, mostrado na figura, pela expressão:

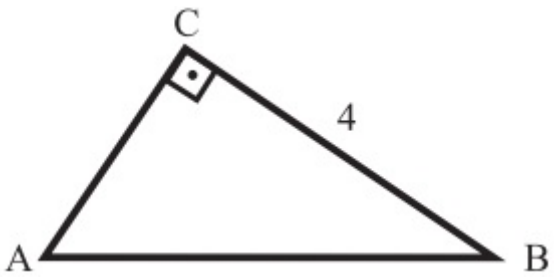
$$f(\theta) = \frac{1-\sin\theta}{2}$$



(a) Determine o ângulo θ, em graus, para o qual é visível da nave a quarta parte da superfície da Terra e a distância da nave à superfície da Terra neste caso. (Use a aproximação R = 6400 km.)

(e) Se um astronauta numa nave, a uma distância d da Terra, avista a superfície da Terra com ângulo $\theta = 15°$, determine a fração visível da superfície da Terra pelo astronauta.

175. (MACK – SP)



Na figura acima, o triângulo ABC é retângulo em C e sua área vale 6, então o valor do $\sin \widehat{B}$ é

(a) $\frac{3}{5}$

(b) 1

(c) $\frac{4}{5}$

(d) $\frac{2}{5}$

(e) $\frac{1}{5}$

176. (MACK – SP) Se $\cos x = \frac{2}{3}$, $\frac{3\pi}{2} \leq x \leq 2\pi$, então o valor de $\tan x$ é igual a

(a) $-\frac{\sqrt{5}}{3}$

(b) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$

(c) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

(d) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(e) $2\sqrt{5}$

177. (MACK – SP) O número de soluções que a equação $4\cos^2 x - \cos 2x + \cos x = 2$ admite no intervalo $[0, 2\pi]$ é

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

(e) 4

178. (MACK – SP) Para a matriz quadrada

$$M = \begin{bmatrix} \cos 17° & 0 & \sin 17° \\ 1 & 1 & 1 \\ \sin 28° & 0 & \cos 28° \end{bmatrix}$$

O valor do determinante de M^{10} é

(a) $\frac{1}{16}$

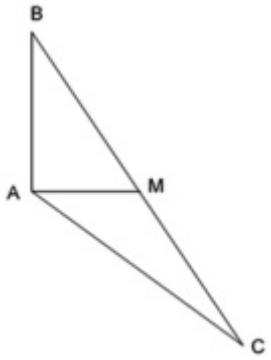
(b) $\frac{1}{32}$

(c) $\frac{1}{64}$

(d) $\frac{1}{128}$

(e) $\frac{1}{256}$

179. (MACK – SP)



No triângulo ABC, da figura acima, $\overline{AM}$ é mediana relativa ao lado $\overline{BC}$ e é perpendicular ao lado $\overline{AB}$. Se as medidas de $\overline{BC}$ e $\overline{AM}$ são, respectivamente, 4 cm e 1 cm, então a medida do lado $\overline{AC}$, em cm, é

(a) $\sqrt{2}$

(b) $\sqrt{3}$

(c) $\sqrt{5}$

(d) $\sqrt{6}$

(e) $\sqrt{7}$

180. (MACK – SP) Os gráficos das funções $f(x) = \sin 4x$ e $g(x) = \cos 3x$, para $0 \leq x \leq \pi$, se interceptam em

(a) cinco pontos

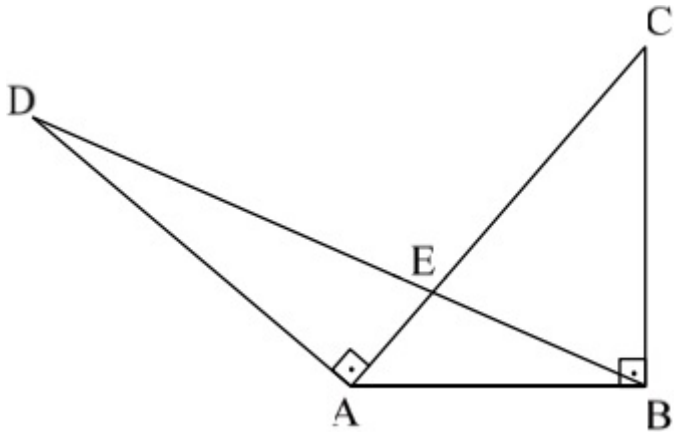
(b) quatro pontos

(c) três pontos

(d) dois pontos

(e) apenas um ponto

181. (MACK – SP)



Na figura acima, ABC e AED são triângulos retângulos. Se $\text{m}(\overline{AC}) = \ell$, $\text{m}(B\widehat{A}C = \alpha)$, $\text{m}(A\widehat{D}E) = \beta$ e $\text{m}(A\widehat{B}C) = \text{m}(D\widehat{A}E) = 90°$, então $\text{m}(\overline{BD})$ é

(a) $\ell \cdot \cos \alpha$

(b) $\ell \cdot \sin^2 \alpha$

(c) $\ell \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta$

(d) $\dfrac{\ell \cdot \cos^2 \alpha}{\sin \beta}$

(e) $\dfrac{\ell \cdot \sin^2 \alpha}{\cos \beta}$

182. (MACK – SP) Se $f(\sin(x)) = \sin(3x)$, para todo $x \in \mathbb{R}$ e $A(y)$, para $y \in \mathbb{R}$, é a matriz 3 x 3,

$$A(y) = \begin{bmatrix} 1 & f\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) & 1 \\ f\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) & y & f\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) \\ \frac{1}{2} & f\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\right) & 1 \end{bmatrix}$$

o valor de y que satisfaz a equação $\det(A(y)) = 2$ é

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

(e) 5

183. (MACK – SP) O conjunto solução da inequação $\cos^4 x - \sin^4 x < \dfrac{1}{2}$, no intervalo $[0, \pi]$ é

(a) $\emptyset$

(b) $\mathrm{S} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \dfrac{\pi}{6} < x < \dfrac{5\pi}{6}\right\}$

(c) $\mathrm{S} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \dfrac{\pi}{3} < x < \dfrac{2\pi}{3}\right\}$

(d) $\mathrm{S} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < \dfrac{\pi}{6} \vee \dfrac{5\pi}{6} < x < \pi\right\}$

(e) $\mathrm{S} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < \dfrac{\pi}{6} \vee \dfrac{5\pi}{6} < x \leq \pi\right\}$

184. (MACK – SP) O valor de θ que satisfaz o sistema

$$\begin{cases} x &= 1 - \sin 2\theta \\ 2x &= 2 + \cos\theta \end{cases}$$

para x e θ reais, com $0 \leq \theta \leq \pi$ é

(a) 0

(b) $\dfrac{\pi}{2}$

(c) π

(d) $\dfrac{\pi}{4}$

(e) $\dfrac{\pi}{3}$

185. (MACK – SP) Se $f(x) = 3^{1+x}$ e $g(x) = \sin x$ são duas funções definidas em $\mathbb{R}$, então os conjuntos imagem de $f \circ g$ e $g \circ f$ são, respectivamente,

(a) $\mathbb{R}_+$ e $\mathbb{R}$

(b) $\mathbb{R}_+^*$ e $\mathbb{R}$

(c) $\mathbb{R}$ e $[-1, 9]$

(d) $[-1, 9]$ e $[-1, 1]$

(e) $\mathbb{R}_+^*$ e $[-1, 1]$

186. (MACK – SP) Seja $g(x) = x^2 + x\cos\beta + \sin\beta$. Se $g(x) = 0$ e $\beta = \dfrac{3\pi}{2}$, então x vale

(a) somente 1
(b) somente -1
(c) -1 ou 0
(d) -1 ou 1
(e) 1 ou 0

187. (MACK – SP) Em $\mathbb{R}$, o domínio da função f, definida por $f(x) = \sqrt{\dfrac{\sin 2x}{\sin x}}$, é

(a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
(b) $\{x \in \mathbb{R} \mid 2k\pi < x < \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
(c) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi \leq x \leq \dfrac{3\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
(d) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid 2k\pi < x \leq \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi \vee \dfrac{3\pi}{2} + 2k\pi \leq x < 2\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
(e) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid 2k\pi \leq x \leq \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi \vee \dfrac{3\pi}{2} + 2k\pi \leq x < 2\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

188. (MACK – SP) O valor de y na única solução do sistema linear

$$\begin{cases} x\sin\theta + z = 0 \\ x\sin(-\theta) + y\cos(-\theta) + z = 0 \\ x\sin(-\theta) + y\cos\theta - z = \sin\theta \end{cases}$$

em que $\sin(2\theta) \neq 0$, é

(a) $\tan(2\theta)$
(b) $\tan\theta$
(c) $\cos\theta$
(d) $\sin(2\theta)$
(e) $\sin(-\theta)$

189. (MACK – SP) A inequação $\sin\left(\dfrac{x}{2}\right) \geq \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, com $0 \leq x \leq 2\pi$, é verdadeira para

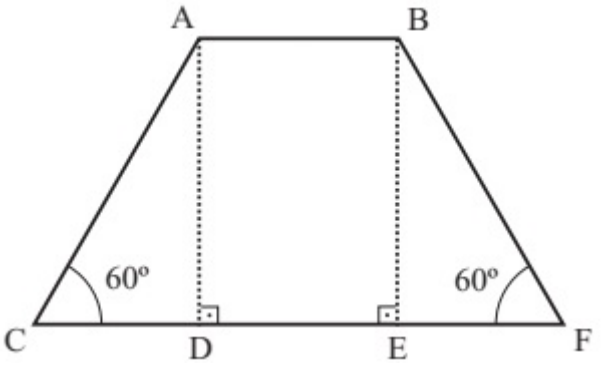
(a) $\dfrac{\pi}{2} \leq x \leq \dfrac{3\pi}{2}$
(b) $\dfrac{2\pi}{3} \leq x \leq \dfrac{4\pi}{3}$

(c) $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{5\pi}{3}$

(d) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ ou $\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \pi$

(e) $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$

190. (MACK – SP)



Se na figura, $\overline{AD} = 3\sqrt{2}$ e $\overline{CF} = 14\sqrt{6}$, então a medida de $\overline{AB}$ é

(a) $8\sqrt{6}$

(b) $10\sqrt{6}$

(c) $12\sqrt{6}$

(d) 28

(e) $14\sqrt{5}$

191. (MACK – SP) Sendo $A = \begin{vmatrix} \sin x & \cos x \\ -\cos x & \sin x \end{vmatrix}$ e $B = \begin{vmatrix} \log_2 256 & \log_2 0,25 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{vmatrix}$, números reais, o valor da expressão $-A \cdot B^{-1}$ é

(a) -3

(b) $-\frac{1}{3}$

(c) $-\frac{1}{5}$

(d) 1

(e) 5

192. (MACK – SP) A expressão $\cos(a^2 - 2b^2) \cdot \cos(b^2) - \sin(a^2 - 2b^2) \cdot \sin(b^2)$ é igual a

(a) $\cos(a^2 + b^2)$

(b) $\sin(b^2)$

(c) $\cos(a^2)$

(d) $\sin[(a+b)\cdot(a-b)]$

(e) $\cos[(a+b)\cdot(a-b)]$

193. (MACK – SP) O maior valor inteiro de k, para que a equação $\sqrt{3}\sin x + \cos x = k-2$ apresente soluções reais é

(a) 3

(b) 4

(c) 5

(d) 6

(e) 7

194. (MACK – SP) O maior valor que o número real $\dfrac{10}{2-\dfrac{\sin x}{3}}$ pode assumir é

(a) $\dfrac{20}{3}$

(b) $\dfrac{7}{3}$

(c) 10

(d) 6

(e) $\dfrac{20}{7}$

195. (MACK – SP) No intervalo $[0;\pi]$, seja k o número de valores reais de x tais que $\sin^2 x = |\cos x|$. Dessa forma,

(a) $\sin(2k) > 0$

(b) $\sin\left(\dfrac{k}{2}\right) < 0$

(c) $\tan(2k) > 0$

(d) $\cos(3k) < 0$

(e) $\cos\left(\dfrac{k}{2}\right) < 0$

196. (MACK – SP)

I. Se a e b são números reais positivos e diferentes de 1, tais que $\log_a b - \dfrac{1}{3}\log b = 0$, então o valor de a é $0,001$.

II. Se $(1-\sin x, 1-\cos x, 1+\sin x)$, $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$, é uma progressão geométrica, $\cos 3x$ é igual a -1.

III. Se a representação gráfica dos pares (x, y), soluções do sistema

$$\begin{cases} x - 3y &= k \\ 2x - py &= 8 \end{cases}$$

com k e p reais, é uma reta, então $k + p = 10$.

Considerando as afirmações I, II e III acima, é correto afirmar que

(a) Somente I e II são verdadeiras.

(b) Somente II é verdadeira.

(c) Somente III é verdadeira.

(d) Somente II e III são verdadeiras.

(e) Todas são verdadeiras.

197. (MACK – SP) Dada a matriz $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} \cos(x) & \sin(x) \\ \sin(x) & \cos(x) \end{pmatrix}$, o determinante da matriz inversa de A é

(a) $\csc(2x)$

(b) $\sec(2x)$

(c) 1

(d) $\sin(2x)$

(e) $\cos(2x)$

198. (MACK – SP) Considerando $0 < x < \dfrac{3\pi}{2}$, o número de soluções da equação $\det \begin{pmatrix} \log(\tan(x))(x) & \log(\cot(x)) \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 0$ é

(a) 2

(b) 3

(c) 0

(d) 1

(e) 4

199. (MACK – SP) Se $\cos 15°, \cos(a), \cos 75°$ formam, nessa ordem, uma progressão aritmética, o valor de $\cos(a)$ é

(a) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

(b) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(d) $\frac{\sqrt{6}}{4}$

(e) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

200. (MACK – SP) Sejam as funções $f(x) = \log_4 x$ e $g(x) = \sin x$, com $0 < x < \pi$. Um possível valor de x tal que $f(g(x)) = -\frac{1}{2}$ é

(a) $\frac{\pi}{2}$

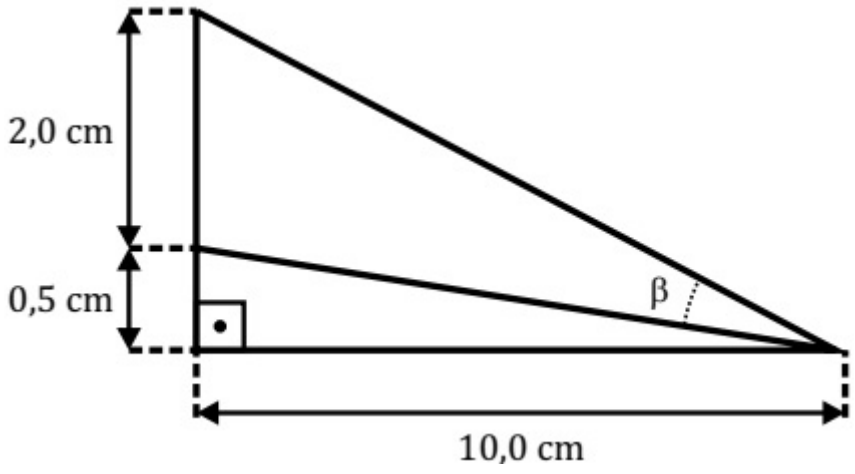
(b) $\frac{2\pi}{3}$

(c) $\frac{5\pi}{6}$

(d) $\frac{\pi}{4}$

(e) 1

201. (MACK – SP) Na figura, $\tan \beta$ é



(a) $\frac{16}{81}$

(b) $\frac{8}{27}$

(c) $\frac{19}{63}$

(d) $\frac{2}{3}$

(e) $\dfrac{1}{4}$

202. (MACK – SP) O sistema $\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta \\ \cos\theta \end{bmatrix}$ possui solução para todos os valores de θ tais que

(a) $\tan\theta = \dfrac{1}{2}$

(b) $\sec\theta = -2$

(c) $\cot\theta = -2$

(d) $\cos^2\theta = \dfrac{3}{5}$

(e) $\sin^2\theta = \dfrac{3}{5}$

203. (MACK – SP) Sendo $\mathrm{i}^2 = -1$, o número complexo $\dfrac{-1 + \mathrm{i}\tan x}{2}$, com x não-nulo e $-\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}$, tem módulo igual a

(a) $\dfrac{1}{2}\cot x$

(b) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}\sec x$

(c) $\dfrac{1}{2}\,|\cot x|$

(d) $\dfrac{1}{2}\,|\sec x|$

(e) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}\,|\sec x|$

204. (MACK – SP) Se $a_n = \cos\left(\dfrac{n\pi}{3}\right)$, $n \in \mathbb{N}^*$, o valor de $a_1 + a_2 + \ldots + a_{100}$ é

(a) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(b) $-\dfrac{3}{2}$

(c) 0

(d) $\dfrac{3}{2}$

(e) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

205. (MACK – SP) Se a sequência $\left(\sin 2x, -\cos(x), \dfrac{\tan x}{6}\right)$, $\pi < x < \dfrac{3\pi}{2}$, é uma progressão geométrica, então x é igual a

(a) $\dfrac{3\pi}{4}$

(b) $\dfrac{7\pi}{6}$

(c) $\dfrac{4\pi}{3}$

(d) $-\dfrac{2\pi}{3}$

(e) $\dfrac{5\pi}{4}$

206. (MACK – SP) Em $\left[\dfrac{\pi}{2}, \pi\right]$, as soluções reais da equação $\left|\sin(x) + \dfrac{1}{8}\right| - \dfrac{8}{9} = 0$ são em números de

(a) 5

(b) 4

(c) 3

(d) 2

(e) 1

207. (MACK – SP) Se $\begin{vmatrix} 6\cos x & \tan x \\ \sin 2x & \cos x \end{vmatrix} = 0$, $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$, $\sec^2 x$ vale

(a) 4

(b) 2

(c) 1

(d) 3

(e) 5

208. (MACK – SP) $\cot\left(\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{\pi}{12} + \ldots\right)$ é igual a

(a) $\sqrt{3}$

(b) $-\sqrt{3}$

(c) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(d) $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(e) $2\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

209. (MACK – SP) A soma de todas as soluções da equação $\tan a + \cot a = 2$, $0 \leq a \leq 2\pi$, é

(a) $\dfrac{5\pi}{4}$

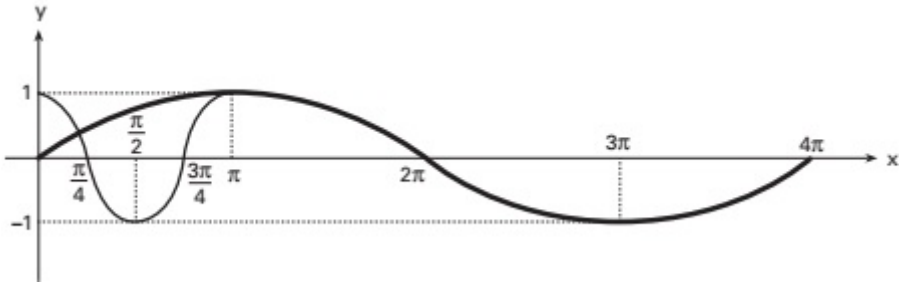
(b) $\dfrac{2\pi}{3}$

(c) $\dfrac{3\pi}{2}$

(d) $\dfrac{7\pi}{4}$

(e) $\dfrac{7\pi}{3}$

210. (MACK – SP)



A figura mostra os esboços dos gráficos das funções $f(x) = \sin\left(\dfrac{x}{k}\right)$ e $g(x) = \cos(mx)$. Então,

(a) $m = 2k$

(b) $|m| = k$

(c) $|m| = \dfrac{1}{3}k$

(d) $m = \sqrt{k}$

(e) $m = -\dfrac{1}{2}k$

211. (MACK – SP) Se $(1 - \sin x, 1 - \cos x, 1 + \sin x)$, $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$, é uma progressão geométrica, $\cos 2x$ vale

(a) $\dfrac{1}{2}$

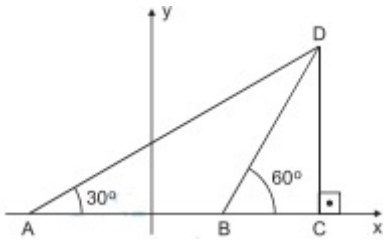
(b) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(c) $-\dfrac{1}{2}$

(d) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(e) $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

212. (MACK – SP) Na figura, se A $= (m; 0)$, B $= (n; 0)$ e C $= (4; 0)$, então $3n - m$ é igual a



(a) $\dfrac{15}{2}$

(b) 8

(c) $5\sqrt{3}$

(d) 9

(e) $\dfrac{25}{3}$

213. (MACK – SP) A soma das soluções da equação $2\cos^2 x - 2\cos 2x - 1 = 0$, para $0 \leq x \leq 2\pi$, é

(a) π

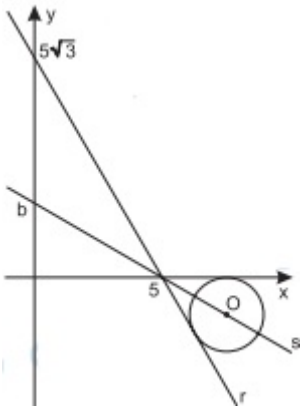
(b) 2π

(c) 3π

(d) 4π

(e) 5π

214. (MACK – SP) Na figura, a circunferência é tangente ao eixo x e à reta r. O valor de b é



(a) $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$

(b) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

(c) $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

(d) $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

(e) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

215. (MACK – SP) Se $\sec x = 4$, com $0 \leq x < \dfrac{\pi}{2}$, então $\tan(2x)$ é igual a

(a) $-\dfrac{4\sqrt{15}}{5}$

(b) $\dfrac{\sqrt{15}}{4}$

(c) $-\dfrac{2\sqrt{15}}{7}$

(d) $\dfrac{\sqrt{15}}{16}$

(e) $-\dfrac{\sqrt{15}}{7}$

216. (MACK – SP) Sejam $f(x) = 2 - \cos x$, com $0 \leq x \leq 2\pi$, M o valor máximo de $f(x)$ e m o seu valor mínimo. O valor de $\dfrac{\mathrm{M}}{2\mathrm{m}}$ é

(a) $\dfrac{3}{2}$

(b) $\dfrac{2}{3}$

(c) $\frac{1}{3}$

(d) $\frac{1}{6}$

(e) 3

217. (MACK – SP) A soma das soluções da equação $\sec^2 2x - 2\tan^2 2x - 1 = 0$, no intervalo $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ é

(a) π

(b) $\frac{3\pi}{2}$

(c) 3π

(d) $\frac{5\pi}{2}$

(e) 2π

218. (MACK – SP) Se $\tan\alpha = 2$, então $\cos 2\alpha$ é igual a:

(a) $-\frac{3}{5}$

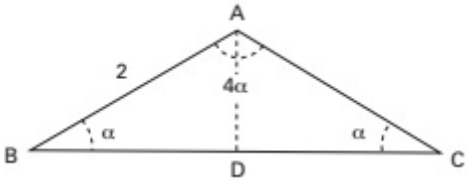
(b) $-\frac{2}{5}$

(c) $-\frac{1}{5}$

(d) $\frac{1}{5}$

(e) $\frac{2}{5}$

219. (MACK – SP) Na figura, a medida da bissetriz $\overline{AD}$ é:



(a) 2

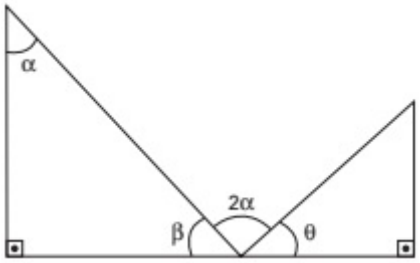
(b) 1

(c) $\frac{5}{3}$

(d) $\frac{2}{3}$

(e) 3

220. (MACK – SP) Na figura, quaisquer que sejam α e β, $\sin\theta$ é sempre igual a:



(a) $\cos\beta$

(b) $\sin 2\alpha$

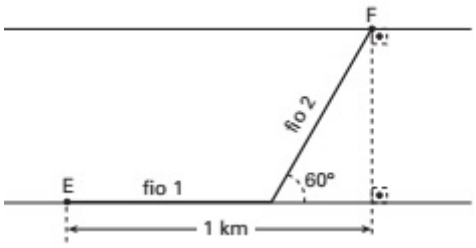
(c) $\sin 2\beta$

(d) $\cos\alpha$

(e) $\cos 2\beta$

221. (UNESP – SP) Determine um valor de $n \in \mathbb{N}^*$ tal que $\dfrac{\pi}{n}$ seja solução da equação $8\cos^4\theta - 8\cos^2\theta + 1 = 0$.

222. (MACK – SP) Uma estação E, de produção de energia elétrica, e uma fábrica F estão situadas nas margens opostas de um rio de largura $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ km. Para fornecer energia a F, dois fios elétricos ligam a E, um por terra e outro por água, conforme a figura.



Supondo-se que o preço do metro do fio de ligação por terra é R\$12, 00 e que o metro do fio de ligação pela água é R\$30, 00, o custo total, em reais, dos fios utilizados é:

(a) 28 000

(b) 24 000

(c) 15 800

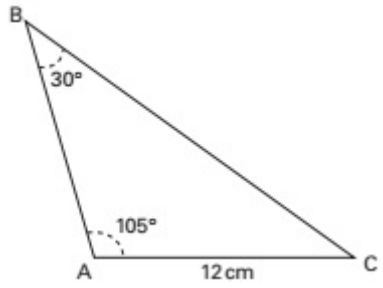
(d) 18 600

(e) 25 000

223. (MACK – SP) Se x e y são as medidas dos ângulos agudos de um triângulo retângulo, tais que $\cos^2 x = 3\cos^2 y$, então a diferença $y - x$ é igual a:

(a) $15°$
(b) $30°$
(c) $45°$
(d) $60°$
(e) $75°$

224. (MACK – SP) Três ilhas A, B e C aparecem num mapa, em escala $1 : 10\,000$, como na figura.



Das alternativas, a que melhor aproxima a distância entre as ilhas A e B é

(a) $2,3$ km
(b) $2,1$ km
(c) $1,9$ km
(d) $1,4$ km
(e) $1,7$ km

225. (MACK – SP) Num retângulo de lados 1 cm e 3 cm, o seno do menor ângulo formado pelas diagonais é:

(a) $\frac{4}{5}$
(b) $\frac{3}{5}$
(c) $\frac{1}{5}$
(d) $\frac{1}{3}$
(e) $\frac{2}{3}$

226. (MACK – SP) O valor de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\cos\left(\frac{23\pi}{12}\right)$ é

(a) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

(b) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(c) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

(d) $\frac{1}{4}$

(e) $\frac{1}{2}$

227. (MACK – SP) Se α e β são ângulos internos de um triângulo, tais que $\sin\alpha\cos\beta = \sin\beta\cos\alpha = \frac{1}{4}$, então a medida do terceiro ângulo interno desse triângulo pode ser:

(a) $90°$

(b) $45°$

(c) $120°$

(d) $105°$

(e) $150°$

228. (MACK – SP) Considerando a matriz $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$, a soma dos valores de α, $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, tais que $\det \mathrm{A} = \frac{1}{2}$, é:

(a) 4π

(b) 2π

(c) $\frac{2\pi}{3}$

(d) 3π

(e) $\frac{3\pi}{2}$

229. (MACK – SP) Se $4\cos^2 x - 2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$, então um possível valor para $\tan 2x$ é:

(a) $\sqrt{3}$

(b) $\sqrt{6}$

(c) $\sqrt{2}$

(d) $\sqrt{7}$

(e) $\sqrt{5}$

230. (MACK – SP) Em um triângulo retângulo, a medida da hipotenusa é o dobro da medida de um dos catetos. O ângulo oposto ao menor lado desse triângulo mede:

(a) $36°$

(b) $60°$

(c) $45°$

(d) $30°$

(e) $72°$

231. (MACK – SP) Se $\tan\dfrac{\theta}{2} = \sin\theta$ e $\cos\theta \neq 0$, então o valor da $\tan\theta$ é:

(a) -1

(b) $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(c) $\dfrac{1}{2}$

(d) 1

(e) 0

232. (MACK – SP) A equação $1 + \tan^2 x = \cos x$ tem uma solução pertencente ao intervalo:

(a) $\left[\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{3\pi}{4}\right]$

(b) $\left[\pi, \dfrac{3\pi}{2}\right]$

(c) $\left[\dfrac{7\pi}{4}, \dfrac{9\pi}{4}\right]$

(d) $\left[\dfrac{3\pi}{4}, \pi\right]$

(e) $\left[\dfrac{3\pi}{2}, \dfrac{7\pi}{4}\right]$

233. (MACK – SP) Se, em um triângulo retângulo, tem-se $\cos\alpha = \dfrac{3}{4}$, então o valor de $\sin(2\alpha + 3\beta)$ é:

(a) $\dfrac{3}{4}$

(b) $-\dfrac{3}{4}$

(c) $\frac{2}{3}$

(d) $-\frac{2}{3}$

(e) $-\frac{1}{2}$

234. (MACK – SP) Para que a equação $x^2 + 4x - 8\sin\theta = 0$, tenha em x, duas raízes reais e distintas, θ poderá assumir todos os valores do intervalo:

(a) $\left[\frac{5\pi}{3}, \frac{11\pi}{6}\right]$

(b) $\left[\pi, \frac{4\pi}{3}\right]$

(c) $\left[\frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}\right]$

(d) $\left[\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right]$

(e) $\left[\frac{5\pi}{3}, 2\pi\right]$

235. (MACK – SP) Se $a = \log_4\left(\frac{2\sin 70^\circ}{\cos 20^\circ}\right)$, então $\log_2 a$ é:

(a) $-\frac{1}{2}$

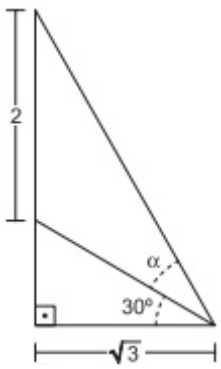
(b) $-\frac{1}{4}$

(c) 1

(d) 2

(e) -1

236. (MACK – SP) Na figura, $\tan\alpha$ vale:



(a) $\frac{1}{3}$

(b) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(d) $\frac{3}{4}$

(e) $\frac{2}{3}$

237. (MACK – SP) Quando resolvida no intervalo $[0, 2\pi]$, o número de quadrantes nos quais a desigualdade $2\cos x < \sqrt{3}$ apresenta soluções é:

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

(e) 4

238. (MACK – SP) Se $sin^4 x = 1 + \cos^2 x$, então x pode pertencer ao intervalo:

(a) $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$

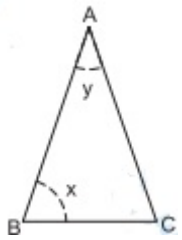
(b) $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$

(c) $\left[\pi, \frac{5\pi}{4}\right]$

(d) $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$

(e) $\left[\frac{5\pi}{3}, 2\pi\right]$

239. (MACK – SP) No triângulo ABC temos AB = AC e $\sin x = \frac{3}{4}$. Então $\cos y$ é igual a:



(a) $\frac{9}{16}$

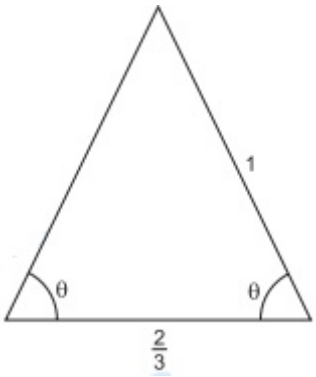
(b) $\frac{3}{4}$

(c) $\frac{7}{9}$

(d) $\frac{1}{8}$

(e) $\frac{3}{16}$

240. (MACK – SP) No triângulo da figura, $\cos 2\theta$ vale:



(a) $\frac{2}{9}$

(b) $\frac{1}{9}$

(c) $-\frac{7}{9}$

(d) $-\frac{8}{9}$

(e) $\frac{5}{9}$

241. (MACK – SP) Se $\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{8}$, então $\cos x$ pode ser:

(a) $\frac{3}{8}$

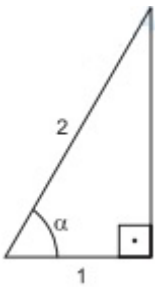
(b) $-\frac{1}{8}$

(c) $\frac{3}{4}$

(d) $-\frac{1}{4}$

(e) $\frac{5}{8}$

242. (MACK – SP) Com relação ao ângulo α da figura, podemos afirmar que $\tan 2\alpha$ vale:



(a) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

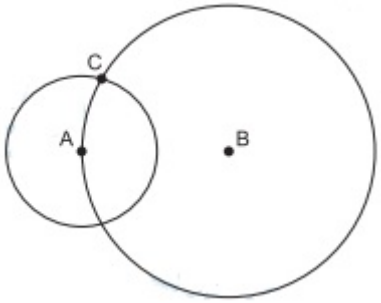
(b) 1

(c) $-\sqrt{3}$

(d) $2\sqrt{3}$

(e) $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

243. (MACK – SP) Na figura, o raio da circunferência de centro B é o dobro do raio da circunferência de centro A. Se x é a medida do ângulo $A\widehat{C}B$, então:



(a) $0° < x \leq 30°$

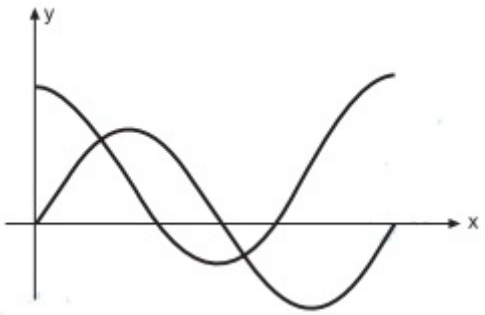
(b) $45° < x \leq 60°$

(c) $30° < x \leq 45°$

(d) $60° < x \leq 90°$

(e) $x > 90°$

244. (MACK – SP)



A partir dos gráficos de $f(x) = \sin x$ e $g(x) = \dfrac{1}{2} + \cos x$, esboçados no intervalo $[0, 2\pi]$, considere as afirmações:

I) A equação $f(x) = g(x)$ apresenta uma única solução nesse intervalo.

II) $f\left(\dfrac{9\pi}{10}\right) > g\left(\dfrac{9\pi}{10}\right)$

III) Nesse intervalo, para todo x tal que $g(x) < 0$, temos $f(x) > 0$

Então:

(a) I, II e III são verdadeiras

(b) I, II e III são falsas

(c) somente I é verdadeira

(d) somente II é verdadeira

(e) somente III é verdadeira

245. (MACK – SP) As raízes da equação $\cos 2x = \cos x$, pertencentes ao intervalo $[0, 2\pi]$, têm soma igual a:

(a) 7π

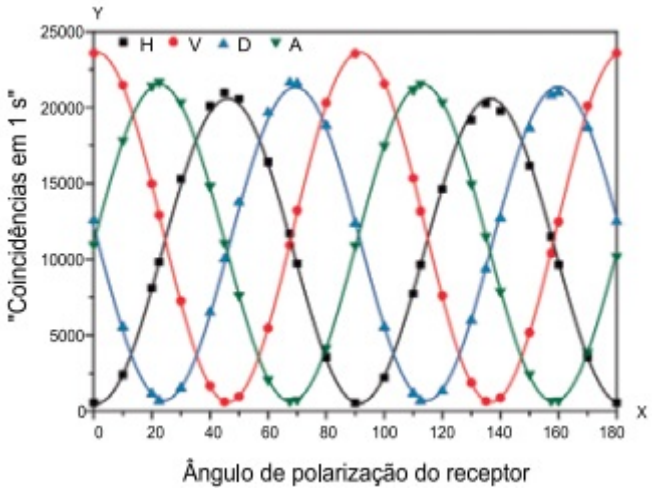
(b) 5π

(c) 6π

(d) 3π

(e) 4π

246. (INSPER – SP) Em estudo divulgado recentemente na *The Optical Society of America*, pesquisadores da Tong University revelaram uma forma de transmitir dados de comunicação de forma segura utilizando as águas dos mares como meio de transporte das informações. No artigo, os cientistas apresentam o seguinte gráfico como parte dos resultados.



(www.osapublishing.org. Adaptado)

Uma função trigonométrica que modela razoavelmente bem a curva indicada por A no gráfico do artigo, com x em graus e y em "coincidências em 1 s", é

(a) $y = 22\,000 + \cos(x)$

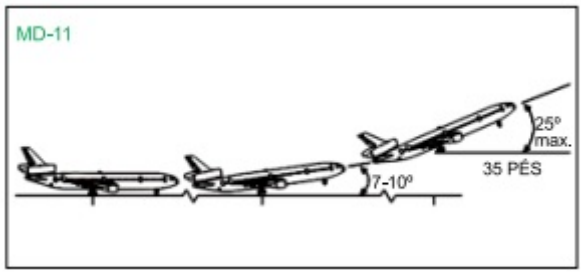
(b) $y = 22\,000 + 10\,000\cos(2x)$

(c) $y = 22\,000 + \sin(4x)$

(d) $y = 11\,000 + \sin(2x)$

(e) $y = 11\,000 + 10\,000\sin(4x)$

Leia o texto para responder às questões de números **247** e **248**.
Em uma edição da revista *AERO* da Boeing, há um artigo demonstrando o ângulo recomendado para a decolagem de todos os aviões da Boeing. A seguir, temos uma ilustração de um dos aviões da empresa:

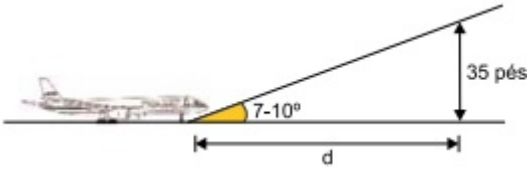


(http://www.boeing.com/commercial/aeromagazine/articles/qtr_02_09/pdfs/AERO_Q209_article04.pdf. Adaptado)

O avião da Boeing, modelo MD-11, durante o procedimento inicial de decolagem, deve realizar uma inclinação de 7° a 10°, até atingir 35 pés de altitude. Após atingir essa marca, o avião é capaz de mudar sua inclinação para até 25°, mantendo-a até atingir, no mínimo, 400 pés de altitude.
A seguir, são apresentados os valores de seno, cosseno e tangente para os valores angulares presentes na imagem:

	7°	10°	25°
Seno	0,122	0,174	0,423
Cosseno	0,993	0,985	0,906
Tangente	0,123	0,176	0,466

247. (INSPER – SP) Durante o procedimento inicial de decolagem, a inclinação utilizada até o avião atingir 35 pés de altitude implica em o avião percorrer uma maior ou menor distância horizontal d, conforme apresentado no esquema a seguir:



A diferença positiva entre a distância d percorrida, em pés, pelo Boeing MD-11 quando decola com o ângulo mínimo e quando decola com o ângulo máximo é dada pela expressão

(a) $\dfrac{35}{\tan 7° \cdot \tan 10°} \cdot (\tan 10° - \tan 7°)$

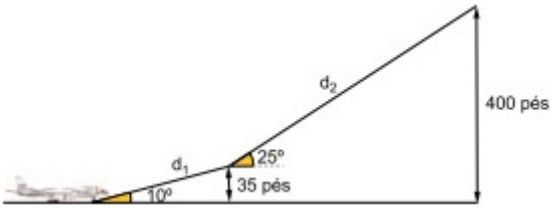
(b) $\dfrac{35}{\sin 7°} - \dfrac{35}{\sin 10°}$

(c) $35 \cdot (\sin 10° - \sin 7°)$

(d) $35 \cdot \dfrac{\cos 7°}{\tan 10°}$

(e) $35 \cdot (\tan 10° - \tan 7°)$

248. (INSPER – SP) Considere o instante em que o Boeing MD-11 se inclina com angulação máxima para atingir 35 pés de altitude e, ao alcançar tal altitude, aumenta sua angulação para 25° até atingir 400 pés de altitude, conforme apresentado no esquema a seguir:



Dado que 1 pé equivale a 30,48 centímetros, é correto afirmar que a soma das distâncias d_1 e d_2, em metros, percorridas pelo avião até atingir 400 pés de altura

(a) está entre 400 e 600

(b) é inferior a 400

(c) está entre 600 e 800

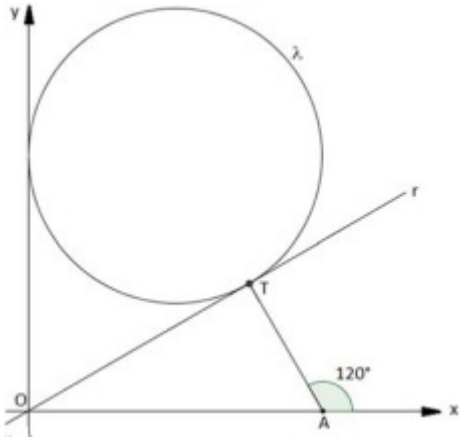
(d) é superior a 1000

(e) está entre 800 e 1000

249. (INSPER – SP) No plano cartesiano ortogonal de origem $O(0, 0)$ estão representadas:

- uma circunferência λ, tangente à reta r em T e ao eixo das ordenadas;
- o triângulo retângulo OAT, com $A(6, 0)$ e um ângulo externo de medida 120°.

Sabe-se, ainda, que r passa pela origem do plano.



Nas condições dadas, o raio de λ tem medida igual a:

(a) $\frac{5}{2}$

(b) $2\sqrt{2}$

(c) 3

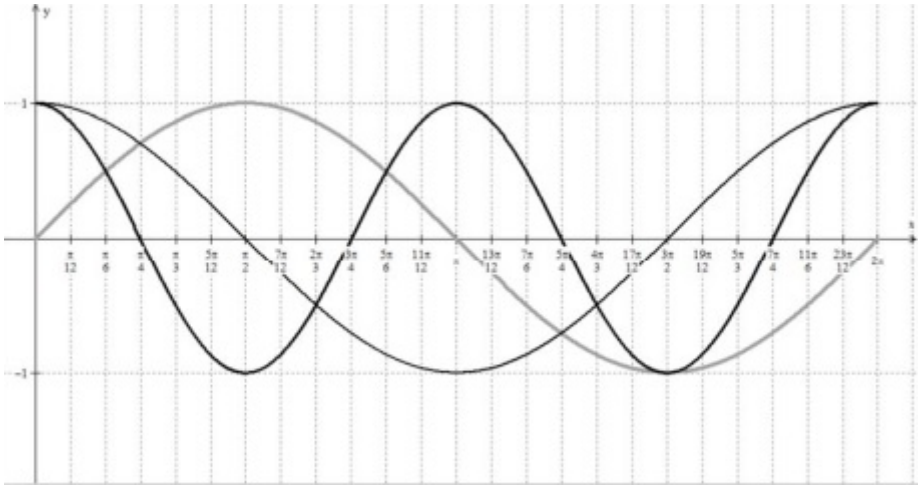
(d) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$

(e) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

Texto para as questões de **250** e **251**.
A figura abaixo representa os gráficos das funções

- $f(x) = \sin(x)$,
- $g(x) = \cos(x)$,
- $h(x) = \cos(2x)$,

definidas no intervalo $[0, 2\pi]$.



250. (INSPER – SP) O valor máximo da função $d(x) = h(x) - g(x)$ é

(a) $-0,5$
(b) 0
(c) 1
(d) $1,5$
(e) 2

251. (INSPER – SP) Sorteando-se aleatoriamente um número real x do intervalo $[0, 2\pi]$, a probabilidade de que ele satisfaça a desigualdade $\cos(x) \leq \sin(x) \leq \cos(2x)$ é igual a

(a) $\dfrac{1}{6}$
(b) $\dfrac{4}{25}$
(c) $\dfrac{5}{24}$
(d) $\dfrac{1}{4}$
(e) $\dfrac{9}{25}$

Texto para as questões de **252** e **253**.
Ao longo de um ano, a taxa de câmbio de uma moeda X em relação a uma moeda Y foi dada pela seguinte função:

$$f(t) = 1,625 + 1,25 \cdot \cos\left(\pi \cdot \frac{(t-3)}{12}\right)$$

sendo t o tempo, dado em meses desde o início do ano. Assim, $t = 9$ indica a taxa no início de outubro, que era de $1,625$ unidades de moeda X para a unidade de moeda Y (note que esse valor da taxa indica que no instante considerando a moeda X era "menos valiosa"que a moeda Y).

252. (INSPER – SP) Ao longo do ano analisado, a maior taxa de câmbio da moeda X em relação à moeda Y atingida e o instante em que isso ocorreu foram, respectivamente,

(a) $2,625$ e início de janeiro

(b) $2,625$ e início de março

(c) $2,875$ e início de janeiro

(d) $2,875$ e início de abril

(e) $2,875$ e início de junho

253. (INSPER – SP) Houve um intervalo de tempo ao longo do ano considerado em que a moeda X deixou de ser "menos valiosa"que a moeda Y. Esse intervalo teve duração de

(a) 5 meses

(b) 4 meses

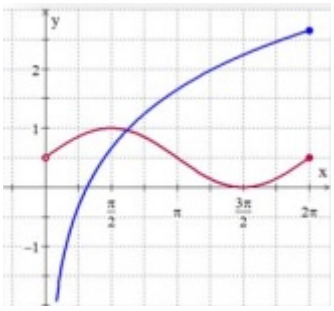
(c) 3 meses

(d) 2 meses

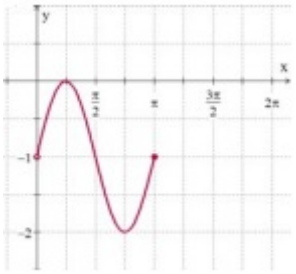
(e) 1 mês

Texto para as questões de **254** e **255**.
A figura abaixo exibe os gráficos das funções f e g, ambas de domínio $]0, 2\pi]$, cujas leis são, respectivamente:

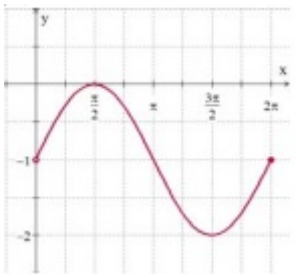
- $f(x) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\sin x$
- $g(x) = \log_2 x$.



