

# Conceitos básicos da Eletrônica: teoria e prática

Claudio José Magon

---

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO - USP  
INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS - IFSC  
SÃO CARLOS, SP, BRASIL

---

2018



# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	O dia-a-dia do curso . . . . .	2
1.1.1	O cronograma . . . . .	2
1.1.2	Os objetivos . . . . .	2
1.1.3	Técnicos e monitores . . . . .	3
1.1.4	Aos professores . . . . .	3
1.1.5	Aos alunos . . . . .	4
<b>2</b>	<b>A arte de medir bem</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Primeiro contato com o laboratório</b>	<b>8</b>
3.1	Resistores . . . . .	8
3.1.1	A lei de Ohm . . . . .	9
3.1.2	A resistividade elétrica . . . . .	9
3.1.2.1	Demonstração: Lâmpadas incandescentes . . . . .	10
3.1.3	Associação de resistores . . . . .	11
3.1.4	A potência dissipada nos resistores . . . . .	11
3.1.5	A linearidade dos resistores . . . . .	12
3.1.5.1	A resistência dinâmica . . . . .	13
3.1.6	Resistores especiais . . . . .	14
3.1.6.1	Termo-resistências e termístores . . . . .	14
3.1.6.2	Foto-resistências . . . . .	14
3.1.6.3	Extensômetro elétrico de resistência . . . . .	15
3.1.6.4	Outros sensores resistivos . . . . .	15
3.1.6.5	Demonstração: A curva $V$ vs $I$ . . . . .	15
3.2	Geradores de energia elétrica . . . . .	17
3.2.1	Baterias . . . . .	19
3.2.1.1	Demonstração: A pilha de Coca-Cola . . . . .	19
3.2.2	Fontes eletrônicas . . . . .	19
3.2.2.1	As fontes triplas . . . . .	21
3.2.2.2	Os limitadores de corrente e tensão . . . . .	22
3.2.3	Fonte de voltagem ou fonte de corrente? . . . . .	23
3.3	A placa de montagens e os circuitos . . . . .	24
3.3.1	Algumas convenções gráficas . . . . .	25
3.3.2	Contatos imediatos com a placa de montagem . . . . .	26
3.3.2.1	Prática: Sensor de luminosidade . . . . .	26
3.3.2.2	Prática: Sensor de umidade . . . . .	27
3.3.2.3	Outras utilidades do símbolo de terra . . . . .	27
3.4	O osciloscópio . . . . .	28
3.4.1	O sincronismo do osciloscópio . . . . .	29
3.4.2	As entradas do osciloscópio . . . . .	29
<b>I</b>	<b>Circuitos elétricos</b>	<b>34</b>
<b>4</b>	<b>Análise dos circuitos de corrente contínua</b>	<b>35</b>
4.1	As leis de Kirchhoff . . . . .	35
4.2	A matemática dos circuitos de corrente contínua . . . . .	35
4.3	Os teoremas . . . . .	38
4.3.1	O princípio da superposição . . . . .	39

4.3.2	O teorema de Thévenin . . . . .	41
4.3.3	O teorema de Norton . . . . .	44
4.3.4	O teorema da máxima transferência de potência . . . . .	45
4.3.5	Prática: Thévenin e transferência de potência . . . . .	48
4.4	Resistência interna de baterias . . . . .	49
4.4.1	Prática: Resistência interna de baterias . . . . .	50
4.5	Impedância de saída e impedância de entrada . . . . .	50
4.6	Capacitores . . . . .	51
4.6.1	Associação de capacitores . . . . .	51
4.6.2	Transientes . . . . .	52
<b>5</b>	<b>Corrente contínua e aplicações</b>	<b>54</b>
5.1	O divisor de tensão . . . . .	54
5.1.1	Potenciômetros . . . . .	55
5.1.2	O efeito da carga em um divisor de tensão . . . . .	57
5.1.3	Prática: Divisores de tensão . . . . .	58
5.2	A ponte de Wheatstone . . . . .	59
5.2.1	Solução 1: aplicação direta das leis de Kirchhoff . . . . .	60
5.2.2	Solução 2: teorema de Thévenin . . . . .	60
5.2.3	Solução 3: método de Maxwell . . . . .	61
5.2.4	Solução 4: conversão $\Delta$ -Y e Y- $\Delta$ . . . . .	62
5.2.5	A ponte de Wheatstone como detector de nulo . . . . .	63
5.2.5.1	Resistência dos resistores vs. temperatura . . . . .	64
5.2.5.2	Prática: O detector de nulo . . . . .	65
5.3	Instrumentos de medida de corrente contínua . . . . .	66
5.3.1	Galvanômetro d'Ansoval . . . . .	67
5.3.1.1	Prática: Resistência interna de galvanômetros . . . . .	68
5.3.2	O voltímetro . . . . .	68
5.3.2.1	Prática: Resistência interna do voltímetro . . . . .	69
5.3.3	O amperímetro . . . . .	70
5.3.4	O ohmímetro . . . . .	71
5.3.4.1	Projeto prático do ohmímetro . . . . .	72
5.3.4.2	Prática: Construção de um ohmímetro . . . . .	72
5.3.4.3	Cuidados especiais relativos ao uso do ohmímetro . . . . .	72
5.3.4.4	Medida de resistências pelo método de Kelvin (4 pontas) . . . . .	73
5.3.5	O certo e o errado . . . . .	75
5.3.6	Prática: Análise de um multímetro analógico comercial . . . . .	75
<b>6</b>	<b>Corrente Alternada</b>	<b>77</b>
6.1	Sinais senoidais . . . . .	77
6.1.1	A amplitude . . . . .	77
6.1.2	Frequência e período . . . . .	78
6.1.3	A fase . . . . .	79
6.1.4	O valor RMS . . . . .	80
6.1.5	A potência . . . . .	82
6.2	Análise dos circuitos de corrente alternada senoidal . . . . .	83
6.2.1	Circuito RC-série . . . . .	83
6.2.2	Representação geométrica do circuito RC-série . . . . .	85
6.2.3	Circuito RC-paralelo . . . . .	86
6.2.4	Generalização do formalismo: números complexos . . . . .	88
6.2.4.1	Um exemplo . . . . .	91
6.2.4.2	Outro exemplo . . . . .	91
6.3	Sinais periódicos não-senoidais . . . . .	92
6.3.1	Análise espectral . . . . .	94
6.3.2	Prática: Análise espectral através do osciloscópio digital . . . . .	95
6.4	Circuitos diferenciadores . . . . .	96
6.4.1	Prática . . . . .	97

<b>II</b>	<b>Circuitos eletrônicos analógicos</b>	<b>98</b>
<b>7</b>	<b>Filtros RC passivos</b>	<b>99</b>
7.1	A seletividade dos filtros . . . . .	100
7.2	Filtro RC passa-baixa . . . . .	101
7.2.1	Aproximação de Bode . . . . .	101
7.2.2	Prática: filtro passa-baixa . . . . .	103
7.2.3	Resposta melhor que 6 dB/oitava? . . . . .	104
7.2.4	Prática opcional: RC passa-baixa 12 dB/oitava . . . . .	106
7.3	Filtro RC passa-alta . . . . .	107
7.3.1	Prática: filtro passa-alta . . . . .	107
7.3.2	Controle AC-GND-DC dos osciloscópios . . . . .	107
7.3.3	Prática: Controle AC-GND-DC do osciloscópio . . . . .	108
7.4	Filtros RC passa-faixa (ou passa-banda) . . . . .	108
7.4.1	Prática opcional: filtro RC passa-faixa . . . . .	109
7.5	Acoplamento e desacoplamento de sinais AC e DC . . . . .	109
7.5.1	Prática: Capacitores de acoplamento . . . . .	112
7.6	Divisor de tensão compensado . . . . .	112
7.6.1	Prática: pontas de prova para osciloscópios . . . . .	114
7.6.1.1	Ponta de prova 1× . . . . .	114
7.6.1.2	Ponta de prova 10× . . . . .	115
7.6.1.3	Ponta de prova 10× compensada . . . . .	115
7.7	A ponte de Wien (e outros filtros passivos) . . . . .	117
<b>8</b>	<b>Diodos</b>	<b>121</b>
8.1	Os modelos . . . . .	121
8.1.1	O primeiro modelo . . . . .	122
8.1.2	O segundo modelo . . . . .	123
8.1.3	O terceiro modelo . . . . .	124
8.1.4	Análise matemática de um circuito simples . . . . .	125
8.1.5	A resistência dinâmica do diodo . . . . .	126
8.2	Características dos diodos reais . . . . .	128
8.2.1	Voltagem térmica . . . . .	128
8.2.2	Potência máxima . . . . .	129
8.2.3	Dependência com a temperatura . . . . .	130
8.2.4	Tensão de ruptura . . . . .	130
8.2.5	Prática: A curva característica do diodo . . . . .	130
8.3	Aplicações mais comuns dos diodos . . . . .	131
8.3.1	Prática: Retificador de meia onda . . . . .	131
8.3.2	Prática: Circuitos limitadores de tensão . . . . .	131
8.3.3	Prática: Portas lógicas . . . . .	133
8.3.4	Condicionamento de sinais ( <i>wave shapping</i> ) . . . . .	134
8.3.5	Chaveamento de cargas indutivas . . . . .	134
8.3.6	Prática: Filtros para corrente contínua . . . . .	135
8.3.7	Prática: Circuito grampeador . . . . .	135
8.3.8	Prática: Retificador duplicador de tensão . . . . .	136
8.4	O diodo Zener . . . . .	137
8.4.1	Prática: Referência de tensão . . . . .	138
8.4.2	Prática: Proteção contra sobre-voltagem . . . . .	138
8.5	Um diodo “iluminado”: o LED . . . . .	139
8.5.1	Prática: LED . . . . .	139
8.5.2	Demonstração: um LED em 220 Vrms . . . . .	140
<b>9</b>	<b>Retificadores e reguladores de tensão</b>	<b>141</b>
9.1	Retificador de meia onda . . . . .	141
9.2	Retificador de onda completa . . . . .	142
9.2.1	Vantagens e desvantagens do retificador em ponte . . . . .	143
9.2.2	Retificador de onda completa com 2 diodos . . . . .	144
9.3	Fontes de corrente contínua . . . . .	145
9.3.1	Prática: fonte de alimentação dc . . . . .	146
9.3.2	Prática opcional: fonte dc com retificador de meia onda . . . . .	147
9.3.3	Prática opcional: fonte dc com 2 diodos . . . . .	147

9.3.4	Prática: Reguladores de tensão . . . . .	148
9.4	Regulagem Zener: um exemplo numérico . . . . .	148
9.4.1	Regulador sem carga . . . . .	150
9.4.2	Regulador carregado . . . . .	150
9.4.3	Cálculo prático . . . . .	151
9.5	Reguladores de tensão de três terminais . . . . .	152
9.5.1	Prática: Regulador de 3 terminais . . . . .	152
9.6	Fontes polifásicas . . . . .	152
9.7	Fontes chaveadas . . . . .	152
<b>10</b>	<b>Transistores I</b>	<b>155</b>
10.1	Circuitos elétricos ou eletrônicos? . . . . .	155
10.2	Caracterização de um transistor . . . . .	158
10.3	Testando o transistor bipolar . . . . .	158
10.3.1	Prática: teste do transistor . . . . .	160
10.4	Princípios básicos . . . . .	160
10.4.1	Conseqüências dos postulados básicos . . . . .	162
10.4.2	Prática: Determinação de $\beta$ . . . . .	164
10.5	Regiões de operação de um transistor . . . . .	164
10.5.1	Transistor em corte . . . . .	165
10.5.2	Transistor ativo . . . . .	165
10.5.3	Transistor saturado . . . . .	166
10.6	Amplificadores lineares . . . . .	166
10.6.1	Amplificador de emissor comum . . . . .	167
10.6.1.1	Impedância de entrada do amplificador emissor comum . . . . .	168
10.6.1.2	Impedância de saída do amplificador emissor comum . . . . .	168
10.6.2	Amplificador seguidor de emissor . . . . .	168
10.6.3	Conclusão . . . . .	169
10.7	Circuitos de chaveamento . . . . .	169
10.7.1	Prática: circuitos de chaveamento . . . . .	169
10.8	Amplificador com acoplamento capacitivo . . . . .	171
10.8.1	Prática: Amplificador de emissor comum acoplado ac . . . . .	171
10.8.2	Prática: O seguidor de emissor acoplado ac . . . . .	172
10.9	Transistor Darlington . . . . .	172
10.10	Amplificador diferencial . . . . .	173
<b>11</b>	<b>Transistores II</b>	<b>175</b>
11.1	Foto-transistor . . . . .	175
11.1.1	Prática: detetor de luz . . . . .	175
11.2	Acoplador ótico . . . . .	176
11.2.1	Prática: isolador ótico . . . . .	178
11.3	Transistores de efeito de campo . . . . .	179
11.3.1	Prática: características básicas do amplificador FET . . . . .	181
11.3.2	Prática: chaves analógicas . . . . .	181
<b>12</b>	<b>Válvulas</b>	<b>183</b>
12.1	O efeito termoiônico . . . . .	185
12.2	A lâmpada elétrica . . . . .	185
12.3	O diodo . . . . .	187
12.4	O triodo . . . . .	188
12.5	Outros dispositivos a vácuo . . . . .	191
12.6	Prática . . . . .	191
12.6.1	Retificador de onda inteira . . . . .	191
12.6.2	Amplificador linear . . . . .	192
<b>13</b>	<b>DIAC, SCR e TRIAC</b>	<b>194</b>

<b>14 Amplificador Operacional I</b>	<b>195</b>
14.1 Características básicas de um amplificador operacional . . . . .	196
14.1.1 As fontes de alimentação . . . . .	196
14.1.2 Cuidado! . . . . .	198
14.2 A “amplificação” do amplificador operacional . . . . .	198
14.3 Comparadores sem realimentação . . . . .	199
14.3.1 Prática: um comparador simples . . . . .	200
14.3.2 Comparador com saída em coletor-aberto . . . . .	200
14.3.3 Prática: Comparador do tipo janela . . . . .	202
14.3.4 Prática: voltímetro de LEDs . . . . .	202
14.4 Realimentação Negativa . . . . .	203
14.4.1 Prática: amplificadores não inversores . . . . .	205
14.4.2 Amplificadores inversores . . . . .	206
14.4.3 Um modelo prático para a realimentação negativa . . . . .	207
14.4.4 Prática opcional: amplificadores inversores . . . . .	208
14.5 Realimentação Positiva . . . . .	208
14.5.1 Comparadores com realimentação positiva . . . . .	208
14.5.2 Prática: comparador com histerese . . . . .	210
14.5.3 Prática: oscilador de relaxação . . . . .	210
<b>15 Amplificador Operacional II</b>	<b>214</b>
15.1 Oscilações espúrias . . . . .	214
15.2 Novas definições para o ganho de um amplificador . . . . .	215
15.3 Resposta em frequência . . . . .	216
15.4 <i>Input Offset voltage</i> . . . . .	219
15.5 <i>Slew rate</i> . . . . .	220
15.5.1 Prática: o <i>slew rate</i> de um amplificador . . . . .	221
15.6 Impedância de saída . . . . .	222
15.6.1 Prática: máxima corrente de saída de um 741 . . . . .	222
<b>16 Amplificador Operacional III</b>	<b>224</b>
16.1 Circuitos somadores . . . . .	224
16.1.1 Prática: circuito somador . . . . .	224
16.1.2 Prática: gerador de <i>offset</i> . . . . .	225
16.2 Conversor digital-analógico . . . . .	225
16.3 Conversor corrente-tensão . . . . .	226
16.3.1 Prática 4: conversor corrente-tensão . . . . .	227
16.4 Circuitos integradores . . . . .	228
16.4.1 Prática: circuito integrador . . . . .	229
16.5 Circuitos diferenciadores . . . . .	229
16.5.1 Prática: circuito diferenciador . . . . .	230
16.6 Prática: Ganho controlado por tensão . . . . .	230
16.7 Defasadores . . . . .	231
16.7.1 Prática: defasador . . . . .	231
16.8 Acoplador ótico linear . . . . .	232
16.8.1 Prática: acoplador ótico linear . . . . .	233
16.9 Amplificador logarítmico . . . . .	234
16.10 Detector de tensão de pico . . . . .	234
16.10.1 Prática: Detetor de tensão de pico . . . . .	235
16.11 Filtros ativos . . . . .	235
16.11.1 Prática: filtro passa-baixa de segunda ordem . . . . .	236
16.12 Prática: monitor de pulsação sanguínea . . . . .	237
<b>17 O temporizador 555</b>	<b>240</b>
17.1 Prática: Oscilador aestável . . . . .	243
17.2 Prática: Oscilador monoestável . . . . .	244
17.3 Prática: Oscilador controlado por tensão . . . . .	246

<b>18 Eletrônica Digital</b>	<b>247</b>
18.1 Prática: Primeiros contatos . . . . .	250
18.2 Prática 2: Lógica combinatória . . . . .	250
18.3 Prática: Oscilador de áudio . . . . .	251
18.4 Prática: <i>Flip-flop</i> R-S . . . . .	252
18.5 <i>Flip-flop</i> RS síncrono . . . . .	252
18.6 Prática: <i>Flip-flop</i> D . . . . .	253
<b>III Circuitos eletrônicos analógicos: Aplicações</b>	<b>254</b>
<b>19 Amplificador Operacional IV</b>	<b>255</b>
19.1 Realimentação de amplificadores: conceitos gerais . . . . .	255
19.1.1 A instabilidade . . . . .	257
19.2 Osciladores com ponte de Wien . . . . .	258
19.2.1 Prática: Oscilador com ponte de Wien sem controle automático de ganho . . . . .	259
19.2.2 Prática: Oscilador com ponte de Wien com controle automático de ganho . . . . .	260
<b>20 Amplificadores diferencial e instrumental</b>	<b>261</b>
20.1 Amplificador diferencial . . . . .	262
20.1.1 Prática: teste simples do amplificador diferencial . . . . .	263
20.1.2 Precisão dos resistores de ganho . . . . .	263
20.1.3 Impedância de entrada . . . . .	264
20.1.4 <i>Common-mode voltage</i> . . . . .	265
20.1.5 Prática: amplificador diferencial genérico . . . . .	267
20.2 O amplificador instrumental . . . . .	268
20.2.1 O eletrocardiógrafo . . . . .	269
20.2.2 Prática: o eletrocardiógrafo . . . . .	269
<b>21 Ruído</b>	<b>274</b>
21.1 Ruído Gaussiano . . . . .	274
21.1.1 A amplitude rms do ruído Gaussiano . . . . .	274
21.2 Densidade espectral . . . . .	275
21.2.1 Ruído Branco . . . . .	275
21.2.2 Ruído Rosa . . . . .	275
21.2.3 A unidade $V/\sqrt{\text{Hertz}}$ . . . . .	277
21.3 Ruídos em componentes eletrônicos . . . . .	277
21.3.1 Ruído Johnson . . . . .	278
21.3.2 Ruído em excesso . . . . .	279
21.3.3 Ruído <i>shot</i> . . . . .	280
21.4 Regra da adição de ruídos . . . . .	281
<b>22 Amplificador sensível à fase</b>	<b>282</b>
22.1 A ideia básica . . . . .	283
22.2 Prática: uma balança sensível . . . . .	286
22.3 A fase da referência . . . . .	288
22.4 Demonstração: um <i>lock-in</i> analógico comercial . . . . .	289
<b>23 Phase locked loop : PLL</b>	<b>291</b>
<b>24 Controlador PID</b>	<b>292</b>
<b>A O efeito Seebeck e os termopares</b>	<b>293</b>
A.1 O efeito Seebeck . . . . .	293
A.1.1 Prática: O efeito Seebeck . . . . .	295
A.2 O termopar . . . . .	295
A.2.1 Aferimento de termopares . . . . .	297
A.2.2 Prática: O termopar . . . . .	299
A.3 Outros efeitos termoeletrônicos . . . . .	299
<b>B O código de cores para resistores</b>	<b>301</b>
<b>C Uma escala de valores para resistores</b>	<b>303</b>

<i>SUMÁRIO</i>	vii
<b>D Logaritmos</b>	<b>306</b>
<b>E O decibel</b>	<b>308</b>
<b>F Atenuadores resistivos</b>	<b>313</b>
F.1 Divisor de tensão . . . . .	313
F.2 Atenuadores $\pi$ e T . . . . .	314
F.3 Exercícios . . . . .	316
<b>G Ângulo de fase e figuras de Lissajous</b>	<b>317</b>
<b>H Relações trigonométricas úteis</b>	<b>322</b>
<b>I Nomenclatura e equivalência de componentes</b>	<b>323</b>
<b>J Exercícios</b>	<b>324</b>
J.1 Capítulo 3 . . . . .	324
J.2 Capítulo 4 . . . . .	324
J.3 Capítulo 5 . . . . .	327
J.4 Capítulo 6 . . . . .	328
<b>K Exercícios-2</b>	<b>329</b>
K.1 Capítulo 10 . . . . .	329
K.2 Capítulo 14 . . . . .	329

# Capítulo 1

## Introdução

A importância da Eletrônica no desenvolvimento da nossa sociedade é evidente e a previsão é que novos e importantes avanços tecnológicos irão continuar influenciando o nosso dia-a-dia durante as próximas décadas. Isto implica que, tanto hoje quanto no futuro, qualquer profissional que desejar usar, entender e modificar o mundo em que vivemos necessitará de um amplo conhecimento das bases operacionais e científicas da nossa tecnologia moderna.

Por isso, é necessário que o estudante atual esteja familiarizado com a grande variedade de técnicas experimentais a fim de aprender a **comprar** e **utilizar** estas novas tecnologias de forma eficiente. Além disso, também é preciso aprender a **projetar** e **construir** equipamentos que não são produzidos comercialmente, mas que frequentemente se tornam indispensáveis para o trabalho científico inovador.

Neste aspecto é importante lembrar que, atualmente, o nosso ambiente de trabalho é tão efêmero que a cada dia os instrumentos, as metodologias e a tecnologia existentes se transformam de inovadoras a obsoletas. Um profissional atuante sente dificuldades em atualizar-se frequentemente e, é claro, somente aqueles com uma boa formação básica é que poderão ter êxito a mais longo prazo.

É neste contexto que este curso básico de Eletrônica está inserido. Entretanto, a área da Eletrônica é muito vasta e impossível de ser ensinada e aprendida em um curso de quatro meses, com quatro horas de aulas semanais. Consciente deste fato minha opção foi projetar um curso que fosse intermediário entre o chamado Física III (Eletricidade e Magnetismo) e os cursos mais avançados de microprocessadores e computadores.

Sendo assim, ênfase será dada à Eletrônica analógica e seus princípios básicos.

Vocês serão alertados oportunamente ao fato de que vários dos dispositivos eletrônicos utilizados neste curso já foram, há décadas, substituídos por outros mais precisos e eficientes. Este é o caso, por exemplo, do famoso e antigo amplificador operacional 741, cuja frequência de corte para ganho unitário é cerca de 1 MHz, enquanto que para outros operacionais mais modernos (como o LT1807 e OPA847) o mesmo parâmetro pode alcançar 1 GHz!

Apesar das vantagens evidentes de um componente classificado como *state of the art*, sua inserção nos circuitos eletrônicos requer projetos especiais, muita experiência e habilidade. Ao contrário, nossa experiência didática demonstrou que os experimentos mais simples, com componentes que podem facilmente funcionar bem quando instalados pelo próprio aluno inexperiente em uma placa de montagem barata, são mais eficientes para o aprendizado dos conceitos básicos.

Este será o método que vamos utilizar ao longo do curso, optando sempre por exemplos e circuitos que, apesar de limitados, podem ser montados e analisados rapidamente pelo próprio aluno. Isto dá chances para que ele mesmo descubra as limitações destes pequenos projetos e proponha, com a ajuda do professor, soluções mais abrangentes.

A teoria envolvida na análise dos circuitos é fundamental e fizemos todo o possível para apresentá-la com um conteúdo facilmente digerível, atrelados ao desenrolar dos experimentos. Como consequência, nem toda a teoria será apresentada no quadro negro! Esperamos que os estudantes esforcem-se ao máximo para ler esta apostila com atenção e com antecedência, isto é, antes da respectiva aula prática.

Se houver dúvidas comuns à maioria, daremos explicações adicionais no quadro negro. Os alunos que optarem por solucionar as suas dúvidas diretamente com o professor (ou, monitores e técnicos) sintam-se a vontade para usar e abusar (somos pagos para ensinar!).

Isto também significa que NÃO daremos atenção à teoria física dos dispositivos semicondutores. A maioria dos alunos ainda não cursou disciplinas como “Mecânica Quântica” e “Estado Sólido”, fundamentais para o entendimento da questão; e, de fato, este aprendizado daria pouco suporte aos primeiros passos do aluno na área da Instrumentação Eletrônica, roubando-nos um tempo precioso.

Infelizmente, apesar deste texto já estar extenso, ele está incompleto. Falta elaborar ou, em alguns casos, apenas terminar de revisar vários capítulos adicionais. Alguns deles já podemos citar:

- Ruído: definição, qualificação e medida.
- Medida de resistências muito baixas ( $10 \mu\Omega$ ) ou muito altas ( $10 G\Omega$ ).
- Técnicas de transmissão de sinais: o PLL
- A função de transferência e resposta em frequência.
- Teoria de controle e o controlador PID.
- Linhas de transmissão e circuitos de rádiofrequência.
- Aterramento e blindagens.
- Transdutores
- Eletrônica digital

Com toda certeza, as apostilas correspondentes a alguns destes tópicos serão entregues durante o curso a fim de serem anexadas ao conjunto.

Em segundo lugar, falta acrescentar ao final de cada capítulo uma **lista de exercícios** que objetivariam ilustrar os conceitos apresentados a fim de ajudar o aluno a fixar mais rapidamente a matéria. Da mesma forma, seria aconselhável que, para cada tópico estudado, uma pequena lista de **referências** (livros textos) fosse sugerida.

Em terceiro lugar, gostaria ainda de elaborar um **agradecimento** formal (e nominal) a todos os colegas e alunos que colaboraram no desenvolvimento das práticas e na confecção desta apostila.

## 1.1 O dia-a-dia do curso

Na primeira aula do curso será realizado todo o capítulo 3. A seguir, saltaremos para o capítulo 7 e seguintes. Os capítulos intermediários, assim como os apêndices, deverão ser lidos e estudados fora do horário das aulas. A justificativa é que eles já foram matéria de cursos anteriores como, por exemplo, os de Física III teórico e experimental e, portanto, serão tratados como “pré-requisitos”.

### 1.1.1 O cronograma

O cronograma será informado no primeiro dia de aula. Seguem algumas observações.

- O cronograma serve para definir as práticas a serem realizadas e estabelecer as datas limites de cada etapa (provas). Apesar de indicar a matéria para cada aula, o cronograma não deve ser seguido “à risca”; isto é, terminando-se um experimento DEVE-SE sempre iniciar o seguinte. Se o tempo da aula ainda não terminou e o cronograma sugere que o próximo assunto está previsto para a próxima aula - não se deixe intimidar! - continue a trabalhar adiantando o cronograma.
- Os grupos que não conseguirem seguir o cronograma não devem ficar desesperados ou desistir da tarefa. Conversem com todos - professor, monitor e técnico - a fim de solucionar o problema.
- Não é necessário realizar todas as práticas solicitadas pelo texto; o professor vai orientar sobre quais práticas devem ser feitas. Uma possibilidade seria: a prática que um grupo não faz é feita pelo grupo vizinho; assim, vocês poderão intercambiar informações que se complementam.
- As primeiras provas serão sobre os experimentos e teoria básica, mas, serão escritas. A última prova é prática.

### 1.1.2 Os objetivos

Se tudo correr bem, até meados do curso você deverá sentir a sensação prazerosa de ter ultrapassado as 3 metas mais importantes a serem alcançadas. São elas:

1. Aprender a montar circuitos a partir do seu diagrama elétrico.
2. Verificar se o circuito está funcionando bem, ou não. Caso não funcione, descobrir o motivo e implementar a solução do problema.
3. Verificar quais são as limitações do circuito proposto, sugerir melhorias e aplicações.

### 1.1.3 Técnicos e monitores

Como vocês irão perceber rapidamente, as denominações “monitor” e “funcionário técnico”, não são sinônimos de “empregados”. Na verdade, os técnicos e monitores também serão professores, ajudando a discutir e resolver os problemas e tirar suas dúvidas.

Portanto, para a realização de cada prática você deve proceder da seguinte maneira:

- Anote em uma folha de papel quais os componentes que você vai precisar.
- Vá até o gaveteiro de componentes e retire os componentes (e possivelmente, ferramentas) que você acha que vai necessitar. Confira se os componentes são os corretos porque é possível que haja componentes em gavetas erradas!
- Se durante a execução da prática você concluir que algum componente está estragado, defeituoso ou queimado, devolva-o ao gaveteiro, na gaveta denominada “Componentes com defeito”, ou algo parecido, e pegue um componente novo.
- Se você concluir que algum equipamento (voltímetro, osciloscópio, fonte, pontas de prova, etc) está com defeito, chame o técnico que ele providenciará a troca do equipamento e posterior conserto do mesmo. Não tente consertar por si mesmo o equipamento defeituoso; isto é uma tarefa que este curso não vai lhe ensinar a fazer!
- Entretanto, se você julgar que o problema é simples, por exemplo, um conector “banana” que soltou-se do cabo, NÃO chame o técnico. Em cada uma das bancadas de trabalho existe um soldador, portanto, resolva o problema você mesmo e rapidamente! Se nunca soldou antes, chame alguém mais experiente para lhe ensinar.
- Após terminar a prática desmonte o circuito e guarde os componentes de volta na gaveta correspondente. Deixe a mesa limpa e arrumada para que a próxima turma não fique prejudicada.

### 1.1.4 Aos professores

Eu disse aos alunos que eles tem 3 objetivos a serem cumpridos. Agora, digo aos professores (que também são estudantes) que eles têm 2 objetivos a serem cumpridos:

- Ensinar aos alunos os conhecimentos básicos.
- Ensinar aos alunos a aprenderem a aprender!

Acho que todos concordam com o primeiro objetivo, mas, não sei se todos entendem o segundo. Por isso, vou tentar explicar melhor.

A nossa Sociedade e também o nosso Planeta muda a cada dia. Pensamos que, ao ensinar “o básico” teremos uma certa segurança que o aluno irá aprender algo duradouro. Por exemplo, quando ensinamos Mecânica Clássica aos alunos da graduação em Física, temos certeza que este é um assunto essencial, embora, ele tenha sido estabelecido há mais de 300 anos atrás.

Entretanto, qual é a segurança que temos ao prever que este aluno, que “sabe tudo sobre o básico”, vai conseguir ampliar os seus conhecimentos, tornando-o capaz de se adaptar a este Mundo em constante mudança?

Se a gente quer que esta premissa se torne realidade, “ensinar o básico” é necessário, mas não é suficiente!

**Temos que ensinar os alunos a aprenderem a aprender!  
Temos que formar alunos que sejam professores de si mesmos!**

Espero que notem de imediato que esta segunda meta é MUITO mais difícil de ser alcançada, do que a primeira.

Se me perguntarem “como se ensina a segunda meta aos alunos” eu responderei “Não sei!”

Em primeiro lugar, eu nem sei se sei ensinar “o básico”. Tenho notado que, quanto melhor a gente prepara as aulas, mais o aluno fixa a mensagem de que “o professor é um gênio amigo” ou, talvez, “um gênio carrasco”, simplesmente porque ele é capaz de apresentar tanto conhecimento em tão pouco tempo. Tenho certeza que isto deixa os alunos numa posição de inferioridade, que se deteriora ainda mais quando eles não conseguem acompanhar o veloz andamento dos cursos.

A única coisa que eu sei é: para que o professor consiga atingir a segunda meta o aluno tem que estar motivado! Em outras palavras, um aluno motivado é aquele que usa a sua inteligência para exercitar suas asas ... e voar!

### 1.1.5 Aos alunos

Devemos lembrar que nada acontece por acidente. Um circuito eletrônico funciona bem somente quando ele é projetado para funcionar bem e as suas limitações podem sempre serem identificadas antes de começar o trabalho de montagem. Este é o procedimento profissional que deve ser seguido.

Por isso, neste curso é fundamental que você leia cuidadosamente os textos antes de iniciar o trabalho de laboratório. Só é possível montar circuitos que funcionam se todas (ou quase todas) as dúvidas forem esclarecidas antecipadamente.

Quando encontrar dificuldades, relaxe e tente resolver o problema em duas etapas: primeiro descobrindo a causa e, por último, receitando a cura.

**Não existe “magia negra” em eletrônica e instrumentação.  
Sempre há uma razão lógica para um instrumento funcionar bem (ou mal).**

Portanto, lute para ser um profissional competente e aprenda a fazer coisas que,  
aqueles que nunca passaram pelo sacrifício do aprendizado,  
pensarão que é mágica.

Esperando estar fornecendo a vocês um material didático de boa qualidade e, sobretudo, que vocês  
“ralem” bastante, eu agradeço a todos a colaboração, desejando-lhes  
**que aproveitem este curso: aprendendo e se divertindo.**

## Capítulo 2

# A arte de medir bem

Quando eu penso neste assunto me veem a mente os ensinamentos do professor Horácio Carlos Panepucci. Ele me disse:

... o que faz um laboratório funcionar bem não são os equipamentos ...  
São as pessoas!

Ensinamentos como esse direcionaram o meu aprendizado e, um certo dia eu estava discutindo com o professor Renê Ayres Carvalho a respeito da “teoria da medida experimental” e constatei que, apesar de fundamental, este assunto não é normalmente ensinado aos nossos estudantes de graduação. Em particular, a área da Eletrônica é repleta de técnicas baseadas em conceitos teóricos que são sistematicamente esquecidos pelas ementas dos nossos cursos.

Para explicar melhor este professor me passou um texto escrito por ele, onde enfatizava a importância das medidas bem feitas nas sociedades humanas. Pedi permissão e ele me autorizou a utilizar este texto, transcrito abaixo com algumas adaptações, exclusões e inclusões, que têm o objetivo de torná-lo mais direcionado ao contexto da Eletrônica. Gostaria que vocês lessem o restante deste capítulo para depois refletirem sobre o assunto.

Em sua longa história, o homem sempre teve curiosidade em relação aos fenômenos naturais que observava ou contemplava. Além disso, em sua luta pela sobrevivência, também sentiu necessidade de entendê-los e tentar controlá-los. A princípio, frente à enorme complexidade do universo, explicações místicas foram criadas, não somente para entender e explicar o mundo que o cercava, como também para justificar os variados comportamentos individuais e sociais dos indivíduos. Deste modo, diversos deuses e heróis eram responsáveis por vários fenômenos naturais, tais como: ventos, inundações, o dia e a noite, o movimento dos astros, etc.

No entanto, à medida que os grupos ou sociedades foram se organizando e, paralelamente, ocorreu a divisão social do trabalho, surgiram novas necessidades e novos problemas, os quais deveriam ser resolvidos em prol da própria sobrevivência dos indivíduos do grupo. Essa tarefa sempre coube, naturalmente, aos indivíduos mais curiosos, inquietos e inquiridores dos diversos agrupamentos humanos.

Possivelmente, além das necessidades primitivas de controlar rebanhos, cultivar plantios e construir moradias, as sociedades nascentes foram obrigadas a desenvolver as artes medicinais, a linguagem escrita, a astronomia, a geometria, a matemática e conhecimentos rudimentares de física. É provável que a necessidade de **medir** o tempo, **prever** enchentes e inundações, **programar** plantios, colheitas e armazenamento de alimentos para consumo em tempo de estiagem e guerras, **construir** habitações, templos, monumentos e cidades é que constituíram as principais alavancas daquele progresso cultural e científico.

Deste modo, o conceito intuitivo e prático do que seja uma grandeza e sua medida era inerente aos diversos ramos da ciência e da técnica dos diversos povos; e a **arte de medir bem** refletia, de certo modo, o avanço cultural de cada povo.

Assim, por exemplo, no antigo Egito, os agrimensores marcavam os lotes de terras férteis anualmente inundadas pelo Nilo; seus engenheiros podiam avaliar as enchentes do Nilo, medindo periodicamente o nível de suas águas. Foram capazes de medir, com bastante precisão, distâncias e comprimentos, as superfícies de seus campos, áreas de figuras geométricas simples (triângulos, retângulos, etc.), volumes elementares (inclusive o da pirâmide truncada) e até mesmo chegar ao resultado relativamente exato de 3,16 para o valor de  $\pi$ . As pirâmides eram assentadas com tanta precisão que, apenas por fração de centímetro, suas bases deixavam de ser “quadrados perfeitos”. Por exemplo, os terraços que serviam de fundação para a grande pirâmide de Quéops eram tão bem nivelados que peritos atuais (com instrumentos

modernos) constataram que o canto sudeste desta pirâmide está apenas pouco mais de um centímetro mais alto que o canto noroeste - isto para uma base cuja área é de 500.000 m<sup>2</sup> aproximadamente!

A necessidade de medir o tempo esteve sempre presente na vida dos povos. Igualmente importantes eram as comemorações religiosas e outras efemérides cívicas; como consequência, vários tipos de calendários foram criados. Enquanto vários povos mediterrâneos utilizavam calendários lunares, pouco satisfatórios, os egípcios tinham elaborado um calendário exequível, o calendário solar, com período anual de 365 dias e 6 horas, dividido em 12 meses; neste, posteriormente, se baseou o calendário romano e os de outros povos. Uma segunda contribuição dos egípcios foi a divisão do dia e da noite em 12 partes cada, e a medida das horas através de um relógio de água (a clepsidra). O relógio de água, ou variações do mesmo, permaneceu como o mais eficiente marcador de tempo até a invenção do relógio mecânico na Europa medieval.

O advento das grandes navegações durante o século XVIII trouxe grande estímulo à construção de relógios mais precisos em virtude do problema da determinação da longitude. A precisão de um cronômetro marítimo desenvolvido pelo inglês John Harrison em 1765, era da ordem de uma parte em 10<sup>5</sup> (um erro menor que 0.1 segundos por dia, durante 156 dias); essa precisão é comparável à de um moderno “relógio elétrico”.

Somente no século passado é que foram desenvolvidos os relógios baseados em osciladores de quartzo (os mais sofisticados possuindo precisão de 1 parte em 10<sup>8</sup>), bem como os relógios atômicos que utilizam como frequência padrão a frequência característica associada a uma radiação emitida por átomos de Césio 133. A precisão de um relógio deste tipo pode atingir aproximadamente 1 parte em 10<sup>12</sup>; ou seja, 1 segundo em 30 000 anos! Com este tipo de relógio tornou-se fácil detectar irregularidades na rotação da Terra (da ordem de 1 parte em 10<sup>8</sup>).

As medidas de distâncias ou comprimentos sofreram uma evolução histórica similar. Atualmente o padrão internacional para medidas de comprimento é simples, natural e indestrutível e está associado a uma grandeza física fundamental: o comprimento de onda de uma raia espectral de cor alaranjada do Kr<sup>86</sup>. Em termos desse novo padrão, o comprimento correspondente a “1 metro” ficou definido como - 1 metro = 1 650 753.73  $\lambda$  - onde  $\lambda$  é o comprimento de onda correspondente da raia laranja do Kr. Atualmente, com métodos óticos interferométricos, é possível medir-se comprimentos com precisão de 1 parte em 10<sup>9</sup>.

De certo modo, pode-se dizer que, somente a partir de Galileu (1564-1642), a arte de medir adquire uma importância maior na formação de leis empíricas e físicas. Por exemplo, no campo da astronomia, Kepler (1571-1630) somente pôde formular suas leis do movimento planetário a partir das observações - altamente precisas na época - feitas por Tycho Brahe (1546-1601). Com essas medidas (por exemplo, ângulos com erro máximo de 4') estabeleceu-se definitivamente a validade do modelo heliocêntrico do sistema planetário. Um outro exemplo consiste na formulação, feita por Newton (1642-1727), das leis gerais do movimento e da teoria da gravitação, pilares fundamentais da mecânica clássica.

As leis básicas da mecânica de Newton ficaram consagradas não somente porque explicavam os dados experimentais obtidos por Brahe e Kepler, mas também porque, através delas, novos fenômenos puderam ser previstos e, posteriormente, comprovados pela experiência (isto é, através de medidas). Foi deste modo que Adams e Leverier, em 1846, constataram a existência do planeta Netuno.

Com o desenvolvimento acelerado do eletromagnetismo e da ótica a partir do século XIX e, mais recentemente, da física moderna, os cientistas e engenheiros se viram frente a um grande número de novas grandezas que deveriam ser medidas, o que lhes exigia novos métodos e, muitas vezes, grande precisão, muita tecnologia e altos custos financeiros.

Assim, desenvolveram-se áreas como a eletrônica, a óptica e diversas tecnologias para vácuo, baixas temperaturas e projetos mecânicos.

De particular interesse neste curso é a área da Eletrônica, cujo nascimento é frequentemente (e corretamente, em minha opinião) associado à invenção das **válvulas** (em inglês: *tubes*, *vacuum tubes* ou *electron tubes*), atribuída a J. A. Fleming em 1895 e Lee De Forest em 1906. As válvulas iniciaram uma nova era para a Eletricidade, através da invenção de uma aplicação revolucionária do conhecido “efeito Edison” descoberto pelo inventor americano Thomas Edison, a quem é creditada a invenção (ou o aperfeiçoamento) da lâmpada incandescente em 1879.

A válvula metabolizou a transição entre “circuitos elétricos” para “circuitos eletrônicos”, iniciando-se assim uma nova era para a Ciência e Tecnologia. Foi através das válvulas que descobriu-se novos continentes no mundo da Eletricidade, dando um significado novo para a função de um circuito elétrico - uma maneira de controlar-se o fluxo de elétrons (ou a corrente) em um circuito através de um outro sinal elétrico - o que para nós hoje representa um **circuito eletrônico**.

Anos mais tarde, em meados do século passado, uma nova revolução tecnológica assolou não somente o meio científico como todos os ramos da sociedade gerando grande parte da tecnologia que hoje co-

nhecemos: foi a invenção dos dispositivos do estado sólido ou dispositivos semicondutores. Sem dúvida alguma, o conhecimento científico básico que tornou possível este avanço tecnológico sem precedentes foi o estabelecimento da Física Quântica no início do século passado, a qual fornecia o primeiro modelo teórico bem sucedido para o comportamento do mundo microscópico dos átomos e das moléculas.

Os dispositivos semicondutores, particularmente o **diódo** e o **transistor**, substituíram grande parte das válvulas permitindo a miniaturização da eletrônica e criando produtos como os computadores, equipamentos para diagnósticos e tratamento médicos, telefonia, equipamentos para comunicação em geral, os satélites, as viagens espaciais, etc. Não é necessário exemplificar em demasia pois o dia-a-dia do leitor já o fará.

## Capítulo 3

# Primeiro contato com o laboratório

Este capítulo está dedicado ao estudo de alguns conceitos, mais práticos do que teóricos, com o objetivo de facilitar o início dos trabalhos laboratoriais.

Assumo que vocês já cursaram outras disciplinas experimentais, em particular, a de Eletricidade Básica (provavelmente denominada de Laboratório de Física III) e portanto já devem estar familiarizados com uma parte dos assuntos que serão abordados aqui.

Nossa intenção não é repetir ou revisar mas sim complementar, e para isso é necessário passar a vocês alguns conhecimentos práticos que os farão sentir-se mais a vontade com os equipamentos utilizados e com as técnicas experimentais que aprenderão durante o curso.

O trabalho experimental envolvido neste capítulo consiste apenas de duas demonstrações a serem apresentadas pelo professor e de uma prática que vocês deverão realizar. Esta prática consiste na montagem de dois circuitos eletrônicos, cujo princípio teórico em que se baseia seu funcionamento não será explicado por enquanto. A intenção é que vocês percebam que **para montar-se um circuito eletrônico não é necessário saber eletrônica**.

Ao longo do curso vocês perceberão que montar um circuito é apenas a primeira fase de um árduo trabalho laboratorial pois, para familiarizar-se com as fases seguintes é necessário trabalhar muito mais (!) e, para isto, só tem um jeito: **começando!**

### 3.1 Resistores

Grande parte dos materiais com os quais temos contato diário são isolantes, pois seus elétrons estão firmemente presos aos átomos e impossibilitados de movimento translacional. Por outro lado, um material condutor é uma substância que possui, no seu interior, portadores de carga elétrica, também chamados de cargas livres, que podem se deslocar quando um campo elétrico é aplicado. Nos condutores metálicos como o cobre, bastante utilizado na fabricação de fios e conectores, as cargas livres são os elétrons (carga negativa).

Mas, não somente os metais são condutores elétricos. Em um material semicondutor, como os utilizados na construção de circuitos integrados, os portadores podem transportar tanto carga elétrica positiva quanto negativa. Em um eletrólito, comumente empregados nas baterias, os portadores são íons, tanto positivos (cátions) como negativos (ânions). Certos gases, sob certas condições, também podem apresentar condução iônica, sendo frequentemente utilizados nas lâmpadas de gás neônio e fluorescentes.

Outro tipo de condutor, que não se compra e não se vende, é denominado por “condutor ideal”.

No curso de Física III vocês devem ter aprendido que o valor do potencial elétrico é o mesmo em todos os pontos de um material condutor (carregado ou não). Em outras palavras, não há diferença de potencial entre dois pontos quaisquer do condutor. Isto é característico da situação de **equilíbrio** em que as cargas encontram-se em repouso. Para que haja movimento de cargas, isto é corrente, o potencial elétrico não pode ser constante, e sua variação espacial dará lugar a um campo elétrico  $\vec{E}$ , responsável pela força atuante nas cargas.

Uma força elétrica resultante,  $\vec{F} = q\vec{E}$ , atuando sobre cada carga  $q$  acelera-as continuamente. Nesta condição, imagina-se que a velocidade das cargas (e a corrente) aumentaria indefinidamente. Isso, porém, não ocorre normalmente nos condutores reais. Estes oferecem resistência ao movimento das cargas, comportando-se como um meio viscoso (dissipativo), onde a força de atrito viscoso se opõe e cancela a força aplicada às cargas. Dessa forma, para que se tenha uma corrente elétrica constante num segmento de condutor é necessário manter-se uma diferença de potencial constante entre as extremidades do mesmo.

Um condutor real é, na prática, chamado de **resistor**.

### 3.1.1 A lei de Ohm

A corrente em diversos condutores (ou resistores) reais pode ser proporcional à diferença de potencial aplicada nos seus terminais, denotados por  $A$  e  $B$ :

$$\Delta V = V_B - V_A = R I \quad (3.1)$$

A diferença de potencial mede-se em Volts e a corrente em Amperes. A constante de proporcionalidade,  $R$ , é chamada **resistência** do condutor entre os pontos  $A$  e  $B$  e mede-se em Ohms. A relação 3.1 é conhecida como a **lei de Ohm**.

### 3.1.2 A resistividade elétrica

Se o condutor é homogêneo e possui o formato de um cilindro de comprimento  $L$  e área transversal  $A$ , a resistência elétrica entre as duas faces vale:

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (3.2)$$

isto é, a resistência é proporcional ao comprimento do cilindro e à resistividade do material,  $\rho$ , mas inversamente proporcional à sua área. A resistividade  $\rho$  é característica de cada material; ela não depende das dimensões físicas do material. Por outro lado, dois resistores fabricados com o mesmo material, mas com dimensões diferentes podem ter valores de resistência também diferentes. Portanto, a resistência de um resistor não é somente definida pelo material. A resistividade do material, definida na equação 3.2, varia de um material para outro e esta variação é enorme, ordens de grandeza. A tabela 3.1 registra a resistividade a 20°C de alguns materiais mais comuns.

Tabela 3.1: Resistividades ( $\Omega\text{m}$ ) e coeficientes de temperatura ( $\text{K}^{-1}$ ) a 20°C.

Material	Resistividade	Coefficientes de temperatura
Prata	$1.59 \times 10^{-8}$	$3.8 \times 10^{-3}$
Cobre	$1.68 \times 10^{-8}$	$3.9 \times 10^{-3}$
Alumínio	$2.82 \times 10^{-8}$	$3.9 \times 10^{-3}$
Tungstênio	$5.60 \times 10^{-8}$	$4.5 \times 10^{-3}$
Ferro	$9.71 \times 10^{-8}$	$5.0 \times 10^{-3}$
Chumbo	$2.20 \times 10^{-7}$	$3.9 \times 10^{-3}$
<i>Constantan</i> (Cu+Ni+Mn+Fe)	$4.90 \times 10^{-7}$	$1.0 \times 10^{-5}$
Carbono (aço 1010)	$1.43 \times 10^{-7}$	
Aço inoxidável	$6.90 \times 10^{-7}$	$9.4 \times 10^{-4}$
<i>Nichrome</i> (Ni+Cr+Fe)	$1.10 \times 10^{-6}$	$4.0 \times 10^{-4}$
Carbono (amorfo)	$5 \times 10^{-4} - 8 \times 10^{-4}$	$-5.0 \times 10^{-4}$
Germânio	$4.40 \times 10^{-1}$	$-4.8 \times 10^{-2}$
Silício	$6.40 \times 10^{-1}$	$-7.5 \times 10^{-2}$
Água potável	$2 \times 10^1 - 2 \times 10^3$	
Água deionizada	$1.8 \times 10^5$	
Vidro	$10^{11} - 10^{15}$	
Madeira (seca)	$10^{14} - 10^{16}$	
Teflon	$10^{23} - 10^{25}$	

A **resistividade elétrica** da maioria dos materiais depende da temperatura. Se a temperatura não varia muito em torno de uma dada temperatura de referência,  $T_o$ , pode-se fazer uma aproximação linear para expressar a resistividade em torno desta temperatura:

$$\rho(T) = \rho(T_o) [1 + \alpha (T - T_o)] \quad (3.3)$$

O parâmetro  $\alpha$  é chamado de **coeficiente de temperatura** e tem a unidade de  $\text{K}^{-1}$ . Por causa da aproximação linear, o valor de  $\alpha$  é diferente para diferentes regiões de temperatura. Quando a temperatura varia em uma faixa grande, a aproximação linear deixa de ser válida. A tabela 3.1 registra valores de  $\alpha$  a 20°C para alguns materiais. A condutividade do material,  $\sigma$ , é definida como sendo o inverso da resistividade:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (3.4)$$

Toda a fiação elétrica de suas casas, assim como das cidades em geral, é feita através de fios de cobre de diferentes diâmetros. Através do conhecimento da resistividade do cobre (tabela 3.1) você pode calcular a resistência do fio de acordo com o seu diâmetro e comprimento. O diâmetro da área de seção reta do fio é identificado por um número, o **calibre**, sendo que os maiores calibres correspondem aos fios mais finos. Por exemplo, o fio 22 tem um diâmetro de 0.6438 mm enquanto que o calibre 4 tem diâmetro de 5.189 mm, se ambos estiverem a 20°C. Os manuais registram também a resistência do fio, que normalmente está especificada nas unidades de Ohms/comprimento. A corrente máxima que cada fio pode suportar está especificada pelo fabricante, que deve respeitar as normas vigentes.

Um fator complicante na escolha do fio acontece quando o fio utilizado é muito longo. Neste caso, a sua resistência provoca uma queda na tensão elétrica. Quanto maior for o comprimento do condutor maior será a queda de tensão, isso devido ao aumento de resistência elétrica devido a quantidade maior de material utilizado para fazer maiores condutores. Este efeito é muito comum nas residências antigas, onde foi instalado um chuveiro moderno, por exemplo. Quando se liga o chuveiro a intensidade das lâmpadas diminui como consequência da diminuição da tensão.

Quando a queda de tensão no fio for excessiva, o fio vai se aquecer e, se exceder o seu limite, ele pode potencializar acidentes graves. De fato, esta é uma das causas comuns de incêndios provocados pela parte elétrica da construção. Portanto, o assunto pode se tornar um pouco complicado dependendo do projeto, por isso, para realizar projetos de instalações elétricas em sua casa aconselho você a consultar um especialista no assunto.

### 3.1.2.1 Demonstração: Lâmpadas incandescentes

Porque as lâmpadas incandescentes se queimam, quase sempre quando acendem?

Uma lâmpada incandescente utiliza como elemento principal um filamento de tungstênio. Este metal é utilizado por possuir uma temperatura de fusão bastante elevada. Por outro lado, a resistividade de um metal é uma função da temperatura. Esta é uma propriedade física dos materiais condutores.

O tungstênio é um condutor elétrico e a sua resistividade aumenta dramaticamente com o aumento da temperatura. Esta propriedade é comum à maioria dos metais a partir dos quais os cabos elétricos são feitos (por exemplo, o cobre).

Ora, sabe-se que, devido ao efeito Joule, a corrente que circula pelo condutor provoca necessariamente a liberação de energia na forma de calor, portanto, o calor liberado provoca a elevação da temperatura do componente e o conseqüente aumento da relação  $R = V/I$ . A fim de manter a temperatura constante é sempre possível extrair calor do componente através do emprego de dissipadores térmicos, porém, isto nem sempre é, ou pode ser, realizado.

Em muitos casos, o aumento na resistividade em função da temperatura é suficientemente pequeno e pode ser ignorado, mas, no caso de filamentos metálicos para lâmpadas o efeito não é desprezível. No momento em que a lâmpada é ligada ela ainda está fria e a sua resistência é baixa e, portanto, a corrente é alta. A partir daí, a corrente produz o aquecimento do filamento, o aumento da resistência e, portanto, a corrente diminui e se estabiliza quando a lâmpada entra em operação normal.

Assim, a corrente na lâmpada é maior no momento em que ela ligada do que quando ela entra no seu funcionamento normal. Este é o motivo pelo qual as lâmpadas incandescentes queimam mais frequentemente no momento em que são ligadas.

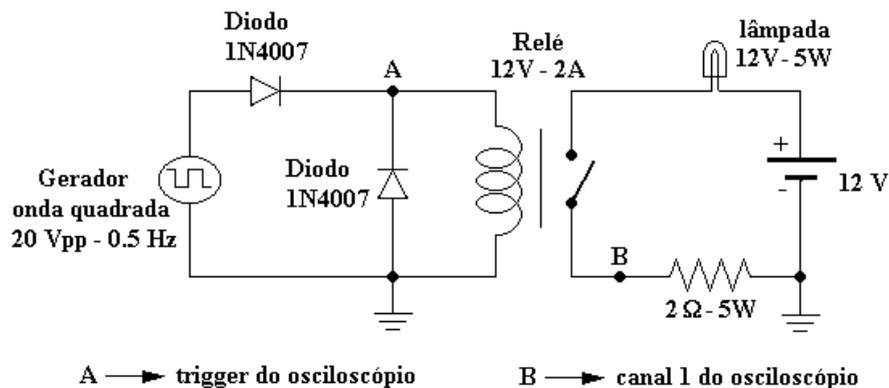


Figura 3.1: Esquema experimental para verificar a dependência da resistência de uma lâmpada incandescente com a temperatura.

O circuito da Figura 3.1 utiliza um oscilador de onda quadrada para chavear a corrente de uma lâmpada incandescente por meio de um relé eletromecânico. A corrente na lâmpada é proporcional

à diferença de potencial  $V_B$  nos terminais do resistor de  $2\ \Omega$ , cuja dependência temporal é observada através de um osciloscópio. Para sincronizar a varredura do osciloscópio é utilizado como sinal de disparo a tensão de controle do relé  $V_A$ .

### 3.1.3 Associação de resistores

Se vários componentes elétricos, como no caso os resistores, são conectados de forma que a corrente seja a mesma em cada um deles, diz-se que eles formam um **circuito série**. Neste caso, a soma das tensões de cada resistor é igual à tensão da fonte, e a resistência equivalente do circuito é definida como:

$$R_s = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad \text{resistores em série} \quad (3.5)$$

Por outro lado, quando dois ou mais resistores estão conectados entre si tal que experimentam a mesma diferença de potencial, então dizemos que eles formam um **circuito paralelo**. Neste caso a soma das correntes é igual à corrente da fonte e a resistência equivalente é:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad \text{resistores em paralelo} \quad (3.6)$$

Os resistores serão os componentes mais utilizados neste curso e a maioria deles tem um formato cilíndrico (de 2-5mm de diâmetro e menos de 1cm de comprimento) com dois terminais elétricos, um em cada extremidade. O elemento resistivo, que na maioria dos casos utiliza-se carbono prensado na forma de um cilindro (de menor diâmetro), fica na parte interna do componente, entre os dois contatos, e é envolvido por uma camada de material isolante (vide a Figura B.1).

Outros tipos de resistores, projetados para finalidades especiais, podem ser constituídos por outros materiais resistivos e possuir outros formatos. Por exemplo, o elemento resistivo de resistores projetados para dissipar alta potência pode ser composto por um fio metálico.

Para a maioria dos resistores comuns, o seu valor nominal, assim como a tolerância (ou erro estimado) do seu valor nominal, são indicados por faixas coloridas. Para entender como esta codificação é feita, consulte o Apêndice B.

Um fato interessante e importante é que os valores nominais dos resistores seguem uma escala que, à primeira vista, é muito estranha. O Apêndice C explica esta observação com bastante detalhes.

### 3.1.4 A potência dissipada nos resistores

Os resistores comerciais mais utilizados nas diversas aplicações são aqueles com tolerância de  $\pm 10\%$  e com capacidade para dissipar  $1/4\ \text{W}$  (ou,  $0,25\ \text{W} = 250\ \text{mW}$ ) de potência. Os resistores capazes de dissipar uma potência muito maior que esta são normalmente construídos a partir de um fino fio metálico enrolado na forma de um pequeno solenoide envolto pela camada de material isolante.

Em qualquer caso, o importante é que você saiba que a especificação da capacidade para dissipação de potência é um dado que pode **NÃO** estar marcado no resistor. Quando o resistor é de carbono e projetado para dissipar uma potência maior que  $1/4\ \text{W}$  (normalmente, no máximo  $2\ \text{W}$ ) ele é fisicamente maior, isto é, continua tendo a forma cilíndrica mas com maior diâmetro e maior comprimento. Então, será pelo tamanho (ou, volume) do resistor que você deverá se guiar para “adivinhar” a sua especificação térmica. Se você permanecer com dúvidas, pergunte a alguém mais experiente na área ou, simplesmente, assuma com uma grande margem de segurança que este dado é  $1/4\ \text{W}$ .

Vamos agora aproveitar o momento para aprendermos um pouco mais sobre a teoria envolvida. Se vocês ainda não estudaram em outros cursos, fiquem sabendo que a potência dissipada em qualquer componente elétrico pode ser determinada teoricamente através de argumentos fundamentais e resulta que ela não depende explicitamente das características físicas do componente. A potência elétrica dissipada na forma de calor em um componente qualquer de dois terminais vale:

$$P = VI, \quad (3.7)$$

onde  $V$  é a diferença de potencial entre os terminais e  $I$  é a corrente que flui entre eles.

**Não se esqueçam desta equação!** Ela é bastante geral e vai ser usada centenas de vezes ao longo deste curso e, provavelmente, milhares de vezes ao longo da sua vida.

Para exemplificar, considere um componente no qual a diferença de potencial (ou voltagem) é  $0,5\ \text{V}$  e a corrente é  $1\ \text{mA}$ . A potência dissipada vale  $P = 0,5 \times 1 \times 10^{-3} = 0,0005\ \text{W} = 0,5\ \text{mW} = 500\ \mu\text{W}$ . Outro exemplo: uma bateria de força eletromotriz de  $12\ \text{V}$ , que está alimentando o circuito externo com uma corrente de  $1\ \text{A}$ , fornece uma potência de  $12\ \text{W}$ .

E tem mais! Uma vez especificada a voltagem e a corrente, a potência é sempre a mesma: não importa qual é o tipo de componente que estamos considerando. Por exemplo, um resistor sujeito a  $0,5\ \text{V}$  e  $1\ \text{mA}$ , dissipa a mesma potência que um diodo também sujeito a  $0,5\ \text{V}$  e  $1\ \text{mA}$ , isto é,  $0,5\ \text{mW}$ . Outro exemplo:

um resistor de carbono dissipa a mesma potência que um outro de fio metálico, se ambos estiverem sujeitos ao mesmo produto  $VI$ . Outro mais: um resistor que custa R\$ 1.00 dissipa a mesma potência que um outro que custa US\$ 100.000.00, se ambos estiverem sujeitos à mesma corrente e tensão. Esta definição de potência é bastante democrática, não acham?

Uma vez que o componente dissipa potência, com certeza, ele irá se aquecer. Você poderia perguntar: “Para uma dada potência térmica, qual seria a variação da temperatura do componente?”

Após raciocinar, chego à conclusão de que não é possível responder esta pergunta sem conhecer as características físicas do componente em questão. É conveniente lembrar que já estudamos na matéria “Termodinâmica” o seguinte conceito: a variação da temperatura de um objeto (em graus Kelvin por segundo) é proporcional à potência térmica a ele fornecida (em Watts, ou Joules por segundo), mas é inversamente proporcional à sua massa e ao seu calor específico. Além disso, parte da potência térmica dissipada no componente pode ser transferida ao meio ambiente por contato térmico ou convecção, processos estes que não contribuem para a elevação da sua temperatura. Por este motivo, os resistores fabricados para dissipar potências elevadas, são grandes (maior massa), encapsulados em material de alta capacidade térmica e, alguns, possuem dissipadores térmicos incorporados na sua estrutura.

No caso de **resistores**, nos quais se aplica a lei de Ohm, a Equação 3.7 é normalmente escrita de outras maneiras:

$$P = VI = (RI)I = RI^2 = V \frac{V}{R} = \frac{V^2}{R}, \quad (3.8)$$

### 3.1.5 A linearidade dos resistores

A lei de Ohm é uma relação matemática simples e muito utilizada no projeto e análise dos circuitos eletrônicos. Portanto, para que ela venha ser aplicada corretamente, é necessário compreender muito bem quais são as suas limitações.

A popularidade da lei de Ohm provém do fato de que ela é aproximadamente válida para vários materiais, ou seja, materiais cuja resistividade não varia (ou varia muito pouco) com a corrente e diferença de potencial aplicadas. Quando a relação  $R = V/I$  é constante, dizemos que o resistor “obedece à lei de Ohm”.

A expressão aqui utilizada, entre aspas, é muito comum no jargão da Eletrônica, por isso, a seguir vou explicar porque coloquei as aspas.

Quando dizemos que um certo resistor obedece à lei de Ohm fica implícito que estamos insinuando que existem resistores que não obedecem a esta mesma lei. De fato, resistores desobedientes existem aos montes.

Também, deste comentário tem-se a falsa impressão de que existe algo muito errado com os outros resistores que não obedecem a esta lei. Entretanto, fiquem vocês sabendo que um resistor desobediente não deve ser encarado como um componente defeituoso, ou mal projetado, muito menos como um elemento indesejado. Muito pelo contrário, na maioria dos casos eles são fabricados para terem esta propriedade, pois, estranhamente ou não, ela é em parte responsável pela enorme diversidade de circuitos eletrônicos e suas aplicações. Quase sempre, a não linearidade entre  $V$  e  $I$  é inerente ao material e processos a partir do qual o resistor é construído.

#### No cenário da Eletrônica os resistores obedientes representam exceções.

Pergunta: sendo que a “lei de Ohm” não é válida para **todos** os resistores porque ela conquistou o direito de assumir o *status* de lei?

Confesso que a minha vontade seria responder a esta pergunta da mesma maneira que o faria um amigo meu que não vou dizer o nome. Ele responderia assim: “*That’s a good question! Very interesting! Next question, please ...*”

Sabe-se que no estudo da Física costuma-se testar uma dada teoria exaustivamente e, normalmente, somente após a teoria ter sido testada e verificada através de muitos experimentos (experimentos estes que podem ser **experimentais** ou **teóricos**), ela se transforma em uma lei. A definição do que é uma lei, ou uma teoria, ou até mesmo uma simples regra particular, tem por trás de si um conceito preciso inserido na nomenclatura científica.

Entretanto, estas denominações são quase sempre utilizadas imprecisamente pelos cientistas. Com relação a este fato posso citar alguns exemplos. A lei de Ohm para a eletricidade é verificada somente em algumas situações - para uma classe limitada de materiais - e sob condições ambientais especiais. As leis de Newton para a dinâmica foram corrigidas pela teoria da relatividade, o que aqui demonstra uma outra inconsistência na nomenclatura pois, a teoria de Newton que não é completamente geral é denominada de lei, enquanto que a teoria da relatividade, que foi desenvolvida para ampliar a abrangência das leis de Newton, é denominada de teoria. As leis do eletromagnetismo, que não precisaram ser alteradas depois da descoberta da teoria da relatividade, são chamadas simplesmente de “Equações de Maxwell”.

