



Matemática

12ª Classe / 2012

República de Moçambique

Ministério da Educação

Conselho Nacional de Exames, Certificação e Equivalências

Exame Extraordinário

120 Minutos

Esta prova contém 40 perguntas com 4 alternativas de resposta para cada uma. Escolha a alternativa correcta e *RISQUE* a letra correspondente na sua folha de respostas. Responda a todas as primeiras 35 perguntas. As últimas 5 perguntas responda somente às da sua secção (Letras ou Ciências).

【Resolução】

1.

Qual das expressões é equivalente a $p \vee (\sim p \wedge q)$?

A. $\sim p \wedge q$

B. $p \vee q$

C. $\sim p \wedge \sim q$

D. $\sim p \vee \sim q$

2012. Extraordinário

【Resolução】

$$p \vee (\sim p \wedge q) = (p \vee \sim p) \wedge (p \vee q)$$

$$= V \wedge (p \vee q)$$

$$= p \vee q$$

Opção: B

← Propriedade distributiva:

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

← $A \vee \sim A = V$ porque uma das proposições é V, isto é, A ou $\sim A$ é V.

← $V \wedge A = A$: O valor lógico V é o elemento neutro na conjunção.

2.

A tabela refere-se a equivalência material. Nestas condições, quais são os valores de x e y?

A. $x = 1$ e $y = 1$

B. $x = 0$ e $y = 1$

C. $x = 1$ e $y = 0$

D. $x = 0$ e $y = 0$

p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	1	x
1	0	0
0	1	0
0	0	y

2012. Extraordinário

【Resolução】

Pela leitura da tabela, conclui-se que 0 e 1 representam respectivamente falsa e verdadeira.

Logo, $x = 1$ e $y = 1$.

Opção: A

← A equivalência de duas proposições só é verdadeira se ambas as proposições têm o mesmo valor lógico.

3.

Qual é a solução da equação $\sqrt{2x^2 + 3x - 10} = -2$?

A. $x = 2, x = -3, 5$

B. $x = -3, 5$

C. $x = 2$

D. $\emptyset$

2012. Extraordinário

【Resolução】

Como $\sqrt{2x^2 + 3x - 10} \geq 0$, a equação $\sqrt{2x^2 + 3x - 10} = -2$ é impossível. Por isso, a solução da equação é $\emptyset$.

Opção: D

← Sendo $x \geq 0$, tem-se: $\sqrt{x} \geq 0$

4.

Qual é o domínio de existência da expressão $\frac{1}{x^2 - 4}$?

A. $\mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$

B. $\mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$

C. $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$

D. $\mathbb{R} \setminus \{2; 4\}$

2012. Extraordinário

[Resolução]

Como o denominador é diferente de zero, tem-se a condição:

$$x^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x + 2) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 2$$

Portanto, o domínio é $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

← Factoriza-se $x^2 - 4$ aplicando $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Opção: C

5.

Qual é a solução da equação $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$?

A. $\{0; -2\}$

B. $\{0; 2\}$

C. $\{1; 4\}$

D. $\left\{\frac{4}{3}\right\}$

2012. Extraordinário

[Resolução]

A equação transformou-se em $(2^x)^2 - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$.

Fazendo $2^x = t$, se $t > 0$, a equação fica:

$$t^2 - 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow (t - 1)(t - 4) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \vee t = 4$$

Como $t = 2^x$, então:

$$2^x = 1 \vee 2^x = 4 \Leftrightarrow 2^x = 2^0 \vee 2^x = 2^2$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$$

← $4^x = (2^2)^x = 2^{2x} = 2^{x \cdot 2} = (2^x)^2$

← $t > 0$ porque $a^x > 0, \forall a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$

← $t = 1$ e $t = 4$ satisfazem a condição $t > 0$.

← Reduz-se os dois membros à mesma base.

← Iguala-se os expoentes: $a^m = a^n \Leftrightarrow m = n$

Opção: B

6.

Sabendo que $\sin x = \frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, qual é o valor de $\cos x$?

A. $-\frac{5}{3}$

B. $-\frac{3}{5}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{5}{3}$

2012. Extraordinário

[Resolução]

Substituindo $\sin x$ por $\frac{4}{5}$ na fórmula fundamental da trigonometria $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, tem-se:

$$\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{9}{25} \Leftrightarrow \cos x = \pm \frac{3}{5}$$

Se $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, então $\cos x < 0$.

Portanto, o valor de $\cos x$ é: $\cos x = -\frac{3}{5}$

← **Fórmula fundamental da trigonometria:**

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

<Sinal das razões trigonométricas>

α	1° Q	2° Q	3° Q	4° Q
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\operatorname{tg} \alpha$	+	-	+	-
$\operatorname{cotg} \alpha$	+	-	+	-

Opção: B

7.

Qual é a solução da inequação $\frac{2x+6}{2-x} < 0$?

A. $] - 3; 2[$

B. $] - \infty; -2[\cup] 3; +\infty[$

C. $] - \infty; -3[\cup] 2; +\infty[$

D. $\mathbb{R}$

2012. Extraordinário

[Resolução]

A condição é: $2 - x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

$$\frac{2x+6}{2-x} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+6 > 0 \\ 2-x < 0 \end{cases} \vee \begin{cases} 2x+6 < 0 \\ 2-x > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x > 2 \end{cases} \vee \begin{cases} x < -3 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2 \vee x < -3$$

Então, a solução da inequação é: $x < -3 \vee x > 2$

Opção: C

← O denominador é diferente de zero

$$\leftarrow \frac{f(x)}{g(x)} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) < 0 \end{cases}$$

porque $\frac{+}{+} = +$ e $\frac{-}{-} = +$.

$$\frac{f(x)}{g(x)} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) < 0 \end{cases} \vee \begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

porque $\frac{+}{-} = -$ e $\frac{-}{+} = -$.