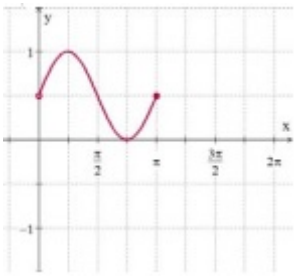
254. (INSPER – SP) A figura que melhor representa o gráfico da função m, cuja lei é $m(x) = 2 \cdot f(2x) - 2$, é


y
x
$\frac{\pi}{2}$
π
$\frac{3\pi}{2}$
2π
-1
-2

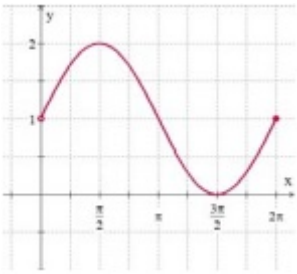
(a)


y
x
$\frac{\pi}{2}$
π
$\frac{3\pi}{2}$
2π
-1
-2

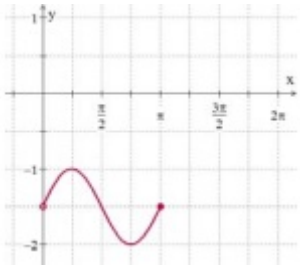
(b)


y
1
x
$\frac{\pi}{2}$
π
$\frac{3\pi}{2}$
2π
-1

(c)

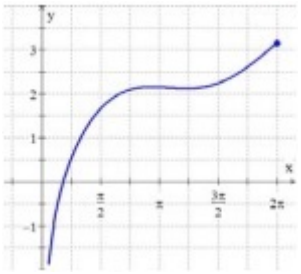

y
2
1
x
$\frac{\pi}{2}$
π
$\frac{3\pi}{2}$
2π

(d)

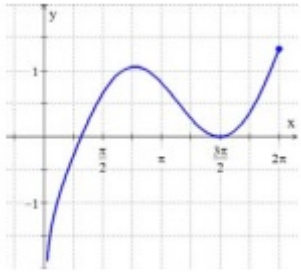


(e)

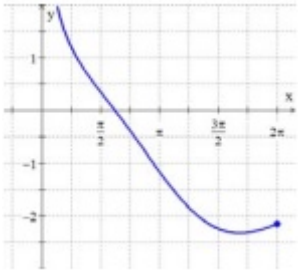
255. (INSPER – SP) A figura que melhor representa o gráfico da função h, cuja lei é $h(x) = g(f(x))$, é



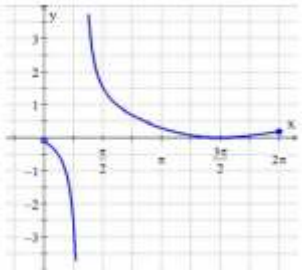
(a)



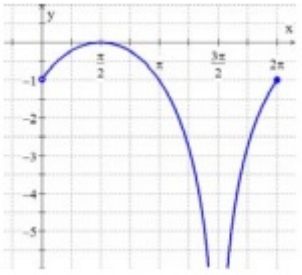
(b)



(c)

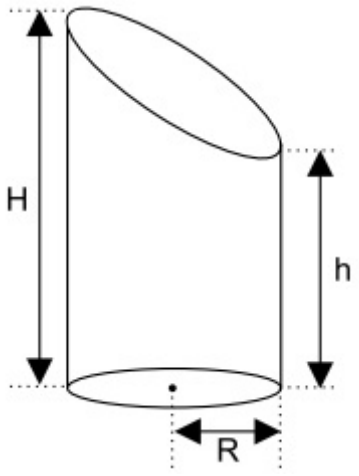


(d)

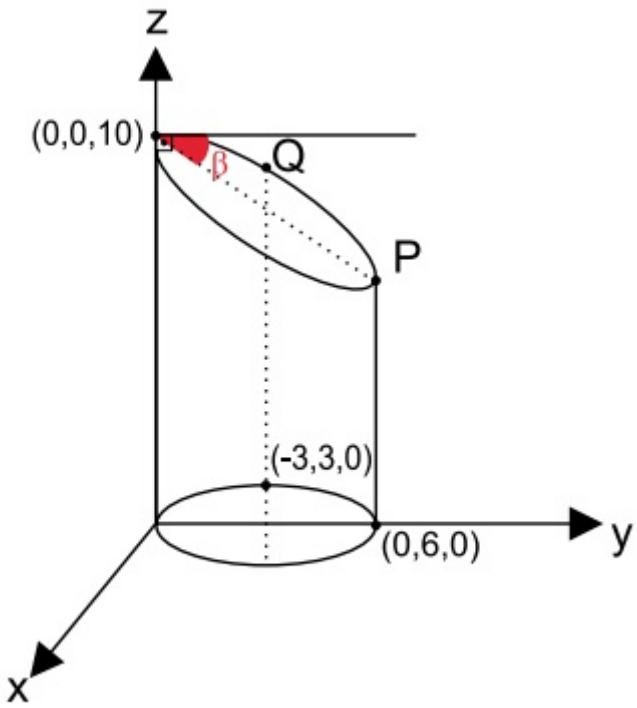


(e)

256. (INSPER – SP) Uma empresa está desenvolvendo um novo suporte decorativo para velas no formato de um cilindro seccionado por um plano inclinado, vazado apenas na parte superior, conforme ilustrado a seguir:



A montagem desse suporte é feita a partir de cilindros retos que são cortados. O projetista dessa empresa faz o esboço desse suporte em um programa de computação paramétrica para detalhar as medidas resultantes após a realização do corte na peça cilíndrica, baseado no seguinte esquema:



(FORA DE ESCALA)

Dado que o ângulo de inclinação do corte é $\beta = 45°$, os valores de z_P e z_Q referentes aos pontos $P(x_P, y_P, z_P)$ e $P(x_Q, y_Q, z_Q)$, presentes na figura, são:

(a) $z_P = 6$ e $z_Q = 8$

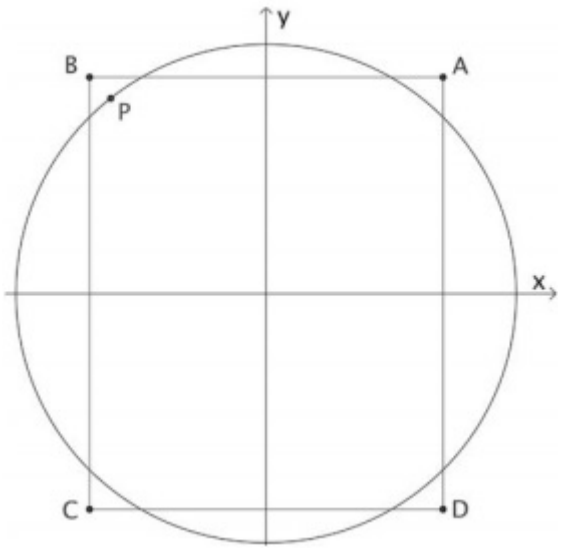
(b) $z_P = 4$ e $z_Q = 6$

(c) $z_P = 4$ e $z_Q = 7$

(d) $z_P = 8$ e $z_Q = 9$

(e) $z_P = 6$ e $z_Q = 7$

257. (INSPER – SP) Na figura, em que está representada a circunferência trigonométrica, P é a extremidade de um arco trigonométrico da 1ª volta cuja medida, em radianos, é igual a α. Observe que P é um ponto do 2º quadrante localizado no interior do retângulo ABCD.



As coordenadas dos vértices do retângulo são dadas por:

$$\text{A} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right), \text{B} = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right), \text{C} = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right), \text{D} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

Assim, é necessariamente verdadeira a desigualdade:

(a) $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{2\pi}{3}$

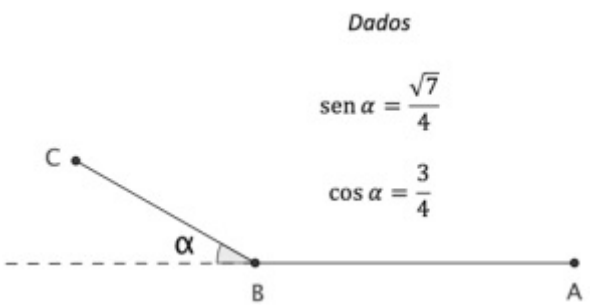
(b) $\frac{2\pi}{3} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$

(c) $\frac{3\pi}{4} < \alpha < \frac{5\pi}{6}$

(d) $\frac{5\pi}{6} < \alpha < \pi$

(e) $\pi < \alpha < \frac{7\pi}{6}$

258. (INSPER – SP) Partindo de um ponto A, um avião deslocava-se, em linha reta, com velocidade v km/h. Após duas horas, quando se encontrava no ponto B, o avião desviou α graus de sua rota original, conforme indica a figura, devido às condições climáticas. Mantendo uma trajetória reta, o avião voou mais uma hora com a mesma velocidade v km/h, até atingir o ponto C.



A distância entre os pontos A e C, em quilômetros, é igual a:

(a) $2v$

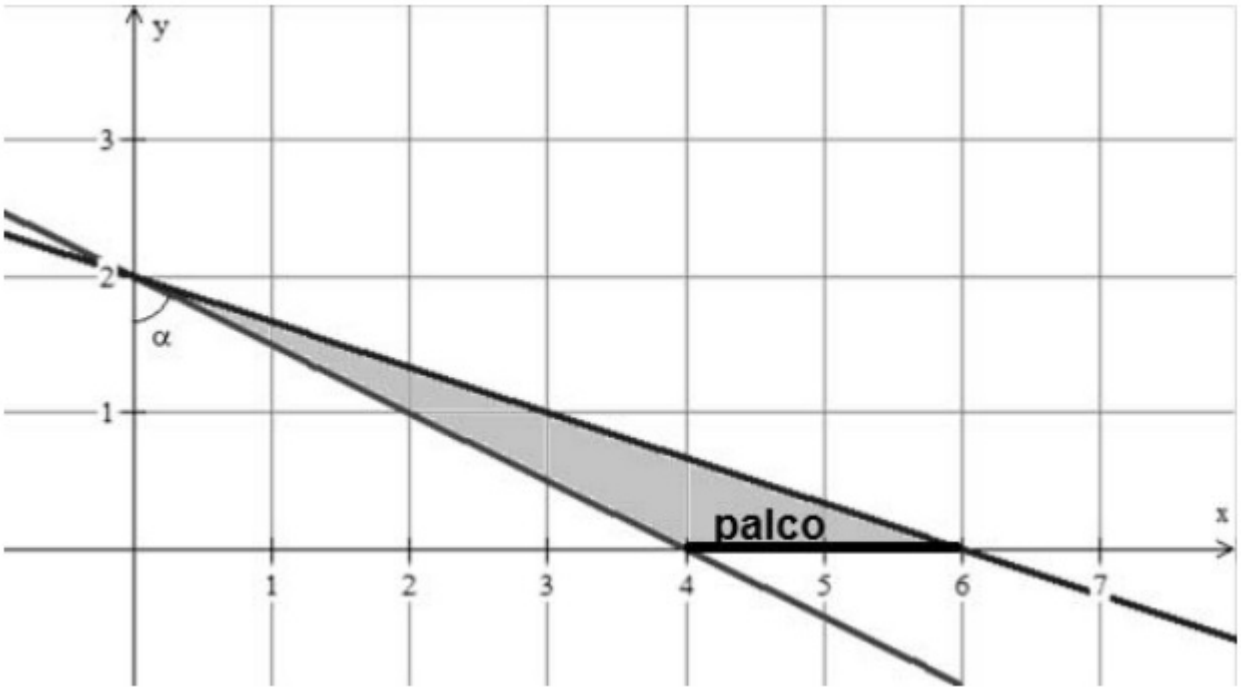
(b) $v\sqrt{5}$

(c) $v\sqrt{6}$

(d) $v\sqrt{7}$

(e) $2v\sqrt{2}$

259. (INSPER – SP) A equipe que está preparando os efeitos de iluminação de um show a ser feito em um estádio precisa instalar um canhão de luz num ponto a 20 metros de altura em relação ao chão, no qual está posicionado um palco de 20 metros de comprimento onde o cantor irá se apresentar. Para definir o ângulo de movimentação do canhão de luz de modo que ele possa acompanhar o cantor por todo o palco, a equipe modelou o problema utilizando o plano cartesiano abaixo, no qual cada unidade equivale a 10 metros.



Se necessário, utilize os dados da tabela ao lado.

α	$\tan\alpha$ (valores aproximados)
126°	$-1,4$
135°	$-1,0$
144°	$-0,7$
153°	$-0,5$
162°	$-0,3$
171°	$-0,2$
180°	$0,0$

Para que o caminhão de luz possa ser posicionado apontado para o cantor em sua movimentação ao longo de toda a plataforma, o valor aproximado do ângulo α, formado pelo canhão e pelo eixo y, deve estar sempre entre:

(a) 18° e 27°

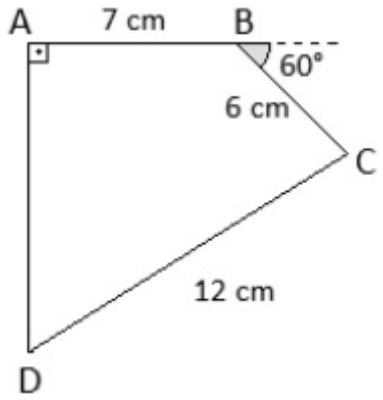
(b) 27° e 36°

(c) 36° e 54°

(d) 54° e 63°

(e) 63° e 72°

260. (INSPER – SP) O quadrilátero ABCD indicado na figura possui ângulo reto em A, um ângulo externo de 60° em B e três lados de medidas conhecidas, que são AB = 7 cm, BC = 6 cm e CD = 12 cm.



Nesse quadrilátero, a medida de AD, em centímetros, é igual a:

(a) $3(2+\sqrt{3})$

(b) $2\sqrt{11}+3\sqrt{3}$

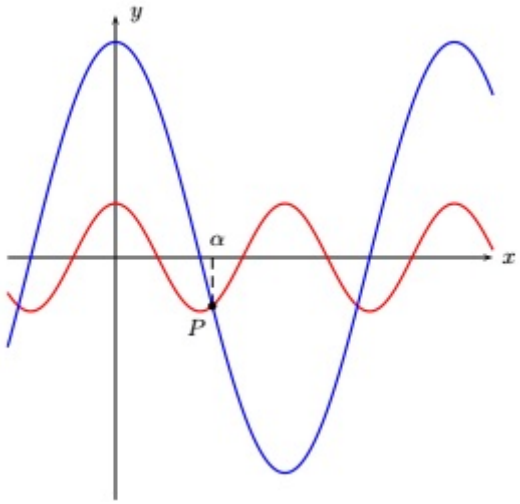
(c) $2(\sqrt{11}+\sqrt{3})$

(d) $9\sqrt{3}$

(e) $12\sqrt{12}$

261. (INSPER – SP) A figura mostra os gráficos das funções reais f e g, dadas, respectivamente, pelas leis

$$f(x) = \cos(2x) \text{ e } g(x) = 4\cos x$$



Os dois gráficos interceptam-se no ponto P, de abscissas α. Assim, o valor de $\cos\alpha$ é igual a:

(a) $1-\sqrt{2}$

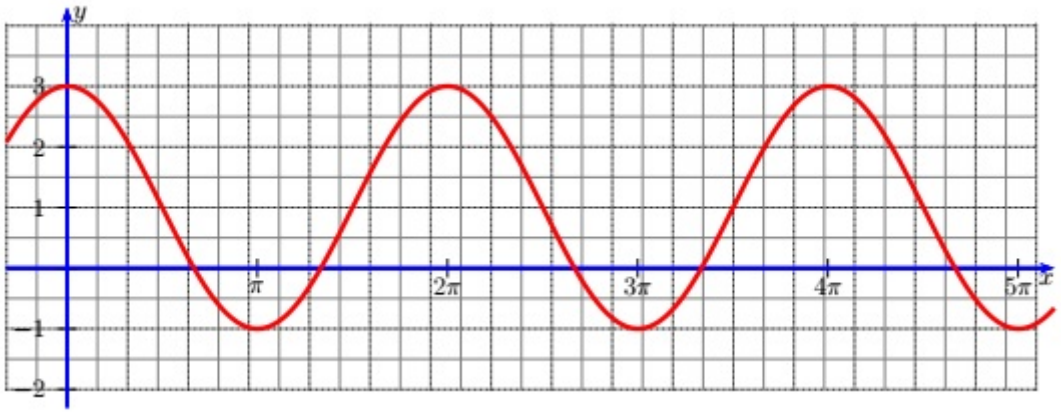
(b) $1-\sqrt{3}$

(c) $1-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

(d) $1-\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

(e) $1-\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

262. (INSPER – SP) A figura abaixo representa o gráfico da função $f(x)=a\cos(x)+b$.



A soma $a+b$ e a diferença $b-a$ são, respectivamente, iguais a:

(a) 3 e 1

(b) 1 e -1

(c) π e 1

(d) -1 e π

(e) 3 e -1

263. (INSPER – SP) Um economista analisou dados históricos sobre o valor das ações de uma empresa e, com o intuito de prevê-lo ao longo do ano de 2014, elaborou o seguinte modelo:

$$V(t) = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{180} - \frac{\pi}{4}\right) + 3 \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{20} - \frac{\pi}{4}\right)$$

Na função acima, V é o valor da ação e t é o tempo decorrido, em dias, a partir do início do ano (ou seja, $t = 1$ denota o fim do dia 1º de janeiro de 2014). Para simplificar, suponha que todos os meses tenham 30 dias. De acordo com esse modelo, a ação deve atingir seu preço máximo ao término do dia:

(a) 10 de janeiro

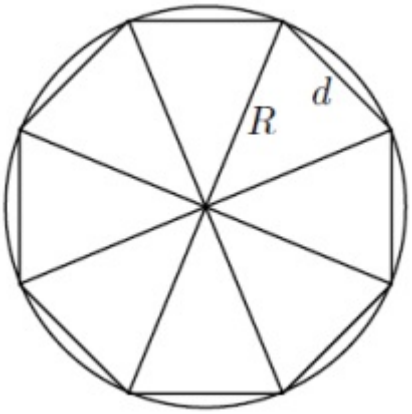
(b) 30 de julho

(c) 15 de julho

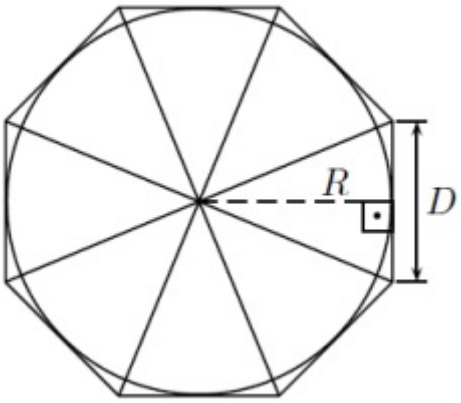
(d) 30 de março

(e) 15 de maio

264. (INSPER – SP) É fato conhecido por estudantes do ensino médio que uma circunferência de raio medindo R tem comprimento igual a $2\pi R$. Porém, nem sempre a humanidade soube calcular tal comprimento, e para isso lançou mão de aproximações. Um dos jeitos de se estimar o comprimento da circunferência é inscrevendo-se nela um polígono regular; quanto mais lados tiver o polígono, melhor a aproximação. A figura a seguir ilustra uma circunferência de raio R e o octógono regular de lado medindo d nela inscrito.



Dessa forma, o comprimento da circunferência pode ser aproximado por $8d$. Outra possibilidade é circunscrever um polígono regular, em vez de inscrever, como mostra a figura a seguir.



Nesse caso, o comprimento é aproximado por $8D$.
A razão entre o comprimento exato de uma circunferência e o comprimento aproximado, obtido com o perímetro do octógono circunscrito, é:

(a) $\dfrac{\pi}{8 \cdot \tan\left(\dfrac{\pi}{8}\right)}$

(b) $\dfrac{\pi}{8} \cdot \tan\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$

(c) $\dfrac{\pi}{\tan\left(\dfrac{\pi}{8}\right)}$

(d) $\pi \cdot \tan\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$

(e) $\pi \cdot \tan\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$

265. (INSPER – SP) Considere o produto abaixo, cujos fatores são os cossenos de todos os arcos trigonométricos cujas medidas, em graus, são números inteiros pertencentes ao intervalo $[91, 269]$.

$$P = \cos 91° \cdot \cos 92° \cdot \cos 93° \cdot \ldots \cdot \cos 268° \cdot \cos 269°$$

Nessas condições, é correto afirmar que:

(a) $-1 < P < \dfrac{1}{4}$

(b) $-\dfrac{1}{4} < P < 0$

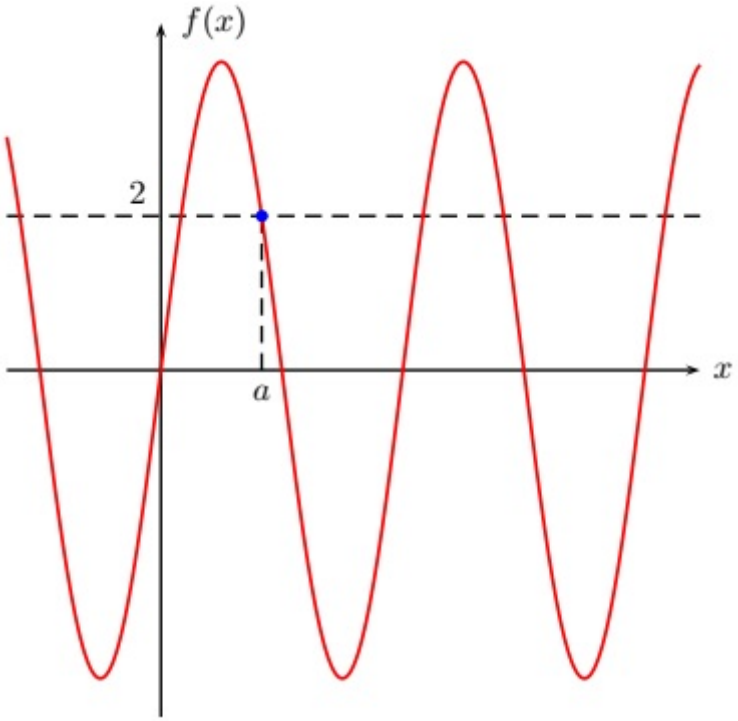
(c) $P = 0$

(d) $0 < P < \dfrac{1}{4}$

(e) 1

266. (INSPER – SP) A figura mostra o gráfico da função f, dada pela lei

$$f(x) = (\sin x + \cos x)^4 - (\sin x - \cos x)^4$$



O valor de a, indicado no eixo das abscissas, é igual a:

(a) $\frac{5\pi}{12}$

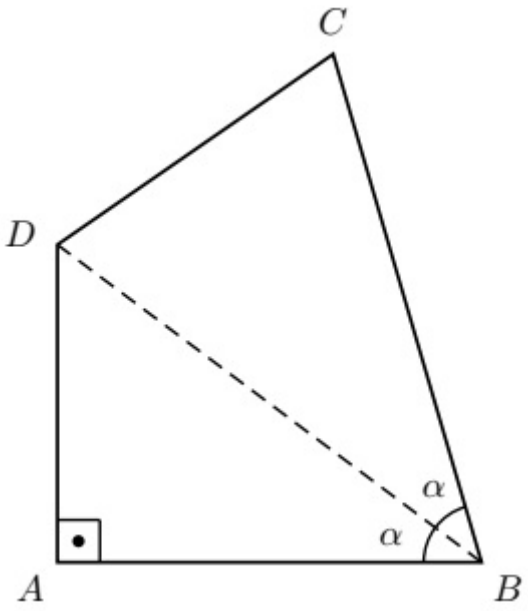
(b) $\frac{4\pi}{9}$

(c) $\frac{3\pi}{8}$

(d) $\frac{5\pi}{6}$

(e) $\frac{2\pi}{3}$

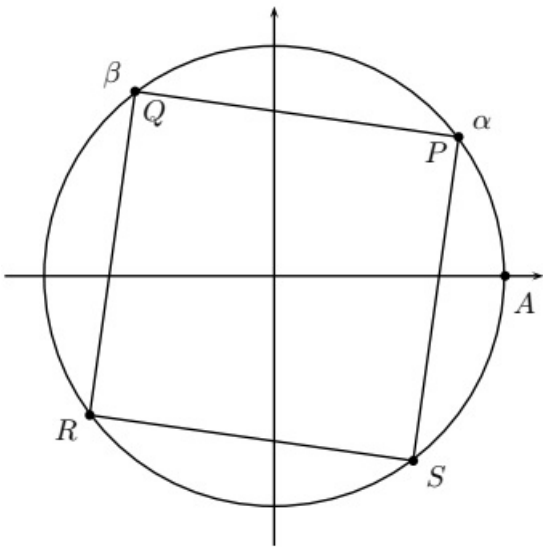
267. (INSPER – SP) Considere o quadrilátero convexo ABCD mostrado na figura, em que AB = 4 cm, AD = 3 cm e $\text{m}(\widehat{A}) = 90°$.



Se a diagonal $\overline{BD}$ está contida na bissetriz do ângulo $A\widehat{B}C$ e $BD = BC$, então a medida do lado $\overline{CD}$, em centímetros, vale:

(a) $2\sqrt{2}$
(b) $\sqrt{10}$
(c) $\sqrt{11}$
(d) $2\sqrt{3}$
(e) $\sqrt{15}$

268. (INSPER – SP) Na figura abaixo, em que o quadrado PQRS está inscrito na circunferência trigonométrica, os arcos $\widehat{AP}$ e $\widehat{AQ}$ têm medidas iguais a α e β, respectivamente, com $0 < \alpha < \beta < \pi$.



Sabendo que $\cos\alpha = 0.8$, pode-se concluir que o valor de $\cos\beta$ é:

(a) $-0,8$

(b) $0,8$

(c) $-0,6$

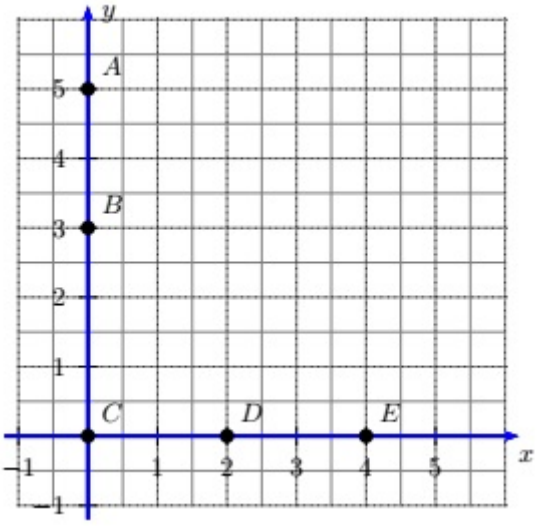
(d) $0,6$

(e) $-0,2$

269. (INSPER – SP) Um geógrafo deseja determinar a localização do pico de uma montanha. Na região, há duas estradas retas, ambas no nível do mar, sem subidas ou descidas ao longo de seus percursos, que se cruzam formando um ângulo reto. Ele conta com um instrumento que lhe permite observar o pico por meio de uma luneta e registrar:

- o ângulo de observação, formado pela reta que liga o ponto em que está o aparelho e o pico com o plano formado pelas duas estradas;
- a distância aproximada entre o ponto de observação e o pico.

Os eixos da figura a seguir representam as duas estradas e os pontos A, B, C, D e E correspondem a locais onde ele fez as suas primeiras observações.



Cada unidade nos eixos corresponde a um quilômetro.
Como estava com dificuldades para determinar a altura do pico em relação ao nível do mar, o geógrafo fez diversas outras medições em pontos da estrada representada pelo eixo x. Nesse processo, ele encontrou um ponto F em que o ângulo entre o plano das estradas e a reta que o ligava ao pico era exatamente 30°. Seu aparelho mostrou que a distância entre o ponto F e o pico era igual a 6 km.
A altura do pico em relação ao nível do mar é igual a:

(a) 6 km

(b) 5 km

(c) 4 km

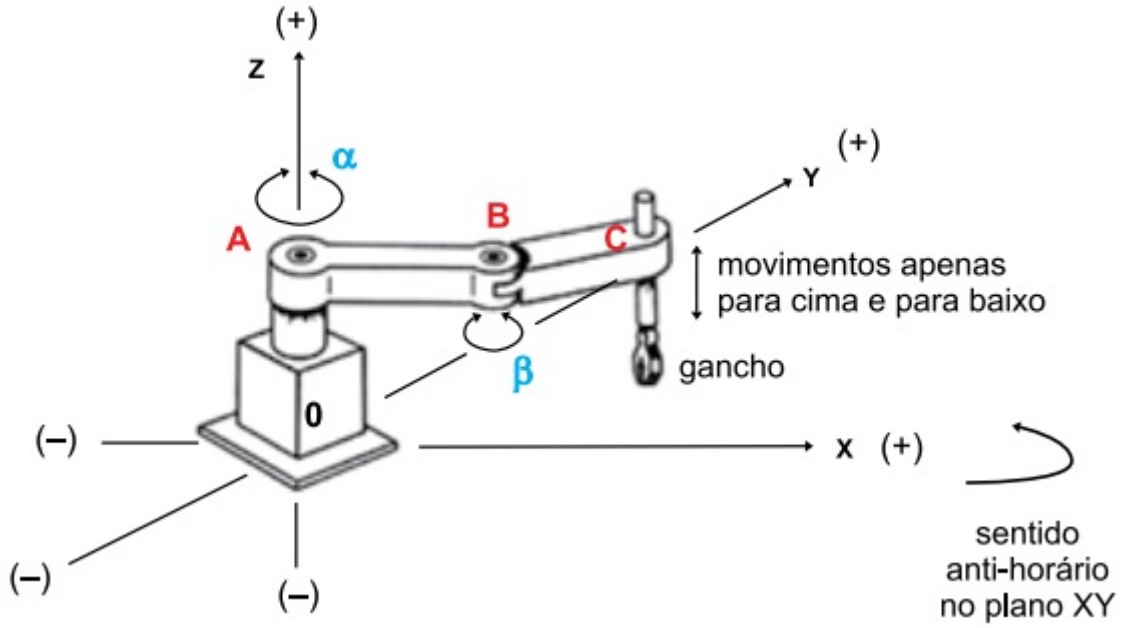
(d) 3 km

(e) 2 km

Considere o texto e a imagem a seguir para responder às questões de números **270** e **271**.

A figura representa um braço mecânico articulado. Os cotovelos A e B possuem mobilidade de giro de α e β graus em um mesmo plano, paralelo ao plano que contém os eixos x e y. C representa uma junta contendo um eixo de movimento vertical.

Dados: AB = 10 cm e BC = 8 cm.



Considere a posição **inicial** do braço como sendo aquela em que

- A, B e C estão alinhados sobre uma reta que é paralela ao eixo x e está contida no plano XZ, com x e z não negativos;
- o gancho está 2 cm abaixo do plano XY, ou seja, está em um ponto com z = -2;
- $\alpha = \beta = 0°$.

270. (INSPER – SP) A partir da posição **inicial**, α gira 30° em sentido anti-horário no plano XY, e o gancho desloca-se 8 cm para cima. A nova localização do gancho no sistema de coordenadas XYZ será:

(a) $(9\sqrt{3}, 9, 8)$

(b) $(3\sqrt{3}, 4\sqrt{3}, 8)$

(c) $(5\sqrt{3}, 4\sqrt{3}, 6)$

(d) $(4\sqrt{3}, 5\sqrt{3}, 6)$

(e) $(9\sqrt{3}, 9, 6)$

271. (INSPER – SP) A partir da posição inicial, α gira 210° e β gira 60°, ambos em sentido anti-horário no plano XY. Em seguida, o gancho sobe 2 cm. Na condição final descrita, a distância que o gancho estará da origem $(0, 0, 0)$ do sistema de eixos XYZ, em centímetros, será igual a:

(a) $5\sqrt{3}$

(b) $8\sqrt{3}$

(c) $6\sqrt{3}$

(d) $2\sqrt{61}$

(e) $2\sqrt{41}$

272. (INSPER – SP) Num restaurante localizado numa cidade do Nordeste brasileiro são servidos diversos tipos de sobremesas, dentre os quais sorvetes. O dono do restaurante registrou numa tabela as temperaturas médias mensais na cidade para o horário do jantar e a média diária de bolas de sorvetes servidas como sobremesa no período noturno.

mês	**jan**	**fev**	**mar**	**abr**	**mai**	**jun**	**jul**	**ago**	**set**	**out**	**nov**	**dez**
temperatura média mensal (graus Celsius)	29	30	28	27	25	24	23	24	24	28	30	29
bolas de sorvete	980	1000	960	940	900	880	860	880	880	960	1000	980

O dono do restaurante percebeu que a temperatura média mensal afeta não apenas a venda de sorvetes, mas o movimento de seu restaurante como um todo. Ele contratou os serviços de uma consultoria especializada em meteorologia, que lhe forneceu uma série de fórmulas para prever as temperaturas, dentre elas uma expressão do tipo $T(x) = A + f(Bx + C)$, em que A, B e C são coeficientes que devem ser atualizados no início de cada ano. Abaixo dessa fórmula, havia uma observação, informando que a função f deveria modelar as subidas e descidas periódicas da temperatura ao longo do ano. Das funções a seguir, a única que poderia representar f de modo a conferir-lhe essa propriedade é:

(a) $\sin(x)$

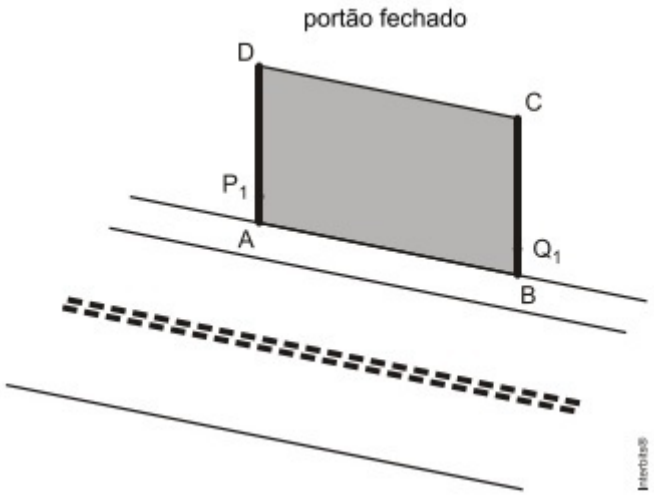
(b) $\log(x)$

(c) x^2

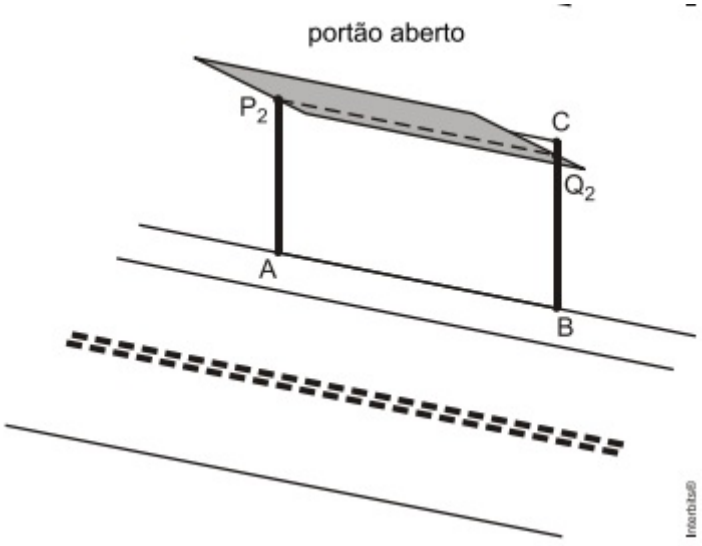
(d) $\sqrt{x}$

(e) 2^x

273. (INSPER – SP) O acesso à garagem de um edifício é guardado por um portão retangular que fica normalmente fechado. Para abrir a passagem para os veículos que por ali circulam, o portão sobe e se inclina, conforme as figuras abaixo.



Distantes $0,5$ m do nível da calçada (pontos A e B), os pontos P_1 e Q_1 indicam as posições das extremidades de um eixo que sustenta o portão.



O portão, que tem 3 m de altura, sobe e simultaneamente gira 60 graus em torno desse eixo, até ficar totalmente aberto, suspenso nas posições indicadas por P_2 e Q_2.
Se o portão, quando totalmente aberto, deve deixar uma passagem livre de pelo menos 2 m de altura, a menor distância dos pontos P_2 e Q_2 em relação ao nível da calçada, indicados pelos pontos A e B, deve ser de:

(a) $2,05$ m

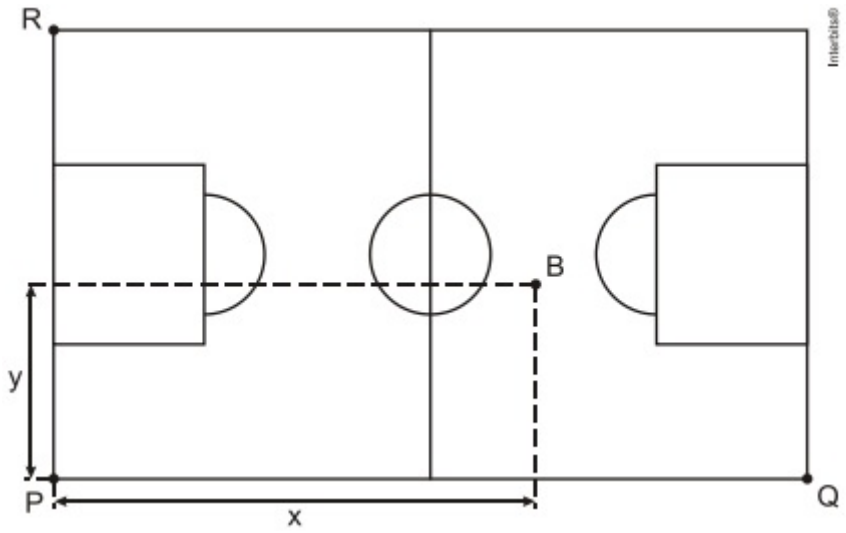
(b) $2,15$ m

(c) $2,25$ m

(d) $2,35$ m

(e) $2,45$ m

274. (INSPER – SP) Um empreendedor está desenvolvendo um sistema para auxiliar o julgamento de lances duvidosos em partidas de futebol. Seu projeto consiste de um chip instalado na bola e um sensor posicionado em um dos cantos do campo (ponto P).



O sensor detecta a distância r entre os pontos P e B (bola) e a medida α do ângulo $B\widehat{P}Q$. Em seguida, transforma essas informações nas distâncias x e y indicadas na figura. Isso pode ser feito por meio das expressões:

(a) $x = \dfrac{1}{r}\sin\alpha$ e $y = \dfrac{1}{r}\cos\alpha$

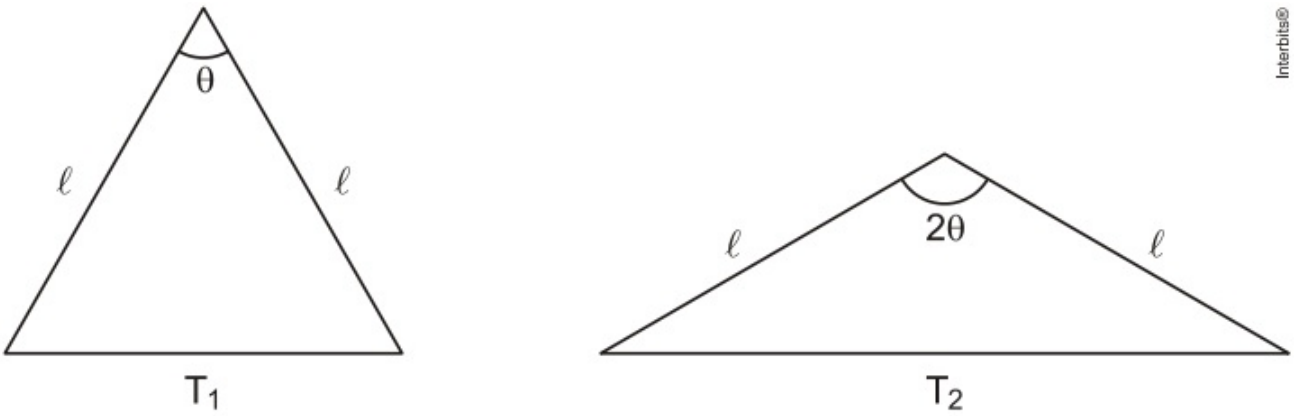
(b) $x = r^2\cos\alpha$ e $x = r^2\sin\alpha$

(c) $x = r\cos 2\alpha$ e $x = \sin 2\alpha$

(d) $x = r\cos\alpha$ e $x = \sin\alpha$

(e) $x = \dfrac{1}{r}\sin 2\alpha$ e $y = \dfrac{1}{r}\cos 2\alpha$

275. (INSPER – SP) Movendo as hastes de um compasso, ambas de comprimento ℓ, é possível determinar diferentes triângulos, como os dois representados a seguir, fora de escala.



Se a área do triângulo T_1 é o triplo da área do triângulo T_2, então o valor de $\cos\theta$ é igual a:

(a) $\frac{1}{6}$

(b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(d) $\frac{1}{2}$

(e) $\frac{\sqrt{6}}{6}$

276. (FATEC – SP) Utilizando um software de desenho 3D, um tecnólogo em Mecânica elaborou o projeto de uma peça de acordo com os seguintes procedimentos:
(1º) no plano cartesiano, desenhou o polígono CDEFGHIJKLMN, conforme a figura 1, adotando como unidade de cada eixo coordenado 1 cm.

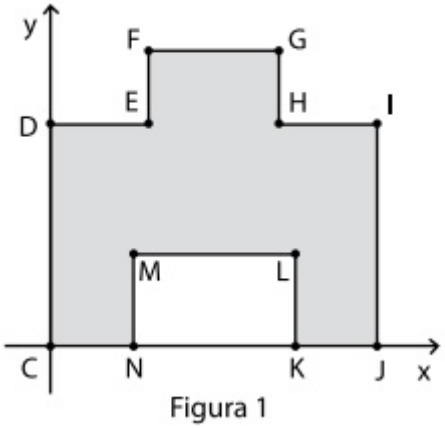


Figura 1

Coordenadas dos pontos	
C	(0, 0)
D	(0, 12)
E	(6, 12)
F	(6, 16)
G	(14, 16)
H	(14, 12)
I	(20, 12)
J	(20, 0)
K	(15, 0)
L	(15, 5)
M	(5, 5)
N	(5, 0)

(2º) tendo esse polígono como base, construiu um prisma reto conforme a figura 2.

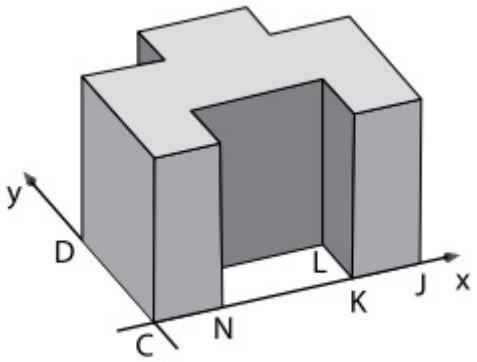


Figura 2

Nessas condições, o cosseno do ângulo $C\widehat{D}N$ é, aproximadamente, igual a:

(a) $0,38$

(b) $0,42$

(c) $0,56$

(d) $0,47$

(e) $0,92$

277. (MACK – SP) Se $\tan x - \cot x = 1$, então o valor de $\tan 2x$ é:

(a) 2

(b) 1

(c) 0

(d) -1

(e) -2

278. (FGV – SP) Um observador, situado próximo a um prédio, observa o topo do mesmo sob um ângulo de 45°. Ao caminhar mais 15 metros em direção ao prédio, ele vê o topo sob um ângulo de 60°.
Desprezando a altura do observador, e adotando $\sqrt{3}$ o valor de $1,7$, podemos concluir que a altura do prédio, em metros, está compreendida entre:

(a) 35 e 37

(b) 29 e 31

(c) 31 e 33

(d) 27 e 29

(e) 33 e 35

279. (FGV – SP) No plano cartesiano, existem duas retas tangentes à circunferência $x^2 + y^2 = 4$ que passam pelo ponto $\mathrm{P}(0, 5)$. Uma destas retas tem coeficiente angular igual a:

(a) $\frac{\sqrt{17}}{2}$

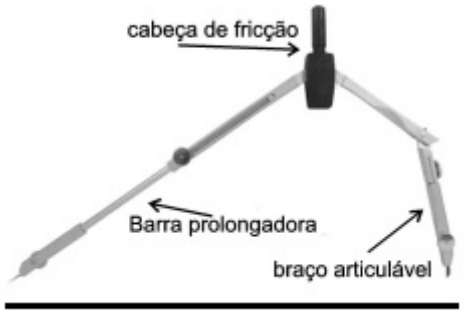
(b) $\frac{\sqrt{20}}{2}$

(c) $\frac{\sqrt{19}}{2}$

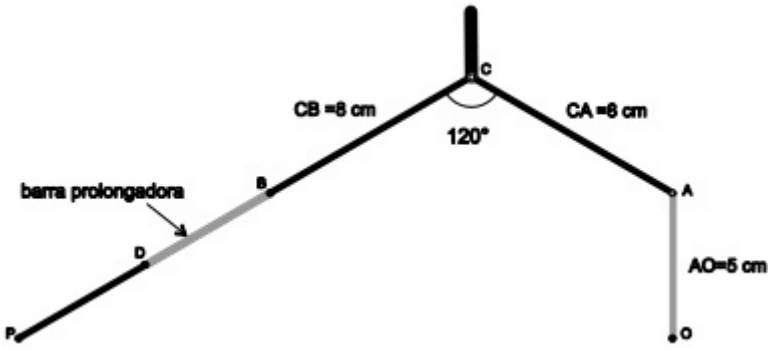
(d) $\frac{\sqrt{18}}{2}$

(e) $\frac{\sqrt{21}}{2}$

280. (UFU – MG) O compasso é um instrumento usado no desenho artístico e no desenho técnico. Um exemplo de compasso especial é o **compasso articulável**, que possui cabeça de fricção para ajuste preciso e suave do raio, um braço articulável e outro com barra prolongadora do braço, onde fica a ponta seca, conforme ilustra a figura abaixo.



O esquema abaixo mostra um compasso articulável ajustado de modo que o braço articulável $\overline{AO}$ é perpendicular a $\overline{AB}$ e $\overline{OP}$.