Concluimos um fato óbvio: a tradição histórica (que vai muito além da importância deste curso) prevalece sobre a nomenclatura utilizada na Física.

Bom, vamos mudar o rumo desta prosa! Os materiais que obedecem à lei de Ohm são chamados de “ôhmicos” e, naturalmente, os “não-ôhmicos” são aqueles para os quais a lei de Ohm não é válida. No caso destes últimos, a relação entre a diferença de potencial entre os terminais do componente e a corrente que o atravessa não é linear. Por isso, eles são também chamados de resistores não-lineares.

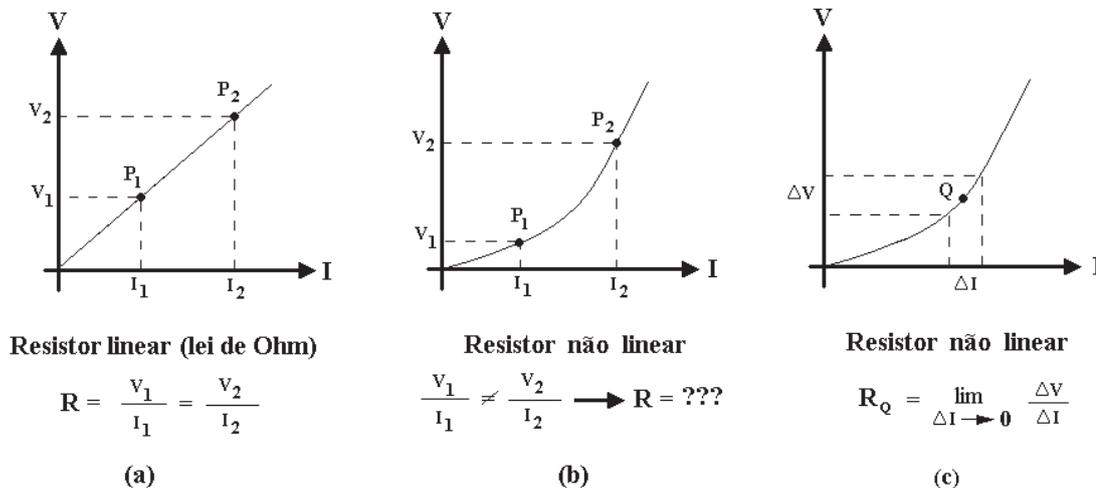


Figura 3.2: Curva  $V$  vs  $I$  e o “ponto de operação  $Q$ ”.

A Figura 3.2(a) ilustra o conceito de linearidade. No caso (a) a relação  $V/I$  assume valores iguais em qualquer ponto de operação do resistor, seja este ponto coincidente aos assinalados  $P_1$  e  $P_2$ , assim como em qualquer outro. De fato, no caso (a) a relação  $V/I$  é constante ao longo de toda a curva  $V$  vs  $I$ . Por isso, o parâmetro  $R = V/I$  tem um significado prático importante: ele é igual ao coeficiente angular da reta  $V$  versus  $I$ .

Na situação esquematizada na Figura 3.2(b) a situação é outra: a relação  $V/I$  não é linear, ou seja, o gráfico  $V$  versus  $I$  não é uma reta. Este fato também tem implicações importantes. Sendo que o valor da relação  $V/I$  varia ao longo da curva  $V$  vs  $I$ , ela perde o seu significado prático que tinha antes - de representar inequivocamente um coeficiente angular associado à função  $V$  versus  $I$ . Assim, esta ambiguidade impede que o resistor seja caracterizado através de um único parâmetro: a sua resistência.

Explicando melhor, imagine que através de um resistor não linear passa uma corrente de 1 A quando a diferença de potencial aplicada entre os seus terminais é de 10 V. Neste caso, logo completaríamos : a relação  $V/I$  seria igual a  $R=10V/1A = 10 \Omega$ . Bom, em seguida, alteramos o valor da diferença de potencial aplicada para 20 V e a corrente aumenta de fato, mas para somente 1.6 A. Concluimos então, que no ponto de operação  $V = 20 V$  a resistência vale  $R = 20V/1.6A = 12.5 \Omega$ .

Portanto, a resistência deste resistor é algo que muda conforme o valor da voltagem (ou corrente) aplicada é alterada. E daí, qual é a graça? Que utilidade possui um parâmetro como este? A prática diz que a utilidade deste conceito ingênuo da resistência é: quase nenhuma!

### 3.1.5.1 A resistência dinâmica

No casos dos dispositivos não lineares a lei de Ohm pode ser **generalizada** através da definição da chamada “resistência dinâmica”.

A resistência dinâmica pode possuir um valor diferente em cada ponto da curva  $V$  vs  $I$  e é calculada, por exemplo naquele ponto  $Q$  que está assinalado na Figura 3.2(c), através de um incremento de tensão e corrente em torno deste dado ponto. Verifiquem vocês que este conceito associado a variações diferenciais é bem diferente da definição estática da relação corrente/tensão envolvida na lei de Ohm enunciada anteriormente.

Ao longo deste curso veremos que esta tal denominação - “ponto  $Q$ ” - será utilizada inúmeras vezes. Esta particular letra do alfabeto representa o que grande parte dos livros textos denomina de *Quiescent operating point* (em inglês, é claro!).

Imagine que através de um resistor não linear passa uma corrente de 1 A quando a diferença de potencial aplicada entre os seus terminais é de 10 V. Assim, a relação  $V/I$  seria igual a  $10V/1A = 10 \Omega$ . Imagine agora que a voltagem aplicada varie por uma quantidade  $\Delta V = 10 \text{ mV}$  em torno do valor estabelecido em 10 V (isto é, a voltagem varia entre 9.995 V a 10.005 V em torno do ponto  $Q$ ) e que isto produza uma variação na corrente correspondente a  $\Delta I = 100 \text{ mA}$  (ou seja, a corrente varia entre

0.99995 A a 1.00005 A em torno do ponto  $Q$ ). Neste caso, a resistência dinâmica no ponto  $Q$  valeria  $R_Q = \Delta V / \Delta I = 10 \times 10^{-3} / 100 \times 10^{-6} = 100 \Omega$ .

Então, veja bem! Neste particular ponto de operação, a resistência dinâmica é bem maior que a resistência estática, o que reflete o fato de que a inclinação da curva  $V$  vs  $I$  (ou, matematicamente falando, a sua derivada) está aumentando com o aumento da tensão. Neste exemplo particular a inclinação aumentou, mas, em outro poderia diminuir. Cada dispositivo eletrônico de dois terminais possui a sua própria curva  $V$  vs  $I$ . Muitas vezes, o conhecimento desta curva (ou matematicamente falando, a função  $V$  vs  $I$ ) será, feliz ou infelizmente, irrelevante; o que interessará será apenas o valor da sua resistência dinâmica no ponto de operação do dispositivo no circuito. Este é o motivo que justifica a importância deste conceito.

A partir do que discutimos já podemos definir a resistência dinâmica de uma maneira mais precisa:

$$R_Q = \lim_{\Delta I \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta V}{\Delta I} \right|_Q = \left| \frac{dV}{dI} \right|_Q, \quad (3.9)$$

mas, lembre-se que a derivada deve ser calculada no ponto de operação  $Q$ .

Se, do que eu disse, você pouco entendeu, não se preocupe. Até o final deste curso você vai entender, eu prometo!

### 3.1.6 Resistores especiais

A seguir, vamos enumerar alguns resistores especiais largamente utilizados em eletrônica. Alguns possuem uma relação  $V/I$  não-linear e, em geral, apresentam dependência do valor de sua resistência elétrica com parâmetros externos, como, temperatura, luminosidade, pressão, etc. Existem até resistores com resistência dinâmica negativa! Por isso, eles são largamente utilizados como transdutores.

#### 3.1.6.1 Termo-resistências e termístores

As termo-resistências e os termístores são componentes de dois terminais projetados para exibir uma variação do valor nominal de sua resistência em função da temperatura. A distinção entre termo-resistência e termistor está associada ao tipo de material utilizado na sua construção.

Assim, as termo-resistências, que em língua inglesa se designam por *resistance temperature detectors*, RTD, utilizam materiais condutores como a platina, o cobre ou o níquel. Os termístores (*thermal resistors*) utilizam misturas de cerâmicas de óxidos semicondutores, para produzir resistências com coeficiente de temperatura negativo (*negative temperature coefficient*, NTC), e positivo (*positive temperature coefficient*, PTC).

As termo-resistências e os termístores são amplamente utilizados como sondas de temperatura em aplicações industriais, em aparelhagem médica, em eletrodomésticos, em instrumentação para investigação científica, em telecomunicações, em aplicações militares, etc.

Em algumas aplicações destinam-se a medir valores absolutos de temperaturas não muito elevadas, como é o caso das aplicações médicas, ao passo que noutras, como as aplicações industriais, podem destinar-se a medir temperaturas de vários milhares de kelvin.

#### 3.1.6.2 Foto-resistências

As foto-resistências são componentes de circuito cujo valor nominal da resistência elétrica é função da intensidade da radiação eletromagnética incidente (em língua inglesa são designadas pela sigla LDR, *light dependent resistors*).

As foto-resistências são geralmente construídas com base em materiais semicondutores, sobretudo silício, germânio, arsênio, telúrio e compostos de cádmio e de chumbo, todos eles materiais para os quais a densidade de portadores livres na banda de condução é uma função, entre outras, da intensidade e do comprimento de onda dos fótons incidentes.

Em materiais como o silício, a incidência de fótons com comprimento de onda  $\lambda = 1.1 \mu\text{m}$  conduz à geração de pares elétron-buraco, isto é, induz a passagem de elétrons da banda de valência para a banda de condução, deixando atrás de si buracos. Assim, uma vez que a resistividade de um material é uma função decrescente da densidade de portadores livres disponíveis, neste caso função seja da densidade de elétrons livres na banda de condução, seja da densidade de buracos na banda de valência, conclui-se ser negativo o coeficiente de luminosidade deste tipo de resistências.

Por outro lado, materiais como o germânio e o arsenieto de índio apresentam maior sensibilidade à radiação de comprimento de onda  $\lambda = 1.85 \mu\text{m}$  e  $\lambda = 3.54 \mu\text{m}$ , respectivamente, sendo as diferenças função apenas da maior ou menor amplitude das respectivas bandas proibidas. Atualmente existem no mercado foto-resistências que cobrem as faixas de radiação eletromagnética infra-vermelha, visível e ultra-violeta.

As foto-resistências são amplamente utilizadas em aplicações industriais, de instrumentação e militares, como indicadores de nível em reservatórios de líquidos, sistemas de alarme e de controle à distância, etc. A variação da resistividade com a intensidade luminosa segue uma lei aproximadamente exponencial, sendo comum encontrar foto-resistências cujo valor nominal da resistência elétrica pode variar por um fator 100 numa faixa de intensidades luminosas compreendidas entre 5 e 104 lux.

### 3.1.6.3 Extensômetro elétrico de resistência

O nome em inglês pelo qual este dispositivo é conhecido é *strain-gage*. Ele é extremamente popular para a medida de tensão ou deformação mecânica sob a qual estão submetidos os materiais de uma estrutura mecânica qualquer.

Os *strain-gage* são constituídos por resistores de filme fino colados, ou depositados, na superfície de um material isolante como o papel, material cerâmico ou filmes plásticos. O dispositivo é então fixado na superfície da peça em que vai se medir a deformação, de forma que ambos, resistor e peça tenham a mesma deformação. O princípio de funcionamento baseia-se no princípio de que a uma pequena deformação ( $\epsilon$ ) de um material condutor elétrico provoca uma variação proporcional na sua resistência elétrica:  $\Delta R/R \propto \epsilon$ .

Mais adiante utilizaremos estes dispositivos em um capítulo especial e, assim, deixaremos para mais tarde uma discussão mais detalhada.

### 3.1.6.4 Outros sensores resistivos

Além das aplicações apresentadas anteriormente, a resistividade dos materiais pode ser utilizada para detectar a presença ou a variação de uma ampla quantidade de grandezas, como por exemplo, o campo magnético, a pressão ou aceleração, certos agentes químicos como a umidade, o monóxido de carbono, o fumo de tabaco, etc.

Uma das classes mais importantes de sensores resistivos são as **magneto-resistências**. Estes sensores são componentes de circuito nos quais o valor nominal da resistência elétrica é uma função da intensidade do campo magnético no qual se encontram imersas. As magneto-resistências baseiam o seu princípio de funcionamento na interação existente entre o campo magnético e o fluxo de corrente elétrica, que se manifesta através da força de Lorentz.

As magneto-resistências são utilizadas na construção de cabeças de leitura de fitas e discos magnéticos, para aplicações de áudio e vídeo, memorização de informação em sistemas de computadores, identificação de padrões em cartões magnéticos, instrumentação e equipamento de controle, etc.

Um outro conjunto de sensores resistivos de grande utilidade prática é baseado na **piezo-resistência**. A piezo-resistividade é a propriedade dos materiais que caracteriza a dependência da resistividade elétrica com a deformação mecânica. Esta propriedade tem como causas, entre outras, a variação da mobilidade e da densidade de cargas livres nos materiais, sendo esta última devida em particular à dependência da amplitude da banda proibida com o esforço mecânico.

Apesar da piezo-resistividade ser uma propriedade comum a todos os materiais, ela é mais notória nos semicondutores como o silício e o germânio, em cujo caso o coeficiente de variação da resistência elétrica é, regra geral, negativo.

As piezo-resistências são utilizadas na construção de microfones e de detectores de aceleração, como é o caso dos *airbag* dos automóveis e dos sensores de fluxo em dutos de líquidos ou gases. Devido à compatibilidade tecnológica com a eletrônica de silício, os sensores de pressão são passíveis de integração conjunta com os circuitos eletrônicos de revelação e processamento de sinal, permitindo, assim, realizar numa única pastilha sistemas complexos que incluem as funções dos transdutores, de revelação e de processamento da informação.

Existe ainda um vasto conjunto de sensores resistivos designados por **químico-resistências**. Em todos estes componentes, a resistividade é uma função da concentração de agentes químicos presentes no ambiente em que se encontram imersas. As químico-resistências são utilizadas na medição da umidade relativa do ar, em cujo caso são mais propriamente designadas por higr-resistências, mas também na detecção de gases como o monóxido de carbono, o hidrogênio, o etanol, o metano, o fumo de cigarro, etc.

As químico-resistências são em geral construídas a partir da deposição de um óxido metálico num material inerte - como o óxido de silício, mas também a partir de certos cristais orgânicos ou polímeros condutores. Em geral, estes tipos de resistências apresentam um coeficiente de variação negativo.

### 3.1.6.5 Demonstração: A curva $V$ vs $I$ .

A montagem seguinte utiliza-se de um transformador para reduzir a amplitude da tensão alternada da rede de 220 Vrms para 12 Vrms. A saída do transformador é conectada a um circuito série formado por um resistor  $R$  e o componente  $Z$  que se deseja conhecer a curva  $V$  vs  $I$ . Um osciloscópio é utilizado para

medir as diferenças de potencial no resistor e no componente  $Z$ . Devido à alta resistência das entradas do osciloscópio, a corrente  $I$  flui somente através do secundário do transformador e do circuito série  $R$ - $Z$ .

Os terminais do resistor  $R$  estão conectados no canal 1 do osciloscópio, enquanto que os terminais do dispositivo  $Z$  estão conectados no canal 2 do osciloscópio. No modo de operação X-Y o ponto luminoso na tela do osciloscópio executa um movimento cuja coordenada X é proporcional à diferença de potencial na entrada 1 e coordenada Y proporcional à entrada 2. Desta forma, o ponto luminoso descreve uma trajetória que corresponde ao gráfico de  $V_Z$  (vertical-Y) versus  $V_R$  (horizontal-X). Mas, pela lei de Ohm, a voltagem no resistor  $R$  é proporcional à corrente  $I$ , portanto, o gráfico resultante pode ser analisado como  $V_Z$  versus  $I$ .

Esta montagem pode ser utilizada para visualizar a curva  $V_Z$  versus  $I$  de diversos componentes eletrônicos. Para otimizar o valor da corrente em cada caso, é necessário escolher apropriadamente o valor do resistor  $R$ .

Utilizaremos no lugar de  $Z$  vários componentes: o velho conhecido resistor, assim como, serão também apresentados outros desconhecidos: termo-resistor, LDR, diodo, LED e o transistor. O objetivo da prática não é entender o princípio de funcionamento de cada um deles, mas sim, apenas ter um primeiro contato com o laboratório, equipamento de medida e os componentes eletrônicos que lhes acompanharão nesta jornada. Espero que entre eles e vocês surja uma relação mística de amizade e companheirismo. Se por acaso pintar um clima de “amor a primeira vista” deixem rolar. Isto poderá lhes garantir uma boa nota no final do curso.

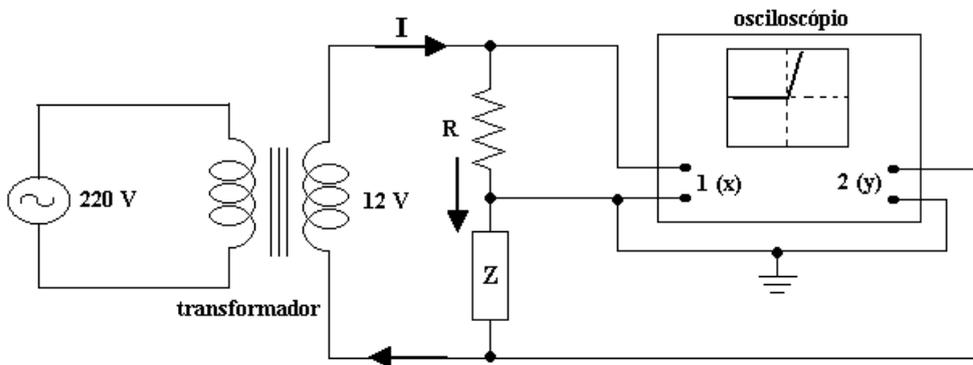


Figura 3.3: Esquema experimental utilizado para observar a curva  $V$  vs  $I$  de diversos componentes eletrônicos.

### 1. Resistor

Aqui, utilizaremos um simples resistor de valor  $10\text{ k}\Omega$  no lugar do componente genérico  $Z$ . Utilize também  $R = 10\text{ k}\Omega$ . Observe na tela do osciloscópio a dependência linear entre  $V_Z$  e  $I$ . A configuração do osciloscópio pode ser a seguinte:

modo horizontal X-Y;  $5\text{ V/div}$ ; CH2 invert; entradas DC.

### 2. Termo-resistor

No lugar do componente genérico  $Z$ , vamos utilizar um resistor termicamente sensível. Antes de conectá-lo no circuito meça a sua resistência na temperatura ambiente utilizando um ohmímetro. Aqueça o resistor e meça novamente a resistência. Este sensor térmico é do tipo NTC ou PTC? Conecte o termo-resistor no circuito e observe que a dependência entre  $V_Z$  e  $I$  é linear. Aqueça e esfrie o termo-resistor e observe o que ocorre com a inclinação da curva  $V_Z$  vs  $I$ .

### 3. LDR

No lugar do componente genérico  $Z$ , vamos utilizar um resistor sensível à luz, o LDR. Antes de conectá-lo no circuito meça a sua resistência na presença da luminosidade ambiente, com um ohmímetro. Direcione o sensor para uma lâmpada acesa e depois o cubra com a mão e descreva o que ocorre. Qual os valores de resistência no claro e no escuro? Conecte o termo-resistor no circuito e observe que a dependência entre  $V_Z$  e  $I$  é linear. Altere a luminosidade incidente e observe o que ocorre.

### 4. Diodo

Altere o resistor  $R$  para  $1\text{ k}\Omega$  e conecte um diodo 1N4007 no lugar de  $Z$ . Aumente a sensibilidade do canal Y para  $0.2\text{ V/div}$ . Observe que não há corrente quando o diodo está polarizado

reversamente. Com polarização direta o diodo conduz, entretanto a relação entre  $V_{diodo}$  e  $I$  não é linear. Observe que quando o diodo está conduzindo a diferença de potencial nos seus terminais é cerca de 0.5 V. Verifique se esta tensão varia quando o diodo é aquecido.

Experimente os outros diodos que estão sobre a bancada de trabalho. Eles são diodos especiais do tipo Zener, com tensões de ruptura de 5.1V e 3.3 V. Observe a curva característica destes diodos Zener, muito úteis no projeto de circuitos eletrônicos.

### 5. Diodo emissor de luz, LED

Quando uma corrente elétrica flui através do LED (*light emitting diode*) ocorre emissão de luz, cuja intensidade está relacionada com a quantidade de corrente. O LED é frequentemente utilizado como um indicador luminoso, sendo bem mais eficiente que as lâmpadas incandescentes.

Com  $R = 1k\Omega$ , e a sensibilidade do canal Y em 1 V/div, verifique o funcionamento do LED. Observe que não há corrente quando o LED está polarizado reversamente. Com polarização direta o LED conduz, entretanto a relação entre  $V_{LED}$  e  $I$  não é linear. Observe que quando o LED está conduzindo a diferença de potencial nos seus terminais é de cerca de 2.0 V.

### 6. Transistor

Você não precisa saber o que é um transistor. A única coisa necessária é saber que o transistor é um dispositivo de 3 terminais (denominados de base, coletor e emissor). Com  $R = 1 k\Omega$ , e a sensibilidade do canal Y em 1V/div, conecte o transistor através de dois de seus terminais. Observe que a relação entre  $V_{trans}$  e  $I$  não é linear. Inverta a ordem dos terminais, assim como teste os outros dois pares de terminais.

## 3.2 Geradores de energia elétrica

Os **geradores** de energia elétrica são os responsáveis pela circulação de uma corrente elétrica através de um circuito, seja ela constante ou dependente do tempo. Quando uma corrente atravessa um componente eletrônico qualquer, por exemplo um resistor, um transistor ou um circuito integrado, a energia é dissipada em diversas formas: calor, som, onda eletromagnética, movimento mecânico, etc. Então, se não houver reposição da energia que foi transferida a outros processos, a corrente elétrica tende a diminuir com o tempo.

Então, fica aqui a pergunta: quem é o responsável para zerar a contabilidade: energia produzida vs. trabalho executado?

O dispositivo capaz de repor a energia elétrica dissipada é chamado de **gerador** ou **fonte de alimentação**.

A **força eletromotriz** do gerador, ou a “fem”, é normalmente designada pelo símbolo  $\varepsilon$  embora muitas vezes, e por simples abuso de linguagem, utiliza-se também o símbolo genérico  $V$  para denotar esta mesma grandeza.

No nosso dia-a-dia utilizamos diversos tipos de geradores; por exemplo, a energia utilizada para acender as lâmpadas elétricas da sua residência é proveniente de geradores de eletricidade - usinas hidroelétricas, nucleares, termoeleétricas, etc. Portanto, estas **usinas** são geradores de eletricidade. A parte elétrica do seu automóvel é alimentada por uma **bateria**, que também pode ser considerada um gerador de eletricidade. Uma bateria também alimenta o seu *notebook*, enquanto que utiliza-se **pilhas** para gerar eletricidade em brinquedos, controles remotos, na *bios* do seu computador e em muitos outros dispositivos.

Entretanto, observem que muitas residências possuem aquecimento de água a gás e, neste caso, a queima do gás representa um gerador térmico e não elétrico. Outras residências podem aquecer a água através de métodos alternativos, tal como o bastante comum “aquecimento solar”, métodos estes que nada têm a ver com a energia elétrica.

Você já deve ter notado que em poucos parágrafos eu introduzi vários termos técnicos - fontes de energia, fontes de alimentação, geradores, usinas, baterias e pilhas - todos empregados para significar o mesmo tipo de dispositivo. Eu só estou preocupado com a aparente redundância de termos porque sei que outros mais ainda virão!

Para resumir pergunto: quem é quem e para que serve cada um destes geradores?

Em primeiro lugar, bateria é o mesmo que pilha. Ambas são construídas a partir de uma associação série e paralelo de células eletroquímicas - sua força eletromotriz é constante no sentido que, quando um resistor é conectado entre os terminais de uma pilha ou bateria, a corrente produzida é contínua, isto é, constante ao longo do tempo (desde que, é claro, este “tempo”, não seja maior do que a vida útil do dispositivo).

Continuando, o nome “gerador” refere-se normalmente a dispositivos em que a força eletromotriz é dependente do tempo, sendo que os geradores de corrente alternada são os mais comuns. Esta definição

não é geral porque em muitos textos observa-se o emprego do termo “gerador de corrente contínua”. Por isso, é sempre melhor especificar o tipo do gerador que está sendo utilizado.

Quando um resistor é conectado entre os terminais de um gerador de corrente alternada, a corrente produzida é alternada. Aprenderemos o significado e implicações da corrente alternada em um capítulo adiante, mas já podemos adiantar que “alternar” significa alterar periodicamente o sentido da corrente.

Muito utilizados em eletrônica são os geradores de corrente alternada senoidal, quadrada e triangular. Estes também recebem na gíria o nome de **geradores de onda** ou **geradores de sinal** do tipo senoidal, quadrado ou triangular.

Neste contexto, a usina hidroelétrica de Itaipu, assim como a termonuclear de Angra dos Reis, são **geradores de onda senoidal de alta potência**.

Entretanto, existem geradores que não são alternados e nem contínuos, ou melhor, são os dois ao mesmo tempo, por exemplo, os **geradores de pulsos**.

Estão vendo? Se não é fácil para explicar, imaginem para entender! Somente a prática vai esclarecer esta confusão.<sup>1</sup>

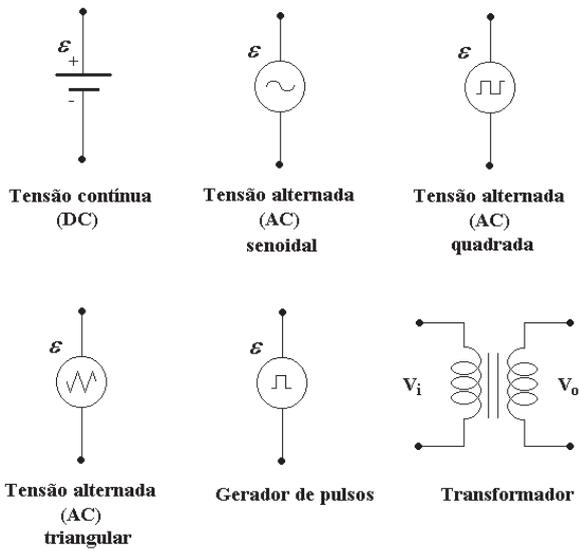


Figura 3.4: Símbolos mais comuns utilizados para representar os dispositivos que produzem ou transformam a energia elétrica.

Estes geradores são instrumentos eletrônicos que utilizam a energia proveniente da rede elétrica e a direciona ao circuito que está conectado entre os seus terminais de saída. Não são autônomos pois, se não forem ligados na tomada da rede alternada local (127/220 Volts) eles gerarão absolutamente nada! Sendo instrumentos eletrônicos eles são mais versáteis, podendo transmitir corrente contínua ou alternada em uma vasta faixa de frequências, assim como controlar o fornecimento de energia e, em eventuais acidentes, protegem o circuito externo contra sobre-carga, ou, se protegem contra um curto-circuito na carga.

Um componente que você vai encontrar por aí é chamado simplesmente de **transformador**. O transformador que mais utilizaremos neste curso transforma a tensão alternada das tomadas de força do laboratório (127 Vrms ou 220 Vrms senoidal e frequência de 60 Hz) em tensão também senoidal e de mesma frequência, mas de amplitude menor (6 Vrms ou 12 Vrms senoidal). Ele é um componente pequeno, de baixo custo, constituído por uma bobina enrolada em um núcleo de ferro laminado e com derivações elétricas apropriadamente projetadas.

Em geral, um transformador pode ser utilizado para diversas finalidades. Este assunto vai ser abordado futuramente com maiores detalhes mas podemos adiantar algumas delas: abaixar a tensão (como mencionado no parágrafo anterior), elevar a tensão e “casar” impedâncias.

De particular interesse neste capítulo é o que denominaremos daqui por diante de **fonte de alimentação** ou **fonte de tensão**. As fontes de alimentação são instrumentos que geram **corrente contínua** e as que mais utilizaremos neste curso serão as baterias e as fontes de alimentação eletrônicas. A respeito destas fontes vamos aprofundar um pouco mais a discussão a seguir.

A grande diversidade de designações recebidas pelos dispositivos que produzem a corrente elétrica deve-se também a outros aspectos. Vou inventar aqui uma definição.

Eu diria que existem os **produtores de energia autônomos** e aqueles que são **transformadores** ou **modificadores** da energia elétrica.

Eu diria que uma bateria é autônoma porque ela não precisa de mais nada pois, por si só, ela é capaz de produzir uma corrente elétrica através de um resistor qualquer conectado entre seus terminais. Assim, as baterias são fontes de energia independentes, ou autônomas.

Com este mesmo raciocínio poderíamos dizer que a usina de Itaipu também é autônoma. É claro que ela depende que a incidência das chuvas mantenha um nível mínimo de água represada mas, imaginando que a barragem já está cheia: ela não precisa de mais nada.

Sobre a sua bancada de trabalho você vai encontrar alguns instrumentos que são **geradores eletrônicos** - estes serão os mais utilizados neste curso mas NÃO são fontes de energia independentes, isto é, eles NÃO produzem energia.

<sup>1</sup>Não me confundam com um amigo meu que, ao discutir religião numa mesa de bar, contra-argumentou com a seguinte explicação esclarecedora: “Os três profetas ... eram ... dois: ... Isaú.”

### 3.2.1 Baterias

Um tipo de célula eletroquímica denominada **célula galvânica** é popularmente chamada de pilha ou bateria. Nelas, a energia é produzida a partir de uma reação química espontânea e, por isso, são fontes de energia independentes que não precisam estar conectadas na rede elétrica a fim de disponibilizar potência.

Atualmente, o desenvolvimento das baterias é um desafio assumido por cientistas de diversas áreas do conhecimento que buscam otimizar suas características visando diversas aplicações.

Na prática, o mais comum é que uma pilha corresponda a uma coleção de várias células conectadas em série (e em paralelo) de tal forma que a força eletromotriz (e corrente) total gerada pela bateria é igual à soma das voltagens (e correntes) individuais de cada uma das células. A partir deste papo dá para entender de onde vem o apelido “pilha”?

Em geral, uma célula galvânica consiste de dois **eletrodos** que são os condutores metálicos que estabelecem o contato elétrico com o **eletrólito**. O eletrólito é um meio condutor iônico constituído de uma solução aquosa de um composto iônico. O processo de oxidação ocorre em um dos eletrodos, ânodo (-), e a espécie oxidada perde elétrons para o eletrodo. A redução ocorre no outro eletrodo, cátodo (+), onde a espécie que sofre redução coleta os elétrons do eletrodo.

Podemos imaginar a reação total como elétrons sendo empurrados para um eletrodo e puxados do outro eletrodo. Este processo de empurra-puxa resulta em um fluxo de elétrons no circuito externo que une os dois eletrodos. Com este arranjo, a energia produzida pela reação espontânea pode ser usada para realizar trabalho ou simplesmente ser dissipada como calor.

#### 3.2.1.1 Demonstração: A pilha de Coca-Cola

Esta é uma demonstração simples que exige apenas duas placas metálicas, uma de cobre e outra de zinco, um LED e um recipiente com Coca-Cola. No lugar da Coca-Cola, qualquer outro refrigerante ácido (e quase todos o são) poderia ser utilizado.

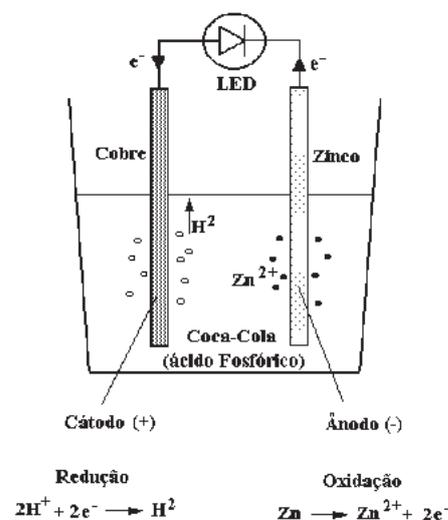


Figura 3.5: A pilha de Coca-Cola.

introduzindo os eletrodos em um limão ou em uma batata.

Um pouco mais sofisticada é a chamada **pilha de Daniel**, com a qual vocês também poderão praticar um pouco mais seus conceitos de eletroquímica.

### 3.2.2 Fontes eletrônicas

Neste curso utilizaremos quase sempre as fontes de alimentação eletrônicas que, de acordo com a nossa definição, são fontes que ligadas na **tomada de força** produzem tensão (ou corrente) contínua de **amplitude variável**.

Embora haja uma grande diversidade de modelos, aquele mostrado na Figura 3.6 representa um tipo simples muito presente nos laboratórios.

No momento, em vez de estudar o princípio de funcionamento destas fontes de alimentação vamos simplesmente discorrer sobre alguns conceitos práticos. Em um capítulo adiante mostraremos mais detalhes a respeito de como elas são construídas e de suas características básicas.

Para verificar-se a formação de uma bateria, os metais podem conectados a uma lâmpada de 1.5 V e submersos no líquido. A lâmpada deve acender fracamente. Na nossa montagem (vide Figura 3.5) preferimos utilizar um LED no lugar da lâmpada e, como o LED somente acende sob uma diferença de potencial maior (2 V), duas células devem ser conectadas em série.

O ácido fosfórico contido na Coca-Cola faz a função de eletrólito, isto é, de ser quimicamente ativo no processo. Para demonstrações mais analíticas, é comum substituir a Coca-Cola por ácido sulfúrico diluído.

O processo de oxidação do zinco destrói parte do eletrodo e libera elétrons no metal. O cobre e o zinco possuem potenciais-padrão suficientemente diferentes (+0.34V e -0.76V, respectivamente), para produzir uma diferença de potencial de cerca de 1 V entre os eletrodos. Os elétrons liberados no zinco fluem para o eletrodo de cobre entrando no eletrólito, onde se combinam com íons de hidrogênio gerados a partir do ácido fosfórico. A redução associada com esta reação libera gás hidrogênio.

Você também pode montar e experimentar outros tipos de baterias simples que utilizam o mesmo par de eletrodos com diferentes eletrólitos, como por exemplo, baterias que se formam



Figura 3.6: Fonte de tensão Tectrol modelo TC 30-02.

Observe que a fonte mostrada na Figura 3.6 possui três conectores assinalados pelos símbolos + (vermelho), - (preto) e  $\perp$  (verde). Em algumas outras fontes, o símbolo “terra”,  $\perp$ , pode vir substituído pela sigla “GND” a qual é proveniente da palavra inglesa *ground*.

Se você se ater em observar a figura por alguns instantes com certeza irá fazer a primeira pergunta do dia: “Professor, se uma bateria qualquer possui dois terminais, porque a fonte de alimentação possui três?”

A pergunta tem um enorme sentido, visto que o símbolo esquemático da fonte eletrônica é o mesmo que o da bateria, isto é, o mesmo símbolo com apenas dois terminais. Esta pergunta será respondida a partir do esquema da Figura 3.7.

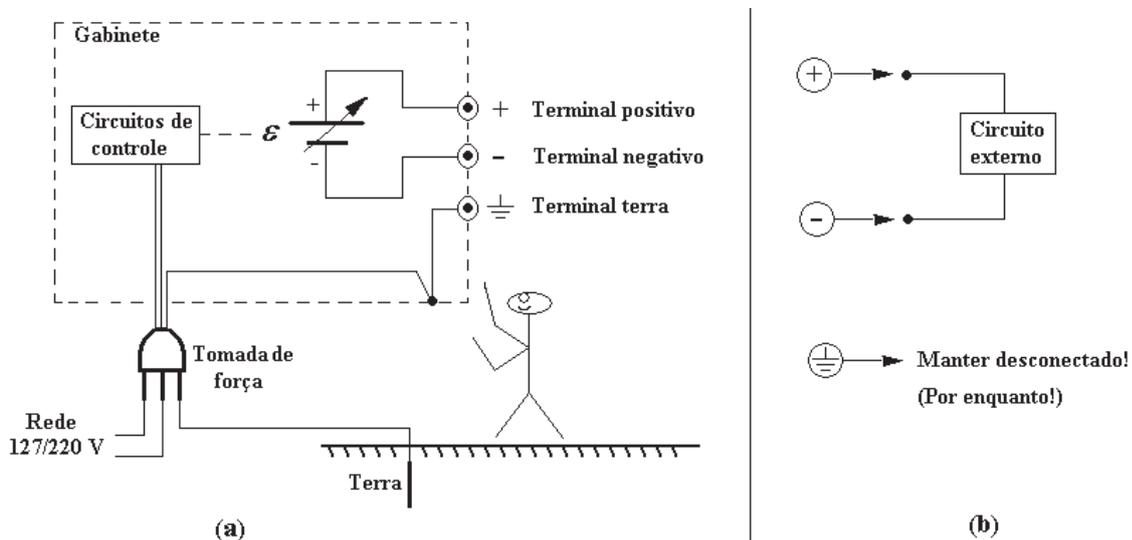


Figura 3.7: (a) Diagrama simplificado de uma fonte eletrônica de tensão DC e (b) Conexões da fonte em um circuito externo.

Você pode imaginar que dentro da fonte existe uma bateria de fem igual a  $\varepsilon$  e que os seus **dois** terminais estão conectados diretamente aos terminais (+) e (-) apresentados na figura. Uma certa carga externa, seja ela um circuito qualquer, **deve ser** conectado entre estes dois terminais.

A figura também sugere que o terceiro terminal, denominado “**terra**”, deve ser, pelo menos por enquanto, **ignorado**. Para que você não pense que estou subestimando a sua inteligência, irei explicar agora mesmo uma das funções deste terceiro terminal mas, a explicação completa eu vou deixar só para mais tarde.

A fonte de alimentação da Figura 3.7 é construída dentro de uma caixa (normalmente) metálica (chamada de gabinete) que, de acordo com as normas vigentes, deve estar isolada eletricamente dos seus circuitos internos e, sobretudo, da tensão da rede. A razão é simples e sempre válida para qualquer instrumento eletrônico: minimizar as chances do usuário tomar um choque ao tocar na parte externa do

instrumento.

Normalmente um instrumento qualquer é sempre construído obedecendo esta norma porém, acidentes podem ocorrer e, assim, cuidados adicionais devem ser tomados.

Um destes cuidados consiste em “**aterrar**” o gabinete, o que significa algo muito parecido com o que o próprio verbo diz: colocar o gabinete no mesmo potencial elétrico do **chão** em que você está pisando. Desta forma, aconteça o que acontecer, não havendo diferença de potencial não haverá corrente elétrica circulando através do seu corpo, isto é: entre o seu pé, que está em contato com o chão e a sua mão que está em contato com o instrumento.

A forma de aterrar o instrumento é através do seu cabo de força, no qual um dos pinos (o terceiro pino!) é conectado diretamente ao terra do laboratório, deixando os outros dois para a alimentação elétrica do instrumento.

O que vem a ser o tal **terra do laboratório** e o tal **terceiro pino** da tomada de força? Vamos discutir este assunto mais tarde com mais detalhes, porém, podemos agora adiantar que o primeiro é simplesmente um conector de cobre enterrado no chão, em um local próximo, e conectado através de fios de grosso calibre ao terceiro pino do conjunto de tomadas de força do laboratório. Assim, tanto o chão como o gabinete do instrumento estão no mesmo potencial elétrico.

E qual a utilidade daquele terminal da fonte, denominado de “terra”, que internamente está ligado à **carcaça** (ou gabinete) do instrumento, que por sua vez (através da conexão feita pelo cabo de força) está no mesmo potencial que o terra do laboratório?

A utilidade deste terceiro terminal é permitir que o potencial de terra possa ser transmitido também aos outros circuitos externos que estão sendo alimentados pela fonte.

**Entretanto, como vocês ainda não dominam estas técnicas laboratoriais é melhor que não utilizem o terminal GND por enquanto, porque utilizá-lo mal pode ser muito mais perigoso do que não utilizá-lo! Acreditem em mim!**

### 3.2.2.1 As fontes triplas

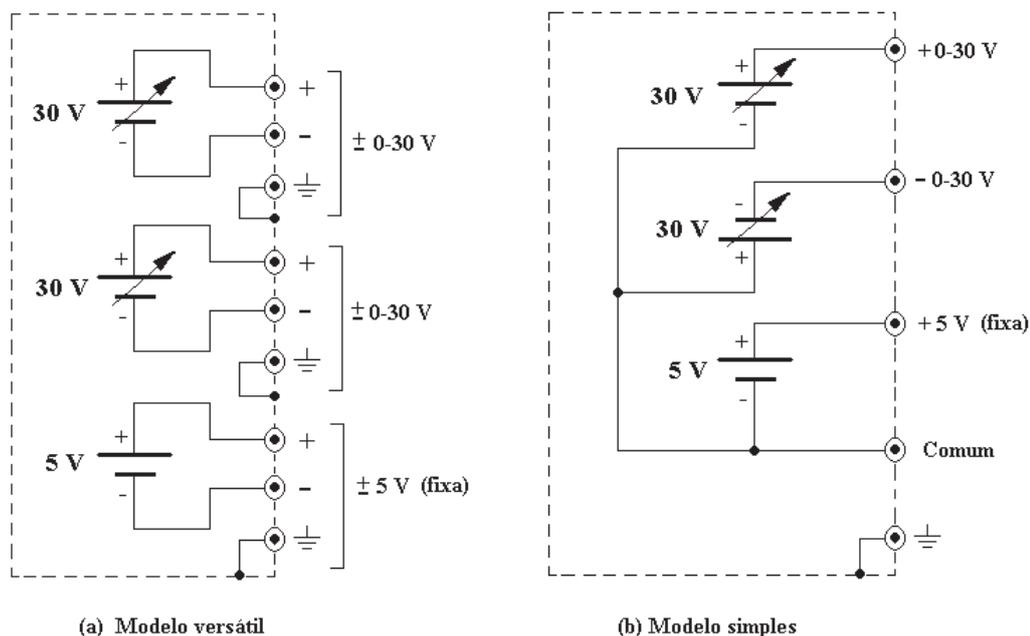


Figura 3.8: Diagrama simplificado de uma fonte de alimentação DC tripla.

A fonte que acabamos de conhecer é do tipo básico, mas, existem outros modelos mais sofisticados como aquele mostrado no diagrama da Figura 3.8, o qual é mais apropriado para o nosso trabalho neste curso. Esta é chamada de fonte tripla, que vocês podem imaginar simplesmente como sendo um instrumento “três-em-um”. A Figura 3.8(a) mostra o esquema de uma fonte tripla genérica. Basicamente, ela consiste de três fontes similares à anterior e instaladas em um único gabinete, sendo duas com fem variável (na faixa 0-30 V) e uma outra fixa em 5 V.

Para que serve uma fonte tripla? Em se tratando de fontes de alimentação, com certeza “uma é pouco, duas é melhor mas (neste curso) três **não** vai ser demais”. Com o transcorrer do curso ficará evidente que os circuitos que iremos montar requisitarão várias tensões de alimentação. Em particular, amplificadores operacionais serão alimentados, na maior parte das aplicações, por duas fontes simétricas ( $\pm 15$  V), enquanto que uma única fonte de  $+5$  V será suficiente para os circuitos digitais da família TTL

(*Transistor-Transistor-Logic*). Portanto, uma fonte tripla vai otimizar o espaço sobre a sua bancada de trabalho e, além disso, barateia o custo, pois uma fonte tripla custa menos do que três fontes simples.

Para aplicações rotineiras a fonte tripla da Figura 3.8(a) pode vir a ser um exagero. O modelo da Figura 3.8(b) é mais simples e pode ser suficiente para a maioria das aplicações. Esta também possui três fontes, porém ela não lhes dá a liberdade de escolher a polaridade das mesmas. Como você pode notar, ela possui duas fontes de tensão variável (0-30 V), sendo uma de polaridade positiva e uma outra negativa com relação a um terminal comum. A fonte de 5 V também tem polaridade fixa com relação ao terminal comum. Observe que o terminal comum não está ligado ao terminal terra.

### 3.2.2.2 Os limitadores de corrente e tensão

Ao observar os controles da fonte mostrada na Figura 3.6 tem-se uma primeira impressão de que é possível ajustar-se independentemente os valores de tensão ( $V$ ) e corrente ( $I$ ). De acordo com o fabricante, esta fonte pode fornecer 30 V e 2 A a uma carga. A pergunta é: será que é possível escolher-se os valores de  $V$  e  $I$  abaixo destes dois limites de forma independente? A resposta é: NÃO. Não é assim que este tipo de fonte funciona!

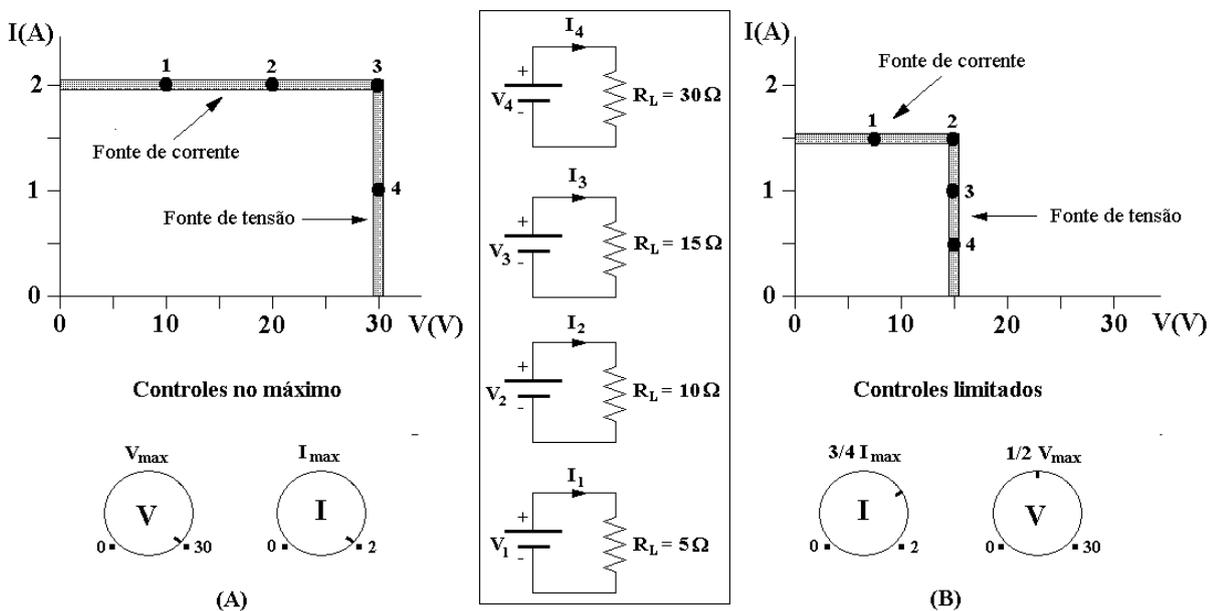


Figura 3.9: O efeito dos controles de corrente e tensão de uma fonte simples é analisado em duas situações; (A) controles no máximo e (B) controles em posições que limitam  $V$  e  $I$ . Nos gráficos, as linhas horizontais e verticais, onde estão assinalados os pontos 1 a 4, denotam a faixa de operação da fonte. Em cada caso, numerados de 1 a 4, considera-se quatro valores distintos para a resistência de carga; (1) 5  $\Omega$  (2) 10  $\Omega$  (3) 15  $\Omega$  e (4) 30  $\Omega$ .

Para que você entenda melhor vou dar um exemplo. Imagine que esta fonte está conectada, entre os terminais (+) e (-), a um resistor de carga de valor 15  $\Omega$ . Se os dois controles da fonte estiverem nas suas respectivas **posições máximas**, isto é, se a tensão está limitada em 30 V e a corrente em 2 A; então, o que vai acontecer? Bom, lembre-se que Lei de Ohm tem que valer! Portanto, se  $R_L = 15\Omega$  e  $V = 30$  V então a corrente deveria valer  $I = V/R_L = 30/15 = 2$  A. Então, tudo bem, concluímos que: perfeito!

Mas, e se trocássemos o resistor de carga por outro de valor 10  $\Omega$ , qual seria o novo valor da corrente? Se a tensão fosse 30 V então a corrente seria  $I = V/R_L = 30/10 = 3$  A. Mas, a fonte está limitada em 2 A! Portanto, a corrente vai ficar limitada em 2 A e, como consequência a tensão vai ser  $V = R_L I = 10\Omega \times 2A = 20V$ , um valor abaixo do limite de 30 V. Neste caso dizemos que a fonte está **limitada por corrente**.

Ainda mais, e se o valor do resistor de carga fosse 30  $\Omega$ ? Se a corrente fosse de 2 A a tensão teria que valer  $V = R_L I = 30\Omega \times 2A = 60V$ , o que é impossível porque a fonte está limitada em 30 V. Portanto, neste caso a fonte vai estar **limitada por tensão** e a corrente vai valer  $I = V/R = 30/30 = 1$  A, um valor abaixo do valor limite de 2 A.

Com esta análise pudemos concluir que os valores reais da corrente e tensão em um dado resistor de carga dependem dos controles da fonte e também do valor da resistência de carga. O mesmo raciocínio se aplica quando os controles limitadores da tensão e corrente estão abaixo dos seus respectivos valores máximos. Para entender melhor este intrincado raciocínio estude com cuidado os exemplos esquematiza-

dos na Figura 3.9 e, se tiver dúvidas, me pergunte. Em quais casos a fonte está limitada por tensão ou por corrente?

### 3.2.3 Fonte de voltagem ou fonte de corrente?

Com o aprendizado da seção anterior vocês devem ter notado que uma fonte de tensão simples, como a da Figura 3.6, pode ser mais complicada do que parece. De fato, este tipo de fonte pode operar em dois modos: limitado por tensão ou limitado por corrente. Quem vai definir se uma ou outra situação ocorrerá será o valor da resistência de carga e as posições dos controles da fonte.

Quando a fonte está limitada por tensão dizemos que ela é uma **fonte de tensão** e, alternativamente, quando a fonte está limitada por corrente, dizemos que ela é uma **fonte de corrente**. No caso geral, as chamadas “fontes de alimentação” podem ser de dois tipos: fontes de tensão e fontes de corrente. A Figura 3.10 mostra o esquema equivalente de ambas.

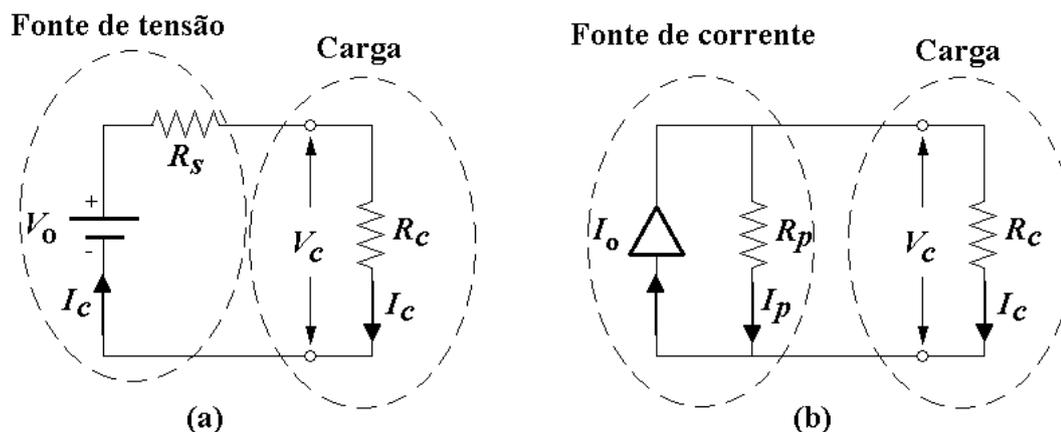


Figura 3.10: Representação esquemática das fontes de tensão (a) e corrente (b).

A fonte de tensão é equivalente a uma força eletromotriz,  $V_o$  (também denotada por  $\varepsilon$  em muitos textos), **em série** a uma resistência  $R_s$ . A fonte de corrente é equivalente a um dispositivo que impõe uma corrente  $I_o$  **em paralelo** a uma resistência  $R_p$ . Estas resistências são denominadas de “resistências internas”. A figura mostra a situação em que ambas as fontes estão conectadas a um circuito externo, denominado de “carga”, que neste caso consiste apenas de um único resistor de valor  $R_c$ .

A resistência interna,  $R_s$ , de uma fonte de tensão ideal é nula; isto é, a fonte de tensão ideal é capaz de fornecer (ou absorver) qualquer quantidade de corrente sem alterar a diferença de potencial na carga; isto é, sem alterar  $V_c$ . O valor desta corrente depende apenas do valor do resistor de carga  $R_c$ . Em outras palavras, para uma fonte de tensão ideal temos  $R_s = 0$ ,  $V_c = V_o$  e  $I_c = V_o/R_c$ . Se esta fonte for ligada a um circuito aberto ( $R_c = \infty$ ), a corrente através da fonte será nula, assim como também será nula a potência fornecida ou absorvida. Se conectada a uma resistência de carga finita, a corrente através da carga será maior quanto menor for o valor da resistência de carga e se aproximará de infinito quando a resistência de carga for nula (isto é, quando  $R_c = 0$  a fonte estará em curto-circuito e a corrente será infinita).

Portanto, uma fonte de voltagem (ou tensão) ideal é um dispositivo que mantém uma voltagem fixa, igual a  $V_c = V_o$ , entre os seus dois terminais,  $a$  e  $b$ , independentemente da corrente fornecida (ou absorvida).

Como nenhuma fonte de tensão real é ideal, as fontes reais possuem uma resistência interna,  $R_s$ , que limita o valor da corrente que ela pode fornecer. A máxima corrente possível acontece quando os terminais  $a$  e  $b$  estão em curto, resultando  $R_c = 0$  e  $I_c^{max} = V_o/R_s$ . O valor da resistência interna das boas fontes eletrônicas comerciais é muito pequeno, podendo ser considerado nulo em todas as aplicações deste curso. Porém, isto não é verdade para outras fontes comuns, como por exemplo as baterias (veremos um pouco mais sobre isso na seção 4.4.1).

As fontes de tensão reais, como a da Figura 3.6 operando no modo limitado por tensão, possuem uma segunda limitação. Com a finalidade de proteger o circuito interno da fonte contra excesso de corrente na saída, o fabricante especifica qual o valor máximo da corrente na carga quando a fonte opera no modo limitado por tensão. No caso da fonte exemplificada na foto, o valor máximo da corrente quando o controle da corrente está no máximo, é de 2 A. Se o valor da resistência de carga é diminuído, na tentativa de aumentar-se o valor da corrente acima do especificado, a fonte responde diminuindo a tensão de saída a fim de manter a corrente fixa no seu limite máximo de 2 A. Nesta situação, a fonte deixa de ser limitada

por tensão e passa a ser limitada por corrente. Em outras palavras, ela deixa de ser uma fonte de tensão e passa a ser uma fonte de corrente.

Uma fonte de corrente ideal possui resistência interna infinita ( $R_p = \infty$ ) e produz uma corrente,  $I_o = I_c$ , cujo valor é independente do valor da resistência de carga  $R_c$ . Vamos agora estudar quais as consequências desta definição. Primeiro, uma fonte de corrente especificada com corrente nula é equivalente a um circuito aberto. Segundo, se uma resistência de carga é conectada aos terminais de uma fonte de corrente ideal, o valor da voltagem através da fonte aumenta quando o valor da resistência de carga aumenta, a fim de manter-se a corrente constante. Isto significa que, se o valor da resistência de carga se aproxima do infinito (circuito aberto) a voltagem também tende a infinito. Mas, como é que uma fonte de corrente pode fornecer corrente quando os seus terminais estão abertos? Portanto, é claro que tem algo errado e o que está errado é que uma fonte de corrente ideal não existe!

A primeira limitação de uma fonte de corrente real, comparada com a ideal, é que ela possui um valor máximo para a sua tensão de saída, analogamente ao que ocorre com a fonte de tensão real discutida nos parágrafos anteriores. No caso da fonte exemplificada na Figura 3.6 a tensão máxima é de 30 V quando o controle de tensão está no máximo. Quando a resistência da carga é aumentada, com a intenção de aumentar-se a tensão acima do valor especificado, a fonte responde diminuindo a corrente. Nesta situação ela deixa de ser uma fonte de corrente e passa a ser uma fonte de tensão.

A segunda limitação de uma fonte de corrente real é que ela possui uma resistência interna finita, o que limita o valor da tensão na carga. O maior valor de tensão na carga ocorre quando  $R_c = \infty$ , resultando  $I_c = 0$  e  $I_p = I_o$ , tal que  $V_c^{max} = R_p I_o$ . No caso da maioria das fontes eletrônicas comerciais pode-se considerar  $R_p = \infty$  e o controle da tensão máxima é implementado eletronicamente.

Retorne agora para a Figura 3.9 e determine por você mesmo quais as situações em que a fonte opera como fonte de tensão ou fonte de corrente? Estudaremos um pouco mais sobre este assunto no capítulo 4.

### 3.3 A placa de montagens e os circuitos

A forma mais prática e corriqueira de montar-se um circuito eletrônico é através de uma placa de montagem (chamada em inglês de *protoboard* ou *breadboard*). Nesta placa, uma grande parte dos componentes eletrônicos; tais como resistores, capacitores, diodos e circuitos integrados podem ser rapidamente conectados sem a necessidade de solda.

A placa de montagens é fantástica no que diz respeito à sua reconhecida praticidade para realização de testes. Qualquer circuito pode ser fácil e rapidamente instalado, testado, modificado e novamente testado em poucos minutos. Além disso, as conexões entre os componentes e placa não são destrutivas, permitindo que os mesmos possam ser posteriormente reutilizados em outras montagens.

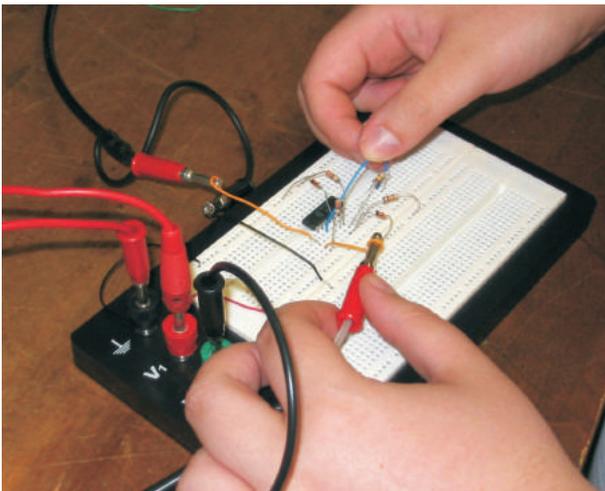


Figura 3.11: Um aluno testando seu circuito na placa de montagens.

Por estes motivos, o primeiro estágio do desenvolvimento de um circuito eletrônico é quase sempre realizado em uma placa de montagens. Somente após estarmos seguros e convencidos de que o circuito desempenha a função desejada é que ele é transferido para uma estrutura mais definitiva (e geralmente irreversível) como, por exemplo, para uma placa de circuito impresso.

Frequentemente, por falta de tempo ou recursos, o circuito teste montado numa placa de montagem é utilizado de forma definitiva durante anos. Isto só é possível porque uma boa placa de montagem é robusta e, se manuseada com cuidado, pode manter intactas as características originais do circuito durante um longo tempo. Um rápido passeio pelos nossos laboratórios de pesquisa lhes mostrará inúmeros exemplos desta natureza.

O trabalho de montagem de um circuito na placa de montagens é artesanal e exige, por parte do experimentador, uma boa dose de “bom senso” e uma outra pitada de dotes artísticos, além, é claro,

de conhecimentos técnicos. A forma correta de montar-se um circuito na placa envolve diversos truques que serão aprendidos somente com a prática e, por isso, é difícil enumerá-los e descrevê-los na forma de um manual. Portanto, tenham calma e perseverança. No início suas montagens ficarão parecidas com um “ninho de pombos” mas, com o tempo você vai aprender a aprimorar suas habilidades (vide Figura 3.11).

Bom, o que é uma placa de montagem? Existem modelos diferentes mas, em geral, ela é algo parecido com o esquema mostrado na Figura 3.12. Os terminais dos componentes são inseridos nos orifícios de uma matriz de plástico (pequenos círculos negros no diagrama abaixo), os quais são guarnecidos internamente por soquetes metálicos. Estes soquetes estão interconectados em grupos, denotados na Figura pelas letras A e B.

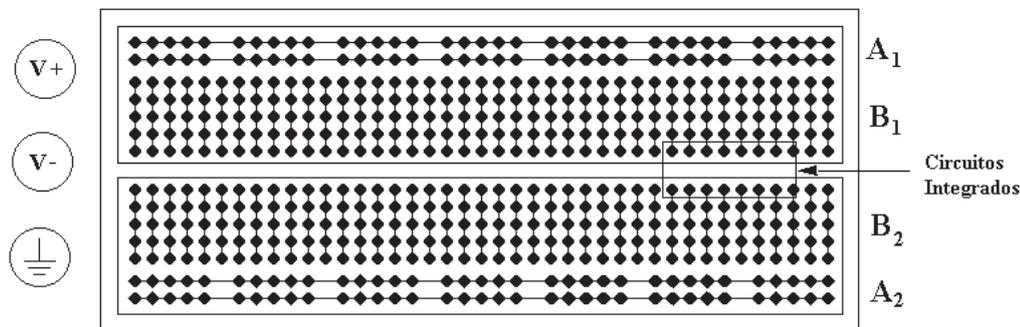


Figura 3.12: Esquema das conexões internas de uma placa de montagem típica.

Os grupos A1 e A2 são idênticos e cada um composto de duas linhas de contatos horizontais. Nos grupos B1 e B2, também idênticos entre si, os contatos se fazem na vertical. Duas colunas verticais quaisquer do grupo B não fazem contatos entre si, assim como, duas horizontais do grupo A.

Os terminais dos componentes (incluindo fios metálicos de diâmetro não maior que o de calibre 22) podem ser inseridos nos orifícios da placa de montagem e se tornam automaticamente conectados ao mesmo conjunto de contatos da sua linha ou coluna correspondente. Circuitos integrados são normalmente conectados ao longo da divisão central da placa, conforme mostra a figura.

Com certeza, vocês encontrarão bastante facilidade em montar circuitos na placa de montagem (a perfeição vem com a prática), porém, chamamos a atenção para alguns cuidados básicos:

1. Normalmente os componentes e fios ficam firmemente presos nos contatos, todavia, é aconselhável manusear a placa com cuidado.
2. A ponta de prova do osciloscópio que for guarnecida de conectores do tipo “jacaré” pode ser conectada diretamente nos terminais dos componentes, no ponto em que eles emergem do contato, porém, é aconselhável conectar um pedaço extra de fio em um dos orifícios do conjunto e conectar a ponta de prova na outra extremidade do fio (vide Figura 3.11) pois isto evita torcer o terminal do componente e deterioração do contato elétrico.
3. Os agrupamentos horizontais longos (do tipo A) são normalmente utilizados como pontos de distribuição de tensões comuns do circuito, como por exemplo, tensões de alimentação e terra.
4. A maioria das placas de montagens possui conectores (do tipo banana) para interligação da fonte de alimentação (tensões V+, V- e terra) com os orifícios da placa.
5. Alguns componentes eletrônicos, tais como capacitores grandes, na faixa de acima de  $\mu\text{F}$  ou acima, e diodos de potência, possuem terminais mais resistentes e de grosso calibre (acima de calibre 22). Estes não devem ser inseridos diretamente nos orifícios da placa. Uma sugestão é soldar pedaços de fios de menor calibre nos seus terminais e utilizar a outra ponta do fio para as conexões.
6. Tomando cuidado, os circuitos (bem) montados em placas de montagem podem funcionar perfeitamente durante anos, porém, eles são considerados frágeis e muito suscetíveis a captação de ruído por interferência. Portanto, uma vez testada, a versão final do protótipo deve ser montada em placa de circuito impresso e acondicionado em um gabinete apropriado.

### 3.3.1 Algumas convenções gráficas

Nos livros textos que você for estudar ou em qualquer texto sobre Eletrônica, os esquemas dos circuitos mostram os fios através de linhas retas que se cruzam para simbolizar uma junção física entre ambos, ou através de linhas retas que no ponto de cruzamento saltam uma sobre a outra, o que é denotado por um meio círculo como mostrado na Figura 3.13, para simbolizar que ambos não estão conectados entre si.