[Outra resolução]

Constroi-se a tabela:

	...	-3	...	2	...
$2x + 6$	-	0	+	+	+
$2 - x$	+	0	+	0	-
$\frac{2x + 6}{2 - x}$	-	+	+		-

A partir da tabela, a solução da inequação $\frac{2x + 6}{2 - x} < 0$ é:
 $x \in] - \infty; -3[\cup]2; +\infty[$

← -3 e 2 são os zeros do numerador e o denominador, respectivamente.

← $\frac{-}{+} = -$; $\frac{+}{+} = +$; $\frac{+}{-} = -$; $\frac{-}{-} = +$

8.Sabendo que α é um ângulo do 1º quadrante, a que quadrante pertence o ângulo $\pi - \alpha$?

A. I

B. II

C. III

D. IV

2012. Extraordinário

[Resolução]Como α é um ângulo do 1º quadrante, tem-se: $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ Multiplicando por -1 todos os membros da inequação, tem-se:

$$0 > -\alpha > -\frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} < -\alpha < 0$$

Adicionado π a ambos os membros da inequação, tem-se:

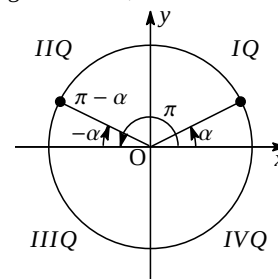
$$-\frac{\pi}{2} + \pi < \pi - \alpha < 0 + \pi \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} < \pi - \alpha < \pi$$

Logo, o ângulo $\pi - \alpha$ pertence ao 2º quadrante.**Opção: B****[Outra resolução]**

Para se obter a solução, trata-se um ângulo do 1º quadrante.

Por exemplo, o ângulo $\alpha = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$ pertence ao 1º quadrante.Neste caso, tem-se: $\pi - \frac{\pi}{4} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ Como 135° pertence ao 2º quadrante, conclui-se que $\pi - \alpha$ pertence ao 2º quadrante.

No círculo trigonométrico, tem-se:

 $\pi - \alpha$ pertence ao 2º quadrante.← $\pi = 180^\circ$ **9.**Sabendo que $\operatorname{tg} \alpha = -2$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Qual é o valor de $\operatorname{sen} \alpha + 2 \cos \alpha$?A. $-\frac{1}{\sqrt{5}}$

B. 0

C. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

D. 1

2012. Extraordinário

[Resolução]

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha = -2 &\Leftrightarrow \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} = -2 \Leftrightarrow \operatorname{sen} \alpha = -2 \cos \alpha \\ &\Leftrightarrow \operatorname{sen} \alpha + 2 \cos \alpha = 0 \end{aligned}$$

Opção: B← **Fórmula:** $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha}$ **10.**Qual é a solução da equação $|2x - 6| = 4$?A. $x = 1 \vee x = 5$ B. $x = 3 \vee x = 5$ C. $\{ \}$ D. $\mathbb{R}$

2012. Extraordinário

[Resolução]

$$\begin{aligned} |2x - 6| = 4 &\Leftrightarrow 2x - 6 = 4 \vee 2x - 6 = -4 \\ &\Leftrightarrow 2x = 10 \vee 2x = 2 \Leftrightarrow x = 5 \vee x = 1 \end{aligned}$$

Opção: A

← **Equação modular do tipo $|x| = a$, onde $a \geq 0$:**
 $|x| = a \Leftrightarrow x = a \vee x = -a$

11.

Qual é a condição para que $|3x - 6| + x + 11$ seja igual a $17 - 2x$?

A. $x \geq -11$

B. $x < 11$

C. $x < 2$

D. $x > 2$

2012. Extraordinário

[Resolução]Resolve-se a equação $|3x - 6| + x + 11 = 17 - 2x$:

$$|3x - 6| + x + 11 = 17 - 2x \Leftrightarrow |3x - 6| = -3x + 6$$

$$\Leftrightarrow |3x - 6| = -(3x - 6)$$

Para que $|3x - 6| = -(3x - 6)$ é necessário que o número que está no dentro do módulo seja negativo, isto é:

$$3x - 6 < 0 \Leftrightarrow x < 2$$

Opção: C**[Outra resolução]**

$$|3x - 6| + x + 11 = \begin{cases} 3x - 6 + x + 11, & \text{se } 3x - 6 \geq 0 \\ -(3x - 6) + x + 11, & \text{se } 3x - 6 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 5, & \text{se } x \geq 2 \\ -2x + 17, & \text{se } x < 2 \end{cases}$$

Por isso, se $x < 2$, então $|3x - 6| + x + 11 = 17 - 2x$. $\leftarrow$ Se $x \geq 0$, então $|x| = x$.Se $x < 0$, então $|x| = -x$.

$$\leftarrow |x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

12.

Qual é a expressão equivalente a $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$?

A. $n + 1$

B. $n - 1$

C. $n(n - 1)$

D. $n(n + 1)$

2012. Extraordinário

[Resolução]

$$\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = \frac{(n+1)n\cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} = (n+1)n$$

Opção: D

$$\leftarrow (n+1)! = (n+1)n \overbrace{(n-1)(n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1}^{(n-1)!}$$

$$= (n+1)n(n-1)!$$

13.

Existem 7 cadeiras diferentes e pretende-se escolher 4. De quantas formas isso pode acontecer?