Para essa configuração, a medida, em cm, do raio da circunferência traçado com o compasso é:

(a) $5\sqrt{3}$

(b) $8\sqrt{3}$

(c) $9\sqrt{3}$

(d) $13\sqrt{3}$

281. (INSPER – SP) O professor de Matemática de Artur e Bia pediu aos alunos que colocassem suas calculadoras científicas no modo "radianos"e calculassem o valor de $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$. Tomando um valor aproximado, Artur digitou em sua calculadora o número $1,6$ e, em seguida, calculou o seu seno, encontrando um valor A. Já Bia calculou o seno de $1,5$, obtendo o valor B. Considerando que $\frac{\pi}{2}$ vale aproximadamente $1,5708$, assinale a alternativa que traz a correta ordenação dos valores de A, B e $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$:

(a) $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) < A < B$

(b) $A < \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) < B$

(c) $A < B < \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

(d) $B < \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) < A$

(e) $B < A < \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

282. (INSPER – SP) Em uma pirâmide quadrangular regular, a área lateral é o dobro da área da base. Nesse caso, cada face lateral forma com o plano da base um ângulo que mede:

(a) $15°$

(b) $30°$

(c) $45°$

(d) $60°$

(e) $75°$

283. (PUC – SP) Suponha que uma revista publicou um artigo no qual era estimado, que, no ano de $2015+x$, com $x \in \{0, 1, 2, \ldots, 9, 10\}$, o valor arrecadado dos impostos incidentes sobre as exportações de certo país, em milhões de dólares, poderia ser obtido pela função $f(x) = 250 + 12 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} \cdot x\right)$. Caso essa previsão se confirme, então, relativamente ao total arrecadado a cada ano, é correto afirmar que:

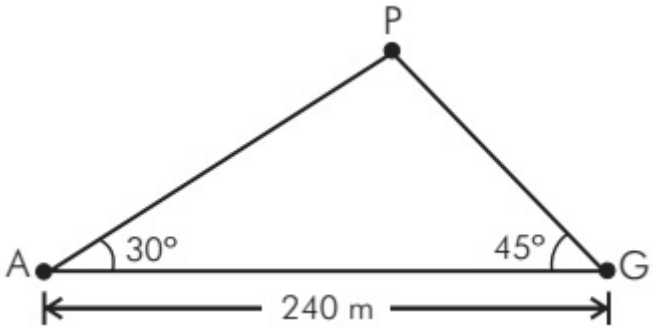
(a) o valor máximo ocorrerá apenas em 2021

(b) atingirá o valor mínimo somente em duas ocasiões

(c) poderá superar 300 milhões de dólares

(d) nunca será inferior a 250 milhões de dólares

284. (PUC – SP) Abílio (A) e Gioconda (G) estão sobre uma superfície plana de uma mesma praia e, num dado instante, veem sob respectivos ângulos de 30° e 45°, um pássaro (P) voando, conforme é representado na planificação abaixo.



Considerando desprezíveis as medidas das alturas de Abílio e Gioconda e sabendo que, naquele instante, a distância entre A e G era 240 m, então quantos metros de altura o pássaro distava da superfície da praia?

(a) $60(\sqrt{3}+1)$

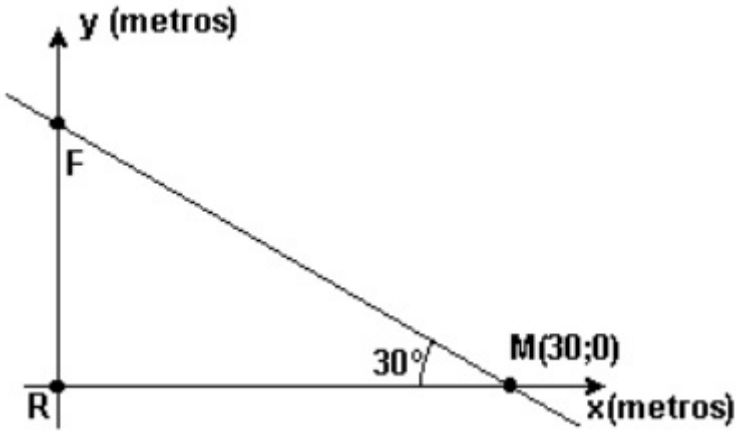
(b) $120(\sqrt{3}-1)$

(c) $120(\sqrt{3}+1)$

(d) $180(\sqrt{3}-1)$

(e) $180(\sqrt{3}+1)$

285. (PUC – SP) Para representar as localizações de pontos estratégicos de um acampamento em construção, foi usado um sistema de eixos cartesianos ortogonais, conforme mostra a figura abaixo, em que os pontos F e M representam os locais onde serão construídos os respectivos dormitórios feminino e masculino e R o refeitório.



Se o escritório da Coordenação do acampamento deverá ser equidistante dos dormitórios feminino e masculino e, no sistema, sua representação é um ponto pertencente ao eixo das abscissas, quantos metros ele distará do refeitório?

(a) $10\sqrt{3}$

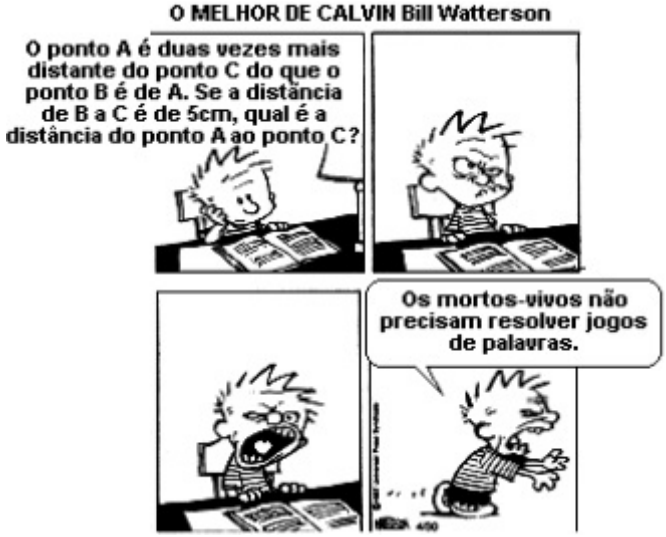
(b) 10

(c) $9\sqrt{3}$

(d) 9

(e) $8\sqrt{3}$

286. (PUC – SP) Leia com atenção o problema proposto a Calvin na tira seguinte.



Fonte: Jornal **O Estado de S. Paulo**, 28/04/2007

Supondo que os pontos A, B e C sejam vértices de um triângulo cujo ângulo vértice A mede 60°, então a resposta correta que Calvin deveria encontrar para o problema é, em centímetros,

(a) $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$

(b) $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$

(c) $\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$

(d) $5\sqrt{3}$

(e) $10\sqrt{3}$

287. (PUC – SP) Considere que os elementos da matriz coluna, solução da equação matricial seguinte, são termos da matriz quadrada $A = (x_{ij})_{2x2}$.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{21} \\ x_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Se o determinante de A é igual a k, então o número de soluções da equação $\tan\left(\frac{kx}{4}\right) = -1$, para $-2\pi < x < 2\pi$, é:

(a) 2
(b) 4
(c) 6
(d) 8
(e) 10

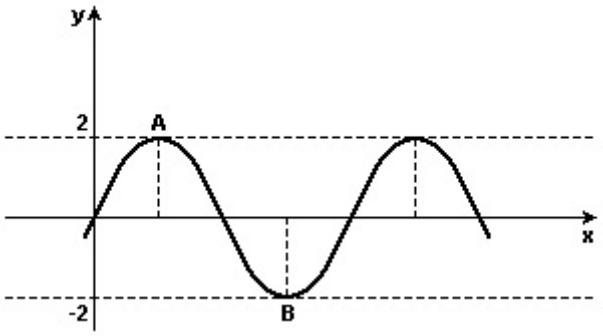
288. (PUC – SP) Na sequência de termo geral

$$a_n = 5n + \sin\left(n \cdot \frac{\pi}{2}\right),$$

com $n \in \mathbb{N}^*$, a soma dos 20 primeiros termos de ordem ímpar é igual a:

(a) 1800
(b) 1874
(c) 1896
(d) 2000
(e) 2024

289. (PUC – SP) Na figura abaixo tem-se o gráfico da função f, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = k \cdot \sin(mx)$, em que k e m são reais, e cujo período é $\frac{8\pi}{3}$.



O valor de $f\left(\frac{29\pi}{3}\right)$ é:

(a) $-\sqrt{3}$

(b) $-\sqrt{2}$

(c) -1

(d) $\sqrt{2}$

(e) $\sqrt{3}$

290. (PUC – SP) Indica-se por det A o determinante de uma matriz quadrada A. Seja a matriz A $= (a_{ij})$, de ordem 2, em que

$$a_{ij} = \begin{cases} \sin\left[\dfrac{\pi}{4} \cdot (i+j)\right], \text{ se } i = j \\ \\ \sin[x \cdot (i-j)], \text{ se } i \neq j \end{cases}$$

Quantos números reais x, tais que $-2\pi < x < 2\pi$, satisfazem a sentença det A $= \dfrac{1}{4}$?

(a) 10

(b) 8

(c) 6

(d) 4

(e) 2

291. (PUC – SP) Seja a matriz A $= (a_{ij})_{3x3}$, tal que

$$a_{ij} = \begin{cases} \cos\left(\dfrac{7\pi}{i}\right), \text{ se } i = j \\ \\ \sin\left(\dfrac{7\pi}{j}\right), \text{ se } i \neq j \end{cases}$$

O determinante da matriz A é igual a:

(a) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

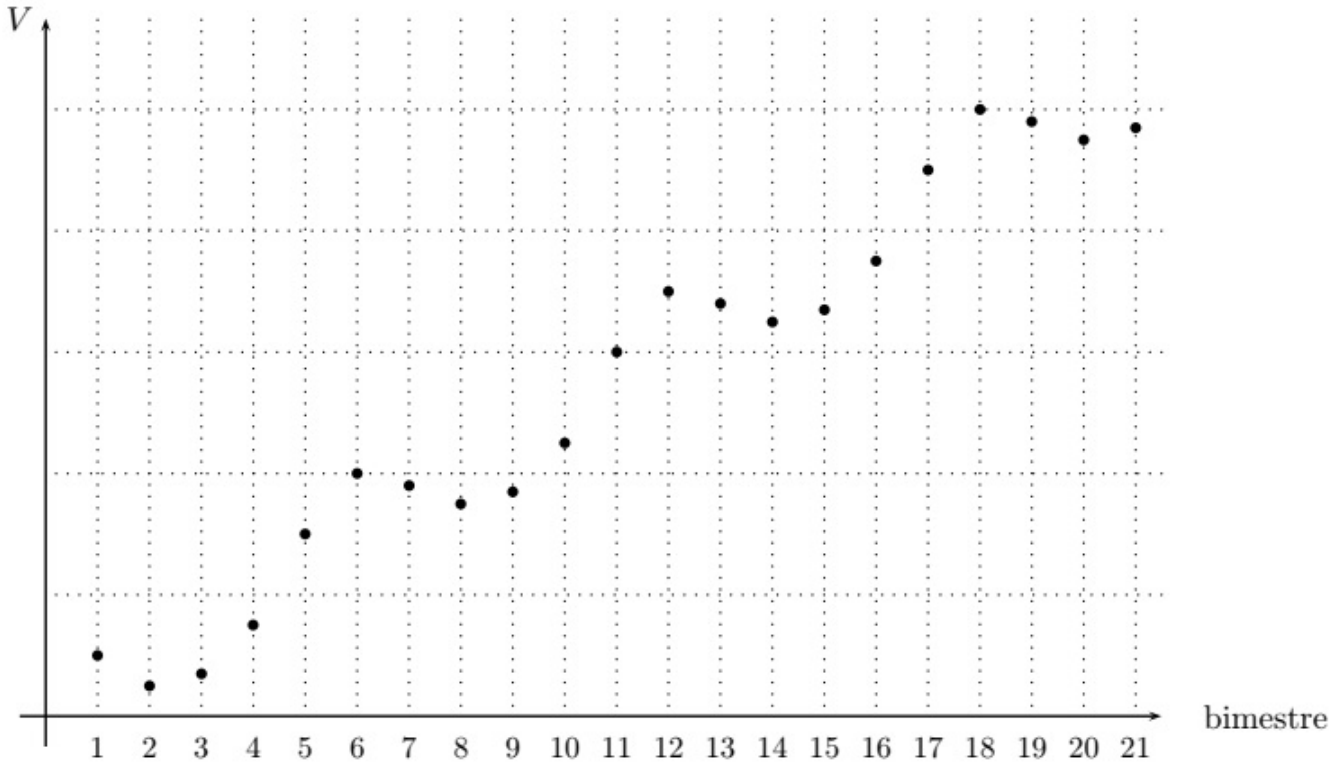
(b) $-\dfrac{1}{2}$

(c) -1

(d) $\dfrac{1}{2}$

(e) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

292. (INSPER – SP) O gráfico a seguir mostra as vendas bimestrais (V), em unidades monetárias, de um fabricante de sorvetes ao longo de três anos e meio.



Observando o gráfico, um estudante de administração de empresas percebeu dois aspectos importantes do comportamento das vendas desse fabricante de sorvetes:

- ao longo de um ano, as vendas oscilam, apresentando um período de crescimento e outro de queda;
- a média das vendas dos seis bimestres de um mesmo ano vem aumentando ano a ano.

Dentre as expressões a seguir, em que t é o tempo decorrido em bimestres, a única que define uma função que pode ser usada para representar V de forma que os dois aspectos levantados pelo estudante apareçam nessa representação é:

(a) $V = 100 \cdot \cos\left(\dfrac{\pi t}{3}\right)$

(b) $V = 100 \cdot \left(t + 2\cos\left(\dfrac{\pi t}{3}\right)\right)$

(c) $V = 100 \cdot \left(\sin\left(\dfrac{\pi t}{3}\right) + \cos\left(\dfrac{\pi t}{3}\right)\right)$

(d) $V = 100 \cdot (t + 2)$

(e) $V = 100 \cdot (t^2 + 2)$

293. (INSPER – SP) Considere a sequência:

$$\left(\cos\frac{\pi}{14}, \cos\frac{2\pi}{14}, \cos\frac{3\pi}{14}, \ldots, \cos\frac{n\pi}{14}, \ldots, \cos\frac{999\pi}{14}, \cos\frac{1000\pi}{14}\right).$$

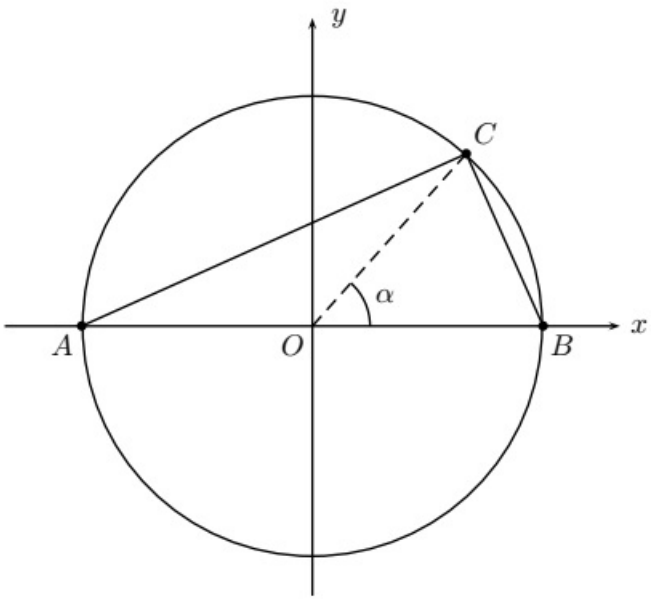
O total de elementos dessa sequência que são números inteiros é igual a:

(a) 0
(b) 35
(c) 71
(d) 105
(e) 142

294. (INSPER – SP) Em relação a um sistema de coordenadas cartesianas, os vértices de um tetraedro $OABC$ são tais que $O = (0, 0, 0)$ e A, B e C pertencem, respectivamente, aos eixos x, y e z. Seja α a medida do ângulo $O\widehat{B}A$ com $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Se $AB = 1$ e $OC = \cos 2\alpha$, então o volume dos tetraedro $OABC$ é igual a:

(a) $\frac{\cos 2\alpha}{12}$
(b) $\frac{\sin 4\alpha}{12}$
(c) $\frac{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{18}$
(d) $\frac{\cos 2\alpha}{24}$
(e) $\frac{\sin 4\alpha}{24}$

295. (INSPER – SP) A figura mostra a circunferência trigonométrica, cujo raio mede 1, e o triângulo ABC, de área $\frac{2}{3}$, inscrito na circunferência.



Nessas condições, o valor de $\cos\alpha$ é:

(a) $\frac{1}{3}$

(b) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(d) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

(e) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

296. (INSPER – SP) Enquanto preparava uma aula de Trigonometria, um professor decidiu que seria interessante mostrar aos alunos uma equação trigonométrica que não apresentasse raízes reais. Assim, partindo da equação

$$2\sin^2 x - K\cos x + 6 = 2K,$$

ele queria escolher um valor para a constante K de modo que a equação obtida pudesse ser utilizada na aula com tal finalidade. O professor teria sucesso em sua procura se, e somente se, o valor escolhido para K fosse tal que

(a) $K < -1$ ou $K > 1$

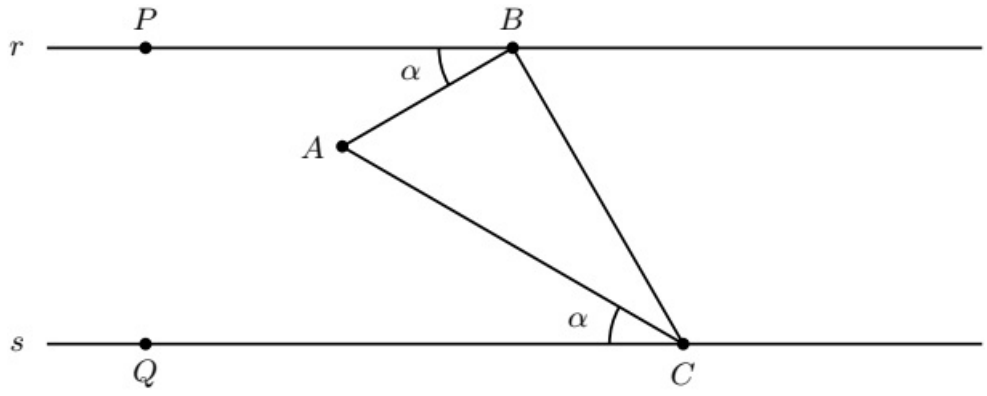
(b) $-1 \leq K \leq 1$

(c) $K < 2$ ou $K > 6$

(d) $2 \leq K \leq 6$

(e) $K < -12$ ou $K > -4$

297. (INSPER – SP) Na figura, em que as retas r e s são paralelas, A é um ponto que dista 1 de r e 2 de s. Dada uma medida α, em graus, tal que $0 < \alpha < 90$, tomam-se os pontos B e P sobre r e C e Q sobre s tais que $m(A\widehat{B}P) = m(A\widehat{C}Q) = \alpha$.



Nessas condições, a área do triângulo ABC é igual a:

(a) $\tan\alpha$

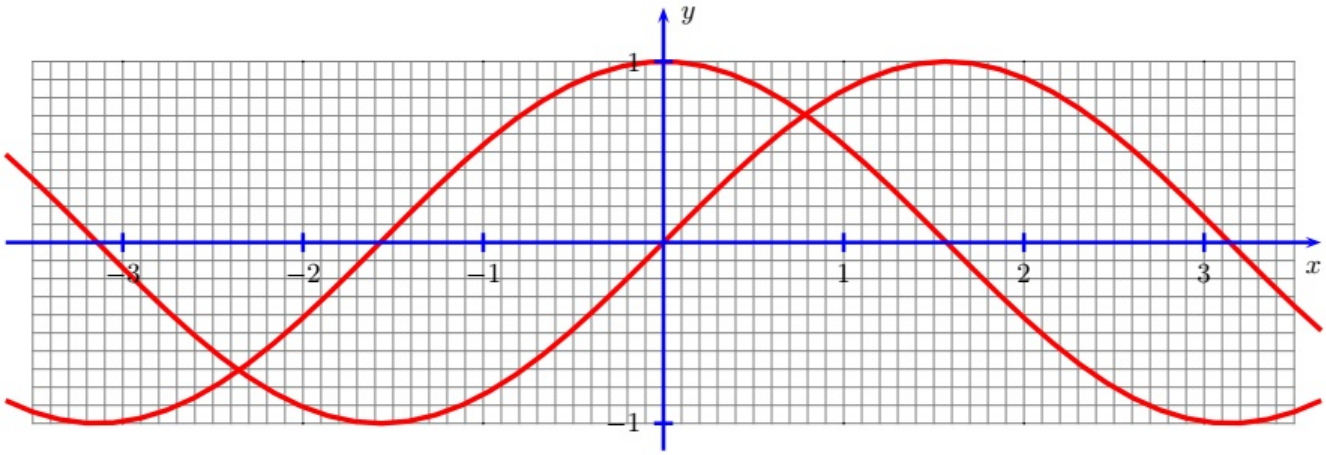
(b) $2\tan\alpha$

(c) $\tan\alpha \cdot \cot\alpha$

(d) $\cot\alpha$

(e) $2\cot\alpha$

Utilize as informações a seguir para as questões 298 e 299
Na figura a seguir, estão representados os gráficos das funções $f(x) = \sin(x)$ e $g(x) = \cos(x)$.



298. (INSPER – SP) Estão corretamente ordenados:

(a) $\cos(3) < \cos(1) < \sin(3) < \sin(2)$

(b) $\cos(2) < \cos(3) < \sin(1) < \sin(2)$

(c) $\cos(3) < \sin(3) < \cos(1) < \sin(1)$

(d) $\cos(2) < \cos(1) < \sin(2) < \sin(1)$

(e) $\cos(3) < \sin(3) < \sin(1) < \cos(1)$

299. (INSPER – SP) O valor mais próximo de

$$\sin(1 + \cos(1))$$

é:

(a) $0,2$

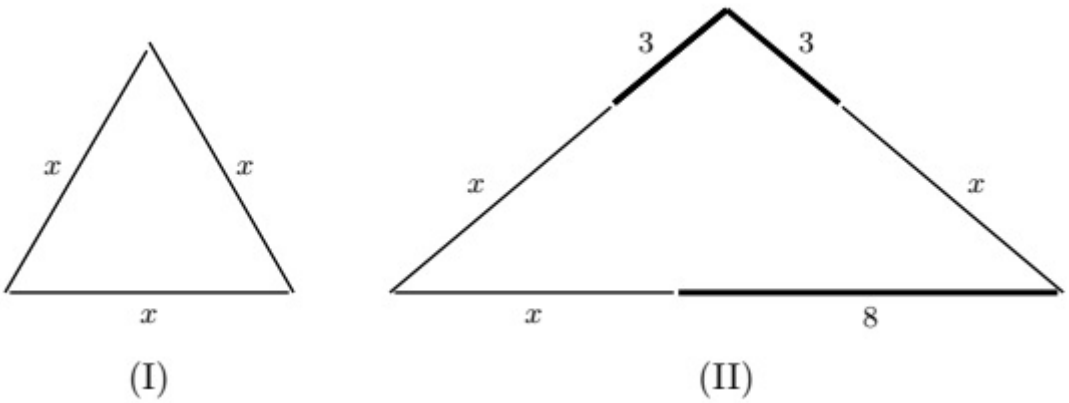
(b) $0,4$

(c) $0,6$

(d) $0,8$

(e) $1,0$

300. (INSPER – SP) Usando três arames de comprimento x, em que x é um número inteiro e positivo, um garoto construiu o triângulo da figura (I). Em seguida, acrescentando ao arranjo dois palitos de comprimento 3 e um palito de comprimento 8, ele formou o triângulo da figura (II). As duas figuras foram feitas fora de escala.



O cosseno de um dos ângulos da base do triângulo representado em (II) é igual a $\frac{3}{5}$. Assim, a área desse triângulo é:

(a) 900

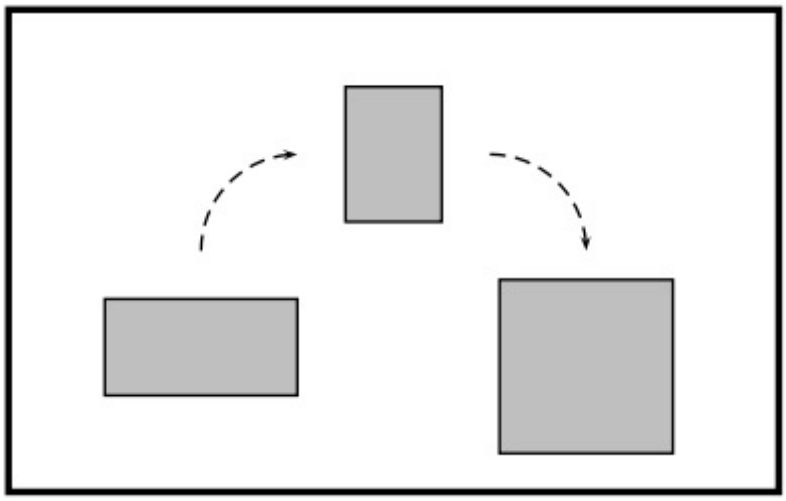
(b) 800

(c) 600

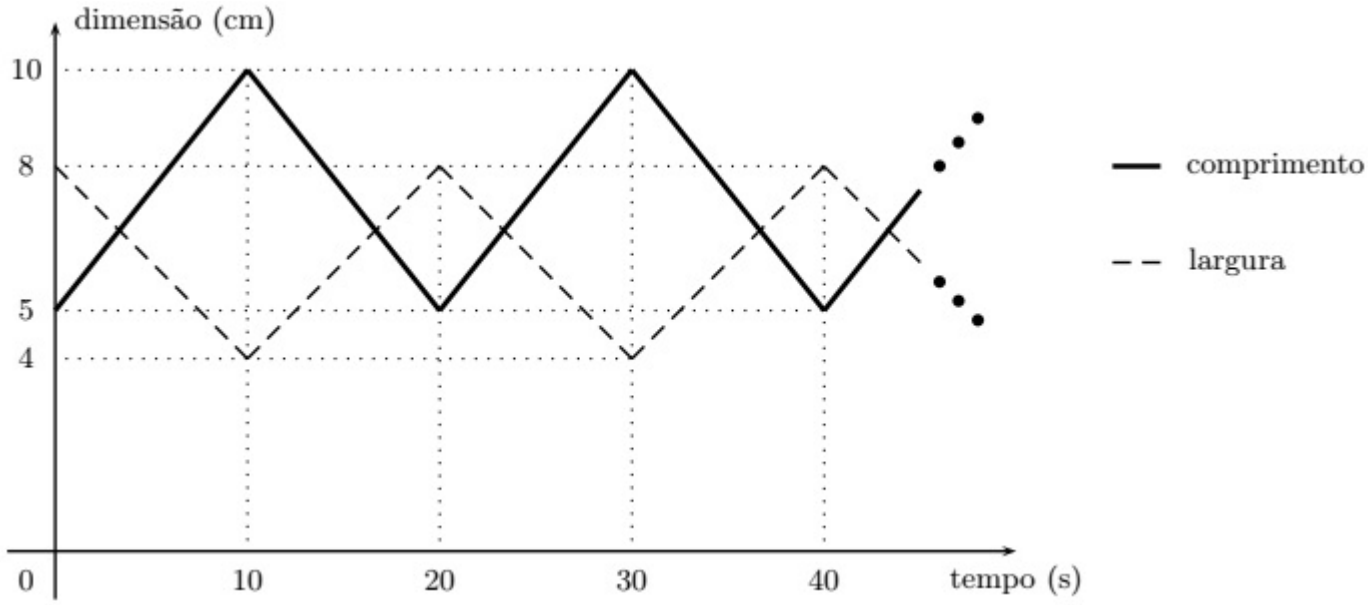
(d) 400

(e) 300

301. (INSPER – SP) O programa "protetor de tela"de um computador mostra um retângulo que, além de se movimentar pela tela, tem suas dimensões (comprimento e largura) alteradas ao longo do tempo, como ilustrado na figura.



As dimensões do retângulo em função do tempo, a partir do movimento em que o protetor de tela é acionado, são dadas no gráfico a seguir.



O programa protetor de tela permite alterar o modo como variam as dimensões do retângulo em função do tempo. Numa das opções, a função f que descreve a largura do retângulo, em cm, em função do tempo t, em segundos, tem como gráfico uma cossenóide, além de apresentar o mesmo período e a, mesma imagem da função descrita pelo gráfico da largura mostrado no enunciado. Dentre as leis abaixo, a única que pode descrever a função f é:

(a) $f(t) = 6 + 2\cos\left(\frac{\pi}{10} \cdot t\right)$

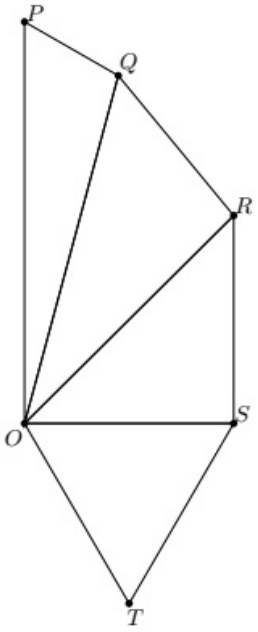
(b) $f(t) = 4 + 2\cos\left(\frac{\pi}{10} \cdot t\right)$

(c) $f(t) = 6 + \cos\left(\frac{\pi}{5} \cdot t\right)$

(d) $f(t) = 4 + 2\cos\left(\frac{\pi}{20} \cdot t\right)$

(e) $f(t) = 7 + \cos\left(\frac{\pi}{5} \cdot t\right)$

302. (INSPER – SP)



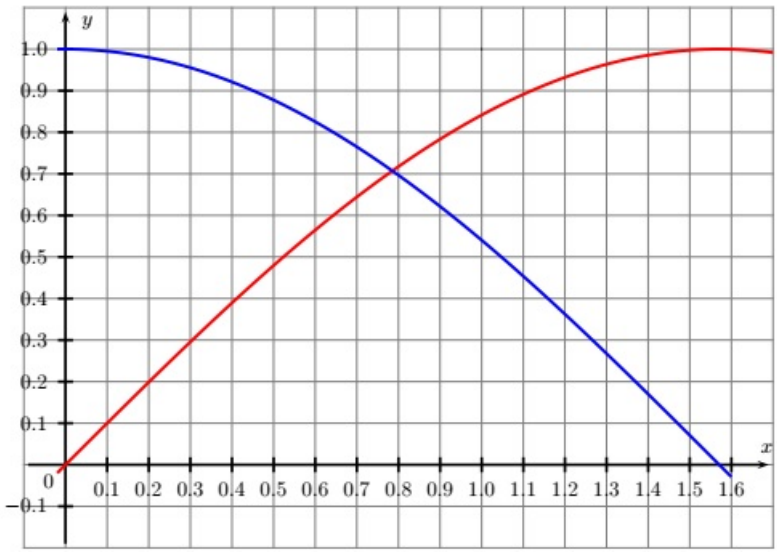
Na figura, tem-se as seguintes medidas:

- $m(\overline{OP}) = 4\cos 15°$ cm
- $m(\overline{OQ}) = 4\cos 30°$ cm
- $m(\overline{OR}) = 4\cos 45°$ cm
- $m(\overline{OS}) = m(\overline{OT}) = 4\cos 60°$ cm
- $m(\angle POQ) = 15°$
- $m(\angle QOR) = 30°$
- $m(\angle ROS) = 45°$
- $m(\angle SOT) = 60°$

Nessas condições, a área do polígono $OPQRST$, em cm^2, é igual a:

(a) $1 + \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$
(b) $2 + 2\sqrt{3} + \sqrt{6}$
(c) $2 + 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$
(d) $2 + \sqrt{3} + 2\sqrt{6}$
(e) $3 + 2\sqrt{3} + \sqrt{6}$

303. (INSPER – SP) Na figura a seguir, estão representadas partes dos gráficos das funções $f(x) = \sin x$ e $g(x) = \cos x$.



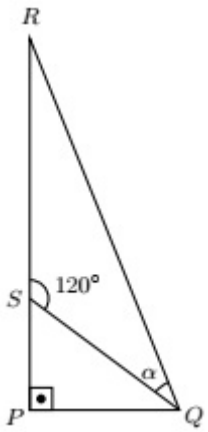
A partir dos gráficos, é correto concluir que a menor solução positiva da equação

$$\cos(2\sin x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

vale aproximadamente:

(a) $0,2$
(b) $0,3$
(c) $0,4$
(d) $0,5$
(e) $0,6$

304. (INSPER – SP)



No triângulo PQR, retângulo em P, $PR = 12$ e $PQ = \sqrt{3}$. O ponto S, pertence ao lado $\overline{PR}$, é tal que o ângulo $R\widehat{S}Q$ mede 120°. Assim, sendo α a medida do ângulo $S\widehat{Q}R$, o valor de $\sin\alpha$ é:

(a) $\frac{7}{10}$

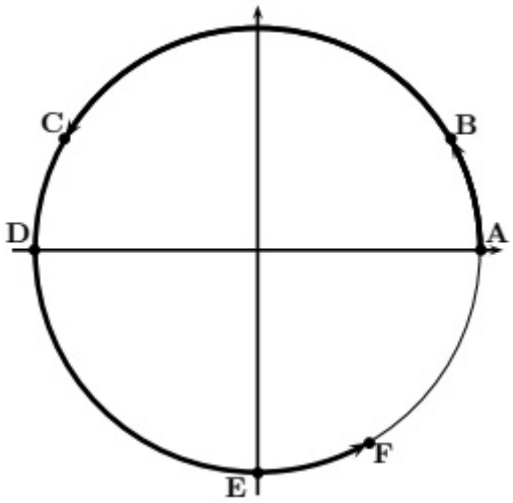
(b) $\frac{9}{11}$

(c) $\frac{7}{12}$

(d) $\frac{12}{13}$

(e) $\frac{11}{14}$

305. (INSPER – SP) A figura abaixo representa a circunferência trigonométrica (cujo raio mede 1). As medidas dos arcos menores AB, CD e EF são todos iguais a $\frac{\pi}{6}$.



Se x, y e z são números positivos e representam, respectivamente, as medidas dos arcos trigonométricos AB, AC e AF, então

$$\sin(x) + \sin(y) + \sin(z) + \cos(x) + \cos(y) + \cos(z)$$

é igual a:

(a) $\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$

(b) $\frac{1}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$

(c) $\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

(d) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

(e) $\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

306. (INSPER – SP) Considere o conjunto $A = \{0, 1, \sqrt{2}, \pi, 4\}$. Uma expressão que define uma função de A em A é:

(a) $(x^2 - 2) \cdot \cos(x) \cdot \sin(\pi x)$

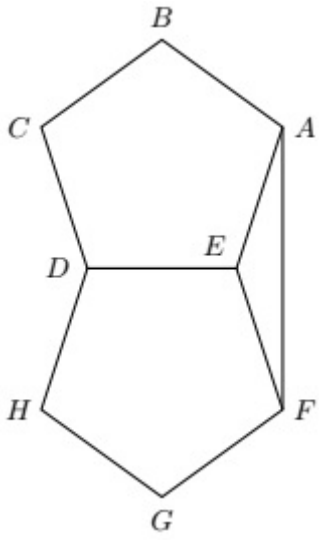
(b) $(x^2 - 4) \cdot \sin(x) \cdot \cos(\pi x)$

(c) $(x^2 - 2) \cdot \sin(x) \cdot \cos(\pi x)$

(d) $(x^2 - 4) \cdot \cos(x) \cdot \sin(\pi x)$

(e) $(x^2 - 2) \cdot \sin(x) \cdot \sin(\pi x)$

307. (INSPER – SP) Na figura a seguir, os pentágonos $ABCDE$ e $DEFGH$ são regulares com lados medindo 1.



Se a área do triângulo AEF é igual a S, então $\cos 36°$ vale:

(a) $\dfrac{\sqrt{2 - S}}{2}$

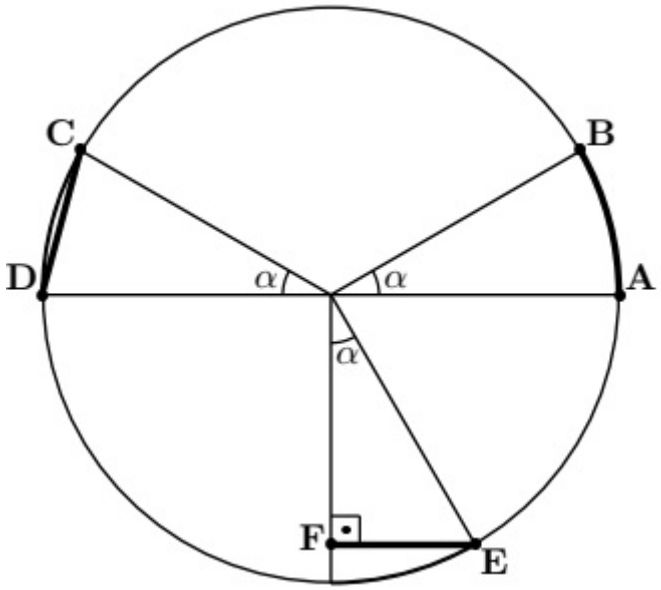
(b) $\dfrac{\sqrt{1 + S}}{2}$

(c) $\dfrac{\sqrt{1 - 2S}}{4}$

(d) $\sqrt{4 - S^2}$

(e) $\sqrt{1 - 4S^2}$

308. (INSPER – SP) Na figura abaixo, a circunferência tem raio igual a 3 cm e α mede 30°.



É correto concluir da comparação da medida do arco **AB** com as medidas dos segmentos **CD** e **EF** que:

(a) $3\sqrt{2-\sqrt{3}} < \dfrac{3}{2} < \dfrac{\pi}{2}$

(b) $\dfrac{\pi}{2} < 3\sqrt{2-\sqrt{3}} < \dfrac{3}{2}$

(c) $\dfrac{3}{2} < 3\sqrt{2-\sqrt{3}} < \dfrac{\pi}{2}$

(d) $\dfrac{3}{2} < 3(2-\sqrt{3}) < \dfrac{\pi}{2}$

(e) $\dfrac{3}{2} < \dfrac{\pi}{2} < 3(2-\sqrt{3})$

309. (INSPER – SP) Considere dois ângulos agudos cujas medidas a e b, em graus, são tais que

$$a + b = 90^\circ \text{ e } 4\sin a - 10\sin b = 0.$$

Nessas condições, é correto concluir que:

(a) $\tan a = 1$ e $\tan b = 1$

(b) $\tan a = 4$ e $\tan b = \dfrac{1}{4}$

(c) $\tan a = \dfrac{1}{4}$ e $\tan b = 4$

(d) $\tan a = \dfrac{2}{5}$ e $\tan b = \dfrac{5}{2}$

(e) $\tan a = \dfrac{5}{2}$ e $\tan b = \dfrac{2}{5}$

310. (INSPER – SP) Se a sequência $(3, x, \cos\theta)$ é uma progressão aritmética, sendo x e θ números reais, então:

(a) $-1,5 \leq x \leq 0$

(b) $-1 \leq x \leq 1$

(c) $0,5 \leq x \leq 1,5$

(d) $1 \leq x \leq 2$

(e) $2 \leq x \leq 4$

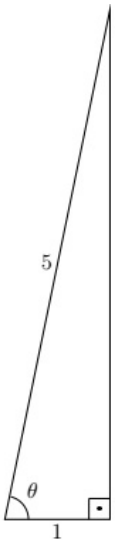
311. (INSPER – SP) Seja θ um ângulo maior do que 45° e menor do que 90°. Considere uma progressão geométrica cujo primeiro termo e cuja razão são, respectivamente,

$$a_1 = \tan^2(\theta) - 1 \text{ e } q = \sin^2(\theta).$$

(a) Determine, em termos de θ, o limite da soma dos termos dessa progressão:

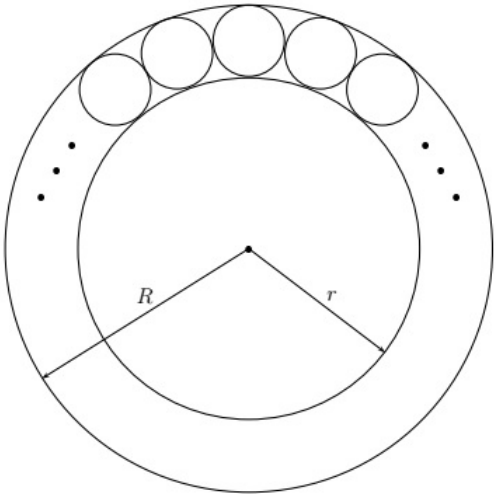
$$\mathrm{S} = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots$$

(b) Considere agora que θ é o ângulo dado do triângulo retângulo e não isósceles representado a seguir, cuja hipotenusa mede 5 e cujo cateto menor mede 1.



Calcule o valor numérico do limite da soma obtida no item(a).

312. (INSPER – SP) Um rolamento, peça largamente utilizada na indústria, pode ser descrito de maneira bem simplificada como conjunto de dois cilindros de bases concêntricas e mesma altura, além de várias esferas idênticas, colocadas entre as superfícies laterias de dois cilindros.
A figura a seguir, mostra o esquema de um rolamento: os raios das bases dos dois cilindros medem r e R, respectivamente, e as esferas são tangentes entre si e também tangentes às superfícies laterais dos cilindros. As esferas ocupam todo o espaço entre os cilindros, mas apenas cinco delas estão desenhadas na figura.

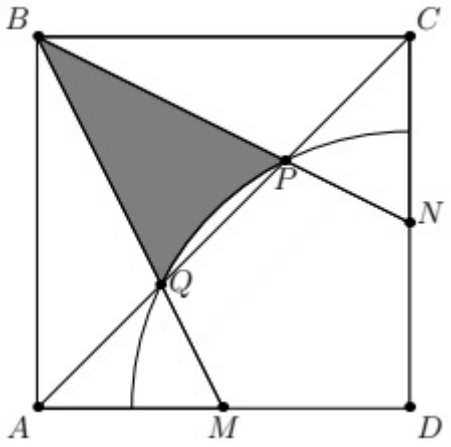


(a) Determine, em função de r e R, a medida do raio de cada esfera.

(b) Determine o total de esferas existentes em um rolamento em que $r = 33$ mm e $R = 47$mm, usando, se necessário, as aproximações fornecidas na tabela.

α	$5°$	$10°$	$15°$	$20°$	$25°$
$\sin\alpha$	$\frac{1}{10}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{13}{50}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{21}{50}$

313. (INSPER – SP)



Na figura:

- $ABCD$ representa um quadrado de lado 2;
- M é ponto médio de $\overline{AD}$ e N é ponto médio de $\overline{CD}$;
- $\overline{AC}$ é uma diagonal do quadrado;
- o arco que passa por P e Q é um arco de circunferência com centro em D.

(a) Calcule a medida do segmento $\overline{BQ}$.

(b) Calcule a área da região sombreada.Se necessário, considere que o ângulo cujo seno vale $0,6$ é aproximadamente $36°$.

314. (INSPER – SP) A sequência

$$\left(\cos\left(\frac{\pi}{1}\right), \cos\left(\frac{\pi}{2}\right), \cos\left(\frac{\pi}{3}\right), \cos\left(\frac{\pi}{4}\right), \ldots, \cos\left(\frac{\pi}{n}\right), \ldots, \cos\left(\frac{\pi}{2008}\right)\right)$$

possui x termos maiores do que $0,6$. Portanto,

(a) $x = 2008$

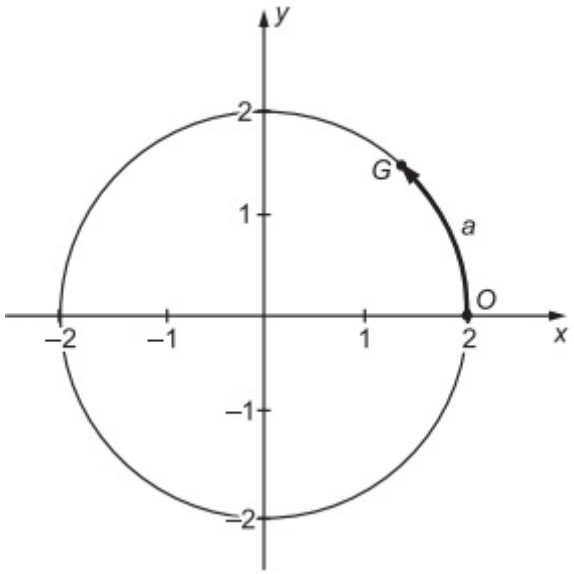
(b) $x = 2005$

(c) $x = 2003$

(d) $x = 6$

(e) $x = 3$

315. (INSPER – SP) Na figura a seguir está representada uma circunferência de raio 2.



Considere que:

- O é o ponto $(2, 0)$ e G é um ponto qualquer sobre essa circunferência, distinto de O;
- a é o comprimento do arco da circunferência delimitado por O e G no sentido anti-horário (indicado pela flecha na figura).

(a) Se as coordenadas do ponto G, em termos de a, são dadas por $(f(a), g(a))$, calcule

$$\left\{\left[f\left(\frac{\pi}{6}\right)\right]^2 + \left[g\left(\frac{\pi}{6}\right)\right]^2\right\}^2$$

(b) Determine o menor valor de a para o qual $f(a) \cdot g(a) = 1$.

316. (INSPER – SP) Considere a função

$$f(x) = \sqrt{1 - x^2} - \frac{1}{2}$$

(a) Determine o menor e o maior valor que $f(x)$ assume, ou seja, determine o valor mínimo e o valor máximo do conjunto imagem de $f(x)$.

(b) Sendo x um elemento qualquer no domínio de $f(x)$, qual dos dois é maior: $\sin(f(x))$ ou $\cos(f(x))$? Dica: lembre-se que como $\pi > 3$, então $\frac{\pi}{6} > \frac{1}{2}$.

317. (INSPER – SP) Um edifício tem a forma de um cilindro circular reto. Há uma escada, na forma de espiral, que envolve o edifício desde o chão até a cobertura. Uma pessoa que sobe essa escada tem seu movimento no espaço tridimensional descrito pelas coordenadas a seguir:

$$x = 20\cos\left(\frac{\pi}{30}t\right),\ y = 20\sin\left(\frac{\pi}{30}t\right) \text{ e } z = 0,1t,$$

em que t é o número de degraus que a pessoa já subiu, sendo $t = 0$, o nível do chão. Sabendo que cada volta completa em torno do prédio por meio dessa escada equivale a subir um andar e que o prédio tem 20 andares, uma pessoa que sobe o chão à cobertura inicia na altura $z = 0$ e termina na altura:

(a) $z = 120$

(b) $z = 240$

(c) $z = 600$

(d) $z = 1200$

(e) $z = 2400$

318. (INSPER – SP) Dados dois números reais positivos a e b, sejam $A(a, b) = \frac{a+b}{2}$ e $G(a, b) = \sqrt{ab}$ sua médias aritmética e geométrica, respectivamente. Nessas condições, sendo x um número real tal que $A(\sin(x), \cos(x)) = G(\sin(x), \cos(x))$ e $0 < x < \frac{\pi}{2}$, podemos concluir que:

(a) $x = \frac{\pi}{8}$

(b) $x = \frac{\pi}{6}$

(c) $x = \frac{\pi}{5}$

(d) $x = \frac{\pi}{4}$

(e) $x = \dfrac{\pi}{3}$

319. (INSPER – SP) Uma nova loteria foi inventada, a "trigoloteira". Nessa loteira, um apostador precisa escolher apenas um número θ no intervalo $]\,0; \dfrac{\pi}{2}\,[$. Depois disso, o apostador gira duas roletas, A e B ao mesmo tempo duas vezes. Os resultados de cada roleta podem ser apenas "prêmio"ou "perdeu". O apostador ganha na trigoloteria se obtiver duas vezes consecutivas o resultado "prêmio"em pelo menos uma das roletas. A tabela abaixo indica as possibilidades das duas roletas fornecerem o resultado "prêmio"em cada uma das duas roletas.