Eu, particularmente, não gosto desta maneira de representar as conexões elétricas e, de fato, os textos mais modernos utilizam uma convenção na qual linhas que se cruzam não fazem contato entre si e, quando o fazem isto é representado por um círculo cheio no ponto de cruzamento.

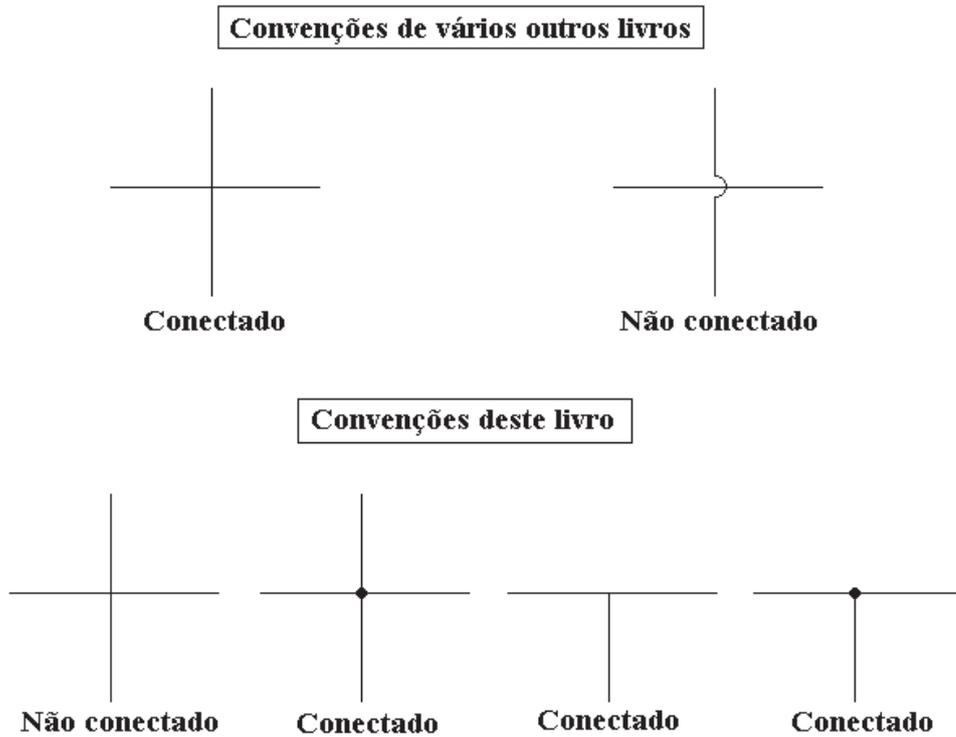


Figura 3.13: Convenções utilizadas para simbolizar as conexões elétricas em um diagrama.

### 3.3.2 Contatos imediatos com a placa de montagem

Nesta prática implementaremos e observaremos o funcionamento de dois circuitos, do tipo daqueles que você encontraria nas revistas de eletrônica adquiridas em uma banca próxima de sua casa. O objetivo é mostrar que montar um circuito não é uma tarefa impossível, muito menos difícil. Você pode não entender como é que ele funciona mas, com certeza, vai saber reconhecer se ele está funcionando ou não (o que já é um grande aprendizado!).

Alem disso, esta prática vai servir para você praticar as técnicas de manuseio dos componentes e a sua inserção na placa de montagem.

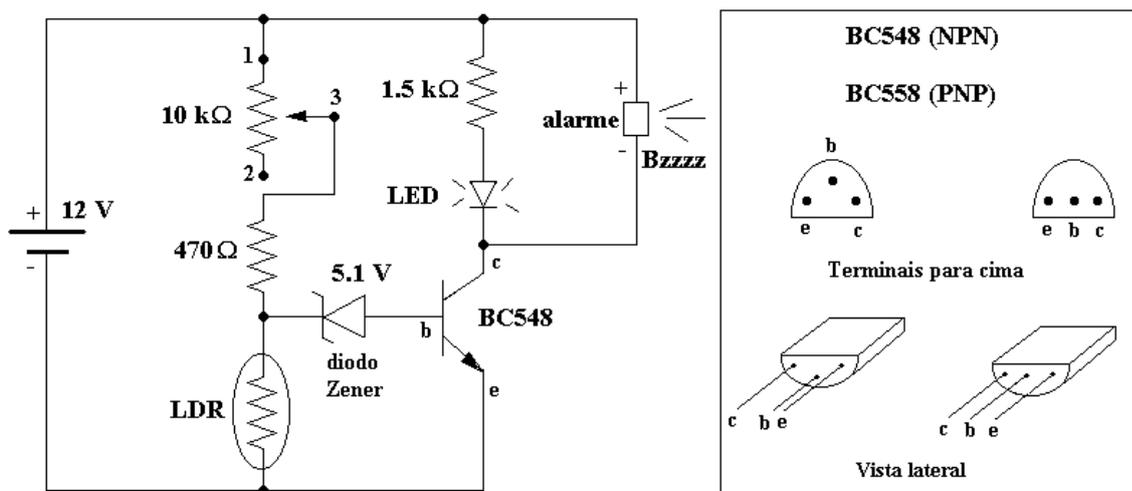


Figura 3.14: Esquema elétrico de um sensor de luminosidade.

#### 3.3.2.1 Prática: Sensor de luminosidade

As propriedades óticas do LDR possibilitam o seu uso como um ótimo sensor luminoso. O circuito mostrado na Figura 3.14 exemplifica uma aplicação típica, no qual o LDR é utilizado para ativar um

transistor, que por sua vez irá acender uma lâmpada (no caso, um LED) e acionar um alarme sonoro, sempre que escurecer. Monte o circuito e brinque com ele em diversas condições de luminosidade.

Observe que o resistor de  $10\text{ k}\Omega$  é um potenciômetro. Ele tem três terminais e o terminal 3 é o variável, enquanto que o terminal 2 deve ser deixado desconectado. Pergunte se não entender.

Talvez seja necessário aumentar o valor do potenciômetro para compensar o fato de que o LDR que você está usando é diferente daquele que eu usei quando estabeleci o projeto do circuito (por exemplo, de  $470\text{K}$  para  $1\text{M}$  ou  $100\text{K}$ ). Tenha em mente que a voltagem com relação ao emissor do transistor - no ponto que une o potenciômetro, o diodo e o LDR - deve estar na faixa de  $2\text{-}3\text{ V}$  quando o LED estiver apagado.

Ajuste o potenciômetro de tal forma que o LED esteja apagado, mas no limiar de acender quando na luz ambiente. Faça este ajuste de tal forma que o LED acenda e acione o *buzzer* quando você faz sombra no LDR com a sua mão.

**Atenção:** O próximo circuito utiliza um alto-falante, em lugar do *buzzer* e ambos devem estar sobre a sua bancada de trabalho. Por isso, não troque um pelo outro senão você vai queimar o alto-falante.

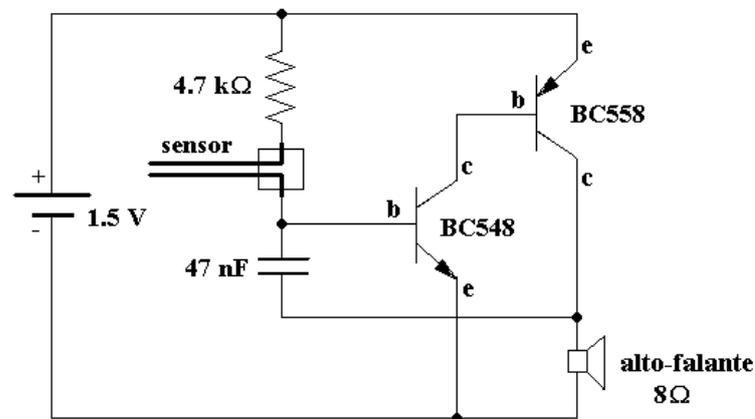


Figura 3.15: Esquema elétrico de um sensor de umidade.

### 3.3.2.2 Prática: Sensor de umidade

O seguinte circuito é um detector de umidade. Uma aplicação bastante simples seria a de dar um aviso (sonoro ou visual) quando um vaso de flor estiver necessitando ser regado (um bom presente para sua mãe no Dia das Mães). O sensor utilizado consiste simplesmente de dois fios condutores paralelos e próximos. Quando entre eles existe apenas ar, ou algum material isolante (como a terra seca), a corrente não flui entre eles. Como terra+água é condutor elétrico, a sua presença de água entre os fios diminui a resistência entre eles e a corrente passa a fluir. Quando isso ocorre, o conjunto formado pelos dois transistores é acionado, fazendo com que todo o circuito entre em oscilação produzindo som no alto-falante. O som do alto-falante não é muito alto e a sua frequência deve aumentar quando a resistência do sensor diminui (quando aumenta a umidade).

Brinque com o circuito tocando o sensor com os dedos levemente umedecidos. Não se preocupe, não vai dar choque. Experimente pressionar contra os dois fios do sensor um pedaço de papel seco. Umedeça o papel e repita o experimento.

### 3.3.2.3 Outras utilidades do símbolo de terra

Explicamos anteriormente que existe no laboratório pontos que estão fisicamente conectados no solo através de fios condutores (em particular, este é o caso do terceiro pino das tomadas de força). Entretanto, nos esquemas elétricos o símbolo de terra não é utilizado apenas para significar este tipo de aterramento físico.

Na maioria das vezes este símbolo assinalado em algum ponto de um esquema, NÃO quer significar que este dado ponto deva ser conectado ao terra do laboratório, pois quase sempre ele é utilizado com uma segunda intenção.

Vou explicar melhor utilizando a Figura 3.16 na qual os circuitos anteriores foram novamente desenhados segundo um outro critério. Para esta nova maneira de desenhar o circuito nós notamos que os

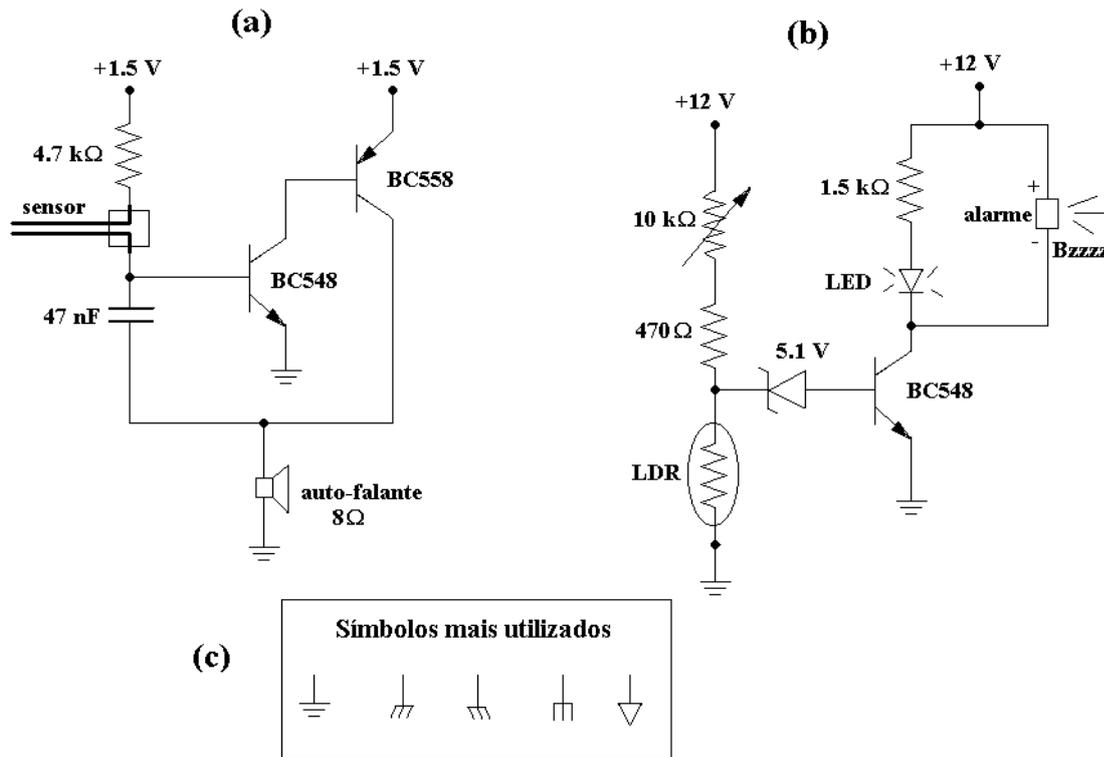


Figura 3.16: Esquema elétrico dos sensores de umidade (a) e luminosidade (b) utilizando o conceito de ponto comum representado pelo símbolo terra. Em (c) são mostrados alguns símbolos diferentes também utilizados para representar pontos comuns em um circuito.

circuitos anteriores possuíam **pontos comuns** que eram compartilhados por vários componentes. No caso do circuito da Figura 3.16(a), estes pontos comuns correspondem ao terminal negativo da bateria, ao emissor de um dos transistores e a um dos terminais do alto-falante; os quais estão todos no mesmo potencial elétrico. Caso similar é o da Figura 3.16(b), na qual os pontos comuns correspondem ao terminal negativo da bateria, a um dos terminais do LDR e ao emissor do transistor.

Utilizando este fato, é possível redesenhar os circuitos omitindo-se várias linhas, o que facilita a sua visualização. Para isso, representamos o ponto comum pelo mesmo símbolo que é utilizado para o terra.

Notem que não foi necessário mostrar neste novos desenhos o esquema da fonte de alimentação pois fica implícito que o seu terminal negativo fica conectada ao ponto comum simbolizado pelo símbolo de terra. Pode não parecer, mas esta simplificação representa um ganho enorme na clareza dos desenhos. Imaginem um circuito mais complicado no qual a fonte alimenta dezenas de componentes: a omissão das conexões elétricas entre os terminais da fonte e os diferentes componentes representa uma economia de centenas de traços no esquema. Obviamente, o desenho fica mais fácil de ser interpretado.

Uma certa vez, em uma certa aula, um certo aluno inteligente, percebeu o que eu estava querendo dizer e, emocionado, observou em voz alta: “Professor ... agora entendi ... quer dizer então que os dois circuitos são **semelhantemente ... iguais!**”

Uhrrowuwww! (meu Hottvalei rosnou!)

Circuitos mais complexos podem possuir diversos conjuntos de pontos comuns e para representá-los utiliza-se diferentes símbolos sendo os mais comuns aqueles mostrados na Figura 3.16(c).

### 3.4 O osciloscópio

Minha premissa é que os conceitos básicos da teoria dos osciloscópios, sejam eles analógicos ou digitais, já foram lhes apresentados em cursos anteriores. Por isso, aqui faremos apenas uma breve apresentação de algumas características dos osciloscópios mais comuns, com a finalidade de ressaltar aspectos importantes e necessários para o nosso trabalho de laboratório. Durante o restante deste curso, outras características importantes dos osciloscópios serão discutidas oportunamente.

Os osciloscópios podem ser considerados como voltímetros especiais que permitem a visualização da dependência temporal da diferença de potencial  $V_{ab}(t)$  entre dois pontos,  $a$  e  $b$ , de um circuito. Através dos ajustes do osciloscópio pode-se selecionar um intervalo de tempo qualquer, definido pelos seus extremos  $t_1$  e  $t_2$ , com  $t_2 > t_1$ , no qual a observação vai ser realizada.

No caso dos osciloscópios analógicos mais comuns, é necessário que o sinal observado seja repetitivo, a fim de que as sucessivas varreduras do feixe eletrônico fiquem superpostas na tela de visualização.

Os osciloscópios digitais também podem operar desta maneira, porém, como eles possuem memória, eles são capazes de registrar um único transiente ocorrendo no intervalo  $t_1$  a  $t_2$ , desde que apropriadamente programados.

### 3.4.1 O sincronismo do osciloscópio

Para que os osciloscópios possam mostrar o sinal de entrada de forma repetitiva, eles devem possuir um circuito interno de sincronismo (denominado em inglês por *trigger*).

Uma varredura sincronizada começa no canto esquerdo da tela (no caso dos analógicos) ou no centro da tela (digitais) e em um ponto selecionado do sinal, propiciando uma visualização estável. Desta maneira, é possível visualizar-se sinais periódicos, como senoidais ou quadrados, e também sinais não periódicos, como transientes ou pulsos repetitivos, que não ocorrem periodicamente a uma frequência constante.

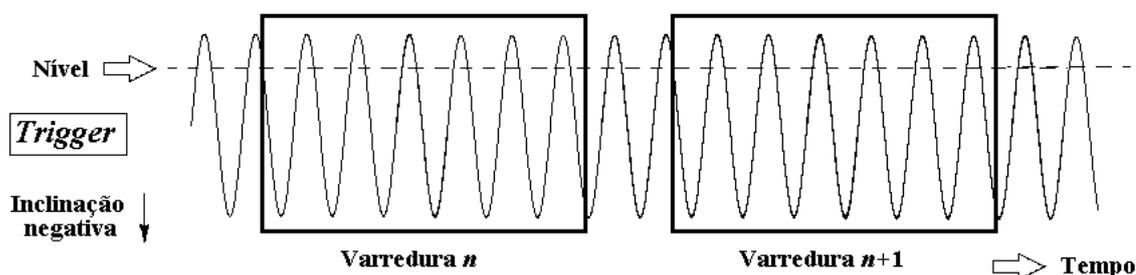


Figura 3.17: Exemplo no qual um sinal senoidal é capturado pelo osciloscópio analógico de forma repetitiva e sincronizada. O nível selecionado para o *trigger*, com inclinação negativa, está indicado em linha tracejada.

A Figura 3.17 mostra um exemplo no qual uma onda senoidal é visualizada pelo osciloscópio analógico. Se o sistema de sincronismo está corretamente programado, as sucessivas varreduras iniciam sempre quando o sinal de entrada possui as mesmas características definidas por um “nível” e “inclinação” (*level* e *slope*). Nos osciloscópios analógicos, a varredura inicia no canto esquerdo da tela quando o sinal de entrada atinge o nível e inclinação selecionados. Nos digitais, a varredura inicia geralmente no centro da tela, o que permite observar-se eventos que ocorrem antes no disparo do sinal.

Em osciloscópios mais versáteis, o sinal a ser observado e o sinal utilizado pelo circuito de sincronismo são independentes. Por exemplo, é possível observar-se o sinal na entrada do “Canal 1” enquanto que o sincronismo é realizado através do sinal na entrada do “Canal 2”. Além disso, a maioria dos osciloscópios possui também uma entrada adicional, chamada “Externa”, cujo sinal também pode ser utilizado para sincronizar a varredura. Adicionalmente, os osciloscópios possuem geralmente a opção de sincronizar as varreduras com o sinal da rede de alimentação 127/220 Vrms. Em cada caso deve-se selecionar a “fonte” do sincronismo (ou *trigger source*) para “Canal 1”, “Canal 2”, “Externo” ou “Line”, respectivamente.

Entre duas varreduras consecutivas existe um “tempo morto” (chamado de *holdoff*) no qual o feixe eletrônico é apagado (para evitar o “retraço”) e retornado à sua posição inicial. Em alguns osciloscópios mais especiais, o tempo de *holdoff* pode ser ajustado a critério do experimentador, a fim de se evitar que pulsos espúrios disparem a varredura erroneamente; entretanto este é um assunto especializado cuja discussão mais aprofundada será deixada para o futuro.

### 3.4.2 As entradas do osciloscópio

Para que o osciloscópio possa ser utilizado corretamente, e sem causar acidentes, é necessário entender a configuração elétrica de suas entradas.

Como já dissemos, o osciloscópio é similar a um voltímetro no sentido que ele mede diferenças de potencial. Portanto, cada uma de suas entradas deve possuir dois terminais. Assim, um osciloscópio de dois canais deve possuir 4 terminais e, agregue-se a isto mais dois terminais para o sinal de *trigger* externo.

Isto está correto mas, há um detalhe importante que deve ser levado em conta e ele está mostrado na Figura 3.18.

**Todas as entradas do osciloscópio possuem um terminal comum que está conectado à terra.**

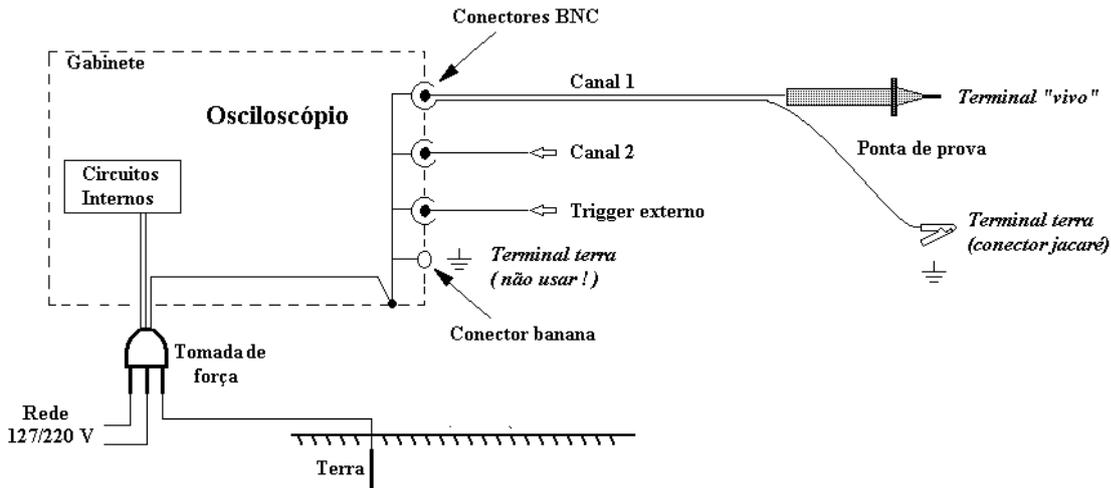


Figura 3.18: Esquema elétrico do aterramento das entradas de um osciloscópio

Na maioria dos osciloscópios os conectores das entradas são do tipo BNC, que possuem uma capa metálica externa, na forma cilíndrica oca, e um condutor metálico central, isolados eletricamente entre si e formando uma estrutura do tipo “cabo coaxial”. Estes dois elementos são os dois terminais da entrada e, por razões de normas de segurança, o conector externo é conectado ao terra do instrumento, que por sua vez está conectado ao gabinete e ao terra do laboratório através do terceiro pino da tomada de força. Os “terminais vivos” de cada entrada são os correspondentes condutores internos.

Normalmente utiliza-se pontas de prova para conectar-se o osciloscópio ao circuito aferido. Nestas pontas, um dos terminais é acoplado a uma garra do tipo “jacaré”, enquanto que o outro, denominado de “terminal vivo” é no formato de uma “caneta” plástica com uma ponta metálica fina na forma de um gancho. Para simplificar, o diagrama mostra apenas uma ponta de prova conectada ao canal 1. Os terminais em garra jacaré são os que estão ligados ao terra do instrumento.

É importante você notar, como mostra a Figura 3.18, que os condutores externos dos conectores do osciloscópio estão ligados todos entre si.

Sendo que esta configuração é a mesma para todas as entradas, todas elas compartilham uma ligação comum: o terra. Assim, os dois canais de entrada não são conectados ao mundo exterior através de 4 terminais (dois para cada), mas sim, através de 2 terminais (um para cada) e mais um comum que é o terra.

O sinal elétrico medido pelo canal 1 é a diferença de potencial entre o condutor interno deste canal e o terra, enquanto que o medido pelo canal 2 é entre o seu condutor interno e o mesmo terra.

Concluindo, já dá para imaginar que um osciloscópio mal conectado no circuito poderá causar curto-circuitos e acidentes graves. Em outras palavras, é possível que o “tiro saia pela culatra” pois, o que foi feito em prol de uma norma de segurança poderá causar, como consequência, o próprio acidente.

Mas, isso nunca vai acontecer se você prestar atenção e souber utilizar bem o seu osciloscópio.

A Figura 3.19 mostra dois exemplos em que o osciloscópio está conectado de forma ERRADA.

No caso da Figura 3.19(a) as pontas de prova do osciloscópio foram conectadas com a intenção de medirem-se as diferenças de potenciais  $(V_a - V_b)$  e  $(V_c - V_d)$ . Entretanto, o resultado desta medida mal feita, provocou-se um curto-circuito entre os pontos  $b$  e  $d$ . Desta maneira a corrente fornecida pela bateria, que deveria ser  $V/(R_1 + R_2 + R_3)$  passou a ser  $V/R_1$ , que poderá ser bem maior que a anterior. Sem dúvida, este erro poderá causar danos sérios ao circuito aferido.

No caso da Figura 3.19(b) a intenção era medir  $(V_b - V_a)$  e  $(V_c - V_d)$ , mas, o resultado foi um curto-circuito na bateria. Dá prá imaginar qual será a consequência deste experimento mal realizado?

Uma medida correta está exemplificada na Figura 3.20. Neste exemplo, medem-se as diferenças de potencial  $(V_a - V_b)$  e  $(V_c - V_b)$ , corretamente. Nota-se que os dois terminais terra das duas pontas de prova estão conectados em um mesmo ponto do circuito e este é o procedimento que sempre deverá ser seguido.

**Todos os terminais terra do osciloscópio (terminal jacaré) devem estar conectados em um ponto comum.**

O procedimento padrão de aterrar-se o condutor externo dos conectores BNC não se aplica somente para os osciloscópios. A maioria dos outros instrumentos elétricos de bancada também adota esta mesma

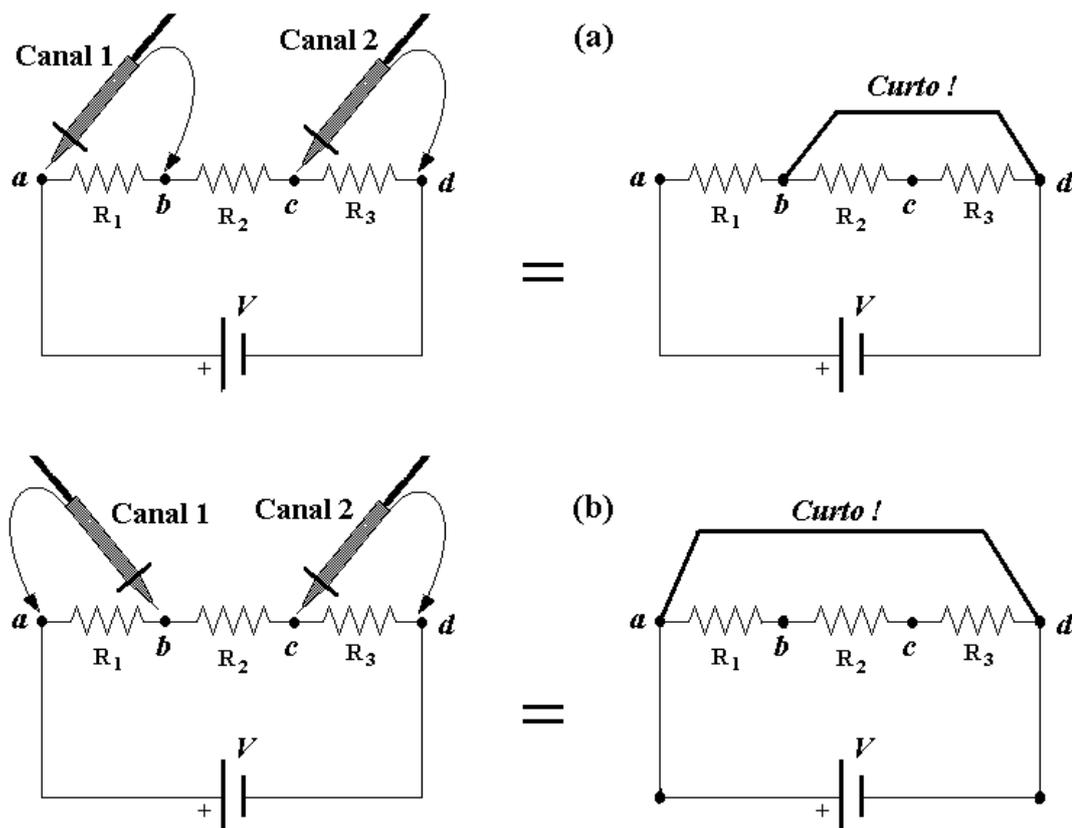


Figura 3.19: Dois exemplos de como o osciloscópio NÃO DEVE SER CONECTADO.

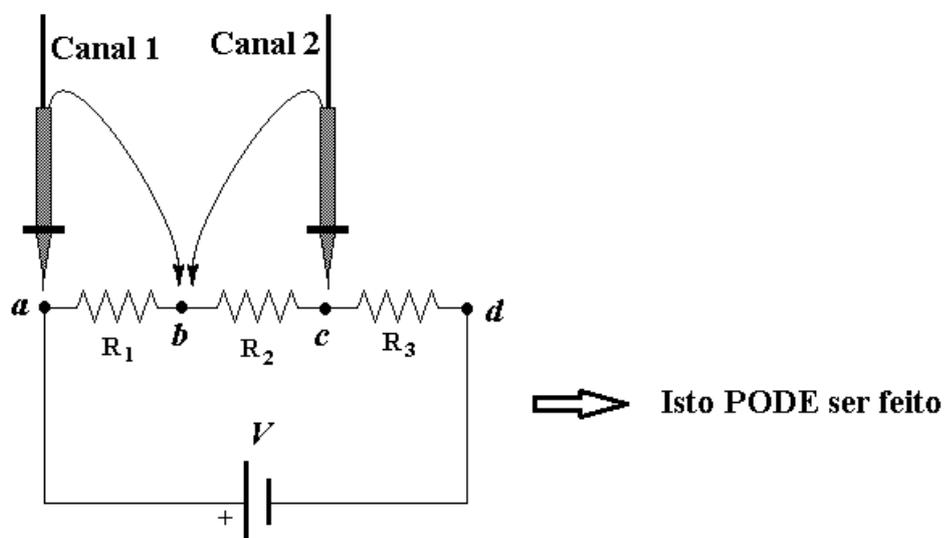


Figura 3.20: Um exemplo no qual o osciloscópio está conectado corretamente.

configuração, como é o caso dos geradores de função, também chamados de geradores de áudio. As saídas de um gerador de áudio também possuem um ponto comum, que também está conectado ao terra do laboratório através do terceiro pino da tomada de força.

Portanto, poderemos encontrar problemas quando um gerador de áudio e um osciloscópio forem simultaneamente conectados a um circuito; se não fizermos as conexões corretamente.

Um circuito simples que envolve simultaneamente conexões com um gerador de áudio e um osciloscópio está mostrado na Figura 3.21. O terminal aterrado do gerador está no ponto  $b$ , assinalado pelo símbolo de terra.

Na Figura 3.21(a) os dois terminais terra do osciloscópio estão corretamente conectados em um mesmo ponto (assinalado por  $d$ ), obedecendo à regra que acabamos de ensinar, entretanto, o curto-circuito ocorreu porque o terra do osciloscópio não era compatível com o do gerador, isto é, o curto ocorreu através do

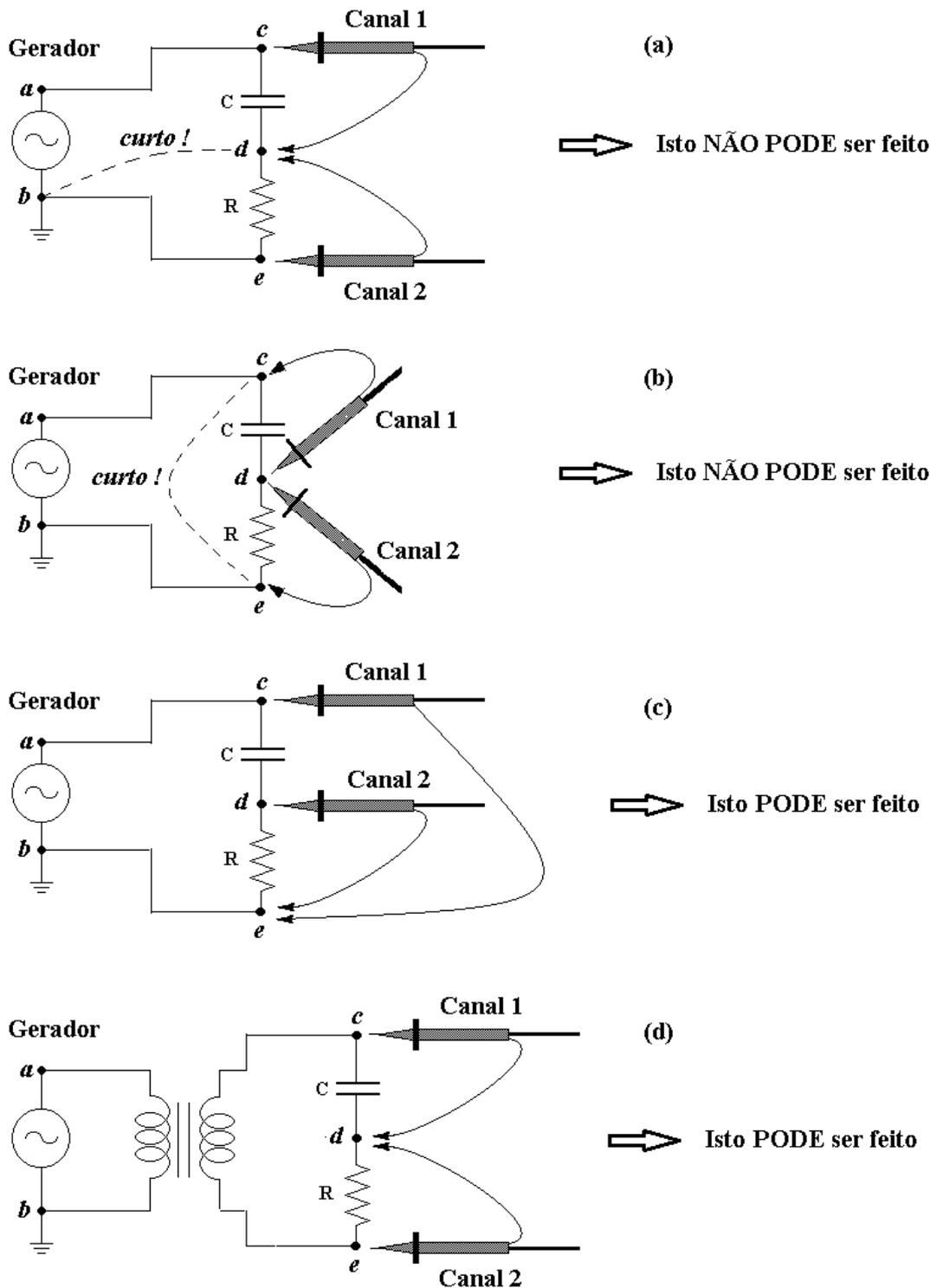


Figura 3.21: Exemplos de ligação do osciloscópio em um circuito que é alimentado por um gerador de áudio. Em (a) e (b) as conexões estão erradas, enquanto que em (c) e (d) elas estão corretas.

terceiro pino da tomada de força.

Para que as conexões da Figura 3.21(a) pudessem se tornar corretas, seria necessário “flutuar” o gerador, isto é, desconectar o seu terceiro pino da tomada de força. De fato, este é um procedimento usado de forma corriqueira por diversos pesquisadores e técnicos, mas, não se iludam, pois ele É INCORRETO, simplesmente porque ele desrespeita uma norma de segurança.

No caso da Figura 3.21(b) o canal 2 do osciloscópio está corretamente conectado, mas, o problema é que o terra do canal 1 produziu o curto-circuito entre os terminais do gerador. Observem que este problema não poderia ser solucionado flutuando-se o gerador ou o osciloscópio.

O caso correto da Figura 3.21(c) mostra o experimento em que se mede no canal 1 a diferença de

potencial nos terminais do gerador ( $V_a - V_b = V_c - V_e$ ) e, no canal 2, a diferença de potencial nos terminais do resistor ( $V_d - V_e$ ).

Para exercitarmos a nossa habilidade, pergunto: é possível medir simultaneamente as ddps do gerador e do capacitor? A resposta é sim e, para isso, basta manter as conexões do osciloscópio e do gerador e inverterem-se as posições dos dois componentes, resistor e capacitor.

Ainda mais, é possível medir simultaneamente as ddps dos dois componentes, resistor e capacitor? A resposta é não.

Entretanto, uma solução elegante (mas, talvez, dispendiosa) a este problema seria o emprego de um transformador, como mostra a Figura 3.21(d). Como o transformador permite o isolamento elétrico entre o gerador e o circuito em análise, torna-se possível executar a montagem anterior, da Figura 3.21(a), sem que exista a possibilidade de curto-circuito entre os terras do gerador e do osciloscópio. Para este tipo de aplicação o transformador é denominado de “transformador isolador”.

Porem, observem atentamente um pequeno detalhe. Para respeitar a lei das malhas, a voltagem no capacitor teria que ser  $(V_c - V_d)$  e, coerentemente, a voltagem no resistor seria  $(V_d - V_e)$ . Entretanto, o que vai ser medido é  $(V_c - V_d)$  e  $(V_e - V_d)$ . Dá para compreender que tem um sinal trocado nesta medida?

Mais uma pergunta: com o circuito da Figura 3.21(c) é possível medir-se a diferença de potencial no capacitor? Sim, mas para realizar-se este feito é necessário conhecer um pouco mais os recursos dos osciloscópios.

Utilizando-se do circuito da Figura 3.21(c) coloca-se o osciloscópio no modo de “soma” (ou *add*), no qual o traço mostrado na tela será a soma dos dois canais, isto é  $(V_c - V_e) + (V_d - V_e)$ . Em seguida, inverte-se o canal 2, que é um recurso que a maioria dos osciloscópios possui, para se obter  $(V_c - V_e) - (V_d - V_e) = (V_c - V_d)$ , que é exatamente a voltagem no capacitor.

Bom, por enquanto vamos parar por aqui, mas, com a certeza de que voltaremos a discutir outras características e recursos dos osciloscópio ao longo deste curso.

Parte I

**Circuitos elétricos**

## Capítulo 4

# Análise dos circuitos de corrente contínua

Aprenderemos neste e no próximo capítulo alguns conceitos suficientemente poderosos que facilitarão a análise da maioria dos circuitos elétricos que estudaremos neste curso.

Os circuitos utilizados como exemplos serão constituídos por apenas dois tipos de componentes - baterias e resistores - e, por isso, os conceitos apresentados serão implementados com certa facilidade.

Ao longo do curso, outros componentes integrarão parte do cenário - geradores de corrente alternada, capacitores, indutores, transistores e dispositivos em geral - casos em que as correntes, voltagens, assim como os valores dos componentes, poderão ser mais apropriadamente descritos através de números complexos, vetores ou de outras entidades mais exóticas.

Isto significa que, futuramente, teremos que introduzir ferramentas matemáticas mais elaboradas e sofisticadas, mas, os conceitos fundamentais serão ainda os mesmos.

### 4.1 As leis de Kirchhoff

Para calcular a diferença de potencial ou a corrente entre os terminais de um determinado componente do circuito, utilizam-se as **leis de Kirchhoff**. A primeira lei de Kirchhoff, diz que a soma algébrica das correntes em qualquer nó é zero (um nó é o ponto no qual três ou mais condutores se juntam). Simbolicamente, se  $N$  correntes fluem através de um nó, então:

$$\sum_{n=1}^N I_n = 0 \quad \text{lei dos nós} \quad (4.1)$$

Observe que esta equação é essencialmente uma consequência direta da continuidade da corrente: pode também ser encarada como resultado da conservação da carga elétrica. A segunda lei de Kirchhoff diz que a soma algébrica das diferenças de potencial ao longo de qualquer laço de circuito é zero. Simbolicamente, se existem  $M$  componentes em um laço:

$$\sum_{m=1}^M V_m = 0 \quad \text{lei das malhas} \quad (4.2)$$

Esta equação é consequência da conservação de energia.

Todavia, lembre-se que as Leis de Kirchhoff representam aproximações válidas somente quando a frequência de operação do circuito for baixa. Isto é, estas leis não se aplicam nos casos em que a corrente (ou tensão) varia muito rapidamente com o tempo. Quando a variação da corrente for descrita por uma frequência,  $f$ , especificamente, na faixa de ondas de rádio ou acima, o comprimento de onda associado ( $= c/f$ , onde  $c$  é a velocidade da luz) se torna comparável às dimensões físicas do circuito e, neste caso, o problema só pode ser adequadamente descrito através das **equações de Maxwell**.

### 4.2 A matemática dos circuitos de corrente contínua

Geralmente, a análise de circuitos resume-se a encontrar o valor da corrente e da diferença de potencial nos diversos componentes que constituem o circuito em estudo. Para se ter uma noção do que isso significa vamos olhar para o circuito da Figura 4.1(a). Se nós conhecemos a lei de Ohm e sabemos como calcular o resistor equivalente de associações de resistores em série e em paralelo, este circuito pode ser facilmente analisado.

Veja bem, o resistor  $R_1$  está em série com a combinação em paralelo de  $R_2$  e  $R_3$  e, estes 3 resistores juntos são equivalentes a um único resistor de valor  $R_e = R_1 + (R_2 \parallel R_3) = R_1 + R_2 R_3 / (R_2 + R_3)$ . O símbolo  $\parallel$  significa “em paralelo com”.

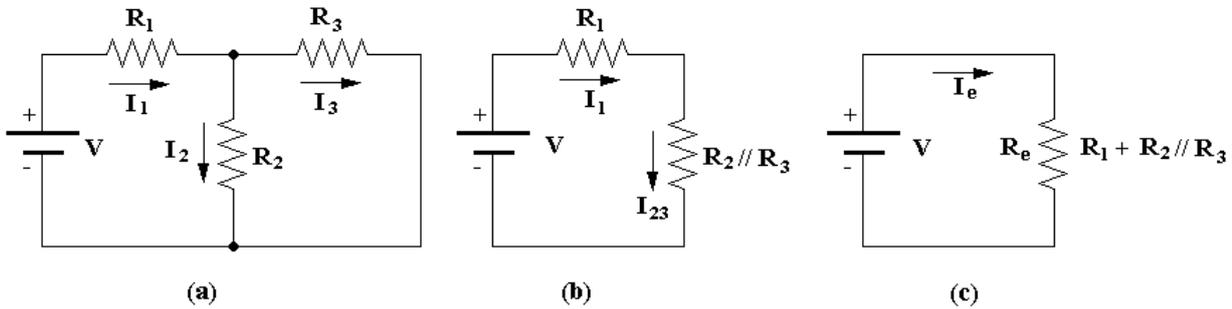


Figura 4.1: Circuito elétrico formado por baterias e resistores.

Portanto, a corrente que circula em  $R_e$  pode ser calculada pela lei de Ohm,  $I_e = V/R_e$ . Esta corrente é também a mesma que flui através da bateria  $V$ , pelo resistor  $R_1$  e pela combinação em paralelo de  $R_2$  e  $R_3$ , isto é,  $I_e = I_1 = I_{23}$ . Ainda, as voltagens nos resistores  $R_2$  e  $R_3$  são iguais, ou  $V_2 = V_3 = (R_2 \parallel R_3)I_1 = R_2 I_2 = R_3 I_3$ . Logo,  $I_2 = (R_2 \parallel R_3)I_1/R_2 = R_3 I_1 / (R_2 + R_3)$  e  $I_3 = (R_2 \parallel R_3)I_1/R_3 = R_2 I_1 / (R_2 + R_3)$ .

Viram! É fácil calcular todas as correntes e, uma vez que esta tarefa é cumprida, a diferença de potencial em cada um dos componentes resistivos pode ser determinada através da lei de Ohm. Observem que, neste exercício, as leis de Kirchhoff não foram (explicitamente) utilizadas pois, como podem notar, aplicamos apenas a lei de Ohm e as duas regras associadas às combinações de resistores em série e paralelo.

Nesta última frase a palavra “explicitamente” foi acentuada entre parênteses para insinuar que, ao pé da letra, estávamos sendo ingênuos demais ou irônicos demais, pois, a verdade é que as regras de combinações de resistores só podem ser derivadas a partir das leis de Kirchhoff!

Resumindo, este exemplo ilustra que, em alguns casos, o que precisamos saber para analisar um circuito elétrico é muito pouco. Entretanto, esta não é a situação mais geral possível. Observe o circuito da Figura 4.2. Ele é quase igual ao anterior, com a diferença de que uma outra bateria foi adicionada ao circuito. Nesta situação particular a análise fica mais difícil porque não mais podemos dizer que  $R_2$  e  $R_3$  estão em paralelo. De fato,  $R_2$  e  $R_3$  na Figura 4.2 não estão em paralelo. Além disso, se você olhar bem, verá que não há um único par de resistores na Figura 4.2 conectados em série ou em paralelo. Portanto, como se faz para “simplificar” a análise deste circuito?

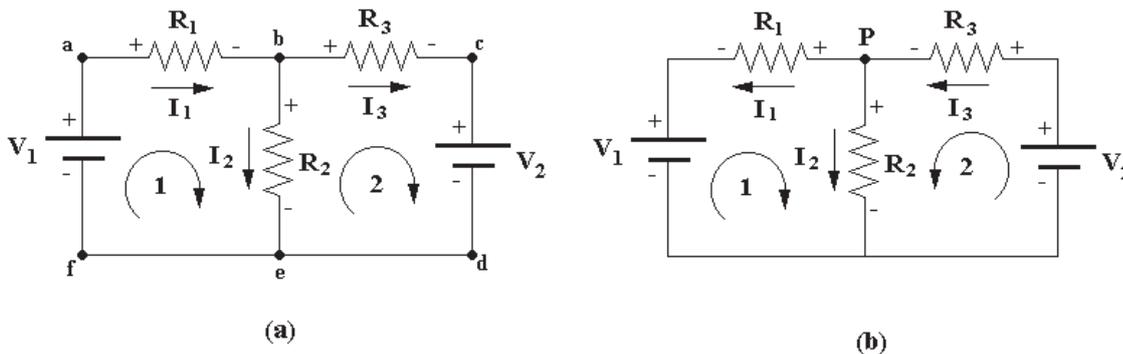


Figura 4.2: Circuito elétrico formado por baterias e resistores.

Parece que o problema não é trivial. E agora? Estamos encalhados? Como sair desta sinuca de bico? Para isso é que existem as leis das malhas, também chamadas de leis de Kirchhoff, que são as leis fundamentais dos circuitos elétricos.

A pergunta que fazemos agora é: **como se utilizam as leis de Kirchhoff?** Não será difícil responder esta pergunta desde que tomemos conhecimento de alguns truques valiosos, que irei explicar a seguir.

- Em primeiro lugar, adote sentidos arbitrários para as correntes em cada um dos componentes, conforme exemplificado na Figura 4.2(a). Não é necessário que o sentido adotado para a corrente seja o verdadeiro (isto é óbvio, pois você ainda não sabe qual é o sentido verdadeiro!).
- Uma vez adotado um sentido para cada corrente, coloque sinais de “polaridade” nos resistores. Todavia, tenha sempre em mente que resistores são elementos simétricos e, portanto, não têm

polaridade; o sinal positivo em um dos terminais simplesmente significa que o potencial naquele terminal é maior que o do outro terminal, se a corrente tiver o sentido adotado. A forma de colocar os sinais nos resistores é a seguinte: a corrente entra no terminal positivo e sai no negativo, o que significa que a corrente (carga positiva) flui do potencial maior para o menor. Observem também que a polaridade das baterias permanece aquela do circuito original, definida pelo símbolo da bateria (traço longo  $\rightarrow$  positivo, traço curto  $\rightarrow$  negativo).

- Agora, observe que o circuito é formado por **nós e laços**. Um nó é um ponto do circuito onde três ou mais condutores se juntam. No caso da Figura 4.2(a), os dois nós existentes estão denotados por  $b$  e  $e$ . Entende-se por laços, qualquer caminho fechado ao longo do circuito que, começando em um ponto qualquer, retorna ao mesmo ponto de origem. Assim, podemos selecionar três laços no circuito da Figura 2a:  $abefa$ ,  $bcdeb$  e  $abcdefa$ . As leis de Kirchhoff devem ser aplicadas aos nós e aos laços do circuito a fim de gerar um número suficiente de equações simultâneas capazes de fornecer soluções para as incógnitas do problema que, neste caso, são as correntes envolvidas no circuito.
- Observe que o circuito da Figura 4.2(a) possui três correntes desconhecidas,  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ , enquanto que apenas dois nós podem ser identificados; resultando, pela aplicação da primeira lei de Kirchhoff, em duas equações simultâneas para as três incógnitas. De fato, podemos escrever duas equações:  $I_1 - I_2 - I_3 = 0$  (nó  $b$ ) e  $I_2 + I_3 - I_1 = 0$  (nó  $e$ ). Entretanto, estas duas equações não são independentes (a segunda é igual à primeira multiplicada por  $-1$ ), portanto, neste caso, somente uma equação pode resultar da aplicação da primeira lei de Kirchhoff.
- Esta situação não é particular deste circuito e pode ser generalizada: a teoria diz que se um circuito contém  $m$  nós, então  $m - 1$  equações independentes podem ser obtidas a partir da primeira lei de Kirchhoff. Consequentemente, se existem  $n$  correntes incógnitas, então serão necessárias outras  $n - (m - 1) = n - m + 1$  equações independentes adicionais, as quais só podem ser derivadas a partir da segunda lei de Kirchhoff. Assim, o número total de equações obtidas a partir das duas leis de Kirchhoff se iguala a  $(m - 1) + (n - m + 1) = n$ , o que corresponde exatamente ao número de incógnitas, gerando um conjunto de equações completamente determinado. No caso da Figura 4.2(a),  $n = 3$  e  $m = 2$  e, portanto, podemos escrever uma equação associada aos nós e duas equações associadas aos laços. Qual nó ou qual laço deve ser escolhido é uma pergunta irrelevante, pois qualquer um deles serve.
- Vamos agora escrever as equações associadas ao circuito da Figura 4.2(a). Para cada um dos laços do circuito, adotamos um sentido de percurso, conforme mostrado na figura para os laços  $abefa$  (1) e  $bcdeb$  (2), os quais estão indicados pelas setas circulares. Bom, adotadas as convenções de sinais, basta escrever as equações para cada nó e laço. Para os laços, fazemos da seguinte forma: somamos as diferenças de potencial ao longo do percurso e igualamos o resultado a zero. Os sinais de cada uma das voltagens devem obedecer também a uma convenção, por exemplo: eles vão ser positivos se percorrermos o componente no sentido (-) para (+), e negativos caso contrário. Se adotássemos a convenção oposta, positivo no sentido (+) para (-), o resultado em nada iria mudar (faça o teste).

Feito isso, o resto é trivial, basta escrever o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{aligned} V_1 - R_1 I_1 - R_2 I_2 &= 0 \\ R_2 I_2 - R_3 I_3 - V_2 &= 0 \\ I_1 - I_2 - I_3 &= 0 \end{aligned} \tag{4.3}$$

As duas primeiras equações correspondem respectivamente à segunda lei de Kirchhoff aplicadas às malhas 1 e 2 e a terceira equação corresponde à continuidade da corrente aplicada no ponto  $b$ , ou à primeira lei de Kirchhoff (corrente que entra no nó é positiva - corrente que sai é negativa). Agora, o trabalho final resume-se simplesmente em resolver este sistema de equações, que no caso possui 3 equações e 3 incógnitas. Se após resolver o sistema de equações você encontrar que alguma corrente resulta negativa, não tem problema, isto apenas significa que o sentido correto desta corrente é contrário àquele que você adotou inicialmente.

Quando o número de incógnitas é pequeno (assim como no presente exemplo) o sistema de equações pode ser resolvida *à mão* facilmente. Entretanto, quando o número de incógnitas é grande, melhor é transcrever o problema na forma matricial,

$$\begin{bmatrix} R_1 & R_2 & 0 \\ 0 & R_2 & -R_3 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ 0 \end{bmatrix},$$

e resolvê-lo pelos métodos usuais da Álgebra Linear. Para isso, observe que a equação matricial tem o formato  $Ax = b$  e, portanto,  $x = A^{-1}b$ , onde  $A^{-1}$  representa a inversa de  $A$ . Tente resolver este problema através dos dois métodos; o manual e o matricial. No segundo caso, observe que a matriz  $A$  tem determinante não nulo, ou seja, ela não é singular e, portanto, a equação matricial tem solução única.

Se tivéssemos adotado sentidos diferentes para as correntes e laços também não haveria qualquer problema. Um exemplo é o da Figura 4.2(b), que resultaria nas seguintes equações:

$$\begin{aligned} V_1 + R_1 I_1 - R_2 I_2 &= 0 \\ -R_2 I_2 - R_3 I_3 + V_2 &= 0 \\ -I_1 - I_2 + I_3 &= 0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

As soluções do conjunto de Equações 4.4 são exatamente as mesmas que do conjunto Equações 4.3. Para exemplificar, a Tabela 4.1 mostra os resultados que se obtém após resolver as Equações 4.3 e 4.4.

Tabela 4.1: Resultado do cálculo para  $V_1=10V$ ,  $V_2=15V$ ,  $R_1=4k\Omega$ ,  $R_2=2k\Omega$  e  $R_3=1k\Omega$ .

Equação	$I_1$	$I_2$	$I_3$
4.3	$-58\mu A$	$+4.69mA$	$-4.75mA$
4.4	$+58\mu A$	$+4.69mA$	$+4.75mA$

Observem que, utilizando a convenção de sinais da Figura 4.2(b), todas as correntes resultaram positivas, indicando que neste caso os sentidos das correntes inicialmente escolhidas coincidiram com os sentidos reais.

### 4.3 Os teoremas

Repito agora a mesma afirmação sensacionalista já usada anteriormente: viram como é fácil analisar um circuito elétrico composto por baterias e resistores?

Então, qual é o problema?

É claro que não acho um absurdo apelar para o procedimento numérico apresentado na seção anterior, pois um computador corretamente programado tem capacidade de sobra para calcular todas as milhares (ou mais) variáveis com absoluta precisão. O problema, acreditando que ele existe, não está na exatidão da solução alcançada, mas sim na nossa insatisfação (e indigestão) com relação à falta de beleza e criatividade do método apresentado.

Felizmente, além da “força bruta”, existem outras opções mais elegantes e abrangentes. Veremos adiante que existem alguns truques, baseados em **teoremas**, que ajudam a resolver os circuitos sem a necessidade de solucionar equações simultâneas. Não se assustem porque, apesar de serem teoremas, eles estão aqui para simplificar e não para complicar.

Pode ser que algum de vocês esteja balbuciando frases do tipo - “Espera um pouco, professor ... como assim o senhor fala? ... por exemplo... que eu não entendi o que o senhor falou. Teorema ...? No laboratório ...?”

É isso aí gente, podem reclamar a vontade porque, sob palmas ou vaias, três teoremas irão aterrorizar neste capítulo e, no próximo, mais dois retardatários irão descer dos céus sem pedir licença de aterrorização.

Suponho que, se você já estudou cálculo ou geometria, você certamente está familiarizado com o significado do termo “teorema”. Como você já sabe, um teorema é uma regra relativamente simples e quase sempre usada para resolver um determinado problema prático. Lembra-se do teorema de Pitágoras? Qualquer bom marceneiro sabe determinar com precisão se duas paredes são realmente perpendiculares entre si, marcando, a partir do vértice, 60 cm em uma e 80 cm na outra e depois medindo se diagonal resulta 1 m ou diferente disso: mais (menos) que 1 m significaria paredes abertas (fechadas).

Normalmente, um teorema é derivado de uma análise rigorosa de leis fundamentais e, além de ajudar na solução de problemas complexos, eles tornam a ciência mais interessante, ampliam os nossos conhecimentos sobre a natureza e permitem que a nossa intuição funcione melhor.

A História diz: as leis podem mudar mas **os teoremas são eternos!**

Na análise de circuitos, as leis fundamentais são as leis de Kirchhoff e qualquer circuito, por mais complexo que seja, pode ser analisado através destas leis. Entretanto, para evitar a chatice de resolver sistemas de equações, que em casos mais gerais tomariam a forma de equações diferenciais acopladas e não lineares, existem atalhos derivados a partir das leis de Kirchhoff. A utilização destes atalhos torna a álgebra envolvida mais simples.

Neste texto não vamos demonstrar tais teoremas mas vamos aprender a usá-los nos casos específicos que estamos interessados.

E então ... Entendeu?

### 4.3.1 O princípio da superposição

O princípio da superposição é uma daquelas ideias brilhantes que o ser humano tem somente de vez em quando. Depois que eu contar a historinha vocês vão dizer: “Ela é óbvia”. E, de fato, ela é!

O teorema da superposição formula uma estratégia baseada no fato de que o fator complicador na análise do circuito da Figura 4.2(a) foi a existência de duas fontes de alimentação.

Muito bem! Se pudermos, neste e em outros circuitos similares, eliminar todas as fontes de alimentação, **exceto uma**, poderíamos com grande chance de êxito, aplicar o método da associação de resistores (descrito no início deste capítulo) o qual é bem mais simples do que resolver um sistema de equações acopladas.

Bom, uma vez que tenhamos resolvido os problemas parciais, que contêm em cada um deles **somente uma** dentre as diversas fontes de alimentação existentes, a resposta final corresponderia à **superposição** das respostas parciais.

Parece idéia de maluco, porque talvez eu não esteja sabendo explicar, mas se vocês examinarem a Figura 4.3 verão que ela faz sentido.

O propósito da análise que aqui faremos é resolver, novamente, o circuito apresentado na Figura 4.2 através do emprego do teorema da superposição.

Este circuito está reproduzido na Figura 4.3(c), e lembre-se que os sentidos adotados para as três correntes são arbitrários, isto é, eles podem não ser iguais aos sentidos corretos. Todavia, observe que os mesmos sentidos das correntes em cada componente, os quais foram adotados também para o circuito original, devem ser os mesmos que aqueles dos circuitos parciais.

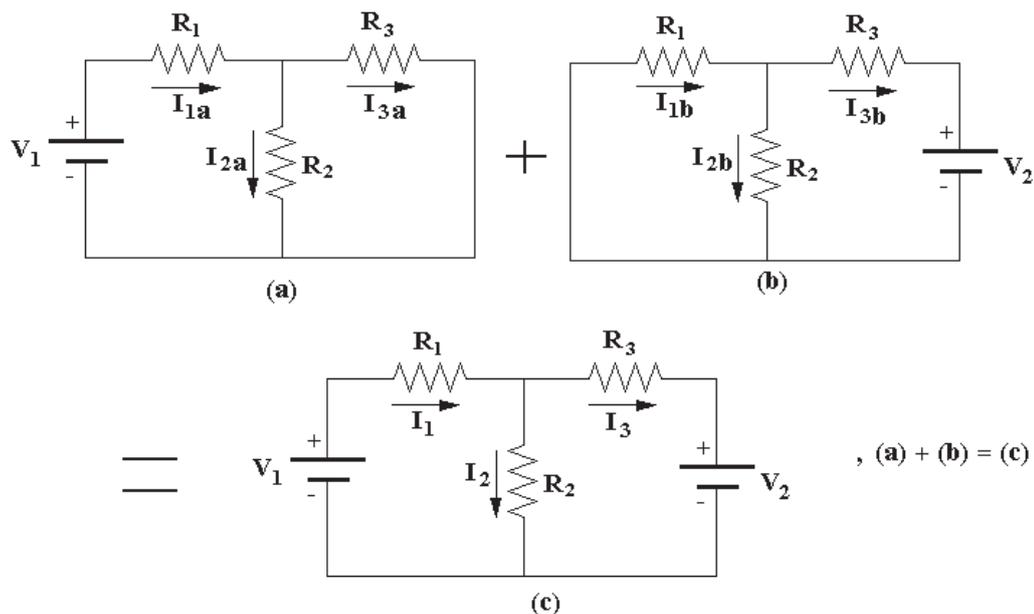


Figura 4.3: Esquema elétrico que ilustra o princípio da superposição.

Os três circuitos esquematizados na Figura 4.3 estão apresentados de tal forma a insinuar que  $(a) + (b) = (c)$ . O que isto significa? Bom, primeiro observe que no circuito (a) a bateria  $V_2$  foi removida e substituída por um fio condutor. Por outro lado, em (b) ocorre o fato complementar, a bateria  $V_1$  foi removida e substituída por um fio condutor.

A fim de facilitar a nossa conversa vamos chamar os dois circuitos (a) e (b) de “circuitos parciais” e ao circuito (c) denominamos de “circuito original”. O interesse é analisar o circuito original. Mas, é claro que com este procedimento, dois novos circuitos (parciais) foram “inventados” e, sendo eles diferentes do circuito original, é óbvio que as correntes que atravessam os componentes em (a) e (b) não são as mesmas que aquelas do circuito (c). E agora? Parece que estamos complicando, em vez de simplificar!

Vamos ver! Sem apresentar uma demonstração, afirmamos que as correntes e tensões que existem nos resistores estão relacionadas entre si da seguinte forma simples:

$$I_1 = I_{1a} + I_{1b} \quad \text{ou} \quad V_1 = V_{1a} + V_{1b}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= I_{2a} + I_{2b} & \text{ou} & & V_2 &= V_{2a} + V_{2b} \\ I_3 &= I_{3a} + I_{3b} & \text{ou} & & V_3 &= V_{3a} + V_{3b} \end{aligned} \quad (4.5)$$

As Equações 4.5 formulam o conceito básico do teorema da superposição. A sua generalização para qualquer circuito mais complexo é trivial. Elas significam que as correntes de interesse no circuito original (c), isto é  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ , podem ser calculadas simplesmente pela soma das correntes parciais dos dois circuitos parciais (a) e (b). Em outras palavras, não é necessário resolver o circuito (c), basta resolver os dois circuitos mais simples (a) e (b).

Lembramos que os circuitos (a) e (b) já foram resolvidos no início deste texto e, reproduzindo o que lá fizemos, obtemos aqui os seguintes resultados:

$$\begin{aligned} I_{1a} &= \frac{V_1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} & , & & I_{3b} &= -\frac{V_2}{R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \\ I_{2a} &= \frac{R_3}{R_2 + R_3} I_{1a} & , & & I_{2b} &= -\frac{R_1}{R_1 + R_2} I_{3b} \\ I_{3a} &= \frac{R_2}{R_2 + R_3} I_{1a} & , & & I_{1b} &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_{3b} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Através destas correntes parciais, podemos calcular o valor das correntes de interesse  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$ , cujos resultados se encontram na Tabela 2.

Tabela 4.2: Resultado do cálculo para  $V_1=10\text{V}$ ,  $V_2=15\text{V}$ ,  $R_1=4\text{k}\Omega$ ,  $R_2=2\text{k}\Omega$  e  $R_3=1\text{k}\Omega$ .

Circuito	$I_1$	$I_2$	$I_3$
Figura 4.3(a)	+1.86mA	+0.58mA	+1.28mA
Figura 4.3(b)	-1.91mA	+4.09mA	-6.00mA
Figura 4.3(c)	(+1.86) + (-1.91) = -0.05mA	(+0.58) + (+4.09) = +4.67mA	(+1.28) + (-6.00) = -4.72mA

À parte de pequenas diferenças provenientes das aproximações resultantes da minha preguiça em caprichar no arredondamento dos números, os valores das correntes coincidiram com o calculado anteriormente (vide Tabela 4.1). Refaçam vocês estes cálculos para confirmar que o resultado exato reproduz o cálculo anterior.

Como dá para perceber através deste exemplo, o teorema da superposição nos fornece uma ferramenta de cálculo poderosa porque simplifica a álgebra envolvida e, além disso, nos fornece também uma **ferramenta de raciocínio**. Veja bem! Se alguém lhe perguntasse qual é a corrente que atravessa o resistor  $R_2$  o que você poderia responder? Bom, uma resposta razoável seria: “O valor exato eu não sei, pois precisaria calcular; entretanto, posso dizer que ela possui duas contribuições - uma proveniente da força eletromotriz  $V_1$  e outra da força eletromotriz  $V_2$ .”

Pois é! Parece que esta foi uma resposta pouco objetiva, mas, com certeza ela é bastante inteligente. Vai por mim! Aquele que foi o autor da pergunta certamente pensaria: pela resposta, acho que esse cara sabe do que está falando! Mais adiante, ao longo deste e de outros cursos, a prática mostrará a vocês a importância deste conceito e vocês se convencerão que este teorema “veio para simplificar e não para complicar”.