A. 35

B. 70

C. 270

D. 840

2012. Extraordinário

[Resolução]

Deseja-se o número total das maneiras diferentes possíveis de escolher 4 elementos dentre 7 elementos. Como não interessa ordem, trata-se de uma combinação de 7 elementos tomados 4 a 4, isto é:

$$C_7^4 = C_7^3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} = 35$$

Opção: A $\leftarrow C_n^p$ é o número total das maneiras diferentes possíveis de **escolher** p elementos dentre n elementos. Quando não interessa ordem, trata-se de uma combinação.

$$\leftarrow C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{\overbrace{n(n-1) \cdots (n-r+1)}^{p \text{ factores}}}{p(p-1) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

14.

De quantas maneiras diferentes se podem sentar 3 raparigas e quatro rapazes, num banco de sete lugares sabendo que em cada um dos extremos fica uma rapariga?

A. 20

B. 240

C. 720

D. 5040

2012. Extraordinário

[Resolução]

O número total das maneiras diferentes de em cada um dos extremos ficar uma rapariga é A_3^2 porque se escolhem 2 raparigas dentre 3 e se permutam as 2 raparigas entre si.

O número total das maneiras diferentes de permutar as restantes $7 - 2 = 5$ pessoas para preencherem os 5 lugares excepto os extremos é $P_5 = 5!$.

Portanto a solução é: $A_3^2 \cdot 5! = 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

Opção: C

← A_n^p é o número total das maneiras possíveis de escolher p elementos dentre n elementos e permutar os p elementos entre si. Quando interessa a ordem, trata-se de um arranjo.

$$A_n^p = \underbrace{n(n-1)(n-2) \cdots (n-p+1)}_{p \text{ factores}}$$

← $P_n = n!$ é o número total das maneiras diferentes possíveis de permutar os n elementos numa fila.

15.

Num saco estão 4 bolas de igual tamanho numeradas de 1 a 4. Tirando-se sucessivamente sem reposição, as quatro bolas do saco, qual é a probabilidade de as bolas saírem por ordem crescente?

A. $\frac{1}{24}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{2}{3}$

2012. Extraordinário

[Resolução]

O número de casos possíveis é $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$.

O número de casos favoráveis é 1.

Logo, a probabilidade pedida é $\frac{1}{24}$.

Opção: A

← $C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1 \cdot C_1^1$

← Apenas um caso em ordem seguinte: ①②③④

← Probabilidade = $\frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$

16.

Qual das sucessões é divergente?

A. $\frac{n-1}{n+1}$

B. $\frac{n+1}{n}$

C. $\left(\frac{3}{2}\right)^n$

D. $\left(\frac{2}{3}\right)^n$

2012. Extraordinário

[Resolução]

Calcula-se o limite de cada sucessão das opções dadas:

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{n+1} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \frac{1}{1} = 1$

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \frac{1}{1} = 1$

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n = \infty$

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$

Como o limite da sucessão da opção C não é um número real, então esta sucessão é divergente.

Opção: C

← Se o numerador e o denominador têm o mesmo grau, então o limite quando $x \rightarrow \infty$ é igual ao quociente dos coeficientes dos termos de maior grau, isto é:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_1 x^n + b_1 x^{n-1} + c_1 x^{n-2} + \cdots}{a_2 x^n + b_2 x^{n-1} + c_2 x^{n-2} + \cdots} = \frac{a_1}{a_2}$$

← Se $a > 1$, então $\lim_{n \rightarrow \infty} a^n = \infty$

← Se $|a| < 1$, então $\lim_{n \rightarrow \infty} a^n = 0$

← Uma sucessão a_n é convergente se $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha \in \mathbb{R}$.

Uma sucessão que não é convergente é divergente.

17.

Considere a sucessão $\left(1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{27}; \cdots\right)$. Qual é o seu termo geral?

A. $U_n = \frac{n}{3^n}$

B. $U_n = \frac{1}{3^n}$

C. $U_n = \frac{1}{n^3}$

D. $U_n = \frac{1}{3^{n-1}}$

2012. Extraordinário

[Resolução]

Como o quociente entre dois termos consecutivos é constante $\frac{1}{3}$, esta sucessão é uma PG em que $a_1 = 1$ e $q = \frac{1}{3}$.

Logo, o termo geral desta sucessão é: $a_n = 1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{1}{3^{n-1}}$

Opção: D

← $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \cdots$
 $\times \frac{1}{3} \quad \times \frac{1}{3} \quad \times \frac{1}{3}$

← O termo geral de uma PG é dado por $a_n = a_1 q^{n-1}$

18.

Qual das sucessões NÃO forma nenhuma progressão?

A. 3; 12; 48; 192; ...

B. 1; 3; 5; 7; ...

C. 1; -3; 5; -7; ...

D. 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{16}$; ...

2012. Extraordinário

[Resolução]A sucessão da opção A é uma PG em que $a_1 = 3$ e $q = 4$.A sucessão da opção B é uma PA em que $a_1 = 1$ e $d = 2$.

A sucessão da opção C não é PA nem PG.

A sucessão da opção D é uma PG em que $a_1 = \frac{1}{2}$ e $q = \frac{1}{2}$.**Opção: C****Definição de PA e PG:**★ Se a diferença entre dois termos consecutivos de uma sucessão a_n é constante, então a_n é uma PA.★ Se o quociente entre dois termos consecutivos de uma sucessão a_n é constante, então a_n é uma PG.

19.

Numa progressão aritmética finita, a soma dos seus termos é 110. Se o primeiro e o último termos são respectivamente 2 e 20, quantos termos tem a sucessão?