Roleta	A	B
1ª Rodada	$\sin(\theta)$	$\cos(\theta)$
2ª Rodada	$\cos(\theta)$	$\sin(\theta)$

(a) Calcule, em função de θ, a probabilidade de uma pessoa que aposta uma vez não ganhar na loteria.

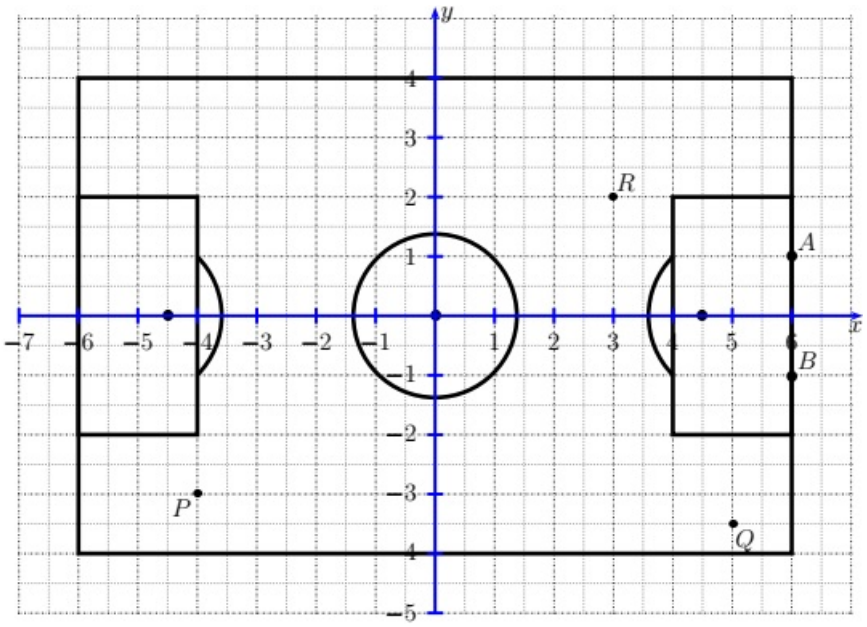
(b) Determine o valor de θ para o qual a probabilidade de alguém que faz uma aposta não ganhar na trigoloteria é a menor possível.

320. (INSPER – SP) Considere a expressão $y = \cos(2^x)$, em que $x \in \mathbb{R}$, para responder o que se pede a seguir.

(a) Determine o menor valor real de x para o qual $\cos(2^x) = 1$.
Dados: $\log 2 \approx 0,30$ e $\log \pi \approx 0,50$.

(b) Sabendo que $\cos(2^x) = \dfrac{3}{4}$, calcule $\cos(2^{x+1})$.

321. (INSPER – SP) A figura abaixo ilustra um campo de futebol.



Um jogador posicionado no ponto P fará um lançamento para o atacante de seu time que está no lado oposto do campo sobre o ponto Q, de modo que a bola siga a trajetória da reta de equação $x - 7y - 17 = 0$. O jogador não goleiro do time adversário que está mais à direita no campo, localiza-se sobre o ponto R. Para que não seja considerado "impedido", o atacante precisa, no momento do lançamento, estar num ponto alinhado verticalmente (paralelo ao eixo Oy) ou mais à esquerda do que o ponto R.

(a) Determine a menor distância em que o atacante precisará correr para chegar à linha de trajetória da bola sem ser considerado impedido.

(b) O objetivo do atacante é chutar para o gol delimitado pelas traves que estão sobre os pontos A e B. Para isso, ele pretende pegar a bola sobre o ponto que gerou a distância mínima do item anterior, correr com ela para a esquerda numa trajetória paralela ao eixo Ox até um ponto C, localizado a uma distância k da linha do fim do campo (reta $\overleftrightarrow{AB}$), e chutar ao gol. Determine k para que o ângulo de visão do atacante ($\angle A\widehat{C}B$) seja o menor possível. $\left(\text{Se necessário, utilize a fórmula } \tan(\beta - \alpha) = \dfrac{\tan(\beta) - \tan(\alpha)}{1 + \tan(\beta)\tan(\alpha)}\right)$

322. (INSPER – SP) Dado o conjunto $A = \left\{\frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{4\pi}{4}, \ldots, \frac{n\pi}{4}, \ldots\right\}$, considere a função $f : A \longrightarrow \mathbb{R}$ dada pela lei $f(x) = \sin x + \cos x$. Se I é o conjunto imagem da função f, então I possui:

(a) 2 elementos

(b) 4 elementos

(c) 5 elementos

(d) 8 elementos

(e) infinitos elementos

323. (INSPER – SP) Euler e Gauss, os dois professores de matemática de uma escola, usam um dado de seis faces não viciados para definir o elaborador de cada prova. Pelas regras estabelecidas, cada um deles lança o dado uma vez e calcula o cosseno do arco cuja medida, em radianos, é igual ao número de pontos por ele obtido. Aquele que obtém o menor resultado preparava a prova, sendo que, em caso de empate, cada um faz metade das questões. Se numa certa disputa Euler obtiver em seu lançamento o número 2, então a probabilidade de que Gauss tenha de preparar todas as questões dessa prova será igual a:

(a) $\frac{1}{3}$

(b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{6}$

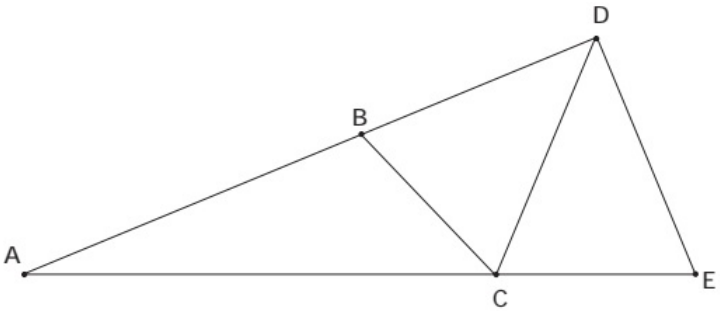
(d) $\frac{2}{3}$

(e) $\frac{5}{6}$

324. (INSPER – SP)

Na figura ao lado, tem-se que:

- os segmentos $\overline{BD}, \overline{CD}, \overline{DE}$ são congruentes e cada um mede 4cm;
- o ângulo $C\widehat{D}E$ mede o dobro da medida do ângulo $B\widehat{A}C$;
- o ponto C pertence à bissetriz do ângulo $B\widehat{D}E$.



(a) Calcule a medida do segmento $\overline{CE}$.

(b) Calcule a medida do segmento $\overline{AC}$.
(*Dica*: se precisar utilize a seguinte fórmula: $\cos(2\alpha) = 1 - 2\sin^2(\alpha)$.)

325. (INSPER – SP) Seja θ a medida, em graus, de um ângulo agudo. Se $4\sin(2\theta) = 13\cos^2(\theta)$, então pode-se concluir que:

(a) $0 < \theta < 15$

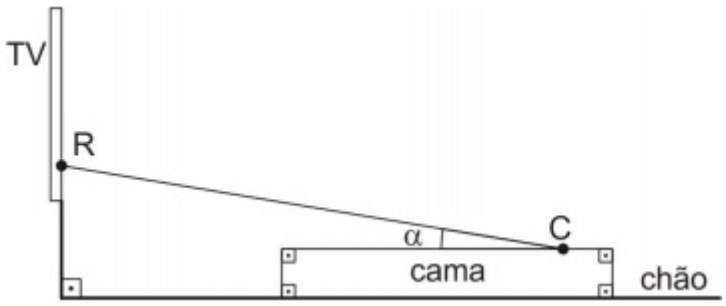
(b) $15 < \theta < 30$

(c) $30 < \theta < 45$

(d) $45 < \theta < 60$

(e) $60 < \theta < 90$

326. (PUCCAMP – SP) Paulo está deitado na cama e assistindo à TV. Na figura, C representa um ponto sobre a cama a partir do qual o controle remoto da TV foi acionado na direção do receptor de sinal indicado por R. A medida que o ângulo entre a linha que representa o sinal transmitido e a cama é igual a α.



Dados:

α	$11,3°$	$11,5°$	$12,1°$	$12,4°$	$78,5°$
$\sin\alpha$	$0,196$	$0,199$	$0,210$	$0,215$	$0,980$
$\cos\alpha$	$0,981$	$0,980$	$0,978$	$0,977$	$0,199$
$\tan\alpha$	$0,200$	$0,203$	$0,214$	$0,220$	$4,915$

Sabe-se, ainda, que:

- R está a $1,2$ m do chão;
- a altura da cama em relação ao chão é de 40 cm;
- C está a 4 metros de distância da parede em que a TV está fixada;
- a espessura da TV é desprezível.

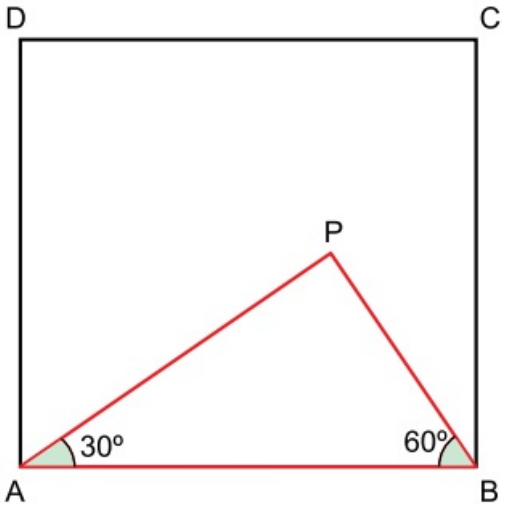
Nas condições descritas e consultando a tabela, α é igual a:

(a) $78,5°$
(b) $11,5°$
(c) $12,1°$
(d) $12,4°$
(e) $11,3°$

327. (ESPM – SP) A sequência $S = (\sin 60°, 1 + \sin 30°, 3\cos 30°)$ é uma:

(a) PA de razão $\tan 30°$
(b) PG de razão $\sin 60°$
(c) PA de razão $\tan 45°$
(d) PA de razão $1 + \sin 60°$
(e) PG de razão $\tan 60°$

328. (USCS – SP) Em um cartão quadrado ABCD, de área igual a 256 cm^2, destaca-se uma região triangular ABP, conforme mostra a figura.



O perímetro da região limitada pelo triângulo ABP é igual a:

(a) $8(2+\sqrt{2})$ cm

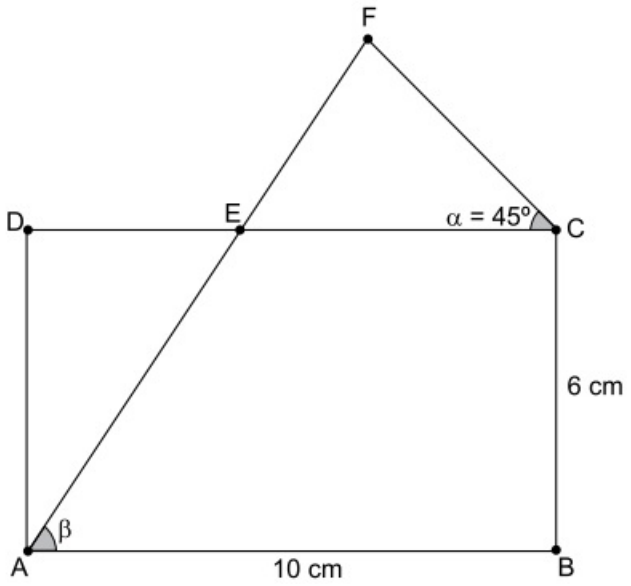
(b) $6(3+\sqrt{3})$ cm

(c) $24\sqrt{3}$ cm

(d) $8(3+\sqrt{3})$ cm

(e) $32\sqrt{3}$ cm

329. (USCS – SP) No retângulo ABCD da figura, a base mede 10 cm e a altura mede 6 cm. O ponto E pertence ao lado CD e o ângulo $E\widehat{C}F$ mede 45°.



Sabendo que $\tan\beta = 1,5$, a altura do triângulo ECF em relação ao vértice F mede:

(a) 3,5 cm

(b) 3,6 cm

(c) 3,7 cm

(d) 3,3 cm

(e) 3,4 cm

330. (UNITAU – SP) Para analisar a influência de determinado medicamento, a pressão P do sangue expressa em mmHg, em função do tempo t, expresso em segundos, $0 \leq t \leq 600$ contados a partir do instante inicial de aplicação do remédio, em um paciente monitorado, pode ser modelada, pela função $P(t) = 110+30\cdot\sin\left(\frac{7\pi}{1800}\cdot t\right)$. Utilizando, se necessário, as aproximações $\sqrt{2} = 1,4$ e $\sqrt{3} = 1,7$, é correto afirmar:

(a) Ao aplicar o remédio, a pressão do paciente era de 140 mmHg.

(b) Ao aplicar o remédio, a pressão do paciente era de 80 mmHg.

(c) Ao término do período de avaliação, a pressão era superior à verificada aos 5 minutos de aplicação do remédio.

(d) Aos 5 minutos de aplicação, a pressão atingiu seu valor máximo, que é de 140 mmHg.

(e) Aos 5 minutos de aplicação, a pressão atingiu seu valor máximo, que é de 80 mmHg.

331. (UNITAU – SP) A Unidade Básica de Saúde (UBS) de um determinado bairro atende das 6 h às 18 h, de segunda à sexta-feira. Após estudos, verificou-se que, diariamente, o fluxo $f(t)$ de pessoas que passam pela UBS, a cada hora t, contada a partir de sua abertura ($t = 0$), pode ser modelada pela função: $f(t) = 36 + 14 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot t + \frac{4\pi}{3}\right)$.
Desse modo, é correto afirmar que:

(a) O número de pessoas que comparecem à UBS diariamente no momento de sua abertura, é de 36 pessoas.

(b) O número mínimo de pessoas que passam pela UBS diariamente é de 22 pessoas, e que isso ocorre às 12 h.

(c) O número mínimo de pessoas que passam pela UBS diariamente é de 22 pessoas, e que isso ocorre às 14 h.

(d) O número máximo de pessoas que passam pela UBS diariamente é de 50 pessoas, e que isso ocorre às 8 h.

(e) O número máximo de pessoas que passam pela UBS diariamente é de 50 pessoas, e que isso ocorre às 10 h.

332. (UNITAU – SP) Uma pessoa em um terreno horizontal observa o topo de uma torre de energia sob um ângulo de 60°. Quando recua 30 m, observa o topo da torre sob um ângulo visual de 30°.
Considere:

$$\sin 30° = \cos 60° = \frac{1}{2} \text{ e } \cos 30° = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Pode-se afirmar corretamente que a altura da torre é:

(a) $15\sqrt{3}$ m

(b) $30\sqrt{3}$ m

(c) 30 m

(d) 20 m

(e) 15 m

333. (UNITAU – SP) Considere a função trigonométrica dada por $H(t) = 10 + 8 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{12} \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right)$, sendo t um número real.
É correto afirmar que:

(a) O período da função é 24π.

(b) O menor valor inteiro positivo de t para que $H(t)$ seja igual a 14 é 10.

(c) O menor valor inteiro positivo de t para que $H(t)$ seja igual a 14 é 12.

(d) Para $t = 12$, $H(t)$ tem valor 5.

(e) Para $t = 24$, $H(t)$ tem valor $10 + 4\sqrt{3}$.

334. (UNITAU – SP) O conjunto solução da equação $\sum_{n=1}^{\infty}(\cos x)^n = 1$, para $0 < x < 2\pi$, é:

(a) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$

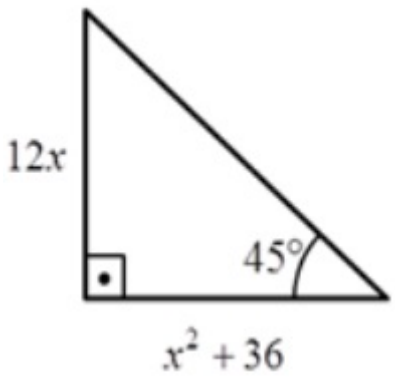
(b) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$

(c) $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}$

(d) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$

(e) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right\}$

335. (UNITAU – SP) Considerando o triângulo retângulo apresentado abaixo, no qual as medidas dos catetos são $12x$ e $x^2 + 36$, pode-se afirmar corretamente que o valor de x é:



(a) 1

(b) 2

(c) 4

(d) 6

(e) 8

336. (UNITAU – SP) Seja a matriz $A = (a_{ij})_{2x2}$, tal que

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ se } i = j \\ \sin^2 \alpha, \text{ se } i < j \\ -\sec^2 \alpha, \text{ se } i > j \end{cases},$$

o determinante de A é:

(a) 1
(b) -1
(c) $\sin^2 \alpha$
(d) $\cos^2 \alpha$
(e) $\sec^2 \alpha$

337. (UNITAU – SP) Sabendo-se que:

$$A = \sin(275° + 3a - b + c) - \cos(535° - 3a + b - c)$$

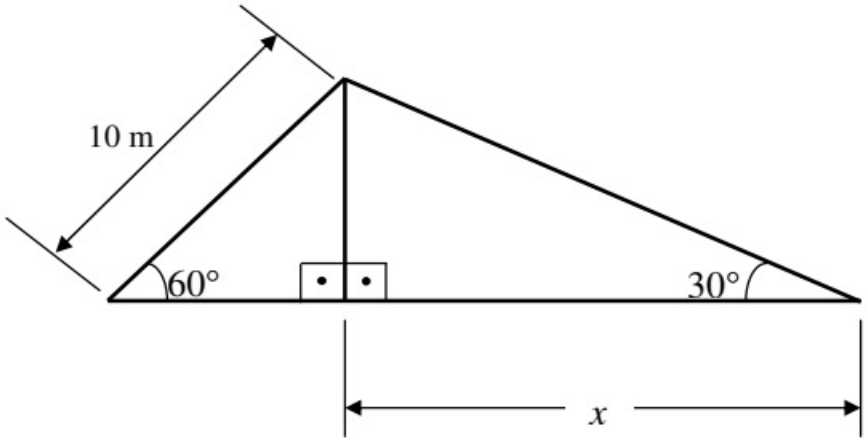
em que a, b e c pertencem ao conjunto dos números reais, é correto afirmar que:

(a) $A = -2$
(b) $A = -1$
(c) $A = 0$
(d) $A = 1$
(e) $A = 2$

338. (UNITAU – SP) Sabendo-se que θ é a medida de um ângulo agudo e que $\cos\theta = \dfrac{15}{17}$, é correto afirmar que:

(a) $\sin\theta = \dfrac{8}{15}$
(b) $\tan\theta = \dfrac{8}{17}$
(c) $\cot\theta = \dfrac{17}{8}$
(d) $\sec\theta = \dfrac{17}{15}$
(e) $\csc\theta = \dfrac{15}{8}$

339. (UNITAU – SP) Sabendo-se que $\sin(30°) = \cos(60°) = \frac{1}{2}$ e $\cos(30°) = \sin(60°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, é correto afirmar que a medida de x, na figura abaixo é:



(a) 35 m
(b) 30 m
(c) 25 m
(d) 20 m
(e) 15 m

340. (UNITAU – SP) Seja A a matriz $(a_{ij})_{2x2}$ definida por

$$a_{ij} = \begin{cases} \log_4(3+i), \text{ se } i < j \\ 2i + j, \text{ se } i = j \\ \cos(i\pi), \text{ se } i > j \end{cases},$$

O determinante de A é:

(a) 5
(b) 0
(c) 17
(d) 13
(e) 32

341. (UNITAU – SP) Sendo $\mathbb{R}$ e $\mathbb{Z}$ as representações para os conjuntos dos números reais e dos números inteiros, respectivamente, o conjunto solução, em $\mathbb{R}$, da equação

$$\sin(3x) - \sin(x) = 2\cos(2x),$$

é:

(a) $\mathrm{S} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \text{ ou } x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

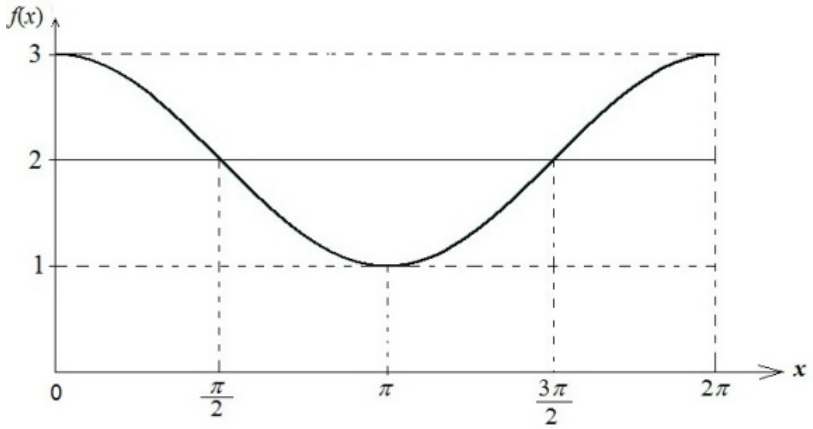
(b) $\mathrm{S} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \text{ ou } x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

(c) $\mathrm{S} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \text{ ou } x = \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

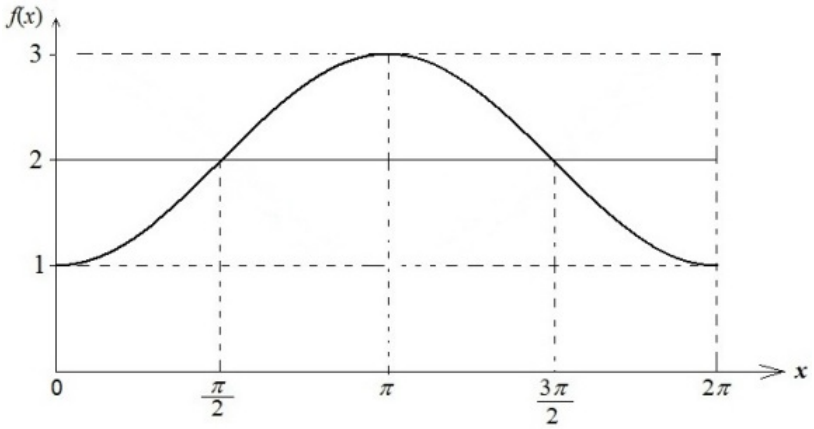
(d) $\mathrm{S} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \dfrac{\pi}{2} + \dfrac{k\pi}{2} \text{ ou } x = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

(e) $\mathrm{S} = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \dfrac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ ou } x = k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

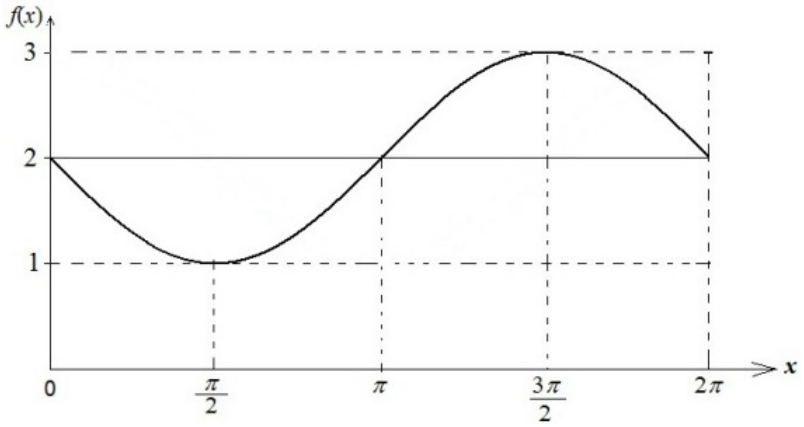
342. (UNITAU – SP) Sabe-se que os modelos matemáticos empregados para descrever o processo respiratório fazem uso de funções periódicas. Considerando-se que $f(x) = 2 - \sin\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right)$, representa, de forma simplificada, uma dessas funções, para $0 \leq x \leq 2\pi$, é correto afirmar que o gráfico que representa $f(x)$ é:



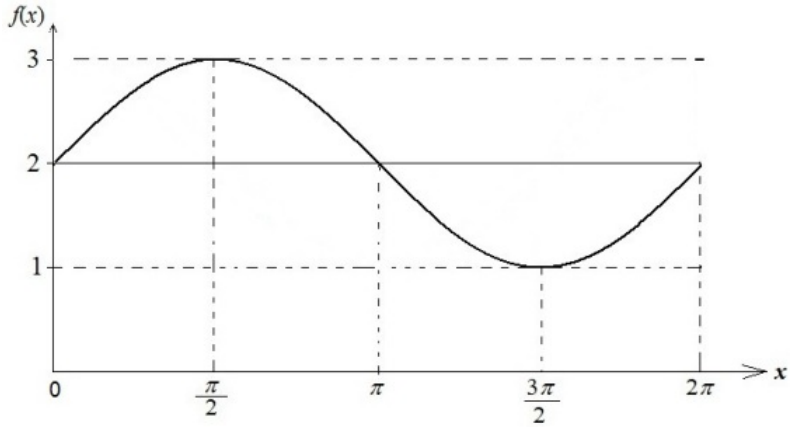
(a)



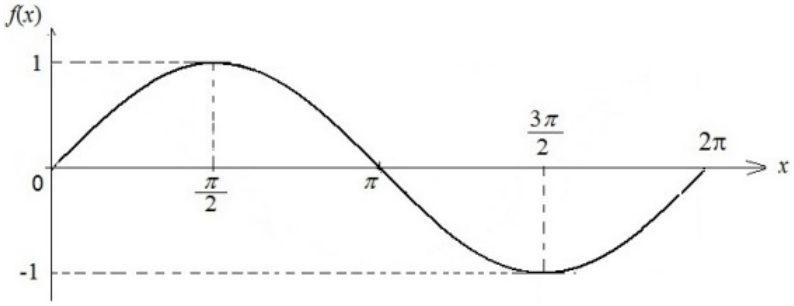
(b)



(c)



(d)

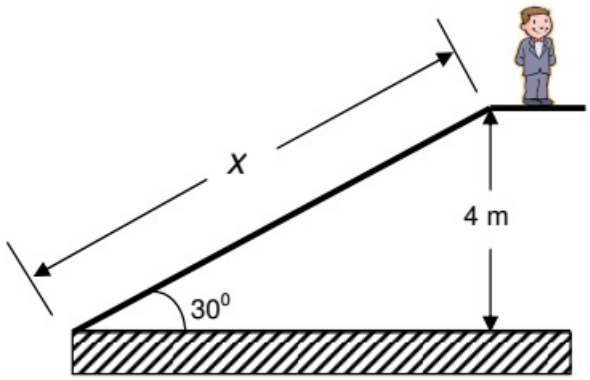


(e)

343. (UNITAU – SP) Uma rampa lisa faz um ângulo 30° com o plano horizontal. Uma pessoa que sobe essa rampa, até o fim, eleva-se verticalmente em 4 metros, conforme ilustrado abaixo. Sabendo-se que

$$\sin 30° = \frac{1}{2},\ \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ e } \tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

o comprimento dessa rampa, representado por x na figura, é igual a:

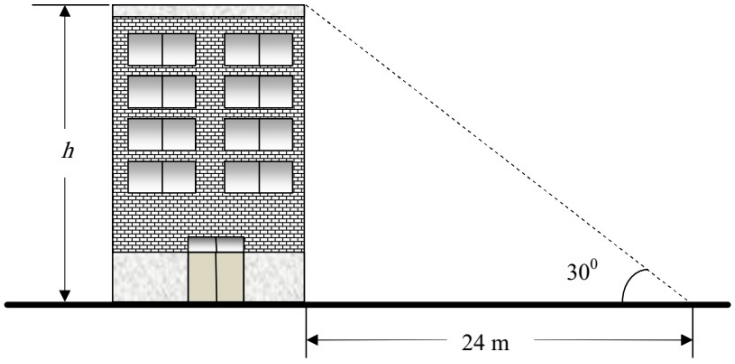


(a) 8 m
(b) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ m
(c) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ m
(d) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ m
(e) 12 m

344. (UNITAU – SP) Seja a matriz $A = \begin{bmatrix} \sin(x) & -\cos(x) \\ \cos(x) & \sin(x) \end{bmatrix}$. É correto afirmar que o determinante é:

(a) -1
(b) 0
(c) 1
(d) $\sin(x)$
(e) $\cos(x)$

345. (UNITAU – SP) Um engenheiro deseja calcular a altura de um edifício. Para isso, afasta-se 24 m da base do edifício e visualiza o seu topo sob um ângulo de 30°, conforme ilustrado na figura.



Sabendo-se que $\sin 30° = \frac{1}{2}$ e $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, pode-se afirmar que a altura do edifício é:

(a) $12\sqrt{3}$ m

(b) 12 m

(c) $8\sqrt{3}$ m

(d) $6\sqrt{3}$ m

(e) 8 m

346. (UNITAU – SP) Sabendo-se que x é um número real, e que k é um número inteiro, o conjunto solução da equação $\log(2^{2\cos x} - 3 \cdot 2^{\cos x} + 3) = 0$ é:

(a) $\mathrm{S} = \left\{x = k\pi \text{ ou } x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right\}$

(b) $\mathrm{S} = \left\{x = 2k\pi \text{ ou } x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right\}$

(c) $\mathrm{S} = \left\{x = \frac{k\pi}{17}\right\}$

(d) $\mathrm{S} = \{x = k\pi\}$

(e) $\mathrm{S} = \left\{x = 2k\pi \text{ ou } x = \frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$

347. (UNITAU – SP) Dois planos secantes α e β formam entre si um ângulo de 60° e têm em comum a reta r. Os pontos A e B são tais que A $\in \alpha$, B $\in r$, $\overline{AB} \perp r$ e $\overline{AB}$ mede 10 m. Sabendo-se que $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, pode-se afirmar que a medida da projeção ortogonal de $\overline{AB}$ sobre β é:

(a) 5 m

(b) 8 m

(c) 10 m

(d) $6\sqrt{3}$ m

(e) $8\sqrt{3}$ m

348. (UNICID – SP) Considere a matriz quadrada $A = (a_{ij})_{2x2}$, de ordem 2,tal que

$$a_{ij} = \begin{cases} cos^2(i\pi) + \sin^2(j\pi), \text{ se } i = j \\ \\ f(i,j), \text{ se } i \neq j \end{cases} \quad \text{para todo } i, j \in \{1, 2\}.$$

Seja $f(i,j) = 5|i-j|$, em que $|x|$ significa o valor absoluto de x. Se $B = 3A^{-1}$, o determinante da matriz B vale:

(a) $-\frac{3}{8}$

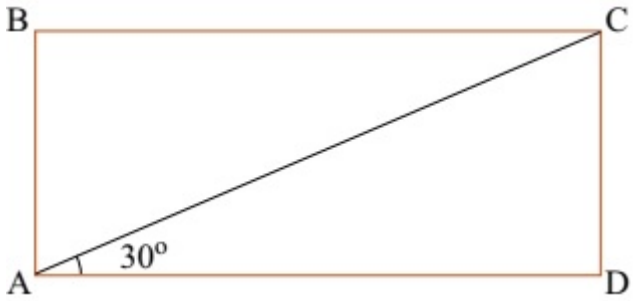
(b) 1

(c) $-\frac{8}{3}$

(d) $\frac{3}{8}$

(e) $\frac{8}{3}$

349. (UNICID – SP) A figura mostra o retângulo ABCD, com diagonal $\overline{AC}$ mede $\sqrt{3}$ cm e forma um ângulo de 30° com um dos lados.



Desse modo, pode-se afirmar que a área desse retângulo, em cm^2 é igual a:

(a) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

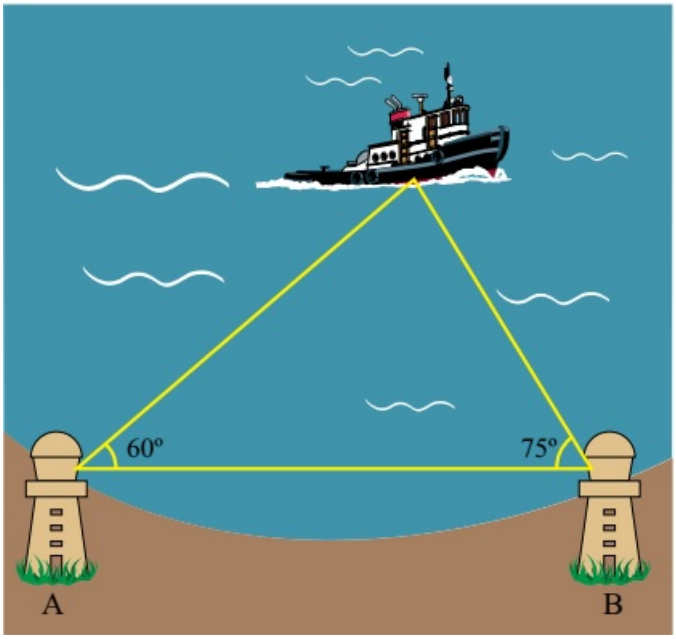
(b) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

(c) $3\sqrt{3}$

(d) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

(e) $\frac{6\sqrt{3}}{4}$

350. (UNICID – SP) Dois postos de observação, A e B, em terra, estão distantes $\sqrt{150}$ km um do outro e formam com um navio, em um dado instante, os vértices de um triângulo, conforme mostra a figura.



A distância, em km, entre o posto de observação B e o navio é:

(a) 15

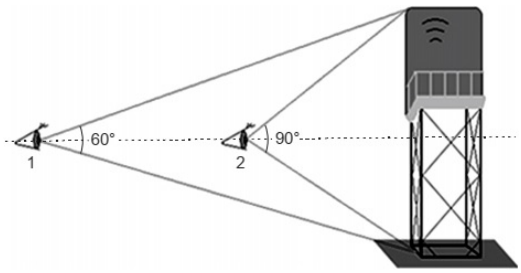
(b) 21

(c) 18

(d) 27

(e) 24

351. (PUCCAMP – SP) A figura mostra o *ângulo de visão* que um mesmo observador tem de uma estrutura de caixa d'água em dois pontos diferentes. Sabe-se que a altura dos olhos, em relação ao piso plano sobre o qual a estrutura está apoiada perpendicularmente, é exatamente a metade da altura da caixa d'água, e que a distância entre os dois pontos de observação é de 2 metros.



Dados:

	$30°$	$45°$	$60°$
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

A partir dessas informações, é possível determinar que a altura da estrutura da caixa d'água, em metros, é igual a:

(a) $3\sqrt{3} - 2$

(b) $\dfrac{\sqrt{3}+2}{3}$

(c) $2\sqrt{3}+2$

(d) $\sqrt{3}+2$

(e) $\sqrt{3}+1$

352. (PUCCAMP – SP) *"... tudo teria começado com a haste vertical ao sol, que projetava sua sombra num plano horizontal demarcado."* Com um ângulo de inclinação de 30°, em relação ao solo plano, os raios solares incidindo sobre uma haste vertical de $2,5$ m de comprimento geram uma sombra de x m. Um pouco mais tarde, quando o ângulo de inclinação dos raios solares é de 45°, a mesma sombra gerada agora é de y m. A diferença entre x e y é de, aproximadamente,

$$\begin{array}{lll} \sin 30^\circ = 0,5 & \cos 30^\circ = 0,866 & \tan 30^\circ = 0,577 \\ \sin 45^\circ = 0,707 & \cos 45^\circ = 0,707 & \tan 45^\circ = 1 \end{array}$$

(a) 1 m

(b) $1,83$ m

(c) $2,45$ m

(d) $0,88$ m

(e) $2,27$ m

353. (PUCCAMP – SP) O relógio que está na torre do *Big Ben* foi construído com o ponteiro grande medindo $4,7$ metros e o ponteiro pequeno medindo $2,7$ metros. Exatamente às 2 horas, a distância entre as pontas, que marcam o tempo, dos dois ponteiros é de, aproximadamente,

(a) 1 m

(b) $1,83$ m

(c) $2,45$ m

(d) $0,88$ m

(e) $2,27$ m

Dados:

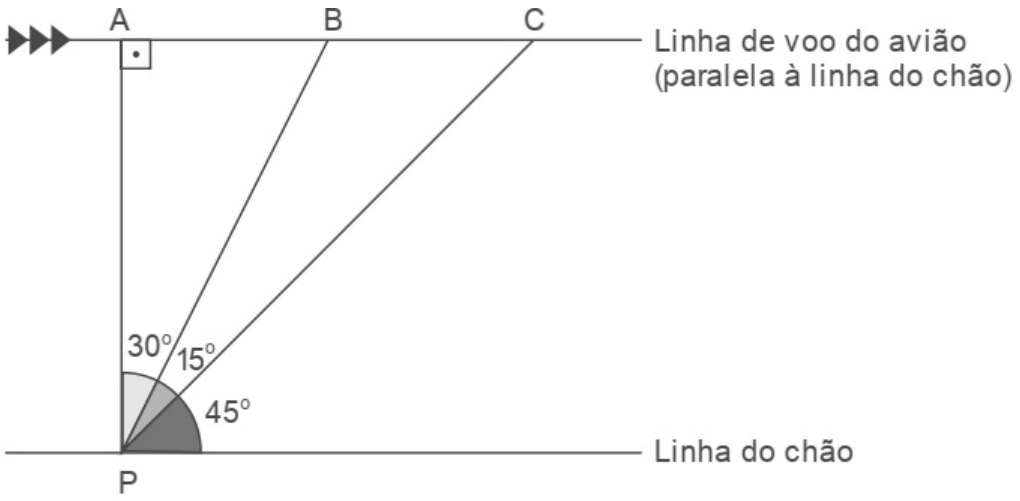
$\sin^2 \mathrm{A} + \cos^2 \mathrm{A} = 1$

$$\frac{\mathrm{a}}{\sin \mathrm{A}} = \frac{\mathrm{b}}{\sin \mathrm{B}} = \frac{\mathrm{c}}{\sin \mathrm{C}}$$

$\mathrm{a}^2 = \mathrm{b}^2 + \mathrm{c}^2 - 2 \cdot \mathrm{b} \cdot \mathrm{c} \cdot \cos \mathrm{A}$

$$\begin{array}{lll} \sin 30^\circ = 0,5 & \cos 30^\circ = 0,866 & \tan 30^\circ = 0,577 \\ \sin 60^\circ = 0,866 & \cos 60^\circ = 0,5 & \tan 60^\circ = 1,732 \\ \sin 90^\circ = 1 & \cos 90^\circ = 0 & \end{array}$$

354. (PUCCAMP – SP) A figura indica um *avião supersônico* voando de A para C a 12 km de altitude e com velocidade constante de 1872 km/h.



Desprezando-se a curvatura da Terra e adotando no cálculo final $\sqrt{3} = 1,7$, o tempo que esse avião leva para ir de B até C, em segundos, é igual a:

(a) 6

(b) 8

(c) 10

(d) 12

(e) 14

355. (PUCCAMP – SP) Em *Marte* existem *algumas paisagens familiares aos humanos: vales, ravinas, dunas, montanhas*. Uma das imagens mais famosas é a montanha conhecida como Pirâmide D&M, cuja vista superior é mostrada na figura abaixo. Seu nome é uma homenagem aos cientistas Vicent Di Pietro e Greg Molennar.

(ac99.info/2007/enigmas-do-universo-parte-ii-marte)

Ela aparenta ser uma pirâmide de 5 faces e estima-se que tenha 800 m de altura e volume em torno de 700 vezes o volume da Grande Pirâmide do Egito, que é de aproximadamente 2.600.000 m^3. Supondo que a base da Pirâmide D&M seja um pentágono regular cujo lado mede P metros e utilizando os dados da tabela abaixo, o número P é igual a:

Medida do ângulo	**seno**	**cosseno**	**tangente**
$36°$	$0,6$	$0,8$	$0,75$
$54°$	$0,8$	$0,6$	$1,4$
$72°$	$0,9$	$0,3$	3

(a) $10\sqrt{390}$

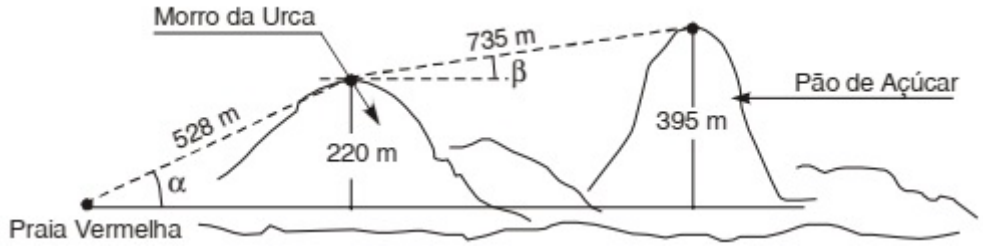
(b) $20\sqrt{445}$

(c) $50\sqrt{390}$

(d) $100\sqrt{390}$

(e) $100\sqrt{445}$

356. (PUCCAMP – SP) No *Rio de Janeiro* com o *privilegiado cenário natural*, muitos devem ter visitado o Pão de Açúcar com o bondinho partindo da Praia Vermelha e passando pelo Morro da Urca, como mostra a figura abaixo.



(Adaptado: Jornal **O Estado de S. Paulo** – V4 – Viagem & Aventura – 02/10/2007)
Nessas condições, é verdade que $\csc\alpha + \csc\beta$ é igual a:

(a) $6,8$

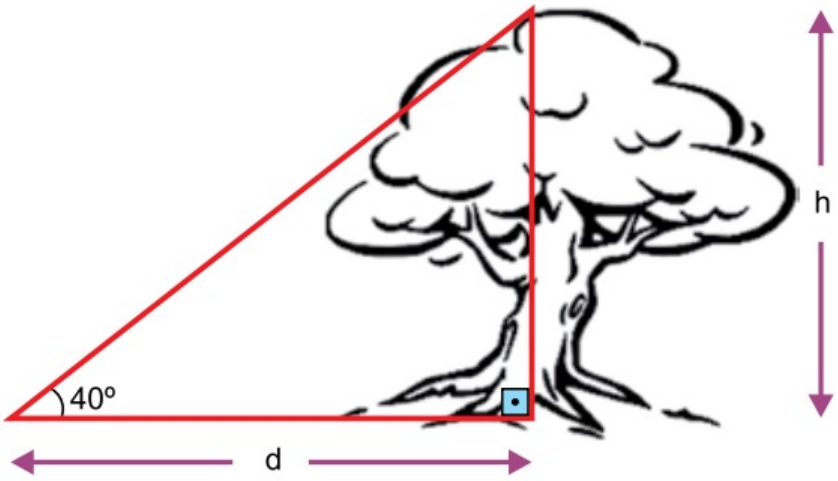
(b) $6,6$

(c) $6,4$

(d) $6,2$

(e) $6,0$

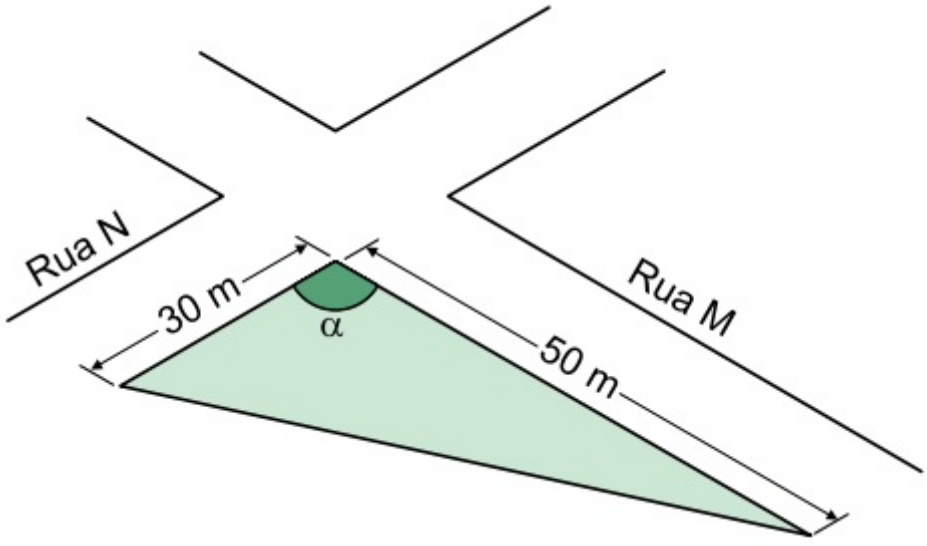
357. (UNINOVE – SP) Tales está a d metros de uma árvore. Ele sabe que a altura h da árvore está entre $4,20$ m e $5,04$ m e que a linha reta entre o ponto, no chão, em que está o ponto da árvore forma um ângulo de $40°$ com o chão, conforme a figura.



Utilizando a aproximação $\tan 40° = 0,84$, d é um número entre:

(a) 4 e 5
(b) 3 e 4
(c) 5 e 6
(d) 6 e 7
(e) 7 e 8

358. (FMJ – SP) No cruzamento das ruas M e N, há uma pequena praça de formato triangular, com 50 m de frente para a Rua M e 30 m de frente para a Rua N, conforme mostra a figura.