Simple e elegante, não é? Todavia, eu não estaria sendo honesto se lhes omitisse detalhes a respeito das limitações desta técnica:

1. A técnica da superposição foi implementada através do truque - remover a bateria e substituí-la por um fio condutor. Este truque é válido quando a resistência interna da bateria é nula, caso contrário, a bateria deve ser removida e substituída por um resistor de valor igual à sua resistência interna.
2. O teorema da superposição é útil apenas nos casos em que os circuitos parciais podem ser reduzidos a combinações de resistores em série e/ou paralelo. Por exemplo, como vocês verão logo mais, ele é uma ferramenta inútil para solucionar o circuito de uma ponte resistiva não-balanceada (conhecida por “ponte de Wheatstone”).
3. O teorema da superposição se aplica somente nos casos em que as equações das malhas associadas ao circuito original são funções lineares das correntes, isto é, que não existam termos dependentes de  $I^2$ ,  $\sqrt{I}$  ou  $\log I$ , por exemplo. Isto, em parte, significa que ele serve para calcular correntes e voltagens, mas não serve para calcular potências. A potência dissipada em um componente elétrico é uma função não-linear da corrente ( $RI^2$  no caso de um resistor) e, por isso, se para um dado resistor somarmos as potências dissipadas em cada um dos circuitos parciais, o resultado da soma não reproduzirá a potência que é realmente dissipada no mesmo componente no circuito original.

4. O teorema da superposição não pode ser aplicado também nos casos em que o valor da resistência do componente varia em função da corrente que o atravessa, isto é, quando se tratam de componentes não-lineares. Por exemplo, não se aplica para circuitos que contenham lâmpadas incandescentes, varistores, diodos, etc.
5. O teorema também não pode ser aplicado nos casos em que os componentes envolvidos são assimétricos, isto é, componentes nos quais o módulo da diferença de potencial depende da direção da corrente (por exemplo, diodos).

Circuitos formados somente por baterias, fontes de corrente alternada, resistores, capacitores e indutores, são lineares em geral e sempre passíveis de análise através deste teorema. Nos casos (3-5), considera-se que o circuito é não-linear, mas, apesar destas sérias limitações o teorema da superposição ainda encontra larga utilização na análise dos circuitos eletrônicos.

### 4.3.2 O teorema de Thévenin

O teorema de Thévenin afirma que sempre é possível simplificar-se qualquer circuito linear - não obstante a sua complexidade - em um circuito equivalente composto simplesmente de uma fonte de alimentação conectada aos terminais de uma resistência de carga. Por “fonte de alimentação”, veremos adiante, queremos dizer uma bateria em série a um resistor equivalente. Lembra também que a definição de um circuito linear é a mesma que já apresentamos anteriormente.

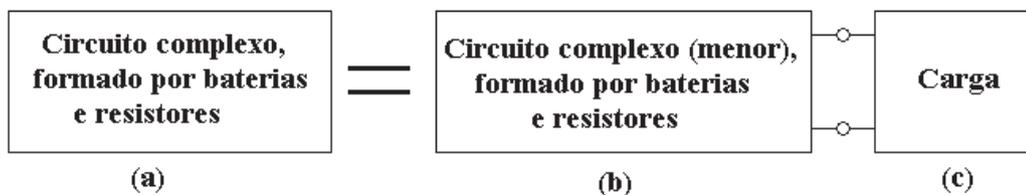


Figura 4.4: Modelo utilizado para o teorema de Thévenin.

A ideia embutida no teorema de Thévenin está esquematizada na Figura 4.4. Ela baseia-se no fato de que sempre é possível repartir-se um circuito qualquer em dois ou mais circuitos parciais. A forma de encontrarem-se aqui os circuitos parciais é diferente da estudada na secção anterior e será explicada logo adiante.

Normalmente se divide o circuito original 4.4(a) em dois parciais e um dos parciais 4.4(b) continua sendo complexo, e formado pela maior parte dos mesmos componentes do circuito original enquanto que o outro, a carga 4.4(c), é constituído por um único resistor denominado **resistor de carga**. O resistor de carga pode ser qualquer um dos resistores do circuito original e a sua escolha depende de critérios adotados pelo projetista. Que critérios seriam estes?

O teorema de Thévenin é útil especialmente nos casos em que se deseja analisar a transferência de potência entre diferentes partes de um circuito elétrico. Em particular, é muito comum que o interesse seja estudar o que acontece com um dado resistor que pertence ao circuito porque, considerando a estrutura do projeto, ele executa uma função específica e de interesse especial e por isso, merece atenção especial.

Como podemos implementar na prática esta divisão em blocos para um circuito qualquer? Bom, cada caso é um caso! Para praticarmos, vamos novamente analisar o mesmo circuito anterior, aquele que nos persegue desde o início da aula: o da Figura 4.2(a), e reproduzido aqui na Figura 4.5(a).

Imaginem que, por alguma razão específica, escolhamos o resistor  $R_3$  no circuito da Figura 4.5(a) para ser o nosso resistor de carga, simbolizado por  $R_C$ . Normalmente, esta escolha não é arbitrária; ela se deve a algum motivo específico, que no momento é irrelevante para a análise de apenas um exemplo.

Considerando-se esta escolha, devemos separar o resistor de carga do restante do circuito e, para isso, temos que redesenhar todo o circuito e uma das maneiras de fazer isso é aquela mostrada na Figura 4.5(b).

Observem que nada mudou até agora; simplesmente desenhamos o resistor de carga dentro de um bloco (tracejado) chamado de carga, o restante do circuito foi enjaulado dentro de outro bloco (também tracejado) denominado de fonte, e os dois blocos unidos entre si através das conexões A e B. Os circuitos (a) e (b) são idênticos.

Bom, agora é que entra em cena o tal teorema. Ele afirma que, uma vez isolada a carga, todo o circuito que restou (a fonte) pode ser representado por uma única bateria de força eletromotriz  $V_{th}$  em série com um resistor equivalente  $R_{th}$ , conforme esquematizado na Figura 4.5(c). E tem mais! O mesmo teorema também ensina como calcular os valores de  $V_{th}$  e  $R_{th}$ . E mais ainda! Os valores de  $V_{th}$  e  $R_{th}$

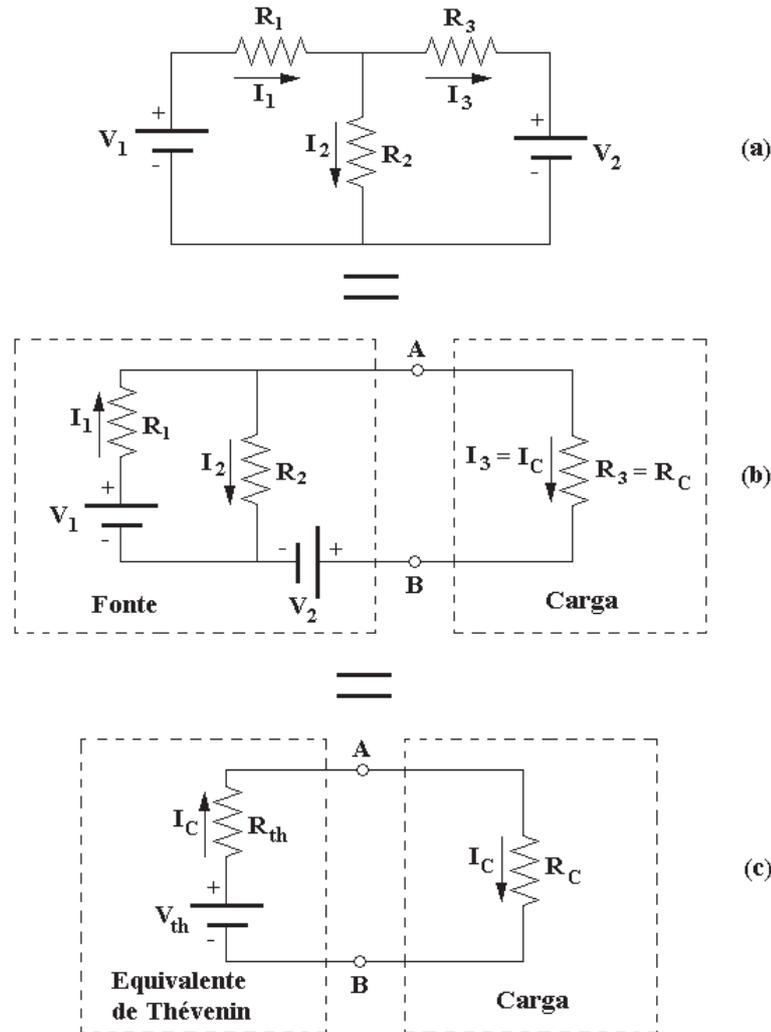


Figura 4.5: Implementação do teorema de Thévenin para o caso do circuito da Figura 4.2.

não dependem do valor do resistor de carga; eles só dependem dos valores dos constituintes do circuito da fonte.

O circuito equivalente formado por  $V_{th}$  e  $R_{th}$  é chamado de **circuito equivalente de Thévenin**.

Agora, como diria um açougueiro, vamos por partes.

Em primeiro lugar, como se calcula  $V_{th}$ ? De acordo com o teorema de Thévenin,  $V_{th}$  é calculado através do seguinte procedimento: tome o circuito da Figura 4.5(b), remova a carga e determine a diferença de potencial  $V_{AB}$  entre os pontos A e B que fazem a conexão entre os dois blocos. Se a carga é retirada (ou  $R_C = \infty$ ) resulta que  $V_{th} = V_{AB}$ , pois, na ausência de corrente a queda de potencial em  $R_{th}$  é nula.

Com um pouquinho de prática vocês poderão calcular  $V_{AB}$  (para  $R_C = \infty$ ) com certa facilidade. Esta voltagem pode ser calculada de diversas maneiras, você pode utilizar o método que mais gostar, mas neste caso particular o cálculo é bem simples e eu vou lhes dar a dica. Veja a situação que está esquematizada na Figura 4.6(a). Pela segunda lei de Kirchoff  $V_{AB}$  é simplesmente a soma da diferença de potencial no resistor  $R_2$  com  $V_2$ . Considere o ponto  $C$  que conecta  $R_2$  com  $V_1$  e  $V_2$  e verifique as equações abaixo:

$$\begin{aligned} (V_A - V_C) + (V_C - V_B) + (V_B - V_A) &= 0, \\ V_{AB} = (V_A - V_B) &= (V_A - V_C) + (V_C - V_B) \end{aligned} \quad (4.7)$$

Agora, observando que não circula corrente através da bateria  $V_2$ , a diferença de potencial em  $R_2$  vale simplesmente  $V_A - V_C = R_2 I_2 = R_2 V_1 / (R_1 + R_2)$ , e  $V_C - V_B = -V_2$ . Logo,

$$V_{th} = V_{AB} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_1 - V_2 \quad (4.8)$$

Observe também que, dependendo dos valores dos componentes, o valor de  $V_{th}$  pode resultar positivo ou negativo. Caso ele resulte negativo, não se assuste, simplesmente inverta a bateria no circuito

equivalente da Figura 4.5(c). Simples, não é?

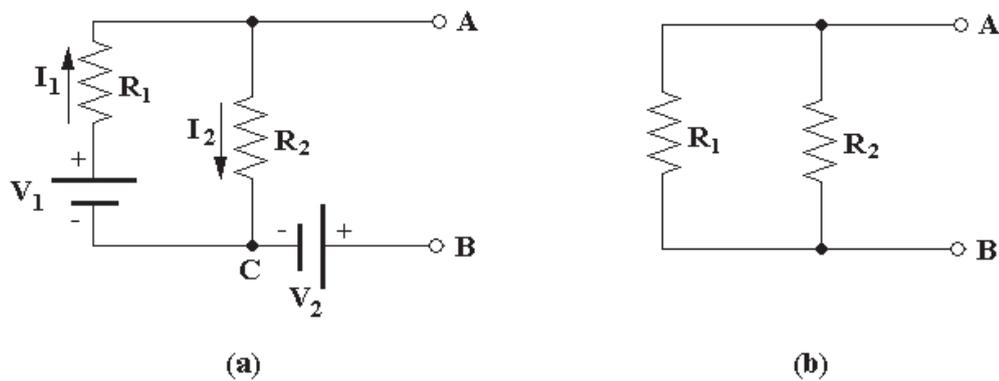


Figura 4.6: Esquemas auxiliares para o cálculo do equivalente de Thévenin: (a)  $V_{th}$ , (b)  $R_{th}$ .

E agora, como se calcula  $R_{th}$ ? Calcula-se  $R_{th}$  através do seguinte procedimento: retire o resistor de carga, **substitua todas as baterias no circuito fonte por um fio condutor** e determine a resistência equivalente entre os pontos A e B. Se as resistências internas das baterias não forem nulas, elas deverão ser removidas e **substituídas por resistores**, cujos valores correspondam às respectivas resistências internas.

Observem, entretanto, que não estamos enfatizando neste texto que o circuito fonte poderia possuir fontes de corrente, além das já mencionadas fontes de tensão. Se este for o caso, o que fazemos com as fontes de corrente?

O teorema afirma que ao substituir-se as fontes de corrente por um fio condutor deve-se também **substituir-se as fontes de corrente por um circuito aberto**. Isto é, deve-se simplesmente remover as fontes de corrente, substituindo-as pela sua resistência interna.

Tomando estas providências, o circuito em análise seria o da Figura 4.6(b) e o cálculo de  $R_{th}$  seria, neste caso, trivial:

$$R_{th} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (4.9)$$

Para exemplificar, vamos considerar um exemplo numérico baseado nos mesmos valores estipulados anteriormente:  $V_1 = 10V$ ,  $V_2 = 15V$ ,  $R_1 = 4k\Omega$ ,  $R_2 = 2k\Omega$  e  $R_3 = R_C = 1k\Omega$ . Neste caso, as Equações 4.8 e 4.9 resultam em  $V_{th} = -11.81V$  e  $R_{th} = 1k\Omega$ . Observe que o valor de  $V_{th}$  resultou negativo.

Agora, é fácil calcular a corrente no resistor de carga  $R_C$ . O resultado é  $I_C = -11.81/(1k\Omega + 1k\Omega) = -4.72mA$ . Lembrando que o resistor de carga era anteriormente denominado de  $R_3$ , verifiquem a mágica que realizamos: a corrente na carga é a mesma que a calculada anteriormente através de duas técnicas diferentes (ver Tabelas 4.1 e 4.2).

Lembrando que os valores de  $V_{th}$  e  $R_{th}$  não dependem do resistor de carga, imediatamente percebemos uma grande utilidade do teorema de Thévenin: se trocarmos o resistor de carga por um outro de valor diferente, não será necessário recalculá-los. Por exemplo, se  $R_C = 10k\Omega$ , resultaria  $I_C = -11.81/(1k\Omega + 10k\Omega) = -1.03mA$ .

Esta característica do método é muito útil, pois, imagine o que aconteceria na aplicação do rádio FM, que mencionamos anteriormente, se a caixa de som fosse trocada por uma outra especificada por uma resistência equivalente de outro valor? Agora, é fácil solucionar este novo problema, pois o equivalente de Thévenin do amplificador continua inalterado e bastaria recalculá-lo a corrente, tensão e potência na carga através de equações simples, isto é, não seria necessário resolver novamente todo o circuito completo.

Vocês já devem ter percebido (senão, perceberão ao longo deste curso) que, primeiro lugar, o teorema de Thévenin é útil apenas quando estamos interessados em determinar a corrente e a tensão em um único resistor do circuito original, o qual passa a ser eleito como o “resistor de carga”. Segundo, o resistor de carga não consegue distinguir entre o circuito equivalente de Thévenin e o circuito real da fonte. Do ponto de vista do resistor de carga, a corrente que o atravessa e a tensão entre os seus terminais, não se alteram se trocarmos o circuito real da fonte pelo seu equivalente de Thévenin.

Portanto, “o que os olhos não veem o coração não sente”. Segue-se daí que, para nós, esta troca é muito proveitosa porque eliminamos um circuito complicado e no seu lugar colocamos um outro simples: uma bateria em série a um resistor. O que vocês acham? Simplificou ou complicou?

### 4.3.3 O teorema de Norton

O teorema de Norton é equivalente e complementar ao de Thévenin. Estes dois teoremas são igualmente utilizados na análise e simplificação de circuitos. O teorema de Norton afirma que qualquer circuito elétrico composto de resistores e fontes de tensão (e de corrente) pode ser substituído nos seus dois terminais por um equivalente formado por uma fonte de corrente equivalente,  $I_{no}$ , em paralelo com uma resistência equivalente,  $R_{no}$ . Isto está ilustrado na Figura 4.7.

1. O valor da corrente equivalente,  $I_{no}$ , é igual à corrente fornecida pelo circuito, através dos seus dois terminais, quando a resistência de carga é substituída por um curto-circuito.
2. O valor da resistência equivalente,  $R_{no}$ , é igual à resistência equivalente obtida nos dois terminais do circuito sem carga e com todas as suas fontes de tensão em curto-circuito e todas as fontes de corrente em circuito aberto.

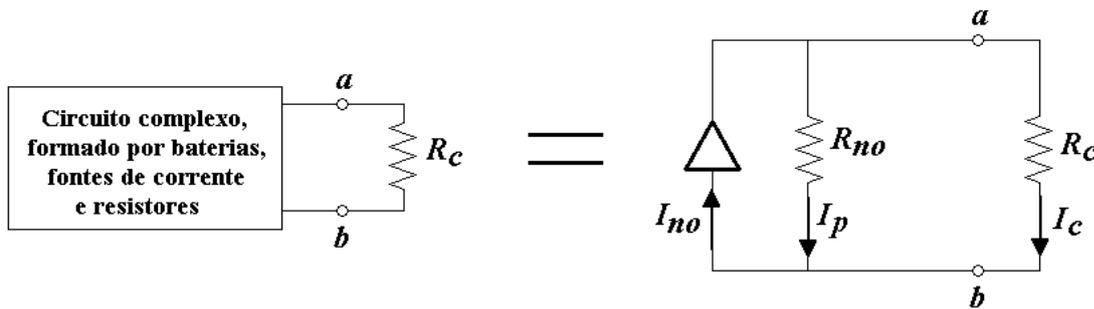


Figura 4.7: Modelo utilizado para o teorema de Norton.

Veremos mais adiante que para circuitos de corrente alternada, AC, tanto o teorema de Thévenin quanto o de Norton poderão ser igualmente aplicados considerando-se as resistências e as impedâncias reativas de todos os componentes.

Mostraremos agora que os teoremas de Thévenin e de Norton são equivalentes.

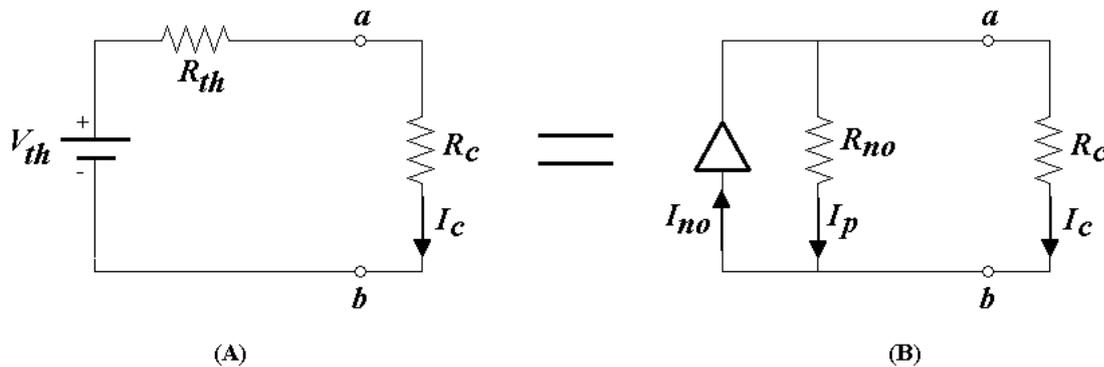


Figura 4.8: Equivalência entre os parâmetros de Thévenin (A) e Norton (B).

Considerando a notação da Figura 4.8(A) temos que:

$$I_c = \frac{V_{th}}{R_{th} + R_c} \quad (4.10)$$

Por outro lado, o circuito (B) da mesma figura indica que:

$$\begin{aligned} I_{no} &= I_p + I_c \\ R_{no} I_p &= R_c I_c \end{aligned}$$

Portanto, a corrente na carga do circuito (B) vale:

$$I_c = \frac{R_{no} I_{no}}{R_{no} + R_c} \quad (4.11)$$

Se os dois circuitos são equivalentes então as duas correntes calculadas devem ser iguais. Logo, igualando-se as equações 4.10 e 4.11 obtemos a condição de equivalência:

$$R_{no} = R_{th} \quad (4.12)$$

$$I_{no} = \frac{V_{th}}{R_{th}} \quad (4.13)$$

Este resultado é um tanto surpreendente, não acham? Veja bem: se uma boa fonte de tensão tem uma resistência interna baixa; isto é  $R_{th} \approx 0$ , então a sua fonte de corrente equivalente seria péssima, pois  $R_{no} = R_{th} \approx 0$ ; e vice-versa. Isto é surpreendente mas é interessante.

Imagine que temos uma péssima fonte de tensão:  $V_{th} = 10 \text{ V}$  e  $R_{th} = 100 \text{ k}\Omega$ . A corrente na carga seria igual a  $I_c = V_{th}/(R_{th} + R_c)$  que, para resistores de carga  $R_c \ll R_{th}$ , vale simplesmente  $I_c = V_{th}/R_{th} = 10 \text{ V} / 100 \text{ k}\Omega = 100 \mu\text{A}$  independentemente do valor do resistor de carga. Portanto, esta fonte de tensão é, na realidade, uma fonte de corrente!

**Moral da História:** uma fonte de corrente, para baixos valores de corrente, pode ser construída simplesmente a partir de uma fonte de tensão com alta resistência interna; isto é, a partir de uma péssima fonte de tensão. O raciocínio oposto também é verdadeiro. Confira!

O próximo teorema é uma consequência direta do teorema de Thévenin.

#### 4.3.4 O teorema da máxima transferência de potência

Um teorema chamado “teorema da máxima transferência de potência” é muito útil quando se trata de determinar a eficiência de uma transferência de energia entre as baterias do circuito fonte e o resistor de carga. O enunciado deste teorema tem como pré-requisito o conhecimento do teorema de Thévenin.

Imaginem que um circuito linear qualquer, composto por baterias e resistores, alimenta uma carga resistiva conforme mostra o esquema da Figura 4.9(a). Diz o teorema anterior, que a carga não distingue o circuito real que a alimenta do seu equivalente de Thévenin constituído de uma bateria de força eletromotriz  $V_{th}$  em série com um resistor  $R_{th}$  (vide Figura 4.9(b)).

A fim de simplificar, podemos considerar que a bateria é, de certa forma, nada mais do que um “depósito de energia eletrostática auto-renovável”. Esta energia armazenada, por exemplo, a partir de reações químicas, pode ser parcialmente liberada desde que um circuito elétrico seja fechado entre os seus dois polos. Quando o circuito é fechado, para onde vai a energia liberada pela bateria? No circuito da Figura 4.9, a energia liberada pelas baterias presentes no circuito fonte é dissipada na forma de calor nos diversos resistores que compõem este circuito; como também no resistor de carga (efeito Joule). Raciocinando em termos do circuito equivalente de Thévenin (vide Figura 4.9(b)), a potência elétrica (potência = energia/tempo) é dissipada em  $R_{th}$  e em  $R_C$ .

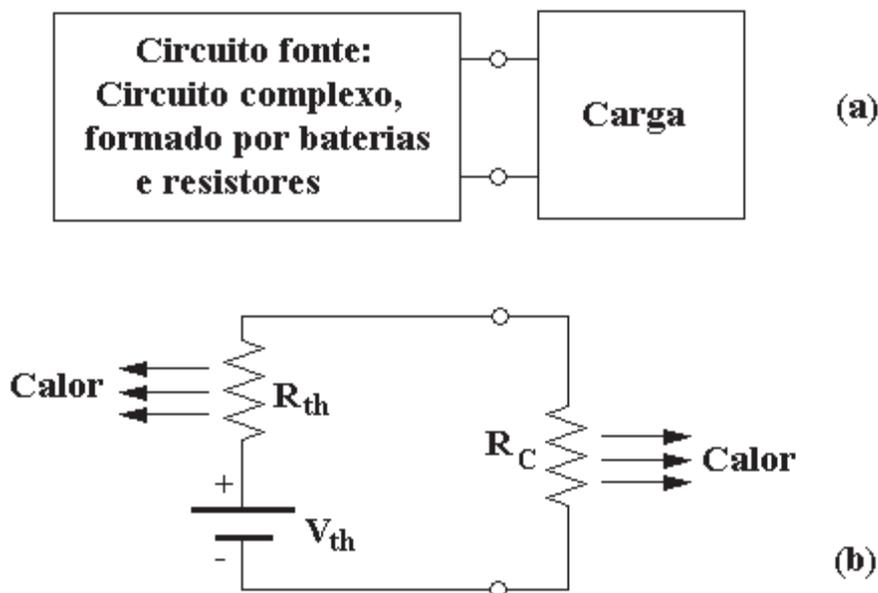


Figura 4.9: Modelo utilizado para o teorema da máxima transferência de potência.

Chamando-se de  $P_{th}$  a potência dissipada em  $R_{th}$  e de  $P_C$  a potência dissipada em  $R_C$ , temos:

$$P_C = R_C I_C^2 = \frac{R_C}{(R_{th} + R_C)^2} V_{th}^2 \quad (4.14)$$

$$P_{th} = R_{th} I_C^2 = \frac{R_{th}}{(R_{th} + R_C)^2} V_{th}^2 \quad (4.15)$$

Nas Figuras 4.10 e 4.11 estas duas funções estão graficadas em função de  $R_C$ , tomando  $V_{th}$  e  $R_{th}$  constantes. Observe que a função  $P_{th}$  vs.  $R_C$  é monótona decrescente enquanto que a função  $P_C$  vs.  $R_C$  possui um máximo. Mais interessante ainda: o máximo da curva  $P_C$  vs.  $R_C$  ocorre quando  $R_C = 1\text{k}\Omega$ , valor este que coincide com o valor assumido para  $R_{th}$ . Será que isto é coincidência? Não é não! Este resultado é geral e é justamente o ponto central do teorema da máxima transferência de potência: **A máxima potência transferida para a carga ocorre quando  $R_C = R_{th}$ .**

Se vocês já estudaram cálculo diferencial, não encontrarão dificuldades em demonstrar este teorema. Basta diferenciar a Equação 4.14 com relação à  $R_C$  e igualar o resultado a zero. Esta é a condição que define o máximo da função  $P_C$  vs.  $R_C$  em função de  $V_{th}$  e  $R_{th}$ . Resolva este problema como um exercício.

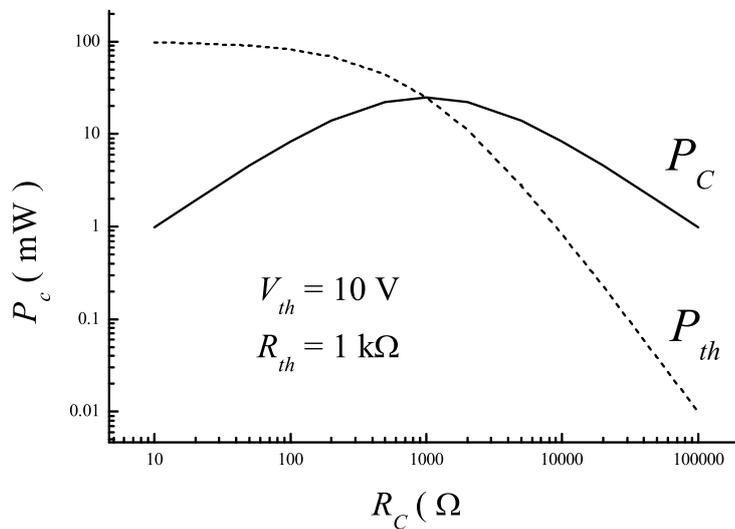


Figura 4.10: Dependência da potência dissipada na carga,  $P_C$ , e na fonte,  $P_{th}$ , em função da resistência da carga,  $R_C$ .

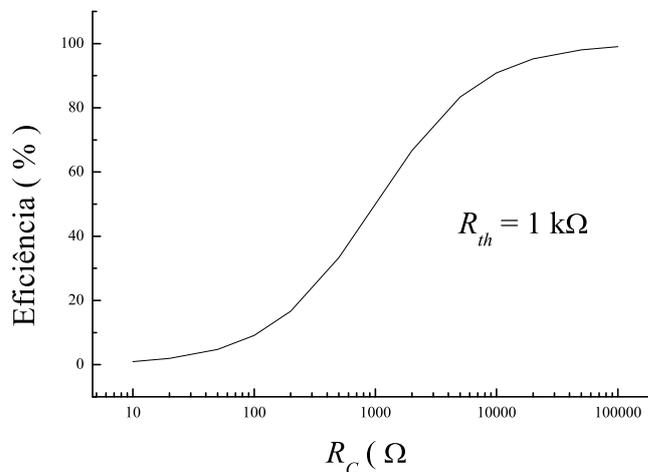


Figura 4.11: Eficiência da transferência de potência em função da resistência da carga.

Bom, as Figuras 4.10 e 4.11 exemplificam o teorema da máxima transferência de potência e, acredito que não há muito mais o que poderíamos discutir a respeito do seu significado. Eu, particularmente, em

vez de discutir o significado do teorema, acho mais interessante discutir o que é que este teorema **não significa!**<sup>1</sup>

Creio que não será difícil entender o que eu quero dizer. Vamos imaginar, como exemplo, um rádio FM e a sua caixa de som. Imagino que seja óbvio que o fabricante do rádio queira, a baixo custo, que a caixa irradie o som mais intenso possível. Na maioria dos casos o preço do equipamento aumenta, não linearmente, com a potência sonora que ele pode irradiar. Então, supondo que a caixa de som (a carga) possui uma resistência equivalente de  $8\Omega$ , para qual valor deveria ser projetada a resistência equivalente (ou resistência de Thévenin) do amplificador de saída do rádio?

Tendo em vista o teorema que acabamos de conhecer, diríamos rapidamente: “a resistência de Thévenin do último estágio de saída do amplificador do rádio deve ser de  $8\Omega$ ”.

Infelizmente, esta resposta pode estar errada!

Porque? A potência liberada pela caixa de som não é máxima quando sua resistência é igual à resistência interna do amplificador? Sim, isto é verdade, porém, sinto muito, esta condição pode **não ser aceitável** na prática. Porque? Explicaremos a seguir.

Quando a resistência de carga possui um valor igual à resistência equivalente de Thévenin, as Equações 4.14 e 4.15 reduzem-se a:

$$P_C = P_{th} = \frac{R_{th}}{(R_{th} + R_{th})^2} V_{th}^2 = \frac{V_{th}^2}{4R_{th}}, \quad (4.16)$$

ou seja, a potência dissipada na carga é igual à potência dissipada no resistor de Thévenin. Este fato é claramente visível na Figura 4.10.

Portanto, imagine agora o nosso rádio FM com sua resistência interna “casada” com a da caixa de som. Para cada Watt de potência emitida pela caixa na forma de som e calor, uma potência igual será dissipada em calor **dentro** do amplificador! Se a caixa de som for de baixa potência como, por exemplo, poderia ser o caso de um fone de ouvido cuja potência típica é menor que 1W, tudo bem! Neste caso, o aquecimento adicional produzido no amplificador poderia ser dissipado através de mecanismos apropriados de ventilação e convecção de ar. Mas, se a potência sonora emitida for intensa, por exemplo, da ordem de kW (e a potência dos amplificadores destinados a emitir som em ambientes abertos é desta ordem), o amplificador vai esquentar tanto quanto um chuveiro elétrico. Portanto, a condição de resistências iguais ( $R_C = R_{th}$ ) seria **inaceitável** neste caso.

Para quem ainda não se convenceu, poderíamos dar outro exemplo mais dramático. Você seria capaz de estimar a elevação da temperatura da água do Rio Paraná, nas proximidades da usina, se para cada chuveiro elétrico (7kW de potência) que for ligado no estado de São Paulo, uma potência igual fosse dissipada na hidroelétrica de Itaipu?

Quando se trata de transmitir sinais analógicos entre um gerador de tensão e uma carga resistiva, a condição de máxima transferência de potência também não corresponde à melhor situação. Imagine uma fonte de tensão de força eletromotriz  $V$  e resistência interna  $R_i$  acoplada a um resistor de carga  $R_c$ . Quando  $R_c = R_i$  a voltagem no resistor de carga será somente metade de toda a tensão fornecida pela força eletromotriz, ou seja,  $V_c = V/2$ ; a outra metade está distribuída através da resistência interna do gerador. Por outro lado, quando  $R_c \gg R_i$ , a corrente no circuito é pequena e, então, o valor da voltagem na carga é quase igual à força eletromotriz do gerador.

Portanto, a maior **transferência de sinal, ou de informação**, ocorre quando  $R_c \gg R_i$ .

Então, em vista de tantos contras e tão poucos prós, concluímos que este teorema serve para o quê?

Não é simples responder esta pergunta, mas, na grande maioria das situações eu diria que ele serve para nos informar qual deveria ser a melhor configuração dos parâmetros do nosso circuito a fim de que se evitasse desperdício de energia e possíveis danos às fontes de alimentação.

Para que vocês entendam o que quero dizer vamos calcular um parâmetro importante relacionado ao circuito da Figura 4.9(b), que é chamado de **eficiência da transferência de potência**, que denotamos pela letra  $E$ . A eficiência  $E$  é definida por:

$$E = 100 \frac{P_c}{P_{th} + P_c} = 100 \frac{1}{1 + \frac{R_{th}}{R_c}} \quad (4.17)$$

Note que  $(P_{th} + P_c)$  é a potência total dissipada no circuito. O multiplicador 100 foi colocado apenas para que  $E$  seja expresso em porcentagens. Por exemplo, se a eficiência for 80% significa que 80% da potência total é dissipada na carga e o restante 20% é dissipado na fonte. Portanto, se você não deseja que a fonte se aqueça, teríamos que obter um rendimento próximo de 100%, o que somente é possível quando  $R_{th}/R_c \ll 1$ , ou seja, quando  $R_c \gg R_{th}$ .

A Figura 4.11 mostra a dependência da eficiência  $E$  com relação à resistência de carga  $R_c$ . Note que quando  $R_c = R_{th}$  a eficiência é de apenas 50%.

<sup>1</sup>Quem primeiro me chamou a atenção a este fato foi o professor Horácio Carlos Panepucci ... Saudades!

Então, esta é a **moral da história**: para que a transferência de potência seja eficiente é necessário que o valor da resistência de carga seja muito maior que o valor da resistência equivalente de Thévenin do circuito fonte, isto é  $R_C \gg R_{th}$ . Esta condição garante a proteção da fonte de alimentação contra sobre-aquecimento.

### 4.3.5 Prática: Thévenin e transferência de potência

O circuito típico de um instrumento chamado “ohmímetro” está mostrado na Figura 4.12(a). O resistor equivalente  $R_v$  é formado pela associação série de um resistor fixo (10k) e um potenciômetro (47k).

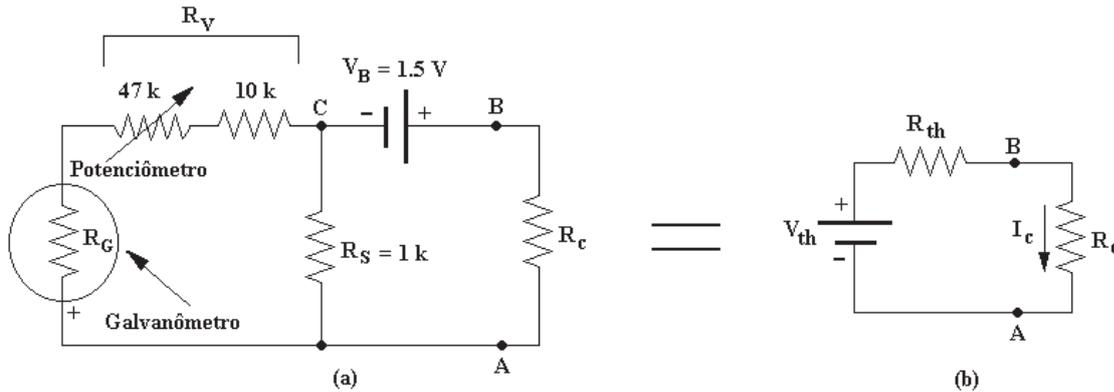


Figura 4.12: Equivalente de Thévenin e máxima transferência de potência.

1. Fazendo-se  $R_c = 0$ , isto é, colocando-se os terminais A e B em curto, ajuste o potenciômetro para que o galvanômetro indique fundo de escala. O galvanômetro que utilizaremos sofre sua máxima deflexão quando uma corrente de  $50\mu A$  flui através dele.  $R_G$  é a resistência interna do galvanômetro e, neste caso particular,  $R_G \approx 2.5k\Omega$ .
2. Agora, remova o resistor  $R_c$ , isto é, faça  $R_c = \infty$  deixando os terminais A e B abertos e, utilizando um voltímetro **digital**, meça a diferença de potencial que existe entre os terminais A e B. Esta voltagem é, de acordo com o teorema de Thévenin, a voltagem equivalente  $V_{th}$  indicada na Figura 4.12(b).
3. Vamos agora determinar o resistor equivalente  $R_{th}$  que, de acordo com o mesmo teorema, está em série com  $V_{th}$  como mostra a Figura 4.12(b). Para isso, mantenha  $R_c = \infty$  e desconecte a bateria  $V_b$  substituindo-a por um fio condutor conectado entre os pontos C e B (este procedimento implicitamente assume que a resistência interna da bateria é nula). Com o auxílio do ohmímetro comercial, meça a resistência equivalente entre os terminais A e B. A resistência medida desta maneira é a resistência equivalente de Thévenin,  $R_{th}$ . Não é necessário montar-se o circuito equivalente da Figura 4.12(b).
4. Faça o cálculo teórico de  $V_{th}$  e  $R_{th}$ . Os valores obtidos experimentalmente concordam com os calculados?
5. Volte a conectar a bateria entre os pontos C e B. Utilize para  $R_c$  diversos resistores comerciais cujos valores podem ser:  $10\Omega$ ,  $47\Omega$ ,  $100\Omega$ ,  $470\Omega$ ,  $1k$ ,  $4k7$ ,  $10k$ ,  $47k$  e  $100k$ . Através de um voltímetro digital meça as correspondentes diferenças de potencial  $V_c$  nos terminais de  $R_c$  para cada um dos valores indicados e, com estes dados, calcule:

A potência dissipada no resistor de carga:  $P_c = V_c^2/R_c$ , em  $\mu W$ .

A voltagem no resistor de Thévenin:  $V_{th} - V_c$ , em Volts.

A potência dissipada no resistor de Thévenin:  $P_{th} = (V_{th} - V_c)^2/R_{th}$ , em  $\mu W$ .

A eficiência da transferência de potência:  $E = 100 P_c/(P_{th} + P_c)$ , em %.

6. A partir destes resultados, monte uma tabela e, utilizando uma folha de papel quadriculado com escala log-log, grafique  $P_c$  vs.  $R_c$  e também  $P_{th}$  vs.  $R_c$  simultaneamente na mesma folha, utilizando para ambos a mesma escala nos dois eixos.

7. Para qual valor de  $R_c$  as duas voltagens  $V_c$  e  $(V_{th} - V_c)$  se tornam iguais? Observe que  $(V_{th} - V_c)$  é, teoricamente, igual à diferença de potencial no resistor equivalente  $R_{th}$ . Para qual valor de  $R_c$  a potência  $P_c$  é máxima? Compare este particular valor de  $R_c$  com  $R_{th}$ . Para qual valor de  $R_c$  a eficiência  $E$  da transferência de potência proveniente da bateria ao resistor  $R_c$ , vale 50%?

## 4.4 Resistência interna de baterias

Uma bateria pode ser esquematizada por uma fonte de tensão, como a que já estudamos na seção 3.2.3 e reproduzida aqui na Figura 4.13. De fato, o teorema de Thévenin diz que podemos representar uma fonte de tensão DC por um circuito equivalente formado por uma fonte de força eletromotriz em série a um resistor. No caso de uma bateria, o resistor série é chamado de **resistência interna** da bateria, normalmente denotada por  $R_i$ , e, como já discutimos anteriormente, a **força eletromotriz** equivalente da bateria é usualmente denotada pelo símbolo  $\varepsilon$ .

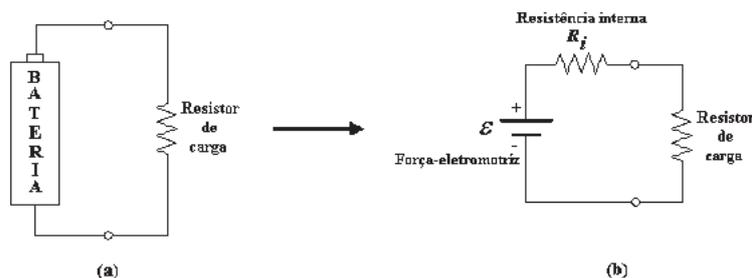


Figura 4.13: Representação de uma bateria pelo seu equivalente de Thévenin.

Se você realizar uma busca na internet a respeito das especificações das baterias mais comuns como aquelas utilizadas nos automóveis, relógios de pulso, máquinas fotográficas, lanternas, etc, além das baterias especiais, como a recarregável, com certeza chegará a conclusão de que a resistência interna da maioria das baterias pesquisadas se encontra na faixa de  $0.001\Omega$  a  $0.1\Omega$ , ou seja, na faixa de  $1\text{ m}\Omega$  a  $100\text{ m}\Omega$ . Ela, em geral, é muito pequena.

Entretanto, as baterias possuem uma característica peculiar. Na medida em que a bateria envelhece, a sua resistência interna aumenta até chegar o ponto em que a transferência de energia para a carga deixa de ser eficiente e daí em diante o envelhecimento da bateria se acelera, pois ela começa a se aquecer e a deteriorar seus constituintes químicos.

Além da sua força eletromotriz e da sua resistência interna, existem outros parâmetros importantes utilizados para especificar uma bateria. Um destes parâmetros é a **corrente máxima** que pode ser fornecida pela bateria, também chamada de “**corrente de curto-circuito**”, e vale  $I_{max} = \varepsilon/R_i$ . Tipicamente, para uma bateria de automóvel:  $\varepsilon = 12\text{V}$ ,  $R_i = 20\text{ m}\Omega$  e  $I_{max} = 600\text{A}$ . No caso particular de baterias para automóveis, a corrente máxima é também chamada em inglês de CCA, ou, *cold-cranking-amperes*.

Um outro parâmetro importante é a “**capacidade**” da bateria, que é igual ao produto da corrente fornecida pela bateria pelo número de horas que ela demora em se exaurir. Por exemplo, uma bateria de automóvel de capacidade 60Ah pode fornecer uma corrente de 60A durante 1 hora, ou 5A durante 12 horas, ou ainda 120A durante 30 minutos.

Como se pode medir a força eletromotriz de uma bateria? É fácil:  $\varepsilon$  é igual a tensão nos terminais da bateria quando esta não está fornecendo corrente, ou seja,  $\varepsilon$  é a tensão em circuito-aberto.

Também é fácil medir a resistência interna de uma bateria? A resposta não é trivial. Vejamos!

Considere o circuito equivalente da Figura 4.13(b) e denote a diferença de potencial no resistor de carga por  $V_c$ . A partir daí, é fácil mostrar que a queda de tensão nos terminais da bateria, quando esta está alimentando uma carga  $R_c$  vale:

$$\Delta = \frac{\varepsilon - V_c}{\varepsilon} = \frac{R_i}{R_i + R_c} \quad (4.18)$$

Se a resistência interna,  $R_i$ , for nula a queda de tensão também será nula, por outro lado, se  $R_i$  for igual à resistência de carga,  $R_c$ , a queda de tensão será de 50%, isto é,  $\Delta = 0.5$ .

Para exemplificar, consideremos uma bateria com  $\varepsilon = 1.5\text{V}$ ,  $R_i = 50\text{m}\Omega$ , e capacidade de 150mAh. Se um resistor de carga de valor  $1\text{k}\Omega$  for conectado nos terminais da bateria, esta poderá fornecer 15mA durante 10 horas e a queda de tensão nos terminais da bateria será de apenas  $0.75\text{mV} = 750\text{ }\mu\text{V}$ . Portanto, utilizando uma boa bateria dentro dos seus limites “saudáveis” e um voltímetro simples, fica difícil medir a sua resistência interna através da sua queda de tensão que ocorre quando uma carga resistiva está presente.

Vamos falar um pouco sobre as baterias. Aprendemos que uma transferência eficiente de potência entre uma bateria, de resistência interna  $R_i$ , e carga  $R_c$  ocorre quando  $R_c \gg R_i$ . Portanto, fica claro que a menor resistência de carga que pode ser conectada entre os polos de uma bateria depende do valor da sua resistência interna. Também fica claro que, desde que  $R_c \gg R_i$ , o valor exato de  $R_i$  torna-se um parâmetro irrelevante.

Se você realizar uma busca na in-

#### 4.4.1 Prática: Resistência interna de baterias

Esta prática tem o objetivo de aferir-se, qualitativamente, a resistência interna de uma bateria (ou pilha). Para isso, procure com o técnico baterias disponíveis de diversos tipos e qualidades, novas e usadas, para utilizar neste teste.

Monte o circuito da figura 4.14 utilizando para  $R_c$  o valor de  $1\text{ k}\Omega$  que, provavelmente, será um valor suficientemente alto para não consumir muita potência da bateria. Peça ao técnico que disponibilize para você um voltímetro digital com 4-1/2 dígitos, isto é, um voltímetro mais sensível que estes que você dispõe na sua bancada de trabalho.

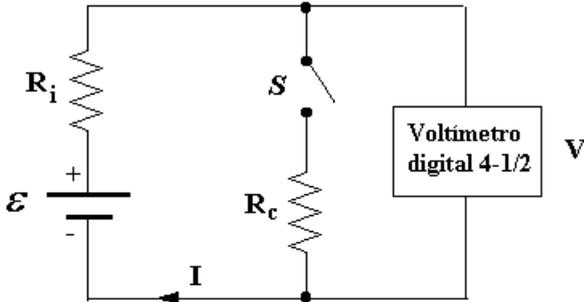


Figura 4.14: Circuito simples para aferir a resistência interna de uma bateria.

do seu voltímetro. Neste caso, você poderá dizer “não sei o valor de  $R_i$  mas, com certeza, ele é menor que ...”. Outra possibilidade seria diminuir o valor de  $R_c$  para  $470\Omega$ , ou talvez menos, a fim de aumentar a variação na tensão mas, isto pode estragar a sua bateria (pergunte ao técnico ou ao professor, porque isso depende de qual bateria estamos usando).

Como o teste é rápido, refaça-o com diversas baterias. A medida mais precisa será, provavelmente, com as pilhas gastas (velhas) porque sua resistência interna é mais alta e mais fácil de medir. Por isso, para que você sinta que está medindo direito, comece com uma pilha velha.

O objetivo é estimar o valor de  $\epsilon$  e de  $R_i$ . O primeiro passo é medir o valor de  $\epsilon$ , que pode ser feito deixando a chave  $S$  aberta. Neste caso, sendo que a resistência interna da entrada do voltímetro é alta (provavelmente  $10\text{ M}\Omega$ ) a corrente na bateria é praticamente nula e a voltagem medida pelo voltímetro será igual a  $\epsilon$ .

A medida de  $R_i$  é mais difícil. Para isso, dê toques liga/desliga na chave  $S$ , espaçados por alguns segundos, e observe a leitura do voltímetro. A voltagem que o voltímetro deverá medir será  $\epsilon$  (chave aberta) e  $\epsilon R_c / (R_i + R_c) < \epsilon$  (chave fechada). Se houver uma variação mensurável na leitura do voltímetro, então, você poderá calcular  $R_i$ . Caso a variação não seja mensurável, você poderá estimar um valor máximo para  $R_i$ , baseado na resolução

### 4.5 Impedância de saída e impedância de entrada

Ainda não estudamos o que significa o termo “impedância” então, por enquanto substitua-o por “resistência”. Este assunto tem tudo a ver com a Figura 4.15 que mostra dois circuitos complexos formados por resistores e baterias e conectados entre si nos pontos  $a$  e  $b$ . O circuito à esquerda é denominado de **circuito fonte** (ou *source network*) e o da direita por **circuito carga** (ou *load network*). Poderíamos imaginar um exemplo prático como sendo um sensor de luz com sua fonte de alimentação e circuitos internos (circuito fonte) conectados a um amplificador (circuito carga).

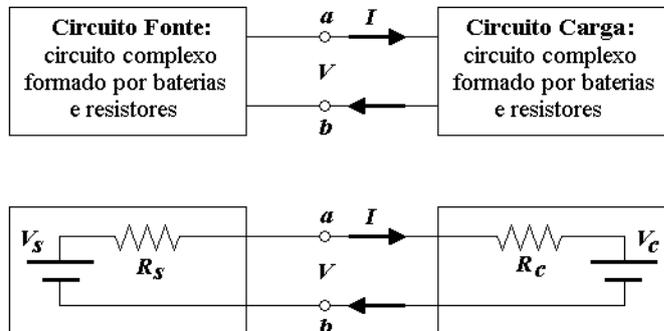


Figura 4.15: Circuitos equivalentes para fonte e carga.

A pergunta que se faz aqui é a seguinte: o que o circuito carga “enxerga” através dos pontos  $a$  e  $b$ ?

Illuminados pelo teorema de Thévenin, podemos responder esta pergunta com facilidade: o circuito carga enxerga o circuito equivalente de Thévenin do circuito fonte; ou seja, uma bateria  $V_s$  em série a um resistor  $R_s$ . Em outras palavras, o circuito carga jamais advinharia que ele está conectado a um sensor de luz! Ele só poderia saber o mais simples: que ele estaria ligado a uma bateria em série a um resistor.

Uma outra maneira de raciocinar é pensar que a tensão  $V$  e a corrente  $I$  nos pontos  $a$  e  $b$  não se alteram se o circuito fonte é substituído pelo seu equivalente de Thévenin. Deu prá entender?

A pergunta inversa também é importante: o que o circuito fonte “enxerga” através dos pontos  $a$  e  $b$ ? A resposta é similar: ele enxerga uma bateria  $V_c$  em série a um resistor  $R_c$ .

A resistência  $R_c$  é denominada de **resistência de entrada** do circuito carga vista pelo circuito fonte, enquanto que a  $R_s$  é a **resistência de saída** do circuito fonte vista pelo circuito carga.

Geralmente nos circuitos práticos as tensões  $V_s$  e  $V_c$  são variáveis e por isso não recebem nomes específicos. Ademais, quando se trata de circuitos de corrente alternada as definições são similares; apenas substitui-se os termos bateria e resistência por gerador e impedância, respectivamente.

## 4.6 Capacitores

Os capacitores são componentes presentes na maioria dos circuitos eletrônicos. Eles podem ser de diferentes tipos e o mais utilizado nos modelos matemáticos é o capacitor de placas planas, paralelas e infinitas, por sua evidente simplicidade. Por “placas infinitas” queremos dizer que a área das placas,  $A$ , é muito grande e que a separação entre elas,  $d$ , é muito pequena; de tal forma que pode-se desprezar o chamado “efeito das bordas”. Em outras palavras, esta condição implica que o campo elétrico deste capacitor é uniforme fica limitado ao interior das placas. O valor da capacitância deste capacitor é geralmente denotado pelo símbolo  $C$  e vale

$$C = \epsilon \frac{A}{d}, \quad (4.19)$$

onde  $\epsilon$  é o valor da constante dielétrica do meio entre as placas. Esta equação implica que, se o objetivo é alcançar uma capacitância grande, deve-se (1) ter um meio cuja constante dielétrica seja muito alta, (2) aumentar a área das placas e (3) diminuir a separação entre as placas. Entretanto, estes três parâmetros possuem limitações físicas e, por isso, há muita tecnologia envolvida na fabricação dos capacitores. De fato, esta é uma área de pesquisa ainda ativa até hoje, devido a sua importância na miniaturização dos circuitos eletrônicos.

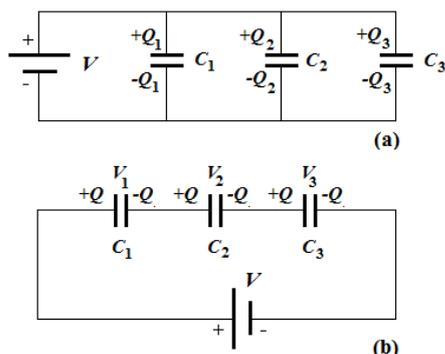
Os capacitores do tipo “placas paralelas” e outros similares são simétricos, isto é, eles não tem polaridade. Entretanto, existem outros chamados “capacitores eletrolíticos” que possuem polaridade. Um capacitor eletrolítico pode **explodir** se ligado no circuito com a polaridade invertida.

Quando uma diferença de potencial é aplicada aos terminais de um capacitor cargas de sinais opostos são acumuladas nas suas placas,  $+Q$  na placa de maior potencial e  $-Q$  na de menor potencial. A teoria diz que o valor da carga é proporcional à diferença de potencial e à capacitância do capacitor:

$$Q = CV \quad (4.20)$$

Desta equação interpretamos: quanto maior a capacitância maior vai ser a carga acumulada para uma mesma diferença de potencial. Ou seja, a capacitância é uma grandeza que quantifica a capacidade do capacitor em acumular cargas.

### 4.6.1 Associação de capacitores



A capacitância equivalente de diversos **capacitores em paralelo** é igual à soma das capacitâncias individuais. Isto é fácil demonstrar pois, se todos os capacitores estão a uma mesma diferença de potencial as cargas se somam:

$$\begin{aligned} Q = C_{eq}V &= Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n \\ &= C_1V + C_2V + \dots + C_nV \\ &= (C_1 + C_2 + \dots + C_n)V \end{aligned}$$

que resulta em

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_n \quad (4.21)$$

Figura 4.16: Associação de três capacitores em paralelo (a) e em série (b).

Para **capacitores em série** o que é comum são as cargas de cada um e as tensões se somam,

$$\begin{aligned}
 V = \frac{Q}{C_{eq}} &= V_1 + V_2 + \dots + V_n \\
 &= \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \dots + \frac{Q}{C_n} \\
 &= Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}\right)
 \end{aligned}$$

que resulta em:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \quad (4.22)$$

Para somente dois capacitores a fórmula mais simples é:

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad (4.23)$$

### 4.6.2 Transientes

Agora, considere o circuito da figura 4.17 e imagine que, inicialmente, com a chave  $S$  desligada o capacitor está descarregado. A pergunta que fazemos agora é: quais serão os valores das correntes no instante em que a chave é ligada? Para responder primeiro raciocinamos o seguinte. Se antes de ligar a chave a carga no capacitor é nula,  $Q = Q_o = 0$ , a diferença de potencial no capacitor também deve ser nula,  $V_C^o = Q_o/C = 0$ . Isto significa que no instante em que a chave é ligada, o capacitor curto-circuita o resistor  $R_s$  fazendo com que  $I_s = 0$  e  $I_C = I_o = V_o/R$ .

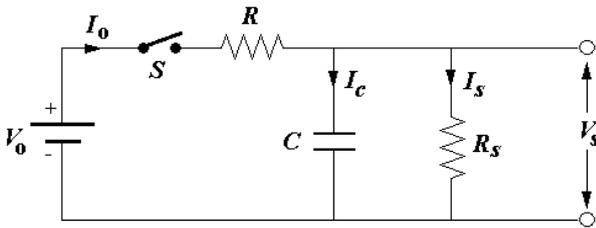


Figura 4.17: Circuito simples para análise do comportamento de um capacitor.

no caso mais geral teríamos:

$$I_C(t) = A + B e^{-t/\tau_c} \quad (4.24)$$

onde  $\tau_c$  é a constante de tempo associada ao processo de carga e  $A$  e  $B$  são constantes que podem ser determinadas considerando que  $I_C(0) = A + B = V_o/R$  e que  $I_C(\infty) = A = 0$ . Logo, a corrente no capacitor vale

$$I_C(t) = \frac{V_o}{R} e^{-t/\tau_c} \quad (4.25)$$

Finalmente, a carga no capacitor pode ser calculada matematicamente:

$$Q(t) = \int_0^t I_C(t) dt = \int_0^t \frac{V_o}{R} e^{-t/\tau_c} dt = \frac{V_o \tau_c}{R} (1 - e^{-t/\tau_c}) \quad (4.26)$$

Desta equação concluímos que, quando  $T \rightarrow \infty$ , a carga tende para o valor final  $Q(\infty) = V_o \tau_c / R$ . Mas, vimos logo atrás que  $I_s(\infty) = V_o / (R + R_s)$ , portanto,

$$Q(\infty) = \frac{V_o \tau_c}{R} = C V_C(\infty) = C V_s(\infty) = C R_s I_s(\infty) = C R_s \frac{V_o}{R + R_s} \quad (4.27)$$

Desta igualdade obtém-se o valor da constante de tempo:

$$\tau_c = C \frac{R R_s}{R + R_s} = C (R \parallel R_s), \quad (4.28)$$

isto é, o tempo de carga do capacitor é igual ao produto da sua capacitância com a resistência equivalente de  $R$  em paralelo com  $R_s$ . Observe que esta resistência equivalente é igual à resistência equivalente de Thévenin do circuito visto pelo capacitor. Gostaram? De fato, este resultado é geral:

**O tempo de resposta do capacitor é igual ao produto da sua capacitância pela resistência equivalente de Thévenin do circuito restante.**

Agora, a última pergunta: o que acontece se a chave é desligada após ter sido ligada durante um longo tempo?

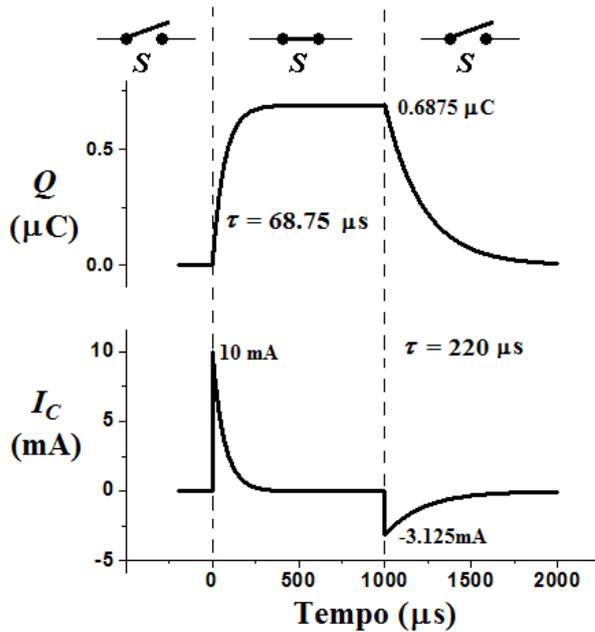


Figura 4.18: Curvas de resposta do circuito para  $C = 100 \text{ nF}$ ,  $R = 1\text{k}$ ,  $R_s = 2\text{k}$  e  $V_o = 10 \text{ V}$ .

tar o valor de sua carga na nova situação. Isto mostra que os capacitores são responsáveis por diversos tipos de transientes que ocorrem nos circuitos elétricos.

No capítulo 6 estudaremos o comportamento dos capacitores em circuitos de corrente alternada.

Neste caso, quando a chave é desligada o capacitor estará carregado. Além disso, a bateria e o resistor  $R$  não mais fazem parte do circuito. Portanto, o capacitor passa a descarregar-se através de  $R_s$ . Vejam que agora o circuito ligado ao capacitor é simplesmente o resistor  $R_s$ , portanto, o equivalente de Thévenin deste circuito é o resistor  $R_s$  em série a uma bateria de força eletromotriz nula. Logo, o tempo de resposta (ou de descarga) do capacitor será agora  $\tau_d = CR_s$ . A figura 4.18 ilustra o comportamento do circuito em todas as situações estudadas.

Acabamos de estudar um circuito no qual os tempos de carga e descarga do capacitor não são iguais. Isto porque o capacitor em questão se utiliza de dois resistores para se carregar e apenas um para se descarregar. Este exercício foi interessante e serviu, dentre outras, para mostrar mais uma aplicação dos teoremas estudados.

Aprendemos que o capacitor não conduz corrente contínua no estado estacionário (no exemplo, após um tempo longo depois da chave ter conectado a bateria no circuito). Entretanto, no momento em que uma perturbação é produzida no circuito (abrir e fechar da chave, por exemplo) o capacitor reage, consumindo corrente para reajus-

# Capítulo 5

## Corrente contínua e aplicações

Neste capítulo apresentaremos algumas aplicações dos conceitos estudados no capítulo anterior. É claro que não pretendemos esgotar o assunto já que todo o restante do curso também apresentará inúmeras aplicações dos mesmos conceitos.

### 5.1 O divisor de tensão

Um divisor de tensão pode ser uma associação série de resistores utilizada para obter uma diferença de potencial variável a partir de uma única bateria de força eletromotriz fixa. A Figura 5.1 esquematiza (lado esquerdo) e implementa (lado direito) um divisor de tensão simples a partir de dois resistores  $R_1$  e  $R_2$ .

Nos exemplos desta seção, vamos admitir que os terminais do divisor de tensão,  $S_1$  e  $S_2$ , são aferidos por um voltímetro de alta resistência de entrada, de tal forma que não há corrente nestes terminais.

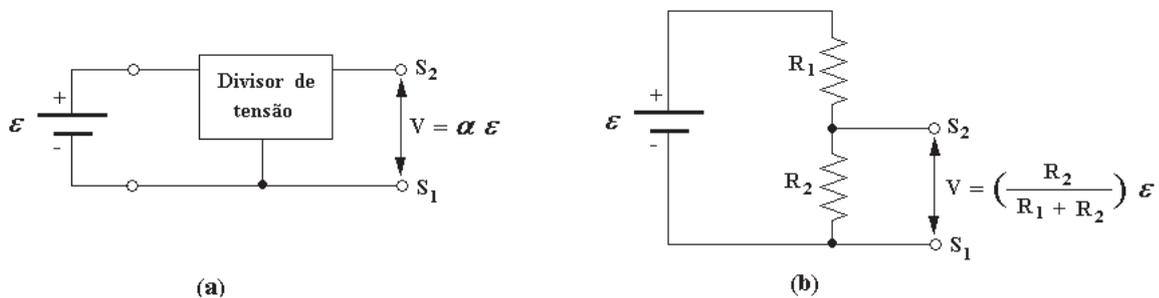


Figura 5.1: Divisor de tensão simples.

O diagrama de blocos da Figura 5.1(a) sugere as definições - **sinais de entrada e saída** - uma nomenclatura que é apropriadamente utilizada nos circuitos eletrônicos. Neste caso, a bateria fornece a tensão de entrada,  $\varepsilon$ , e a tensão de saída,  $V$ , é medida entre os terminais  $S_1$  e  $S_2$ .

Uma análise do circuito da Figura 5.1(b) mostra que a tensão de saída,  $V$ , é uma fração da tensão de entrada, isto é,  $V = \alpha\varepsilon$ , com  $0 < \alpha < 1$ . O valor de  $\alpha$  vale  $R_2/(R_1 + R_2)$ .

Um fato peculiar que caracteriza este divisor de tensão é o fato da entrada e a saída possuírem um ponto comum, no caso, o terminal (-) da bateria e o terminal de saída  $S_1$ . Entretanto, esta não é uma regra geral imposta aos divisores de tensão. Por exemplo, o esquema da Figura 5.2(a) pode ser implementado através de três resistores  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ , onde o valor de  $\alpha$  vale  $R_2/(R_1 + R_2 + R_3)$ .

Um divisor de tensão pode também ser implementado a fim de variar discretamente ou continuamente uma fração de uma dada força eletromotriz. No esquema da Figura 5.3(a) uma chave seletora simples ( $S$ ) é usada para selecionar discretamente as várias frações da tensão de entrada  $V_{AB} = 1V$ .

A tensão de saída é medida entre os terminais  $S_1$  e  $S_2$ . Um dos terminais de saída do divisor ( $S_1$ ) está fixo e conectado no ponto  $A$ , enquanto que o outro ( $S_2$ ) pode posicionar-se discretamente em qualquer um dos contatos da chave, desde  $C$  até  $B$ . Assim, dizemos que o ponto  $S_1$  é o ponto de **referência**, enquanto que  $S_2$  é **flutuante**. Para algumas aplicações específicas, pode-se utilizar uma chave seletora dupla deixando os dois terminais do divisor flutuantes.