A. 21

B. 20

C. 11

D. 10

2012. Extraordinário

[Resolução]Pela condição, tem-se: $S_n = 110$, $a_1 = 2$ e $a_n = 20$ Aplicando a fórmula de soma dos n primeiro termos de uma PA,tem-se: $\frac{n(2+20)}{2} = 110 \Leftrightarrow 11n = 110 \Leftrightarrow n = 10$ **Opção: D**← A soma dos n primeiros termos de uma PA é dada por:

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} \text{ ou } S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$$

20.

Qual é a solução da equação $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} + \dots = 40$?

A. 10

B. 20

C. 30

D. 40

2012. Extraordinário

[Resolução]A equação dada fica: $x\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots\right) = 40$ $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ é a soma duma PG infinita em que $a_1 = 1$ e $q = \frac{1}{2}$. Como $|q| = \frac{1}{2} < 1$, então tem-se:

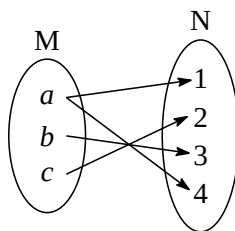
$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = \frac{a_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$$

Logo, a equação dada fica:

$$x \cdot 2 = 40 \Leftrightarrow 2x = 40 \Leftrightarrow x = 20$$

Opção: B← Coloca-se o factor comum x em evidência.← A soma de uma PG infinita em que $|q| < 1$ é dada por: $S = \frac{a_1}{1-q}$

21.

Dados os conjuntos $M = \{a; b; c\}$ e $N = \{1; 2; 3; 4\}$ considere a relação $R : M \rightarrow N$ representada na figura. Qual das opções representa a relação R ?A. $R = \{(a; 1), (b; 3), (c; 4), (a; 3)\}$ B. $R = \{(1; a), (4; a), (3; b), (c; 2)\}$ C. $R = \{(a; 1), (b; 3), (c; 2)\}$ D. $R = \{(a; 1), (a; 4), (b; 3), (c; 2)\}$ 

2012. Extraordinário

[Resolução]

A partir da figura, a relação R é:

$$R = \{(a; 1), (a; 4), (b; 3), (c; 2)\}$$

Opção: D

← a corresponde a 1 e 4 $\Rightarrow (a; 1), (a; 4)$

b corresponde a 3 $\Rightarrow (b; 3)$

c corresponde a 2 $\Rightarrow (c; 2)$

22.

Qual é o contradomínio da relação $R = \{(1; 1), (2; 3), (3; 5), (5; 1), (7; 7)\}$?

A. $CD = \{1; 2; 3; 5; 7\}$

B. $CD = \{1; 2; 5; 7\}$

C. $CD = \{1; 3; 5; 7\}$

D. $CD = \{3; 5; 7\}$

[Resolução]

Como $R = \{(1; \underline{1}), (2; \underline{3}), (3; \underline{5}), (5; \underline{1}), (7; \underline{7})\}$,
as imagens da relação R são 1, 3, 5 e 7.

Logo, $CD = \{1; 3; 5; 7\}$

Opção: C

← (objecto; imagem)

← Ao conjunto das imagens chama-se contradomínio e representa-se por CD .

2012. Extraordinário

23.

Sabendo que na função $f(x) = ax - 11; a \in \mathbb{R}, f(3) = 7$, qual é o valor da constante a ?

A. 3

B. 6

C. 7

D. 11

[Resolução]

$$f(3) = a \cdot 3 - 11 = 3a - 11$$

Como $f(3) = 7$, tem-se: $3a - 11 = 7 \Leftrightarrow 3a = 18 \Leftrightarrow a = 6$

Opção: B

← Substitui-se x por 3 em $f(x) = ax - 11$.

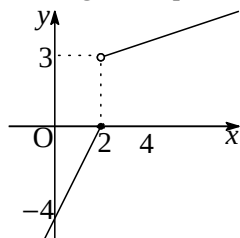
2012. Extraordinário

24.

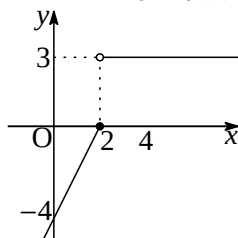
Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por: $f(x) = \begin{cases} 2x - 4 & \text{se } x < 2 \\ 3 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$

Qual das figuras representa o gráfico da função $f(x)$?

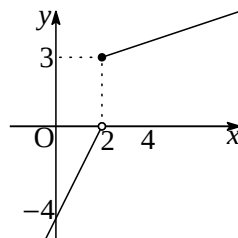
A.



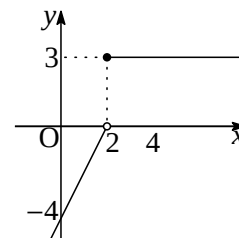
B.



C.



D.

**[Resolução]**

Como a função $f(x)$ é constante se $x \geq 2$, o gráfico da função $f(x)$ para $x \geq 2$ é uma recta perpendicular ao eixo das abcissas.

A opção B ou D representa a função $f(x)$.

Como $f(x) = 3$ se $x \geq 2$, então $f(2) = 3$.

Portanto, o gráfico passa por $(2; 3)$.

Por isso, a opção D representa a função $f(x)$.

Opção: D

← O gráfico de $y = a$ é uma recta que é perpendicular ao eixo de abcissas e passa por $(0; a)$.

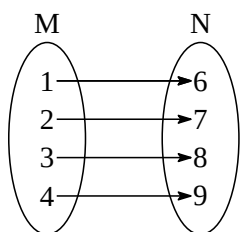
← O ponto $(2; 3)$ tem que ser pintado.