Sabendo-se que o ângulo indicado por α na figura mede 120°, a medida, em metros, do perímetro dessa praça é:

(a) $80 + 10\sqrt{19}$

(b) $150 + \sqrt{19}$

(c) 150

(d) $80 + 10\sqrt{13}$

(e) 180

359. (FMJ – SP) Sabe-se que uma matriz linha do tipo $A = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}$ é a representação matricial de um ponto $\mathrm{P}(x, y)$ do plano cartesiano. A matriz $R = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$ é chamada matriz de rotação, pois, quando $AR = T$, o ponto do plano que representa T é obtido a partir de uma rotação do ponto P de θ graus no sentido trigonométrico (anti-horário). Seja $T = \begin{bmatrix} -1 & 2 \end{bmatrix}$ resultado da rotação da matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$ em θ graus no sentido anti-horário. Com base nas informações, é correto afirmar que o valor de θ, no intervalo $[0°, 180°]$, que satisfaz a rotação é:

(a) $30°$

(b) $60°$

(c) $90°$

(d) $45°$

(e) $120°$

360. (FMJ – SP) A função real $f(t) = 100 - 20\cos(\theta t)$, com t expresso em segundos, pode ser usada para modelar o comportamento ideal da pressão sanguínea de uma pessoa. O modelo por função cossenoidal está intimamente ligado ao comportamento oscilatório e periódico dos batimentos cardíacos. Considere que cada batimento se dá em um período da função. Para um indivíduo que apresenta uma frequência de 100 batimentos por minuto, o valor de θ é:

(a) 2π

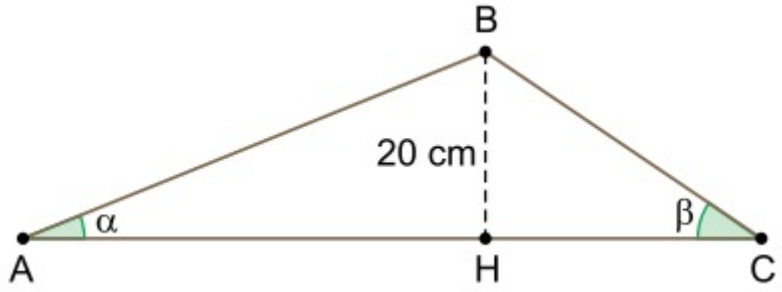
(b) 4π

(c) $\dfrac{4\pi}{3}$

(d) $\dfrac{8\pi}{3}$

(e) $\dfrac{10\pi}{3}$

361. (FCMH – SP) A altura de um triângulo ABC, relativamente ao vértice B, é 20 cm, conforme mostra a figura.



Dados os valores de $\tan\alpha = \dfrac{2}{5}$ e $\tan\beta = \dfrac{2}{3}$, a área do triângulo ABC é:

(a) 800 cm^2

(b) 900 cm^2

(c) 1000 cm^2

(d) 1100 cm^2

(e) 1200 cm^2

362. (IFSP – SP) Sabendo que $\cos\theta - \sin\theta = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$, então o valor de $\sin(2\theta)$ é:

(a) -1

(b) $-\dfrac{5}{9}$

(c) $\dfrac{1}{6}$

(d) $\dfrac{1}{3}$

(e) $\dfrac{5}{6}$

363. (IFSP – SP) Na figura, o quadrilátero ABCD está inscrito em uma circunferência. Sabendo-se que AB = 4, BC = 3, CD = 2 e AD = 1, então o valor de $\cos\widehat{A}$ é igual a:

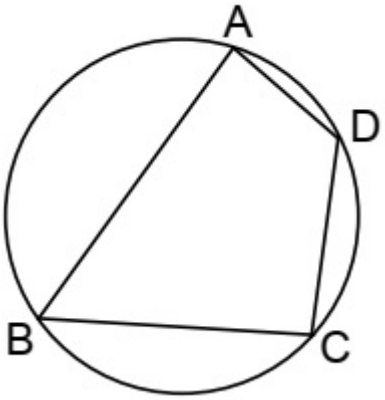
(a) $\dfrac{1}{5}$

(b) $\dfrac{1}{4}$

(c) $\dfrac{1}{2}$

(d) $\dfrac{2}{3}$

(e) $\dfrac{3}{4}$



364. (IFSP – SP) O número de raízes da equação $y = \sin(6x)$, entre 0 e 2π é igual a:

(a) 6

(b) 9

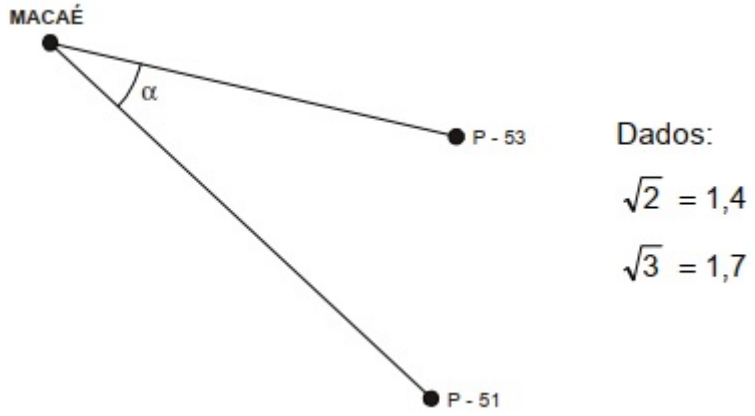
(c) 12

(d) 13

(e) 11

365. (SENAC – SP) *Na Bacia de Campos, a Petrobras tem 9 navios adaptados, chamados Unidades Flutuantes ou Plataformas de Produção de Petróleo. Na figura abaixo, tem-se duas delas, a P-51 e a P-53, localizadas, respectivamente, a 150 km e 120 km da cidade de Macaé.*

(**www.petrobras.com.br**)



Se $\alpha = 30°$, a distância entre essas plataformas, em quilômetros, é um número compreendido entre:

(a) 68 e 70

(b) 70 e 75

(c) 78 e 81

(d) 83 e 85

(e) 85 e 90

366. (UNIMEP – SP) Calculando o determinante $\begin{vmatrix} \log_{\frac{1}{2}}(\sin 45°) & \log_{\frac{1}{2}}(\cos 45°) \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$ obtém-se:

(a) -1

(b) 0

(c) $\frac{1}{2}$

(d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(e) 1

367. (UNIMEP – SP) Dois lados consecutivos de um paralelogramo medem 3 cm e 4 cm e formam um ângulo de 60°. Qual a soma dos quadrados das medidas das diagonais desse paralelogramo?

(a) 25
(b) $\sqrt{30}$
(c) 50
(d) $\sqrt{70}$
(e) 60

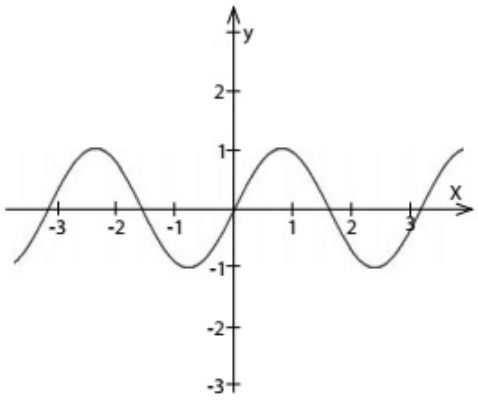
368. (UNIMEP – SP) As medidas dos catetos de um triângulo retângulo são, em cm, $4 \cdot \sin(22°30')$ e $2 \cdot \cos(22°30')$. Qual é a área desse triângulo, em cm^2?

(a) 1
(b) $2\sqrt{2}$
(c) $\frac{1}{2}$
(d) $\sqrt{2}$
(e) $4\sqrt{2}$

369. (UNIMEP – SP) Uma escada de 4 m está apoiada em um muro vertical num ponto a 2 m do chão. Qual o valor do ângulo que a escada faz com o chão?

(a) 60°
(b) 20°
(c) 30°
(d) 45°
(e) 50°

370. (UNIMEP – SP) Qual função se ajusta à curva abaixo?



(a) $y = \sin(\frac{x}{2})$

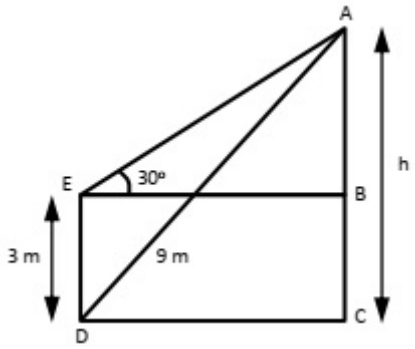
(b) $y = 2 \cdot \sin(x)$

(c) $y = \sin(2x)$

(d) $y = \sin(\frac{x}{2}) + 1$

(e) $y = 2 + \sin(x)$

371. (MAUÁ – SP) Na figura a seguir, o quadrilátero BCDE é um retângulo e o triângulo ABE é retângulo em B.



A medida h do segmento AC, em metros, é:

(a) $\frac{9 - 3\sqrt{33}}{4}$

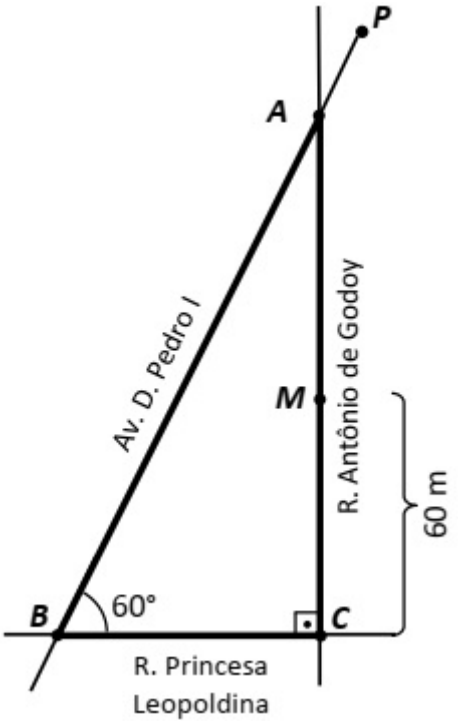
(b) $\frac{9 + 3\sqrt{33}}{4}$

(c) $\frac{9 - 3\sqrt{105}}{4}$

(d) $\frac{9 + 3\sqrt{105}}{4}$

(e) $\frac{9}{2}$

372. (MAUÁ – SP) Um motorista, partindo do ponto **P**, deseja ir até o ponto **C**. No ponto médio **M**, entre os pontos **A** e **C** da Rua Antônio de Godoy, o motorista deparou-se com uma interdição na via, sendo necessário retornar ao cruzamento da R. Antônio de Godoy com a Av. D. Pedro I e, em seguida, acessar a R. Princesa Leopoldina pela intersecção com a Av. D. Pedro I.



Utilizando os dados da figura, a distância percorrida desde o ponto de interdição até o destino final é:

(a) $40(1+\sqrt{3})$

(b) $40(1+2\sqrt{3})$

(c) $60(1+\sqrt{3})$

(d) $60(1+2\sqrt{3})$

(e) $120(1+\sqrt{3})$

373. (MAUÁ – SP) O número real x, com $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$, satisfaz a equação $\log_2\left(\dfrac{1}{2} - \cos(x)\right) + \log_2\left(\dfrac{1}{2} + \cos(x)\right) = -3$.
Então $\sin(2x)$ é igual a:

(a) $\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

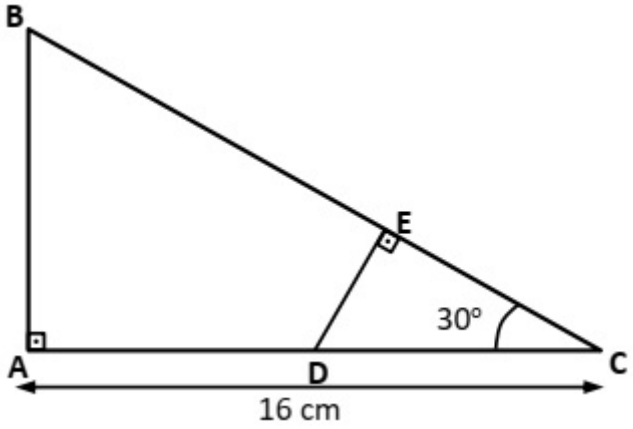
(b) $-\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

(c) $\dfrac{\sqrt{7}}{8}$

(d) $-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

(e) $\dfrac{1+3\sqrt{7}}{4}$

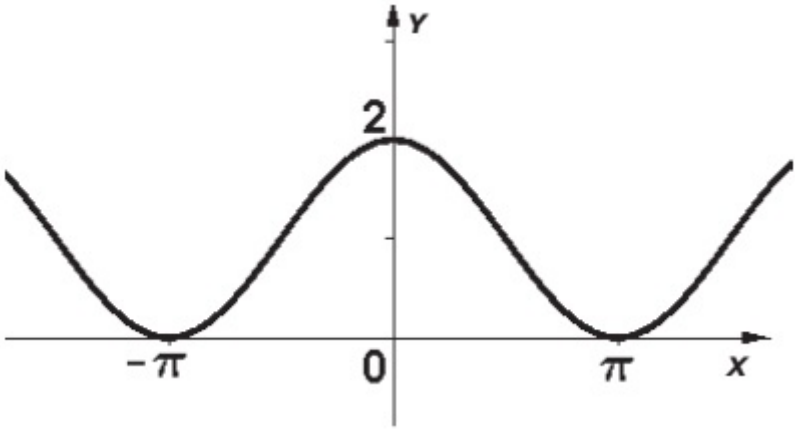
374. (MAUÁ – SP) Na figura a seguir, sabe-se que $\widehat{\mathbf{A}}$ e $\widehat{\mathbf{E}}$ são ângulos retos, $\widehat{\mathbf{C}}$ é um ângulo de 30° e **D** é o ponto médio de $\overline{\mathbf{AC}}$.



A área do quadrilátero **ABED**, em centímetros quadrados, é, aproximadamente,

(a) 21
(b) 48
(c) 60
(d) 68
(e) 117

375. (ESPCEX – SP) Dentre as alternativas a seguir, aquela que apresenta uma função trigonométrica de período 2π, cujo gráfico está representado na figura abaixo é:



(a) $f(x) = 1 - \sin(\pi - x)$
(b) $f(x) = 1 + \cos(\pi - x)$
(c) $f(x) = 2 - \cos(\pi + x)$
(d) $f(x) = 2 - \sin(\pi + x)$
(e) $f(x) = 1 - \cos(\pi - x)$

376. (ESPCEX – SP) O número de raízes da equação $2\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$ no intervalo $]\,0, 2\pi\,[$ é:

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3

(e) 4

377. (ESPCEX – SP) Considere a função $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (\sqrt{3})^{4+2\sin 3x}$ e a função $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por $g(x) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{1+3\sin 2x}$. O produto entre o valor mínimo de f e o valor máximo de g é igual a:

(a) $\frac{1}{81}$

(b) $\frac{1}{9}$

(c) 1

(d) 9

(e) 81

378. (ESPCEX – SP) Considere o triângulo com ângulos internos $x, 45°$ e $120°$. O valor de $\tan^2(x)$ é igual a:

(a) $\sqrt{3} - 2$

(b) $4\sqrt{3} - 7$

(c) $7 - 4\sqrt{3}$

(d) $2 - \sqrt{3}$

(e) $2 - 4\sqrt{3}$

379. (ESPCEX – SP) O conjunto solução da inequação $2\sin^2 x - \cos x - 1 \leq 0$, no intervalo $]\,0, 2\pi\,]$ é:

(a) $\left[\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right]$

(b) $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right]$

(c) $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right]$

(d) $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right]$

(e) $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right] \bigcup \left[\frac{7\pi}{6}, \frac{10\pi}{6}\right]$

380. (ESPCEX – SP) Sendo $M = \arctan(X), N = \arctan\left(\frac{1}{X}\right)$ e $P = \tan(M - N)$, o valor de $30P$ para $X = 15$ é:

(a) $\frac{224}{30}$

(b) $\frac{45}{6}$

(c) 45

(d) 224

(e) 225

381. (ESPCEX – SP) A soma das soluções da equação $\cos(2x) - \cos(x) = 0$, com $x \in [\, 0, 2\pi \,)$, é igual a:

(a) $\frac{5\pi}{3}$

(b) 2π

(c) $\frac{7\pi}{3}$

(d) π

(e) $\frac{8\pi}{3}$

382. (ESPCEX – SP) A população de peixes em uma lagoa varia conforme o regime de chuvas da região. Ela cresce no período chuvoso e decresce no período de estiagem. Esta população é descrita pela expressão $P(t) = 10^3 \left(\cos\left(\left(\frac{t-2}{6}\right)\pi\right) + 5\right)$ em que o tempo t é medido em meses. é correto afirmar que:

(a) o período chuvoso corresponde a dois trimestres do ano

(b) a população atinge seu máximo em $t = 6$

(c) o período de seca corresponde a 4 meses do ano.

(d) a população média anual é de 6000 animais

(e) a população atinge seu mínimo em $t = 4$ com 6000 animais

383. (ESPCEX – SP) Seja $\beta = \frac{1}{2} \cdot \frac{\log 3}{\log 3 - \log 7}$. O conjunto solução da desigualdade $3^{\cos(x)} \leq \left(\frac{3}{7}\right)^{\beta}$ no intervalo $[\, 0, 2\pi \,)$, é igual a:

(a) $\left[0, \frac{\pi}{3}\right)$

(b) $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right]$

(c) $\left[\frac{\pi}{3}, 2\pi\right]$

(d) $\left[\frac{\pi}{3}, 2\pi\right)$

(e) $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$

384. (ESPCEX – SP) O valor de $(\cos 165° + \sin 155° + \cos 145° - \sin 25° + \cos 35° + \cos 15°)$ é:

(a) $\sqrt{2}$

(b) -1

(c) 0

(d) 1

(e) $\frac{1}{2}$

385. (ESPCEX – SP) A soma de todas as soluções da equação $2\cos^3(x) - \cos^2(x) - 2\cos(x) + 1 = 0$, que estão contidas no intervalo $[0, 2\pi]$, é igual a:

(a) 2π

(b) 3π

(c) 4π

(d) 5π

(e) 6π

386. (ESPCEX – SP) Um tenente do Exército está fazendo um levantamento topográfico da região onde será realizado um exercício de campo. Ele quer determinar a largura do rio que corta a região e por isso adotou os seguintes procedimentos: marcou dois pontos, A (uma árvore que ele observou na outra margem) e B (uma estaca que ele fincou no chão na margem onde ele se encontra); marcou um ponto C distante 9 metros de B, fixou um aparelho de medir ângulo (teodolito) de tal modo que o ângulo no ponto B seja reto e obteve uma medida de $\frac{\pi}{3}$ rad para o ângulo $A\widehat{C}B$. Qual foi a largura do rio que ele encontrou?

(a) $9\sqrt{3}$ metros

(b) $3\sqrt{3}$ metros

(c) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ metros

(d) $\sqrt{3}$ metros

(e) $4,5$ metros

387. (ESPCEX – SP) Considere a progressão aritmética representada pela sequência $\left(\frac{7\pi}{12}, \frac{47\pi}{60}, \frac{59\pi}{60}, \ldots\right)$.
Se todos os termos dessa PA forem representados num círculo trigonométrico, eles determinarão nesse círculo os vértices de um:

(a) pentágono (5 lados)

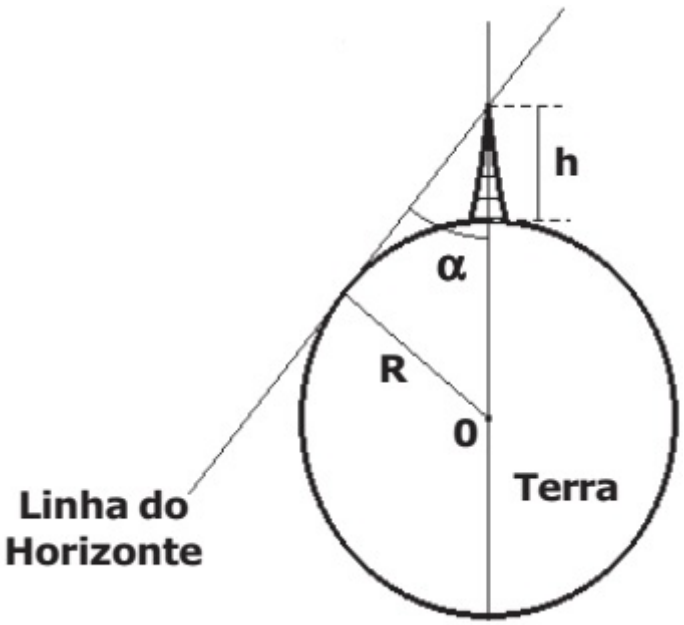
(b) hexágono (6 lados)

(c) octógono (8 lados)

(d) decágono (10 lados)

(e) dodecágono (12 lados)

388. (ESPCEX – SP) Em uma das primeiras tentativas de determinar a medida do raio da Terra, os matemáticos da antiguidade observavam, do alto de uma torre ou montanha de altura conhecida, o ângulo sob o qual se avistava o horizonte, tangente à Terra, considerando esférica, conforme mostra a figura.



Segundo esse raciocínio, o raio terrestre em função do ângulo α é dado por:

(a) $\mathbf{R} = \dfrac{\sin(\alpha h)}{1 - \sin\alpha}$

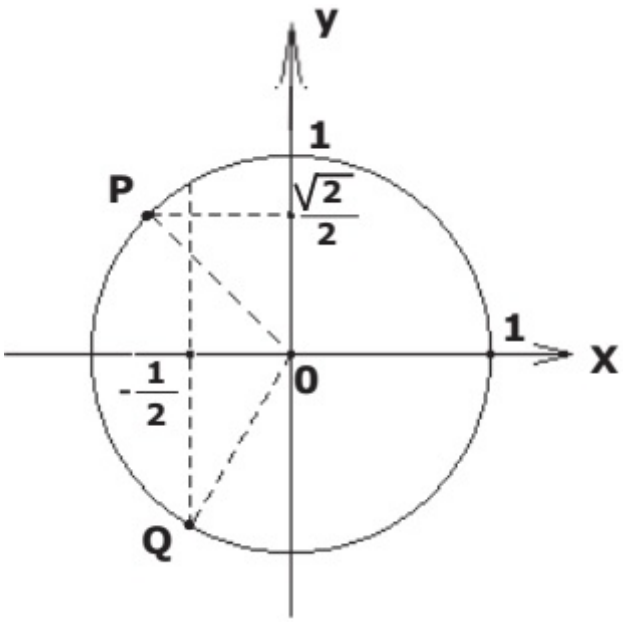
(b) $\mathbf{R} = \dfrac{h\sin\alpha}{1 - \sin\alpha}$

(c) $\mathbf{R} = \dfrac{h\sin\alpha}{\sin\alpha - 1}$

(d) $\mathbf{R} = \dfrac{\sin\alpha - 1}{h\sin\alpha}$

(e) $\mathbf{R} = \dfrac{1 + \sin\alpha}{h\sin\alpha}$

389. (ESPCEX – SP) Os pontos P e Q representados no círculo trigonométrico abaixo correspondem às extremidades de dois arcos, ambos com origem em $(1, 0)$, denominados respectivamente α e β, medidos no sentido positivo.



O valor de $\tan(\alpha + \beta)$ é:

(a) $\dfrac{3 + \sqrt{3}}{3}$

(b) $\dfrac{3 - \sqrt{3}}{3}$

(c) $2 + \sqrt{3}$

(d) $2 - \sqrt{3}$

(e) $-1 + \sqrt{3}$

390. (ESPCEX – SP) O cosseno do menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio às 14 horas e 30 minutos vale:

(a) $-\dfrac{(\sqrt{3}+1)}{2}$

(b) $-\dfrac{(\sqrt{2}+1)}{2}$

(c) $\dfrac{(1+\sqrt{2})}{4}$

(d) $-\dfrac{(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{4}$

(e) $\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{4}$

391. (ESPCEX – SP) O valor numérico da expressão $\dfrac{\sec 1320^\circ}{2} - 2 \cdot \cos\left(\dfrac{53\pi}{3}\right) + (\tan 2220^\circ)^2$ é:

(a) -1

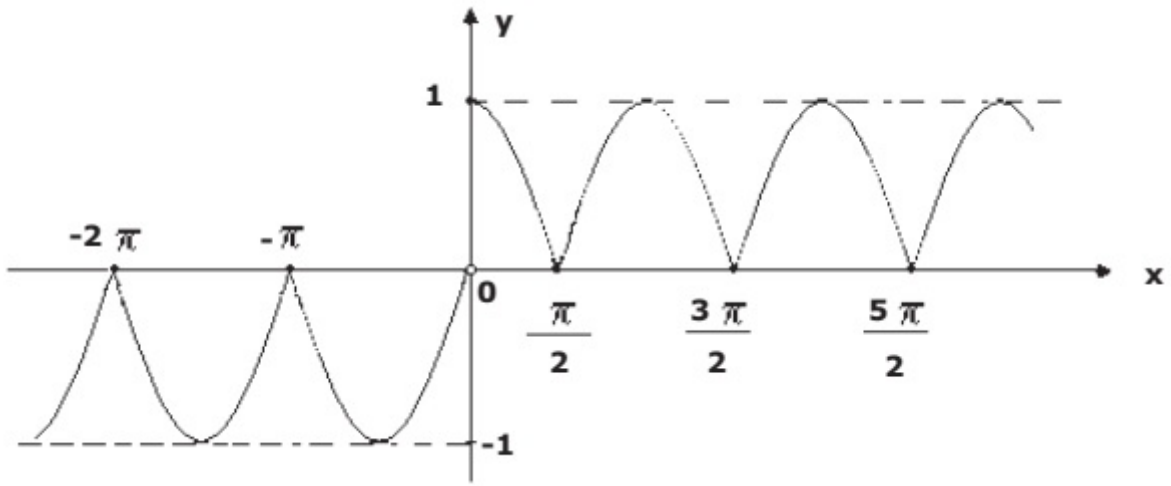
(b) 0

(c) $\dfrac{1}{2}$

(d) 1

(e) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

392. (ESPCEX – SP) A função real $f(x)$ está representada pelo gráfico abaixo:



A expressão algébrica de $f(x)$ é:

(a) $f(x) = \begin{cases} -|\sin(x)|, \text{ se } x < 0 \\ |\cos(x)|, \text{ se } x \geq 0 \end{cases}$

(b) $f(x) = \begin{cases} |\cos(x)|, \text{ se } x < 0 \\ |\sin(x)|, \text{ se } x \geq 0 \end{cases}$

(c) $f(x) = \begin{cases} -|\cos(x)|, \text{ se } x < 0 \\ |\sin(x)|, \text{ se } x \geq 0 \end{cases}$

(d) $f(x) = \begin{cases} |\sin(x)|, \text{ se } x < 0 \\ |\cos(x)|, \text{ se } x \geq 0 \end{cases}$

(e) $f(x) = \begin{cases} -\sin(x), \text{ se } x < 0 \\ \cos(x), \text{ se } x \geq 0 \end{cases}$

393. (ESPCEX – SP) O número de arcos no intervalo $\left[0, \frac{19\pi}{6}\right]$ cujo valor do cosseno é igual a $\frac{1}{2}$ é:

(a) 1

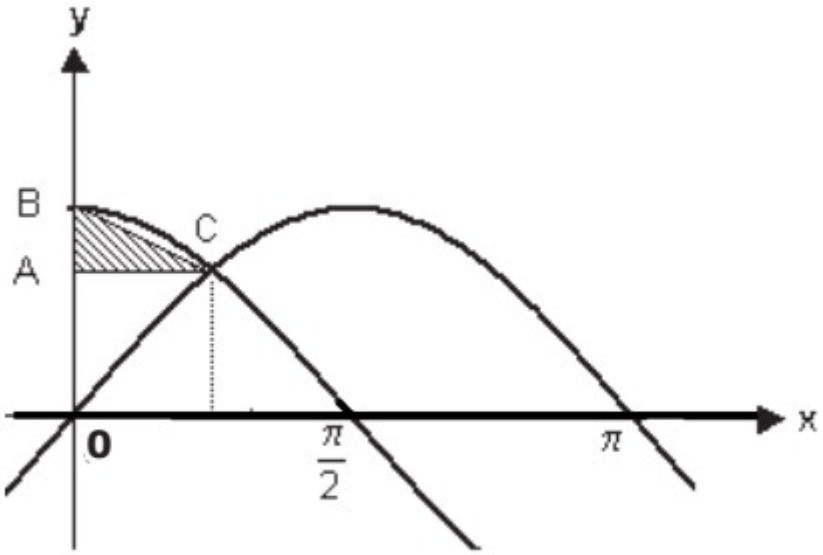
(b) 2

(c) 3

(d) 4

(e) 5

394. (ESPCEX – SP) As funções $y = \sin x$ e $y = \cos x$ estão representadas no gráfico abaixo. Então, a medida da área do triângulo retângulo definido pelos segmentos retilíneos AB, BC e AC é:



Desenho fora de escala

(a) $\frac{\pi}{8} \cdot (2 - \sqrt{2})$

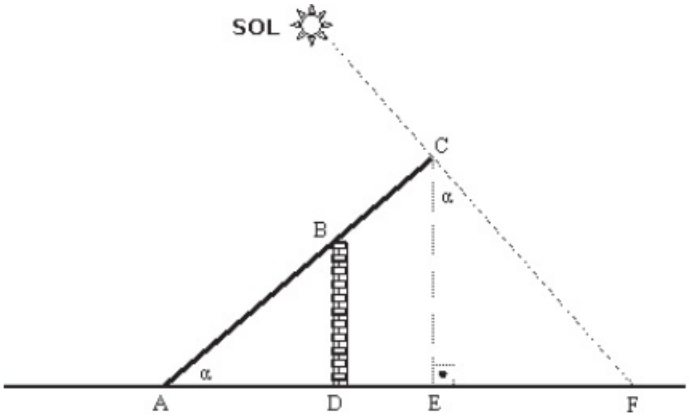
(b) $\frac{\pi}{8}$

(c) $\frac{\pi}{16} \cdot (2 - \sqrt{2})$

(d) $\frac{\pi\sqrt{2}}{16}$

(e) $\frac{\pi}{16} \cdot (1 - \sqrt{2})$

395. (ESPCEX – SP) Na figura a seguir, está representado um muro (BD) de 6 m de altura em que está apoiada uma escada representada por AC, que faz um ângulo α com a horizontal. Sabe-se que a parte da escada indicada pelo segmento AB corresponde a $\frac{2}{3}$ do seu comprimento. Num determinado momento do dia, os raios de Sol fazem a vertical um ângulo também de valor α, projetando no ponto F a sombra da extremidade C da escada.



Desenho Fora de Escala

Dados:
$\sin\alpha = 3/5$
$\cos\alpha = 4/5$

Assim, considerando desprezível a espessura do muro, a medida do segmento DF, que corresponde á parte da sombra da escada que está além do muro, nesse instante, é igual a:

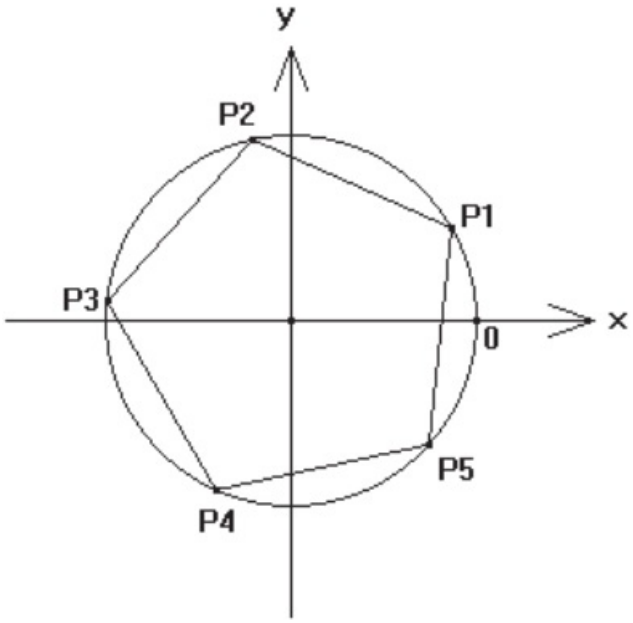
(a) $6,75$ m
(b) $10,75$ m
(c) $14,75$ m
(d) $18,75$ m
(e) $22,75$ m

396. (ESPCEX – SP) Considere as matrizes $M_1 = \begin{bmatrix} 1 & \tan x \\ -\cos^2 x & \cot x \end{bmatrix}$ e $M_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ \tan x \end{bmatrix}$ para $x \neq k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$
A matriz resultante do produto matricial $M_1 \cdot M_2$ é:

(a) $\begin{bmatrix} \sec^2 x \\ \cos^2 x \end{bmatrix}$
(b) $\begin{bmatrix} \tan^2 x \\ -\cos^2 x \end{bmatrix}$
(c) $\begin{bmatrix} \sec^2 x \\ \sin^2 x \end{bmatrix}$
(d) $\begin{bmatrix} \csc^2 x \\ -\sin^2 x \end{bmatrix}$

(e) $\begin{bmatrix} \cos^2 x \\ \sin^2 x \end{bmatrix}$

397. (ESPCEX – SP) Na figura, está representado um círculo trigonométrico em que os pontos P1 a P5 indicam extremidades de arcos. Esses pontos, unidos, correspondem aos vértices de um pentágono regular inscrito no círculo. Se o ponto P1 corresponde a um arco de $\frac{\pi}{6}$ radianos, então o ponto P4 corresponderá à extremidade de um arco cuja medida, em radianos, é igual a:



(a) $\frac{13\pi}{30}$

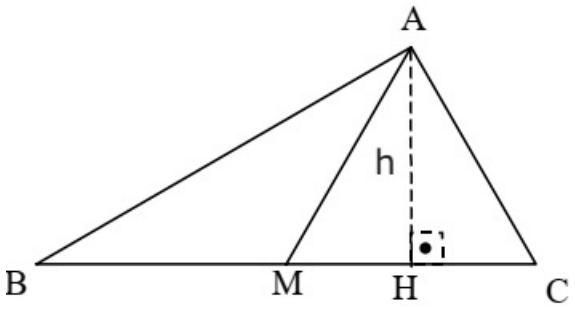
(b) $\frac{17\pi}{30}$

(c) $\frac{29\pi}{30}$

(d) $\frac{41\pi}{30}$

(e) $\frac{53\pi}{30}$

398. (EXPCEX – SP) No triângulo ABC, a base $\overline{BC}$ mede 8 cm, o ângulo $\widehat{B}$ mede 30° e o segmento $\overline{AM}$ é congruente ao segmento $\overline{MC}$, sendo M o ponto médio de $\overline{BC}$. A medida, em centímetros, da altura h, relativa ao lado $\overline{BC}$ do triângulo ABC, é de:



(a) $\sqrt{2}$ cm

(b) $2\sqrt{2}$ cm

(c) $\sqrt{3}$ cm

(d) $2\sqrt{3}$ cm

(e) $3\sqrt{3}$ cm

399. (ESPCEX – SP) As funções reais f e g são definidas pelos determinantes que se seguem:

$$f(x) = \begin{vmatrix} \sin x & \cos x \\ -\cos x & \sin x \end{vmatrix} \qquad g(x) = \begin{vmatrix} \sin x & 1 \\ 1 & \sin x \end{vmatrix}$$

Sendo $h(x) = f(x) + g(x)$, então o valor de $h\left(\frac{2\pi}{3}\right) + h\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ é:

(a) $\frac{5}{4}$

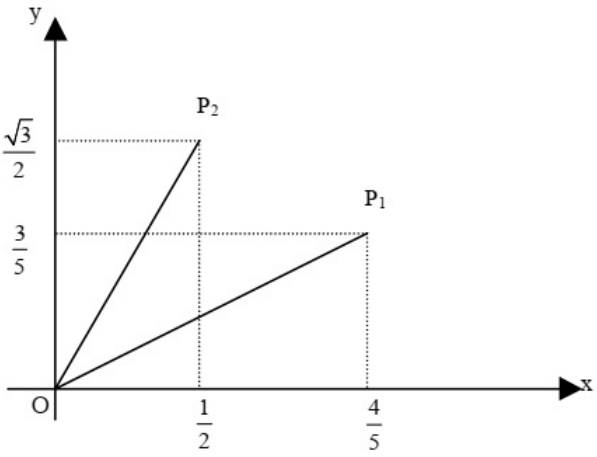
(b) $\frac{1}{4}$

(c) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$

(d) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$

(e) $\frac{3}{4}$

400. (ESPCEX – SP) Na figura a seguir, são fornecidas as coordenadas cartesianas dos pontos P_1 e P_2. Denomina-se θ o ângulo $P_1\widehat{O}P_2$.



Com base nas informações pode-se afirmar que o valor de $\cos\theta$ é:

(a) $\dfrac{4\sqrt{3}-3}{10}$

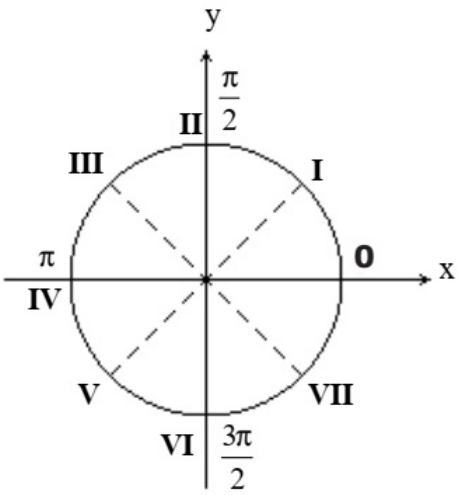
(b) $\dfrac{13}{10}$

(c) $\dfrac{3\sqrt{3}-4}{10}$

(d) $\dfrac{3}{10}$

(e) $\dfrac{4\sqrt{3}+3}{10}$

401. (ESPCEX – SP) Os termos da sequência de números em progressão aritmética $\left(\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{7\pi}{12}, \dfrac{5\pi}{6}, \ldots\right)$ correspondem às medidas em radianos de arcos, que podem ser representados na circunferência trigonométrica abaixo.
Os pontos identificados por **O** a **VII** representam as medidas de arcos que dividem a circunferência trigonométrica em 8 partes iguais, medidas no sentido anti-horário, a partir de **O**.



Nessas condições, o arco correspondente ao **13º termo** da sequência, igualmente medido no sentido anti-horário e a partir de **O**, terá sua extremidade situada entre os pontos:

(a) I e II

(b) II e III

(c) IV e V

(d) V e VI

(e) VII e O

402. (ESPCEX – SP) Um triângulo tem o lado maior medindo 1 m e dois de seus ângulos são 27° e 63°. O valor aproximado para o perímetro desse triângulo, dados $\sqrt{2} = 1,4$ e $\cos 18° = 0,95$, é de:

(a) $1,45$ m

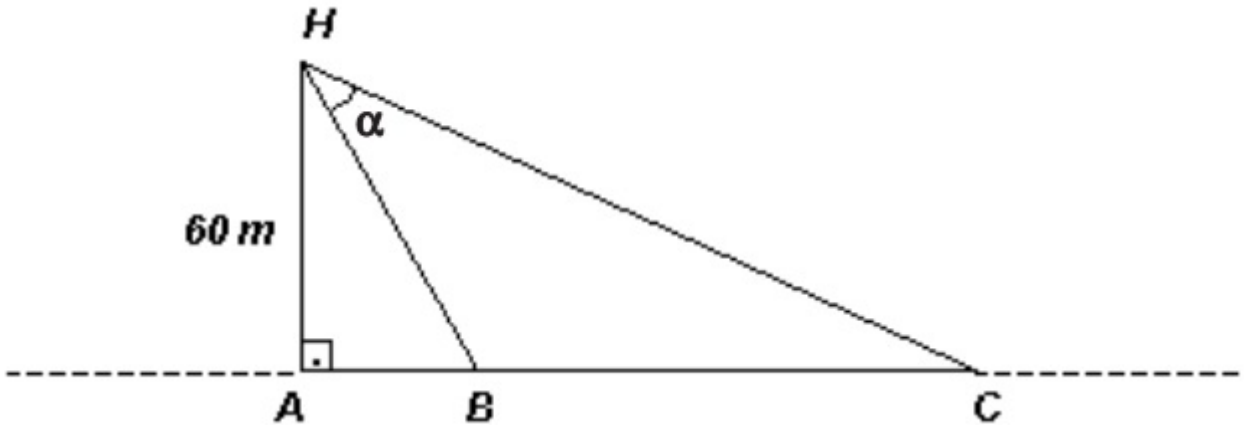
(b) $2,33$ m

(c) $2,47$ m

(d) $3,35$ m

(e) $3,45$ m

403. (ESPCEX – SP) Conforme a figura, a 60 metros do chão o helicóptero H avista, sob um ângulo α, dois alvos, B e C, que serão logo abatidos.



Se $AB = 40$ m e $BC = 260$ m, então α mede:

(a) 15°

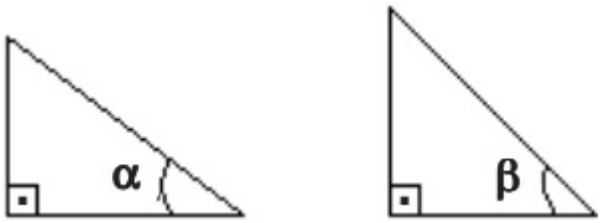
(b) 30°

(c) 45°

(d) 60°

(e) 75°

404. (ESPCEX – SP) Os ângulos agudos α e β pertencem aos triângulos retângulos abaixo.



Se o seno de β é o dobro do seno de α, então o ângulo α pertence ao intervalo:

(a) $]\,0°, 45°\,[$

(b) $[45°, 60°]$

(c) $]\,30°, 45°\,[$

(d) $]\,0°, 60°\,[$

(e) $]\,0°, 30°\,[$

405. (ESPCEX – SP) O valor da expressão $\dfrac{\cos 15° + \cos 75°}{\sin 15°} + \dfrac{\sin 15° + \sin 75°}{\cos 15°}$ é igual a:

(a) 3

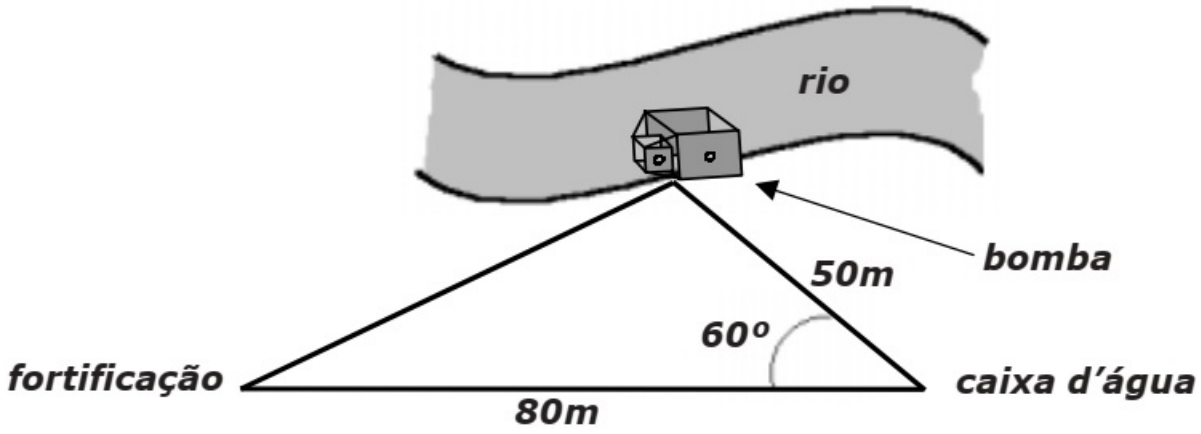
(b) 4

(c) 5

(d) 6

(e) 7

406. (ESPCEX – SP) A água utilizada em uma fortificação é captada e bombeada do rio para uma caixa d'água localizada a 50 m de distância da bomba. A fortificação está a 80 m de distância da caixa d'água e o ângulo formado pelas direções bomba – caixa d'água e caixa d'água – fortificação é de 60°, conforme mostra a figura abaixo.



Para bombear água do mesmo ponto de captação, diretamente para a fortificação, quantos metros de tubulação são necessários?