Observe que existe somente um caminho para o fluxo de corrente, portanto a corrente em cada resistor é a mesma. A soma de todos os resistores equivale a um único resistor de  $(500+300+100+50+50)\Omega =$

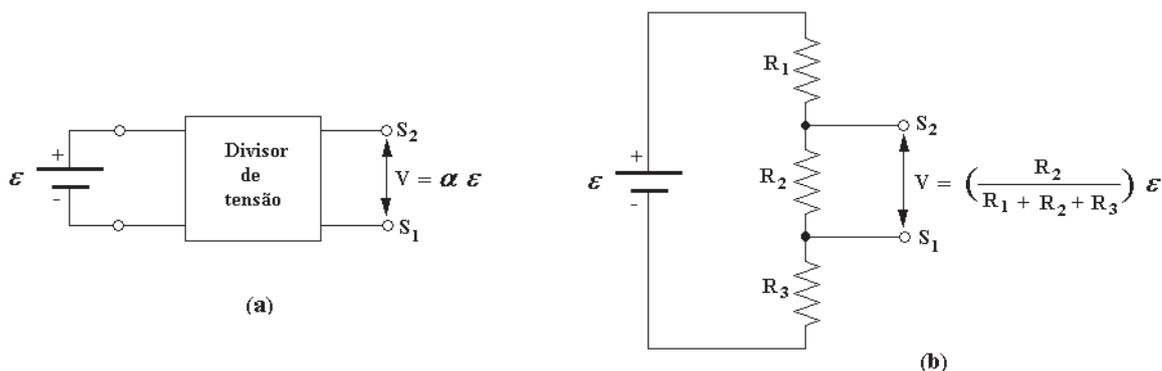


Figura 5.2: Divisor de tensão com entrada e saída sem ponto comum.

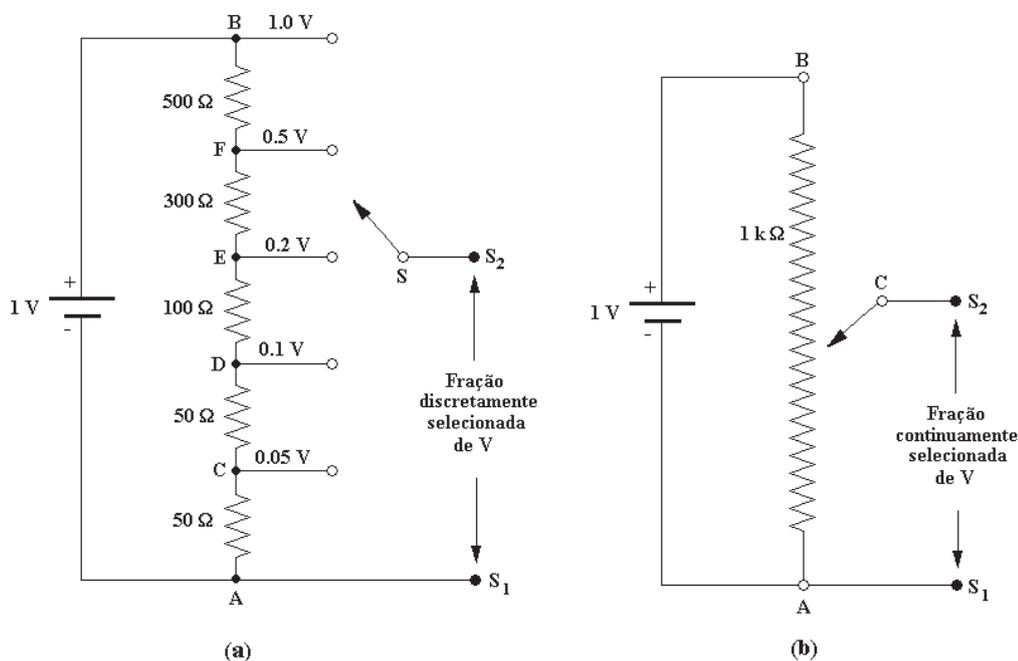


Figura 5.3: Divisor de tensão com saída variável discretamente (a) e continuamente (b).

$1\text{k}\Omega$ . A corrente vale  $1\text{V}/1\text{k}\Omega = 1\text{mA}$ . A fração da voltagem que aparece entre os pontos  $D$  e  $F$ , por exemplo, vale:

$$\frac{V_{DF}}{V} = \frac{(300 + 100)\Omega \cdot 10^{-3}\text{A}}{1\text{V}} = 0.4 \quad (5.1)$$

Os incrementos de tensão podem ser feitos tão pequenos quanto se queira, bastando escolher um número maior de resistores de valores apropriados.

### 5.1.1 Potenciômetros

Um dispositivo chamado de potenciômetro pode ser utilizado como divisor de tensão contínuo, isto é, para fornecer uma saída de tensão continuamente ajustável. O seu símbolo esquemático está representado na Figura 5.3(b).

Existem diversas maneiras de construir-se um potenciômetro e por isso existem diversos tipos de potenciômetros largamente utilizados em circuitos eletrônicos e os elementos resistivos mais comumente empregados são o carbono e o fio metálico. Os potenciômetros recebem diversas denominações conforme a aplicação a que se destinam, por exemplo, *helipot* e *trimpot* (em inglês) são dois tipos especiais de potenciômetros.

O tipo que mais utilizaremos neste curso é aquele no qual o elemento resistivo é uma lâmina ou um filme de carbono em formato de uma tira semicircular (vide Figura 5.4). Dois contatos elétricos fixos são feitos nos dois extremos do elemento resistivo ( $A$  e  $B$ ) enquanto que um terceiro contato é deslizante e pode ser posicionado manualmente ao longo de qualquer ponto da tira através da rotação de um eixo. O

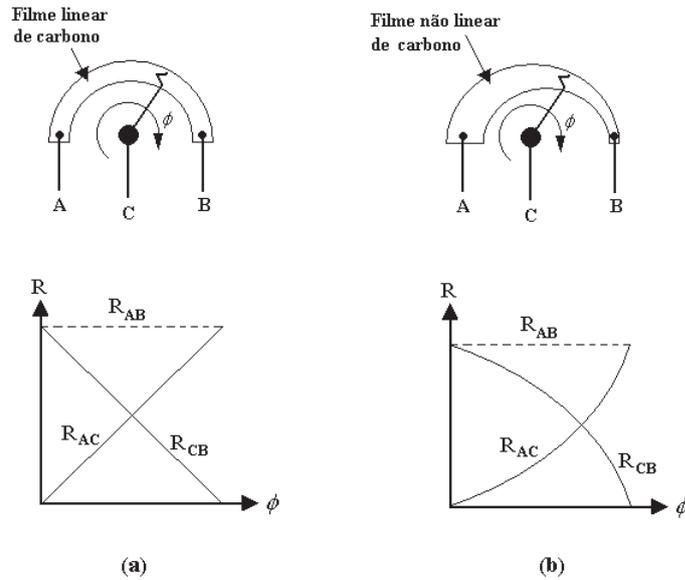


Figura 5.4: Detalhes da construção de potenciômetros lineares (a) e não-lineares (b).

valor nominal do potenciômetro é especificado pela resistência fixa entre os pontos  $A$  e  $B$ , isto é  $R_{AB}$ , enquanto que as resistências entre o ponto deslizante e os contatos fixos variam de acordo com o ângulo,  $\phi$ , de rotação do eixo, tal que  $R_{AC} + R_{CB} = R_{AB} = \text{constante}$ .

De acordo com o formato da tira semicircular de carbono, podemos classificar dois tipos de potenciômetros: os lineares e os não-lineares (vide Figuras 5.4(a) e 5.4(b), respectivamente). Ele é linear quando a largura e a espessura da tira são constantes ao longo do comprimento. Neste caso, as resistências variáveis são funções lineares do ângulo  $\phi$ . Quando esta condição não é obedecida, potenciômetro é dito não-linear. Qualquer dos dois tipos de potenciômetros podem ser adquiridos comercialmente, sendo a dependência logarítmica a mais comum para os do tipo não-linear.

Portanto, potenciômetros são dispositivos de três terminais, sendo dois fixos ( $A$  e  $B$ ) e conectados nos extremos do elemento resistivo e um flutuante ( $C$ ) que pode deslizar ao longo do elemento.

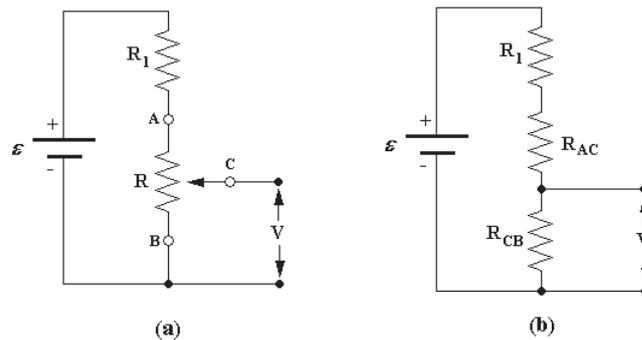


Figura 5.5: (a) Divisor de tensão projetado a partir de uma bateria,  $\varepsilon$ , um resistor fixo,  $R_1$ , e um potenciômetro de valor  $R$  e terminais  $A$ ,  $B$ , e  $C$ . (b) Circuito equivalente.

As Figuras 5.5 e 5.6 exemplificam duas aplicações típicas de um potenciômetro. Denota-se por  $R$  a resistência do potenciômetro (ou seja,  $R = R_{AB}$ ). No caso da Figura 5.5(a), cujo circuito equivalente está representado na 5.5(b), o potenciômetro é utilizado como um divisor de tensão no qual a voltagem de saída vale:

$$V = R_{CB}I = R_{CB} \frac{\varepsilon}{R_1 + R_{AC} + R_{CB}} = R_{CB} \frac{\varepsilon}{R_1 + R} \quad (5.2)$$

Logo, a voltagem de saída é proporcional a  $R_{CB}$  que, por sua vez, depende do ajuste do potenciômetro. Daí, concluímos que  $V$  pode variar desde  $0V$ , quando  $R_{CB} = 0$ , até  $\varepsilon R / (R_1 + R)$ , quando  $R_{CB} = R$ . Em particular, se  $R_1 = 0$ , a voltagem de saída,  $V$ , varia desde  $0V$  até  $\varepsilon$ .

Nos divisores de tensão da Figura 5.6, o potenciômetro é utilizado na função de um resistor variável. Esta configuração é útil, em geral, quando se deseja variar a resistência de um resistor mantendo-o

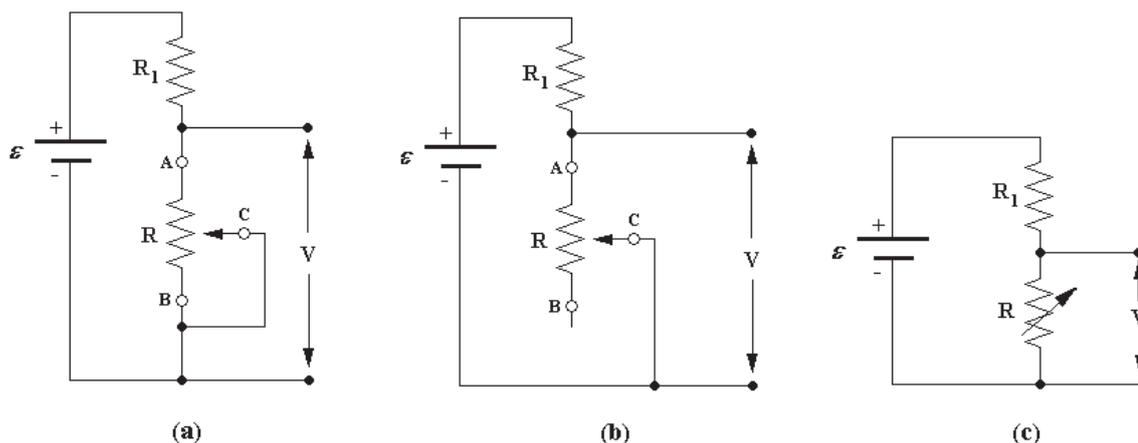


Figura 5.6: (a) Diversas maneiras de implementar-se um mesmo circuito no qual o potenciômetro atua simplesmente como um dispositivo de dois terminais, isto é, um resistor de resistência variável.

permanentemente conectado no circuito. No caso (a) os terminais  $C$  e  $B$  estão externamente conectados em curto de tal forma que a corrente irá fluir majoritariamente através deste curto-circuito. A corrente que flui através do trecho do elemento resistivo compreendido entre os terminais  $C$  e  $B$  é praticamente nula. Alternativamente, como não há corrente no terminal  $B$ , ele pode ser deixado aberto (ou desconectado) como mostra o circuito (b), sem que isso cause prejuízos ao funcionamento do divisor.

Entretanto, embora sejam idênticos quando à função, o circuito mostrado na Figura 5.6(a) é considerado mais correto que o da Figura 5.6(b). O motivo não é tão simples de entender neste estágio do curso mas, todavia, vou explicar. Uma regra prática da eletrônica aconselha que não se deve deixar um terminal aberto em um dispositivo eletrônico qualquer. O fato é que o terminal aberto pode atuar como uma antena e, através do efeito de indução, captar sinais espúrios aumentando o nível de ruído no circuito.

O circuito equivalente dos dois circuitos (a) e (b) está na Figura 5.6(c), o qual mostra a forma usual e simplificada de representá-los, na qual fica explícito que o potenciômetro atua como um resistor de resistência variável. Na notação utilizada, o valor do resistor varia desde 0 até  $R$ . Para uma posição arbitrária do potenciômetro, a voltagem de saída dos circuitos da Figura 5.6 vale:

$$V = R_{AC}I = R_{AC} \frac{\varepsilon}{R_{AC} + R_1} \quad (5.3)$$

Portanto,  $V$  varia desde  $0V$  quando  $R_{AC} = 0$  até  $\varepsilon R / (R_1 + R)$ , quando  $R_{AC} = R$ . Ou seja, a mesma variação que no caso do circuito da Figura 5.5. Entretanto, este último circuito tem duas desvantagens com relação ao anterior. Primeiro, a tensão de saída não é diretamente proporcional a  $R_{AC}$ . Segundo, o valor de  $R_1$  não pode ser escolhido arbitrariamente. Se escolhermos  $R_1 = 0$ , o potenciômetro irá colocar a bateria em curto quando  $R_{AC}$  for nulo.

Potenciômetros também são chamados de **reostatos** mas, chamo a atenção que, apesar de executarem a mesma função, reostato e potenciômetro não são sinônimos. Alguns autores definem um reostato como sendo um potenciômetro de dois terminais, ou seja, quando o potenciômetro é utilizado na forma de um resistor variável como indicado na Figura 5.6. Todavia, outros autores, chamam de reostato a um potenciômetro utilizado em um circuito que requer que uma potência elevada seja dissipada no divisor de tensão. Por isso, alguns potenciômetros grandes, nos quais o elemento resistivo é geralmente constituído de um fio metálico, são chamados de reostatos. Os potenciômetros, por outro lado, podem ser pequenos e construídos por lâminas de carbono, apesar de também serem comuns os de fio metálico, neste caso de menor calibre (ou diâmetro) que aqueles empregados nos reostatos. Creio que não há uma definição clara a respeito de potenciômetros e reostatos.

### 5.1.2 O efeito da carga em um divisor de tensão

Normalmente um divisor de tensão é utilizado na forma que o próprio nome explicita: para gerar uma fração específica da tensão de entrada. Entretanto, devemos prestar muita atenção antes de garantir que tal divisão da tensão vai ocorrer na fração prevista pelo projeto do circuito.

O fato importante é que as voltagens de saída indicadas para os divisores que acabamos de estudar serão exatas somente quando o divisor não estiver sendo utilizado! Em outras palavras, as voltagens indicadas são aquelas que se obteria quando a saída não estiver conectada em um circuito externo.

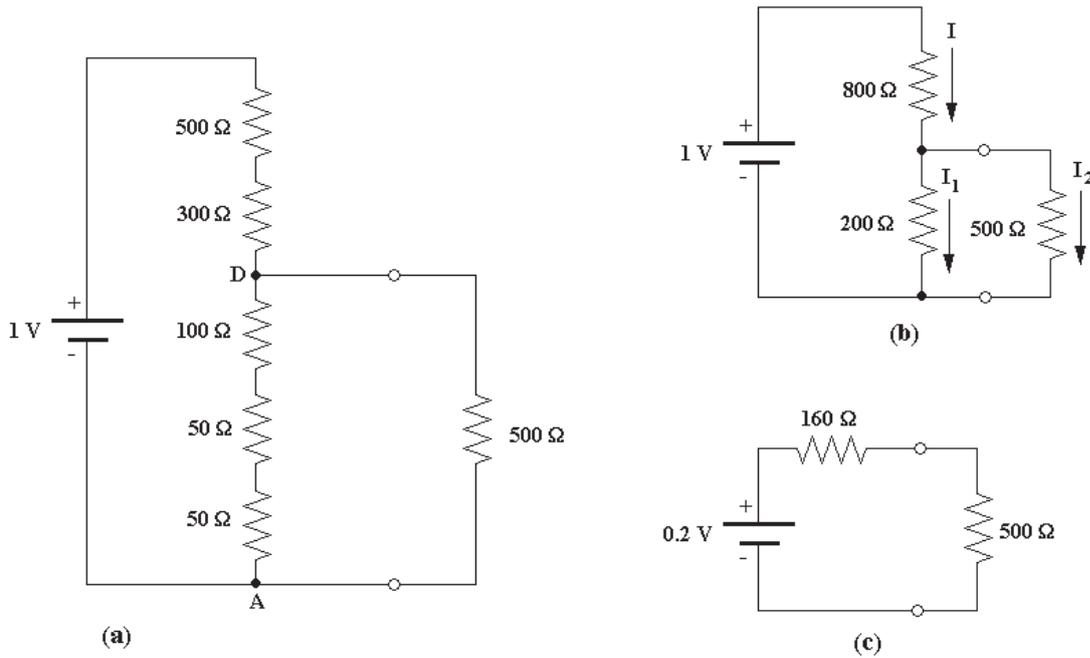


Figura 5.7: Efeito da resistência de carga em um divisor de tensão.

Quando o divisor está sem carga aplicada ele é denominado de “**divisor de tensão rígido**” e, neste caso, as voltagens de saída que indicamos para os circuitos anteriores serão exatas. Todavia, na prática, um divisor de tensão é sempre construído para ser conectado em uma carga. Para ilustrar, vamos ver o exemplo da Figura 5.7, onde o mesmo divisor da Figura 5.3(a) está sendo utilizado para aplicar a tensão  $V_{EA}$  (ou os supostos 200 mV) em uma carga cuja resistência vale  $500\Omega$ . Neste caso, dizemos que o divisor de tensão está carregado.

O efeito do carregamento do divisor de tensão pode ser analisado com certa facilidade. Observe que os circuitos das Figuras 5.7(a) e 5.7(b) são idênticos. Observe também que a corrente que flui no ramo superior do divisor (corrente  $I$  através do resistor  $500\Omega + 300\Omega = 800\Omega$ ) não é mais igual àquela que flui nos resistores do ramo inferior (corrente  $I_1$  através do resistor  $100\Omega + 50\Omega + 50\Omega = 200\Omega$ ) porque parte da corrente  $I$  é **drenada** pelo resistor de carga (isto é,  $I = I_1 + I_2$ ).

O cálculo da voltagem no resistor de carga pode ser feito de duas maneiras. De uma maneira direta, considere o circuito da Figura 5.7(b) e observe que  $I = 1V/[800+(200\parallel 500)] = 1.0606\text{mA}$  (o que é diferente do valor projetado que valia  $1\text{mA}$ !). Assim, a voltagem no resistor de carga vale  $V_C = (200\parallel 500)I = 151.5\text{mV}$  (que também é diferente do valor projetado,  $200\text{mV}$ ).

A segunda maneira, que talvez fosse a opção de cálculo assumida por alguém mais experiente, envolve estabelecer o equivalente de Thévenin do divisor de tensão rígido (vide Figura 5.7(c)). A voltagem e resistência de Thévenin valem,  $V_{th} = 200\text{mV}$  e  $R_{th} = 200\parallel 800\Omega = 160\Omega$ , respectivamente. Logo, a voltagem na carga vale  $500[0.2/(160 + 500)] = 151.5\text{mV}$ .

A lição que aprendemos desta análise é: uma fonte de alimentação ideal, de força eletromotriz fixa, quando acoplada a um divisor de tensão se comporta como uma fonte de alimentação com resistência interna (ou  $R_{th}$ ) e, portanto, a tensão de saída diminui quando a carga é conectada! O quanto ela vai diminuir depende da relação entre a resistência interna e a resistência de carga. Quando o valor da resistência de carga for muito maior que a resistência interna podemos assumir que o divisor de tensão é rígido; quando isto não ocorre consideramos o divisor carregado.

### 5.1.3 Prática: Divisores de tensão

Construa o circuito esquematizado na Figura 5.8(a) e meça o valor da tensão  $V$  em função da resistência de carga  $R_C$ . Os resistores  $R_1$  e  $R_2$  formam um divisor de tensão. Com base nos valores nominais dos componentes, verifique se os resultados experimentais concordam com o que pode ser previsto teoricamente. Remova o resistor de carga e substitua  $R_1$  e  $R_2$  por um potenciômetro, como esquematizado na Figura 5.8(b) e observe qualitativamente o funcionamento de um divisor de tensão com ajuste contínuo. Ajuste o posicionamento do eixo do potenciômetro para aproximadamente metade da escala total e meça a voltagem de saída. Compare os resultados obtidos entre os dois tipos de potenciômetros: lineares e logarítmicos. Os resultados obtidos são aqueles esperados?

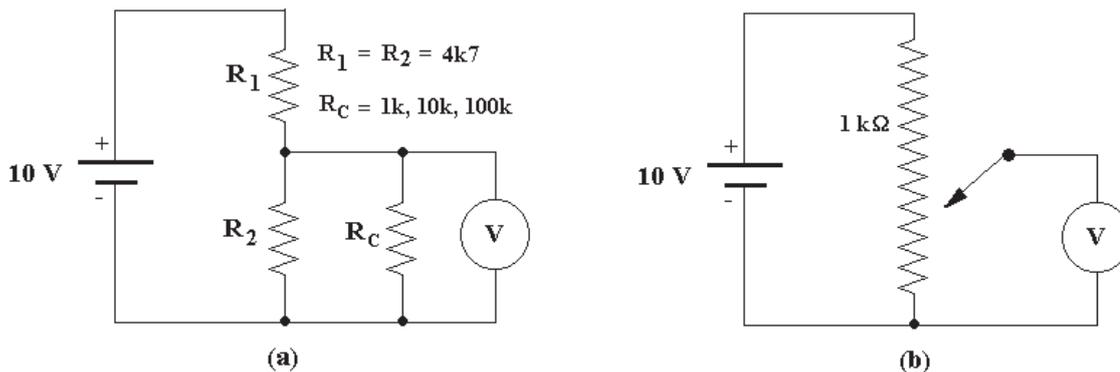


Figura 5.8: Esquemas elétricos utilizados para a prática.

## 5.2 A ponte de Wheatstone

A ponte de Wheatstone, cujo circuito básico está mostrado na Figura 5.9, é muito utilizada para realizar-se medidas precisas de tensão DC e de resistências. A precisão é geralmente limitada apenas pelas tolerâncias dos resistores utilizados na confecção do circuito.

Os dois circuitos da Figura 5.9 mostram duas maneiras equivalentes de representar-se o esquema elétrico de uma ponte de Wheatstone. Se este assunto já for familiar a você, logo perceberá que a Figura 5.9(a) não se parece com a “tradicional” ponte de Wheatstone pois na maioria dos textos ela é desenhada na forma de um losango como aquele mostrado na Figura 5.9(b).

Deixando de lado as preferências estéticas, observem que os dois circuitos da Figura 5.9 são fisicamente idênticos, mas, raramente você irá encontrar em um livro texto uma ponte de Wheatstone desenhada como aquela da Figura 5.9(a). Eu, particularmente, prefiro esta última, mas, infelizmente o meu bom-gosto não é compartilhado por muitos outros autores <sup>1</sup>.

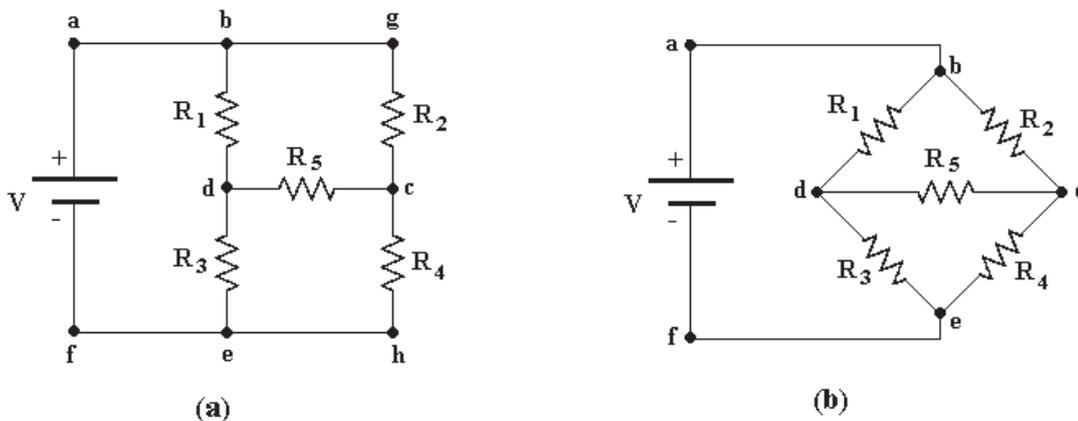


Figura 5.9: A ponte de Wheatstone.

Por razões que se tornarão óbvias mais adiante, uma pergunta que pode ser feita com relação ao circuito da Figura 5.9 é: “Qual deve ser a condição para que a corrente em  $R_5$  seja nula?”.

A resposta é quase trivial e para responder esta pergunta em um único tapa, podemos deixar de lado todo o arsenal matemático que aprendemos no capítulo anterior.

Veja a Figura 5.9(a). Os potenciais nos pontos  $a$ ,  $b$  e  $g$  são iguais entre si, assim como também são os potenciais nos pontos  $f$ ,  $e$  e  $h$ . A condição proposta é  $V_5 = V_d - V_c = 0$ , portanto, se somarmos e subtrairmos um mesmo termo nesta equação, obtemos:  $(V_d - V_e) - (V_c - V_h) = 0$ . Além disso, conforme proposto, não há corrente em  $R_5$  (pois  $V_5 = R_5 I_5 = 0$ ), logo, os dois divisores de tensão, formados respectivamente por  $R_1$  e  $R_3$  e por  $R_2$  e  $R_4$ , podem ser considerados rígidos, logo:

$$V_5 = V_d - V_c = (V_d - V_e) - (V_c - V_h) = R_3 \frac{V}{R_1 + R_3} - R_4 \frac{V}{R_2 + R_4} \quad (5.4)$$

Arranjando apropriadamente os termos desta equação, verificamos que a condição necessária e suficiente para que a voltagem, ou a corrente, em  $R_5$  seja nula resulta em  $V(R_2 R_3 - R_1 R_4) / [(R_1 + R_3)(R_2 +$

<sup>1</sup>Eu me orgulho de ser modesto!

$R_4)] = 0$ , ou seja:

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (5.5)$$

Viram como é fácil? A Equação 5.5 estabelece o critério para que a ponte de Wheatstone esteja balanceada, o que significa,  $V_5 = V_d - V_c = 0$ , ou,  $I_5 = V_5/R_5 = 0$ .

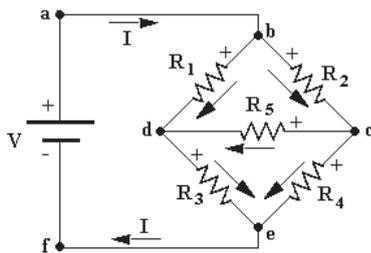
Embora pareça que o problema já está resolvido, seria muito interessante que na sequência encarássemos uma segunda pergunta: “Em uma situação geral, qual seria o valor da corrente  $I_5$  quando a ponte não está balanceada, ou seja, quando os resistores possuem quaisquer valores diferentes daqueles que satisfazem a condição proposta pela Equação 5.5?”.

Com certeza será bem mais difícil responder esta segunda pergunta. Para respondê-la vamos utilizar, de fato, os conceitos que aprendemos no capítulo anterior e, iluminados um pouco mais por dois novos métodos, resolver o problema proposto - a ponte de Wheatstone - através de quatro maneiras diferentes.

### 5.2.1 Solução 1: aplicação direta das leis de Kirchhoff

O primeiro método que selecionamos para resolver o circuito da ponte de Wheatstone é aquele que resulta a partir da aplicação direta das leis de Kirchhoff. Observe na Figura 5.10 que o circuito da ponte possui 4 nós ( $b$ ,  $c$ ,  $d$  e  $e$ ) e diversos laços ( $abdefa$ ,  $abcefa$ ,  $bcdb$ ,  $bcecb$ ,  $dced$ , e outros mais, por exemplo:  $abdcefa$ ). O número de incógnitas totaliza 6:  $I$ ,  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_4$ ,  $I_5$ .

Portanto, devemos escrever 3 equações para nós e 3 para laços, por exemplo, estas que seguem:



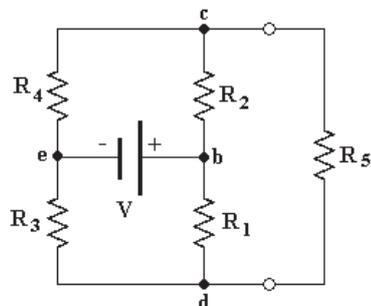
$$\begin{aligned} I - I_1 - I_2 &= 0 & (\text{nó } b) \\ I_1 - I_3 + I_5 &= 0 & (\text{nó } d) \\ I_3 + I_4 - I &= 0 & (\text{nó } e) \\ R_1 I_1 + R_3 I_3 - V &= 0 & (\text{laço } abdefa) \\ R_2 I_2 + R_5 I_5 - R_1 I_1 &= 0 & (\text{laço } bcdb) \\ R_3 I_3 + R_5 I_5 - R_4 I_4 &= 0 & (\text{laço } dced) \end{aligned} \quad (5.6)$$

Figura 5.10: A ponte de Wheatstone: solução através das leis de Kirchhoff.

O problema agora é “simples”: basta resolver-se um sistema composto por 6 equações e 6 incógnitas. Se vocês optarem pelo método algébrico dos determinantes, vão ter que calcular 2 determinantes de ordem 6 para cada corrente. A solução total envolve o cálculo de 7 determinantes  $6 \times 6$ . Não vou dizer que isso é difícil, mas, com certeza, é chato! Porém, este é o tipo de cálculo que a gente deve fazer pelo menos uma vez na vida, mesmo que seja só para agradar o professor. Esta lição de casa eu já fiz há vários anos atrás, portanto, agora é a vez de vocês: resolvam este problema como exercício.

### 5.2.2 Solução 2: teorema de Thévenin

Se o resistor  $R_5$  é especial, pelo menos no sentido em que a corrente que flui através dele define se a ponte está balanceada ( $I_5 = 0$ ) ou desbalanceada ( $I_5 \neq 0$ ), então, podemos isolá-lo do restante do circuito como mostrado na Figura 5.11 e aplicar o teorema de Thévenin.



A resistência equivalente de Thévenin é fácil de se calcular, pois corresponde à composição em série de  $R_1 \parallel R_3$  e de  $R_2 \parallel R_4$ . A voltagem equivalente de Thévenin é a voltagem  $V_{cd}$  na situação em que  $R_5 = \infty$ , o que significa o mesmo que a voltagem em  $R_5$  quando  $I_5 = 0$ . Ora, isto já foi calculado no anteriormente, portanto,

$$\begin{aligned} V_{th} &= V \left[ \frac{R_1}{R_1 + R_3} - \frac{R_2}{R_2 + R_4} \right] \\ R_{th} &= \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} \end{aligned} \quad (5.7)$$

Logo, a corrente no resistor  $R_5$  vale:

$$I_5 = \frac{V_{th}}{R_{th} + R_5} \quad (5.8)$$

Figura 5.11: A ponte de Wheatstone: solução através do teorema de Thévenin.

Daqui pra frente basta você substituir a Equação 5.7 na 5.8, fazer as simplificações necessárias e escrever uma expressão para  $I_5$  que seja apropriada ao seu caso.

### 5.2.3 Solução 3: método de Maxwell

A análise de alguns circuitos eletrônicos complexos pode ser bastante simplificada se utilizarmos o conceito de corrente de laço ou de malha. A técnica é derivada do método de Maxwell o qual, juntamente com os outros três teoremas já apresentados no capítulo anterior, formam a base teórica para a análise dos circuitos eletrônicos que serão estudados neste curso. Historicamente, este é chamado de método e não de teorema.

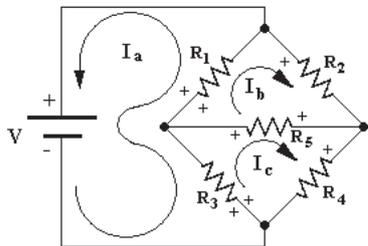


Figura 5.12: A ponte de Wheatstone: solução através do método de Maxwell.

A corrente em um laço é um conceito abstrato e não deve ser confundida com a corrente real que atravessa os componentes que compõem o laço em questão. A técnica consiste em aplicarem-se simultaneamente as duas leis de Kirchhoff, de tal forma a reduzir o número de incógnitas e equações.

As correntes dos laços podem ser definidas para qualquer laço fechado, assim como mostra a Figura 5.12 para os três laços que escolhi arbitrariamente, resultando em 3 correntes incógnitas:  $I_a$ ,  $I_b$  e  $I_c$ .

Para que você entenda melhor o significado da corrente em um laço vamos, por exemplo, considerar a corrente  $I_b$  que flui no laço formado por  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_5$ . Considere também a corrente  $I_c$  que flui no laço formado por  $R_3$ ,  $R_4$  e  $R_5$  e observe que a corrente real em um resistor comum aos dois laços,  $R_5$ , não é igual nem a  $I_b$ , nem a  $I_c$ , mas, a priori, a única certeza que temos é que  $|I_5| = |I_b - I_c|$ . Aqui, a subtração entre as correntes  $I_b$  e  $I_c$  ocorre porque escolhemos definir

correntes que percorrem  $R_5$  em sentidos contrários; caso invertêssemos o sentido de umas das correntes,  $I_b$  ou  $I_c$ , teríamos que escrever  $|I_5| = |I_b + I_c|$ . O sinal, ou o sentido, da variável  $I_5$  ficará determinado depois que resolvermos as equações associadas aos laços, as quais serão apresentadas logo a seguir, e isto depende de qual definição utilizaremos para a corrente  $I_5$ .

Para adiantar, dizemos que se definirmos  $I_5 = I_b - I_c$  e o valor calculado de  $I_5$  resultar positivo, significa que ele possui o mesmo sentido que  $I_b$ ; alternativamente, se resultar negativo, significa que ele possui o sentido contrário a  $I_b$ , portanto, o mesmo sentido que  $I_c$ .

Uma vez definidos os laços e o sentido de percurso, as polaridades dos resistores devem ser assinaladas de acordo com cada corrente. Veja bem! Considere o resistor  $R_5$  na Figura 5.12 e observe que as correntes  $I_b$  e  $I_c$  o atravessam em sentidos opostos. Portanto, com relação a  $I_b$ , o sinal de polaridade positiva foi assinalado no lado direito do resistor e dentro do laço de  $I_b$ , enquanto que, com relação a  $I_c$ , o sinal de polaridade positiva foi assinalado no lado esquerdo do resistor e dentro do laço de  $I_c$ . O mesmo raciocínio é utilizado para assinalar as polaridades em todos os resistores.

Uma vez definidos os laços e as polaridades nos resistores basta aplicar a segunda lei de Kirchhoff e escrever as 3 equações associadas às 3 incógnitas:  $I_a$ ,  $I_b$  e  $I_c$ . Isto resulta em:

$$\begin{aligned} V + R_1(I_a + I_b) + R_3(I_a + I_c) &= 0 & (\text{laço } a) \\ R_1(I_a + I_b) + R_2I_b + R_5(I_b - I_c) &= 0 & (\text{laço } b) \\ R_3(I_a + I_c) + R_4I_c + R_5(I_c - I_b) &= 0 & (\text{laço } c) \end{aligned} \quad (5.9)$$

Se você não entendeu como construí estas equações, não se preocupe, vou lhe dar algumas dicas. Tome, por exemplo, a equação correspondente ao laço  $c$  e adote para o sentido do percurso o mesmo que o assinalado na Figura 5.12 para a corrente  $I_c$ . Observe que todos os termos que contem a corrente  $I_c$  estão positivos, o que significa que escolhi (arbitrariamente!) o sinal positivo para quando o componente é percorrido no sentido  $+$  para  $-$ . Além disso, observe que outras correntes além de  $I_c$  podem percorrer um mesmo componente, como no caso dos resistores  $R_3$  e  $R_5$ , os quais também estão sujeitos a  $I_a$  e  $I_b$  respectivamente. Devido à escolha do sinal associado ao sentido do percurso, a corrente  $I_a$  contribui positivamente em  $R_3$  enquanto que  $I_b$  contribui negativamente em  $R_5$ .

O mesmo procedimento é utilizado para todos os outros laços mas, tenha sempre em mente que o sentido positivo escolhido para o percurso é arbitrário pois, se ele for invertido, significa apenas a multiplicação da equação correspondente por  $-1$ , o que não altera a solução do sistema de equações.

Observe que este sistema de 3 equações e 3 incógnitas pode ser resolvido mais facilmente que aquele de 6 equações e 6 incógnitas que resultou da aplicação direta das leis de Kirchhoff. Uma vez resolvido este sistema de 3 equações e encontrado os valores das incógnitas  $I_a$ ,  $I_b$  e  $I_c$ , as 6 correntes reais, assim como definidas na Figura 5.10, podem ser calculadas de forma simples:

$$\begin{aligned} I &= -I_a \\ I_1 &= -I_a - I_b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_2 &= I_b \\
 I_3 &= -I_a - I_c \\
 I_4 &= I_c \\
 I_5 &= I_b - I_c
 \end{aligned}
 \tag{5.10}$$

Resolvam este problema como exercício.

#### 5.2.4 Solução 4: conversão $\Delta$ -Y e Y- $\Delta$

Existem dois tipos de arranjos especiais de três resistores que aparecem em inúmeros circuitos eletrônicos: são os chamados do tipo  $\Delta$  (ou também do tipo Pi ou  $\pi$ ) e do tipo Y (ou também do tipo T). Eles estão representados na Figura 5.13. Os circuitos  $\Delta$  e  $\pi$ , assim como os Y e T, são idênticos entre si pois diferem apenas na forma em que estão desenhados, a qual sugere os seus respectivos apelidos.

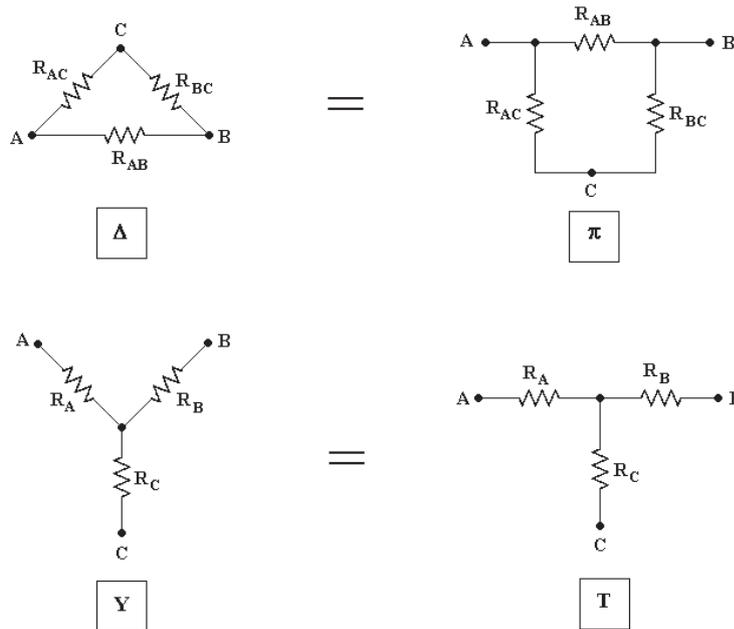


Figura 5.13: Arranjo de resistores do tipo  $\Delta$  (ou  $\pi$ ) e do tipo Y (ou T).

Do ponto de vista elétrico, isto é, quando analisados somente pelos três terminais A, B e C, os dois tipos são equivalentes entre si.

Vou explicar melhor. Imagine que os circuitos  $\Delta$  e Y estão montados dentro de uma “caixa preta” com acesso externo apenas aos três terminais. O fato de os circuitos serem equivalentes significa que não é possível distingui-los um do outro através de medidas externas aplicadas nos terminais. Em outras palavras, quem estiver analisando externamente o circuito escondido dentro da caixa será capaz de dizer apenas que lá dentro pode existir um arranjo de resistores do tipo  $\Delta$  ou, como também, um do tipo Y - qualquer uma das alternativas é possível.

De fato, os resistores que compõem o circuito tipo  $\Delta$  podem ser calculados a partir dos valores dos outros resistores do circuito Y, e vice-versa. As equações que fazem a conversão são as seguintes:

$$\begin{aligned}
 R_A &= \frac{R_{AB}R_{AC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}} \\
 R_B &= \frac{R_{AB}R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}} \\
 R_C &= \frac{R_{AB}R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{AC}}
 \end{aligned}
 \tag{5.11}$$

com as respectivas inversas:

$$R_{AB} = \frac{R_A R_B + R_B R_C + R_A R_C}{R_C}$$

$$R_{BC} = \frac{R_A R_B + R_B R_C + R_A R_C}{R_A} \quad (5.12)$$

$$R_{AC} = \frac{R_A R_B + R_B R_C + R_A R_C}{R_B}$$

Você pode demonstrar estas equações como exercício.

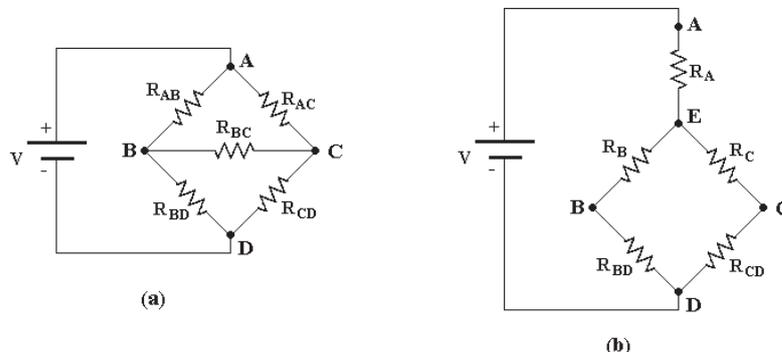


Figura 5.14: A ponte de Wheatstone: solução através da conversão  $\Delta$ -Y e Y- $\Delta$ .

A Figura 5.14 ilustra a utilidade do método na solução da ponte de Wheatstone não balanceada. Observe que os resistores  $R_{AB}$ ,  $R_{BC}$  e  $R_{AC}$  formam um arranjo do tipo  $\Delta$  entre os pontos A, B e C. Através das Equações 5.11 e 5.12, estes três resistores podem ser substituídos por outros, formando um arranjo do tipo Y (Figura 5.14(b)). Os outros dois resistores,  $R_{BD}$  e  $R_{CD}$ , são mantidos inalterados.

Aprovada a conversão, o circuito resultante fica muito mais simples de ser calculado. Veja bem! As associações em série de resistores  $R_B$  e  $R_{BD}$ , assim como  $R_C$  e  $R_{CD}$ , estão em paralelo entre si, portanto, fica fácil calcular a corrente em  $R_A$  e a voltagem  $V_{ED}$ . Uma vez feito isso, pode-se também calcular as correntes em  $R_{BD}$  e  $R_{CD}$ , ou seja,  $I_{BD}$  e  $I_{CD}$ . A diferença de potencial no resistor original  $R_{BC}$  é simplesmente  $V_B - V_C = (V_B - V_D) - (V_C - V_D) = (R_{BD}I_{BD}) - (R_{CD}I_{CD})$ .

Como exercício, calcule a expressão final para a corrente no resistor  $R_{BC}$  em função dos componentes do circuito original utilizando este método.

### 5.2.5 A ponte de Wheatstone como detector de nulo

Na próxima prática vamos realizar um exercício que envolve uma técnica de medida bastante utilizada no dia-a-dia do cientista, por isso, vamos aqui detalhar um pouco mais a motivação que permeia este experimento.

Um experimento típico consiste em medir a variação de uma grandeza elétrica (corrente ou tensão) em função de parâmetros externos como, temperatura, campo elétrico ou magnético, tensão mecânica, ambiente químico, etc. Neste contexto, a incumbência do pesquisador é encontrar métodos, ou técnicas, que viabilizem a medida quantitativa dos efeitos físicos de interesse, mas como vocês sabem, realizar uma medida elétrica com precisão nem sempre é uma tarefa trivial.

Em uma situação corriqueira, a manifestação de certo efeito pode se traduzir em uma pequena alteração na queda de potencial em um resistor. Imagine, por exemplo, que a tensão estacionária no resistor seja da ordem de 10V e que o efeito oriundo da alteração de um parâmetro externo (temperatura, por exemplo) provoque uma pequena variação nesta tensão. Em termos quantitativos imagine que, em consequência da variação da temperatura, a tensão flutue no intervalo  $(10 \pm 0.001)V$  - variação esta que corresponde a uma parte entre dez mil! Como fazer para medi-la com precisão?

Vamos colocar os pés no chão e analisar a viabilidade prática de uma medida desta natureza, neste laboratório.

Imagine que para medir a voltagem, assim como a sua variação, você dispõe deste voltímetro digital que está sobre a sua bancada de trabalho. Não sei exatamente qual a marca ou modelo deste seu voltímetro, mas diria que, é muito provável que ele seja um voltímetro digital de 3-1/2 dígitos, como aquele mostrado na Figura 5.15.

Para medir-se a tensão escolhe-se a escala de 20V, na qual é possível medirem-se tensões no intervalo 0.00V a  $\pm 19.99V$ . Os três dígitos à direita podem assumir qualquer valor entre 0-9 e o primeiro à esquerda (o mais significativo, situado entre o sinal  $\pm$  e os três últimos dígitos à direita) só pode assumir o valor "1" ou estar apagado (este é o chamado 1/2 dígito e está apagado na foto impressa na Figura 5.15). Normalmente, o ponto flutuante muda de lugar para cada escala mas, para uma dada escala, ele tem uma posição fixa.

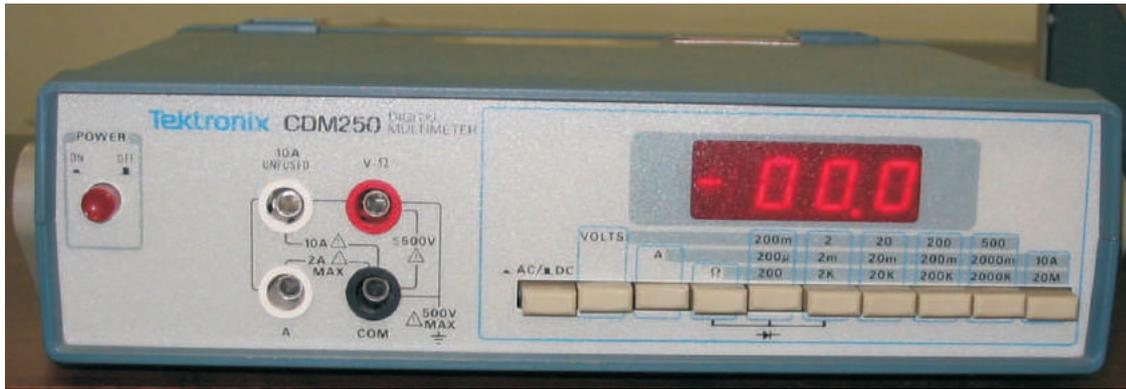


Figura 5.15: Vista frontal do voltímetro Tektronix CDM250.

Assim, a **resolução** deste voltímetro **nesta escala** é de 0.01V ou 10mV. Considerando-se o experimento hipotético enunciado anteriormente, vemos que, na melhor das hipóteses, este voltímetro poderia ser útil para estimar uma variação de uma dezena de milivolts sobre a tensão de 10V. Mais especificamente, seria possível observar que a tensão variou de +10.00V a +10.01V, ou seja, por uma quantidade igual a 10mV, ou uma parte em mil.

Portanto, uma primeira análise (precipitada) nos indica que este voltímetro não é apropriado para a medição almejada.

Apesar de estarmos sendo rigorosos, a estimativa que fizemos da resolução do voltímetro na escala de 20V traz consigo uma boa dose de otimismo, pois a **tolerância** (ou **precisão**) de qualquer voltímetro digital é no mínimo de  $\pm 1/2$  LSD, o que significa que cada leitura estará, na melhor das hipóteses, afetada por um erro que corresponde à metade do dígito menos significativo (em inglês, LSD é a sigla para *less significant digit*, e aproveitando a deixa, MSD corresponde a *most significant digit*), tanto para mais como para menos. Para saber a precisão real do seu voltímetro, consulte o manual.

Para medir-se uma variação de 1mV em torno de 10 V, o nosso voltímetro teria que ter, no mínimo, 4-1/2 dígitos, (muito mais caro que o anterior!). De fato, a variação de voltagem mensurável neste caso corresponderia ao intervalo  $0.000V \pm 19.999V$ , com uma resolução de 0.001V ou 1mV.

Pois, veja bem! Vamos dizer que o problema enunciado seja o de medir uma variação na faixa de 1mV sobre uma tensão que, tipicamente, vale 10V. Então, antes de sugerir uma técnica alternativa, mais barata, eu lhe pergunto: qual a **sensibilidade** deste seu voltímetro de 3-1/2 dígitos?

Bom, agora eu acho que confundi o raciocínio de vocês. Por isso, faça também uma outra pergunta (só para confundir ainda mais!): vocês sabem qual é a diferença entre os termos resolução, sensibilidade e precisão? Eles não são sinônimos!

Para responder a primeira pergunta, verifique qual a escala mais sensível do seu voltímetro. Se o seu voltímetro for aquele mostrado na Figura 5.15, a escala mais sensível é de 200mV, ou seja, nesta escala ele atende à **faixa dinâmica** de 400mV, ou seja, a faixa de 0.0mV a  $\pm 199.9mV$ . Portanto, a sensibilidade máxima deste voltímetro pode ser estipulada em 0.1mV, o que corresponde à menor voltagem que ele é capaz de medir (certamente, com uma tolerância de  $\pm 1/2$  LSD, ou seja, 50%). Nesta mesma escala, a resolução, ou o intervalo entre dois valores consecutivos, é de  $0.1mV = 100\mu V$ .

Concluindo, o seu voltímetro não é tão ruim assim; em princípio, ele é capaz de, tranquilamente, medir uma variação na diferença de potencial da ordem de 1mV como proposto no enunciado do nosso problema. O problema está no fato de que se usarmos a escala mais sensível do instrumento, a de 200mV, o sinal de entrada (em torno de 10V) será cerca de 50 vezes maior que a sua faixa dinâmica. Os dígitos vão ficar piscando (acendendo e apagando com uma frequência de uma fração de Hz), para indicar que a medida não pode ser realizada porque a entrada está saturada. Se ele não piscar (não me recorde de qual o sintoma de desespero deste particular voltímetro) pode ser que ele indique a mensagem "OL", o que em inglês significa *overload*.

E agora, o que fazer? Compramos um voltímetro melhor e mais caro? Bom, isto é o que vocês vão concluir após realizar a próxima prática, onde procuraremos esclarecer este problema mas, como se trata apenas de um exercício, não vamos aqui implementar um experimento de pesquisa complexo; vamos apenas analisar uma situação que é real, porém simples.

### 5.2.5.1 Resistência dos resistores vs. temperatura

Quando falamos sobre resistores, em um dos capítulos anteriores, dissemos que eles podem ser empregados como sensores térmicos. Quando um resistor é fabricado para esta finalidade, as suas propriedades

físicas e químicas e todo o processo de fabricação visam fazer com que o produto final exiba uma forte dependência da resistência com a temperatura.

O valor da resistência e, como consequência, a temperatura pode ser medida com muita precisão através de uma ponte de Wheatstone.

Examine a Figura 5.16. Ela representa uma ponte de Wheatstone similar à da Figura 5.9 na qual o resistor  $R_5$  foi substituído por um galvanômetro. Para esta aplicação, é conveniente utilizar um galvanômetro em que o ponteiro se posiciona no centro da escala (posição vertical) quando não há corrente circulando. Assim, ele será capaz de detectar quando uma corrente fluir em qualquer um dos dois sentidos. Um dos resistores da ponte (na posição de  $R_4$ , por exemplo) é o resistor que desejamos medir. Este resistor varia com a temperatura e sua resistência está denotada por  $R(T)$ .

A condição para que não haja corrente no galvanômetro é que a ponte esteja balanceada, o que neste caso se traduz em:

$$R(T) = \frac{R_2 R_3}{R_1} \quad (5.13)$$

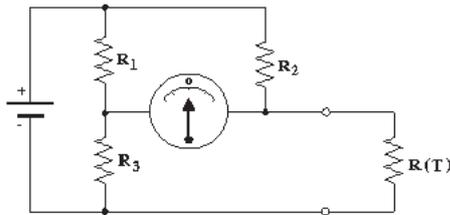


Figura 5.16: Ponte de Wheatstone sendo utilizada para medir a variação da resistência de um resistor em função da temperatura.

Assim,  $R(T)$  pode ser calculado facilmente se conhecermos os valores dos resistores  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$  que tornam a ponte balanceada. Na prática, dois destes resistores podem ser fixos e o terceiro variável (um potenciômetro, por exemplo). Ajustando-se o valor de um único resistor variável a ponte pode ser balanceada. A precisão da medida de  $R(T)$  será determinada pela tolerância dos outros três resistores.

Considerando-se que o “zero” do galvanômetro é precisamente determinado não há erros associados à calibração do detector. Por isso, no lugar do galvanômetro pode-se usar também um voltímetro ou um amperímetro comercial (digital ou analógico). Além disso, sendo que não haverá corrente circulando através do instrumento no instante em que  $R(T)$  for medida, a sua resistência interna será um parâmetro irrelevante.

### 5.2.5.2 Prática: O detetor de nulo

Nesta prática vamos estimar a variação térmica de uma resistência. Para aumentar-se a dificuldade do experimento, vamos utilizar como teste um resistor comum, destes utilizados na montagem de circuitos. Estes resistores são fabricados para serem componentes estáveis, cuja resistência deve se manter constante em toda a faixa térmica de operação do circuito em que ele irá fazer parte. Portanto, é um resistor projetado para não variar a resistência com a temperatura. Entretanto, apesar de serem quase termicamente estáveis, estas resistência variam (pouco) com a temperatura. Normalmente, a resistência de resistores de carbono diminui com o aumento da temperatura enquanto que os de fio metálico aumenta com o aumento da temperatura. Em geral esta variação é pequena e difícil de ser medida, porém, esta é a tarefa que está sendo sugerida nesta prática.

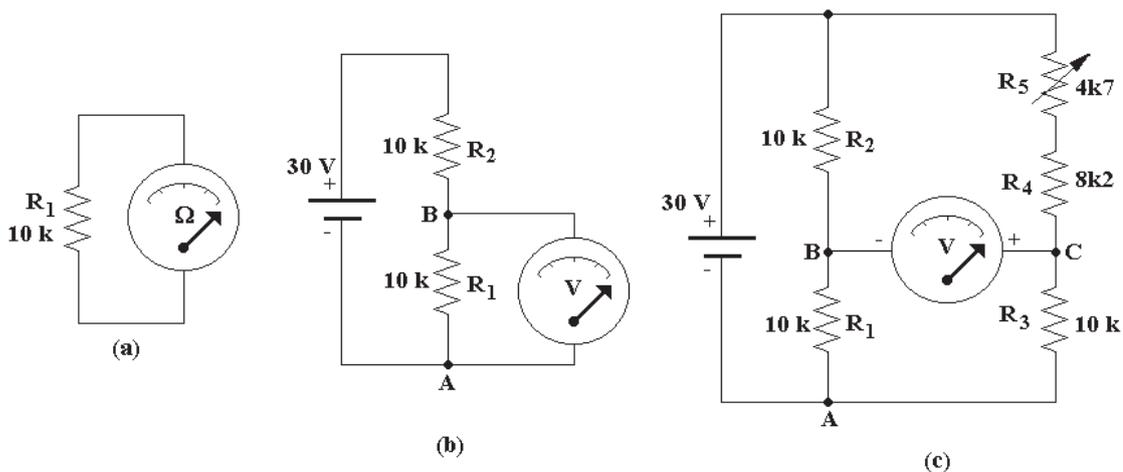


Figura 5.17: Circuitos utilizados na prática: detetor de nulo.

1. Tome um resistor de valor  $10\text{k}\Omega$ - $1/4\text{W}$  e meça a sua resistência através de um ohmímetro digital, conforme mostra a Figura 5.17(a). Aqueça levemente o resistor, apertando-o entre os dedos polegar e indicador (não toque nos terminais metálicos) e observe se você é capaz de notar alguma variação no

valor da resistência medida. Normalmente, os seus dedos estarão mais quentes que a temperatura do resistor e, portanto, irão aquecê-lo ligeiramente. Se o valor da resistência indicada pelo ohmímetro mudar (não creio que vai!), anote o valor da sua variação. Se o valor da resistência não mudar, você deve concluir que (i) a resistência não varia com a temperatura, ou (ii) a resistência varia muito pouco com a temperatura, de tal forma que o ohmímetro não tem resolução suficiente para observar tal variação. Você pode também aquecer o resistor através da chama de uma vela, de um fósforo, de um isqueiro ou aproximando um ferro de solda do corpo do resistor. Desta forma a variação de temperatura do resistor será maior e, talvez, a variação da resistência seja observável. Cuidado: não deixe que o resistor se estrague aquecendo-o demais. Atenção: utilize para  $R_1$  um resistor pequeno, ou de pouca massa (1/4W, conforme já indicado).

2. Continuando com a nossa tentativa de medir a variação da resistência do resistor  $R_1$  causada pela mudança da temperatura, projetamos o circuito da Figura 5.17(b). O resistor  $R_1$  faz agora parte de um divisor de tensão e um voltímetro digital é utilizado para medir a diferença de potencial entre os seus terminais. Caso os valores das resistências dependessem da temperatura e se a temperatura de  $R_2$  for constante, ao aquecer-se somente  $R_1$  a diferença de potencial medida deveria variar. Aquecendo o resistor  $R_1$  da maneira que indicamos na parte (1) você observa variação da voltagem?
3. Na montagem da Figura 5.17(c), temos dois divisores de tensão em paralelo (arranjo este conhecido como ponte de Wheatstone). A idéia aqui é fazer-se um circuito comparador. O voltímetro mede a tensão  $V_{CB} = V_C - V_B = (V_C - V_A) - (V_B - V_A) = V_{CA} - V_{BA}$ . A diferença de potencial  $V_{CA}$  pode ser feita igual a  $V_{BA}$  ajustando-se o potenciômetro  $R_5$  de tal forma que se faça  $R_4 + R_5 = R_3 = 10k\Omega$  e, neste caso, o voltímetro indicaria 0V. Se a voltagem  $V_{CA}$  for maior (menor) que  $V_{BA}$  o voltímetro deverá indicar uma voltagem positiva (negativa). Portanto, o circuito compara as diferenças de potencial  $V_{CA}$  e  $V_{BA}$ . Quando todos os resistores estão na temperatura ambiente, ajuste  $R_5$  para que o voltímetro indique 0V. Para isso, aumente gradativamente a sensibilidade do voltímetro até que o ajuste de 0V possa ser feito na sua escala mais sensível. Mantendo-se o voltímetro na sua escala mais sensível, aqueça o resistor  $R_1$  conforme explicamos na parte (1). E agora? Você nota alguma variação na leitura do voltímetro quando o resistor é aquecido? O que você pode concluir a respeito da sensibilidade deste experimento?
4. Supondo-se que a variação do valor da resistência  $R_1$  em função da temperatura obedece à equação

$$\frac{R(T + \Delta T)}{R(T)} = 1 + \alpha \Delta T \quad (5.14)$$

Estime o valor do parâmetro  $\alpha$ . No presente caso,  $\alpha$  é positivo ou negativo? Considere valores aproximados para as temperaturas envolvidas. O valor de  $\alpha$  também pode ser expresso em ppm/ $^{\circ}C$  (partes por milhão por grau centígrado), ou seja:

$$\alpha(\text{ppm}/^{\circ}C) = \frac{R(T + \Delta T) - R(T)}{R(T)} \frac{10^6}{\Delta T} \quad (5.15)$$

Estime também o valor de  $\alpha$  em partes por milhão por grau centígrado.

### 5.3 Instrumentos de medida de corrente contínua

Os instrumentos que medem tensão (voltímetro), corrente (amperímetro) e resistência (ohmímetro) podem ser encontrados em um único instrumento chamado multímetro, que possui uma chave que seleciona vários fundos de escala (correspondentes a corrente, tensão ou resistência). O multímetro pode também possuir outra chave para selecionar as medidas de corrente ou tensão contínua (DC) ou alternada (AC). A teoria do funcionamento e o conhecimento de suas características, necessárias para o uso inteligente destes instrumentos, serão apresentados oportunamente aqui e também durante os próximos capítulos.

Existem dois tipos de multímetros: os analógicos e os digitais. Nos multímetros digitais, a leitura da grandeza medida é usualmente feita através de uma pequena tela fabricada a partir de componentes óticos, sendo os mais comuns os LED e os cristais líquidos.

Multímetros analógicos, por outro lado, têm em comum um dispositivo - o galvanômetro - que indica, pela deflexão de um ponteiro sobre uma escala, a corrente,  $I_g$ , que o percorre. O movimento do ponteiro, em geral, é resultado da ação de um campo magnético sobre um condutor percorrido pela corrente a ser aferida. Nesta prática vamos dar mais ênfase aos multímetros analógicos e na sua utilização em circuitos de corrente contínua.

### 5.3.1 Galvanômetro d'Ansoval

A Figura 5.18 mostra esquematicamente um galvanômetro do tipo chamado d'Ansoval. Quando uma corrente  $I_g$  circula na bobina, o campo magnético do ímã permanente produz um conjugado (ou binário) sobre a mesma, que é dado por

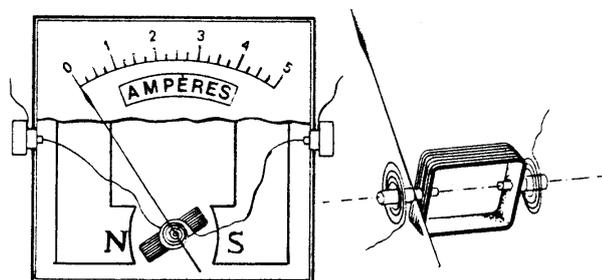


Figura 5.18: O galvanômetro d'Ansoval.

$$T = CnBI_g \quad (5.16)$$

onde  $B$  é o campo devido ao ímã,  $I_g$  é a corrente na bobina e  $n$  é o número de espiras. A geometria do campo magnético é tal que a constante  $C$  não depende da orientação da bobina. Quando a bobina gira de um ângulo  $\Theta$ , a mola que a sustenta produz um conjugado oposto ao produzido pelo campo, cujo valor é  $K\Theta$ . A posição de equilíbrio é alcançada quando

$$T = CnBI_g = k\Theta \quad (5.17)$$

ou seja, quando:

$$\Theta = \frac{CnB}{k} I_g \quad (5.18)$$

Portanto, o ângulo  $\Theta$ , de que o ponteiro se desvia, é proporcional à corrente  $I_g$  no galvanômetro.

O **alcance** do galvanômetro é especificado pela corrente necessária para levar o ponteiro até o fundo da escala, aqui denotado por  $I_{gmax}$ , e o seu valor depende do modelo do galvanômetro e da aplicação a que ele se destina, valendo tipicamente entre  $10\mu\text{A}$  a  $1\text{mA}$ .

Um galvanômetro é considerado mais sensível quanto menor for a corrente  $I_g$  necessária para provocar um dado desvio  $\Theta$ . A **sensibilidade** do galvanômetro é medida pela menor divisão de sua escala. A precisão de uma leitura é limitada não somente pela sensibilidade do instrumento como também por erros sistemáticos eventuais de **paralaxe**. Para minimizar este erro, os galvanômetros possuem, em geral, um espelho disposto ao longo do trajeto do ponteiro através do qual o usuário pode assegurar-se de que a leitura está sendo feita perpendicularmente à escala.