2012. Extraordinário

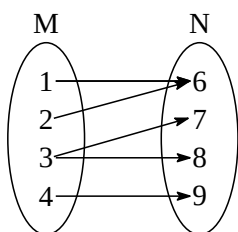
25.

Qual das figuras representa uma função sobrejectiva?

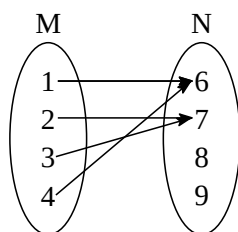
A.



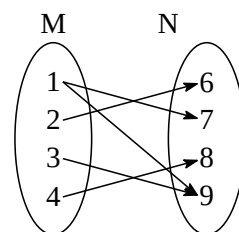
B.



C.



D.



2012. Extraordinário

[Resolução]

A opção B não representa nenhuma função porque o objecto 3 corresponde a duas imagens 7 e 8.

E também, a opção D não representa nenhuma função porque o objecto 1 corresponde a duas imagens 7 e 9.

As opções A e C representam funções porque cada elemento de M corresponde a um e só um elemento de N .

Como o contradomínio da função da opção A é N , então a função da opção A representa uma função sobrejectiva.

Opção: A

← Dá-se o nome de **função** f a uma correspondência entre um conjunto M e um conjunto N se a cada elemento x de M corresponde a **um e só um elemento** $f(x)$ de N .

← Uma função diz-se **sobrejectiva** quando o contradomínio coincide com o conjunto de chegada.

26.

Qual é a afirmação correcta?

A. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x + 3} = 0$

B. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3} = \infty$

C. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3} = 3$

D. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x + 3} = -6$

2012. Extraordinário

[Resolução]

Calcula-se $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$ e $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$:

$$\star \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x + 3} = \frac{3^2 - 9}{3 + 3} = \frac{0}{6} = 0$$

$$\star \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x - 3)(x + 3)}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3} (x - 3) = -3 - 3 = -6$$

Portanto, a opção correcta é A.

Opção: A

← Como não é nenhuma indeterminação, basta substituir x por 3.

← Factoriza-se $x^2 - 9$ aplicando $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ e simplifica-se $x + 3$ para levantar a indeterminação $\frac{0}{0}$.

27.

Qual é o valor do $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

2012. Extraordinário

[Resolução]

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} &= \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x (1 + \cos x)}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x (1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x (1 + \cos x)}{\sin^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x) \\ &= 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

Opção: B

← Multiplica-se pelo conjugado $1 + \cos x$ de $1 - \cos x$ o numerador e o denominador.

← $(1 - \cos x)(1 + \cos x) = 1 - \cos^2 x$ por $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.

← Como $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, então $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$.

← Simplifica-se $\sin^2 x$.

← Substitui-se x por 0. $\cos 0 = 1$

28.

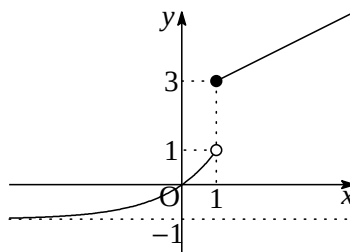
Na figura está representado o gráfico da função f . Qual é a alternativa correcta?

A. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$

B. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$

C. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$

D. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1$



2012. Extraordinário

[Resolução]

Nota-se que quando x se aproxima de 1 pela direita, $f(x)$ se aproxima de 3 e quando x se aproxima de 1 pela esquerda, $f(x)$ se aproxima de 1.

Então tem-se: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$ e $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$

Logo, a alternativa correcta é C.

Opção: C

← Quando x se aproxima de a **pela esquerda**, $f(x)$ aproxima-se de α , simbolicamente, $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \alpha$.

Quando x se aproxima de a **pela direita**, $f(x)$ aproxima-se de α , simbolicamente, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \alpha$.

29.

Para que a função $f(x) = \begin{cases} k, & \text{se } x = 0 \\ \frac{\sin x}{x}, & \text{se } x \neq 0 \end{cases}$ seja contínua em $\mathbb{R}$, qual deve ser o valor de k ?

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

2012. Extraordinário

[Resolução]

Para que $f(x)$ seja contínua em $\mathbb{R}$, é necessário que $f(x)$ seja contínua no ponto $x = 0$.

Existe o limite de $f(x)$ no ponto $x = 0$ e seu valor é:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

O valor de $f(x)$ no ponto $x = 0$ é: $f(0) = k$

Para que $f(x)$ seja contínua no ponto $x = 0$, é necessário que $k = 1$.

Opção: B

← A partir da definição de $f(x)$, o gráfico de $f(x)$ muda-se no ponto $x = 0$.

← Para $x \neq 0$, os limites laterais são iguais.

← **Limite notável:** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

← f é contínua em $x = a$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) \text{ e } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a).$$

30.

Uma função real de variável real f é tal que $f(x) = f'(x)$ para todo o número real x . Qual das expressões pode definir a função f ?

A. $3x^2$

B. $\sin x$

C. e^{5x}

D. $2e^x$

2012. Extraordinário

[Resolução]

Calcula-se a primeira derivada de cada função das opções dadas e compara-se com $f(x)$:

A. $f'(x) = (3x^2)' = 3 \cdot 2x = 6x \neq f(x)$

B. $f'(x) = (\sin x)' = \cos x \neq f(x)$

C. $f'(x) = (e^{5x})' = e^{5x} \cdot (5x)' = 5e^{5x} \neq f(x)$

D. $f'(x) = (2e^x)' = 2e^x = f(x)$

Portanto, a solução é a opção D.