(a) 54 metros

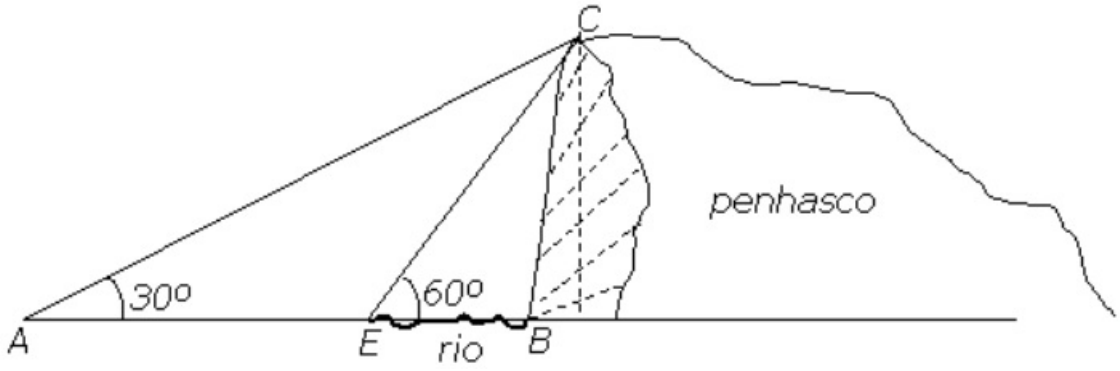
(b) 55 metros

(c) 65 metros

(d) 70 metros

(e) 75 metros

407. (ESPCEX – SP) Um topógrafo, querendo conhecer a altura de um penhasco, mediu a distância do ponto A até a beira do rio (ponto E), obtendo 20 metros. A largura do rio (EB) é desconhecida. A figura abaixo mostra os ângulos $B\widehat{A}C = 30°$ e $B\widehat{E}C = 60°$. A altura do penhasco encontrada pelo topógrafo foi:



(a) $15\sqrt{3}$ m

(b) $12\sqrt{3}$ m

(c) $10\sqrt{3}$ m

(d) $20\sqrt{3}$ m

(e) $40\sqrt{3}$ m

408. (ESPCEX – SP) A função $f(x) = \left[\sin 2x \cdot \left(\dfrac{1}{2 \cdot \cos x} + \dfrac{1}{2 \cdot \sin x}\right)\right]^2 - \sin 2x$ é definida para todo x real e $x \neq \dfrac{k\pi}{2}$, com k inteiro. Nessas condições, pode-se afirmar que:

(a) $f(2006) = f(2004) + f(2005)$

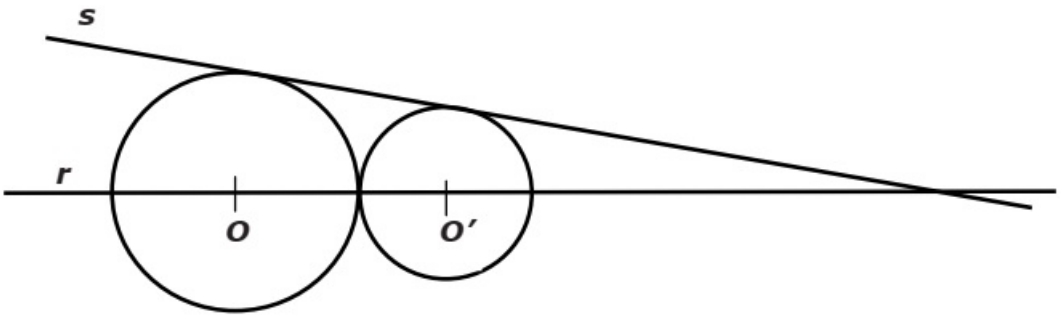
(b) $f(2005) = f(2006) - 2f(2003)$

(c) $f(2006) = f(2005) + f(2004) + f(2003)$

(d) $f(2005) = f(2006) - f(2004)$

(e) $f(2006) = f(2003) + f(2004) - f(2005)$

409. (ESPCEX – SP) Na figura, as circunferências são tangentes entre si e seus raios estão na razão $\frac{1}{3}$. Se a reta r passa pelos centros O e O' das duas circunferências, e a reta s é tangente a ambas, então o menor ângulo formado por essas duas retas mede:



(a) $\arcsin\left(\frac{1}{3}\right)$

(b) $\arctan\left(\frac{1}{2}\right)$

(c) $60°$

(d) $45°$

(e) $30°$

410. (ESPCEX – SP) Um soldado, sua sombra e a trajetória do Sol estão em um mesmo plano perpendicular ao solo onde o soldado se encontra. O soldado está de sentinela em um quartel quando os raios solares formam ângulos de $60°$ e $30°$ com o solo, respectivamente no início e no final de sua missão. Nestas condições, pode-se afirmar que a medida da sombra do soldado no final da sua missão é:

(a) a metade da medida de sua sombra no início da missão

(b) o dobro da medida de sua sombra no início da missão

(c) o triplo da medida de sua sombra no início da missão

(d) o quádruplo da medida de sua sombra no início da missão

(e) um terço da medida de sua sombra no início da missão

411. (ESPCEX – SP) Dadas as funções reais $f(x) = \sin(2x)$ e $g(x) = \frac{1}{2}$ tal que $x \in [0, 2\pi]$. Então, o número de interseções entre os gráficos de f e g é:

(a) 6

(b) 2

(c) 1

(d) 4

(e) 8

412. (ESPCEX – SP) A quantidade de valores inteiros que a pode assumir para que a equação $\cos x = (a-1)^2$ tenha solução é:

(a) 1
(b) 2
(c) 3
(d) 4
(e) 5

413. (ESPCEX – SP) Considere as expressões:

(I) $\dfrac{\sin 30° \cdot \cos 150°}{\tan 210°}$

(II) $\dfrac{\cot 50° \cdot \sin 93°}{\tan 181°}$

(III) $\dfrac{\cos x \cdot \csc x}{\sec x \cdot \cot x},\ x \in \left(\dfrac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$

(IV) $\dfrac{\sin x \cdot \tan x}{\csc x},\ x \in \left(\dfrac{\pi}{2}, \pi\right)$

Têm sempre valor negativo:

(a) I e II
(b) I e IV
(c) II e III
(d) I e III
(e) III e IV

414. (ESPCEX – SP) O valor numérico da expressão $\sin \dfrac{13\pi}{12} \cdot \cos \dfrac{11\pi}{12}$ é:

(a) $\dfrac{1}{2}$
(b) $\dfrac{1}{3}$
(c) $\dfrac{1}{4}$
(d) $\dfrac{1}{6}$
(e) $\dfrac{1}{8}$

415. (ESPCEX – SP) O valor de $\cos x + \sin x$, sabendo que $3 \cdot \sin x + 4 \cdot \cos x = 5$, é:

(a) $\dfrac{3}{5}$

(b) $\frac{4}{5}$

(c) 1

(d) $\frac{6}{5}$

(e) $\frac{7}{5}$

416. (ESPCEX – SP) Se o cosseno de um ângulo de medida k é o dobro do cosseno de um outro ângulo de medida w, ambos pertencentes ao 1^{o} quadrante, pode-se afirmar que todos os valores de w que satisfazem essa condição pertencem ao intervalo:

(a) $[0°, 15°]$

(b) $[15°, 30°]$

(c) $[30°, 45°]$

(d) $[45°, 60°]$

(e) $[60°, 90°]$

417. (ESPCEX – SP) Se $z = \frac{2 - 3\sin x}{4}$, pode-se afirmar que todos os valores de z que satisfazem essa igualdade estão compreendidos em:

(a) $-2 \leq z \leq -1$

(b) $-1 \leq z \leq -\frac{1}{4}$

(c) $-\frac{1}{4} \leq z \leq \frac{5}{4}$

(d) $0 \leq z \leq \frac{3}{2}$

(e) $\frac{1}{4} \leq z \leq 2$

418. (ESPCEX – SP) O produto $\cot x \cdot \cos x$ é positivo, portanto x pertence ao:

(a) 1^{o} ou 2^{o} quadrantes

(b) 1^{o} ou 4^{o} quadrantes

(c) 2^{o} ou 3^{o} quadrantes

(d) 2^{o} ou 4^{o} quadrantes

(e) 3^{o} ou 4^{o} quadrantes

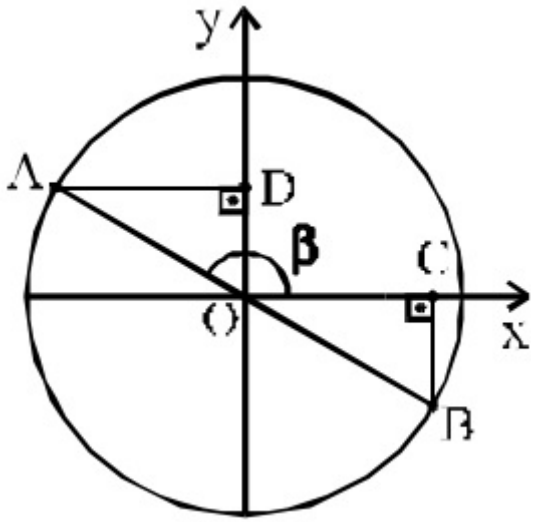
419. (ESPCEX – SP) Para todo $x \in \mathbb{R} - \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$, simplificando a expressão

$$\frac{1}{1+\sin^2 x}+\frac{1}{1+\csc^2 x}+\frac{1}{1+\cos^2 x}+\frac{1}{1+\sec^2 x},$$

obtém-se o valor:

(a) $\frac{1}{2}$
(b) -1
(c) $\frac{3}{2}$
(d) 1
(e) 0

420. (ESPCEX – SP) No círculo trigonométrico (raio = 1), representado na figura, a medida de β é $150°$ e $\overline{AB}$ representa um diâmetro. O valor do produto das medidas dos segmentos $\overline{OC}$ e $\overline{OD}$ é:



(a) $-\frac{1}{4}$
(b) $-\frac{1}{2}$
(c) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$
(d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
(e) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

421. (ESPCEX – SP) O valor do determinante da matriz $\begin{bmatrix} \csc^2 x & 1 & \sec^2 x \\ \cot^2 x & \cos^2 x & \tan^2 x \\ 1 & \sin^2 x & 1 \end{bmatrix}$ com $x \neq \frac{k\pi}{2}$ e $k \in \mathbb{Z}$, é:

(a) -2
(b) -1
(c) 1
(d) 0
(e) 2

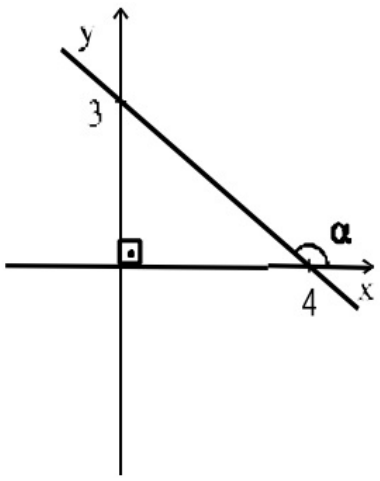
422. (ESPCEX – SP) Se $\sin\alpha = \dfrac{5}{13}$ e $\alpha \in \left(\dfrac{\pi}{2}, \pi\right]$, então o valor de $\tan\alpha$ é igual a:

(a) $-\dfrac{5}{12}$
(b) $\dfrac{5}{12}$
(c) $\dfrac{12}{13}$
(d) $\dfrac{12}{5}$
(e) $-\dfrac{12}{13}$

423. (ESPCEX – SP) São arcos côngruos:

(a) $-730°$ e $-\dfrac{\pi}{12}$ rad
(b) $1640°$ e $-\dfrac{7\pi}{6}$ rad
(c) $350°$ e $-\dfrac{\pi}{18}$ rad
(d) $1235°$ e $\dfrac{5\pi}{6}$rad
(e) $-2000°$ e $\dfrac{4\pi}{3}$ rad

424. (ESPCEX – SP) A cossecante do ângulo α da figura abaixo é:



(a) $\frac{4}{3}$

(b) $\frac{4}{5}$

(c) $-\frac{3}{5}$

(d) $\frac{5}{3}$

(e) $-\frac{5}{4}$

425. (ESPCEX – SP) O domínio e a imagem da função $f(x) = \dfrac{1}{5 - \sin x}$ são, respectivamente,

(a) $\mathbb{R} - \{5\}$ e $[-1, 1]$

(b) $\mathbb{R}$ e $\left(-\frac{1}{5}, \frac{1}{4}\right)$

(c) $\mathbb{R}$ e $\left[\frac{1}{6}, \frac{1}{4}\right]$

(d) $\mathbb{R}^*$ e $\left[\frac{1}{6}, \frac{1}{3}\right]$

(e) $\mathbb{R} - 5$ e $\left[-1, \frac{1}{3}\right]$

426. (ESPCEX – SP) Pode-se afirmar que o sistema $\begin{cases} 2x - 1 = 3\sin\theta \\ x - 2 = \cos\theta \end{cases}$, $x \in \mathbb{R}$ e $0 \leq \theta < 2\pi$,

(a) possui apenas um par ordenado (x, θ) como solução

(b) possui dois par ordenado (x, θ) como solução

(c) possui três par ordenado (x, θ) como solução

(d) possui infinitas soluções

(e) não possui solução

427. (ESPCEX – SP) O número de arcos existentes entre $0°$ e $1560°$ cujo seno vale $\frac{2}{7}$ é:

(a) 6

(b) 7

(c) 8

(d) 9

(e) 10

428. (ESPCEX – SP) O valor de $3 \sin 10° \cdot (\tan 5° + \cot 5°)$ é igual a:

(a) $\frac{3}{2}$

(b) 2

(c) 3

(d) 5

(e) 6

429. (ESPCEX – SP) O número de soluções da equação $\sin^4 x + \cos^4 x = 1$, satisfazendo a condição $0 \leq x < 2\pi$, é:

(a) infinito

(b) 4

(c) 2

(d) 1

(e) 0

430. (ESPCEX – SP) Se y é a medida de um ângulo $0° < y < 30°$, o maior dentre os números $\sin y, \cos y, \sin^2 y, \cos^2 y$, e $\sin y \cdot \cos y$ é:

(a) $\sin y$

(b) $\cos y$

(c) $\sin^2 y$

(d) $\cos^2 y$

(e) $\sin y \cdot \cos y$

431. (ESPCEX – SP) Sendo $\left\{k \in \mathbb{Z} \text{ e } x \neq \frac{k\pi}{4}\right\}$, então $2 - \frac{2 \tan x}{\tan 2x}$ é equivalente a:

(a) $\cos^2 x$

(b) $\sin^2 x$

(c) $\sec^2 y$

(d) $\csc^2 y$

(e) 1

432. (ESPCEX – SP) Sendo $\sin \alpha = 3 \cos \alpha$ e $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, o valor de $\csc \alpha$ é:

(a) $-\frac{\sqrt{10}}{3}$

(b) $-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

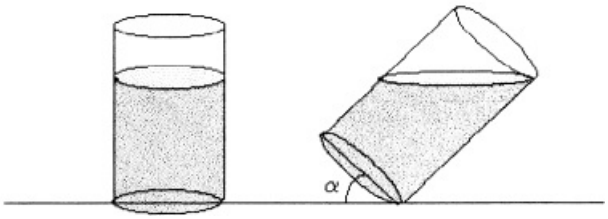
(c) $-\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

(d) $\sqrt{10}$

(e) $\dfrac{\sqrt{10}}{3}$

433. (ESPCEX – SP) Num recipiente em forma de cilindro circular reto, com raio da base 2 cm e altura $6\sqrt{3}$ cm (dimensões internas), há um volume de água de $16\sqrt{3}\pi$ cm^3. O maior ângulo α que o plano da base do cilindro pode fazer com a horizontal para que a água não derrame ao se inclinar o cilindro é de, aproximadamente,

Dados (aproximados):
$\tan 30° = 0,58$
$\tan 40° = 0,84$
$\tan 50° = 1,19$
$\tan 60° = 1,73$
$\tan 70° = 2,75$



(a) $30°$

(b) $40°$

(c) $50°$

(d) $60°$

(e) $70°$

434. (FEI – SP) O produto dos valores do conjunto solução da equação $8\sqrt{1-\cos^2 x} = 4$ para $0 \leq x \leq \pi$ é igual a:

(a) $\dfrac{\pi^2}{36}$

(b) $\dfrac{\pi^2}{9}$

(c) $\dfrac{\pi^2}{16}$

(d) $\dfrac{5\pi^2}{9}$

(e) $\dfrac{5\pi^2}{36}$

435. (FEI – SP) Resolvendo a equação $\sin x \cdot \cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$, para $0 \leq x \leq \pi$, obtém-se dois valores de x cujo produto é igual a:

(a) $\frac{\pi^2}{18}$

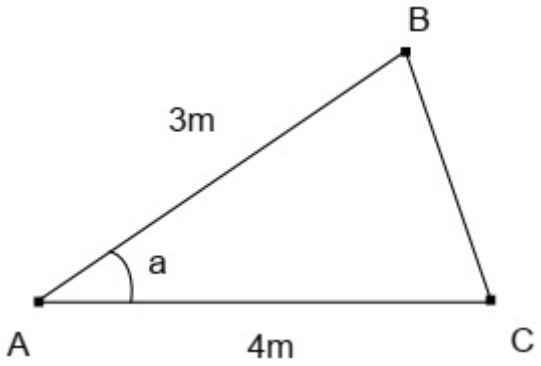
(b) $\frac{2\pi^2}{9}$

(c) $\frac{\pi^2}{9}$

(d) $\frac{\pi^2}{6}$

(e) $\frac{5\pi^2}{9}$

436. (FEI – SP) Se $\sin a = \frac{\sqrt{15}}{8}$, com $0° < a < 90°$, então a medida do lado BC do triângulo ABC é:



(a) 2 m

(b) 3 m

(c) 5 m

(d) 6 m

(e) 7 m

437. (FEI – SP) Sendo α um arco com extremidade no terceiro quadrante e sabendo que $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$, então $3\sin\alpha + 4\tan\alpha$ é igual a:

(a) $-\frac{4}{5}$

(b) $\frac{44}{15}$

(c) $\frac{28}{15}$

(d) $-\frac{5}{3}$

(e) $\dfrac{4}{15}$

438. (FEI – SP) O conjunto solução de $|2\cos x| < 1$, para $0 \leq x < 2\pi$, é:

(a) $\left\{\dfrac{\pi}{6} < x < \dfrac{5\pi}{6} \text{ ou } \dfrac{7\pi}{6} < x < \dfrac{11\pi}{6}\right\}$

(b) $\left\{\dfrac{\pi}{6} < x < \dfrac{5\pi}{6} \text{ ou } \dfrac{7\pi}{6} < x < \dfrac{9\pi}{6}\right\}$

(c) $\left\{\dfrac{\pi}{3} < x < \dfrac{2\pi}{3} \text{ ou } \dfrac{4\pi}{3} < x < \dfrac{5\pi}{3}\right\}$

(d) $\left\{\dfrac{\pi}{4} < x < \dfrac{3\pi}{4} \text{ ou } \dfrac{5\pi}{4} < x < \dfrac{7\pi}{4}\right\}$

(e) $\left\{\dfrac{\pi}{6} < x < \dfrac{2\pi}{6} \text{ ou } \dfrac{4\pi}{3} < x < \dfrac{5\pi}{3}\right\}$

439. (FEI – SP) O conjunto dos valores reais de t que satisfazem a igualdade $\sin x = \dfrac{2t+4}{3}$ possui "m"soluções. O valor de "m"é igual a:

(a) 2

(b) 3

(c) 4

(d) 5

(e) 1

440. (FEI – SP) A soma das raízes da equação $\dfrac{49^{1-\cos^2 x}}{7^{\sin x}} = 1$, para $0 \leq x \leq \pi$ é igual a:

(a) $\dfrac{\pi}{3}$

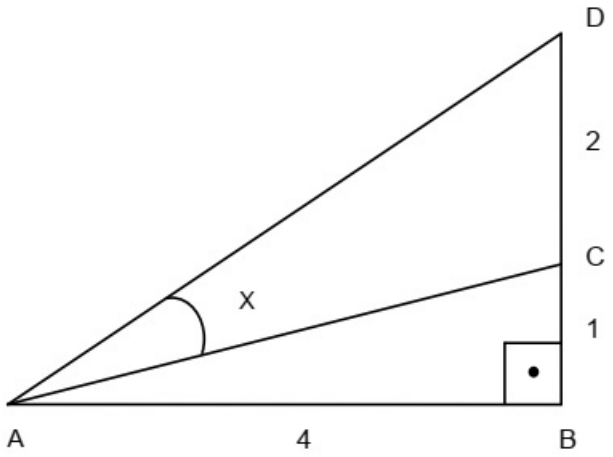
(b) $\dfrac{4\pi}{3}$

(c) $\dfrac{\pi}{6}$

(d) $\dfrac{7\pi}{6}$

(e) 2π

441. (FEI – SP) Na figura seguinte, $\overline{AB} = 4$, $\overline{BC} = 1$ e $\overline{CD} = 2$. Calculando a $\tan x$ (tangente de x), sendo x o ângulo $C\widehat{A}D$, obtém-se:



(a) $\tan x = \dfrac{1}{2}$

(b) $\tan x = \dfrac{8}{19}$

(c) $\tan x = \dfrac{3}{4}$

(d) $\tan x = \dfrac{3}{7}$

(e) $\tan x = \dfrac{1}{4}$

442. (FEI – SP) O valor de $\dfrac{3 - \cos^2 x}{\sin^2 x} - 2 \cdot \cot^2 x$, com $x \neq k \cdot \pi$ $(k \in \mathbb{Z})$ é:

(a) 3

(b) 2

(c) -3

(d) -2

(e) 1

443. (FEI – SP) A soma das raízes da equação $1 - \sin^2 x + \cos(-x) = 0$, para $0 \leq x \leq 2\pi$, é igual a:

(a) $\dfrac{3\pi}{2}$

(b) $\dfrac{5\pi}{2}$

(c) 3π

(d) 5π

(e) $\dfrac{7\pi}{2}$

444. (FEI – SP) Duas avenidas, A e B, encontram-se em P, formando um ângulo de 30°. Na avenida A existe um supermercado que dista três quilômetros de O. A distância do supermercado à avenida B é de:

(a) $1,7$ km

(b) 2 km

(c) $2,3$ km

(d) $1,5$ km

(e) 4 km

445. (FEI – SP) Se x é um arco do segundo quadrante e $\sin x = \dfrac{4}{5}$, então pode-se afirmar que:

(a) $\sin x + \cos x = 1$

(b) $2 \cdot \sin x + 3 \cdot \cos x = -\dfrac{1}{5}$

(c) $\sec x = \dfrac{4}{5}$

(d) $\tan x - \cos x = \dfrac{4}{3}$

(e) $\cot x - \tan x = \dfrac{25}{12}$

446. (FEI – SP) Seja a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & \sin x & 0 \\ 0 & 4 & \cos x \end{pmatrix}$, com $x \in \mathbb{R}$. Sendo $\det(A)$ o determinante da matriz A, podemos afirmar que os valores mínimo e máximo assumidos por $\det(A)$ são, respectivamente:

(a) $\dfrac{23}{2}$ e $\dfrac{25}{2}$

(b) 11 e 13

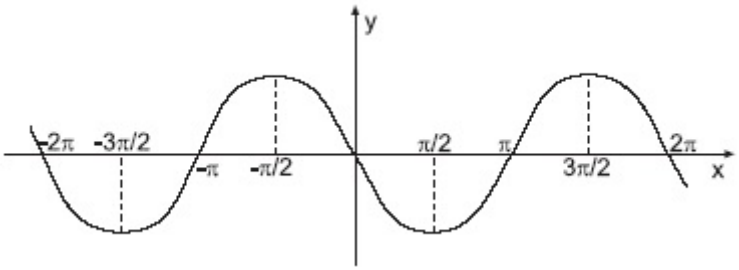
(c) $\dfrac{11}{2}$ e $\dfrac{13}{2}$

(d) 23 e 25

(e) -1 e 1

447. (UNESP – SP) Sabe-se que h é o menor número positivo para o qual o gráfico de

$$y = \sin(h - x) \text{ é}$$



Então, $\cos \dfrac{2h}{3}$ é igual a:

(a) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(b) $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(c) $-\dfrac{1}{2}$

(d) $\dfrac{1}{2}$

(e) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

448. (UNESP – SP) O seno do ângulo da base de um triângulo isósceles é igual a $\dfrac{1}{4}$. Então, a tangente do ângulo do vértice desse triângulo é igual a:

(a) $-\dfrac{\sqrt{13}}{2}$

(b) $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$

(c) $-\dfrac{\sqrt{15}}{2}$

(d) $\dfrac{\sqrt{14}}{7}$

(e) $-\dfrac{\sqrt{15}}{7}$

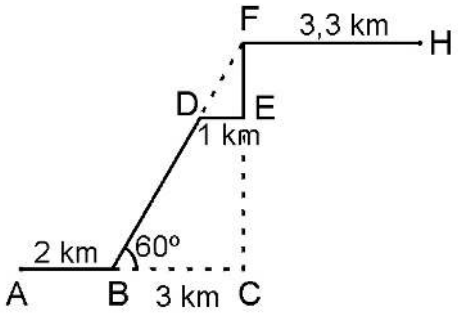
449. (UNESP – SP) Considere a função $f(x) = 9^{(-\sin^2 x)} \cdot 27^{(1-\cos x)}$, para $x \in \mathbb{R}$.

(a) Mostre que $f(x) = 3^{(2\cos^2 x - 3\cos x + 1)}$.

(b) Resolva a equação $f(x) = 1$, para $x \in [0, \pi]$.

450. (UNESP – SP) Ao chegar de viagem, uma pessoa tomou um táxi no aeroporto para se dirigir ao hotel. O percurso feito pelo táxi, representado pelos segmentos AB,

BD, DE, EF e FH, está esboçado na figura, onde o ponto A indica o aeroporto, o ponto H indica o hotel, BCF é um triângulo retângulo com o ângulo reto em C, o ângulo no vértice B mede 60° e DE é paralelo a BC.

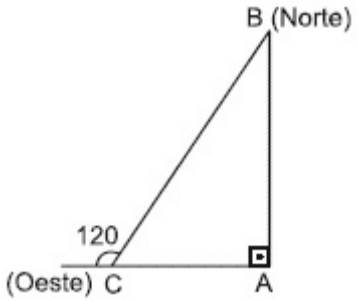


Assumindo o valor $\sqrt{3} = 1,7$, e sabendo-se que AB = 2 km, BC = 3 km, DE = 1 km e FH = 3,3 km, determine:

(a) as medidas dos segmentos BD e EF em quilômetros.

(b) o preço que a pessoa pagou pela corrida (em reais), sabendo-se que o valor da corrida do táxi é dado pela função $y = 4 + 0,8x$, sendo x a distância percorrida em quilômetros e y o valor da corrida em reais.

451. (UNESP – SP) Um pequeno avião deveria partir de uma cidade A rumo a uma cidade B ao norte, distante 60 quilômetros de A. Por um problema de orientação, o piloto seguiu erradamente rumo ao oeste. Ao perceber o erro, ele corrigiu a rota, fazendo um giro de 120° à direita em um ponto C, de modo que o seu trajeto, juntamente com o trajeto que deveria ter sido seguido, formaram, aproximadamente, um triângulo retângulo ABC, como mostra a figura.



Com base na figura, a distância em quilômetros que o avião voou partindo de A até chegar a B é:

(a) $30\sqrt{3}$

(b) $40\sqrt{3}$

(c) $60\sqrt{3}$

(d) $80\sqrt{3}$

(e) $90\sqrt{3}$

452. (UNESP – SP) Uma equipe de agrônomos coletou dados de temperatura (em ℃) do solo em uma determinada região, durante três dias, a intervalos de 1 hora. A medição da temperatura começou a ser feita às 3 horas da manhã do primeiro dia ($t = 0$) e terminou 72 horas depois ($t = 72$). Os dados puderam ser aproximados pela função:

$$H(t) = 15 + 5\sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{3\pi}{2}\right)$$

onde t indica o tempo (em horas) decorrido após o início da observação e $H(t)$ a temperatura (em ℃) no instante t.

(a) Resolva a equação $\sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{3\pi}{2}\right) = 1$, para $t \in [0, 24]$.

(b) Determine a temperatura máxima atingida e o horário em que essa temperatura ocorreu no primeiro dia de observação.

453. (UNESP – SP) Uma equipe de mergulhadores, dentre eles um estudante de ciências exatas, observou o fenômeno das marés em determinado ponto da costa brasileira e concluiu que o mesmo era periódico e podia ser aproximado pela expressão:

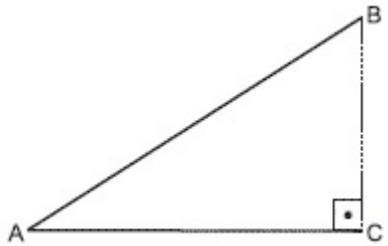
$$H(t) = \frac{21}{2} + 2\cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{5\pi}{4}\right),$$

onde t é o tempo (em horas) decorrido após o início da observação ($t = 0$) e $P(t)$ é a profundidade da água (em metros) no instante t.

(a) Resolva a equação, $\cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{5\pi}{4}\right) = 1$, para $t > 0$.

(b) Determine quantas horas após o início da observação ocorreu a primeira maré alta.

454. (UNESP – SP) Três cidades, A, B e C, são interligadas por estradas, conforme mostra a figura.



As estradas AC e AB são asfaltadas. A estrada CB é de terra e será asfaltada. Sabendo-se que AC tem 30 km, que o ângulo entre AC e AB é de 30°, e que o triângulo ABC é retângulo em C, a quantidade de quilômetros da estrada que será asfaltada é:

(a) $30\sqrt{3}$

(b) $10\sqrt{3}$

(c) $\dfrac{10\sqrt{3}}{2}$

(d) $8\sqrt{3}$

(e) $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

455. (UNESP – SP) Uma máquina produz diariamente x dezenas de certo tipo de peças. Sabe-se que o custo da produção $C(x)$ e o valor da venda $V(x)$ são dados, aproximadamente, em **milhares** de reais, respectivamente, pelas funções $C(x) = 2 - \cos\left(\dfrac{x\pi}{6}\right)$ e $V(x) = 3\sqrt{2}\sin\left(\dfrac{x\pi}{12}\right)$, $0 \leq x \leq 6$.
O lucro, em reais, obtido na produção de 3 dezenas de peças é:

(a) 500

(b) 750

(c) 1000

(d) 2000

(e) 3000

456. (UNESP – SP) No hemocentro de um certo hospital, o número de doações de sangue tem variado periodicamente. Admita que, neste hospital, no ano de 2001, este número, de janeiro ($t = 0$) a dezembro ($t = 11$), seja dado, aproximadamente, pela expressão

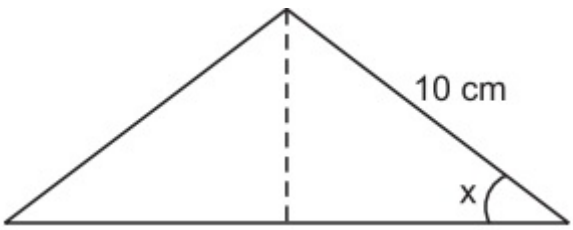
$$S(t) = \lambda - \cos\left[\frac{(t-1)\pi}{6}\right]$$

com λ uma constante positiva, $S(t)$ em milhares e t em meses, $0 \leq t \leq 11$. Determine:

(a) a constante λ, sabendo que no mês de fevereiro houve 2 mil doações de sangue;

(b) em quais meses houve 3 mil doações de sangue.

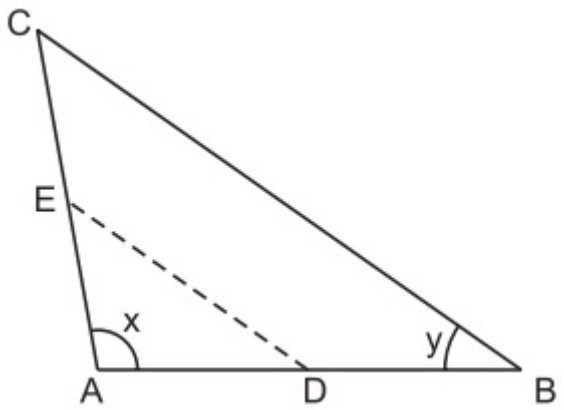
457. (UNESP – SP) Numa fábrica de cerâmica, produzem-se lajotas triangulares. Cada peça tem a forma de um triângulo isósceles cujos lados iguais medem 10 cm, e o ângulo da base tem medida x, como mostra a figura.



(a) Determine a altura $h(x)$, a base $b(x)$ e a área $A(x)$ de cada peça, em função de $\sin x$ e $\cos x$.

(b) Determine x, de modo que $A(x)$ seja igual a 50 cm^2.

458. (UNESP – SP) Cinco cidades, A, B, C, D e E, são interligadas por rodovias, conforme mostra a figura.



A rodovia AC tem 40 km, a rodovia AB tem 50 km, os ângulos x, entre AC e AB, e y, entre AB e BC, são tais que $\sin x = \dfrac{3}{4}$ e $\sin y = \dfrac{3}{7}$. Deseja-se construir uma nova rodovia ligando as cidades D e E que, dada a disposição destas cidades, será paralela a BC.

(a) Use a lei dos senos para determinar quantos quilômetros tem a rodovia BC.

(b) Sabendo que AD tem 30 km, determine quantos quilômetros terá a rodovia DE.

459. (UNESP – SP) Se $\cos x = a$, para $x \in \left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$, e assumindo que $a \neq 0$ e $a \neq 1$, o valor de $\tan(2x)$ é:

(a) $\dfrac{2a^2 - 1}{2a\sqrt{1 - a^2}}$

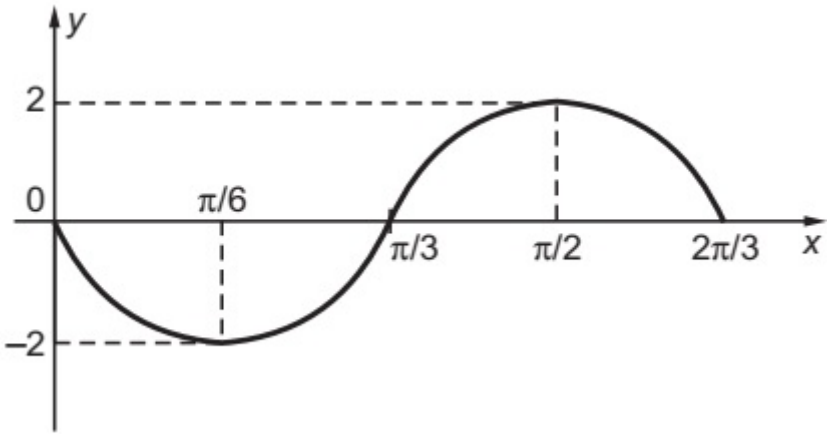
(b) $\dfrac{\sqrt{1 - a^2}}{a}$

(c) $2a\sqrt{1 - a^2}$

(d) $\dfrac{2a\sqrt{1 - a^2}}{2a^2 - 1}$

(e) $2a^2 - 1$

460. (UNESP – SP) Observe o gráfico:



Sabendo-se que ele representa uma função trigonométrica, a função $y(x)$ é:

(a) $-2\cos(3x)$

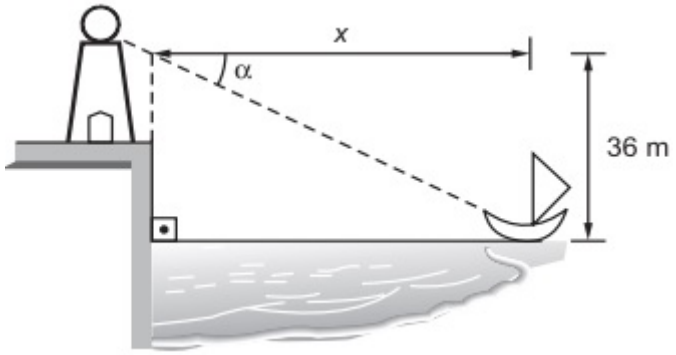
(b) $-2\sin(3x)$

(c) $2\cos(3x)$

(d) $3\sin(2x)$

(e) $3\cos(2x)$

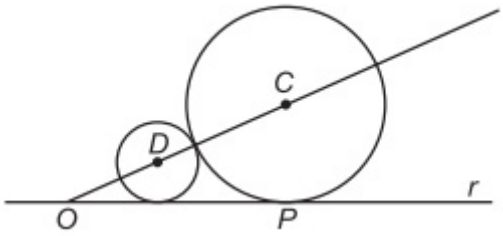
461. (UNESP – SP) Um farol localizado a 36 m acima do nível do mar é avistado por um barco a uma distância x da base do farol, a partir de um ângulo α, conforme mostra a figura:



(a) Admitindo que $\sin(\alpha) = \dfrac{3}{5}$, calcule a distância x.

(b) Assumindo-se que o barco se aproximou do farol e que uma nova observação foi realizada, na qual o ângulo α passou exatamente para 2α, calcule a nova distância x' a que o barco se encontrará da base do farol.

462. (UNESP – SP) A figura mostra duas circunferências de raios 8 cm e 3 cm, tangentes entre si e tangentes à reta r. C e D são os centros da circunferências.



Se α é a medida do ângulo $C\widehat{O}P$, o valor de $\sin\alpha$ é:

(a) $\dfrac{1}{6}$

(b) $\dfrac{5}{11}$

(c) $\dfrac{1}{2}$

(d) $\dfrac{8}{23}$

(e) $\dfrac{3}{8}$

463. (UNESP – SP) O conjunto de todos os pontos $\mathrm{P}(x, y)$ do plano, com $y \neq 0$, para os quais x e y satisfazem a equação

$$\sin\left(\frac{y}{x^2+1}\right) = 0$$

é uma:

(a) família de parábolas

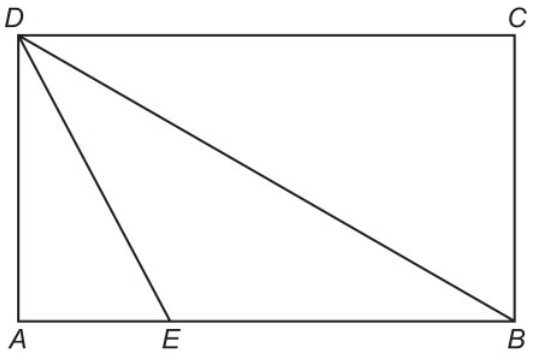
(b) família de circunferência centradas na origem

(c) família de retas

(d) parábola passando pelo ponto $\mathrm{Q}(1, 0)$

(e) circunferência centrada na origem

464. (UNESP – SP) Na figura, ABCD é um retângulo, BD = 6 cm, a medida do ângulo $A\widehat{B}D$ é $\alpha = 30°$, a medida do ângulo $A\widehat{E}D$ é β e $x = BE$. Determine:



(a) a área do triângulo BDE, em função de x.

(b) o valor de x, quando $\beta = 75°$.

465. (UNESP – SP) Uma pessoa, no nível do solo, observa o ponto mais alto de uma torre vertical, à sua frente, sob o ângulo de 30°. Aproximando-se 40 metros da torre, ela passa a ver esse ponto sob o ângulo de 45°. A altura aproximada da torre, em metros, é:

(a) $44,7$

(b) $48,8$

(c) $54,6$

(d) $60,0$

(e) $65,3$

466. (UNESP – SP) Seja a expressão: $f(x) = \sin(2x) - \cot(x)$, considerando o conjunto dos reais.

(a) Encontre o valor de $f(x)$ para $x = \dfrac{5\pi}{6}$.

(b) Resolva a equação: $f(x) = 0$.

467. (UNESP – SP) Considere a seguinte equação: $4\cos^2 x - 2(\sqrt{3} - 1)\cos x - \sqrt{3} = 0$.

(a) Encontre os valores de x que satisfazem essa equação.

(b) Verifique se o valor $\dfrac{7\pi}{6}$ satisfaz a equação.

468. (UNESP – SP) A temperatura, em graus Celsius (℃), de uma câmara frigorífica, durante um dia completo, das 0 hora às 24 horas, é dada aproximadamente pela função:

$$f(t) = \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right),\ 0 \leq t \leq 24,$$

com t em horas. Determine:

(a) a temperatura da câmara frigorífica às 2 horas e às 9 horas (use as aproximações $\sqrt{2} = 1,4$ e $\sqrt{3} = 1,7$).

(b) em quais horários do dia a temperatura atingiu 0℃.

469. (UNESP – SP) O valor do determinante da matriz $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} \sin(\theta) & \cos(\theta) & \sec(\theta) \\ \cos(\theta) & \sin(\theta) & \csc(\theta) \\ \tan(\theta) & 1 & \sec^2(\theta) \end{pmatrix}$, para $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$, é:

(a) -1

(b) $\tan(\theta)$

(c) $\sec(\theta)$

(d) 0

(e) 1

470. (UNESP – SP) Considere um plano sobre o qual estão localizados os pontos X, Y, Z e W, de forma que:

I. X, Y e Z são colineares;

II. as retas WX e YZ são perpendiculares;

III. X é um ponto exterior ao segmento YZ;

IV. a distância YZ é de 90 cm;

V. os ângulos WZX e WYX medem, respectivamente, 45° e 60°.

Então a distância ZX é aproximadamente igual a (adote $\sqrt{3} = 1,73$):

(a) $30,3$ cm

(b) $70,9$ cm

(c) $123,3$ cm

(d) $218,8$ cm

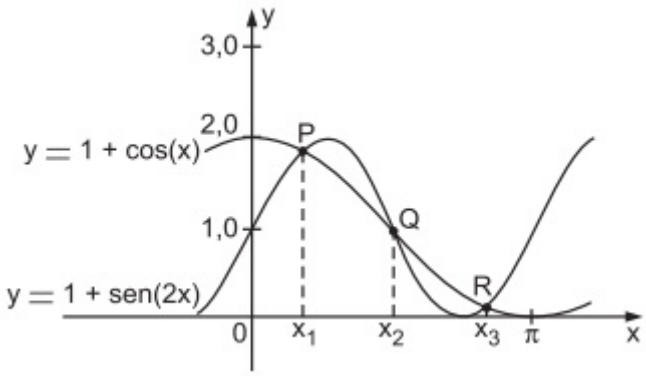
(e) $295,0$ cm

471. (UNESP – SP) Dada a equação $\cos(4x) = -\dfrac{1}{2}$.

(a) verifique se o ângulo x pertence ao 1^{o} quadrante, tal que $\sin(x) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, satisfaz a equação acima.

(b) encontre as soluções da equação dada, em toda a reta.

472. (UNESP – SP) A figura representa parte dos gráficos das funções $f(x) = 1+\sin(2x)$ e $g(x) = 1 + \cos(x)$.



Se x_1, x_2 e x_3 são, respectivamente, as abscissas dos pontos P, Q e R de intersecção dos gráficos das funções $f(x)$ e $g(x)$ no intervalo $[0, \pi]$, a soma $x_1 + x_2 + x_3$ é:

(a) $\frac{2\pi}{3}$

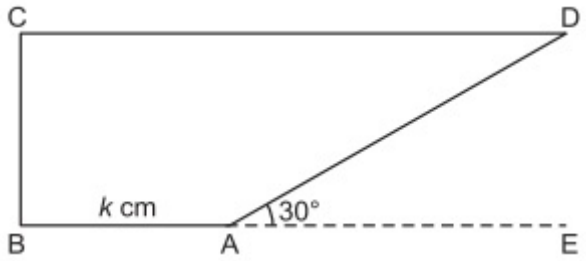
(b) $\frac{4\pi}{3}$

(c) $\frac{3\pi}{2}$

(d) $\frac{5\pi}{6}$

(e) $\frac{7\pi}{12}$

473. (UNESP – SP) A figura representa um trapézio retângulo em que a medida de AB é k centímetros, o lado AD mede $2k$ e o ângulo $D\widehat{A}E$ mede 30°.



Nestas condições, a área do trapézio, em função de k, é dada por:

(a) $k^2(2 + \sqrt{3})$

(b) $k^2\frac{(2 + \sqrt{3})}{2}$

(c) $\frac{3k^2\sqrt{3}}{2}$

(d) $3k^2\sqrt{3}$

(e) $k^2\sqrt{3}$

474. (UNESP – SP) A figura mostra a órbita elíptica de um satélite S em torno do planeta Terra. Na elipse estão assinalados dois pontos: o ponto A (apogeu), que é o ponto da órbita mais afastado do centro da Terra, e o ponto P (perigeu), que é o ponto da órbita mais próximo do centro da Terra. O ponto O indica o centro da Terra e o ângulo $P\widehat{O}S$ tem medida α, com $0° \leq \alpha \leq 360°$.

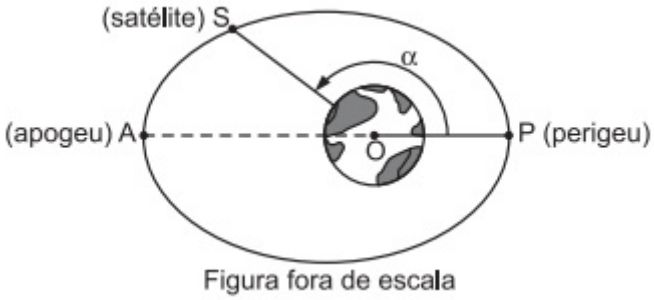


Figura fora de escala

A altura h, em km, do satélite à superfície da Terra, dependendo do ângulo α, é dada aproximadamente pela função

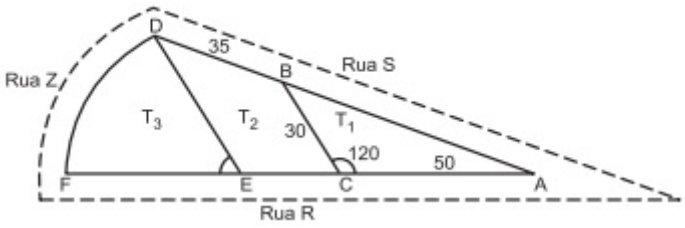
$$h = \left(-64 + \frac{7980}{100 + 5\cos\alpha}\right) \cdot 10^2.$$

Determine:

(a) A altura h do satélite quando este se encontra no perigeu e também quando se encontra no apogeu.

(b) Os valores de α quando a altura h do satélite é de 1580 km.

475. (UNESP – SP) Dois terrenos, T_1 e T_2, têm frentes para a rua R e fundos para a rua S, como mostra a figura. O lado BC do terreno T_1 mede 30 m e é paralelo ao lado DE do terreno T_2. A frente AC do terreno T_1 mede 50 m e o fundo BD do terreno T_2 mede 35 m. Ao lado do terreno T_2 há um terreno, T_3, com frente para a rua Z, na forma de um setor circular de centro E e raio ED.



Determine:

(a) As medidas do fundo AB do terreno T_1 e da frente CE do terreno T_2.

(b) A medida do lado DE do terreno T_2 e o perímetro do terreno T_3.

476. (UNESP – SP) Considere os gráficos das funções $y = \sin(x)$ e $y = \sin(2x)$ em um mesmo plano cartesiano. O número de interseções desses gráficos, para x no intervalo $[0, 2\pi]$, é:

(a) 3

(b) 4

(c) 5

(d) 6

(e) 7

477. (UNESP – SP) Se $\tan(x) = \dfrac{2ab}{a^2 - b^2}$, em que $a > b > 0$ e $0° < x < 90°$, então o valor de $\sin(x)$ é:

(a) $\dfrac{b}{a}$

(b) $\dfrac{b}{a+b}$

(c) $\dfrac{a-b}{a+b}$

(d) $\dfrac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$

(e) $\dfrac{2ab}{a^2+b^2}$

478. (UNESP – SP) A relação $y = A + 0,6\sin[\omega(t-7)]$ exprime a profundidade y do mar, em metros, em uma doca, às t horas do dia, $0 \leq t \leq 24$, na qual o argumento é expresso em radianos.

(a) Dado que na maré alta a profundidade do mar na doca é $3,6$ m, obtenha o valor de A.

(b) Considerando que o período das marés é de 12 horas, obtenha o valor de ω.

479. (UNESP – SP) Um ciclista sobe, em linha reta, uma rampa com inclinação de 3 graus a uma velocidade constante de 4 metros por segundo.
A altura do topo da rampa em relação ao ponto de partida é 30 m.

Use a aproximação $\sin 3° = 0,05$ e responda. O tempo, em minutos, que o ciclista levou para percorrer completamente a rampa é:

(a) $2,5$

(b) $7,5$

(c) 10

(d) 15

(e) 30

480. (UNESP – SP) Podemos supor que um atleta, enquanto corre, balança cada um de seus braços ritmicamente (para frente e para trás) segundo a equação

$$y = f(t) = \frac{\pi}{9}\sin\left(\frac{8\pi}{3}\left(t - \frac{3}{4}\right)\right),$$

onde y é o ângulo compreendido entre a posição do braço e o eixo vertical $\left(-\frac{\pi}{9} \leq y \leq \frac{\pi}{9}\right)$, e t é o tempo medido em segundos, $t \leq 0$. Com base nessa equação, determine quantas oscilações completas (para frente e para trás) o atleta faz com o braço em 6 segundos.