Além destas, outra característica do galvanômetro deve ser conhecida para completarem-se as suas especificações básicas, isto é, a sua **resistência interna**,  $R_g$ . A origem desta resistência interna reside no fato de que o fio condutor utilizado para compor as espiras da bobina não possui resistência desprezível. Para que a sensibilidade do galvanômetro seja grande, o número de espiras também deve ser grande (vide Equação 5.18) mas, por outro lado, para permitir um bom funcionamento mecânico a bobina não deve ser grande ou pesada. Para atingir estas especificações, a bobina é constituída por um grande número de espiras de fios de cobre de diâmetro muito pequeno. Isto faz com que a resistência interna da bobina seja alta. Valores típicos para  $R_g$  estão normalmente na faixa  $500\text{-}5000\Omega$ . O fato de um galvanômetro possuir resistência interna implica que, quando uma corrente  $I_g$  o atravessa, desenvolve-se uma diferença de potencial  $V_g$  entre os seus terminais que vale  $V_g = R_g I_g$ .

Por exemplo, se um galvanômetro indica fundo de escala quando uma corrente  $I_g = 50\mu\text{A}$  o atravessa e se a sua resistência interna for  $R_g = 1\text{k}\Omega$ , então uma voltagem  $V_g = 10^3 \times 50 \times 10^{-6} = 50\text{mV}$  vai aparecer nos seus terminais. De uma maneira equivalente: se aplicarmos nos terminais deste galvanômetro uma diferença de potencial igual a  $50\text{mV}$  ele indicará fundo de escala.

Neste aspecto, os galvanômetros podem ser utilizados tanto quanto amperímetros como voltímetros. Todavia, deve-se tomar cuidado porque os galvanômetros tendem a queimar-se com facilidade quando manuseado por principiantes incautos. Por exemplo, se uma pilha de lanterna ( $1.5\text{V}$ ) for distraidamente conectada entre os terminais de um galvanômetro que possui  $I_{gmax} = 50\mu\text{A}$  e  $R_g = 1\text{k}\Omega$ , a corrente resultante será 30 vezes maior do que aquela correspondente a de fundo de escala, forçando o sistema mecânico e aquecendo a bobina, provocando a falência do dispositivo.

### 5.3.1.1 Prática: Resistência interna de galvanômetros

Utilizando-se o circuito mostrado na Figura 5.19 você irá medir a resistência interna do galvanômetro disponível na sua bancada de trabalho. Para isto, monte o divisor de tensão mostrado na Figura 5.19(a), no qual um dos resistores é o próprio galvanômetro, cuja resistência interna vale  $R_g$ .

Para medir-se a diferença de potencial entre os terminais do galvanômetro use um voltímetro comercial (analógico ou digital). A bateria é uma fonte de alimentação cuja tensão de saída,  $V$ , é variável. Iniciando com a saída da fonte em 0V, aumente gradativamente o valor da tensão até o galvanômetro indicar fundo de escala. Observe no seu galvanômetro qual é o valor do fundo de escala que deve ter sido nele impresso pelo fabricante. A resistência interna pode ser então calculada pela relação entre a tensão indicada no voltímetro pela corrente correspondente ao fundo de escala,  $R_g = V/I_{gmax}$ .

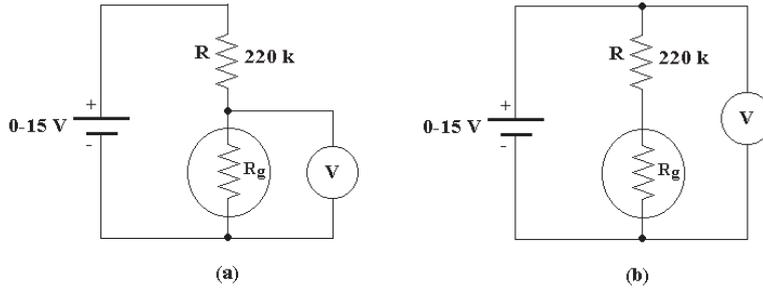


Figura 5.19: Montagem experimental para a medida da resistência interna de um galvanômetro d'Ansoval.

O circuito da Figura 5.19(b) é muito semelhante ao anterior e também poderia, em princípio, ter sido utilizado para medir-se a resistência interna do galvanômetro. Neste circuito, o voltímetro está aferindo a diferença de potencial na associação em série formada pelo galvanômetro e resistor  $R = 220 \text{ k}\Omega$ . Portanto, o cálculo seria neste caso,  $R_g = V/I_{gmax} - R$ .

Uma análise rigorosa do circuito da Figura 5.19(b) concluiria que este segundo circuito não seria apropriado para a medida em questão. O motivo é simples: o resistor  $R$  que vocês vão usar tem 10% de precisão e  $R_g$  é a ordem de alguns  $\text{k}\Omega$ . E daí? Qual o problema? Bom, isto é o que vocês vão me responder!

Porque o circuito da Figura 5.19(b) não é apropriado para medir-se a resistência interna do galvanômetro?

### 5.3.2 O voltímetro

A Figura 5.20(a) mostra o esquema elétrico de um voltímetro analógico simples. Nesta figura,  $V_x$  representa a diferença de potencial desconhecida (a ser aferida) e que está aplicada entre os terminais (+) e (-) do voltímetro.  $R_s$  é um resistor auxiliar que está conectado em série ao galvanômetro a fim de se limitar a corrente  $I_g$ , a qual é proporcional à tensão desconhecida,  $V_x$ . O equacionamento do circuito é simples:

$$I_g = I_x = \frac{1}{R_g + R_s} V_x = \frac{V_x}{R_v} \quad (5.19)$$

$$R_v = R_g + R_s \quad (5.20)$$

A resistência equivalente  $R_v$  (vide Figura 5.20(b)) é denominada de resistência interna do voltímetro. A corrente **drenada** do circuito externo está denotada por  $I_x$  e, considerando-se que o galvanômetro está ligado em série com o resistor auxiliar, ela é igual à corrente  $I_g$  que flui pelo galvanômetro.

Para um dado valor de  $R_s$ , o máximo valor da tensão  $V_x$  que pode ser aferida pelo voltímetro é denominado de alcance do voltímetro e denotado por  $V_{xmax}$ .

$$V_{xmax} = (R_g + R_s)I_{gmax} = R_v I_{gmax} \quad (5.21)$$

O valor do resistor auxiliar,  $R_s$ , pode ser calculado para cada alcance, ou  $V_{xmax}$ , do voltímetro de acordo com a seguinte expressão:

$$R_s = \frac{V_{xmax}}{I_{gmax}} - R_g \quad (5.22)$$

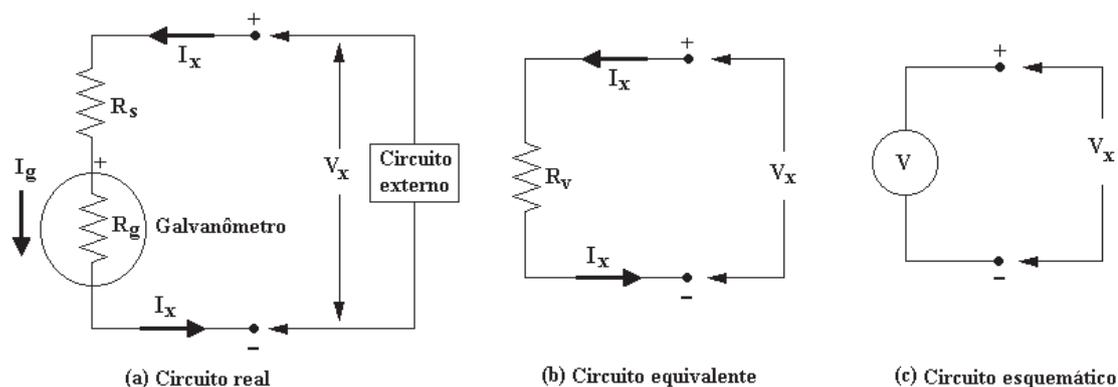


Figura 5.20: Esquema elétrico de um voltímetro analógico.

O projeto de voltímetros analógicos deve levar em consideração um aspecto importante: **a resistência interna do voltímetro,  $R_v$ , deve ser a maior possível.**

O motivo é simples: o usuário normalmente deseja que a corrente drenada pelo instrumento,  $I_x$ , seja a menor possível a fim de não afetar o funcionamento do circuito externo que está sendo aferido. De acordo com as Equações 5.19 e 5.20 isto ocorre quando  $R_g$  ou  $R_s$ , ou ambos, possuem valores grandes. Entretanto, a resistência interna do galvanômetro,  $R_g$ , não pode ser muito grande porque isto inviabilizaria o uso deste mesmo galvanômetro em um multímetro, pois, veremos que para que o amperímetro e ohmímetro sejam de boa qualidade  $R_g$  deve ser pequeno. Portanto, só nos resta aumentar o valor de  $R_s$  o que, infelizmente, causa uma diminuição da corrente no galvanômetro diminuindo a sensibilidade do voltímetro.

Portanto, para que a resistência interna do voltímetro seja alta, é necessário que o galvanômetro seja especificado por uma alta sensibilidade e uma corrente de fundo de escala,  $I_{gmax}$ , muito pequena. Esta é a condição que vai definir a resistência interna do voltímetro. Por exemplo, se utilizarmos um galvanômetro que possui  $I_{gmax} = 25\mu\text{A}$ , a Equação 5.21 prevê que, para um alcance  $V_{xmax} = 1\text{V}$ , a resistência interna do voltímetro será  $R_v = 1\text{V}/(25 \times 10^{-6})\text{A} = 40\text{k}\Omega$ . Para um alcance de 10V, o mesmo voltímetro teria  $R_v = 10/(25 \times 10^{-6}) = 400\text{k}\Omega$  e assim por diante.

Concluimos que a resistência interna do voltímetro é proporcional ao alcance, portanto, ela não pode ser especificada por um único valor, ou seja, o valor da resistência interna do voltímetro depende da escala que está sendo utilizada. De fato, a forma prática de especificar-se a resistência interna do voltímetro consiste em definir-se o quociente  $\beta = R_v/V_{xmax}$ .

De acordo com a Equação 5.21,  $\beta$  é sempre constante e igual a  $1/I_{gmax}$ . Na presente situação, a resistência interna do voltímetro estaria especificada por  $\beta = 1/25\mu\text{A} = 40\text{ k}\Omega/\text{V}$ . Assim, o valor real da resistência interna do voltímetro em uma dada escala, por exemplo, a de 15V, seria calculada pelo produto  $R_v = (40\text{k}\Omega/\text{V}) \times (15\text{V}) = 600\text{ k}\Omega$ .

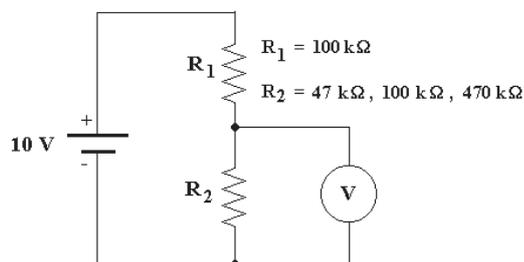


Figura 5.21: Esquema elétrico para aferição da resistência interna de voltímetros.

### 5.3.2.1 Prática: Resistência interna do voltímetro

Construa o circuito esquematizado na Figura 5.21 e meça o valor da tensão  $V$  em função da resistência  $R_2$ . Realize este experimento duas vezes, primeiramente com um voltímetro digital e por último com um voltímetro analógico. Utilize (no mínimo) duas escalas diferentes para as medidas com cada voltímetro. Com base nos valores nominais dos componentes e do valor da resistência interna do voltímetro especificado pelo fabricante, verifique se os resultados experimentais concordam com aqueles previstos teoricamente.

### 5.3.3 O amperímetro

A Figura 5.22(a) mostra o esquema elétrico de um amperímetro analógico simples. Nesta figura,  $I_x$  representa a corrente desconhecida que circula entre os terminais (+) e (-) do amperímetro.  $R_s$  é um resistor auxiliar (denominado de *shunt*, em inglês) utilizado para expandir-se o alcance do amperímetro. Uma simples análise do circuito mostra que

$$I_g = \frac{R_s}{R_s + R_g} I_x \quad (5.23)$$

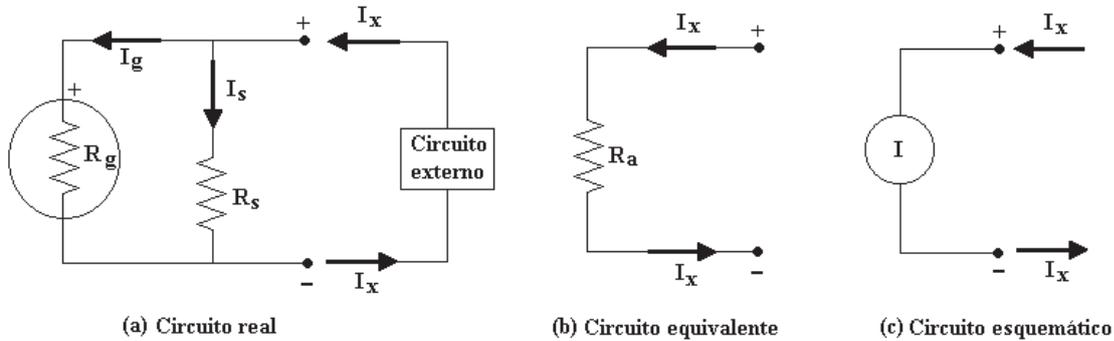


Figura 5.22: Esquema elétrico de um amperímetro analógico.

Portanto, a corrente  $I_g$  que atravessa o galvanômetro é diretamente proporcional à corrente de entrada  $I_x$ . Como  $R_s$  e  $R_g$  são conhecidos, a escala do galvanômetro pode ser calibrada para fornecer diretamente o valor de  $I_x$ . Para um dado valor de  $R_s$ , o máximo valor da corrente  $I_x$  que pode ser aferida pelo amperímetro é aquela que produz a máxima deflexão da agulha do galvanômetro (fundo de escala) e é dada por

$$I_{xmax} = \left(1 + \frac{R_g}{R_s}\right) I_{gmax} \quad (5.24)$$

A resistência equivalente  $R_a$  (ver Figura 5.22(b)) é denominada de resistência interna do amperímetro e vale

$$R_a = \frac{R_g R_s}{R_g + R_s} = R_g \frac{I_{gmax}}{I_{xmax}} \quad (5.25)$$

Depois de determinados os valores de  $I_{gmax}$  e  $R_g$ , o valor do resistor auxiliar,  $R_s$ , pode ser calculado para cada alcance (ou  $I_{xmax}$ ) do amperímetro, de acordo com a seguinte expressão:

$$R_s = \frac{R_g I_{gmax}}{I_{xmax} - I_{gmax}} \quad (5.26)$$

Nas Equações 5.24 e 5.26, observe que o alcance do amperímetro é sempre maior que a sensibilidade do galvanômetro, ou  $I_{xmax} > I_{gmax}$ .

O projeto de amperímetros analógicos deve levar em consideração um aspecto importante: a resistência interna do amperímetro,  $R_a$ , deve ser a menor possível. O motivo é simples e baseado no fato de que o usuário normalmente deseja que a diferença de potencial  $V_x = R_a I_x$ , que se estabelece entre os terminais do amperímetro, seja a menor possível a fim de não afetar o funcionamento do circuito externo que está sendo aferido.

De acordo com a Equação 5.25 isto ocorre quando  $R_g$  ou  $I_{gmax}$  possuem valores pequenos o que, na prática pode ser conseguido de forma satisfatória. Por exemplo, se utilizarmos um galvanômetro que possui  $I_{gmax} = 25\mu\text{A}$  e  $R_g = 1\text{k}\Omega$ , a Equação 5.25 prevê que, para um alcance  $I_{xmax} = 1\text{A}$ , a resistência interna do amperímetro será  $R_a = 10^3 \cdot 25 \cdot 10^{-6} / 1\Omega = 25\text{m}\Omega$ . Para um alcance de  $0.1\text{A}$ , o mesmo amperímetro teria  $R_a = 10^3 \cdot 25 \cdot 10^{-6} / 0.1\Omega = 250\text{m}\Omega$  e assim por diante.

Concluimos que a resistência interna do amperímetro é inversamente proporcional ao alcance, portanto, ela não pode ser especificada por um único valor, ou seja, o valor da resistência interna do amperímetro depende da escala que está sendo utilizada. De fato, a forma prática de especificar-se a resistência interna do voltímetro consiste em definir-se o produto  $\alpha = R_a I_{xmax}$ . De acordo com a Equação 5.25,  $\alpha$  é sempre constante e igual a  $R_g I_{gmax}$ . Na situação presente, a resistência interna do voltímetro estaria especificada por  $\alpha = (1\text{k}\Omega)(25\mu\text{A}) = 25\text{m}\Omega\text{A}$ . Assim, o valor real da resistência interna do amperímetro em uma dada escala, por exemplo, a de  $5\text{mA}$ , seria calculada pelo quociente  $R_a = (25\text{m}\Omega\text{A}) / (5\text{mA}) = 5\Omega$ .

### 5.3.4 O ohmímetro

Uma simples extensão dos circuitos anteriores permite o uso do galvanômetro d'Arsonval como um ohmímetro, cuja escala pode ser calibrada em Ohms. Um circuito típico está esquematizado na Figura 5.23(a). Observe que este circuito é um pouco mais complexo que os dois anteriores, porque, além do resistor auxiliar  $R_s$ , ele utiliza um resistor variável (o potenciômetro  $R_p$ ) e uma bateria  $V_b$ .

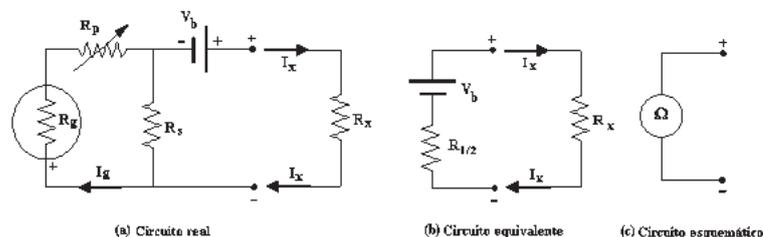


Figura 5.23: Esquema elétrico de um amperímetro analógico.

A Figura 5.23(b) mostra o equivalente de Thévenin do circuito do ohmímetro. Mostre que:

$$R_{1/2} = (R_p + R_g) \parallel R_s = \frac{R_s(R_p + R_g)}{R_s + R_p + R_g} \quad (5.27)$$

A resistência equivalente de Thévenin é aqui denotada por  $R_{1/2}$  e a motivação desta notação ficará explícita logo adiante. A partir da Equação 5.27 podemos calcular a corrente  $I_x$  que flui através do ohmímetro e também no resistor que está sendo aferido:

$$I_x = \frac{V_b}{R_x + R_{1/2}} \quad (5.28)$$

Por outro lado,

$$I_x = I_g + I_s = I_g + \frac{V_s}{R_s} = I_g + \frac{R_p + R_g}{R_s} I_g = \left(1 + \frac{R_p + R_g}{R_s}\right) I_g \quad (5.29)$$

Utilizando as Equações 5.27, 5.28 e 5.29 verificamos que a corrente que flui através do galvanômetro é uma função (não linear) da resistência desconhecida  $R_x$ :

$$I_g = \frac{V_b}{R_g + R_p} \frac{1}{1 + \frac{R_x}{R_{1/2}}} \quad (5.30)$$

Observando esta equação, constatamos que  $I_g$  possui dois limites extremos:

$$I_g = \frac{V_b}{R_g + R_p} \quad \text{quando} \quad R_x = 0 \quad (\text{terminais em curto}) \quad (5.31)$$

$$I_g = 0 \quad \text{quando} \quad R_x = \infty \quad (\text{terminais abertos}) \quad (5.32)$$

Isto revela um detalhe importante: **a escala do ohmímetro é invertida**, ou seja, conforme o valor de  $R_x$  aumenta, a corrente  $I_g$  diminui.

Na prática, a resistência equivalente de Thévenin,  $R_{1/2}$ , é denominada de **fator de escala ou alcance do ohmímetro** e corresponde ao valor de  $R_x$  para o qual o ponteiro do galvanômetro desloca somente metade da escala total. Em outras palavras, quando  $R_x = R_{1/2}$  resulta  $I_g = 1/2 V_b / (R_g + R_p)$ .

Se desejarmos que, quando  $R_x = 0$  (terminais em curto), a deflexão do ponteiro seja máxima (fundo de escala) será necessário que

$$\frac{V_b}{R_g + R_p} = I_{gmax} \quad \text{ou} \quad R_p = \frac{V_b}{I_{gmax}} - R_g \quad (5.33)$$

Esta condição requer o ajuste do potenciômetro  $R_p$  na situação para a qual os terminais do ohmímetro estarão em curto-circuito.

Quando o ohmímetro está calibrado, ou seja, o valor do potenciômetro  $R_p$  está ajustado para que o galvanômetro indique fundo de escala quando  $R_x = 0$ , a Equação 5.30 pode ser escrita de uma forma mais simples (substituindo a Equação 5.33 na Equação 5.30):

$$I_g = \frac{I_{gmax}}{1 + \frac{R_x}{R_{1/2}}} \quad (5.34)$$

### 5.3.4.1 Projeto prático do ohmímetro

A Figura 5.24(a) mostra esquematicamente como seria construída a escala do ohmímetro a partir dos dados  $R_{1/2}$  e  $I_{gmax}$ . No exemplo prático da Figura 5.24(b) mostra-se a situação em que  $R_{1/2} = 10\text{k}\Omega$  e  $I_{gmax} = 100\mu\text{A}$ . Estes dois dados, fornecidos ao projetista seriam suficientes para o desenho da escala do instrumento.

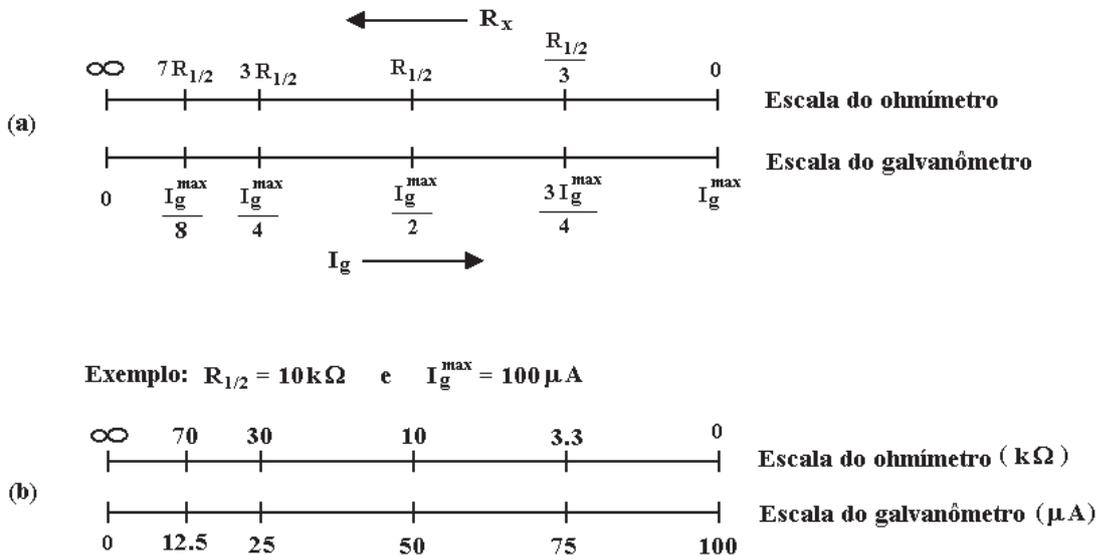


Figura 5.24: A escala não linear do ohmímetro.

Entretanto, para a construção do circuito elétrico do ohmímetro ainda se faz necessário o conhecimento de  $R_s$ ,  $R_p$  e  $V_b$ . O valor da resistência interna do galvanômetro,  $R_g$ , é normalmente fornecido pelo fabricante do mesmo, porém, se este não for o caso, ela pode ser medida diretamente, como vimos na prática anterior.

A partir das definições de  $R_{1/2}$  e  $I_{gmax}$  podemos determinar o valor da resistência auxiliar  $R_s$  pela seguinte equação:

$$R_s = \frac{R_{1/2}V_b}{V_b - R_{1/2}I_{gmax}} \quad (5.35)$$

Note que o valor de  $R_s$  deve ser positivo, o que requer  $V_b > R_{1/2}I_{gmax}$ , o que no exemplo da Figura 5.24(b) significa  $V_b > 10 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 1\text{V}$ . Portanto, uma bateria comum de  $1.5\text{V}$  daria conta do recado. Tomando  $V_b = 1.5\text{V}$  resulta  $R_s = 30\text{k}\Omega$ . Por outro lado, da Equação 5.33 encontramos que  $R_p = 15\text{k}\Omega - R_g$ . Desde que  $R_g$  não seja maior que  $15\text{k}\Omega$ , um potenciômetro  $R_p = 20\text{k}\Omega$  seria apropriado. Caso  $R_g$  for maior que  $15\text{k}\Omega$ , será necessário utilizar-se uma bateria de maior força eletromotriz (ver Equações 5.33 e 5.35) e recalculá-lo o valor de  $R_s$ .

### 5.3.4.2 Prática: Construção de um ohmímetro

Utilize uma bateria de  $1.5\text{V}$  (do mesmo tipo daquelas usadas em lanternas) e o mesmo galvanômetro utilizado na prática anterior para construir-se o ohmímetro indicado na Figura 5.25. Ajuste o potenciômetro  $R_p$  de tal forma que o galvanômetro indique fundo de escala quando os terminais (+) e (-) estão em curto. Teste o seu ohmímetro utilizando-o para aferir resistores na faixa de  $10\Omega$  a  $100\text{k}\Omega$ . Qual o valor de  $R_{1/2}$  deste ohmímetro?

### 5.3.4.3 Cuidados especiais relativos ao uso do ohmímetro

A potência dissipada no resistor que está sendo aferido,  $R_x$ , (certamente na forma de calor) é igual ao produto entre  $V_x$  e  $I_x$ , isto é  $P_x = V_x I_x$ . É óbvio que quando  $R_x = 0$  (isto é, terminais em curto) teremos  $V_x = 0$  e, portanto,  $P_x = 0$ . No outro extremo, quando  $R_x = \infty$  (terminais abertos) teremos  $I_x = 0$  e, novamente,  $P_x = 0$ . Ou seja, concluímos um fato óbvio: a potência dissipada no resistor  $R_x$  é nula em qualquer um dos dois casos extremos: terminais em curto ou terminais abertos. Mas, o que acontece para valores intermediários de  $R_x$ ? Isto é o que veremos a seguir.

Tomando-se o valor de  $I_x$  calculado na Equação 5.28 encontramos que, para qualquer valor de  $R_x$ , a potência dissipada vale:

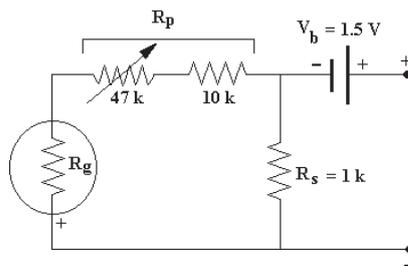


Figura 5.25: Esquema elétrico do ohmímetro utilizado na prática.

$$P_x = V_b^2 \frac{R_x}{(R_x + R_{1/2})^2} \quad (5.36)$$

Utilizando-se a teoria do cálculo diferencial não é difícil mostrar-se que a função  $P_x$  versus  $R_x$  possui um máximo quando  $R_x = R_{1/2}$ . Portanto, a máxima potência dissipada no resistor  $R_x$  ocorrerá quando o ponteiro do galvanômetro indicar **metade** da escala total e, nesta situação, ela vale  $P_{xmax} = V_b^2 / (4R_{1/2})$ .

Considerando-se o exemplo da Figura 5.24(b) e os valores numéricos calculados no texto acima, isto é:  $R_{1/2} = 10\text{k}\Omega$  e  $V_b = 1.5\text{V}$ , encontramos  $P_{xmax} = 1.5^2 / (4 \cdot 10 \cdot 10^3) = 56 \cdot 10^{-6}\text{W} = 56 \mu\text{W}$ . Os resistores comerciais que utilizaremos conseguem dissipar potência (térmica) até 250 mW (ou 1/4W), portanto, dificilmente algum resistor ficará danificado quando medido através de um ohmímetro. Entretanto, é bom tomar-se cuidado pois, imagine uma outra situação prática, na qual  $R_{1/2} = 1\Omega$  e  $V_b = 1.5\text{V}$ . Neste caso, teríamos  $P_{xmax} = 1.5^2 / (4 \cdot 1) = 560\text{mW}$  o que já começa a ficar perigoso. Por isso, é conveniente que vocês aprendam que ohmímetros (analógicos ou digitais) sempre estabelecem uma corrente e uma diferença de potencial no componente que está sendo medido e, por causa disso, eles provocam a dissipação de potência no componente.

Além disso, vocês sabiam de um fato curioso: é possível **assassinar** uma pessoa ou uma cobaia animal no seu laboratório de pesquisa utilizando-se de um simples ohmímetro? Atenção! Não estamos aqui imaginando a hipótese de arremessar o instrumento na cabeça do infeliz. Estamos falando de conectar os terminais do ohmímetro entre dois pontos da superfície do corpo, próximo ao coração do indivíduo. Quando o contato elétrico pele-ohmímetro for suficientemente bom, a voltagem aplicada externamente pelo ohmímetro poderá afetar o ritmo dos batimentos cardíacos.

Mudando o rumo da prosa, observamos que hoje em dia os circuitos eletrônicos estão se tornando cada vez mais sofisticados e alguns componentes especiais não podem ser aferidos por ohmímetros comuns. Instrumentos especiais deverão ser utilizados para esta finalidade. Uma prática comum envolve a aferição de transformadores que são utilizados no desacoplamento de sinais elétricos. Alguns transformadores são projetados para operar com sinais de baixa amplitude (correntes tão baixas quanto nano-amperes) e, por isso, não podem acrescentar ruídos nem distorções ao sinal. Quando aferidos por um ohmímetro comum, o núcleo magnético (possivelmente feito de ferrite) de tal transformador pode tornar-se permanentemente magnetizado deteriorando o seu desempenho.

#### 5.3.4.4 Medida de resistências pelo método de Kelvin (4 pontas)

Em muitas situações práticas, a resistência a ser medida está localizada longe do instrumento de medida. Nesta situação, a resistência dos fios que conectam o resistor ao instrumento de medida pode influir na medida.

Para citar um exemplo, podemos imaginar que o resistor é um sensor de temperatura instalado dentro de um criostato que utiliza refrigerantes líquidos, como hélio ou nitrogênio líquido. O sensor é normalmente posicionado próximo da amostra que se deseja aferir a temperatura, em contato com ambos, amostra e banho térmico. Os fios que conectam o sensor ao conector situado na parte externa do criostato devem possuir **baixa condutividade térmica** a fim de que o gradiente térmico que se estabelece entre as duas extremidades: quente (temperatura ambiente) e fria (banho térmico) produza um baixo fluxo de calor para o sensor. O problema é que, normalmente, metais maus condutores térmicos são também maus condutores elétricos e, para esta finalidade são geralmente utilizados fios finos de cobre ou aço inoxidável, que não possuem resistência interna desprezível.

Este cenário é particularmente problemático porque o ohmímetro, acoplado ao conector do criostato vai medir uma resistência total,  $R_t$ , a qual inclui a do sensor,  $R_s$ , e dos fios,  $R_f$ . Esta situação está esquematizada na Figura 5.26. Em uma análise simplista, diríamos que a resistência do sensor poderia ser estimada se conhecêssemos o valor de  $R_f$ , isto é,  $R_s = R_t - 2R_f$ . Entretanto, a resistividade do fio

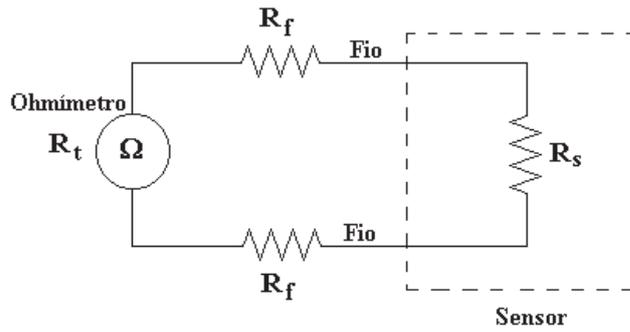


Figura 5.26: Influência da resistência dos fios na utilização do ohmímetro.

metálico varia com a temperatura e, estando ele sujeito a um gradiente térmico que se estabelece ao longo do seu comprimento, estimar  $R_f$  com precisão é praticamente impossível.

A resistência dos fios utilizados depende do diâmetro do fio mas, na maioria dos casos, ela é pequena (poucos ohms para cada metro). Porém, se os fios forem longos, ou se o sensor possuir baixa resistência, o erro introduzido na medida poderá ser significativo. Para resolver este problema existe uma solução inteligente, que faz uso simultâneo de um voltímetro, um amperímetro e uma fonte de alimentação, como está esquematizado na Figura 5.27.

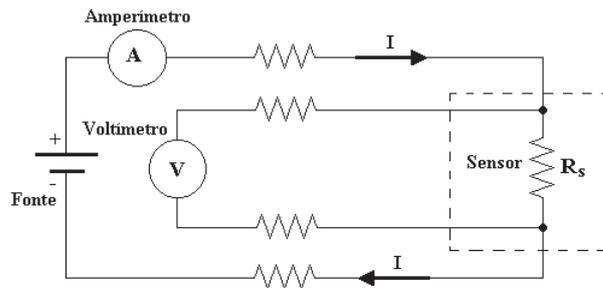


Figura 5.27: Método de Kelvin para medida de resistências.

Se o voltímetro possui resistência interna suficientemente alta, a corrente que o atravessa é desprezível e, portanto, não há queda de potencial nos seus fios e a voltagem indicada será exatamente igual àquela que existe nos terminais de  $R_s$ . Por outro lado, como o sensor está em série com o amperímetro a corrente indicada será a mesma que atravessa  $R_s$ . A queda de tensão existente nos fios que transportam a corrente não será medida pelo voltímetro, assim, a resistência do sensor pode ser calculada diretamente pela lei de Ohm:  $R_s = V/I$ .

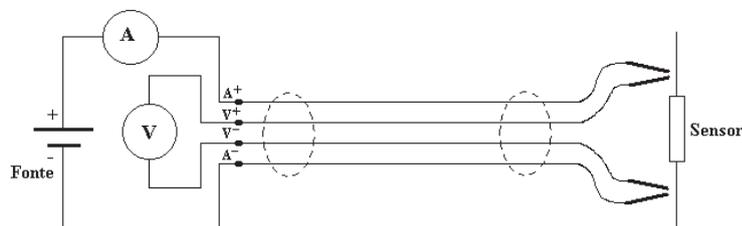


Figura 5.28: Ponta de prova tipo “Kelvin”.

O método de medida esquematizado na Figura 5.27, o qual minimiza os erros causados pela resistência dos fios, é chamado de **método de Kelvin** ou também, na gíria, “**método das 4 pontas**”. Para aplicações rotineiras, que envolvem aferir resistências distantes, existem pontas de provas comerciais denominadas de “**pontas de prova do tipo Kelvin**”, cujo esquema é essencialmente como o mostrado na Figura 5.28. No extremo direito, os contatos com o sensor são feitos por dois conectores do tipo “jacaré”, nos quais os dois pares de fios se unem em um único ponto, justamente no contato do jacaré com o terminal do sensor. O cabo, usualmente blindado, é conectado aos instrumentos de medida no seu outro extremo.



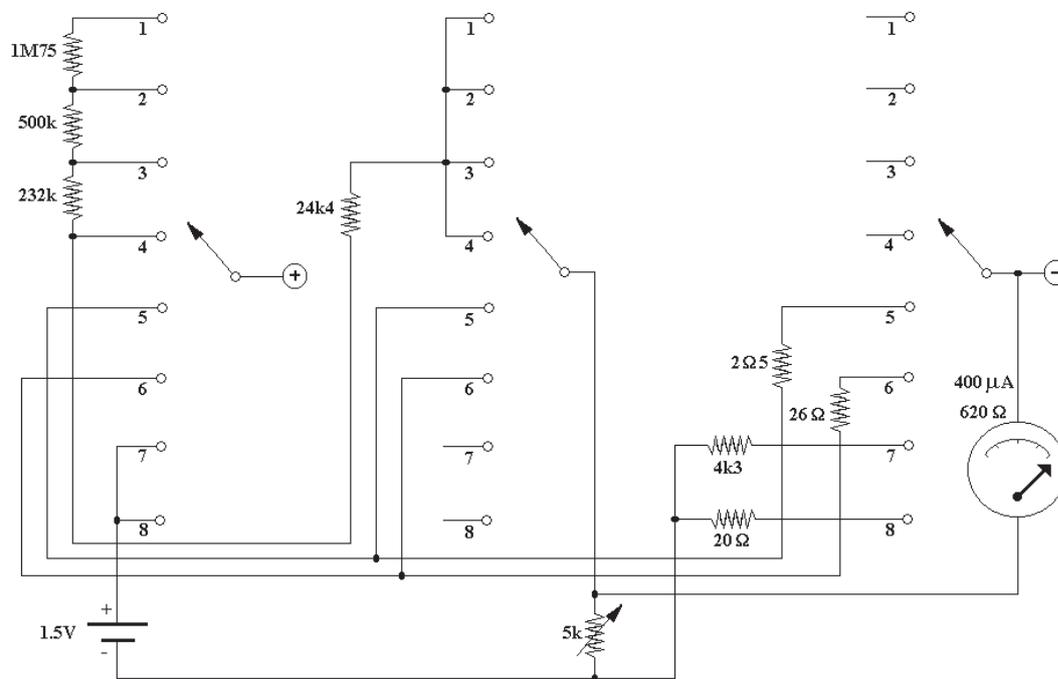


Figura 5.30: Esquema elétrico de um multímetro de 8 escalas.

# Capítulo 6

## Corrente Alternada

Este capítulo pretende definir algumas grandezas importantes, utilizadas para caracterizar (isto é, medir) uma voltagem dependente do tempo que pode ser descrita por uma função periódica. Em seguida, atenção especial será dada a funções senoidais e à análise de circuitos simples sujeitos a forças eletromotrizes senoidais.

Na prática, uma corrente (ou voltagem) da forma alternada recebe a designação de corrente (ou voltagem) **AC**, ou **ac**. A sigla AC refere-se ao inglês *alternating current*. Por outro lado, quando a corrente (ou voltagem) não depende do tempo, isto é, quando ela é constante, a designação é **DC**, ou **dc**; do inglês *direct current*.

A forma alternada da corrente é muito comum no nosso dia-a-dia porque ela foi adotada para a transmissão de energia entre as fontes (hidroelétricas, termoeletrônicas, usinas nucleares, etc) para o consumidor. Assim, a energia elétrica utilizada nas nossas residências é da forma **alternada senoidal**.

Entretanto, na Eletrônica, diversas outras formas de onda alternadas podem e são utilizadas; por exemplo, as ondas quadrada, triangular, dente de serra e pulsada.

Frequentemente, uma função alternada,  $y(t)$ , é definida tal que a sua média temporal durante um período,  $T$ , é nula:

$$\langle y(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt = 0 \quad (6.1)$$

e isto significa, necessariamente, que a função  $y(t)$  deve ter um período e deve alternar valores positivos e negativos durante a sua excursão no tempo.

### 6.1 Sinais senoidais

Uma voltagem (ou corrente) alternada muito utilizada possui a forma senoidal, que obedece à seguinte expressão genérica:

$$y(t) = y_o \operatorname{sen}(\omega t + \theta) \quad (6.2)$$

Observe que para  $\theta = 0$  e  $\theta = \pi/2$  esta equação se transforma em  $y(t) = y_o \operatorname{sen}(\omega t)$  e  $y(t) = y_o \operatorname{cos}(\omega t)$ , respectivamente. Isto é, o primeiro caso exemplifica um sinal senoidal e o segundo, um sinal co-senoidal.

Portanto, já notamos aqui uma aparente redundância nas nossas definições. Por isso, genericamente, neste texto vamos tratar as funções definidas na Equação 6.2 por “sinais senoidais”, independente do valor da fase  $\theta$ . Esta é, também, a maneira prática de denominar-se este tipo de sinal elétrico e, por simplificar o texto, esta definição será adotada durante todo este curso.

Para especificar a voltagem senoidal, conforme definida nesta equação 6.2, são necessárias três quantidades: a amplitude,  $y_o$ , a frequência,  $\omega$ , e ângulo de fase,  $\theta$ . Normalmente, considera-se que tanto a amplitude quanto a frequência são sempre números reais positivos, enquanto que o ângulo de fase pode ser tanto real positivo quanto negativo. No exemplo da Figura 6.1:  $y_o \equiv V_o \equiv V_p = 10V$ ,  $\omega = 160 \text{ s}^{-1}$  e  $\theta = -3\pi/4 \text{ rad} = -135^\circ$ .

#### 6.1.1 A amplitude

Existem várias definições práticas para a amplitude de uma tensão senoidal. Em princípio, fornecer o valor de  $V_0$  (em Volts, por exemplo) é suficiente para especificar a amplitude da tensão. Entretanto, na prática, nem sempre a amplitude é especificada pelo valor de  $V_0$ .

Primeiro, o mais comum é que  $V_o$  seja apelidado de tensão de pico e denotado por  $V_p$  ( $V_p$  é idêntico a  $V_o$  e também é sempre positivo). Similarmente, é também muito comum que a amplitude da tensão

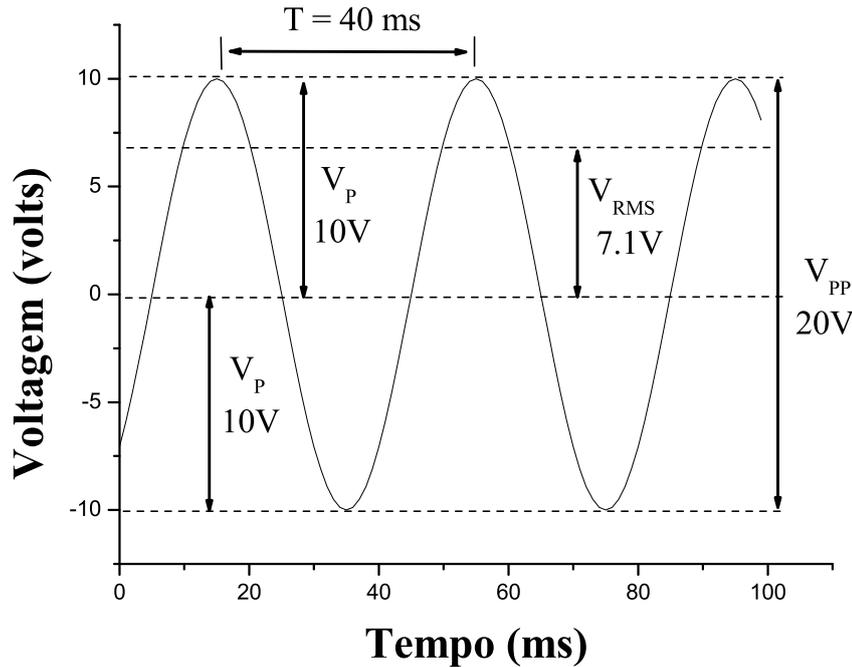


Figura 6.1: Um sinal senoidal.

venha especificada por uma outra grandeza chamada tensão pico-a-pico, denotada por  $V_{pp}$ ; no caso da tensão senoidal da Figura 6.1 ela vale  $V_{pp} = 2 V_o = 2 V_p$ .

Para complicar um pouco mais, mencionamos aqui a existência de uma outra definição para a amplitude, que é um pouco mais complicada, mas largamente utilizada - esta é chamada de tensão eficaz, ou  $V_{rms}$ , a qual será discutida mais adiante (seção 6.1.4). A Figura 6.1 exemplifica estas definições. Resumindo:

Tensão de pico	→	$V_p = V_o$	
Tensão pico-a-pico	→	$V_{pp} = 2V_o$	(6.3)
Tensão rms	→	$V_{rms} = V_o/\sqrt{2} \approx 0.7 V_o$	

Se alguém lhe perguntar “qual é a voltagem do sinal que você utilizou naquela montagem?” e você responder “a voltagem foi de 10 V”, com certeza a sua resposta estará incompleta! Você deveria ter respondido algo do tipo: 10  $V_p$ , ou 20  $V_{pp}$ , ou ainda 7  $V_{rms}$ . O sujeito que lhe fez a pergunta não é obrigado a adivinhar qual é a voltagem a que você se refere. Por isso, na prática, denominações do tipo  $V_p$ ,  $V_{pp}$  ou  $V_{rms}$  devem ser utilizadas sempre.

Existem também outras unidades utilizadas para especificar a voltagem de um sinal. A unidade mais comum para voltagens é o “Volt”, entretanto, também é muito comum encontrar tensões expressas em outras unidades como, por exemplo, em decibéis ou dB. Mas, isto é um outro papo, que merece uma explicação mais detalhada em outro momento (ver apêndice E).

### 6.1.2 Frequência e período

As denominações usuais da frequência de uma tensão senoidal também são diversas. A fim de realizar cálculos matemáticos, a notação mais comum (e a mais prática) é a chamada **frequência angular**,  $\omega$ , e está definida na Equação 6.2. Observe nesta equação que o argumento do seno é  $(\omega t + \theta)$  e, considerando que o argumento da função seno é sempre adimensional, concluímos que a unidade de  $\omega$  é o inverso do segundo (ou,  $s^{-1}$ ). Lembro que os ângulos  $\omega t$  e  $\theta$ , assim como quaisquer outros ângulos, são números adimensionais.

Apesar de ângulos serem expressos em unidades, como “radianos” ou “graus”, eles são, de fato, adimensionais. Se forem necessárias maiores justificativas para esta afirmação, basta lembrar que o comprimento  $l$  de um arco de circunferência de raio  $r$ , compreendido por um ângulo  $\theta$ , vale  $l = r\theta$ . Esta é a definição de ângulo! No caso particular em que  $\theta = 2\pi$  o comprimento  $l = 2\pi r$  é o perímetro da circunferência e

este fato é o que define o número  $\pi$ . Assim, sendo que  $l$  e  $r$  são ambos comprimentos, e portanto expressos em uma mesma unidade, tanto  $\theta$  quanto  $\pi$  tem que ser adimensionais. O ângulo que satisfaz a condição  $l = r$  é  $\theta = 1$ , mas, apesar de ser adimensional, ele é denominado de 1 radiano.

Todavia, na prática, outras definições de ângulo são frequentemente utilizadas, sendo a mais comum o “grau”, que corresponde ao ângulo subtendido por um segmento de arco cujo comprimento vale  $1/360$  avos do perímetro, ou seja:  $(2\pi r)/360 = r\theta$ , portanto,  $\theta \equiv 1^\circ = 2\pi/360 \approx 0.01745$  rad, ou, equivalentemente,  $1 \text{ rad} \approx 57.3 \text{ graus} \equiv 57.3^\circ$ .

Quando se faz observações experimentais, a definição da frequência através de  $\omega$  não é prática. Por exemplo, quando se observa no osciloscópio um sinal periódico como aquele mostrado na Figura 6.1, o mais provável é que o experimentador irá se ater em medir o período do sinal (naquele caso, obterá  $T = 40 \text{ ms} = 40 \times 10^{-3} \text{ s}$ ). Lembramos que o período é a duração temporal de um ciclo do sinal. Mais especificamente, o período é a menor distância temporal entre dois pontos de mesma voltagem e de mesma razão de variação da voltagem. Em termos da frequência, o período é calculado por  $T = 2\pi/\omega$ . Assim, se considerarmos dois instantes de tempo quaisquer, dados por  $t_1$  e  $t_2$ , tal que  $t_2 = t_1 + T$ , teremos  $V(t_2) = V_o \cos(\omega t_2 + \theta) = V_o \cos(\omega t_1 + \theta + 2\pi) = V_o \cos(\omega t_1 + \theta) = V(t_1)$  e, além disso,  $(dV/dt)_2 = -V_o \omega \text{sen}(\omega t_2 + \theta) = -V_o \omega \text{sen}(\omega t_1 + \theta + 2\pi) = -V_o \omega \text{sen}(\omega t_1 + \theta) = (dV/dt)_1$ .

Uma outra maneira de especificar a frequência de um sinal periódico é através do cálculo do número de vezes com que cada ciclo se repete em um intervalo de tempo pré-estabelecido, tipicamente, de um segundo. Este é, normalmente, o resultado que um experimentador encontra ao utilizar instrumentos de medida denominados “frequencímetros”. Assim, se o instrumento diz que o ciclo se repete  $f$  vezes em um segundo, então é claro que o período vale  $T = 1/f$ . Sendo  $f$  o inverso de  $T$ , fica óbvio que a unidade de  $f$  é a mesma que a de  $\omega$  (o inverso do segundo), porém, elas são definições distintas, pois  $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$ . Resumindo,

$$\begin{aligned} \text{Frequência angular} &\rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \\ \text{Frequência} &\rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} \\ \text{Período} &\rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} \end{aligned} \quad (6.4)$$

E, aqui começa a confusão! Estamos frente a frente a duas grandezas,  $\omega$  e  $f$ , criadas para especificar o mesmo fenômeno (a periodicidade do sinal); ambas possuem as mesmas unidades, mas, são definidas de formas diferentes. Basta notar que  $f = 1 \text{ s}^{-1}$  não é o mesmo que  $\omega = 1 \text{ s}^{-1}$ .

Para eliminar o perigo de erros de interpretação, costuma-se “fazer-de-conta” que  $\omega$  e  $f$  não possuem as mesmas unidades e convencionam-se que a unidade de  $\omega$  é rad/seg enquanto que a unidade de  $f$  é  $\text{s}^{-1}$ . Esta última, também recebe unidades equivalentes de Hertz (Hz), ou ainda ciclos-por-segundo (cps).

Portanto, quando alguém lhe disser que a frequência de um sinal é de 2 Hz, ou  $2 \text{ s}^{-1}$ , ou 2 cps, ele está querendo dizer que o período do sinal vale 0.5 s. Por outro lado, se ele lhe dissesse que a frequência do sinal era de 2 rad/s, ele estaria dizendo que o período do sinal seria de  $2\pi/2 \approx 3.14 \text{ s}$ , o que é bem diferente do primeiro caso.

A faixa de frequências encontrada comumente nos circuitos eletrônicos é muito grande. A região audível varia desde alguns Hz a kHz (kilo-Hertz ou  $10^3$  Hz). As frequências de rádio, se estendem de kHz a MHz (mega-Hertz ou  $10^6$  Hz), enquanto que a microonda é uma denominação para frequências da ordem de GHz (giga-Hertz ou  $10^9$  Hz).

$$1 \text{ GHz} = 10^3 \text{ MHz} = 10^6 \text{ kHz} = 10^9 \text{ Hz} \quad (6.5)$$

### 6.1.3 A fase

A fase de um sinal senoidal está representada na Equação 6.2 pelo ângulo  $\theta$ . Este ângulo especifica a relação  $V/V_o$  no instante  $t = 0$ . De fato,  $\theta = \cos^{-1}(V(0)/V_o)$ .

Sendo que a tensão senoial que estamos considerando é uma onda estacionária, o instante  $t = 0$  tem uma importância secundária. O que queremos dizer é que a escolha do tempo inicial, ou de como acertamos o nosso relógio experimental, é arbitrário. De fato, o instante  $t = 0$  pode, na maioria dos casos, ser escolhido arbitrariamente sem prejudicar as conclusões.

Vocês já devem ter tomado conhecimento que a diferença de potencial em qualquer uma das “tomadas de força” da sua residência é alternada. Normalmente, as amplitudes das tensões nestas tomadas valem  $127 V_{\text{rms}}$  ou  $220 V_{\text{rms}}$ . Tendo vocês conhecimentos de matemática, poderiam especificar melhor dizendo:

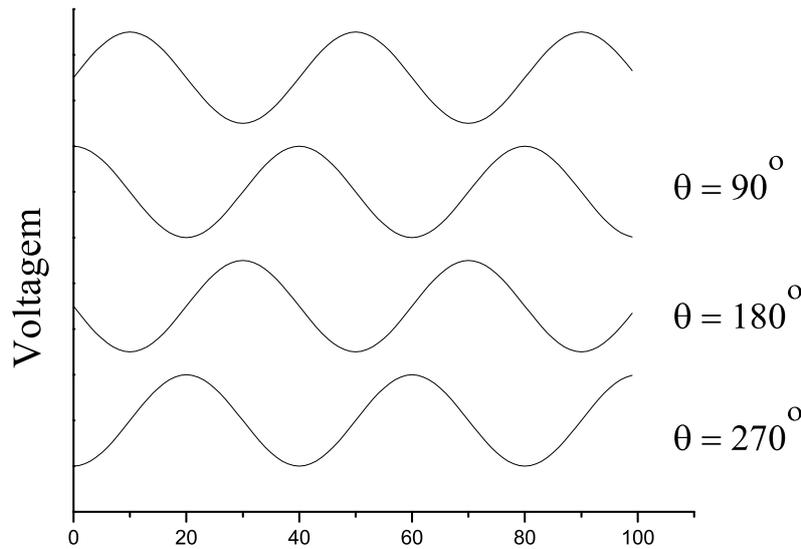


Figura 6.2: Sinais senoidais com fases distintas, de acordo com a definição da Equação 6.2.

a diferença de potencial nas tomadas da minha casa é do tipo  $V_o \text{sen}(\omega t)$ , onde  $V_o$  vale 180 V ou 310 V, respectivamente, e  $\omega = 2\pi(60 \text{ Hz}) \approx 377 \text{ rad/s}$ .

O seu conceito matemático está correto, mas eu lhe pergunto: Porque você não especificou a tensão no formato alternativo  $V_o \text{cos}(\omega t)$ ? Qual a diferença entre esta resposta e a anterior? Bom, pois eu lhe digo! A segunda resposta assume que a voltagem era nula em  $t = 0$ , enquanto que a primeira assume que a voltagem valia  $V_o$  em  $t = 0$ . Bom, e daí? Qual a importância disto? Quem é este instante especial  $t = 0$  a quem nos referimos? Na verdade, não existe um critério capaz de definir este tal instante  $t = 0$ . De fato, o quanto você vai pagar este mês para a empresa distribuidora de energia elétrica não depende desta definição. Portanto, qualquer formalismo matemático que for desenvolvido para analisar circuitos elétricos no estado estacionário não pode depender do “acerto” inicial do seu relógio. A questão fundamental é que o formalismo é quem vai ter que se “acertar” a fim de que qualquer resposta relevante, como, por exemplo, o valor da sua “conta de luz”, não dependa da escolha do instante  $t = 0$ .

Por outro lado, o ângulo de fase é uma grandeza de fundamental importância quando se trata de comparar dois sinais, por exemplo, a corrente e a tensão em um dado componente. Neste tipo de situação dizemos que entre os dois sinais existe uma **diferença de fase**. Por exemplo, se observarmos que a corrente em um componente vale  $I(t) = I_o \text{cos}(\omega t)$  e a diferença de potencial entre os seus terminais é  $V(t) = V_o \text{cos}(\omega t)$ . Então, diríamos que estes dois sinais estão **em fase**, ou que a diferença de fase entre eles é de  $0^\circ$ . Por outro lado, se observarmos que a corrente em um outro componente tem a mesma dependência temporal,  $I(t) = I_o \text{cos}(\omega t)$ , enquanto que a diferença de potencial entre os seus terminais é  $V(t) = V_o \text{sen}(\omega t)$ , então, diríamos que estes dois sinais estão **fora de fase** e a diferença de fase entre eles é de  $90^\circ$  ou  $\pi/2$ . Para ilustrar, a Figura 6.2 mostra alguns exemplos de sinais defasados entre si.

Uma questão importante é: “como se mede a diferença de fase entre dois sinais?”. Bom, este assunto é muito importante, pois vamos precisar de realizar este tipo de medida dezenas de vezes durante este curso e, provavelmente, milhares de vezes na sua vida. Por isso, dedicamos a ele um texto a parte, situado no Apêndice G.

### 6.1.4 O valor RMS

O **valor eficaz** de uma grandeza que varia (em função do tempo ou de qualquer outro parâmetro) é chamado em inglês por *Root Mean Square*, ou **RMS**, ou **rms**, e é essencialmente uma média estatística da amplitude desta grandeza. Como o nome em inglês sugere, o valor eficaz é igual à raiz quadrada da média do quadrado dos valores que esta grandeza assume.

Por exemplo, se uma certa grandeza  $y$  assume valores discretos  $(y_1, y_2, \dots, y_n)$ , então o valor eficaz desta grandeza é:

$$y_{rms} = \sqrt{\frac{1}{n} (y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_n^2)} \quad (6.6)$$

Se a grandeza varia continuamente, por exemplo, em função do tempo  $t$ , então o seu valor eficaz no intervalo  $t_1 < t < t_2$  vale:

$$y_{rms} = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} [y(t)]^2 dt} \quad (6.7)$$

Em princípio, este cálculo pode ser estendido de um instante inicial para “todos os tempos”:

$$y_{rms} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} [y(t)]^2 dt} \quad (6.8)$$

Quando se trata de sinais periódicos o valor médio é, simplesmente, calculado sobre um período da função:

$$y_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [y(t)]^2 dt} \quad (6.9)$$

Vamos agora calcular o valor rms de uma função senoidal,  $V(t) = V_o \text{sen}(\omega t + \theta)$ :

$$y_{rms}^2 = \frac{1}{T} \int_{t_o}^{t_o+T} [V_o \text{sen}(\omega t + \theta)]^2 dt \quad (6.10)$$

Fazendo a mudança de variáveis,  $\phi = \omega t + \theta$  e lembrando que  $\omega T = 2\pi$ , obtemos:

$$\begin{aligned} y_{rms}^2 &= \frac{V_o^2}{T\omega} \int_{\omega t_o + \theta}^{\omega(t_o+T) + \theta} \text{sen}^2 \phi d\phi \\ &= \frac{V_o^2}{2\pi} \int_{\omega t_o + \theta}^{\omega t_o + \theta + 2\pi} \text{sen}^2 \phi d\phi \\ &= \frac{V_o^2}{2\pi} \left( \frac{1}{2} \phi - \frac{1}{4} \text{sen} 2\phi \right)_{\omega t_o + \theta}^{\omega t_o + \theta + 2\pi} = \frac{V_o^2}{2} \end{aligned} \quad (6.11)$$

Isto é, o valor rms de um sinal senoidal vale

$$y_{rms} = \frac{V_o}{\sqrt{2}} \approx 0.7 V_o \quad (6.12)$$

e independe dos valores do instante inicial  $t_o$  e da fase  $\theta$ . Se soubéssemos disso antecipadamente poderíamos ter assumido  $t_o = 0$  e  $\theta = 0$  desde o início do cálculo. Na verdade, este é um fato geral: para se calcular o valor eficaz de sinais periódicos, pode-se escolher arbitrariamente (e convenientemente) o instante inicial e a fase, desde que a média seja feita sobre um período da função.

Agora, é instrutivo dar apoio a este processo matemático através de uma interpretação física do valor eficaz. Para isso, vamos imaginar que uma corrente senoidal  $I(t) = I_o \text{sen}(\omega t)$  circula em um resistor  $R$ . Pela lei de Ohm, a diferença de potencial nos terminais deste resistor vale  $V(t) = RI_o \text{sen}(\omega t)$ . Portanto, a potência instantânea dissipada na forma de calor neste resistor vale:

$$P(t) = V(t)I(t) = RI_o^2 \text{sen}^2(\omega t) \quad (6.13)$$

O potência média dissipada em um período vale:

$$\langle P(t) \rangle = RI_o^2 \frac{1}{T} \int_0^T \text{sen}^2(\omega t) dt = \frac{RI_o^2}{2} = R \left( \frac{I_o}{\sqrt{2}} \right)^2 = RI_{rms}^2 \quad (6.14)$$

Este resultado significa que a potência média dissipada em um resistor mediante uma corrente senoidal é igual à potência instantânea que seria dissipada no mesmo resistor mediante uma corrente constante (dc) de valor igual ao valor rms da corrente senoidal. Isto é, um resistor sujeito a uma corrente senoidal de amplitude  $I_o = 10$  A dissipa a mesma quantidade de calor que quando sujeito a uma corrente constante de valor  $10/\sqrt{2} \approx 7$  A.

A seguir vamos demonstrar outro conceito importante.

Seja uma função senoidal  $y(t)$  e considere uma outra função,  $z(t)$ , construída a partir de um deslocamento vertical (*offset*) sobre  $y(t)$ , de tal forma que  $z(t) = A + y(t)$ , onde  $A$  é uma constante. Então, o valor rms de  $z(t)$  vale:

$$z_{rms}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [A + y(t)]^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T [y^2(t) + 2Ay(t) + A^2] dt \quad (6.15)$$

Lembrando que a média de  $y(t)$  em um período deve ser nula, obtemos:

$$z_{rms}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [y^2(t) + A^2] dt = y_{rms}^2 + A^2 \quad (6.16)$$

Este resultado é muito usado na prática e, na verdade, ele é muito mais geral do que parece! Não vou entrar em detalhes, mas vou adiantar sem demonstrar que: o quadrado do valor rms da soma de “sinais ortogonais” é sempre igual à soma dos quadrados dos valores rms dos sinais individuais.

### 6.1.5 A potência

Vamos considerar que um dado elemento, ou circuito, está conectado a um gerador de corrente alternada senoidal e que a voltagem nos terminais do gerador vale  $V(t) = V_o \text{sen}(\omega t)$ . Veremos adiante que a corrente que vai circular pelo circuito poderá não estar em fase com a tensão e, portanto, ela pode ser escrita como  $I(t) = I_o \text{sen}(\omega t + \theta)$ .

Estudamos no Capítulo 3, especificamente na Equação 3.7, que a potência dissipada em um componente qualquer de dois terminais é igual ao produto da sua diferença de potencial e a corrente. Portanto, na situação sendo considerada, a **potência instantânea** é simplesmente:

$$P(t) = V(t) I(t) = [V_o \text{sen}(\omega t)] [I_o \text{sen}(\omega t + \theta)], \quad (6.17)$$

Desta equação percebe-se que a potência instantânea pode ser tanto positiva quanto negativa. De fato, se  $\theta = 0$ , teremos  $P(t) = V_o I_o [\text{sen}(\omega t)]^2$ . Neste caso a potência é sempre positiva e significa que o elemento consome ou dissipa a energia fornecida pelo gerador. Por outro lado, se  $\theta \neq 0$ , teremos  $P(t) = V_o I_o \text{sen}(\omega t) \text{sen}(\omega t + \theta)$ , que tanto pode ser positivo quanto negativo. Quando a potência é negativa significa que, naquele dado instante de tempo, o elemento está fornecendo (ou devolvendo) ao gerador a energia que adquiriu anteriormente.

Apesar da fórmula 6.17 ser importante ela não desperta muito interesse prático. Mais interessante é a **potência média**, que no caso de sinais periódicos é calculada durante um período. Particularmente, se a voltagem e a corrente são senoidais e defasadas entre si, a potência média é calculada por:

$$\langle P(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T V(t) I(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T [V_o \text{sen}(\omega t)] [I_o \text{sen}(\omega t + \theta)] dt \quad (6.18)$$

Esta integral é fácil de ser resolvida utilizando-se das relações trigonométricas listadas no Apêndice H. Fica como exercício mostrar que:

$$P = \langle P(t) \rangle = \frac{1}{2} V_o I_o \cos(\theta) = \frac{V_o}{\sqrt{2}} \frac{I_o}{\sqrt{2}} \cos(\theta) = V_{rms} I_{rms} \cos(\theta), \quad (6.19)$$

O termo  $\cos(\theta)$  é denominado de **fator de fase** (em inglês, *power factor* ou *power factor phase*).

O resultado expresso pela Equação 6.19 é surpreendente! Primeiro, a potência média é diretamente proporcional aos valores rms da corrente e da tensão. Em segundo lugar, a potência média depende da diferença de fase entre a corrente e a tensão. Por exemplo,  $P = V_{rms} I_{rms}$  se  $\theta = 0$  e  $P = 0$  se  $\theta = 90^\circ$ . Observe que neste último caso a potência média é nula mesmo quando o valor rms da corrente (ou tensão) não é nulo! Não é estranho?

Estas conclusões são extremamente importantes do ponto de vista prático, principalmente aos engenheiros elétricos que coordenam o consumo de energia das indústrias. Em outras palavras, esta seção tem muito a ver com o valor aferido da sua conta de energia elétrica e com o preço dos produtos industrializados que você compra.

Por isso, vou dedicar a este tema uma seção adicional no final do capítulo. Porém, infelizmente, vocês terão que ter um pouco de paciência porque eu ainda não a escrevi.

## 6.2 Análise dos circuitos de corrente alternada senoidal

A motivação deste texto é mostrar os conceitos básicos que estão associados à análise matemática envolvida na solução dos circuitos de corrente alternada senoidal no regime estacionário. Do ponto de vista teórico da Física, as propriedades gerais do campo elétrico regem o comportamento destes circuitos e os conceitos envolvidos são expressos através das chamadas “leis de Kirchhoff”.