Opção: D

← $(x^2)' = 2x$ aplicando $\forall x \in \mathbb{R}, (x^n)' = nx^{n-1}$.

← $(\sin x)' = \cos x$

← $[e^{f(x)}]' = e^{f(x)} \cdot f'(x)$ porque $(e^x)' = e^x$.

31.

Sendo $f(x) = \frac{1}{x^3}$, qual é o valor de $f'(1)$?

A. 3

B. 1

C. $\frac{1}{3}$

D. -3

2012. Extraordinário

[Resolução]

Calcula-se $f'(x)$:

$$f'(x) = (x^{-3})' = -3x^{-3-1} = -3x^{-4} = -\frac{3}{x^4}$$

Logo, $f'(1) = -\frac{3}{1^4} = -3$

Opção: D

← $\forall x \in \mathbb{R}, (x^n)' = nx^{n-1}$

← Substitui-se x por 1 em $f'(x) = -\frac{3}{x^4}$

32.

Qual é a derivada da função $f(x) = 2^x \cdot x^2$?

- A. $2^x x(\ln 2 + 2)$ B. $2^x x(x \ln 2 + 2)$ C. $2^x x(\ln x + 2)$ D. $2^x x(\ln x + 2x)$

2012. Extraordinário

[Resolução]

$$\begin{aligned} f'(x) &= (2^x \cdot x^2)' = (2^x)' x^2 + 2^x (x^2)' \\ &= 2^x \ln 2 \cdot x^2 + 2^x \cdot 2x = 2^x x \cdot x \ln 2 + 2^x x \cdot 2 \\ &= 2^x x(x \ln 2 + 2) \end{aligned}$$

Opção: B

$$\begin{aligned} \leftarrow [f(x)g(x)]' &= f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \\ \leftarrow (2^x)' &= 2^x \ln 2 \text{ aplicando } (a^x)' = a^x \ln a \\ \leftarrow &\text{Coloca-se o factor comum } 2^x x \text{ em evidência.} \end{aligned}$$

33.

Qual é a primeira derivada da função $f(x) = \ln x^2$?

- A. $2 \ln x$ B. $\frac{1}{x^2}$ C. $\frac{2}{x}$ D. $\frac{2x}{\ln x^2}$

2012. Extraordinário

[Resolução]

$$f'(x) = (\ln x^2)' = \frac{(x^2)'}{x^2} = \frac{2x}{x^2} = \frac{2}{x}$$

Opção: C

$$\leftarrow [\ln f(x)]' = \frac{f'(x)}{f(x)} \text{ porque } (\ln x)' = \frac{1}{x}.$$

34.

Dada a função $f(x) = x^3 - 1$. Quais são as abcissas dos pontos em que a função tem extremos?

- A. $x = 1 \vee x = -1$ B. $x = -1$ C. $x = 0 \vee x = 1$ D. $x = 0$

2012. Extraordinário

[Resolução]

$$f'(x) = (x^3 - 1)' = 3x^2$$

Resolvendo $f'(x) = 0$, tem-se: $3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Logo, constroi-se a tabela de monotonia e extremos:

x	...	0	...
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	-1	$\nearrow$

A função $f'(x)$ tem um zero para $x = 0$, mas a partir da tabela, nota-se que não muda de sinal à direita e à esquerda desse valor. Por isso, a função $f(x)$ não tem nenhum extremo.

Opção: Nenhuma

★ Se uma função $f(x)$ tem derivada nula para $x = a$ e $f'(x)$ passa nesse ponto de negativa a positiva, a função $f(x)$ tem para $x = a$ um extremo mínimo.
 ★ Se uma função $f(x)$ tem derivada nula para $x = a$ e $f'(x)$ passa nesse ponto de positiva a negativa, a função $f(x)$ tem para $x = a$ um extremo máximo.
 ★ Ainda que $f(x)$ tenha derivada nula para $x = a$ (ou seja $f'(a) = 0$), se o sinal de $f'(x)$ não muda à direita e à esquerda, a função $f(x)$ não tem extremos.

35.

A diferença entre dois números é 4. Quais são esses números se o produto dos mesmos for mínimo?

- A. -2 e 2 B. -4 e 2 C. -4 e -2 D. 0 e 2

★2012. Extraordinário

[Resolução]Sejam x e y dois números cuja diferença é 4.Então, tem-se: $x - y = 4 \Leftrightarrow y = x - 4$ Seja p o produto dos dois números. Então tem-se:

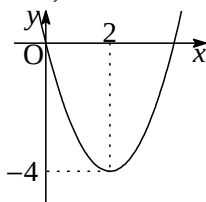
$$p = x \cdot y = x(x - 4) = x^2 - 4x$$

Fazendo o quadrado perfeito, tem-se: $p = (x - 2)^2 - 4$

Como a função $p = (x - 2)^2 - 4$ é quadrática, então o seu gráfico é uma parábola que tem vértice $(2; -4)$ e tem a concavidade virada para cima como a figura mostra.

Por isso, para $x = 2$, p é mínimo.Logo, $y = 2 - 4 = -2$.

Portanto os números são -2 e 2.

**Opção: A**

$\leftarrow$ Quadrado perfeito: $x^2 + bx = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2$
 $\leftarrow$ As coordenadas do vértice da função quadrática $y = a(x - p)^2 + q$ são dadas por $(p; q)$.
 Se $a > 0$, a parábola tem a concavidade virada para cima e Se $a < 0$, tem a concavidade virada para baixo.
 $\leftarrow$ Substitui-se x por 2 em $y = x - 4$ para ter o valor de y .