481. (UNESP – SP) Dada a expressão $f(x) = \log_{10}\left[\frac{1}{\sin(x)\cdot\csc(x)}\right]$, com $x \in \mathbb{R}$ e $x \neq n\pi, n \in \mathbb{Z}$, pode-se afirmar que:

(a) $f(x) = \log_{10}(\cot(x))$

(b) $f(x) = \log_{10}(\tan(x))$

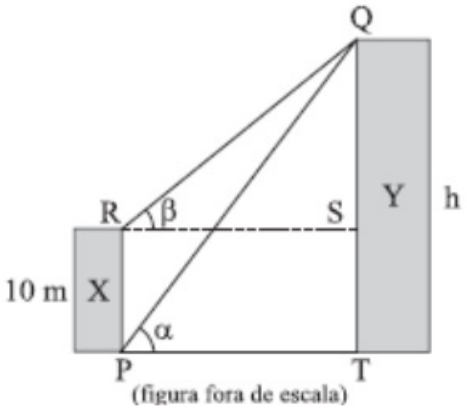
(c) $f(x) = 10$, qualquer que seja x

(d) $f(x) = 1$, qualquer que seja x

(e) $f(x) = 0$, qualquer que seja x

482. (UNESP – SP) Dada a expressão trigonométrica $\cos(5x) - \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 0$, resolva-a em $\mathbb{R}$ para $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

483. (UNESP – SP) Dois edifícios, X e Y, estão de frente ao outro, num terreno plano. Um observador, no pé do edifício X (ponto P), mede um ângulo α em relação ao topo do edifício Y (ponto Q). Depois disso, no topo do edifício X, num ponto R, de forma que RPTS formem um retângulo e QT seja perpendicular a PT, esse observador mede um ângulo β em relação ao ponto Q no edifício Y.



(figura fora de escala)

Sabendo que a altura do edifício X é de 10 m e que $3\tan\alpha = 4\tan\beta$, a altura do edifício Y, em metros, é:

(a) $\frac{40}{3}$

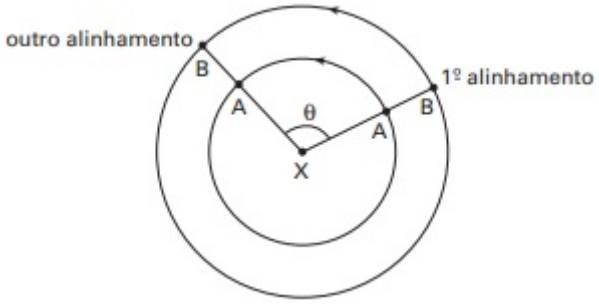
(b) $\frac{50}{4}$

(c) 30

(d) 40

(e) 50

484. (UNESP – SP) Suponha que dois planetas, A e B, giram em torno de uma estrela X (cada um com velocidade constante e no mesmo sentido). O ano (tempo em que o planeta leva para dar uma volta completa em torno de X) tem duração de 300 dias terrestres para A, e as órbitas de A e B podem ser consideradas circulares.
Num certo instante, os planetas A e B estão alinhados em relação a X, na ordem mostrada na figura (X, A, B). Após 700 dias, ocorreu um outro alinhamento de dois planetas, em relação a X, mantendo a mesma ordem.



Sabendo que do primeiro até o outro alinhamento o planeta B percorreu exatamente uma volta em torno de X mais o arco compreendido pelo ângulo θ indicado na figura, determine a duração do ano em B, em dias terrestres.

485. (UNESP – SP) Dado o triângulo retângulo ABC, cujos catetos são: AB $= \sin x$ e BC $= \cos x$, os ângulos em A e C são:

(a) A $= x$ e C $= \frac{\pi}{2}$

(b) A $= \frac{\pi}{2}$ e C $= x$

(c) A $= x$ e C $= \frac{\pi}{2} - x$

(d) A $= \frac{\pi}{2} - x$ e C $= x$

(e) A $= x$ e C $= \frac{\pi}{4}$

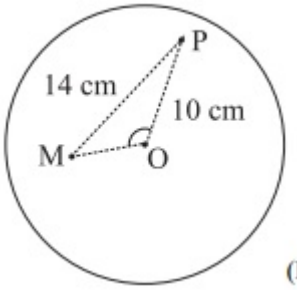
486. (UNESP – SP) Num determinado ambiente convivem duas espécies, que desempenham o papel de predador (C) e de presa (H). As populações dessas espécies, em milhares de indivíduos, são dadas pelas seguintes equações:

$$C(t) = 1 + \frac{1}{2}\cos\left(\sqrt{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$H(t) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\sin\left(\sqrt{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$$

onde t é o tempo em meses. Determine qual a duração do ciclo de crescimento e decrescimento das populações, isto é, a cada quanto tempo as populações voltam, simultaneamente, a ter as mesmas quantidades de indivíduos de $t = 0$.

487. (UNESP – SP) Paulo e Marta estão brincando de jogar dardos. O alvo é um disco circular de centro O. Paulo joga um dardo, que atinge um alvo num ponto, que vamos denotar por P; em seguida, Marta joga outro dardo, que atinge um ponto denotado por M, conforme figura.



(Figura não em escala.)

Sabendo-se que a distância do ponto P ao centro O do alvo é $\overline{PO} = 10$ cm, que a distância de P a M é $\overline{PM} = 14$ cm e que o ângulo $P\widehat{O}M$ mede 120°, a distância, em centímetros, do ponto M ao centro O é:

(a) 12

(b) 9

(c) 8

(d) 6

(e) 5

488. (UNESP – SP) Há famílias que sobrevivem trabalhando na coleta de material para reciclagem, principalmente em cidades turísticas. Numa tal cidade, uma família trabalha diariamente na coleta de latas de alumínio. A quantidade (em quilogramas) que essa família coleta por dia varia, aumentando em finais de semana e feriados. Um matemático observou a quantidade de alumínio coletada por essa família durante dez dias consecutivos e modelou essa situação através da seguinte função:

$$f(x) = 10 + (x+1)\cos\left(\frac{\pi}{3}x - \frac{2\pi}{3}\right),$$

onde $f(x)$ indica a quantidade de alumínio, em quilogramas, coletado pela família no dia x, com $1 \leq x \leq 10$, x inteiro positivo. Sabendo que $f(x)$, nesse período,

atinge seu valor máximo em um dos valores de x no qual a função $\cos\left(\frac{\pi}{3}x - \frac{2\pi}{3}\right)$ atinge seu máximo, determine o valor de x para o qual a quantidade coletada nesse período foi máxima e quantos quilos de alumínio foram coletados pela família nesse dia.

489. (UNESP – SP) Em uma pequena cidade, uma matemático modelou a quantidade de lixo doméstico total (orgânico e reciclável) produzida pela população, mês a mês, durante um ano, através da função

$$f(x) = 200 + (x + 50)\cos\left(\frac{\pi}{3}x - \frac{4\pi}{3}\right),$$

onde $f(x)$ indica a quantidade de lixo, em toneladas, produzida pela cidade no mês x, com $1 \leq x \leq 12$, x inteiro positivo.
Sabendo que $f(x)$, nesse período, atinge seu valor máximo em um dos valores de x no qual a função $\cos\left(\frac{\pi}{3}x - \frac{4\pi}{3}\right)$, atinge seu máximo, determine o mês x para o qual a produção de lixo foi máxima e quantas toneladas de lixo foram produzidas pela população nesse mês.

490. (UNESP – SP) Determinando m, de modo que as raízes da equação $x^2 - mx + m^2 = 0$ sejam o seno e cosseno do mesmo ângulo, os possíveis valores desses ângulos no 1º ciclo trigonométrico são:

(a) $0°$ ou π

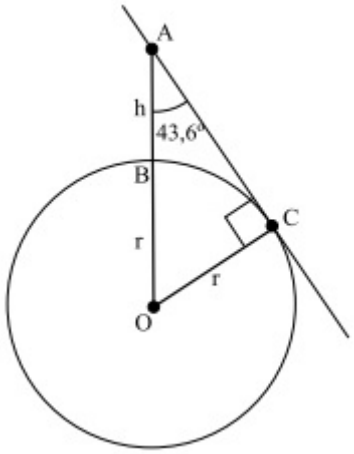
(b) $\frac{3\pi}{2}$ ou 2π

(c) π ou 2π

(d) $\frac{\pi}{2}$ ou $\frac{3\pi}{2}$

(e) π ou $\frac{3\pi}{2}$

491. (UNESP – SP) Uma das maneiras de se calcular o raio da Terra, considerando-a como uma esfera, é escalar o topo de uma montanha cuja altitude acima do nível do mar seja conhecida e medir o ângulo entre a vertical e a linha do horizonte. Sabendo-se que a altitude do topo do Pico das Agulhas Negras, em Itatiaia/RJ, é de 2791 metros em relação ao nível do mar, e que deste ponto ao ponto, no horizonte, sobre o Oceano Atlântico, faz um ângulo de $43,6°$, com a vertical, o raio estimado da Terra, em quilômetros, é:
Use: $\sin(43,6°) = 0,69$



(a) $2,1$ km

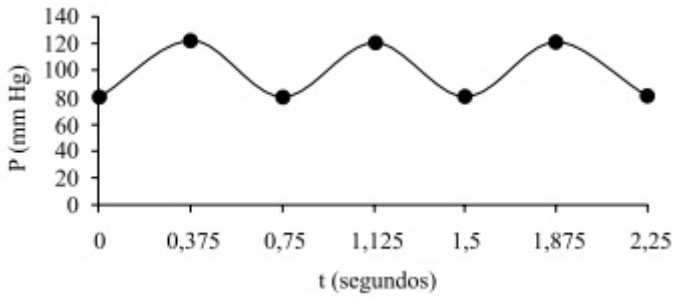
(b) $4,4$ km

(c) $4,7$ km

(d) $6,2$ km

(e) $9,7$ km

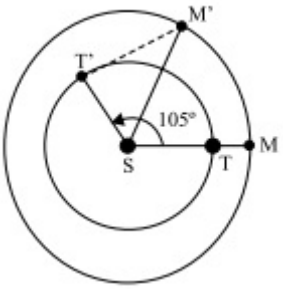
492. (UNESP – SP) A variação da pressão nas paredes dos vasos sanguíneos (P, em mmHg) em função do tempo (t, em segundos) está representada no gráfico seguinte:



Observe que a imagem da função está no intervalo $[80, 120]$ e que seu período é de $0,75$ segundos, ou seja, $3/4$ de segundos.
Com base nessas informações, determine uma função da forma $y = a + b \cdot \cos(k \cdot t)$, onde a, b e k são constantes reais, que represente essa gráfico.

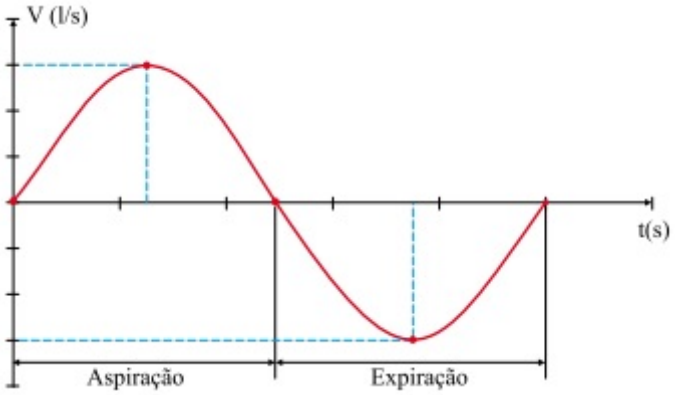
493. (UNESP – SP) Em 2009, comemora-se o "Ano Internacional da Astronomia"em homenagem aos quatro séculos das primeiras observações telescópicas do céu, feitas por Galileu Galilei (1564 – 1642). Entretanto, para historiadores da ciência, o ano de 1543 é tido como o início da ciência moderna devido aos trabalhos de Nicolau Copérnico (1473 – 1543), baseados no heliocentrismo e na uniformidade dos movimentos planetários em torno do Sol.
Aplicando alguns dos conhecimentos desenvolvidos por Copérnico ao planeta Marte,

cuja órbita é maior que a da Terra, tem-se: Conforme figura abaixo, suponha que Marte, em M, esteja em oposição à Terra, em T, e o Sol esteja em S.



Observando Marte sempre à meia-noite, a partir dessa oposição, verifica-se que ele vai descendo progressivamente e atingirá o horizonte terrestre após 106 dias. Nessa situação, a Terra estará em T', Marte em M', e o ângulo ST'M' será de 90°. Sabe-se que o período sideral (tempo de revolução do planeta em torno do Sol) de Marte é de 687 dias e que a distância Terra-Sol é de, aproximadamente, 149.500.000 km. Determine, aproximadamente, a distância de Marte ao Sol.
Dado: $\cos 49° = 0,66$.

494. (UNESP – SP) Em situação normal, observa-se que os sucessivos períodos de aspiração e expiração de ar dos pulmões em um indivíduo são iguais em tempo, bem como na quantidade de ar inalada e expelida.
A velocidade de aspiração e expiração do ar dos pulmões de um indivíduo está representada pela curva do gráfico, considerando apenas um ciclo de processo.



Sabendo-se que, em uma pessoa em estado de repouso, um ciclo de aspiração e expiração completo ocorre a cada 5 segundos e que a taxa máxima de inalação e exalação, em módulo, é $0,6$ L/s, a expressão da função cujo gráfico mais se aproxima da curva representada na figura é:

(a) $V(t) = \dfrac{2\pi}{5} \sin\left(\dfrac{3}{5}t\right)$

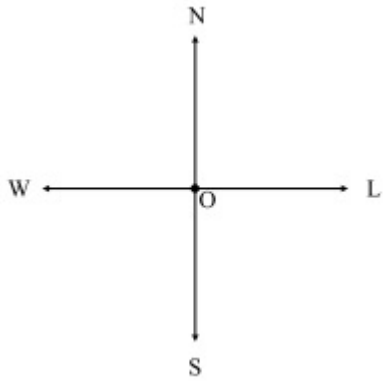
(b) $V(t) = \dfrac{3}{5} \sin\left(\dfrac{5}{2\pi}t\right)$

(c) $V(t) = 0,6 \cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right)$

(d) $V(t) = 0,6 \sin\left(\frac{2\pi}{5}t\right)$

(e) $V(t) = \frac{5}{2\pi}\cos(0,6t)$

495. (UNESP – SP) Em um experimento sobre orientação e navegação de pombos, considerou-se o pombal como a origem O de um sistema de coordenadas cartesianas e os eixos orientados Sul-Norte (SN) e Oeste-Leste (WL). Algumas aves foram liberadas num ponto P que fica 52 km ao leste do eixo SN e a 30 km ao sul do eixo WL. O ângulo azimutal de P é o ângulo, em graus, medido no sentido horário a partir da semirreta ON até a semirreta OP. No experimento descrito, a distância do pombal até o ponto de liberação das aves, em km, e o ângulo azimutal, em graus, desse ponto são, respectivamente:
Dado: $\sqrt{3604} \approx 60$.



(a) 42, 5 e 30

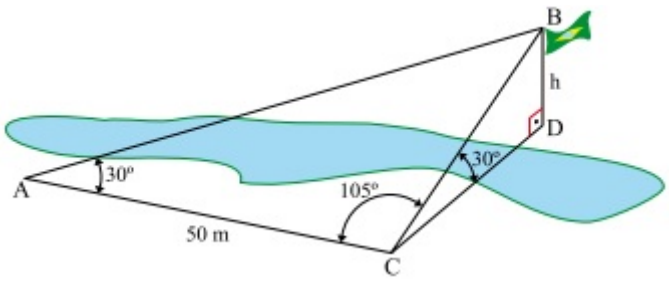
(b) 42, 5 e 120

(c) 60 e 30

(d) 60 e 120

(e) 60 e 150

496. (UNESP – SP) Uma pessoa se encontra no ponto A de uma planície, às margens de um rio e vê, do outro lado do rio, o topo do mastro de uma bandeira, ponto B. Com o objetivo de determinar a altura h do mastro, ela anda, em linha reta, 50 m para a direita do ponto em que se encontrava e marca o ponto C. Sendo D o pé do mastro, avalia que os ângulos $B\widehat{A}C$ e $B\widehat{C}D$ valem 30°, e o ângulo $A\widehat{C}B$ vale 105°, como mostra a figura.



A altura h do mastro da bandeira, em metros, é:

(a) 12, 5

(b) $12,5\sqrt{2}$

(c) $25,0$

(d) $25,0\sqrt{2}$

(e) $35,0$

497. (UNESP – SP) *No dia 11 de março de 2011, o Japão foi sacudido por terremoto com intensidade de 8,9 na Escala Richter, com o epicentro no Oceano Pacífico, a 360 km de Tóquio, seguido de tsunami. A cidade de Sendai, a 320 km a nordeste de Tóquio, foi atingida pela primeira onda do tsunami após 13 minutos.*

(*O Estado de S.Paulo, 13.03.2011.*Adaptado.)

Baseando-se nos dados fornecidos e sabendo que $\cos\alpha \approxeq 0,934$, onde α é o ângulo Epicentro-Tóquio-Sendai, e que $2^8 \cdot 3^2 \cdot 93,4 \approxeq 215.100$, a velocidade média, em km/h, com que a 1ª onda do tsunami atingiu até a cidade de Sendai, foi de:

(a) 10

(b) 50

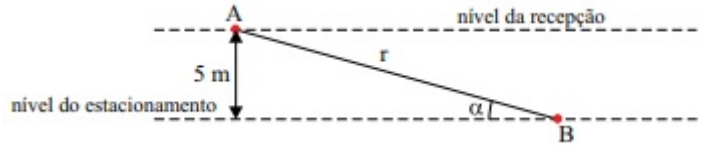
(c) 100

(d) 250

(e) 600

498. (UNESP – SP) Um prédio hospitalar está sendo construído em um terreno declivoso. Para otimizar a construção, o arquiteto responsável idealizou o estacionamento no subsolo do prédio, com entrada pela rua dos fundos do terreno. A recepção do hospital está a 5 metros acima do nível do estacionamento, sendo necessária a construção de uma rampa retilínea de acesso para os pacientes com dificuldades de

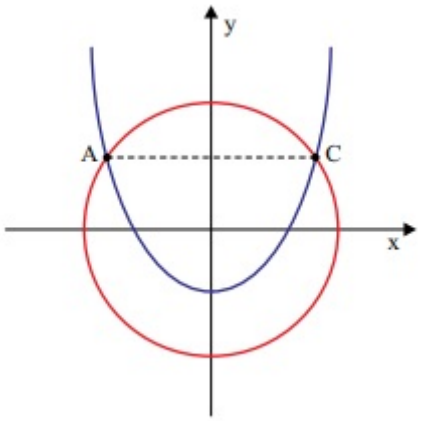
locomoção. A figura representa esquematicamente esta rampa (r), ligando o ponto A, no piso da recepção, ao ponto B, no piso do estacionamento, a qual deve ter uma inclinação α mínima de 30° e máxima de 45°.



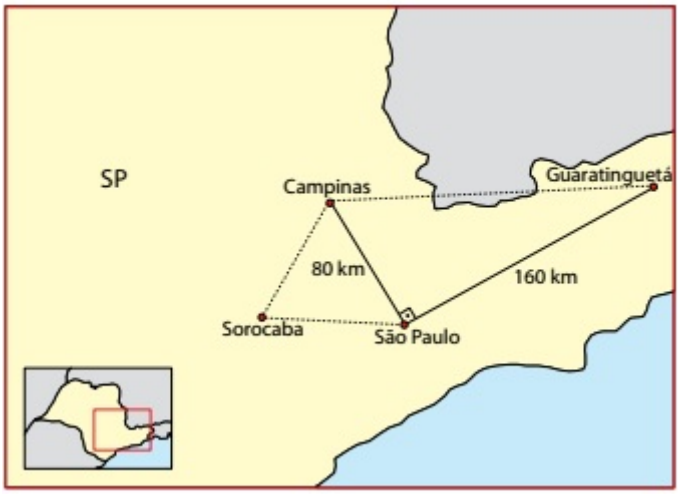
Nestas condições e considerando $\sqrt{2} \cong 1,4$, quais deverão ser os valores máximo e mínimo, em metros, do comprimento desta rampa de acesso?

499. (UNESP – SP) Sabendo-se que $\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$, para quais valores de x a função $f(x) = \cos x + \frac{1}{2} \cdot \cos(2x)$ assume seu valor mínimo no intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$?

500. (UNESP – SP) Os pontos A e C são intersecções de duas cônicas dadas pelas equações $x^2 + y^2 = 7$ e $y = x^2 - 1$, como mostra a figura fora de escala. Sabendo que $\tan 49° \cong \frac{2\sqrt{3}}{3}$ e tomando o ponto $B(0, -\sqrt{7})$, determine a medida aproximada do ângulo $A\widehat{B}C$, em graus.



501. (UNESP – SP) Um professor de geografia forneceu a seus alunos um mapa do estado de São Paulo, que informava que as distâncias aproximadas em linha reta entre os pontos que representam as cidades de São Paulo e Campinas e entre os pontos que representam as cidades de São Paulo e Guaratinguetá eram, respectivamente, 80 km e 160 km. Um dos alunos observou, então, que as distâncias em linha reta entre os pontos que representam as cidades de São Paulo, Campinas e Sorocaba formavam um triângulo equilátero. Já um outro aluno notou que as distâncias em linha reta entre os pontos que representam as cidades de São Paulo, Guaratinguetá e Campinas formavam um triângulo retângulo, conforme mostra o mapa.



Com essas informações, os alunos determinaram que a distância entre os pontos que representam as cidades de Guaratinguetá e Sorocaba, em km, é próxima de:

(a) $80 \cdot \sqrt{2 + 5 \cdot \sqrt{3}}$

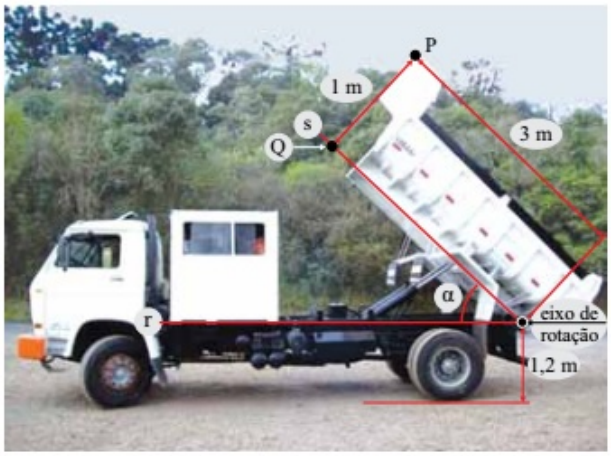
(b) $80 \cdot \sqrt{5 + 2 \cdot \sqrt{3}}$

(c) $80 \cdot \sqrt{6}$

(d) $80 \cdot \sqrt{5 + 3 \cdot \sqrt{3}}$

(e) $80 \cdot \sqrt{7 \cdot \sqrt{3}}$

502. (UNESP – SP) A caçamba de um caminhão basculante tem 3 m de comprimento das direções de seu ponto mais frontal P até a de seu eixo de rotação e 1 m de altura entre os pontos P e Q. Quando na posição horizontal, isto é, quando os segmentos de retas r e s se coincidirem, a base do fundo da caçamba distará $1,2$ m do solo. Ela pode girar, no máximo, α graus em torno de seu eixo de rotação, localizado em sua parte traseira inferior, conforme indicado na figura.



(*www.autobrutus.com.*Adaptado.)

Dado $\cos\alpha = 0,8$, a altura, em metros, atingida pelo ponto P, em relação ao solo, quando o ângulo de giro α for máximo, é:

(a) $4,8$

(b) $5,0$

(c) $3,8$

(d) $4,4$

(e) $4,0$

503. (UNESP – SP) O conjunto solução (S) para a inequação $2 \cdot \cos^2 x + \cos(2x) > 2$, em que $0 < x < \pi$, é dado por:

(a) $\mathrm{S} = \left\{x \in (0,\pi) \middle| 0 < x < \frac{\pi}{6} \text{ ou } \frac{5\pi}{6} < x < \pi\right\}$

(b) $\mathrm{S} = \left\{x \in (0,\pi) \middle| \frac{\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{3}\right\}$

(c) $\mathrm{S} = \left\{x \in (0,\pi) \middle| 0 < x < \frac{\pi}{3} \text{ ou } \frac{2\pi}{3} < x < \pi\right\}$

(d) $\mathrm{S} = \left\{x \in (0,\pi) \middle| 0 < x < \frac{\pi}{3} \text{ ou } \frac{2\pi}{3} < x < \pi\right\}$

(e) $\mathrm{S} = \{x \in (0,\pi)\}$

504. (UNESP – SP) A figura mostra um relógio de parede, com 40 cm de diâmetro externo, marcando 1 hora e 54 minutos.

(www.euroferragens.com.br)

Usando a aproximação $\pi = 3$, a medida, em cm, do arco externo do relógio determinado pelo ângulo central agudo formado pelos ponteiros das horas e dos minutos, no horário mostrado, vale aproximadamente:

(a) 22

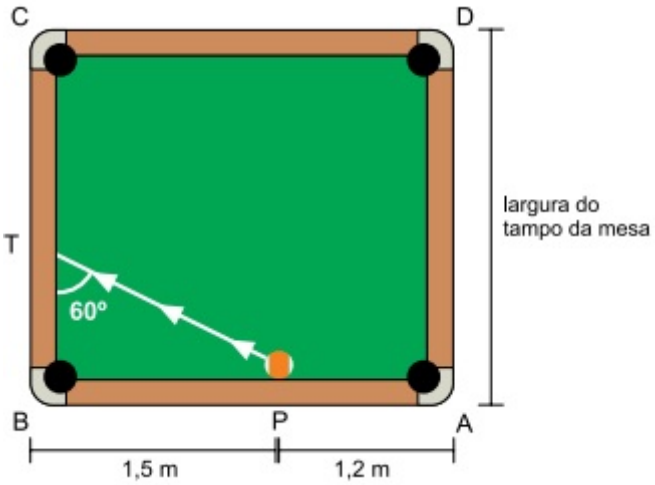
(b) 31

(c) 34

(d) 29

(e) 20

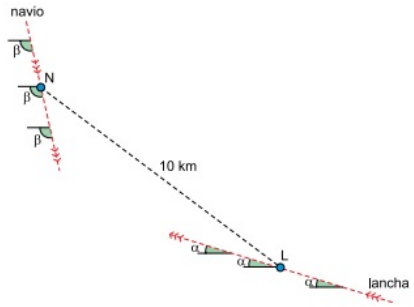
505. (UNESP – SP) A figura representa a vista superior do tampo plano e horizontal de uma mesa de bilhar retangular ABCD, com caçapas em A, B, C e D. O ponto P, localizado em $\overline{AB}$, representa a posição de uma bola de bilhar, sendo PB $= 1,5$ m e PA $= 1,2$ m. Após uma tacada na bola, ela se desloca em linha reta coincidindo com $\overline{BC}$ no ponto T, sendo a medida do ângulo $P\widehat{T}B$ igual a 60°. Após essa colisão, a bola segue, em trajetória reta, diretamente até a caçapa D.



Nas condições descritas e adotando $\sqrt{3} = 1,73$, a largura do tampo da mesa, em metros, é próxima de:

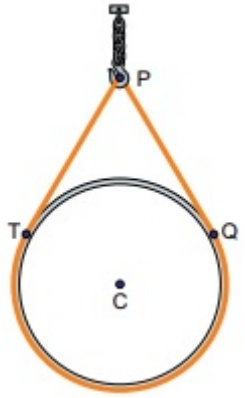
(a) $2,42$
(b) $2,08$
(c) $2,28$
(d) $2,00$
(e) $2,56$

506. (UNESP – SP) Uma lancha e um navio percorrem rotas lineares no mar plano com velocidades constantes de 80 e 30 km/h, respectivamente. Suas rotas, como mostra a figura, estão definidas por ângulos constantes de medidas iguais a α e β, respectivamente. Quando a lancha está no ponto L e o navio no ponto N, a distância entre eles é de 10 km.



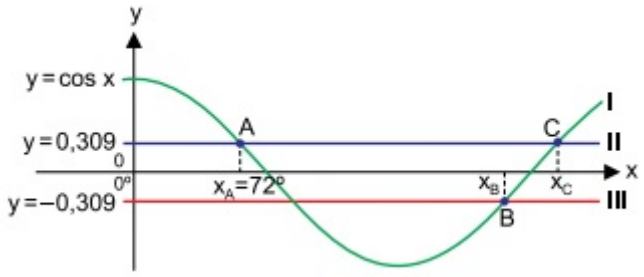
Sendo P o ponto em que a lancha colidirá com o navio, demonstre que o ângulo obtuso $L\widehat{P}N$ será igual a $\alpha + \beta$. Em seguida, calcule a distância entre N e P, considerando $\cos(\alpha + \beta) = -\dfrac{9}{16}$

507. (UNESP – SP) Uma peça circular de centro C e raio 12 cm está suspensa por uma corda alaranjada, perfeitamente esticada e fixada em P. Os pontos T e Q são de tangência dos segmentos retilíneos da corda com a peça, e a medida do ângulo agudo $T\widehat{P}Q$ é 60°.



Desprezando-se as espessuras da corda, da peça circular e do gancho que a sustenta, calcule a distância de P até o centro C da peça. Adote $\pi = 3,1$ e $\sqrt{3} = 1,7$, nas contas finais, calcule o comprimento total da corda.

508. (UNESP – SP) A figura indica os gráficos das funções I, II e III. Os pontos A$(74°, 0,309)$, B$(\mathrm{x}_B, -0,309)$ e C$(\mathrm{x}_C, 0,309)$ são alguns dos pontos de intersecção dos gráficos. retilíneos da corda com a peça, e a medida do ângulo agudo $T\widehat{P}Q$ é 60°.



Nas condições dadas, $\mathrm{x}_B + \mathrm{x}_C$ é igual a:

(a) 538°

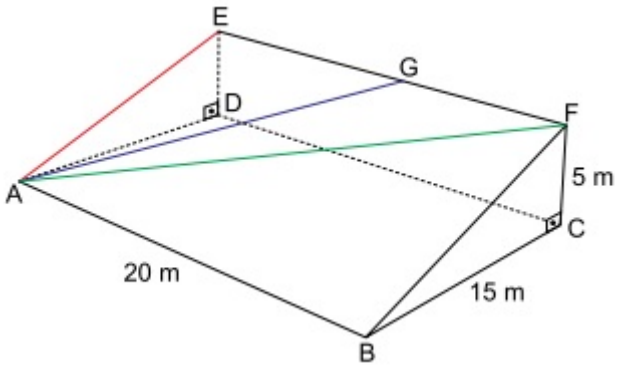
(b) 488°

(c) 540°

(d) 432°

(e) 460°

509. (UNESP – SP) Uma rampa, com forma de prisma reto, possui triângulos retângulos ADE e BCF nas bases do prisma, e retângulos nas demais faces. Sabe-se que AB = 20 m, BC = 15 m e CF = 5 m. Sobre a face ABFE da rampa estão marcados os caminhos retilíneos $\overline{AE}, \overline{AG}$ e $\overline{AF}$, com G sendo um ponto de $\overline{EF}$, como mostra a figura.



(a) Calcule a medida do segmento $\overline{AE}$. Em seguida, assuma que a inclinação de subida (razão entre vertical e horizontal) pelo caminho $\overline{AG}$ seja igual a $\frac{1}{4}$ e calcule a medida do segmento $\overline{EG}$.

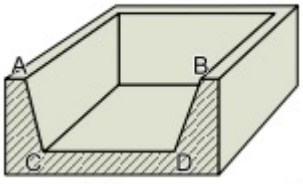
(b) Considere os seguintes dados para responder a este item:

α	$7,1°$	$11,3°$	$14,0°$	$18,4°$
$\tan\alpha$	$0,125$	$0,200$	$0,250$	$0,333$

Comparando-se o caminho $\overline{AF}$ com o caminho $\overline{AE}$, nota-se que o ângulo de inclinação de $\overline{AF}$ e de $\overline{AE}$, em relação ao plano que contém o retângulo ABCD, aumentou. Calcule a diferença aproximada, em graus, desses ângulos.

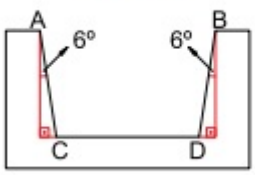
510. (UNESP – SP) A figura 1 indica o corte transversal em um molde usado para a fabricação de barras de ouro. A figura 2 representa a vista frontal da secção transversal feita no molde, sendo ABCD um trapézio isósceles com AC = BD = 10 cm.

FIGURA 1



Molde

FIGURA 2



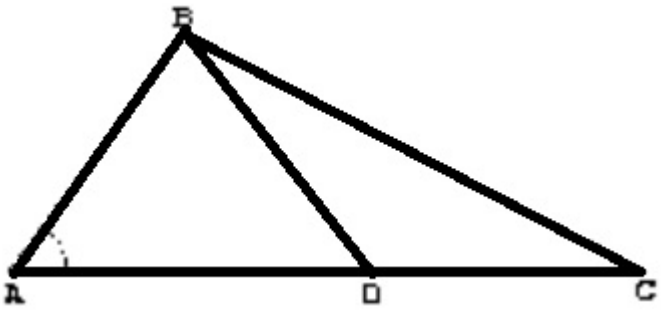
Vista frontal do corte transversal feito no molde

Adote: $\sin 6° = 0,104$; $\cos 6° = 0,994$.

(a) Calcule a diferença entre as medidas de $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$.

(b) Admitindo que a área do trapézio ABCD seja igual a $99,4\ \text{cm}^2$, calcule a soma das medidas de $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$.

511. (FUVEST – SP) Na figura abaixo, AD = 2 cm, AB = $\sqrt{3}$ cm, a medida do ângulo $B\widehat{A}C$ é 30° e BD = DC, onde D é o ponto do lado $\overline{AC}$. A medida do lado $\overline{BC}$, em cm, é:



(a) $\sqrt{3}$

(b) 2

(c) $\sqrt{5}$

(d) $\sqrt{6}$

(e) $\sqrt{7}$

512. (FUVEST – SP) Sendo $\sin\alpha = \dfrac{9}{10}$, com $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$, tem-se:

(a) $\sin\alpha < \sin\dfrac{\pi}{3} < \sin 2\alpha$

(b) $\sin\dfrac{\pi}{3} < \sin\alpha < \sin 2\alpha$

(c) $\sin\alpha < \sin 2\alpha < \sin\dfrac{\pi}{3}$

(d) $\sin 2\alpha < \sin\dfrac{\pi}{3} < \sin\alpha$

(e) $\sin 2\alpha < \sin\alpha < \sin\dfrac{\pi}{3}$

513. (FUVEST – SP) Qual das afirmações abaixo é verdadeira?

(a) $\sin 210° < \cos 210° < \tan 210°$

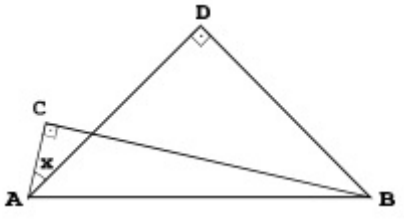
(b) $\cos 210° < \sin 210° < \tan 210°$

(c) $\tan 210° < \sin 210° < \cos 210°$

(d) $\tan 210° < \cos 210° < \sin 210°$

(e) $\sin 210° < \tan 210° < \cos 210°$

514. (FUVEST – SP) Nos triângulos retângulos da figura, $AC = 1$ cm, $BC = 7$ cm, $AD = BD$. Sabendo que $\sin(a-b) = \sin a\cos b - \sin b\cos a$, o valor de $\sin x$ é:



(a) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(b) $\dfrac{7}{\sqrt{50}}$

(c) $\dfrac{3}{5}$

(d) $\dfrac{4}{5}$

(e) $\dfrac{1}{\sqrt{50}}$

515. (FUVEST – SP)

(a) Expresse $\sin 3\alpha$ em função de $\sin \alpha$.

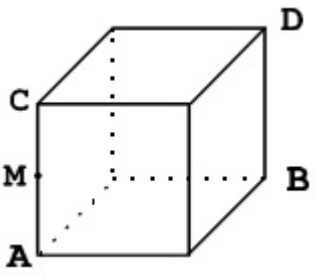
(b) Resolva a inequação $\sin 3\alpha > 2 \sin \alpha$ para $0 < \alpha < \pi$.

516. (FUVEST – SP) No cubo de aresta 1, considere as arestas $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ e o ponto médio, M, de $\overline{AC}$.

(a) Determine o cosseno do ângulo $B\widehat{A}D$.

(b) Determine o cosseno do ângulo $B\widehat{M}D$.

(c) Qual dos ângulos, $B\widehat{A}D$ ou $B\widehat{M}D$, é o maior? Justifique.



517. (FUVEST – SP) Se α é um ângulo tal que $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ e $\sin \alpha = a$, então $\tan(\pi - a)$ é igual a:

(a) $-\dfrac{a}{\sqrt{1-a^2}}$

(b) $\dfrac{a}{\sqrt{1-a^2}}$

(c) $\dfrac{\sqrt{1-a^2}}{a}$

(d) $-\dfrac{\sqrt{1-a^2}}{a}$

(e) $-\dfrac{1+a^2}{a}$

518. (FUVEST – SP) Ache todas as soluções da equação $\sin^3 x \cdot \cos x = 3 \cdot \sin x \cos^3 x$, no intervalo $[0, 2\pi)$.

519. (FUVEST – SP) O dobro do seno de um ângulo θ, $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$, é igual ao triplo do quadrado de sua tangente. Logo, o valor do seu cosseno é:

(a) $\dfrac{2}{3}$

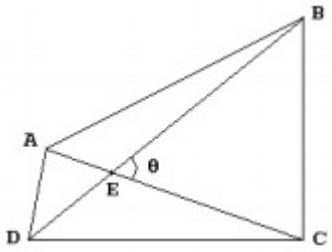
(b) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(c) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(d) $\dfrac{1}{2}$

(e) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

520. (FUVEST – SP) Na figura seguinte, E é o ponto de intersecção das diagonais do quadrilátero ABCD e θ é o ângulo agudo $B\widehat{E}C$. Se $EA = 1$, $EB = 4$, $EC = 3$ e $ED = 2$, então a área do quadrilátero ABCD será:



(a) $12 \sin\theta$

(b) $8 \sin\theta$

(c) $6 \sin\theta$

(d) $10 \cos\theta$

(e) $8 \cos\theta$

521. (FUVEST – SP) Determine os números reais x e y, com $0 \leq x+y \leq \pi$ e $0 \leq y \leq \pi$, tais que

$$\begin{cases} \sin x \sin y = -\dfrac{1}{4} \\ \cos(x+y) + \cos(x-y) = \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

522. (FUVEST – SP) O valor de $(\sin 22°30' + \cos 22°30')^2$ é:

(a) $\dfrac{3}{2}$

(b) $\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}$

(c) $\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$

(d) 1

(e) 2

523. (FUVEST – SP) O número de soluções da equação $\sin^4 x + \cos^4 x = 1$ satisfazendo a condição $0 \leq x < 2\pi$ é:

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 4

(e) infinito

524. (FUVEST – SP) O conjunto solução da equação $\begin{vmatrix} \sin 2x & 0 & 0 \\ \cos 3x & \cos x & \sin x \\ \sin 4x & \sin x & \cos x \end{vmatrix} = 0$ é:

(a) $\left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

(b) $\left\{\dfrac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

(c) $\{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

(d) $\left\{\dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

(e) $\left\{\dfrac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

525. (FUVEST – SP) Em um plano tem-se um quadrado de lado **a**, uma reta **r** paralela a um lado do quadrado e uma reta paralela **t** que forma com **r** um ângulo agudo θ. Projeta-se o quadrado sobre **r** paralelamente a **t** e obtém-se um segmento de comprimento **3a**. Determine $\tan\theta$.

(a) 1

(b) $\dfrac{1}{2}$

(c) $\dfrac{1}{3}$

(d) $\dfrac{2}{3}$

(e) $\dfrac{1}{6}$

526. (FUVEST – SP) A tangente do ângulo $2x$ é dada em função da tangente de x pela seguinte fórmula:

$$\tan 2x = \frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}$$

Calcule um valor aproximado da tangente do ângulo $22°30'$:

(a) $0,22$

(b) $0,41$

(c) $0,50$

(d) $0,72$

(e) $1,00$

527. (FUVEST – SP) Um triângulo T tem lados iguais a 4, 5 e 6. O cosseno do maior ângulo de T é:

(a) $\frac{5}{6}$

(b) $\frac{4}{5}$

(c) $\frac{3}{4}$

(d) $\frac{2}{3}$

(e) $\frac{1}{8}$

528. (FUVEST – SP) No quadrilátero ABCD onde os ângulos $\widehat{B}$ e $\widehat{D}$ são retos e os lados têm as medidas indicadas, o valor de $\sin \widehat{A}$ é:

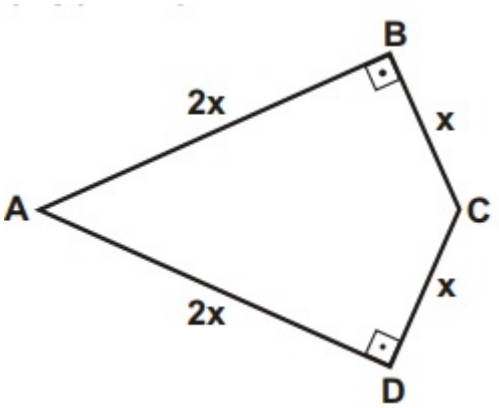
(a) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

(b) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

(c) $\frac{4}{5}$

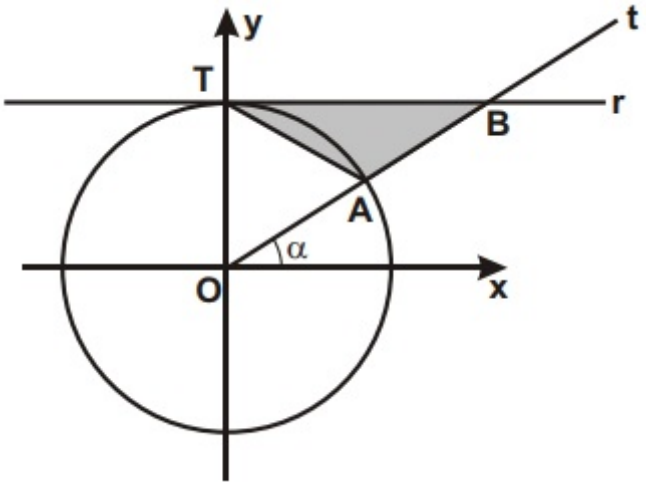
(d) $\frac{2}{5}$

(e) $\frac{1}{2}$



529. (FUVEST – SP) Na figura, a reta r passa pelo ponto T $= (0,1)$ e é paralela ao eixo Ox. A semirreta Ot forma um ângulo α com o semieixo Ox ($0° < \alpha < 90°$) e intercepta a circunferência trigonométrica e a reta r nos pontos A e B,

respectivamente.
A área do triângulo ΔTAB, como função de α é dada por:



(a) $\dfrac{1-\sin\alpha}{2}\cdot\cos\alpha$

(b) $\dfrac{1-\cos\alpha}{2}\cdot\sin\alpha$

(c) $\dfrac{1-\sin\alpha}{2}\cdot\tan\alpha$

(d) $\dfrac{1-\sin\alpha}{2}\cdot\cot\alpha$

(e) $\dfrac{1-\sin\alpha}{2}\cdot\sin\alpha$

530. (FUVEST – SP) O valor máximo da função $f(x)=3\cos x+2\sin x$ para x real é:

(a) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(b) 3

(c) $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

(d) $\sqrt{13}$

(e) 5

531. (FUVEST – SP) O valor de $(\tan 10^\circ+\cot 10^\circ)\sin 20^\circ$ é:

(a) $\dfrac{1}{2}$

(b) 1

(c) 2

(d) $\dfrac{5}{2}$

(e) 4

532. (FUVEST – SP) Dentre os números abaixo, o mais próximo de $\sin 50°$ é:

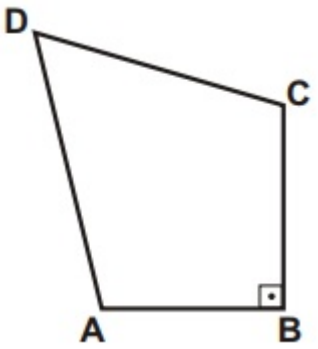
(a) $0,2$
(b) $0,4$
(c) $0,6$
(d) $0,8$
(e) $1,0$

533. (FUVEST – SP) O menor valor de $\dfrac{1}{(3-\cos x)}$, com x real, é:

(a) $\dfrac{1}{6}$
(b) $\dfrac{1}{4}$
(c) $\dfrac{1}{2}$
(d) 1
(e) 3

534. (FUVEST – SP) No quadrilátero abaixo, $BC = CD = 3$ cm, $AB = 2$ cm, $A\widehat{D}C = 60°$ e $A\widehat{B} = 90°$. A medida, em cm, do perímetro do quadrilátero é:

(a) 11
(b) 12
(c) 13
(d) 14
(e) 15



535. (FUVEST – SP) Considere a função $f(x) = -\sin x + \sin 5x$.

(a) Determine constantes k, m e n tais que $f(x) = k\sin(mx)\cos(nx)$.
(b) Determine os valores de x, $0 \leq x \leq \pi$, tais que $f(x) = 0$.

536. (FUVEST – SP) Considere a função $f(x) = \sin x \cdot \cos x + \left(\dfrac{1}{2}\right)(\sin x - \sin 5x)$.

(a) Resolva a equação $f(x) = 0$ no intervalo $[0, \pi]$.

(b) O gráfico de f pode interceptar a reta de equação $y = \frac{8}{5}$? Explique sua resposta.