Apesar de a força eletromotriz ser, neste caso, dependente do tempo, as leis de Kirchhoff que aqui utilizaremos são exatamente as mesmas que aquelas empregadas na análise de circuitos de corrente contínua nos capítulos anteriores. Traduzindo em miúdos, as leis da Física para circuitos de corrente alternada são as mesmas que para aqueles de corrente contínua.

O que se espera é que estas leis sejam válidas em todos os circuitos, sejam eles de corrente contínua ou dependente do tempo, lineares ou não-lineares, ou sejam eles compostos também por bobinas e outros componentes mais complexos e exóticos, tais como transdutores, diodos, transistores, circuitos integrados, etc.

Todavia, apesar destas leis serem gerais, elas sairão de cena nos casos em que a frequência,  $\omega$ , do gerador for muito alta, especificamente, na faixa de ondas de rádio ou acima. Falando tecnicamente - as leis de Kirchhoff perdem sua validade quando o comprimento de onda do campo eletromagnético associado for da ordem das dimensões físicas do circuito.

De uma forma geral, a solução matemática dos circuitos de baixa frequência pode ser classificada em dois regimes: a solução transiente e a solução estacionária.

A solução transiente descreve o comportamento do circuito, ou como variam as correntes e as tensões, imediatamente após uma dada perturbação ter sido provocada. Esta perturbação pode ser, por exemplo, causada pelo simples fato de ligarmos o gerador. No momento em que o botão “ligar” é acionado as correntes começam a circular e, geralmente, é necessário um certo intervalo de tempo para que as correntes e tensões se estabilizem. Quando elas estabilizam, dizemos que o regime estacionário foi atingido e, a partir daí, espera-se que ele se perpetue até que uma nova perturbação seja provocada.

Mas, cuidado para não se confundirem! Dizer que um circuito elétrico está funcionando no seu regime estacionário não é o mesmo que dizer que as suas correntes e tensões são independentes do tempo! Por exemplo, um circuito cujo gerador possui uma força eletromotriz dependente do tempo (como aquela especificada matematicamente pela Equação 6.2) será considerado estacionário desde que possamos assumir que o regime transiente já terminou há muito tempo atrás.

O método mais comum que é utilizado para deduzir matematicamente o regime transiente de um circuito elétrico envolve, em primeiro lugar, encontrar uma equação capaz de descrever o comportamento do circuito e, normalmente, esta é uma equação diferencial, ou um sistema de equações diferenciais acopladas, nas variáveis corrente ou tensão. Em geral, esta equação pode ser determinada pela aplicação direta das leis de Kirchhoff. A partir daí, o problema é puramente matemático: resolver estas equações. Mas, não importando o método utilizado, a solução transiente completa dependerá do conhecimento das condições iniciais, as quais especificam os valores de todas as variáveis envolvidas (sejam elas correntes ou tensões) no momento em que a perturbação foi provocada.

Por outro lado, a solução estacionária, que é estabelecida em um tempo suficientemente longo após a perturbação ter sido provocada, é sempre a mesma: ela não depende do tipo de perturbação que possa ter existido anteriormente. O regime estacionário é específico de cada circuito e, principalmente, não depende de condições iniciais.

Neste capítulo estudaremos somente as soluções estacionárias dos circuitos propostos e veremos que elas são únicas, não dependem de critérios ou parâmetros arbitrários e, além disso, para encontrá-las não é estritamente necessário resolver equações diferenciais. Os circuitos escolhidos são muito simples, mas suficientemente complexos para podermos generalizar os conceitos aprendidos.

### 6.2.1 Circuito RC-série

O primeiro circuito que analisaremos é o circuito RC-série mostrado na Figura 6.3. O problema que está colocado aqui é o seguinte.

Considere que a corrente fornecida pelo gerador é dada por

$$I(t) = I_o \cos(\omega t), \text{ onde } I_o \text{ e } \omega \text{ são conhecidos.}$$

Determine  $V(t)$ ,  $V_R(t)$  e  $V_C(t)$ .

Devido à simplicidade do problema, a aplicação das leis de Kirchhoff é, neste caso, trivial porque os 3 componentes estão em série e, portanto, sujeitos a uma corrente comum; por isso a corrente é escolhida para ter fase nula. Se olharmos para a corrente instantânea, a forma de aplicar-se as leis de Kirchhoff neste caso é a mesma que a utilizada no Capítulo 4.

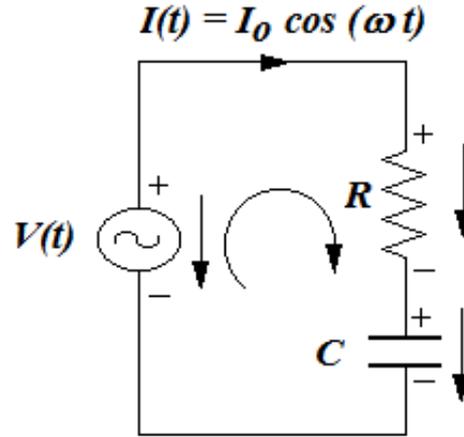


Figura 6.3: Circuito RC-série.

O primeiro passo é definir o sentido da corrente e com isso fica estabelecida a “polaridade” do resistor. As polaridades do gerador e do capacitor são escolhidas arbitrariamente, isto é, o resultado final não deve ser alterado por esta escolha. Percorrendo o laço indicado encontramos as equações:

$$I(t) = I_R(t) = I_C(t) \quad (6.20)$$

$$V(t) = V_R(t) + V_C(t) \quad (6.21)$$

A escolha do sentido da corrente  $I_C$  e a polaridade do capacitor, adotada na Figura 6.3, assume que naquele dado instante de tempo a carga do capacitor,  $Q(t)$ , está aumentando (lembre-se que corrente é o fluxo das cargas positivas). Portanto:

$$I_C(t) = I(t) = I_o \cos(\omega t) = + \frac{dQ}{dt} \Rightarrow Q(t) = I_o \int \cos(\omega t) dt = \frac{I_o}{\omega} \text{sen}(\omega t) \quad (6.22)$$

Observe o sinal positivo frente à derivada da carga. Ele foi propositadamente colocado para sinalizar que, desde que a corrente  $I_C$  é positiva e, também, a derivada é positiva, então o sinal tem que ser positivo. Mas, se tivéssemos trocado os sinais do capacitor, iríamos concluir que a corrente positiva  $I_C$  faria com que a carga diminuísse e, portanto, o sinal teria que ser negativo a fim de que  $I_C$  continue positivo de acordo com a convenção assumida no início.

Por outro lado,

$$V_R(t) = RI(t) = RI_o \cos(\omega t) \quad (6.23)$$

e,

$$V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = \frac{I_o}{\omega C} \text{sen}(\omega t) = \frac{I_o}{\omega C} \cos(\omega t - \pi/2), \quad (6.24)$$

logo

$$V(t) = V_R(t) + V_C(t) = RI_o \cos(\omega t) + \frac{I_o}{\omega C} \text{sen}(\omega t). \quad (6.25)$$

Agora, se vocês tiverem um pouquinho de paciência, poderão reescrever a Equação 6.25 em um formato interessante e, para isso, basta exercitar um pouco seus conceitos de trigonometria (ver Apêndice H) para concluir que:

$$V(t) = V_o \cos(\omega t - \theta) \quad (6.26)$$

onde

$$V_o = I_o \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (6.27)$$

$$\cos \theta = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}; \quad \text{sen} \theta = \frac{\frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}; \quad \text{tg} \theta = \frac{1}{R\omega C} \quad (6.28)$$

O fato de termos escolhido o sinal negativo no argumento de  $V(t)$ , ou seja, em  $(\omega t - \theta)$ , implica que o ângulo de fase entre a tensão no gerador e a corrente é negativo, resultando  $\theta$  positivo.

Abusando ainda mais da sua infinita paciência, podemos simplificar ainda mais estas equações definindo grandezas importantes denominadas **impedâncias**. A primeira destas impedâncias,  $Z_R$ , é a impedância do resistor; a segunda,  $Z_C$  é a impedância do capacitor; a terceira,  $Z$ , é a impedância “vista” pelo gerador que representa a associação em série dos dois componentes - resistor e capacitor.

$$Z_R = R; \quad Z_C = \frac{1}{\omega C}; \quad Z = \sqrt{Z_R^2 + Z_C^2} \quad (6.29)$$

Desta forma, as equações anteriores se reescrevem como:

$$V_R^o = Z_R I_o \quad V_C^o = Z_C I_o \quad V_o = Z I_o \quad (6.30)$$

Isto é, as amplitudes das tensões são simplesmente calculadas pelo produto da impedância com a amplitude da corrente. Este é o processo análogo à lei de Ohm, se considerar que a impedância  $Z_C$  é uma espécie de “resistência” que o capacitor oferece à passagem da corrente e, que  $Z$  é a “resistência” vista pelo gerador.

Continuando, encontramos o ângulo de fase também em função das impedâncias:

$$\cos \theta = \frac{Z_R}{Z}; \quad \sin \theta = \frac{Z_C}{Z}; \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{Z_C}{Z_R} \quad (6.31)$$

A tabela 6.1 resume os resultados obtidos, mostrando as impedâncias e a amplitude das tensões em cada um dos componentes do circuito.

Tabela 6.1: Resultado do cálculo o circuito RC-série, quando  $I(t) = I_o \cos(\omega t)$

	Impedância	Amplitude da tensão	Dependência temporal
Resistor	$Z_R = R$	$V_R^o = Z_R I_o$	$V_R(t) = V_R^o \cos(\omega t)$
Capacitor	$Z_C = 1/(\omega C)$	$V_C^o = Z_C I_o$	$V_C(t) = V_C^o \cos(\omega t - \pi/2)$
Gerador	$Z^2 = Z_R^2 + Z_C^2$	$V_o^2 = V_R^2 + V_C^2$	$V(t) = V_o \cos(\omega t - \theta)$

Observe neste quadro um fato importante. Embora uma das leis de Kirchhoff afirme que, em qualquer instante de tempo, a soma das tensões em um laço é nula (ver Equação 6.21), as amplitudes das tensões obedecem não a este mesmo critério. De fato:

$$V(t) = V_R(t) + V_C(t) \quad \Rightarrow \quad (V_o)^2 = (V_R^o)^2 + (V_C^o)^2 \quad (6.32)$$

### 6.2.2 Representação geométrica do circuito RC-série

Se observarmos a Equação 6.32 e a Tabela 6.1, notaremos que as amplitudes das tensões se somam como se obedecessem ao teorema de Pitágoras!

Mais do que isso: parece também que as tensões se somam como vetores!

Por causa deste motivo, vamos trabalhar até o final desta seção apenas com a interpretação geométrica dos resultados encontrados até aqui. O objetivo é criar métodos mais eficientes e de fácil implementação, o que simplificará em muito os trabalhos laboratoriais.

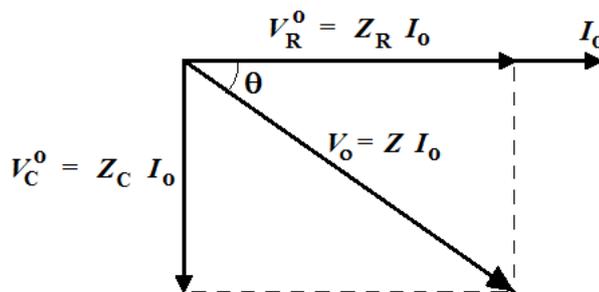


Figura 6.4: Representação das tensões do circuito RC-série através de vetores.

O primeiro método consiste na descrição das tensões do circuito RC-série através do **formalismo vetorial**. Se você examinar a Figura 6.4 poderá concluir que ela reproduz todos os resultados que obtivemos até aqui. Da figura, fica óbvio que a amplitude da voltagem no gerador é igual à **soma**

**vetorial** das voltagens individuais no resistor e capacitor. As tensões  $V_o$ ,  $V_R^o$  e  $V_C^o$  são representadas por vetores, tal que a soma dos vetores  $V_R^o$  e  $V_C^o$  resulta o vetor  $V_o$ .

O módulo do vetor  $I_o$  mostrado na mesma figura é arbitrário, mas é importante notar que ele tem a mesma direção e sentido que o vetor  $V_R^o$ , a fim de denotar que os sinais  $I(t)$  e  $V_R(t)$  estão em fase.

Por exemplo, observe que as amplitudes das tensões no resistor e no capacitor são representadas pelos cateto adjacente e oposto, respectivamente, de um triângulo retângulo formado pelo ângulo  $\theta$ . Observe também, que o ângulo  $\theta$  deste triângulo retângulo é o mesmo que o calculado na Equação 6.31, isto é,  $\tan \theta = Z_C/Z_R = 1/(R\omega C)$ , e representa o ângulo de fase entre as voltagens do gerador e do resistor.

Então? Deu prá perceber que este método vetorial funciona e que, se funciona, tem grandes chances de ser importante!

Vamos explorar o assunto um pouco mais, através de uma descrição do problema do circuito RC-série através do **formalismo dos números complexos**.

Sabemos que os números complexos guardam uma relação muito estreita com o formalismo vetorial. Por isso, espera-se que a representação das tensões no circuito por números complexos também dê bons frutos.

Como eu já conheço este assunto vou logo lhes dando a resposta.

Primeiro, os números complexos envolvem a “raiz imaginária”, simbolizada por  $i = \sqrt{-1}$ . Esta definição é um problema porque, na Eletrônica,  $i$  é o símbolo utilizado para representar a corrente elétrica!

Por isso, convencionou-se que a raiz imaginária na Eletrônica é denotada pelo símbolo  $j$  (e não  $i$ !). Além disso, para deixar bem claro que certo símbolo representa um número complexo (e não um escalar) convencionou-se também que todos os símbolos que representam números complexos devem estar cobertos por um “chapéu”, com exceção do próprio símbolo  $j$ . Também, o módulo de um número complexo é escalar e é denotado pelo mesmo símbolo do complexo, porém, sem o chapéu. Por exemplo:

$$j = \sqrt{-1} \quad \text{tal que} \quad \hat{z} = a + jb \quad \text{e} \quad |\hat{z}| = z \equiv \sqrt{a^2 + b^2} \quad (6.33)$$

onde,  $\hat{z}$  é um número complexo;  $z$ ,  $a$  e  $b$  são escalares.

Segundo, definimos as **impedâncias complexas**:

$$\hat{Z}_R = R; \quad \hat{Z}_C = \frac{-j}{\omega C}; \quad (6.34)$$

Desta maneira,  $\hat{Z}_R$  é real e igual a  $R$ , enquanto que  $\hat{Z}_C$  é imaginário (negativo) e tem módulo igual a  $|\hat{Z}_C| = Z_C = 1/(\omega C)$ . No mesmo formalismo, a impedância total  $\hat{Z}$  corresponde à soma dos números complexos  $\hat{Z}_R$  e  $\hat{Z}_C$ :

$$\hat{Z} = \hat{Z}_R + \hat{Z}_C = R + \frac{-j}{\omega C} = R - \frac{j}{\omega C}; \quad (6.35)$$

Então, vemos que a impedância complexa tem módulo  $|\hat{Z}| = Z = \sqrt{R^2 + 1/(\omega C)^2}$  e argumento  $\theta$ , correspondentes aos mesmos valores já calculados anteriormente.

No caso de circuito de corrente alternada senoidal, o cálculo diferencial-integral raramente (ou nunca) será utilizado neste curso. Obviamente, o formalismo de vetores ou de números complexos serão opções muito mais apetitosas.

Portanto, tentem refletir ao máximo sobre este assunto - resolvendo suas dúvidas com o professor - porque, na próxima seção este conceito será generalizado ainda mais.

### 6.2.3 Circuito RC-paralelo

Para que você possa entender esta seção é necessário que você tenha estudado e aprendido a seção anterior, a qual trata do circuito RC-série e sua representação geométrica. O circuito RC-paralelo está mostrado na Figura 6.5 e o problema que está colocado aqui é o seguinte.

Considere que a força eletromotriz produzida pelo gerador é dada por

$$V(t) = V_o \cos(\omega t), \text{ onde } V_o \text{ e } \omega \text{ são conhecidos.}$$

Determine  $I(t)$ ,  $I_R(t)$  e  $I_C(t)$ .

A análise deste circuito segue a mesma linha de raciocínio que a do circuito série discutido anteriormente. Este problema também é simples porque os 3 componentes estão em paralelo e, portanto, sujeitos a uma diferença de potencial comum. Assim, se num dado instante de tempo a polaridade do gerador é aquela indicada na Figura 6.5, necessariamente estarão determinadas também as polaridades do resistor e capacitor. Além disso, uma vez que a corrente no resistor flui do potencial maior para o menor, também está determinado o sentido da corrente  $I_R$ .

Concluindo, as lei de Kirchoff fornecem as equações:

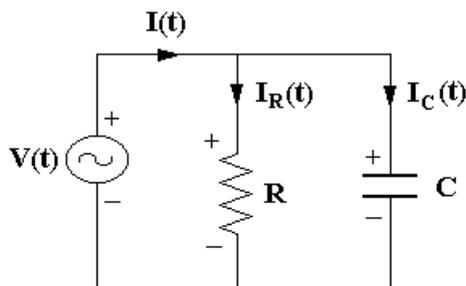


Figura 6.5: Circuito RC-paralelo.

$$V(t) = V_R(t) = V_C(t) \quad (6.36)$$

$$I(t) = I_R(t) + I_C(t) \quad (6.37)$$

Todavia, *a priori* nada podemos dizer a respeito do sentido da corrente  $I_C$ , uma vez que a polaridade das cargas no capacitor não determina o sentido em que elas estão fluindo. Em outras palavras, só podemos definir o sentido da corrente no capacitor se soubermos se a sua carga está aumentando ou diminuindo.

A escolha do sentido da corrente  $I_C$ , adotada na Figura 6.5, assume que naquele dado instante de tempo a carga está aumentando. Portanto:

$$I_C = + \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV_C}{dt} = C \frac{dV}{dt} = -V_o \omega C \operatorname{sen}(\omega t) = V_o \omega C \cos(\omega t + \pi/2) \quad (6.38)$$

Por outro lado,

$$I_R(t) = \frac{V_R}{R} = \frac{V}{R} = \frac{V_o}{R} \cos(\omega t), \quad (6.39)$$

logo

$$I(t) = I_R(t) + I_C(t) = \frac{V_o}{R} \cos(\omega t) - V_o C \omega \operatorname{sen}(\omega t). \quad (6.40)$$

Agora, como executamos na seção anterior, a Equação 6.40 pode ser compactada:

$$I(t) = I_o \cos(\omega t + \theta), \quad (6.41)$$

onde

$$I_o = V_o \sqrt{(1/R)^2 + (\omega C)^2} \quad (6.42)$$

$$\cos \theta = \frac{1/R}{\sqrt{(1/R)^2 + (\omega C)^2}}; \quad \operatorname{sen} \theta = \frac{\omega C}{\sqrt{(1/R)^2 + (\omega C)^2}}; \quad \operatorname{tg} \theta = R\omega C \quad (6.43)$$

No caso do circuito RC-série definimos as impedâncias dos elementos. No presente caso, em se tratando do circuito RC-paralelo, é mais conveniente definir grandezas denominadas **admitâncias**. A primeira destas admitâncias,  $Y_R$ , é a admitância do resistor; a segunda,  $Y_C$  é a admitância do capacitor; a terceira,  $Y$ , é a admitância “vista” pelo gerador que representa a associação em paralelo dos dois componentes - resistor e capacitor. Isto é,

$$Y_R = \frac{1}{Z_R} = \frac{1}{R}; \quad Y_C = \frac{1}{Z_C} = \omega C; \quad Y = \sqrt{Y_R^2 + Y_C^2}. \quad (6.44)$$

Desta forma, as equações anteriores se reescrevem como

$$I_R^o = Y_R V_o \quad I_C^o = Y_C V_o \quad I_o = Y V_o \quad (6.45)$$

Isto é, as amplitudes das correntes são simplesmente calculadas pelo produto das correspondentes admitâncias com a amplitude das tensões. Este é o processo análogo ao inverso da lei de Ohm ( $I = V/R$ ), se considerarmos que a admitância  $Y_C$  representa a “facilidade” com que o capacitor permite a passagem da corrente e, que  $Y$  é a “facilidade” com que o gerador consegue fornecer corrente.

Continuando, encontramos o ângulo de fase também em função das admitâncias:

$$\cos \theta = \frac{Y_R}{Y}; \quad \text{sen } \theta = \frac{Y_C}{Y}; \quad \text{tg } \theta = \frac{Y_C}{Y_R} \quad (6.46)$$

A tabela 6.2 resume os resultados obtidos, mostrando as admitâncias e a amplitude das correntes em cada um dos componentes do circuito.

Tabela 6.2: Resultado do cálculo o circuito RC-paralelo, quando  $V(t) = V_o \cos(\omega t)$

	Admitância	Amplitude da corrente	Dependência temporal
Resistor	$Y_R = 1/R$	$I_R^o = Y_R V_o$	$I_R(t) = I_R^o \cos(\omega t)$
Capacitor	$Y_C = \omega C$	$I_C^o = Y_C V_o$	$I_C(t) = I_C^o \cos(\omega t + \pi/2)$
Gerador	$Y^2 = Y_R^2 + Y_C^2$	$I_o^2 = I_R^2 + I_C^2$	$I(t) = I_o \cos(\omega t + \theta)$

Observe neste quadro um fato importante. Embora uma das leis de Kirchhoff afirme que, em qualquer instante de tempo, a soma das correntes em um nó é nula (ver Equações 6.37 e 6.40), as amplitudes das correntes não obedecem a este mesmo critério. De fato:

$$I(t) = I_R(t) + I_C(t) \quad \Rightarrow \quad (I_o)^2 = (I_R^o)^2 + (I_C^o)^2 \quad (6.47)$$

De maneira similar ao caso do circuito série, as amplitudes das correntes se somam como se obedecessem ao teorema de Pitágoras!

Por este motivo uma representação geométrica similar à que foi introduzida anteriormente pode ser feita aqui. A figura 6.6 mostra o resultado da representação vetorial.

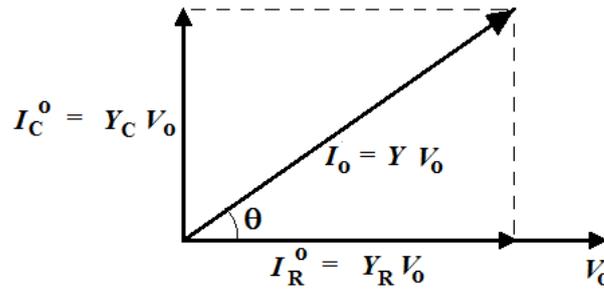


Figura 6.6: Representação das correntes do circuito RC-paralelo através de vetores.

Nesta figura, o módulo do vetor  $V_o$  é arbitrário, mas o fato de que ele tem a mesma direção e sentido que o vetor  $I_R^o$  denota que os sinais  $V(t)$  e  $I_R(t)$  estão em fase.

Analogamente, podemos introduzir também a representação por números complexos:

$$\hat{Y}_R = \frac{1}{R}; \quad \hat{Y}_C = j \omega C; \quad \hat{Y} = \hat{Y}_R + \hat{Y}_C = \frac{1}{R} + j \omega C, \quad (6.48)$$

tal que,

$$|\hat{Y}|^2 = Y^2 = |\hat{Y}_R|^2 + |\hat{Y}_C|^2 = Y_R^2 + Y_C^2 \quad (6.49)$$

A conclusão é que os circuitos RC-série e paralelo são similares; as únicas diferenças correspondem à troca da corrente por tensão ( $V$  por  $I$ ), à troca da impedância por admitância ( $Z$  por  $Y$ ) e também à inversão do sinal do ângulo de fase  $\theta$ .

## 6.2.4 Generalização do formalismo: números complexos

A generalização do problema da análise de circuitos de corrente alternada senoidal pode ser realizada facilmente através do formalismo de números complexos introduzido anteriormente.

Para isso, vamos olhar novamente para as equações 6.48 e 6.49 e notar que elas podem ser reescritas da seguinte maneira:

$$\hat{Y} = \hat{Y}_R + \hat{Y}_C = \frac{1}{R} + j \omega C, \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\hat{Z}} = \frac{1}{\hat{Z}_R} + \frac{1}{\hat{Z}_C} \quad (6.50)$$

Isto significa que no circuito RC-paralelo, somar admitâncias complexas é o mesmo que somar o inverso das impedâncias complexas. É claro que este fato é óbvio, visto que ele nada mais é do que

uma consequência da definição de admitância, como sendo o inverso da impedância, pela equação 6.44. Entretanto, o mesmo fato tem uma consequência interessante e é isto que veremos a seguir.

As equações 6.35 (RC-série) e 6.50 (RC-paralelo) sugerem que o cálculo da impedância complexa segue a receita normal de soma de resistores, isto é, enquanto que impedâncias em série se somam, as impedâncias em paralelo são somadas pelos inversos.

Baseados nesta conclusão vamos resolver os dois circuitos novamente, porem, desta vez sem utilizarmos as funções senoidais; somente a notação de números complexos será utilizada.

Primeiro, seja o **circuito RC-série**. Neste caso, como a corrente é comum aos elementos vamos considerá-la como número real denotada por  $I_o$  (sem chapéu), isto é, a corrente tem fase nula. Em seguida, escrevemos que

$$\hat{V}_o = \hat{Z} I_o = [R - j \frac{1}{\omega C}] I_o = V_o e^{j\beta}; \quad |\hat{V}_o| \equiv V_o = I_o \sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C})^2}; \quad (6.51)$$

Logo, concluímos que  $V(t)$  não está em fase com a corrente  $I(t)$ . Nesta equação, a raiz quadrada e  $\beta$  representam o módulo e o argumento do número complexo, respectivamente, e a notação exponencial segue a conhecida “fórmula de Euler”:

$$e^{j\beta} = \cos \beta + j \sen \beta \quad (6.52)$$

Observando a troca de sinais  $\beta = -\theta$ , as equações 6.27 e 6.28 podem ser facilmente calculadas novamente, fazendo:

$$|\hat{Z}| = \sqrt{[\text{Re}\hat{Z}]^2 + [\text{Im}\hat{Z}]^2}; \quad \cos \beta = \frac{\text{Re}\hat{Z}}{|\hat{Z}|}; \quad \sen \beta = \frac{\text{Im}\hat{Z}}{|\hat{Z}|}; \quad \text{tg } \beta = \frac{\text{Im}\hat{Z}}{\text{Re}\hat{Z}} \quad (6.53)$$

onde, para qualquer número complexo  $\hat{z} = a + jb$ , definimos  $\text{Re}\hat{z} = a$  e  $\text{Im}\hat{z} = b$ .

As diferenças de potencial no resistor e capacitor são calculadas fazendo-se:

$$\hat{V}_R = V_R = \hat{Z}_R I_o = R I_o; \quad \hat{V}_C = \hat{Z}_C I_o = -j \frac{I_o}{\omega C}; \quad |\hat{V}_C| \equiv V_C = \frac{I_o}{\omega C} \quad (6.54)$$

Viram como é fácil! Porque? Porque na notação complexa, tanto os resistores como os capacitores são tratados como impedâncias complexas e a associação dos elementos se faz da mesma maneira que associação série e paralelo de resistores. Portanto, a variável tempo desaparece na notação complexa, assim como também desaparecem as funções trigonométricas.

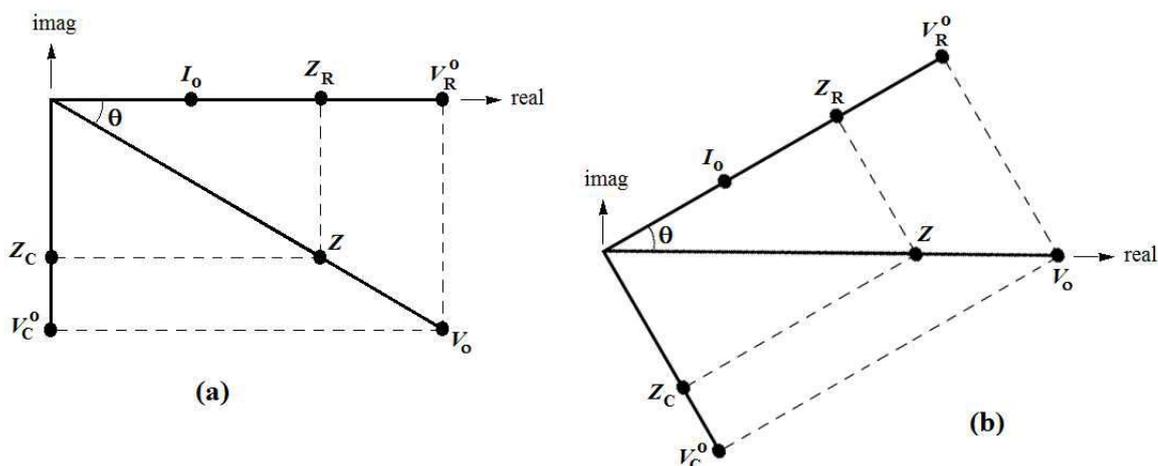


Figura 6.7: Representação das amplitudes complexas das impedâncias, tensões e corrente do circuito RC-série. (a) opção  $I_o$  real. (b) opção  $V_o$  real.

Normalmente, representam-se estes números complexos em um diagrama polar, no qual o eixo horizontal representa a componente real do número e o eixo vertical a sua componente imaginária. A figura 6.7a ilustra o resultado que acabamos de calcular.

Agora, vou responder a pergunta que vocês ainda não me fizeram: Professor, porque o Sr. considerou  $I_o$  como real? Porque não considerou  $V_o$  como real?

Esta pergunta é importante e a resposta é simples. Se eu tivesse considerado  $V_o$  como real, é claro que  $I_o$  seria complexo e o resultado seria simplesmente uma rotação do plano complexo por um ângulo  $\theta$ , como está mostrado na figura 6.7b. Gostaria que vocês demonstrassem este fato como exercício. Percebe-se

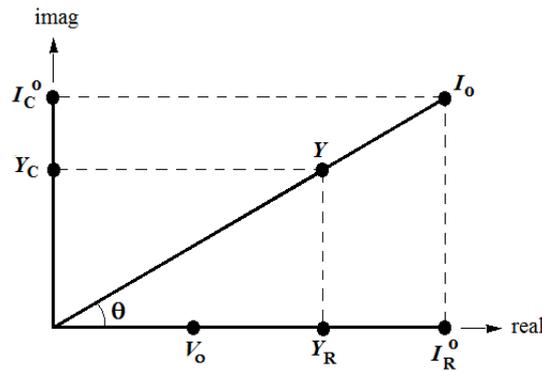


Figura 6.8: Representação das amplitudes complexas das admitâncias, correntes e tensão do circuito RC-paralelo.

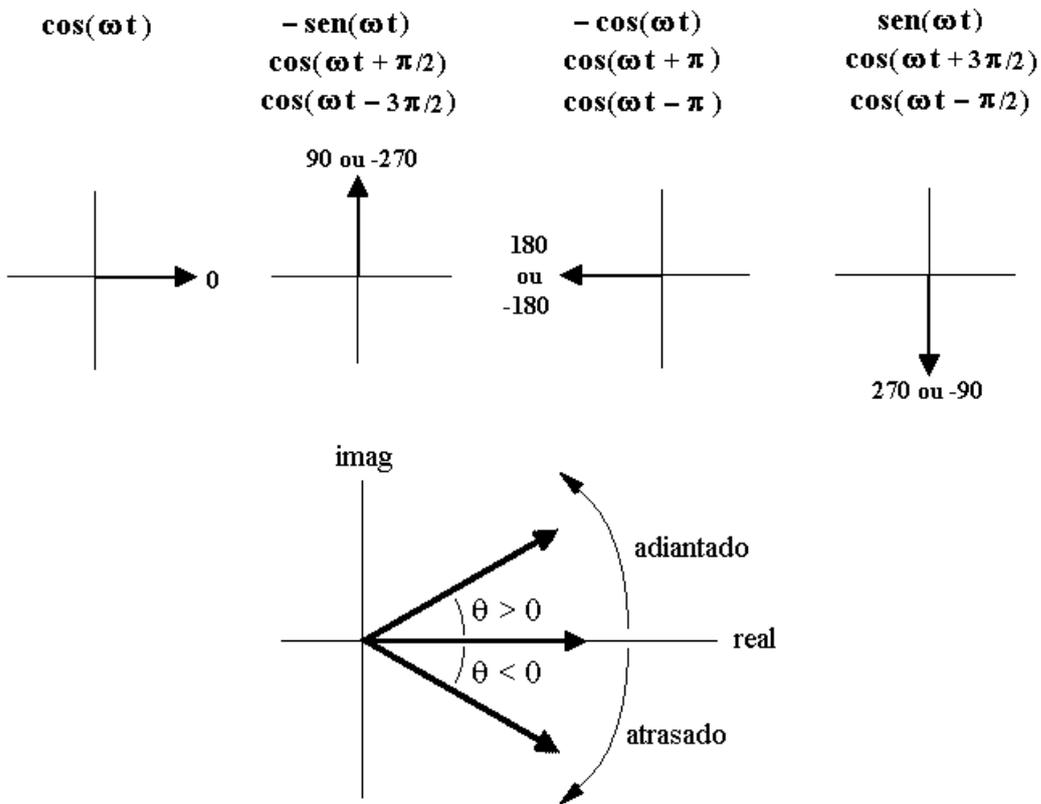


Figura 6.9: Representação das fases no diagrama complexo.

que, ao alterar a definição de “quem é real” nada se ganha de conhecimento; apenas, é claro, que sempre há uma definição que simplifica o diagrama e, neste caso, na minha opinião, é considerar  $I_o$  real.

Para completar a nossa verificação, vamos agora resolver novamente o **circuito RC-paralelo**. Neste caso, também há várias opções. Quem será real:  $V_o$ ,  $I_o$  ou nenhum dos dois? Na verdade, esta escolha é irrelevante; ela apenas quer dizer: qual escolha simplifica o resultado?

Bom, como eu já estudei a matéria, digo que a resposta é: no caso do circuito paralelo, o método mais simples é considerar  $V_o$  real e utilizar para o cálculo as admitâncias dos elementos.

Se você realizar o cálculo sugerido o resultado será aquele mostrado na figura 6.8. Demonstre como exercício.

Para finalizar, mostramos na figura 6.9 as direções das variáveis complexas (ou vetores) para diferentes ângulos de fase. A figura também mostra a função trigonométrica temporal para cada uma das fases exemplificadas. Note que, uma tensão é dita adiantada com relação a outra se ela formar com a outra um ângulo  $0 < \theta < 180$  (rotação contrária aos ponteiros do relógio) e, inversamente, tensões adiantadas com  $-180 < \theta < 0$  (rotação a favor dos ponteiros do relógio).

## 6.2.4.1 Um exemplo

O circuito da figura 6.10 consiste em um RC-série acoplado a um resistor de carga,  $R_s$ . Considerando que a voltagem no gerador é dada por  $V(t) = V_o \cos(\omega t)$  o objetivo é encontrar a amplitude da voltagem de saída  $V_s^o$ .

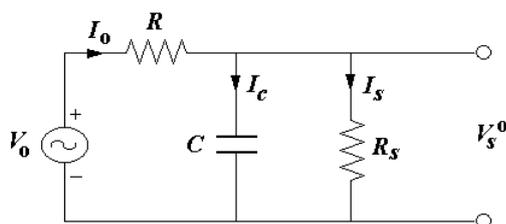


Figura 6.10: Circuito RC-série acoplado a um resistor de carga.

Se a fase de  $V(t)$  é nula então  $V_o$  é real. Para resolver-se este circuito, o truque é imaginar que o circuito é de corrente contínua e puramente “resistivo”. Assim, as correntes são aquelas indicadas na figura e, denotando por  $Z_p$  a impedância equivalente da associação em paralelo entre  $C$  e  $R_s$ , a voltagem de saída é facilmente calculada:

$$\hat{V}_s^o = \hat{Z}_p \hat{I}_o = \hat{Z}_p \frac{V_o}{\hat{Z}} = \hat{Z}_p \frac{V_o}{R + \hat{Z}_p} = \frac{V_o}{1 + \frac{R}{\hat{Z}_p}}. \quad (6.55)$$

Sendo que

$$\frac{1}{\hat{Z}_p} = \frac{1}{R_s} + j\omega C, \quad (6.56)$$

temos,

$$\hat{V}_s^o = \frac{V_o}{1 + \frac{R}{R_s} + j R\omega C} = \frac{1 + \frac{R}{R_s} - j R\omega C}{(1 + \frac{R}{R_s})^2 + (R\omega C)^2} V_o \quad (6.57)$$

Daqui prá frente pode-se calcular facilmente todas as grandezas de interesse, como por exemplo, o módulo da tensão de saída,  $V_s^o = |\hat{V}_s^o|$  e a fase de  $\hat{V}_s^o$ .

Viram como é fácil!

## 6.2.4.2 Outro exemplo

Considere o circuito da Figura 6.11(a). Ele possui um capacitor e dois resistores, além de dois geradores de corrente alternada. Este exemplo assume que os dois geradores operam na mesma frequência; ou seja, eles têm a propriedade de serem **síncronos**.

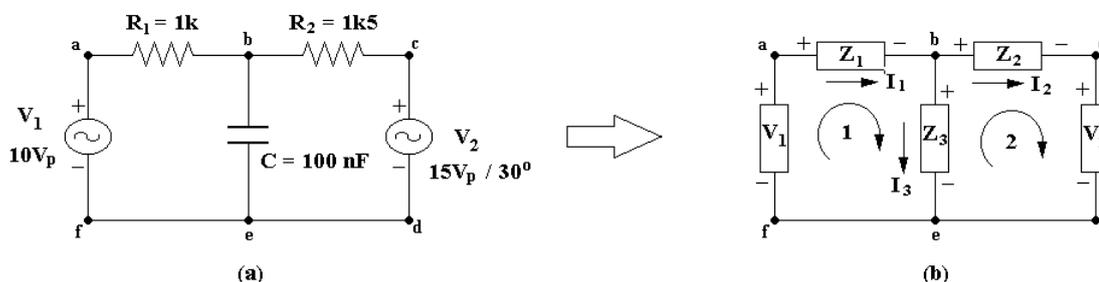


Figura 6.11: Circuito RC com dois geradores.

Dois ou mais geradores são síncronos quando eles operam exatamente na mesma frequência e, portanto, suas formas de onda são coincidentes, com exceção de uma possível diferença de fase independente do tempo. Na Figura 6.11(a) o ângulo de fase entre os dois geradores está denotado no gerador  $V_2$  e vale  $+30^\circ$ . Observe que o ângulo de fase do gerador  $V_1$  não está especificado, o que significa que ele é nulo; ou seja, o gerador  $V_1$  é a **referência da fase**. Isto também significa que o ângulo de fase entre  $V_2$  e  $V_1$  é de  $+30^\circ$ .

Observem também que, embora os geradores sejam de corrente alternada, sinais foram colocados nos seus terminais. Porquê?

Em primeiro lugar, é claro que os sinais colocados nos geradores são arbitrários - mas, a escolha poderá ter consequências desastrosas se não for consciente. Isto porque os sinais significam a polaridade com que foi determinada a diferença de fase entre os geradores. Mais precisamente, com os sinais indicados podemos dizer que a tensão  $V_c - V_d$  está defasada de  $+30^\circ$  com relação à tensão  $V_a - V_f$ . Por acaso, se invertêssemos os sinais de  $V_2$  deveríamos indicar na Figura o ângulo de fase de  $-30^\circ$  e dizer que a tensão  $V_c - V_d$  estaria defasada de  $-30^\circ$  com relação à tensão  $V_a - V_f$ . Isto não mudaria em nada o comportamento do circuito, mas mudaria a notação. Em outras palavras, as polaridades indicam como se deveria conectar o osciloscópio em cada um dos geradores para se medir o ângulo de fase indicado; que, no caso do circuito da Figura 6.11(a), seria com o terra no polo negativo e o terminal vivo no positivo. Entenderam?

E agora, como se interpreta a Figura 6.11(b)? No circuito da figura, a frequência de operação dos geradores é 1 kHz e, substituindo cada um dos componentes pelas suas respectivas impedâncias, obtemos:

$$\begin{aligned}\hat{Z}_1 &= R_1 = 1000 \\ \hat{Z}_2 &= R_2 = 1500 \\ \hat{Z}_3 &= -j/(\omega C) = -j/(2\pi 1000 \cdot 10^{-7}) \\ \hat{V}_1 &= |\hat{V}_1| = 10 \\ \hat{V}_2 &= |\hat{V}_2|(\cos(30^\circ) + j \sin(30^\circ)) = 15 \frac{1 + j\sqrt{3}}{2}\end{aligned}\quad (6.58)$$

Agora, é simples; basta aplicar o mesmo método que aprendemos na seção 4.2: (1) define-se as correntes incógnitas, (2) coloca-se sinais nas impedâncias, lembrando que a corrente entra no terminal positivo e sai no negativo. (3) não se altera os sinais das fontes de tensão, (4) escreve-se as equações de Kirchhoff:

$$\begin{aligned}V_1 - Z_1 I_1 - Z_3 I_3 &= 0 \\ V_2 + Z_2 I_2 - Z_3 I_3 &= 0 \\ I_1 - I_2 - I_3 &= 0\end{aligned}\quad (6.59)$$

Este conjunto complexo de 3 equações e 3 incógnitas pode ser facilmente resolvido, seja “na mão” ou “no computador”. Você decide, mas não se esqueça de conferir se o resultado está correto, substituindo-se na equação 6.59 os valores de corrente obtidos. Esta tarefa fica proposta como exercício.

### 6.3 Sinais periódicos não-senoidais

Na Eletrônica, os sinais senoidais não representam a maioria dos casos. Muito comum é encontrar sinais periódicos com outras dependências temporais, como aquelas mostradas na figura 6.12.

Durante o curso vocês terão diversas situações em que estes tipos de sinais aparecem e poderão familiarizar-se com suas aparências e características. Nesta seção queremos enfatizar um aspecto muito importante que consiste na medida do valor rms de sinais não-senoidais. O motivo ficará claro logo adiante.

Vimos na seção 6.1.4 que o valor rms pode ser calculado a partir de qualquer distribuição de valores, sejam eles obedecendo a uma função senoidal, ou não. Portanto, o cálculo dos valores rms dos sinais mostrados na figura 6.12 é simples; no pior caso envolve resolver-se uma integral simples. Assim, eu mostro na tabela 6.3 os resultados que obtive esperando que vocês os confirmem para mim (contribuindo para a próxima edição desta apostila).

Tabela 6.3: Parâmetros para correção da leitura de voltímetros.

Função	$V_{rms}$	$V_m$	Fator de correção
Senóide	$V_o/\sqrt{2}$	$2V_o/\pi \approx 0.637V_o$	1
Quadrada	$V_o$	$V_o$	$2\sqrt{2}/\pi \approx 0.9$
Dente de serra	$V_o/\sqrt{3}$	$V_o/2$	$4\sqrt{2}/(\pi\sqrt{3}) \approx 1.04$
Pulsos	$V_{pp} \sqrt{\delta(T-\delta)}/T$	$2V_{pp} \delta(T-\delta)/T^2$	$(\sqrt{2}/\pi)T/\sqrt{\delta(T-\delta)}$
Triangular	$V_o/\sqrt{3}$	$V_o/2$	$4\sqrt{2}/(\pi\sqrt{3}) \approx 1.04$
Senóide retificada	$V_o/\sqrt{2}$	$2V_o/\pi \approx 0.637V_o$	1

A tabela mostra que os valores rms dos diferentes sinais experimentais depende da amplitude dos mesmos, porém, os fatores multiplicativos não são os mesmos para todos.

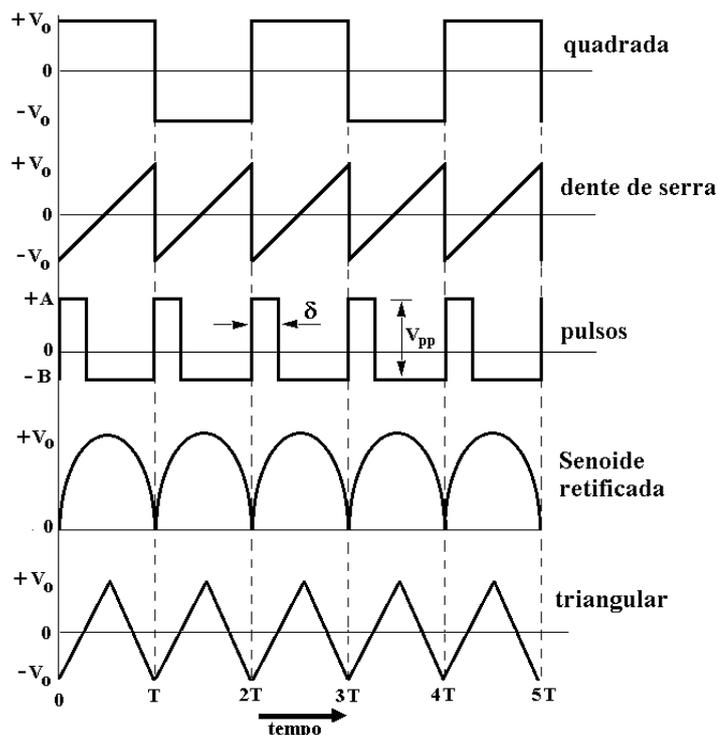


Figura 6.12: Alguns sinais não-senoidais muito comuns. No caso do sinal pulsado:  $A = V_{pp} (T - \delta)/T$  e  $B = V_{pp} \delta/T$

Portanto, aqui vem a pergunta do dia: Professor, será que os voltímetros sabem disso?

Esta parece uma pergunta idiota; mas não é! Para entender o que quero dizer é necessário saber como é que um voltímetro projetado para medir valores rms funciona e vamos explicar isso agora com a ajuda da figura 6.13

O problema é que a maioria dos voltímetros comerciais (principalmente os mais baratos) NÃO medem o valor rms do sinal de entrada; mas sim, o valor médio do sinal retificado. Vamos aprender a retificar sinais mais adiante neste curso mas, para adiantar, informo que retificar significa tornar o sinal sempre positivo, simplesmente refletindo a parte negativa para o hemisfério positivo. Matematicamente, se um sinal  $V(t)$  é retificado, o resultado é simplesmente  $|V(t)|$ . Após retificar o sinal de entrada o circuito do voltímetro calcula o seu valor médio temporal (através de um integrador), resultando em uma voltagem DC, que é finalmente multiplicada por um fator de conversão ( $\approx 1.11$ ) e o resultado é mostrado para o usuário. Isto está mostrado na figura 6.13a.

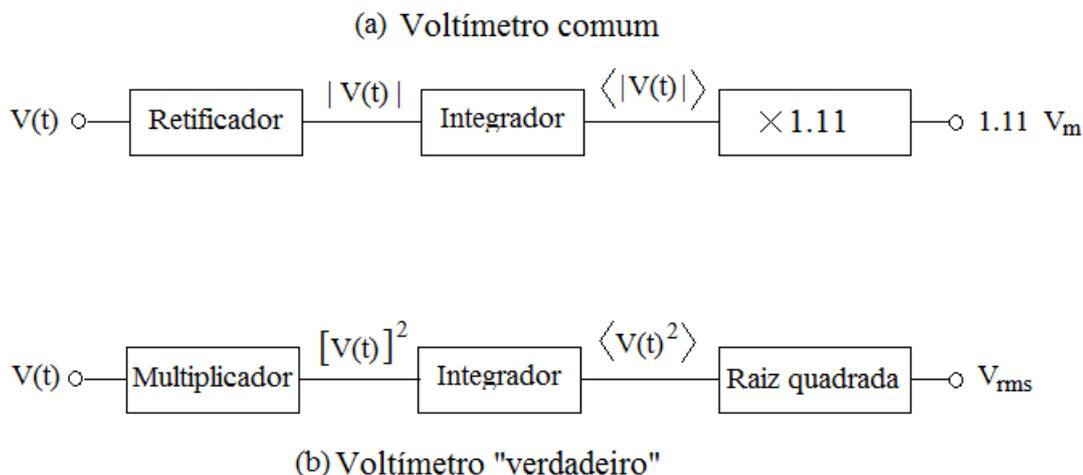


Figura 6.13: Comparação entre voltímetros comuns e “verdadeiros”.

Vou explicar melhor. O valor médio de uma senoide retificada vale  $2V_o/\pi \approx 0.637V_o$  (ver tabela 6.3). Se multiplicarmos este valor por  $\pi/(2\sqrt{2}) \approx 1.11$  obtemos  $V_o/\sqrt{2}$  que é o valor rms de uma tensão

senoidal. Portanto, fazer um voltímetro AC com a finalidade de medir o valor rms de sinais senoidais é muito simples; basta construir um retificador e um integrador, o que não é muito difícil.

A questão levantada é: qual o resultado da leitura deste voltímetro quando, por exemplo, o sinal de entrada for uma onda quadrada?

Imagine uma onda quadrada de amplitude  $1 V_p$ ; o seu valor rms é também  $1 V_{rms}$ ; o valor médio da onda quadrada retificada também é  $1 V_{dc}$ ; logo, a leitura do voltímetro vai ser  $1.11 V_{rms}$ , o que está cerca de 10% errada!

Por isso, ao se fazer a leitura da tensão rms de um sinal não-senoidal neste tipo de voltímetro deve-se tomar o cuidado de **corrigir** a leitura do voltímetro apropriadamente. Os fatores de correção para os sinais mostrados aqui estão na tabela 6.3, onde vocês podem notar que à leitura de um sinal quadrado deve-se multiplicar o fator aproximado de 0.9.

Mas, todos os voltímetros são assim? Não! Existem os voltímetros (mais caros), denominados **voltímetros verdadeiros** (ou *true rms voltmeter*), que medem corretamente o valor rms de qualquer forma de onda; incluindo sinais não periódicos como o ruído.

O esquema básico destes voltímetros está mostrado na figura 6.13b. No primeiro estágio o sinal de entrada é multiplicado por ele mesmo, resultando o seu quadrado; depois ele é integrado para produzir o valor médio do quadrado do sinal e, por último, há um circuito que extrai a raiz quadrada do sinal DC de saída. Então viram porque é mais caro? Não é simples construir-se um multiplicador e um extrator de raiz quadrada!

### 6.3.1 Análise espectral

Análise espectral corresponde a uma classe de técnicas utilizadas frequentemente em matemática aplicada e computação científica. São técnicas utilizadas para diferentes propósitos, por exemplo, resolver equações diferenciais. A ideia geral é escrever a solução do problema em termos de uma soma de “funções base” e fragmentar o problema original em uma série de problemas menores.

Várias técnicas para análise espectral estão baseadas na chamada “análise de Fourier”, frequentemente envolvendo o emprego da “transformada de Fourier rápida”, ou *fast Fourier transform*, ou simplesmente FFT. A maioria dos osciloscópios digitais possuem a facilidade de executar a FFT através do simples toque de uma tecla e isto será conferido na prática seguinte.

Quando os sinais são periódicos, a análise de Fourier se resume na técnica denominada “série de Fourier”. O teorema por trás desta técnica afirma que qualquer sinal periódico de frequência  $f = \omega/(2\pi)$  pode ser descrito por uma soma de senoides de frequências  $f, 2f, 3f \dots$ , acrescida por um termo constante no caso em que o sinal tenha uma componente dc. Cada uma das componentes senoidais é chamada de “harmônico”; a primeira, de frequência  $f$  é denominada de “primeiro harmônico” ou “frequência fundamental”; a seguinte, de frequência  $2f$  é chamada de “segundo harmônico”, e assim por diante. A cada senoide é atribuída uma amplitude que depende do sinal a ser descrito. A série completa para uma função de período  $T$  é a seguinte:

$$f(t) = A_o + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_n \cos \left( n \frac{2\pi}{T} t \right) + B_n \text{sen} \left( n \frac{2\pi}{T} t \right) \right] \quad (6.60)$$

As amplitudes das componentes espectrais são designadas pelas constantes  $A_n, n = 0 \dots \infty$  e  $B_n, n = 1 \dots \infty$ .

Por exemplo, uma onda quadrada é descrita por um soma interminável de ondas senoidais com a seguinte fórmula matemática:

$$\begin{aligned} S(t) &= \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sen} [(2n-1)\omega t]}{2n-1} \\ &= \frac{4 \text{sen}(\omega t)}{\pi} + \frac{4 \text{sen}(3\omega t)}{3\pi} + \frac{4 \text{sen}(5\omega t)}{5\pi} + \frac{4 \text{sen}(7\omega t)}{7\pi} + \dots \end{aligned} \quad (6.61)$$

A Figura 6.14 mostra o resultado da soma das 4 primeiras componentes não nulas. Como a função em análise é ímpar, todos os harmônicos pares são nulos. Observe também que na medida em que os harmônicos são acrescentados, o resultado da soma se aproxima da onda quadrada perfeita. Para exercitar, procure em livros ou na internet a fórmula de decomposição em série de Fourier dos sinais mais comuns na Eletrônica, por exemplo, onda triangular, dente de serra e pulsos periódicos. Tente fazer com eles uma simulação parecida com a da Figura 6.14.

Sinais não-periódicos, como por exemplo o ruído ou a voz humana, também podem ser descritos como uma soma de funções senoidais. Porém, neste caso as frequências necessárias para descrever o sinal não

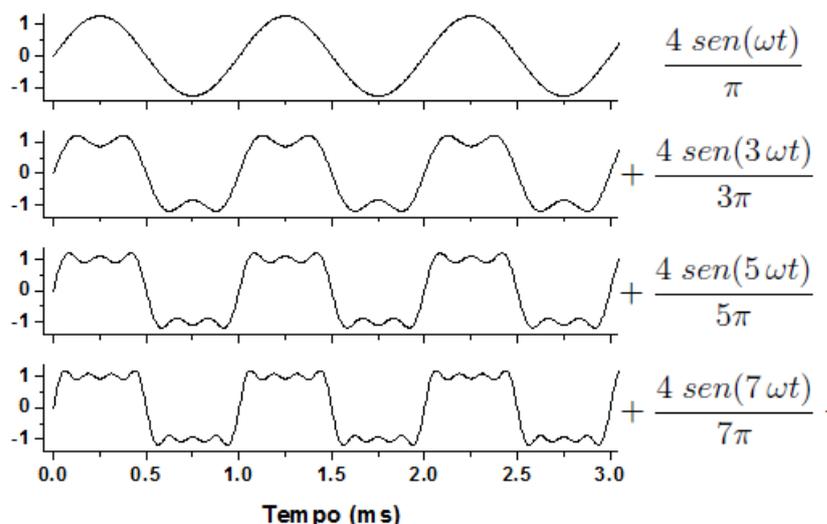


Figura 6.14: Reconstituição de uma onda quadrada de 1 kHz a partir de suas primeiras 4 componentes de Fourier.

são discretas, mas sim contínuas, e o cálculo do espectro de frequências é feito pela transformada de Fourier.

O algoritmo da FFT produz o mesmo resultado que a transformada de Fourier, porém pode ser executado muito mais rapidamente. Entretanto, a FFT requer que o sinal temporal seja digitalizado em uma grade equidistante de pontos e, normalmente o número total de pontos,  $N$ , deve satisfazer a condição  $N = 2^n$ , onde  $n = 1, 2, 3 \dots$  é chamado “número de bits”, resultando  $N = 2, 4, 8, \dots 1024, \dots 65536, \dots$ . Isto implica que o espectro de Fourier a ser obtido também ficará descrito sobre uma grade de  $N$  frequências discretas igualmente separadas. Esta discretização do tempo-frequência não chega a ser um problema na maioria das aplicações porque, quando o número total de pontos não satisfaz a condição acima existem técnicas mistas, FFT-transformada, que resolvem o problema com facilidade e rapidez.

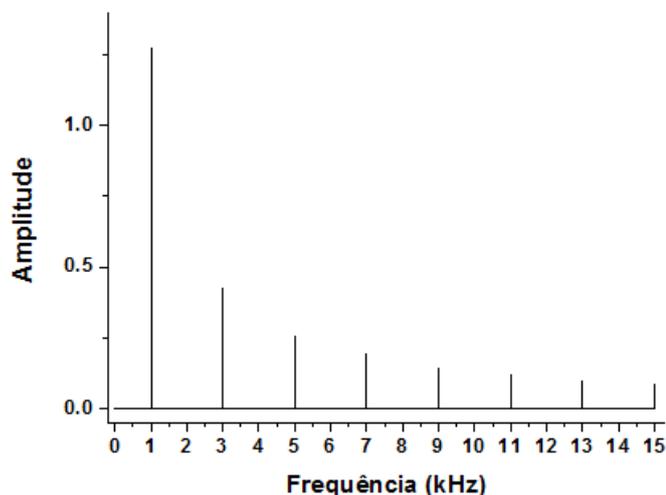


Figura 6.15: Espectro de Fourier de uma onda quadrada de frequência 1 kHz no intervalo 0-15 kHz.

### 6.3.2 Prática: Análise espectral através do osciloscópio digital

Nesta prática vamos aprender a utilizar parte dos recursos matemáticos do seu osciloscópio digital. O grande número e variedade de modelos de osciloscópios me impossibilita de dar-lhes uma receita única de como acessar o comando da FFT no seu particular osciloscópio. Por isso, você vai ter que analisar os vários menus disponíveis no osciloscópio que está usando para aprender a executar a tarefa.

Utilize um gerador de áudio para produzir sinais de diferentes formas, como as mais comuns, senoidal, quadrada e triangular. Através de um cabo BNC-BNC conecte a forma de onda quadrada de 1 kHz do gerador no osciloscópio. Se o osciloscópio estiver operando no modo FFT, você deverá ver na tela um

gráfico parecido com o da Figura 6.15. Este gráfico representa o “espectro de frequências” do sinal em análise, contendo um eixo de frequências na horizontal e um eixo de amplitudes na vertical. De acordo com a equação 6.61 as amplitudes não nulas estão na relação  $1 : 1/3 : 1/5 : 1/7 \dots$  nas correspondentes frequências  $f, 3f, 5f, 7f, \dots$

Se o gráfico na tela do osciloscópio não ficar parecido com o da figura é porque, provavelmente, seria necessário ajustar-se a amplitude do sinal do gerador ou as escalas do osciloscópio. Faça isso com cuidado e atenção para aprender a manejar mais esta facilidade da instrumentação. Varie a frequência e amplitude do sinal quadrado e confira a resposta do osciloscópio. Repita o procedimento com a onda triangular e observe qual é a diferença com a onda quadrada.

Agora, selecione no gerador a onda senoidal, 1 kHz. Para uma onda senoidal “perfeita”, de acordo com a teoria, deveria observar-se apenas um pico que na escala de frequências deveria estar posicionado na frequência do gerador, no caso 1 kHz. Entretanto, é bem possível que você irá observar, além da frequência fundamental, uma série de harmônicos de baixa amplitude. Estes harmônicos refletem o fato de que o sinal senoidal do seu gerador não é uma senoide pura, ou seja ela é uma senoide distorcida.

Uma grandeza técnica que mede a quantidade de distorção que possui um sinal senoidal quase puro é chamada, em inglês, de *total harmonic distortion*, ou THD. Ela é definida como a razão entre a soma das potências produzidas pelas componentes harmônicas espúrias pela potência da frequência fundamental. Isto é,

$$THD = \frac{\sqrt{V_2^2 + V_3^2 + V_4^2 + \dots}}{V_1}, \quad (6.62)$$

onde  $V_n$  é a voltagem RMS do  $n$ -ésimo harmônico e  $n = 1$  é o harmônico fundamental.

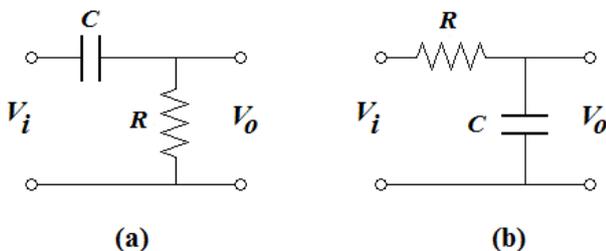
Dentre outras aplicações a THD é usada para caracterizar a linearidade de amplificadores de áudio. Imagine que um sinal senoidal puro é injetado na entrada do amplificador que, por sua vez, deveria produzir na sua saída ou seja, na carga (que pode ser um alto falante) um sinal senoidal também puro. Entretanto, não é isso que acontece porque o amplificador sempre produz distorções no sinal senoidal, na forma de harmônicos da frequência fundamental. Então, neste caso, a THD é usada para especificar-se a performance do amplificador.

Por último, pergunte a mim ou ao técnico se temos disponível algum outro gerador de sinal que não seja periódico. Por exemplo, poderemos ter um gerador de ruído e também um microfone acoplado a um pre-amplificador. Estes dispositivos geram sinais interessantes para serem visualizados com o osciloscópio no modo FFT.

## 6.4 Circuitos diferenciadores

Os engenheiros eletrônicos costumam atribuir “personalidade” aos circuitos. Por exemplo, no capítulo 5 vimos que uma associação de dois resistores em série poderia ser chamada de “divisor de tensão” e que uma associação de quatro resistores poderia ser uma “ponte de Wheatstone”. Também, no capítulo 7 veremos que os circuitos compostos por resistores e capacitores recebem a denominação de “filtros passivos”. Aprenderemos agora e na próxima seção, que estes mesmos circuitos, compostos por resistor e capacitor, também pode receber as denominações de “diferenciadores” e “integradores”. O que justifica a colocação dos nomes são as funções que estes circuitos executam no projeto do circuito eletrônico total.

Bom, considere agora o circuito da figura 6.16(a). A diferença de potencial entre os terminais do resistor, que corresponde ao sinal de saída, vale:



$$V_o = RI = R \frac{d}{dt} Q = RC \frac{d}{dt} (V_i - V_o) \quad (6.63)$$

ou seja:

$$V_o + RC \frac{d}{dt} V_o = RC \frac{d}{dt} V_i \quad (6.64)$$

Figura 6.16: (a) circuito diferenciador, (b) circuito integrador.

Se  $V_o(t)$  for uma função harmônica de amplitude  $V_o^o$  e frequência  $\omega$ , isto é,  $V_o(t) = V_o^o \cos(\omega t + \phi)$ , então, a amplitude do segundo termo à esquerda da igualdade na equação 6.64 será  $RC\omega V_o^o$ . Portanto, para baixas frequências, quando  $RC\omega \ll 1$ , o segundo termo pode ser desprezado com relação ao primeiro, resultando:

$$V_o \approx RC \frac{d}{dt} V_i \quad : \quad \text{figura 6.16(a)} \quad (6.65)$$

Assim, para baixas frequências (comparadas com  $1/(RC)$ ) o circuito da figura 6.16(a) é um diferenciador. Esta conclusão também é válida para sinais periódicos não-senoidais, desde que todos os seus harmônicos mais relevantes obedeçam a relação  $\omega_n \ll 1/(RC)$ .

O circuito da figura 6.16(b) pode ser analisado de forma similar para se concluir que, se a frequência fundamental do sinal periódico  $V(t)$  for bem maior que  $1/(RC)$ , ele é um integrador:

$$V_o \approx \frac{1}{RC} \int V_i dt \quad : \quad \text{figura 6.16(b)} \quad (6.66)$$

A demonstração deste resultado fica como exercício.

### 6.4.1 Prática

Utilize o gerador de sinais para alimentar a entrada de cada um dos circuitos da figura 6.16, com  $R = 2k\Omega$  e  $C = 100 \text{ nF}$ , utilizando as diferentes formas de onda disponíveis: senoidal, quadrada e triangular. Observe simultaneamente a entrada e saída dos circuitos no osciloscópio. Escolha valores apropriados para a frequência do sinal para cada caso (integrador ou diferenciador) e comprove (ou reprove) as conclusões da nossa previsão teórica.

Parte II

Circuitos eletrônicos analógicos

## Capítulo 7

# Filtros RC passivos

Um sinal elétrico pode possuir uma dependência temporal complicada mas, é sempre possível analisá-lo através de suas componentes espectrais.

Sabemos que as chamadas componentes espectrais são simplesmente sinais senoidais de diferentes frequências que, quando somadas, resultam na forma real do sinal elétrico observado.

Na prática, é muito comum que um sinal qualquer seja eletronicamente modificado para atender às necessidades objetivas de uma dada aplicação. Uma das maneiras de modificá-lo é através do uso de filtros, que são circuitos capazes de eliminar, ou acentuar, determinadas componentes espectrais específicas.

A fim de introduzir o tema vamos dar um exemplo que está mais bem inserido no nosso cotidiano. Pois bem! Você já deve estar familiarizado com os controles que existem no seu “aparelho de som” - aquele aparelho eletrodoméstico que você usa nos momentos em que quer curtir ... uma música. Vou invocar a existência destes controles para que você possa associá-los com a matéria em questão.