[Outra resolução]

Seja $p(x)$ o produto dos dois números x e y cuja diferença é 4.

Então $p(x) = x \cdot y = x(x - 4) = x^2 - 4x$.

Calcula-se o mínimo da função $p(x)$.

Como $p'(x) = 2x - 4$, o zero da derivada da função $p(x)$ é:

$$2x - 4 = 0 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$$

Constroi-se a tabela de monotonia e extremos:

x	$\dots$	2	$\dots$
$p'(x)$	-	0	+
$p(x)$	$\searrow$	Mín	$\nearrow$

A partir da tabela, a função $p(x)$ tem o mínimo no ponto $x = 2$.
Logo, $y = 2 - 4 = -2$. Portanto os números pedidos são -2 e 2 .

← Como a diferença dos dois números x e y é 4, então
 $x - y = 4 \Leftrightarrow y = x - 4$.

$$\leftarrow (x^2 - 4x)' = 2x - 4$$

← Há possibilidade de ter um extremo no ponto $x = 2$.

← Se $p'(x) < 0$, então $p(x)$ é decrescente.

Se $p'(x) > 0$, então $p(x)$ é crescente.

Se $p'(x) = 0$, então $p(x)$ é constante.

Somente para a Secção de Letras

36.

Qual é a alternativa NÃO correcta?

A. $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$

B. $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z} = \mathbb{N}$

C. $\mathbb{R} \cup \mathbb{N} = \mathbb{R}$

D. $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{N}$

2012. Extraordinário

[Resolução]

Verifica-se se cada alternativa é correcta ou não.

A. $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$ porque $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$. Logo é correcta.

B. $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z} \neq \mathbb{N}$ porque $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ é exterior de $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.
Logo não é correcta.

C. $\mathbb{R} \cup \mathbb{N} = \mathbb{R}$ porque $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$. Logo é correcta.

D. $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \mathbb{N}$ porque $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$. Logo é correcta.

Portanto, a solução é B.

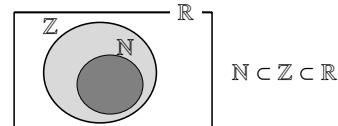
Opção: B

← $\mathbb{R} = \{\text{Números reais}\}$

$\mathbb{Z} = \{\text{Números inteiros}\}$

$= \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

$\mathbb{N} = \{\text{Números naturais}\} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$



37.

Qual dos conjuntos é igual a $Q = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 5x + 6 \leq 0\}$?

A. $[-3; -2]$

B. $] - 3; -2]$

C. $] - \infty; -3] \cup [-2; +\infty[$

D. $] - \infty; -3[\cup] - 2; +\infty[$

★2012. Extraordinário

[Resolução]

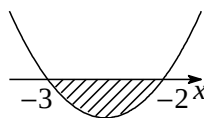
Resolve-se a inequação $x^2 + 5x + 6 \leq 0$.

$$x^2 + 5x + 6 \leq 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x + 3) \leq 0$$

A partir da figura, tem-se:

$$-3 \leq x \leq -2$$

$$\text{Portanto, } Q = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 5x + 6 \leq 0\} \\ = \{x : x \in [-3; -2]\}$$

**Opção: A**

← Factoriza-se $x^2 + 5x + 6$ aplicando $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

← A inequação $f(x) \leq 0$ significa o intervalo de x , incluindo os extremos, cujo gráfico está em baixo do eixo das abcissas. A inequação $f(x) \geq 0$ significa o intervalo de x , incluindo os extremos, cujo gráfico está em cima do eixo das abcissas.

38.

Numa pesquisa realizada na loja do senhor João, verificou-se que dos clientes consultados, 120 compram arroz, 150 óleo e 80 compram as duas coisas (arroz e óleo) e 110 clientes não compram nada. Quantos clientes foram consultados?

A. 300

B. 220

C. 190

D. 110

2012. Extraordinário

[Resolução]

Sejam U - Conjunto dos clientes que foram consultados

A - Conjunto dos clientes que compraram arroz

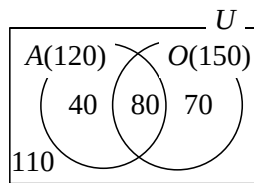
O - Conjunto dos clientes que compraram óleo

Então pode-se construir o diagrama de Venn como a figura mostra.

Os clientes que compraram só arroz são $120 - 80 = 40$.

Os clientes que compraram só óleo são $150 - 80 = 70$. Então, os clientes que foram consultados são:

$$40 + 80 + 70 + 110 = 300$$



Opção: A

← Nota-se que:

$$n(A) = 120, n(O) = 150, n(A \cap O) = 80 \text{ e } n(\overline{A \cup O}) = 110$$

← 120 compraram arroz e 80 compraram arroz e óleo.

← 150 compraram óleo e 80 compraram arroz e óleo.

39.

Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-5x+6}$?

A. -2

B. -1

C. 0

D. 1

[Resolução]

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-5x+6} &= \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-3)(x-2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-3} = \frac{1}{2-3} = -1 \end{aligned}$$

Opção: B

← Factoriza-se $x^2 - 5x + 6$ utilizando $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$.

← Substitui-se x por 2.

2012. Extraordinário

40.

Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right)^x$?