537. (FUVEST – SP) A figura abaixo mostra parte do gráfico da função:

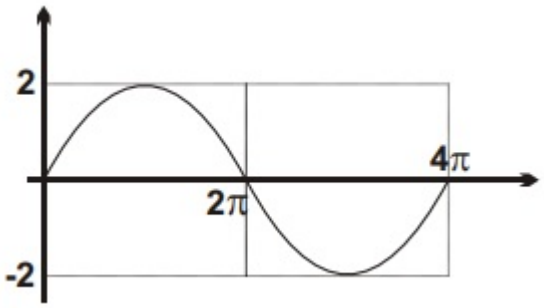
(a) $\sin x$

(b) $2 \sin\left(\frac{x}{2}\right)$

(c) $2 \sin x$

(d) $2 \sin 2x$

(e) $\sin 2x$



538. (FUVEST – SP) No triângulo ABC, $AC = 5$ cm, $BC = 20$ cm e $\cos \alpha = \frac{3}{5}$. O maior valor possível, em cm^2, para a área do retângulo MNPQ, construído conforme mostra a figura, é:

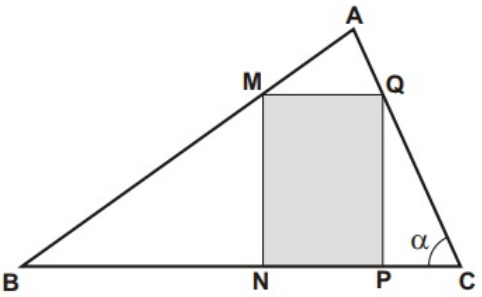
(a) 16

(b) 18

(c) 20

(d) 22

(e) 24



539. (FUVEST – SP) Os números reais $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$, $\sin \alpha$ e $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ formam, nesta ordem, uma progressão aritmética. Então o valor de $\sin \alpha$ é:

(a) $\frac{1}{4}$

(b) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(c) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(d) $\frac{\sqrt{6}}{4}$

(e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

540. (FUVEST – SP) Os vértices de um triângulo ABC, no plano cartesiano, são: A $= (1, 0)$, B $= (0, 1)$ e C $= (0, \sqrt{3})$. Então, o ângulo $B\widehat{A}C$ mede:

(a) 60°

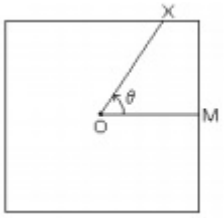
(b) 45°

(c) 30°

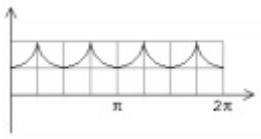
(d) 18°

(e) 15°

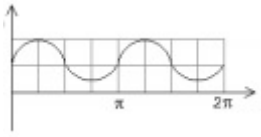
541. (FUVEST – SP) O quadrado abaixo tem O como centro e M como ponto médio de um de seus lados. Para cada ponto X pertencente aos lados do quadrado, seja θ o ângulo $M\widehat{O}X$, medido em radianos, no sentido anti-horário. O gráfico que melhor representa a distância de O a X, em função de θ, é:



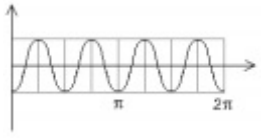
(a)



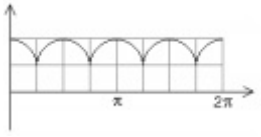
(b)

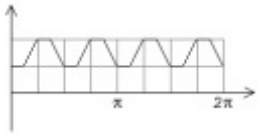


(c)



(d)





(e)

542. (FUVEST – SP) Se $\tan\theta = 2$, então o valor de $\dfrac{\cos 2\theta}{1+\sin 2\theta}$ é:

(a) -3

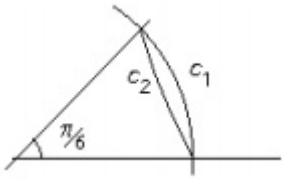
(b) $-\dfrac{1}{3}$

(c) $\dfrac{1}{3}$

(d) $\dfrac{2}{3}$

(e) $\dfrac{3}{4}$

543. (FUVEST – SP) Numa circunferência, c_1 é o comprimento do arco de $\dfrac{\pi}{6}$ radianos e c_2 é o comprimento da secante determinada por este arco, como ilustrado na figura abaixo. Então, a razão $\dfrac{c_1}{c_2}$ é igual a $\dfrac{\pi}{6}$ multiplicado por:



(a) 2

(b) $\sqrt{1+2\sqrt{3}}$

(c) $\sqrt{1+\sqrt{3}}$

(d) $\sqrt{2+2\sqrt{3}}$

(e) $\sqrt{3+\sqrt{3}}$

544. (FUVEST – SP)

(a) Calcule $\cos 3\theta$ em função de $\sin\theta$ e de $\cos\theta$.

(b) Calcule $\sin 3\theta$ em função de $\sin\theta$ e de $\cos\theta$.

(c) Para $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$, resolva a equação:

$$\sin^2\theta + \frac{1}{2}\cos\theta + 1 = \frac{\sin 3\theta}{\sin\theta} - \frac{\cos 3\theta}{\cos\theta}.$$

545. (FUVEST – SP) A soma das raízes da equação $\sin^2 x - 2\cos^4 x = 0$, que estão no intervalo $[0, 2\pi]$, é:

(a) 2π

(b) 3π

(c) 4π

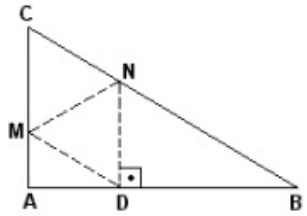
(d) 6π

(e) 7π

546. (FUVEST – SP) O triângulo retângulo ABC, cujos catetos $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$ medem 1 e $\sqrt{3}$, respectivamente, é dobrado de tal forma que o vértice C coincida com o ponto D do lado $\overline{AB}$. Seja $\overline{MN}$ o segmento ao longo do qual ocorreu a dobra. Sabendo que $N\widehat{D}B$ é reto, determine:

(a) o comprimento dos segmentos $\overline{CN}$ e $\overline{CM}$;

(b) a área do triângulo CMN.

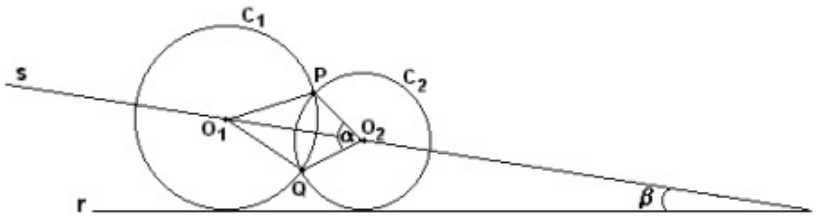


547. (FUVEST – SP) Determine as soluções da equação $(2\cos^2 x + 3\sin x)(\cos^2 x - \sin^2 x) = 0$, que estão no intervalo $[0, 2\pi]$.

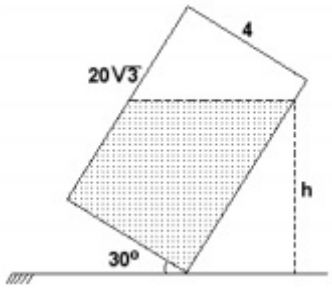
548. (FUVEST – SP) Na figura abaixo, as circunferências C_1 e C_2, de centros O_1 e O_2, respectivamente, se interceptam nos pontos P e Q. A reta r é tangente a C_1 e C_2; a reta s passa por O_1 e O_2 e β é o ângulo agudo entre r e s. Sabendo que o raio de C_1 é 4, o de C_2 é 3 e que $\sin\beta = \dfrac{1}{5}$, calcule:

(a) a área do quadrilátero O_1QO_2P;

(b) $\sin\alpha$, onde $\alpha = Q\widehat{O_2}P$.

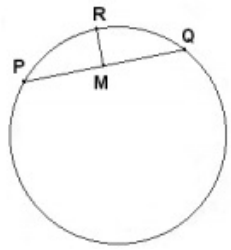


549. (FUVEST – SP) Um bloco retangular (isto é, um paralelepípedo reto-retângulo) de base quadrada de lado 4 cm e altura $20\sqrt{3}$ cm, com $\dfrac{2}{3}$ de seu volume cheio de água, está inclinado sobre uma das arestas da base, formando um ângulo de 30° com o solo (ver seção lateral abaixo). Determine a altura h do nível da água em relação ao solo.



550. (FUVEST – SP) Na figura abaixo, M é o ponto médio da corda $\overline{PQ}$ da circunferência e PQ = 8. O segmento $\overline{RM}$ é perpendicular a $\overline{PQ}$ e RM = $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. Calcule:

(a) O raio da circunferência.



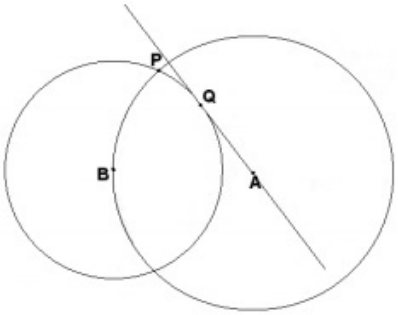
(b) A medida do ângulo $P\widehat{O}Q$, onde O é o centro da circunferência.

551. (FUVEST – SP) Na figura abaixo, as circunferências têm centros A e B. O raio da maior é $\dfrac{5}{4}$ do raio da menor; P é um ponto de intersecção delas e a reta $\overleftrightarrow{AQ}$ é tangente à circunferência menor no ponto Q. Calcule:

(a) $\cos A\widehat{B}Q$;

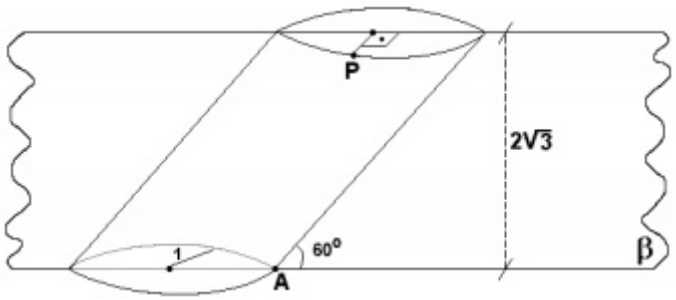
(b) $\cos A\widehat{B}P$;

(c) $\cos Q\widehat{B}P$.

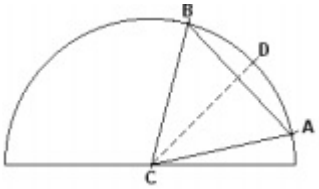


552. (FUVEST – SP) Determine os valores de x no intervalo $]\,0, 2\pi\,[$ para os quais $\cos x \leq \sqrt{3}\sin x + \sqrt{3}$.

553. (FUVEST – SP) Um cilindro oblíquo tem raio das bases igual a 1, altura $2\sqrt{3}$ e está inclinado de um ângulo de 60° (ver figura). O plano β é perpendicular às bases do cilindro, passando por seus centros. Se P e A são os pontos representados na figura, calcule PA.



554. (FUVEST – SP) Em uma semi-circunferência de centro C e raio R, inscreve-se um triângulo equilátero ABC. Seja D o ponto onde a bissetriz do ângulo $A\widehat{C}B$ intercepta a semi-circunferência. O comprimento da corda $\overline{AD}$ é:



(a) $R\sqrt{2-\sqrt{3}}$

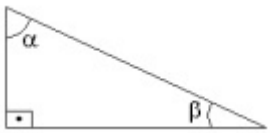
(b) $R\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

(c) $R\sqrt{\sqrt{2}-1}$

(d) $R\sqrt{\sqrt{3}-1}$

(e) $R\sqrt{3-\sqrt{2}}$

555. (FUVEST – SP) Sabe-se que $x = 1$ é raiz da equação $(\cos^2\alpha)x^2 - (4\cos\alpha\sin\beta)x + \frac{3}{2}\sin\beta = 0$, sendo α e β os ângulos agudos indicados no triângulo retângulo da figura abaixo.



Pode-se então afirmar que as medidas de α e β são, respectivamente,

(a) $\frac{\pi}{8}$ e $\frac{3\pi}{8}$

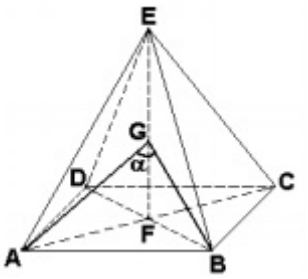
(b) $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{\pi}{3}$

(c) $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{\pi}{4}$

(d) $\frac{\pi}{3}$ e $\frac{\pi}{6}$

(e) $\frac{3\pi}{8}$ e $\frac{\pi}{8}$

556. (FUVEST – SP) A figura abaixo mostra uma pirâmide reta de base quadrangular ABCD de lado 1 e altura EF= 1. Sendo G o ponto médio da altura $\overline{EF}$ e α a medida do ângulo $A\widehat{G}B$, então $\cos\alpha$ vale



(a) $\frac{1}{2}$

(b) $\frac{1}{3}$

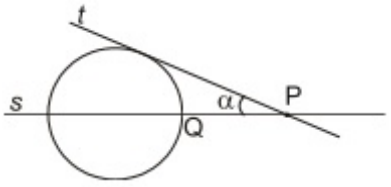
(c) $\frac{1}{4}$

(d) $\frac{1}{5}$

(e) $\frac{1}{6}$

557. (FUVEST – SP) Determine todos os valores de x pertencentes ao intervalo $[0, 2\pi]$ que satisfazem a equação $\cos^2 2x = \frac{1}{2} - \sin^2 x$.

558. (FUVEST – SP) Na figura abaixo, a reta s passa pelo ponto P e pelo centro da circunferência de raio R, interceptando-a no ponto Q, entre P e o centro. Além disso, a reta t passa por P, é tangente à circunferência e forma um ângulo α com a reta s. Se PQ = 2R, então $\cos\alpha$ vale:



(a) $\frac{\sqrt{2}}{6}$

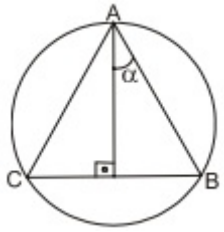
(b) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

(c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(d) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

(e) $\dfrac{3\sqrt{2}}{5}$

559. (FUVEST – SP) Na figura abaixo, o triângulo ABC inscrito na circunferência tem $AB = AC$. O ângulo entre o lado $\overline{AB}$ e a altura do triângulo ABC em relação a $\overline{BC}$ é α. Nestas condições, o quociente entre a área do triângulo ABC e a área do círculo da figura é dado, em função de α, pela expressão:



(a) $\dfrac{2}{\pi}\cos^2\alpha$

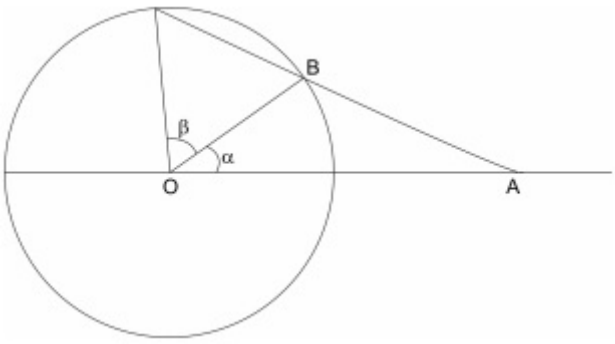
(b) $\dfrac{2}{\pi}\sin^2 2\alpha$

(c) $\dfrac{2}{\pi}\sin^2 2\alpha\cos\alpha$

(d) $\dfrac{2}{\pi}\sin\alpha\cos 2\alpha$

(e) $\dfrac{2}{\pi}\sin 2\alpha\cos^2\alpha$

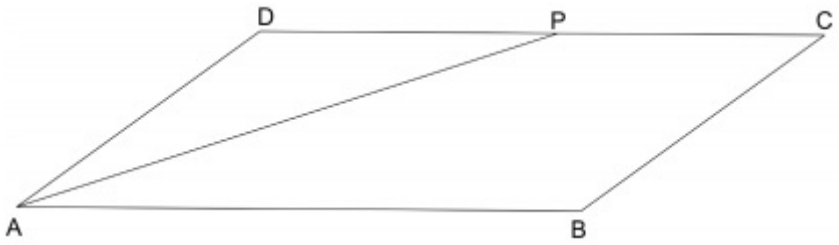
560. (FUVEST – SP) Na figura abaixo, O é centro da circunferência de raio 1, a reta $\overleftrightarrow{AB}$ é secante a ela, o ângulo β mede 60° e $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$.



(a) Determine $\sin O\widehat{A}B$ em função de AB;

(b) Calcule AB.

561. (FUVEST – SP) No paralelogramo ABCD abaixo, tem-se AD = 3 e $D\widehat{A}B = 30°$. Além disso, sabe-se que o ponto P pertence ao lado $\overline{DC}$ e à bissetriz do ângulo $D\widehat{A}B$.



(a) Calcule AP;

(b) Determine AB sabendo que a área do quadrilátero ABCP é 21.

562. (FUVEST – SP) Considere o sistema linear nas varáveis x, y e z:

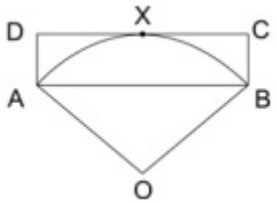
$$\begin{cases} x + (\cos^2 a)y + (\sin^2 a)z = 0 \\ x + (\cos^2 b)y + (\sin^2 b)z = 0 \\ \quad\; (\cos^2 c)y + (\sin^2 c)z = 0 \end{cases}$$

(a) Calcule o determinante da matriz dos coeficientes do sistema linear.

(b) Para que valores de a, b e c o sistema linear admite soluções não triviais?

(c) Calcule as soluções do sistema quando $\sin^2 a = 1$ e $\cos^2 c = 1/5$.

563. (FUVEST – SP) Na figura, OAB é um setor circular com centro em O, ABCD é um retângulo e o segmento $\overline{CD}$ é tangente em X ao arco de extremos A e B do setor circular. Se $AB = 2\sqrt{3}$ e $AD = 1$, então a área do setor OAB é igual a:



(a) $\dfrac{\pi}{3}$

(b) $\dfrac{2\pi}{3}$

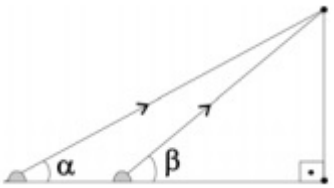
(c) $\dfrac{4\pi}{3}$

(d) $\dfrac{5\pi}{3}$

(e) $\dfrac{7\pi}{3}$

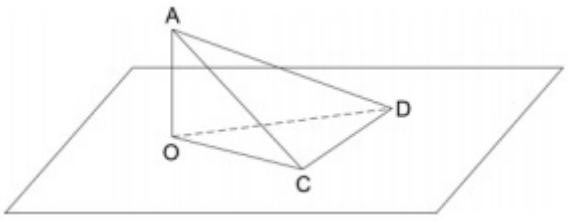
564. (FUVEST – SP) Um arco x está no terceiro quadrante do círculo trigonométrico e verifica a equação $5\cos 2x + 3\sin x = 4$. Determine os valores de $\sin x$ e $\cos x$.

565. (FUVEST – SP) Para se calcular a altura de uma torre, utilizou-se o seguinte procedimento ilustrado na figura: um aparelho (de altura desprezível) foi colocado no solo, a uma certa distância da torre, e emitiu um raio em direção ao ponto mais alto da torre. O ângulo determinado entre o raio e o solo foi de $\alpha = \dfrac{\pi}{3}$ radianos. A seguir, o aparelho foi deslocado 4 metros em direção à torre e o ângulo então obtido foi de β radianos, com $\tan\beta = 3\sqrt{3}$.
é correto afirmar que a altura da torre, em metros, é:



(a) $4\sqrt{3}$
(b) $5\sqrt{3}$
(c) $6\sqrt{3}$
(d) $7\sqrt{3}$
(e) $8\sqrt{3}$

566. (FUVEST – SP) O triângulo ACD é isósceles de base $\overline{CD}$ e o segmento $\overline{OA}$ é perpendicular ao plano que contém o triângulo OCD, conforme a figura:



Sabendo-se que $OA = 3$, $AC = 5$ e $\sin O\widehat{C}D = \dfrac{1}{3}$, então a área do triângulo OCD vale:

(a) $\dfrac{16\sqrt{2}}{9}$
(b) $\dfrac{32\sqrt{2}}{9}$
(c) $\dfrac{48\sqrt{2}}{9}$
(d) $\dfrac{64\sqrt{2}}{9}$
(e) $\dfrac{80\sqrt{2}}{9}$

567. (FUVEST – SP) No triângulo ABC, tem-se $AB > AC$, $AC = 4$ e $\cos\widehat{C} = \dfrac{3}{8}$. Sabendo-se que o ponto R pertence ao segmento $\overline{BC}$ e é tal que $AR = AC$ e $\dfrac{BR}{BC} = \dfrac{4}{7}$, calcule:

(a) a altura do triângulo ABC relativa ao lado $\overline{BC}$.

(b) a área do triângulo ABR.

568. (FUVEST – SP) A medida x, em radianos, de um ângulo satisfaz $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ e verifica a equação $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$. Assim,

(a) determine x.

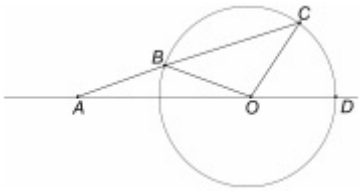
(b) calcule $\cos x + \cos 2x + \cos 3x$.

569. (FUVEST – SP) Na figura B, C e D são pontos distintos da circunferência de centro O, e o ponto A é exterior a ela. Além disso,

(1) A, B, C e A, O, D são colineares;

(2) AB = OB;

(3) $C\widehat{O}D$ mede α radianos.



Nessas condições, a medida de $A\widehat{B}O$, em radianos, é igual a:

(a) $\pi - \frac{\alpha}{4}$

(b) $\pi - \frac{\alpha}{2}$

(c) $\pi - \frac{2\alpha}{3}$

(d) $\pi - \frac{3\alpha}{4}$

(e) $\pi - \frac{3\alpha}{2}$

570. (FUVEST – SP) Os comprimentos dos lados de um triângulo ABC formam uma PA. Sabendo-se que também o perímetro de ABC vale 15 e que o ângulo $\widehat{A}$ mede 120°, então o produto dos comprimentos dos lados é igual a:

(a) 25

(b) 45

(c) 75

(d) 105

(e) 125

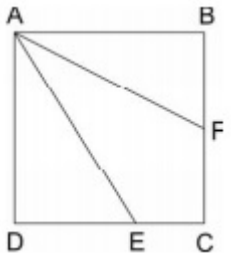
571. (FUVEST – SP) O ângulo θ formado por dois planos α e β é tal que $\tan\theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$. O ponto P pertence a α e a distância de P a β vale 1. Então, a distância de P à reta de intersecção de α e β é igual a:

(a) $\sqrt{3}$
(b) $\sqrt{5}$
(c) $\sqrt{6}$
(d) $\sqrt{7}$
(e) $\sqrt{8}$

572. (FUVEST – SP) Seja x no intervalo $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ satisfazendo a equação $\tan x + \frac{2}{\sqrt{5}}\sec x = \frac{3}{2}$. Assim, calcule o valor de:

(a) $\sec x$.
(b) $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

573. (FUVEST – SP) A figura representa um quadrado ABCD de lado 1. O ponto F está em $\overline{BC}$, $\overline{BF}$ mede $\frac{\sqrt{5}}{4}$, o ponto E está em $\overline{CD}$ e $\overline{AF}$ é bissetriz do ângulo $B\widehat{A}E$. Nessas condições, o segmento $\overline{DE}$ mede



(a) $\frac{3\sqrt{5}}{40}$
(b) $\frac{7\sqrt{5}}{40}$
(c) $\frac{9\sqrt{5}}{40}$
(d) $\frac{11\sqrt{5}}{40}$
(e) $\frac{13\sqrt{5}}{40}$

574. (FUVEST – SP) Sejam x e y dois números reais, com $0 < x < \frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2} < y < \pi$,, satisfazendo $\sin y = \frac{4}{5}$ e $11\sin x + 5\cos(y - x) = 3$. Nessas condições, determine:

(a) $\cos y$.
(b) $\sin 2x$.

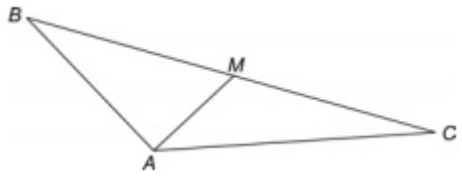
575. (FUVEST – SP) Dois planos π_1 e π_2 se interceptam ao longo de uma reta r, de maneira que o ângulo entre elas meça α radianos, $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$. Um triângulo equilátero ABC, de lado ℓ, está contido em π_2, de modo que $\overline{AB}$ esteja em r. Seja D a projeção ortogonal de C sobre o plano π_1, e suponha que a medida θ, em radianos, do ângulo $C\widehat{A}D$, satisfaça $\operatorname{sin}\theta = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$. Nessas condições, determine, em função de ℓ,

(a) o valor de α.

(b) a área do triângulo ABD.

(c) o volume do tetraedro ABCD.

576. (FUVEST – SP) No triângulo ABC da figura, a mediana $\overline{AM}$, relativa ao lado $\overline{BC}$, é perpendicular ao lado $\overline{AB}$. Sabe-se também que BC = 4 e AM = 1. Se α é a medida do ângulo $A\widehat{B}C$, determine



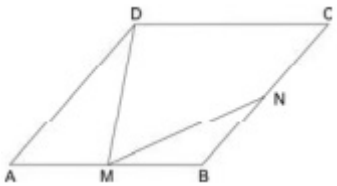
(a) $\operatorname{sin}\alpha$.

(b) o comprimento AC.

(c) a altura do triângulo ABC relativa ao lado $\overline{AB}$.

(d) a área do triângulo AMC.

577. (FUVEST – SP) No losango ABCD de lado 1, representado na figura, tem-se que M é o ponto médio de $\overline{AB}$, N é o ponto médio de $\overline{BC}$ e MN = $\dfrac{\sqrt{14}}{4}$. Então, DM é igual a:



(a) $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

(b) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(c) $\sqrt{2}$

(d) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

(e) $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

578. (FUVEST – SP) Sejam x e y números reais positivos tais que $x+y = \dfrac{\pi}{2}$. Sabendo-se que $\operatorname{sin}(y-x) = \dfrac{1}{3}$, o valor de $\operatorname{tan}^2 y - \operatorname{tan}^2 x$ é igual a:

(a) $\frac{3}{2}$

(b) $\frac{5}{4}$

(c) $\frac{1}{2}$

(d) $\frac{1}{4}$

(e) $\frac{1}{8}$

579. (FUVEST – SP) O número real x, com $0 < x < \pi$, satisfaz a equação $\log_3(1 - \cos x) + \log_3(1 + \cos x) = -2$.
Então, $\cos 2x + \sin x$ vale:

(a) $\frac{1}{3}$

(b) $\frac{2}{3}$

(c) $\frac{7}{9}$

(d) $\frac{8}{9}$

(e) $\frac{10}{9}$

580. (FUVEST – SP) Na figura, tem-se $\overline{AE}$ paralelo a $\overline{CD}$, $\overline{BC}$ paralelo a $\overline{DE}$, AE = 2, $\alpha = 45°$ e $\beta = 75°$. Nessas condições, a distância do ponto E ao segmento $\overline{AB}$ é igual a:

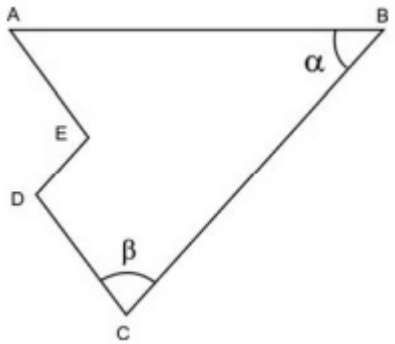
(a) $\sqrt{3}$

(b) $\sqrt{2}$

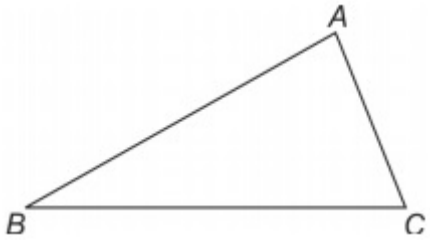
(c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(e) $\frac{\sqrt{2}}{4}$



581. (FUVEST – SP)



No triângulo acutângulo ABC, ilustrado na figura, o comprimento do lado $\overline{BC}$ mede $\frac{\sqrt{15}}{5}$, o ângulo interno de vértice C mede α, e o ângulo interno de vértice B mede $\frac{\alpha}{2}$. Sabe-se, também, que

$$2\cos(2\alpha) + 3\cos\alpha + 1 = 0.$$

Nessas condições, calcule:

(a) o valor de $\sin\alpha$;

(b) o comprimento do lado $\overline{AC}$.

582. (FUVEST – SP) Sejam α e β números reais com $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ e $0 < \beta < \pi$. Se o sistema de equações, dado em notação matricial,

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tan\alpha \\ \cos\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

for satisfeito, então $\alpha + \beta$ é igual a:

(a) $-\frac{\pi}{3}$

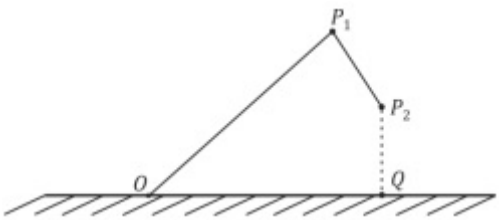
(b) $-\frac{\pi}{6}$

(c) 0

(d) $\frac{\pi}{6}$

(e) $\frac{\pi}{3}$

583. (FUVEST – SP)Um guindaste, instalado em um terreno plano, tem dois braços articulados que se movem em um plano vertical, perpendicular ao plano do chão.



Na figura, os pontos O,P_1 e P_2 representam, respectivamente, a articulação de um dos braços com a base, a articulação dos dois braços e a extremidade livre do guindaste. O braço $\overline{OP_1}$ tem comprimento 6 e o braço $\overline{P_1P_2}$ tem comprimento 2. Num dado momento, a altura de P_2 é 2, P_2 está a uma altura menor do que P_1 e a distância de O a P_2 é $2\sqrt{10}$. Sendo Q o pé da perpendicular de P_2 ao plano do chão, determine:

(a) o seno e o cosseno do ângulo $P_2\widehat{O}Q$ entre a reta $\overleftrightarrow{OP_2}$ e o plano do chão;

(b) a medida do ângulo $O\widehat{P_1}P_2$ entre os braços do guindaste;

(c) o seno do ângulo $P_1\widehat{O}Q$ entre o braço $\overline{OP_1}$ e o plano do chão.

584. (FUVEST – SP) Um caminhão sobe uma ladeira com inclinação de 15°. A diferença entre a altura final e a altura inicial de um ponto determinado do caminhão, depois de percorridos 100 m da ladeira, será de, aproximadamente,

(a) 7 m
(b) 26 m
(c) 40 m
(d) 52 m
(e) 67 m

Dados:
$\sqrt{3} \approxeq 1,73$
$\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1-\cos\theta}{2}$

585. (FUVEST – SP) O triângulo AOB é isósceles, com OA = OB, e ABCD é um quadrado. Sendo θ a medida do ângulo $A\widehat{O}B$, pode-se garantir que a área do quadrado é maior do que a área do triângulo se

(a) $14° < \theta < 28°$
(b) $15° < \theta < 60°$
(c) $20° < \theta < 90°$
(d) $28° < \theta < 120°$
(e) $30° < \theta < 150°$

Dados os valores aproximados:
$\tan(14°) \approxeq 0,2493$, $\tan(15°) \approxeq 0,2679$
$\tan(20°) \approxeq 0,3640$, $\tan(28°) \approxeq 0,5317$

Gabarito

1a	6,5 metros
b	altura mínima: 1,5 metro
	altura máxima: 21,5 metros
	período: 24 segundos
2	D
3	3π
4	B
5	D
6	E
7	$\mathrm{P}\left(\frac{4}{3};0\right)$, Q$(2;0)$, $\mathrm{R}\left(\frac{8}{3};0\right)$ e $\mathrm{S}\left(\frac{10}{3};0\right)$
8a	12 horas e 48 minutos
b	181 dias
9	A
10	D
11a	2,033 m
b	$f(x) = 2\sin\left(\frac{4\pi}{65}x\right)$
	ou $f(x) = -2\sin\left(-\frac{4\pi}{65}x\right)$
	Domínio:[0, 195]
	Imagem:[-2, 2]
	$p = \frac{195}{6}$
12a	Demonstração
b	Demonstração
13	D
14	A
15a	Demonstração
b	$\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right\}$
16	D
17	B
18	B
19	B
20	B
21	C
22	B
23	D
24	D
25	A
26	E
27	D
28	A
29	D
30	B
31	B
32	E
33	D
34	E
35	A
36	B
37	E
38	A
39	D
40	C
41	C
42	E
43	B
44	E
45	E
46	D
47	E
48	A
49	A
50	D
51	A
52	E
53	B
54	E
55	D
56a	$\frac{4\sqrt{3}}{3} - 1$
b	$\frac{1}{2} \cdot (1 - \cot\alpha)(1 - \tan\alpha)$
57	C
58a	$OA_2 = \sqrt{2}; OA_3 = \sqrt{3};$
	$OA_4 = 2; OA_{10} = \sqrt{10}$
b	$a_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}; a_2 = \frac{1}{\sqrt{3}};$
	$a_3 = \frac{1}{2}; a_9 = \frac{1}{\sqrt{10}}$
59	A
60a	1
b	$\sin\widehat{A} = \frac{\sqrt{17}}{17}$
	$\cos\widehat{C} = \frac{9\sqrt{85}}{85}$
61	C
62a	Demonstração
b	$\tan\theta = \frac{4\sqrt{2}}{7}$

63	D
64	B
65	O provável culpado é Pedro
66	C
67	B
68a	$A = 12$ $B = \pm 2, 4$
b	$t = 15$
69	C
70	D
71a	p = 1; Imagem = $[0, 2]$
b	$\left\{\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right\}$
72a	Gráfico de $y = \cos(2x)$
b	$\left\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}\right\}$
73a	$f(x) = v_2 \cdot \sin x$, com $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$
b	$\left(0; \frac{\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$
74a	$\frac{3}{2}$
b	$r = \frac{2\pi}{3}$
75	C
76a	$\widehat{C} = 30°$ ou $\widehat{C} = 150°$
b	200 cm^2
77	A
78	D
79	E
80	C
81a	$\approx 21,2$ cm
b	Não
82	D
83a	$x = 60° = \frac{\pi}{3}$ rad
b	$36\sqrt{3}$ metros
c	-1
84	D
85	D
86a	Aproximadamente 47 m
b	$\cos 48° \approx 0,67$
87	B
88a	$7,56$ cm^2
b	$-\frac{16}{65}$
89	D
90	B
91	C
92	$x = \frac{5}{4}$
93	C

94a	Gráfico
b	Maior valor: terça-feira
	Menor valor: quinta-feira
c	Maior: $5,5$; Menor $= 3,5$
95	D
96	C
97	A
98	B
99	$D(f) = [-1; 1]$
	$Im(f) = \left[-2; \frac{1}{4}\right]$
100	E
101	B
102	E
103a	$\left(\frac{20\sqrt{3}}{3} + 10\right)$ cm
b	$\frac{k \cdot (3 - k^2)}{2}$
104a	Gráfico
b	2 de julho
c	2 de março e 1 de novembro
105	E
106	A
107	D
108	D
109	D
110	B
111a	10^8 J
b	$D_f = \mathbb{R}_+$; $\text{Im}_f = [4; 8]$; p = 10
	A = 6; B = 2; m $= \frac{\pi}{5}$ e n $= -\frac{\pi}{5}$
112	D
113	AC $= 18,8$ km
114	C
115	$\cos(A) = \frac{\sqrt{6}}{4}$; $\sin(A) = \frac{\sqrt{10}}{4}$
116	B
117	≈ 6356 km
118	A
119	A
120	D
121	A
122	B
123	A
124	E
125	D

126a	Gráfico
b	$f(x) = 2 - \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$
	18h01min45s
127	E
128	C
129a	40 m/s
b	110,88 km/h
130	C
131	D
132	C
133a	$\cos\alpha = \frac{6\sqrt{85}}{85}$
b	D(7, 3)
134	D
135	A
136	C
137a	Gráfico
b	12h31min até 14h37min
138	A
139	E
140	E
141	C
142	B
143	D
144	C
145	E
146	B
147a	$\frac{10 - \sqrt{3}}{2}$
b	$a = 5$, $b = -1$ e $c = \pm\frac{2\pi}{3}$
148	C
149	D
150	E
151	A
152	$\left\{a \in \mathbb{R} \mid a = \frac{\pi}{4} + n\pi, n \in \mathbb{Z}\right\}$
153	$\alpha = 60°$
154	$8k^4 - 8k^2 + 1$
155	E
156	E
157	π e $[-4, 4]$
158a	$\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1$
b	$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$
159a	$p = 12$
b	Máximo: $t = 12$ e $t = 24$
	Mínimo: $t = 6$ e $t = 18$
160 a	$\left\{\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right\}$
b	$\left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}\right\}$

161	D
162	E
163	$IT_1 = 6$ km e $IT_2 = 6\sqrt{3}$ km
164	C
165	B
166a	$\sin\alpha = \frac{4}{5}$ e $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$
	$\sin\alpha = -\frac{3}{5}$ e $\cos\alpha = \frac{4}{5}$
b	Gráfico
167a	150°
b	$\sqrt{38}$
168	D
169a	Julho ou Novembro
b	Gráfico; 3200
170a	Gráfico
b	5,67
171	E
172	B
173	E
174a	30° e d = 6400km
b	$\frac{3}{8}$ da superfície da Terra
175	A
176	B
177	D
178	B
179	E
180	A
181	D
182	D
183	B
184	B
185	D
186	D
187	D
188	B
189	B
190	C
191	B
192	E
193	B
194	D

195	C
196	D
197	B
198	A
199	D
200	C
201	A
202	C
203	D
204	B
205	C
206	E
207	A
208	D
209	C
210	B
211	C
212	B
213	D
214	A
215	E
216	A
217	C
218	A
219	B
220	D
221	$n = 8$
222	A
223	B
224	E
225	B
226	D
227	D
228	D
229	D
230	D
231	E
232	C
233	B
234	D
235	E
236	C
237	E
238	A
239	D
240	C
241	C
242	C
243	D

244	D
245	E
246	E
247	A
248	B
249	C
250	E
251	C
252	D
253	E
254	A
255	E
256	E
257	B
258	E
259	E
260	B
261	E
262	C
263	E
264	A
265	B
266	A
267	B
268	C
269	D
270	E
271	D
272	A
273	C
274	D
275	A
276	E
277	E
278	A
279	E
280	D
281	E
282	D
283	B
284	B
285	B
286	C

287	C
288	D
289	B
290	B
291	A
292	B
293	E
294	E
295	D
296	C
297	E
298	C
299	E
300	E
301	A
302	B
303	C
304	E
305	C
306	E
307	E
308	C
309	E
310	D
311a	$S = \dfrac{1 - 2\cos^2\theta}{\cos^4\theta}$
b	$S = 375$
312a	$\dfrac{R - r}{2}$
b	18
313a	$\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$
b	$A = \dfrac{2}{3}\left(2 - \dfrac{\pi}{3}\right)$
314	B
315a	16
b	$\dfrac{\pi}{6}$
316a	Menor valor: $-\dfrac{1}{2}$
	Maior valor: $\dfrac{1}{2}$
b	$x \in D(f)$
317	A
318	D
319a	$(1 - \sin\theta \cdot \cos\theta)^2$
b	$\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad
320a	$x = \dfrac{8}{3}$
b	$\dfrac{1}{8}$
321a	$2,5$
b	$k = \sqrt{3}$

322	C
323	A
324a	$\overline{CE} = 4 \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2}}$
b	$\overline{AC} = 4 \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2}}$
325	D
326	E
327	E
328	D
329	B
330	C
331	E
332	E
333	B
334	D
335	D
336	E
337	C
338	D
339	E
340	C
341	D
342	A
343	A
344	C
345	E
346	E
347	A
348	A
349	B
350	A
351	C
352	B
353	E
354	C
355	D
356	B
357	C
358	C
359	C
360	E
361	A

362	D
363	A
364	E
365	C
366	E
367	C
368	D
369	C
370	C
371	B
372	D
373	A
374	C
375	E
376	D
377	D
378	C
379	C
380	D
381	B
382	A
383	B
384	C
385	D
386	A
387	D
388	B
389	D
390	D
391	D
392	A
393	C
394	C
395	B
396	C
397	D
398	D
399	A
400	E
401	D
402	B
403	C
404	E
405	D
406	D
407	C
408	E
409	E
410	C
411	D

412	C
413	B
414	C
415	E
416	E
417	C
418	A
419	D
420	C
421	D
422	A
423	C
424	D
425	C
426	B
427	D
428	E
429	B
430	B
431	C
432	A
433	D
434	E
435	A
436	A
437	B
438	C
439	A
440	E
441	B
442	A
443	C
444	D
445	B
446	A
447	C
448	E
449a	Demonstração
b	$S = \left\{0, \frac{\pi}{3}\right\}$
450a	BD = 4 km e EF = 1,7 km
b	R$13,60
451	C

452a	12
b	20℃ e 15 horas
453a	$t = -\dfrac{15}{2} + 12 \cdot n$, com $n \in \mathbb{N}^*$
b	$4,5$ horas
454	B
455	C
456a	$\lambda = 3$
b	Maio ($t = 4$) e Novembro ($t = 10$)
457a	$h(x) = 10 \sin x$; $b(x) = 20 \cos x$
	e $A(x) = 100 \sin x \cos x$
b	$x = \dfrac{\pi}{4}$
458a	$BC = 70$ km
b	$DE = 42$ km
459	D
460	B
461a	$x = 48$ m
b	$x' = 10,5$ m
462	B
463	A
464a	$\dfrac{3x^2}{2}$ cm^2
b	$6(\sqrt{3} - 1)$ cm
465	C
466a	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
b	$\left\{x \in \mathbb{R} \middle\| x = \dfrac{\pi}{4} + n \cdot \dfrac{\pi}{2} \text{ ou } x = \dfrac{\pi}{2} + n \cdot \pi, n \in \mathbb{Z}\right\}$
467a	$x = \pm\dfrac{\pi}{6} + n \cdot 2\pi$ ou $\pm\dfrac{2\pi}{3} + n \cdot 2\pi$
b	Não satisfaz
468a	$f(2) = 0,35$℃; $f(9) = -0,7$℃
b	0h, 8h, 16h e 24h
469	D
470	D
471a	Sim
b	$x = \pm\dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{2}$, com $k \in \mathbb{Z}$
472	C
473	B
474a	1200 km e 2000 km
b	$\alpha = 90°$ ou $\alpha = 270°$
475a	AB = 70 m e CE = 25 m
b	DE = 45 m e 2p = $15(6 + \pi)$ m
476	C
477	E
478a	A = 3 metros
b	$\omega = \pm\dfrac{\pi}{6}$ radiano/hora
479	A
480	8 oscilações completas
481	E

482	$\mathrm{S} = \left\{\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}\right\}$
483	D
484	525 dias terrestres
485	D
486	$\sqrt{2} \cdot \pi$ meses
487	D
488	$x = 8$; 19 quilogramas
489	$x = 10$; 260 quilogramas
490	E
491	D
492	$y = 100 - 20 \cdot \cos\left(\frac{8\pi}{3}t\right)$
493	$\approx 226.515.151$ km
494	D
495	D
496	B
497	E
498	valor máximo: 10 m
	valor mínimo: $7,1$ m
499	$x = \frac{2\pi}{3}$ ou $x = \frac{4\pi}{3}$
500	$41°$
501	B
502	C
503	A
504	B
505	A
506	Demonstração e 3 km
507	PC = 24 cm e a corda mede $90,4$ cm
508	C
509a	AE $= 5\sqrt{10}$ m e EG $= 5\sqrt{7}$ m
b	$7,1°$
510a	$2,08$ cm
b	20 cm
511	A
512	D
513	B
514	C
515a	$\sin(3\alpha) = 3 \cdot \sin\alpha - 4 \cdot \sin^3\alpha$
b	$\mathrm{V} = \left\{\alpha \in \mathbb{R} \middle\| 0 < \alpha < \frac{\pi}{6} \text{ ou } \frac{5\pi}{6} < \alpha < \pi\right\}$
516a	$\cos B\widehat{A}D = \frac{\sqrt{6}}{3}$
b	$\cos B\widehat{M}D = \frac{7}{9}$
c	ângulo $B\widehat{M}D$
517	A
518	$\mathrm{S} = \left\{0, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}\right\}$
519	B
520	A

521	$x = -\frac{\pi}{6}$ e $y = \frac{\pi}{6}$
	$x = -\frac{5\pi}{6}$ e $y = \frac{5\pi}{6}$
522	C
523	D
524	E
525	B
526	B
527	E
528	C
529	D
530	D
531	C
532	D
533	B
534	B
535a	$k = 2, m = 2, n = 3$
b	$\mathrm{S} = \left\{0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \pi\right\}$
536a	$\mathrm{S} = \left\{0, \frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{2}, \pi\right\}$
b	Não pode interceptar
537	B
538	C
539	D
540	E
541	A
542	B
543	C
544a	$\cos(3\theta) = \cos\theta \cdot (2 \cdot \cos^2\theta - 2\sin^2\theta - 1)$
b	$\sin(3\theta) = \sin\theta \cdot (2 \cdot \cos^2\theta - 2\sin^2\theta + 1)$
c	$\frac{\pi}{3}$
545	C
546a	$\mathrm{CN} = \mathrm{CM} = \frac{2}{3}$
b	$\frac{\sqrt{3}}{9}$
547	$\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{6}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \frac{11\pi}{6}\right\}$
548a	12
b	$\frac{24}{25}$
549	h = 21 cm
550a	$\frac{8\sqrt{3}}{3}$
b	$120°$
551a	$\frac{4}{5}$
b	$\frac{2}{5}$
c	$\frac{8+3\sqrt{21}}{25}$
552	$\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{11\pi}{6}$

553	$\text{PA} = \sqrt{14}$
554	A
555	D
556	B
557	$\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$ e $\frac{11\pi}{6}$
558	D
559	E
560a	$\sin O\widehat{A}B = \frac{\sqrt{3}}{4 \cdot AB}$
b	$\text{AB} = \frac{\sqrt{13}+1}{6}$
561a	$\text{AP} = 3\sqrt{2+\sqrt{3}}$
b	$\text{AB} = \frac{31}{2}$
562a	$\sin^2 a - \sin^2 b$
b	$\forall a, b$ e c, tais que $b = \pm a + n\pi, n \in \mathbb{Z}$
c	$\text{V} = \{(0,0,0)\}$, se $\cos b \neq 0$
	$\text{V} = \{(-\alpha; -4\alpha; \alpha)\}, \forall \alpha$, se $\cos b = 0$
563	C
564	$\sin x = -\frac{1}{5}$ e $\cos x = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$
565	C
566	B
567a	$\frac{\sqrt{55}}{2}$ u.c.
b	$\sqrt{55}$ u.a.
568a	$x = \frac{2\pi}{3}$
b	0
569	C
570	D
571	C
572a	$\frac{\sqrt{5}}{2}$
b	$\frac{3 \cdot \sqrt{10}}{10}$
573	D
574a	$-\frac{3}{5}$
b	$\frac{120}{169}$
575a	$\frac{\pi}{4}$
b	$\frac{\ell^2\sqrt{6}}{8}$
c	$\frac{\ell^3}{16}$
576a	$30°$
b	$\sqrt{7}$
c	2
d	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

577	B
578	A
579	E
580	A
581a	$\frac{\sqrt{15}}{4}$
b	$\frac{2\sqrt{15}}{15}$
582	B
583a	$\sin(\text{P}_2\widehat{O}\text{Q}) = \frac{\sqrt{10}}{10}$
	$\cos(\text{P}_2\widehat{O}\text{Q}) = \frac{3\sqrt{10}}{10}$
b	$\text{m}(\widehat{\text{OP}_1\text{P}_2}) = 90°$
c	$\sin(\text{P}_1\widehat{O}\text{Q}) = \frac{3}{5}$
584	B
585	E