A. e^5

B. e^3

C. e^{-5}

D. e^{-3}

[Resolução]

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right)^x &= [1^\infty] = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x} - 1\right) \cdot x} \\ &= e^{\lim_{x \rightarrow \infty} (-5)} = e^{-5} \end{aligned}$$

Opção: C

Sejam $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 1$ e $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$. Então tem-se:

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^{g(x)} = [1^\infty] = e^{\lim_{x \rightarrow a} [f(x)-1] \cdot g(x)}$$

[Outra resolução]

Como $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x = e^k$, então $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right)^x = e^{-5}$

2012. Extraordinário

Somente para a Secção de Ciências

36.

Qual é a equação da recta que passa pelo ponto $(5; -3)$ e é paralela à recta $y = 2x - 1$?

A. $y = -2x + 3$

B. $y = 2x + 3$

C. $y = -2x - 13$

D. $y = 2x - 13$

[Resolução]

O declive da recta $y = 2x - 1$ é 2.

Como a recta desejada é paralela à recta $y = 2x - 1$, o seu declive também é 2.

Portanto, a equação da recta que passa pelo ponto $(5; -3)$ e tem o declive 2 é: $y - (-3) = 2(x - 5) \Leftrightarrow y = 2x - 13$

Opção: D

← O declive de uma recta $y = ax + b$ é a .

← Se as duas rectas $y = a_1x + b_1$ e $y = a_2x + b_2$ são paralelas, então os declives são iguais, isto é: $a_1 = a_2$.

← A equação da recta que passa por $(x_1; y_1)$ e tem o declive a é dada por $y - y_1 = a(x - x_1)$.

2012. Extraordinário

37.

Sendo $f(g(x)) = 5x - 2$ e $f(x) = 5x + 4$, a que é igual $g(x)$?

A. $x - 2$

B. $x - \frac{5}{3}$

C. $x - \frac{6}{5}$

D. $5x - 2$

2012. Extraordinário

[Resolução]

Calcula-se: $f(g(x)) = 5g(x) + 4$

Como $f(g(x)) = 5x - 2$, tem-se:

$$5g(x) + 4 = 5x - 2 \Leftrightarrow 5g(x) = 5x - 6 \Leftrightarrow g(x) = x - \frac{6}{5}$$

Opção: C

← Substitui-se x por $g(x)$ em $f(x) = 5x + 4$.

38.

Qual é a inversa da função $f(x) = \log_3(x + 3)$?

A. $f^{-1}(x) = 3^x + 3$

B. $f^{-1}(x) = 3^x - 3$

C. $f^{-1}(x) = 3^{x-3}$

D. $f^{-1}(x) = 3^{x+3}$

2012. Extraordinário

[Resolução]

Substituindo $f(x)$ por y , tem-se: $y = \log_3(x + 3)$.

Resolve-se em ordem a x :

$$\log_3(x + 3) = y \Leftrightarrow \log_3(x + 3) = \log_3 3^y$$

$$\Leftrightarrow x + 3 = 3^y \Leftrightarrow x = 3^y - 3$$

Trocando as variáveis x por y e y por x , tem-se: $y = 3^x - 3$, que é a função inversa pedida, $f^{-1}(x) = 3^x - 3$.

Opção: B

← Adota-se $\log_3$ no segundo membro da equação.

← Como as bases dos dois membros da equação são iguais, iguala-se os logaritmandos.

← Como a função dada é logarítmica, a sua inversa é uma função exponencial.

39.

Qual é a solução de $\int \left(\sin x + \frac{3}{x} \right) dx$?

A. $\cos x + 3 \ln |x| + c$

B. $\ln |x| - \cos x + c$

C. $\cos x - 3 \ln |x| + c$

D. $3 \ln |x| - \cos x + c$

2012. Extraordinário

[Resolução]

Deriva-se a função de cada opção para se encontrar a função cuja primeira derivada é $f(x) = \sin x + \frac{3}{x}$:

A. $(\cos x + 3 \ln |x| + c)' = -\sin x + \frac{3}{x}$

B. $(\ln |x| - \cos x + c)' = \frac{1}{x} + \sin x$

C. $(\cos x - 3 \ln |x| + c)' = -\sin x - \frac{3}{x}$

D. $(3 \ln |x| - \cos x + c)' = \frac{3}{x} + \sin x = f(x)$

Portanto, a opção correcta é D.

Opção: D

[Outra resolução]

Determina-se a primitiva de $f(x) = \sin x + \frac{3}{x}$.

O integral de $f(x)$, sendo $c \in \mathbb{R}$, é:

$$\int \left(\sin x + \frac{3}{x} \right) dx = -\cos x + 3 \ln |x| + c$$

$$\leftarrow (\cos x)' = -\sin x; \quad (\ln |x|)' = \frac{1}{x};$$

$$(c)' = 0, \forall c \in \mathbb{R}$$

Definição da função primitiva:

Sejam $F(x)$ e $f(x)$ duas funções contínuas. A função $F(x)$ é uma primitiva de $f(x)$ para qualquer x do domínio de $f(x)$ se a derivada de $F(x)$ é igual a $f(x)$. Isto é: $F'(x) = f(x)$.

Definição do integral indefinido:

Se $f(x)$ é uma função contínua em $\mathbb{R}$, então chama-se integral indefinida, à expressão $\int f(x) dx = F(x) + c$, onde $F(x)$ é uma primitiva de $f(x)$ e c é uma constante.

Se $F'(x) = f(x)$, então $\int f(x) dx = F(x) + c$

$$\leftarrow \int \sin x dx = -\cos x + c, \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

40.

A que é igual o módulo de $z = 2 + i$?

A. $\sqrt{5}$

B. $5i$

C. 25

D. $3i$

2012. Extraordinário

[Resolução]

$$|z| = |2 + i| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

Opção: A

← Dado o número complexo $z = a + bi$, o módulo de z é dado por $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

FIM