No caso dos equipamentos de som e, em geral, na acústica de sons musicais, a classificação dos sons de acordo com a sua frequência se faz por meio da definição de faixas: sub-graves, graves, médios, agudos e super-agudos. Faixas de frequências aproximadas para alguns instrumentos musicais; e para a audição e voz humanas, estão mostradas na Figura 7.1.

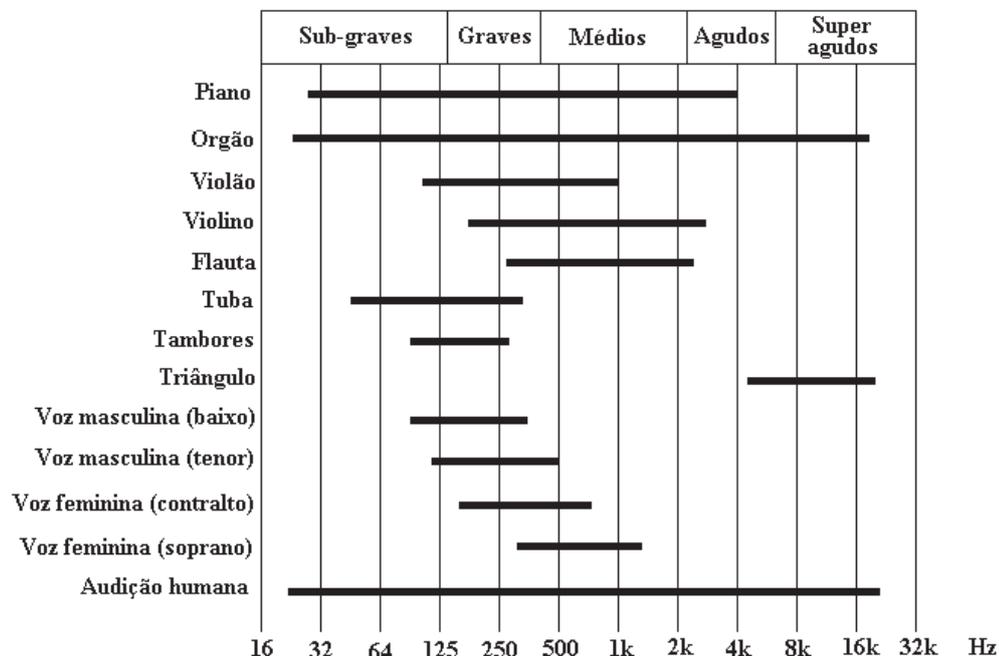


Figura 7.1: Faixas de frequências aproximadas para alguns instrumentos musicais e voz humana

Quase todos os amplificadores de som possuem dois controles independentes associados aos níveis dos sons graves (que incluem os sub-graves) e agudos (que incluem os super-agudos). Estes são denominados respectivamente de *bass* e *treble* (em inglês). Através do controle “grave” você pode acentuar ou suprimir os sons de baixa frequência (normalmente abaixo de algumas centenas de Hz) enquanto que através do controle “agudo” você pode acentuar ou suprimir os sons de alta frequência (normalmente acima de 1 kHz).

O controle de *loudness* é também um filtro; utilizado para compensar a resposta em frequência do nosso ouvido de acordo com uma curva de resposta padrão.

Se o seu aparelho de som for um pouco mais sofisticado, ele poderá possuir também um “equalizador” (ou *equalizer*), que permite acentuar ou suprimir bandas de frequências específicas com o objetivo de salientar ou esconder sons associados a certos instrumentos ou voz, ou de equalizar acusticamente o seu ambiente. Um equalizador semi-profissional possui 10 controles de nível (para cada canal estéreo) que atuam centralizados nas faixas de 32 Hz a 16 kHz assinaladas na Figura 7.1.

Os circuitos que executam estas tarefas específicas são chamados de filtros. Os filtros também são usados para selecionar os sinais que serão aplicados em cada um dos auto-falantes das caixas de som (alto-falantes para agudos: *tweeter*; para graves: *woofer*). Em inglês, estes circuitos são chamados de *crossover networks*. Se der tempo vamos ter o prazer de praticar um pouquinho mais a respeito do aspecto musical da eletrônica. Mas isto só vai acontecer se der tempo e se vocês forem bons alunos e eu, um excelente professor.

Por enquanto, neste capítulo estudaremos uma classe bastante restrita de filtros que são os chamados: filtros passivos. Eles recebem esta denominação porque são circuitos que não incorporam fontes de alimentação. Dentre os circuitos desta classe, estudaremos apenas alguns daqueles que são constituídos por apenas resistores e capacitores e, portanto chamados de **filtros RC passivos**.

## 7.1 A seletividade dos filtros

Um parâmetro muito importante na especificação dos filtros é a sua **seletividade**. Por exemplo, um filtro projetado para selecionar uma certa estação de rádio será muito seletivo se ele for capaz de captar somente o sinal da estação de interesse, rejeitando todos os sinais provenientes das estações vizinhas. A Figura 7.2 ilustra o aspecto da seletividade dos filtros passa-banda, passa-baixa e passa-alta.

No caso do filtro passa-banda (figura 7.2a) a seletividade é medida através do chamado fator de qualidade, que é definido por:

$$\text{fator de qualidade: } Q = \frac{f_o}{\Delta f} \quad (7.1)$$

onde  $f_o$  é a frequência central da banda e  $\Delta f$  é a largura da banda de passagem medida a cerca de 70% da altura no gráfico  $V_o/V_i(\omega)$ . Esta definição parece um tanto arbitrária mas, de fato, a definição mais aceita é “meia altura no gráfico da potência fornecida para a um resistor de carga em função da frequência”.

Quanto maior for o fator de qualidade,  $Q$ , mais estreita é a banda e mais seletivo é o filtro. Na faixa de áudio (frequências na faixa de kHz) a melhor seletividade que se pode conseguir utilizando filtros passivos é da ordem de  $Q \approx 100$ . Para exemplificar, se um filtro passa-banda centrado em 1 kHz tiver  $Q = 10$  então  $\Delta f = 100$  Hz, o que significa que o filtro permite a passagem de sinais na faixa de 950 Hz a 1050 Hz com atenuação menor que 30%.

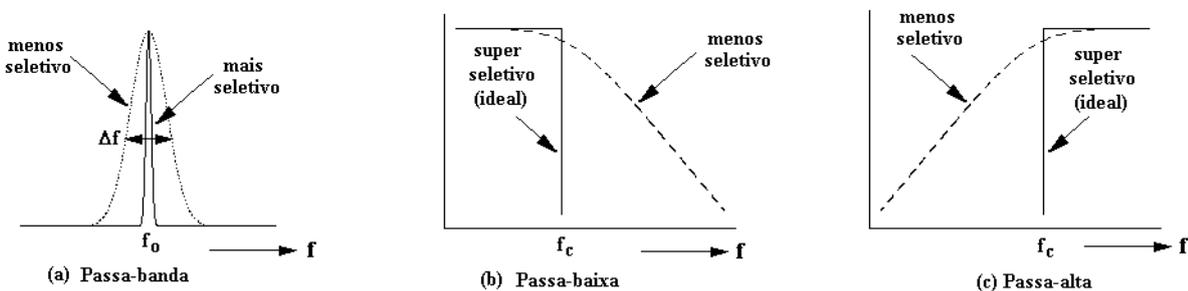


Figura 7.2: Diagrama esquemático da seletividade dos filtros.

No caso de um filtro passa-baixa a seletividade é maior quanto mais abrupta for a queda da resposta acima da frequência de corte. Não há uma definição de “fator de qualidade” para o filtro passa-baixa (e também para o passa-alta). A seletividade do filtro passa-baixa é especificada em termos de quantos decibéis/oitava ele atenua acima da frequência de corte.

A Figura 7.2b mostra também qual seria a resposta de um filtro ideal (que gostaríamos de poder construir, mas é impossível). Este filtro ideal teria uma atenuação infinita para qualquer frequência acima da frequência de corte e atenuação nula abaixo da frequência de corte. Para completar, este filtro ideal não promoveria defasagem entre os sinais de entrada e saída abaixo da frequência de corte. Este filtro maravilhoso é denominado em inglês de *brick-wall filter* (parede de tijolos).

Bom, baseado no fato de que um filtro de alta seletividade teria várias aplicações interessantes, a pergunta que fazemos agora é a seguinte. É possível melhorar a seletividade do filtro RC-passivo, a qual foi anteriormente especificada em 6 dB/oitava? Este problema não é trivial. Vamos ver!

## 7.2 Filtro RC passa-baixa

Na figura 7.3, um gerador de tensão alternada senoidal de amplitude  $V_i$  e resistência interna desprezível alimenta um circuito RC-série. A saída do circuito, de amplitude  $V_o$ , é tomada entre os terminais do capacitor; configuração esta que classifica o circuito como um **filtro passa-baixa**.

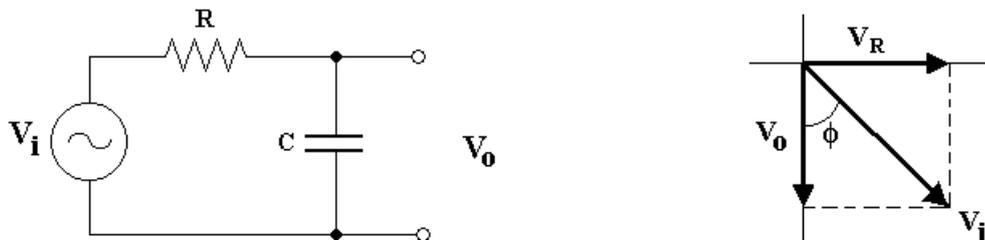


Figura 7.3: Circuito RC-série na configuração de filtro passa-baixa.

Vocês já aprenderam que, se um circuito RC-série é conectado a uma fonte de tensão contínua, o valor da carga que se acumula no capacitor se altera exponencialmente até atingir o valor estacionário. Sabemos também que este processo acontece com um tempo característico igual ao produto  $RC$ .

Portanto, podemos intuir que **um capacitor tem uma resposta lenta ou atrasada**, pois a voltagem que nele se estabelece ( $V_c = Q/C$ ), em resposta a uma condição externa, tem um tempo de reação da ordem da constante  $RC$ .

Seguindo este mesmo raciocínio, podemos intuir também que, se a força eletromotriz do circuito da Figura 7.3 for uma onda senoidal de alta frequência, cujo período é bem menor que  $RC$  (ou seja,  $\omega \gg 1/(RC)$ ), o capacitor nunca terá chance de se carregar totalmente e assim  $V_o (= V_c)$  só poderá atingir, no máximo, um valor correspondente a uma pequena fração de  $V_i$ . Nesta situação, a maior parte da tensão de entrada ficará distribuída no resistor.

Por outro lado, no caso em que a frequência é muito baixa ( $\omega \ll 1/(RC)$ ), o capacitor tem tempo de sobra para se carregar e descarregar, acompanhando a tensão da fonte. Neste caso, a corrente será nula na maior parte do tempo e, é claro,  $V_R$  também será nula, logo  $V_o$  será igual a  $V_i$ .

Sendo que a tensão de saída será pequena para sinais de alta frequência e igual à de entrada para sinais de baixa frequência, concluímos que este circuito opera como um filtro **passa-baixa**.

A análise matemática do circuito da Figura 7.3 é relativamente simples e já foi feita no capítulo 6 mas, para maior clareza vamos refazer o cálculo aqui. Considerando que  $V_i$  tem fase nula (é real e positivo) calcula-se a voltagem de saída (no capacitor) da seguinte maneira:

$$\hat{V}_o \equiv \hat{V}_C = \hat{Z}_C \hat{I} = \hat{Z}_C \frac{V_i}{\hat{Z}} = \frac{-j}{\omega C} \frac{V_i}{R - j/(\omega C)} = -j \frac{V_i}{R\omega C - j} = V_i \frac{1 - jR\omega C}{1 + (R\omega C)^2} \quad (7.2)$$

A amplitude e a fase da tensão de saída com relação à de entrada valem:

$$|\hat{V}_o| = V_o = \frac{V_i}{\sqrt{1 + (R\omega C)^2}} \quad \text{tg } \phi = -R\omega C \quad (7.3)$$

Portanto,  $\phi < 0$  e a tensão de saída está atrasada com relação à de entrada, como foi previsto.

### 7.2.1 Aproximação de Bode

Na década de 1930 o engenheiro Hendrik Wade Bode (1905-1982), enquanto trabalhava em teorias de controle nos laboratórios da empresa Bell, USA, desenvolveu um maneira especial de graficar ganho (ou atenuação) e fase, que é usada até hoje e denominada de **gráficos de Bode**. Os dois parâmetros, calculados na equação 7.3, consistem nos elementos necessários para a especificação da “função de transferência” do filtro e, normalmente, são representados pelos gráficos de Bode.

No método de Bode, a relação entre as amplitudes dos sinais de saída e entrada do filtro é calculada em decibéis (ver apêndice E). Como a amplitude da saída é sempre menor que a da entrada, o filtro é na verdade um **atenuador** e, portanto, deve possuir um ganho menor que 1. Na escala de decibéis um ganho abaixo de 1 (ou atenuação) resulta em um número negativo. De fato a atenuação,  $A(\text{dB})$ , deste filtro vale:

$$A(\text{dB}) = 20 \log_{10} \left( \frac{V_o}{V_i} \right) = 20 \log_{10} \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + (R\omega C)^2}} \right] = -10 \log_{10} [1 + (R\omega C)^2] \quad (7.4)$$

Em altas frequências ( $R\omega C \gg 1$ ) podemos fazer a aproximação:

$$A(\text{dB}) \approx -20 \log_{10}(R\omega C) \quad (7.5)$$

Concluimos que o gráfico da atenuação do filtro, em decibéis, em função do logaritmo de  $\omega$ , deve resultar em uma linha reta na região de altas frequências.

É provável que vocês ainda desconheçam o fato de que existem duas definições para intervalos de frequência na nomenclatura da Eletrônica.

Primeiro, quando duas frequências diferem por um fator 2, o intervalo é denominado de uma oitava. Este nome tem a sua origem na escala musical Pitagoriana que consiste de 7 notas (do-ré-mi-fá-sol-lá-si), sendo a frequência da oitava nota (denominada “dó” como a primeira) é exatamente o dobro da frequência da primeira. Daí o nome: “oitava”.

Segundo, outra definição mais familiar é também comumente utilizada: quando duas frequências diferem por um fator 10 o intervalo é denominado de uma década.

Não será tão difícil verificar que a inclinação da reta definida pela equação 7.5 é de aproximadamente 6 dB/oitava ou, equivalentemente, 20 dB/década. De fato, sejam duas frequências  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , tal que  $\omega_2 = \alpha\omega_1$ . Então,

$$A_2 = -20 \log_{10}(R\omega_2 C) = -20 \log_{10}(R\alpha\omega_1 C) = A_1 - 20 \log_{10} \alpha \quad (7.6)$$

Portanto, se  $\alpha = 2$  então  $A_2 \approx 6$  dB e se  $\alpha = 10$  então  $A_2 = 20$  dB.

**O rolloff do filtro RC passa-baixa é de 6 dB/oitava, ou de 20 dB/década.**

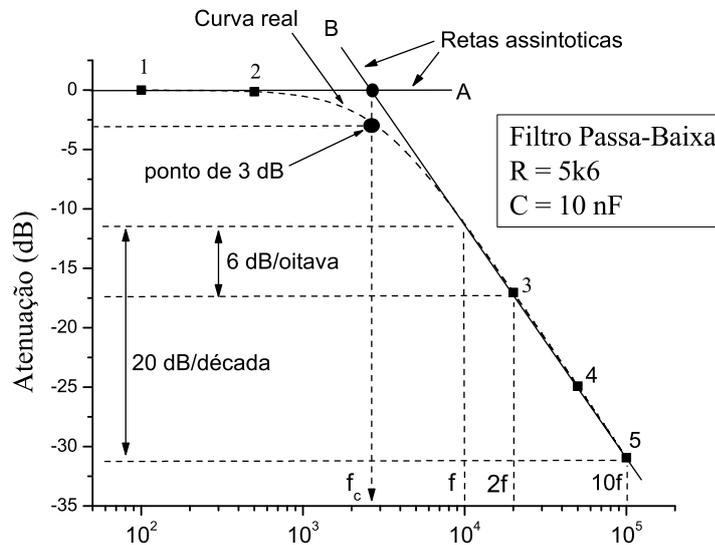


Figura 7.4: Gráfico de Bode da atenuação do filtro RC passa-baixa.

Os gráficos de Bode estão mostrados nas figuras 7.4 e 7.5, para  $R = 5\text{k}\Omega$  e  $C = 0.01 \mu\text{F}$ . Observe que as escalas horizontais correspondem à frequência ( $f = \omega/2\pi$ ) em Hz. A Figura 7.4 mostra em linha tracejada a curva de resposta do filtro e, nesta mesma figura, as retas A e B (em linha cheia) representam a chamada **aproximação de Bode**.

A frequência de corte,  $f_c$ , (chamada de *cutoff frequency*, em inglês) é a frequência que corresponde ao ponto de intersecção entre a reta inclinada (B) e a reta horizontal (A), o que ocorre quando  $R\omega C = 1$ . Em outras palavras, a frequência de corte é aquela em que o módulo da impedância do capacitor é igual à resistência do resistor:  $1/(\omega C) = R$ . Portanto,

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC} \quad (7.7)$$

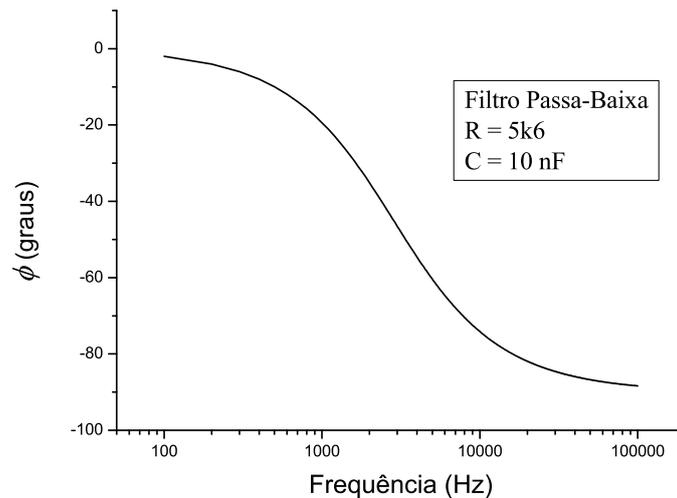


Figura 7.5: Gráfico de Bode da diferença de fase do filtro RC passa-baixa.

Se substituirmos a condição  $R\omega C = 1$  na Equação 7.4, concluímos que a resposta do filtro RC passa-baixa na frequência de corte é de

$$R\omega C = 1 \quad \Rightarrow \quad A(\text{dB}) = -10 \log_{10} 2 \approx -3\text{dB} \quad (7.8)$$

Por este motivo, na gíria, a frequência de corte do filtro é denominada de **ponto de -3 dB**. Pela equação 7.3 a relação entre amplitudes e a fase na frequência de corte valem

$$R\omega C = 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{e} \quad \text{tg } \phi = -1 \rightarrow \phi = -45^\circ \quad (7.9)$$

O segundo gráfico de Bode (figura 7.5) mostra o ângulo de fase, isto é, a defasagem entre saída e entrada. Pode-se notar que em baixa frequência, onde a amplitude da saída é aproximadamente igual à da entrada, o ângulo é próximo de zero. Isto significa que, em baixas frequências o filtro é “transparente”. Por outro lado, em altas frequências a atenuação do filtro é grande e o ângulo de fase tende a  $-90^\circ$ .

## 7.2.2 Prática: filtro passa-baixa

Construa o circuito da Figura 7.3 com  $R = 5\text{K}6$  e  $C = 10 \text{ nF}$ . Aplique na entrada uma onda senoidal. Conecte em um dos canais do osciloscópio o sinal de entrada e no outro o sinal de saída mas, cuidado!. Um dos canais deve ser ligado ao capacitor, com o terminal terra no ponto comum entre capacitor e gerador, enquanto que o outro canal deve ser ligado no gerador com o segundo terminal de terra no mesmo ponto (entre capacitor e gerador). Aprenda a fazer bem estas ligações porque ela vai se repetir nos muitos outros experimentos deste curso e eu não vou mais explicar isso.

Com o gerador de funções, faça uma varredura em toda a faixa de frequência e observe como variam a amplitude e a fase do sinal de saída, relativas ao de entrada. Observe atentamente o que o osciloscópio lhe mostra e **imagine** estar visualizando o gráfico de  $V_o/V_i$  versus frequência na região entre 100 Hz a 100 kHz.

Faça para si mesmo a seguinte pergunta: o meu filtro está funcionando corretamente? E, é claro, responda a sua pergunta antes mesmo de traçar algum gráfico no papel.

Se você seguir os passos indicados a seguir, já terá andado mais da metade do caminho:

1. A resposta do filtro em baixas frequências é a correta? Tome algumas frequências bem abaixo da frequência de corte (exemplo: pontos 1 e 2 na Figura 7.4) e verifique se a relação de amplitudes entre entrada e saída é constante e igual a 0 dB. Verifique se o ângulo de fase entre os mesmos sinais é nulo.
2. Determine experimentalmente a frequência de corte localizando a frequência em que a atenuação é de -3 dB (este é o chamado ponto de -3 dB). O valor experimental da frequência de corte concorda com o valor teórico? A defasagem do sinal na frequência de corte (entre entrada e saída) é de  $-45^\circ$ ?

3. Qual é a atenuação do filtro em altas frequências? Tome algumas frequências bem acima da frequência de corte (exemplo: pontos 3, 4 e 5 na Figura 7.4) e verifique se a relação de amplitudes entre entrada e saída satisfaz a condição de 6 dB/oitava e 20 dB/década. Verifique se o ângulo de fase entre os mesmos sinais tende a  $-90^\circ$ .

Se você puder responder a estas perguntas, então, com certeza o seu filtro estará funcionando corretamente. Não é necessário perder tempo fazendo gráficos para chegar a esta mesma conclusão.

### 7.2.3 Resposta melhor que 6 dB/oitava?

A resposta de um filtro passa-baixa ou passa-alta pode ser melhor que 6 dB/oitava?

A conclusão vai ser: sim! Todavia, a somatória dos prós e dos contras vai resultar pró ou contra? Vamos responder esta pergunta daqui a pouco.

Em princípio, nenhum circuito real consegue ter uma resposta igual à do filtro ideal. Entretanto, aproximações melhores que a do filtro RC da figura 7.3 podem ser obtidas a partir das técnicas de realimentação dos amplificadores operacionais ou a partir de técnicas digitais. Antes de aprendermos como se pode fazer isso, vamos tentar algumas outras possibilidades mais simples.

A primeira idéia que surge para implementar um filtro passa-baixa com seletividade de 12 dB/oitava é baseada em um argumento simples: podemos dobrar a atenuação utilizando dois filtros em série!

Sim, isto é verdade pois como vimos no apêndice E, a atenuação total (medida pela relação de voltagens) de dois filtros em série corresponde ao produto das atenuações individuais de cada filtro mas, quando expressas em decibéis, as atenuações se somam.

Se a atenuação de um filtro RC é de  $-20$  dB/década, então dois filtros idênticos associados em série deveriam ter uma atenuação total de  $-40$  dB/década. Não acham? Sim, veremos logo mais que isto é verdade. Mais do que isso, 4 filtros idênticos teriam uma atenuação de  $-80$  dB/década ou, em geral, poderíamos obter uma atenuação de  $-20n$  dB/década no caso de uma cascata de  $n$  filtros idênticos associados em série.

Vamos primeiro analisar o que acontece se associarmos em série dois filtros idênticos ao da figura 7.3, conforme está representado na Figura 7.6.

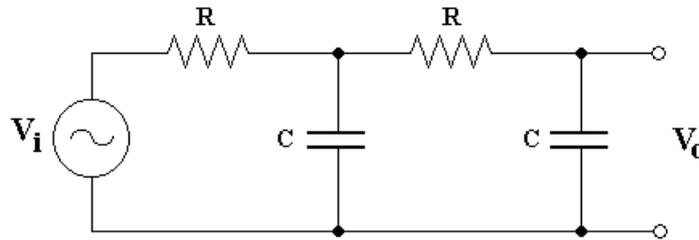


Figura 7.6: Dois filtros RC passa-baixa em cascata.

Primeiro, vamos resolver o circuito da Figura 7.6 de uma forma ingênua. Considerando que a resposta de um filtro simples é aquela dada pela Equação 7.3, sugerimos que a resposta do filtro duplo seja igual ao produto das respostas individuais, ou seja,

$$\frac{V_o}{V_i} = \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + (R\omega C)^2}} \right]^2 = \frac{1}{1 + (R\omega C)^2} \quad (7.10)$$

Em altas frequências obtemos o resultado desejado:

$$A(\text{dB}) = 20 \log_{10} \left( \frac{V_o}{V_i} \right) = 20 \log_{10} \frac{1}{1 + (R\omega C)^2} \approx -40 \log_{10}(R\omega C) \quad (7.11)$$

Observe que obtivemos o dobro da atenuação obtida anteriormente na Equação 7.5. A Figura 7.7 mostra o gráfico das respostas dos dois filtros em função da frequência (equações 7.3 e 7.10).

Observe que a atenuação do filtro RC duplo é realmente de 12 dB/oitava, entretanto, encontramos um problema muito sério: a atenuação do filtro na frequência de corte  $f_c = 1/(2\pi RC)$  é de  $-6$  dB em vez de  $-3$  dB como anteriormente. Isto significa que o ponto de  $-3$  dB do filtro duplo deslocou-se para mais baixas frequências. Em outras palavras, a atenuação do filtro duplo é de fato mais severa, entretanto, o “cotovelo” da curva na região da frequência de corte é menos acentuado que o do filtro simples. Entenderam?

**Moral da história:** resolvemos um problema mas criamos outro mais complicado! Isto sem falar que a solução matemática correta do filtro duplo da figura 7.6 não é aquela expressa pela equação 7.10. Porque? Veja a Figura 7.8.

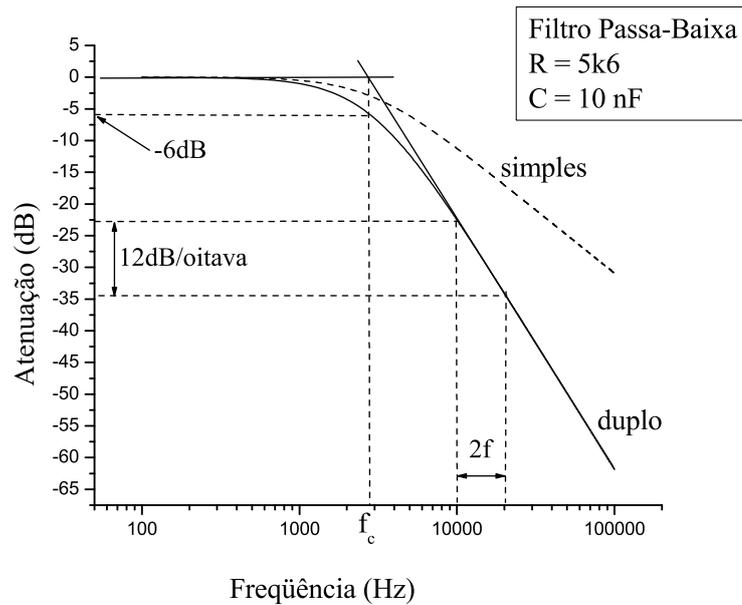


Figura 7.7: Análise “ingênua” do filtro passa-baixa duplo.

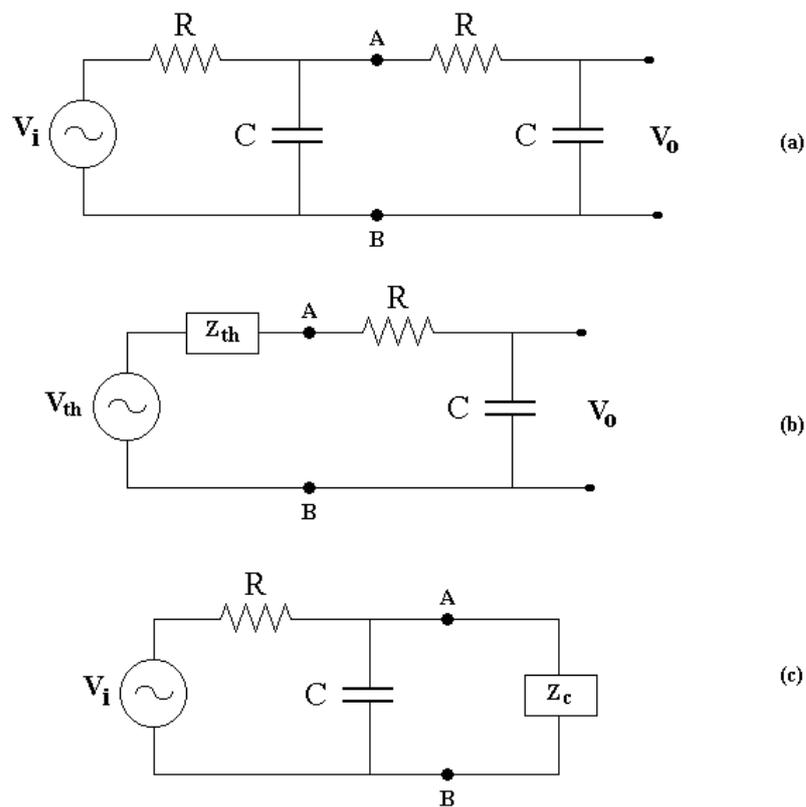


Figura 7.8: Equivalentes de Thévenin do filtro RC passa-baixa duplo.

Na figura 7.8, a saída do primeiro filtro (à esquerda dos pontos A e B) alimenta o filtro seguinte, portanto, o primeiro funciona como um gerador para o segundo. Podemos examinar este circuito utilizando o teorema de Thévenin (veja a seção 4.3.2 e a figura 7.8). O equivalente de Thévenin do primeiro filtro (a esquerda dos pontos A e B) é representado por um gerador de força eletromotriz  $\hat{V}_{th}$  em série a uma impedância  $\hat{Z}_{th}$ , ambos dados por:

$$\hat{V}_{th} = \frac{V_i}{1 + jR\omega C} = \frac{1 - jR\omega C}{1 + (R\omega C)^2} V_i \quad (7.12)$$

$$\hat{Z}_{th} = R \parallel (-j\omega C) = \frac{R}{1 + jR\omega C} = R \frac{1 - jR\omega C}{1 + (R\omega C)^2} \quad (7.13)$$

Confira estes resultados. Concluímos que o gerador que alimenta o segundo filtro não é ideal pois ele possui uma impedância interna dada por  $\hat{Z}_{th}$ , que, de acordo com a equação 7.13, equivale a um resistor em paralelo a um capacitor. Assim, a solução correta do problema não é equivalente àquela expressa na equação 7.10.

Uma outra maneira de visualizar a solução deste mesmo circuito é através do esquema da figura 7.8c. Lá observamos que o primeiro filtro passa-baixa está “carregado”, isto é, ele alimenta uma carga  $\hat{Z}_c = R + 1/(j\omega C)$ . Logo, a sua resposta vai depender da carga e não mais será igual àquela dada pela Equação 7.10, a qual pressupõe que o filtro não está carregado (ou, que sua saída está em circuito aberto).

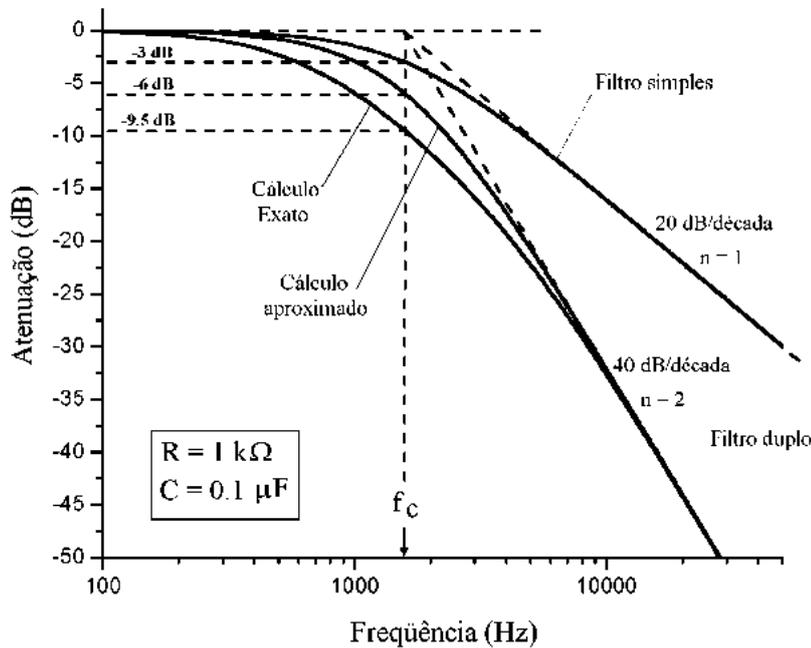


Figura 7.9: Análise correta do filtro passa-baixa duplo.

Bom, de qualquer forma, veremos que a solução aproximada dada pela equação 7.10 poderia ser exata se aprendêssemos um pouco mais a respeito da utilização dos circuitos integrados na eletrônica. Através do emprego de amplificadores operacionais (circuitos ativos) é possível construir “isoladores”, que são circuitos com alta resistência de entrada e baixa resistência de saída, de forma a promover um isolamento quase perfeito entre os dois estágios do filtro da figura 7.6. Além disso, através dos mesmos circuitos integrados, poderíamos construir filtros de maior seletividade e também proporcionar ganho de tensão. Mas, isto é um assunto para uma discussão futura.

O cálculo exato da atenuação do filtro duplo da figura 7.8 é um pouco trabalhoso e será deixado como exercício. Entretanto, como eu já resolvi este problema vou lhes dar a resposta:

$$\hat{V}_o = \frac{1}{1 - (R\omega C)^2 + 3jR\omega C} V_i \quad (7.14)$$

O cálculo efetuado está sumarizado na figura 7.9, onde notamos que a atenuação real do filtro duplo na frequência de corte é de -9.5 dB (e não de -6 dB), o que piora ainda mais a nossa situação!

#### 7.2.4 Prática opcional: RC passa-baixa 12 dB/oitava

Construa o circuito da Figura 7.6 com  $R = 5\text{K}\Omega$  e  $C = 10 \text{ nF}$ . Verifique o funcionamento do filtro conferindo a sua resposta em função da frequência. Qual a atenuação em altas frequências? Em que frequências ocorrem os pontos de -3 dB e -6 dB? Qual a defasagem entre entrada e saída nestes pontos?

### 7.3 Filtro RC passa-alta

Invertendo-se as posições do resistor e capacitor, como mostra a figura 7.10, a saída passa a ser medida no resistor e o circuito assim construído é conhecido como um **filtro passa-alta**.

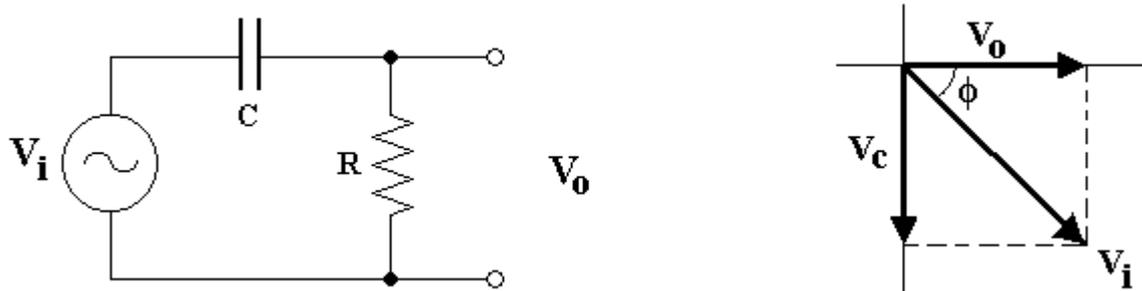


Figura 7.10: Circuito RC-série na configuração de filtro passa-alta.

Como exercício você vai mostrar matematicamente que, para um filtro passa-alta, as equações são as seguintes:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R\omega C}{\sqrt{1 + (R\omega C)^2}} \quad \text{tg } \phi = \frac{1}{R\omega C} \quad (7.15)$$

Compare estas equações com as anteriores, 7.3, e conclua que as equações deste novo circuito podem ser “transformadas” nas anteriores se fizermos a troca  $R\omega C$  por  $1/(R\omega C)$ . Portanto, tudo se passa como se tivéssemos apenas invertido o eixo das frequências.

#### 7.3.1 Prática: filtro passa-alta

Monte o circuito da figura 7.10 com os mesmos valores de  $R$  e  $C$  utilizados na prática 7.2.2 (filtro passa-baixa) e repita aquele mesmo procedimento para a análise da resposta deste novo filtro. É claro que você vai ter que levar em conta que os gráficos ficam todos invertidos no eixo da frequência. Conclua se o circuito que você montou está funcionando bem (ou mal). Em qual frequência as curvas dos filtros passa-baixa e passa-alta se interceptam?

Refaça os gráficos de Bode para este caso porque **isso vai cair na prova**.

#### 7.3.2 Controle AC-GND-DC dos osciloscópios

Todos os osciloscópios, inclusive os digitais, possuem uma chave seletora que permite a visualização somente de sinais alternados, AC, bloqueando o sinal contínuo, DC, que porventura estiver presente.

Para realizar esta tarefa, isto é, visualizar somente a componente AC do sinal que se apresenta na entrada, a chave seletora coloca em série com a entrada um capacitor de valor relativamente alto, capaz de remover o sinal DC (lembre-se que o capacitor bloqueia, isto é, tem impedância infinita para, sinais DC).

O diagrama simplificado da figura 7.11 mostra o comportamento da chave seletora. Quando ela está conectada no modo DC, o sinal de entrada é encaminhado diretamente ao osciloscópio, de tal forma que ele será visualizado na tela sem sofrer modificações. A única coisa que é importante prestar a atenção é que um resistor de  $1 \text{ M}\Omega$  é conectado entre a entrada e o terra.

Quando a chave seletora está no modo AC, um capacitor (tipicamente de  $0.1 \mu\text{F}$ ) é inserido em série entre a entrada e o resistor, formando assim um filtro passa-alta, porque o restante do osciloscópio fica em paralelo com o resistor. A frequência deste filtro é  $f = 1/(2\pi RC) = 1/(2\pi \times 10^6 \times 0.1 \times 10^{-6}) = 1.6 \text{ Hz}$ .

Isto significa que o que acabamos de dizer não é a verdade completa! O filtro do modo AC, de fato, bloqueia os sinais DC mas, também bloqueia parcialmente sinais AC abaixo de cerca de uma dezena de Hz (lembre-se que a resposta do filtro é de somente 6 dB por oitava). Por este motivo, se você não ficar atento a este fato, vai fazer medidas erradas em baixas frequências! Por exemplo, uma onda quadrada de baixa frequência colocada na entrada do osciloscópio vai ser visualizada como aquela conhecida figura da carga e descarga de um capacitor. Por outro lado, uma onda senoidal de mesma frequência não tem sua forma alterada mas sim sua amplitude é que fica reduzida.

Esta opção, comum a todos os osciloscópios, tem a vantagem de permitir que possamos trazer o traço ao centro da tela com facilidade nas situações em que o sinal de entrada tem um alto nível DC.

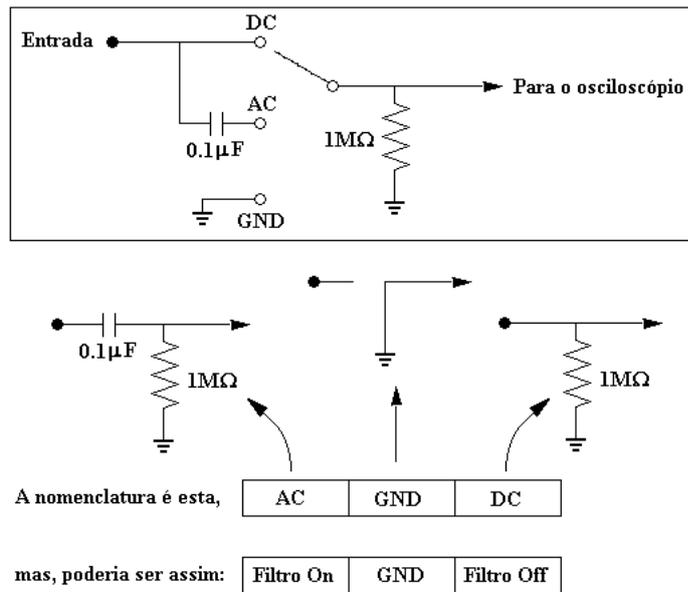


Figura 7.11: Controles AC-GND-DC dos osciloscópios.

Esta chave seletora também tem outra função que consiste em “zerar” a entrada do osciloscópio, conectando-a diretamente ao terra. Isto se faz com a chave seletora no modo GND, que em inglês é uma abreviatura para “ground”, e tem utilidade quando se deseja colocar a referência do “zero” da escala vertical em alguma posição específica.

Resumindo:

**No modo DC visualiza-se ambas componentes AC e DC sem distorções.**

**No modo AC a componente DC é removida e a componente AC de baixa frequência fica distorcida.**

### 7.3.3 Prática: Controle AC-GND-DC do osciloscópio

Conecte a entrada do seu gerador de sinais na entrada do osciloscópio e observe a forma de onda na tela. Agora, abaixe a frequência até cerca de 10 Hz e observe o comportamento do sinal quando você muda a chave seletora entre os modos AC, DC e GND. Utilize várias formas de sinais: senoidal, quadrado e triangular e vários valores de baixa frequência para este teste.

Se o seu gerador de sinais tiver a possibilidade de se adicionar um “offset”, aproveite para observar como a chave seletora atua no sinal composto, DC somado a AC.

## 7.4 Filtros RC passa-faixa (ou passa-banda)

Outra idéia que também não funciona bem (por motivos similares ao caso anterior) é construir um filtro passa-faixa, ou passa banda, através da combinação série de um filtro passa-baixa e um passa-alta, conforme mostra a figura 7.12.

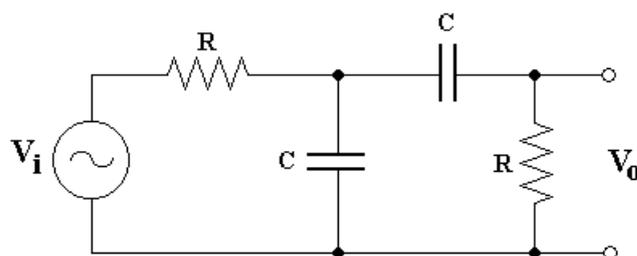


Figura 7.12: Dois filtros RC passa-baixa em cascata.

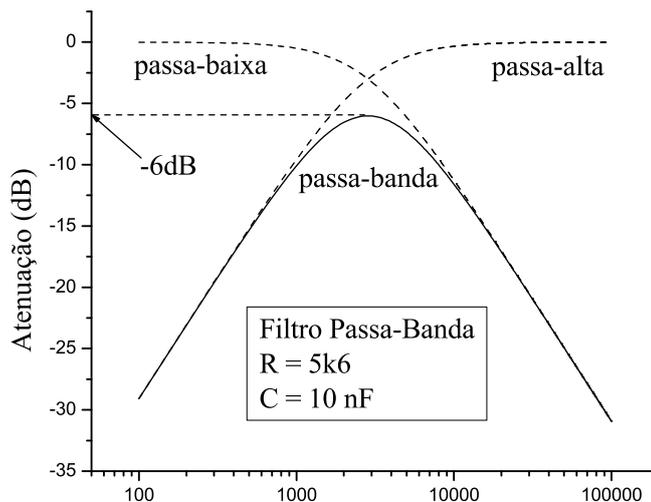


Figura 7.13: Análise do filtros RC passa-faixa.

A curva de resposta deste filtro, calculada no modelo aproximado em que os dois estágios são independentes, está mostrada na figura 7.13. Observe que o desempenho deste filtro não é bom porque ele atenua -6 dB na frequência central da banda de passagem. O cálculo exato da curva de resposta deste filtro fica como exercício.

#### 7.4.1 Prática opcional: filtro RC passa-faixa

Construa o circuito da figura 7.12 com  $R = 5K6$  e  $C = 10$  nF. Verifique o funcionamento do filtro conferindo a sua resposta em função da frequência. Para qual frequência corresponde o centro da banda de passagem? Qual a atenuação e ângulo de fase nesta frequência? Qual o fator de qualidade aproximado deste filtro?

**Observação:** é mais fácil e preciso determinar a frequência de corte através do observação do ângulo de fase no osciloscópio no modo X-Y.

## 7.5 Acoplamento e desacoplamento de sinais AC e DC

Na figura 7.14 estão mostrados dois exemplos nos quais capacitores são utilizados para acoplar sinais AC e DC. Entende-se nestes casos que acoplar sinais significa adicionar uma componente DC a um sinal AC (ou vice-versa), ou eliminar a componente AC (ou DC) de um sinal composto pela soma de ambas componentes.

Observem nestes circuitos que a forma em que eles estão desenhados é um pouco diferente da que utilizamos até aqui. As conexões de terra apenas significam que estes pontos estão em um mesmo potencial. Na Figura 7.14a, a notação “ $V_c = +15V$ ” significa que naquele ponto está conectado o pólo positivo de uma bateria, cuja força eletromotriz vale  $15 V_{dc}$  e, como não há nada que diga o contrário, entende-se que o pólo negativo desta bateria está ligado no potencial de terra.

O procedimento de “complicar” os diagramas é proposital e está sendo utilizado para sinalizar que daqui a diante vamos começar a desenhar os circuitos de uma forma mais próxima daquela que é usada pelos profissionais da área. Futuramente você vai compreender que não estamos complicando, mas sim, simplificando. Você verá!

O exemplo da figura 7.14b consiste em um filtro passa-alta, portanto, a componente DC, presente no sinal de entrada será totalmente filtrada e não transmitida para a saída. Na gíria dizemos que “um capacitor bloqueia sinais DC”. Por outro lado, a componente AC pode se propagar para a saída com pouca alteração, desde que a sua frequência seja bem maior que a frequência de corte do filtro, isto é,  $f \gg f_c = 1/(2\pi RC) = 1/(2\pi \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 0.1 \cdot 10^{-6}) \approx 16$  Hz. Na gíria dizemos que “um capacitor é transparente para sinais AC”.

Este exemplo mostra uma simples aplicação dos filtros passivos, na qual eles são utilizados para remover a componente DC de sinais elétricos dependentes do tempo. Um circuito idêntico ao da figura

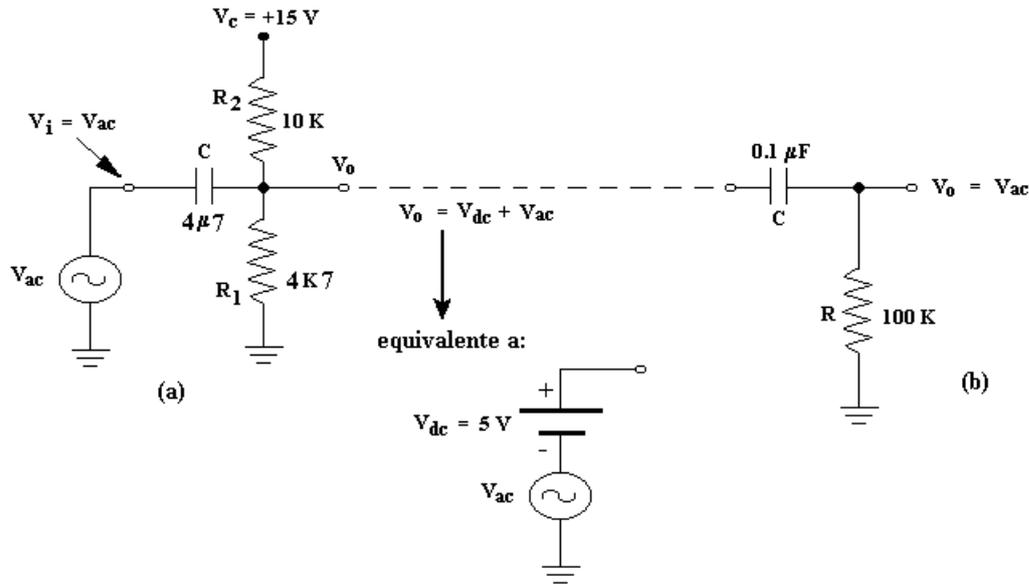


Figura 7.14: Acoplamento e desacoplamento AC-DC.

7.14b é utilizado na entrada AC da maioria dos osciloscópios, onde normalmente se utiliza  $R = 1M\Omega$  e  $C = 0.1\mu F$ , resultando  $f_c \approx 1.6$  Hz. Estudamos este assunto com mais detalhes em uma seção anterior.

O circuito da figura 7.14a é um pouco mais complexo e é utilizado para realizar a função complementar: adicionar uma componente DC a um sinal AC (utilizando a língua “português”, diríamos: adicionar um *offset* a um sinal AC).

A fonte de sinal alternado, conectada na entrada, “enxerga” o capacitor em série com os dois resistores em paralelo, formando um filtro passa-alta. Então, o sinal AC de entrada pode ser transmitido para a saída se a sua frequência for maior que a frequência de corte do filtro, isto é,  $f \gg 1/(2\pi RC) = 1/(2\pi \cdot 3.2 \cdot 10^3 \cdot 4.7 \cdot 10^{-6}) \approx 10$  Hz, onde  $C = 4.7\mu F$  e  $R = R_1 \parallel R_2 = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) \approx 3.2$  k $\Omega$ .

Por outro lado, a fonte de tensão contínua,  $V_c$ , forma, junto com  $R_1$  e  $R_2$ , um divisor de tensão cuja saída é  $V_{dc} = V_c R_1 / (R_1 + R_2) = 5$  V. O capacitor bloqueia o fluxo de corrente DC através do gerador conectado na entrada (protegendo este gerador). Assim, o sinal de saída será a soma de uma tensão contínua de 5 V com o sinal de entrada, isto é,  $V_o \approx V_i + 5V$ .

O raciocínio intuitivo exposto no parágrafo anterior é o frequentemente utilizado por alguém que já possui uma certa experiência prática e teórica com circuitos eletrônicos. Entretanto, é possível utilizar raciocínios matemáticos que viabilizem a solução não somente deste problema como também de outros similares de uma forma padronizada.

Sendo que os circuitos da figura 7.14 possuem uma fonte de tensão alternada, tenta-se tomar a iniciativa de utilizar as leis de Kirchoff a fim de, através das impedâncias dos componentes envolvidos, equacionar as malhas existentes. Ao se tentar fazer isso, depara-se com uma dificuldade. Nota-se logo que não é possível aplicar a segunda lei com base nas impedâncias dos componentes envolvidos porque estes circuitos são alimentados por duas fontes de energia que operam em frequências diferentes: o gerador de sinal com frequência  $f$  (ou  $\omega = 2\pi f$ ) e a bateria com frequência nula.

Neste cenário, quanto valeria a impedância do capacitor? Esta pergunta tem sentido?

Embora a segunda lei de Kirchoff continue válida quando aplicada corretamente (isto é, em cada instante de tempo, a soma das diferenças de potencial em uma malha fechada é igual a zero), o conceito de impedância complexa (como função de uma frequência bem definida e única) não faz sentido neste caso.

Por isso, as diferenças de potencial em cada componente, quando especificadas pelo produto  $Z(\omega)I$ , não podem ser somadas algebricamente. Se existem duas frequências envolvidas, qual é o valor de  $\omega$  que deveríamos utilizar?

Todavia, os dois circuitos podem ser analisados teoricamente através de métodos matemáticos de maior abrangência, os quais são baseados no chamado “princípio da superposição” que já estudamos em na seção 4.3.1. Mostraremos a aplicação do método ao circuito da figura 7.14a, deixando como exercício o caso da figura 7.14b.

Observando a figura 7.15 vemos que o circuito original, reproduzido na figura 7.15a, é idêntico ao da figura 7.15b - eles apenas estão desenhados de maneiras diferentes. Enquanto o primeiro está esquematizado na forma técnica usual, o segundo é, talvez, mais didático.

O princípio da superposição aplicado a este problema diz que “todas as correntes e tensões medidas

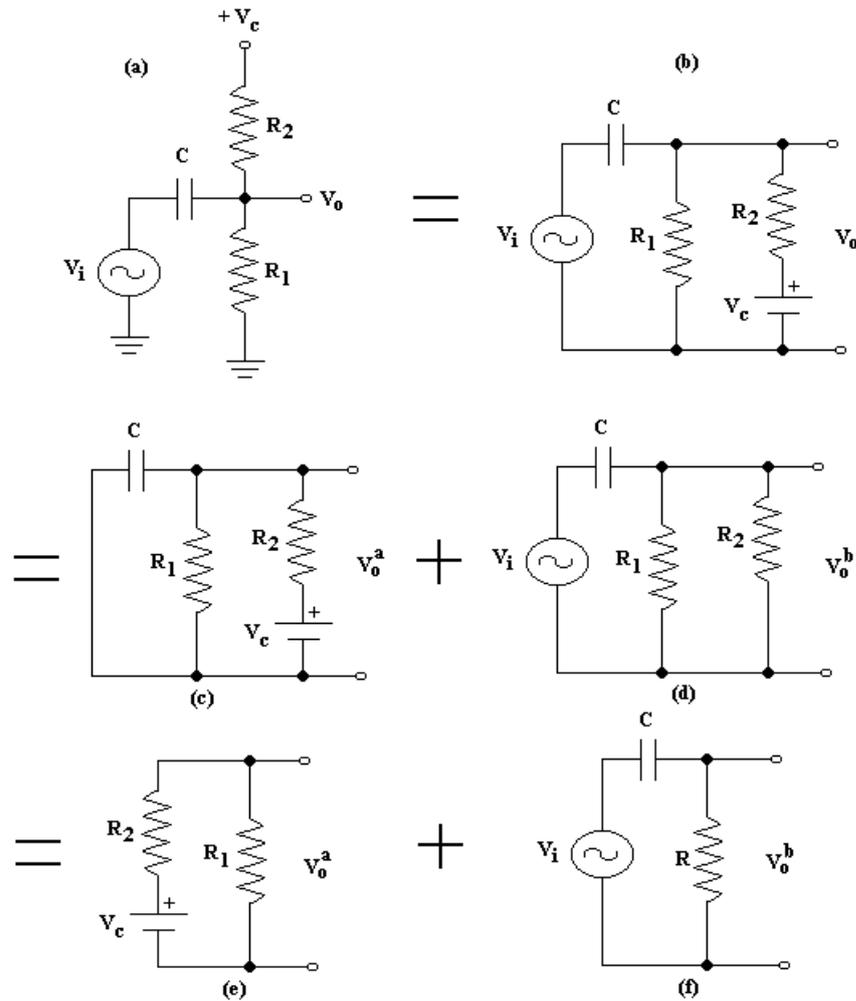


Figura 7.15: Princípio da superposição aplicado na análise do circuito da figura 7.14b.

no circuito contém os efeitos somados de cada uma das fontes de tensão atuando separadamente”. Isto significa que podemos analisar o circuito da figura 7.15b como sendo constituído de dois circuitos distintos, um que contém somente a fonte de tensão constante e outro que contém somente a fonte alternada de frequência  $f$ .

Estes dois circuitos estão mostrados respectivamente nas figuras 7.15c e 7.15d. Observe que no caso (c) a fonte de tensão alternada está em curto enquanto que no caso (b) é a bateria quem está em curto. A voltagem de saída do circuito original se escreve como a soma das saídas de cada um dos dois circuitos DC e AC equivalentes, ou seja,  $\hat{V}_o = \hat{V}_o^a + \hat{V}_o^b$ .

Agora, podemos utilizar as leis de Kirchhoff para resolver separadamente cada um dos dois circuitos das figuras 7.15c e 7.15d. No caso do circuito da figura 7.15c, nota-se que o capacitor somente exerce influência no circuito nos primeiros instantes em que a fonte é ligada. A partir de então o capacitor se carrega totalmente e cessa a corrente na aresta esquerda do circuito. Por isso, o capacitor pode ser retirado sem prejudicar a análise do que ocorrerá muito tempo depois que o circuito foi energizado (isto é, no estado estacionário). A figura 7.15e mostra o circuito resultante que deve ser analisado. Nele vemos a bateria conectada a um divisor de tensão formado por  $R_1$  e  $R_2$ , cuja saída é:

$$V_o^a = V_c \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (7.16)$$

Tomando os dados do exemplo da Figura 7.14b, isto é,  $R_1 = 4k7$ ,  $R_2 = 10k$  e  $V_c = 15V$ , temos  $V_o^a \approx 5V$  como previsto anteriormente.

No caso do circuito da figura 7.15d nota-se que ele se constitui de um gerador de corrente alternada conectado em um filtro passa-alta formado por  $C$  e o paralelo de  $R_1$  e  $R_2$ , no qual a tensão de saída será:

$$\hat{V}_o^b = \frac{1 + j/(R\omega C)}{1 + 1/(R\omega C)^2} V_i \quad (7.17)$$

onde  $R = R_1 \parallel R_2 = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ . Considerando,  $C = 4\mu7$ ,  $R_1 = 4k7$  e  $R_2 = 10k$  (figura 7.14b),

temos  $R = 3k\Omega$  e  $1/(2\pi RC) \approx 10$  Hz. Portanto, para frequências bem maiores que 10 Hz, a saída  $\hat{V}_o^b$  se aproxima de  $V_i$ , conforme já dito anteriormente.

De acordo com o princípio da superposição, a tensão de saída do circuito da figura 7.15a é, para qualquer frequência do sinal de entrada, a soma das tensões de saída de cada um dos circuitos individuais:

$$\hat{V}_o = \hat{V}_o^a + \hat{V}_o^b \quad (7.18)$$

### 7.5.1 Prática: Capacitores de acoplamento

Monte o circuito da figura 7.14a com  $C = 4\mu F$ ,  $R_1 = 4k\Omega$  e  $R_2 = 10k\Omega$ . Alimente o circuito com um gerador de onda senoidal de amplitude abaixo de  $5V_p$  e observe a saída com o osciloscópio acoplado no modo DC. Note que o sinal senoidal na saída varia em torno de  $+5V$ . Varie a frequência do gerador e caracterize o comportamento deste circuito em baixas frequências. Explique os fatos observados.

Conecte o circuito RC série da figura 7.14b, com  $C = 0.1\mu F$ ,  $R = 100k\Omega$ , na saída do circuito já montado. Observe agora que a saída do circuito 7.14a varia em torno do potencial de terra. Varie a frequência do gerador e caracterize o comportamento em baixas frequências. Explique os fatos observados.

Este tipo de aplicação dos capacitores é geralmente utilizado na entrada dos osciloscópios (modo AC), na polarização de transistores, ao se acoplar um sinal entre dois amplificadores em cascata, em circuitos com realimentação AC e em muitos outros casos.

**Atenção:** Capacitores de valores grandes, como este de  $4\mu F$  que utilizaremos nesta prática, são geralmente **eletrolíticos** e, portanto, possuem polaridade. Se forem conectados invertidos eles **explodem** podendo causar acidentes. Se você ainda não sabe como utilizá-los peça ajuda a alguém mais experiente.

## 7.6 Divisor de tensão compensado

O circuito da figura 7.16 é conhecido como um **divisor de tensão compensado** e é muito utilizado em diversas aplicações como, por exemplo, na realimentação de amplificadores operacionais de alta frequência e em pontas de prova para osciloscópios. Ele é formado por dois divisores de tensão em paralelo, sendo um resistivo e o outro capacitivo.

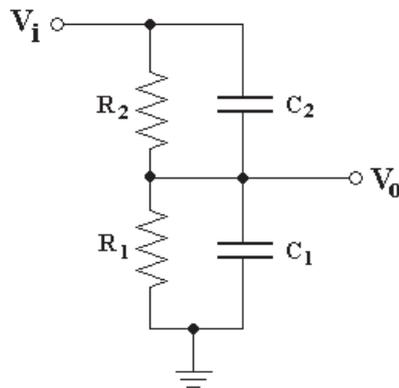


Figura 7.16: Divisor de tensão compensado.

Considere que  $V_i$  é uma tensão senoidal de frequência  $\omega$  e vamos calcular a tensão de saída  $\hat{V}_o$ . Isto vai ser um pouco trabalhoso, porem, não muito difícil. Em primeiro lugar, podemos escrever:

$$\hat{V}_o = \hat{Z}_1 \hat{I} = \frac{\hat{Z}_1}{\hat{Z}_1 + \hat{Z}_2} V_i \quad (7.19)$$

onde  $\hat{I}$  é corrente na entrada  $V_i$  e  $\hat{Z}_1$  é a impedância da associação em paralelo entre  $R_1$  e  $C_1$ :

$$\hat{Z}_1 = R_1 \parallel [-j/(\omega C_1)] = R_1 \frac{1 - jR_1 C_1 \omega}{1 + (R_1 C_1 \omega)^2} \quad (7.20)$$

com uma expressão análoga para  $Z_2$ . Substituindo as expressões para  $Z_1$  e  $Z_2$  na penúltima equação e realizando algumas simplificações encontramos:

$$\hat{V}_o = \left[ \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_i \right] \hat{f}(\omega) \quad (7.21)$$

onde

$$\hat{f}(\omega) = (R_1 + R_2) \frac{1 - jR_1C_1\omega}{R_1 + R_2 \frac{1+(R_1C_1\omega)^2}{1+(R_2C_2\omega)^2} - j \left[ R_1^2C_1\omega + \frac{1+(R_1C_1\omega)^2}{1+(R_2C_2\omega)^2} R_2^2C_2\omega \right]} \quad (7.22)$$

O termo entre colchetes na expressão 7.21 corresponde à tensão que teríamos na saída se os capacitores não existissem, isto é, corresponde à tensão de saída de um divisor de tensão rígido não-compensado. O fato dos capacitores existirem faz com que a tensão de saída dependa da frequência e esta dependência está explicitamente colocada na função  $\hat{f}(\omega)$ .

A Figura 7.17 mostra a dependência com a frequência de  $\hat{f}(\omega)$  para diferentes valores de  $R_2C_2$  relativos a  $R_1C_1$ . Para estes gráficos, consideramos  $\hat{f}(\omega) = A(\omega) e^{j\theta(\omega)}$ , onde  $A$  é a amplitude e  $\theta$  a fase.

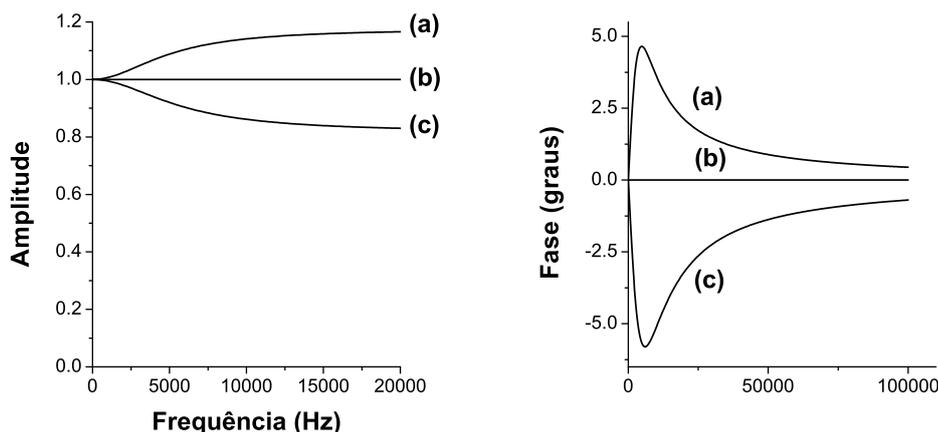


Figura 7.17: Resposta em frequência do divisor de tensão compensado: amplitude e fase de  $\hat{f}(\omega)$ , para (a)  $R_2C_2 = 1.2 R_1C_1$ , (b)  $R_2C_2 = R_1C_1$  e (c)  $R_2C_2 = 0.8 R_1C_1$ .

Agora, vamos analisar dois casos extremos. Primeiro, seja  $\omega = 0$ . Neste caso, os capacitores terão impedâncias infinitas e, portanto, podem ser desconsiderados. Assim, o circuito passa a ser um divisor de tensão resistivo, com  $\hat{f}(0) = 1$ , e a saída passa a ser dada pelo termo entre colchetes em 7.21. Segundo, se a frequência é muito alta, tal que  $\omega R_1C_1 \gg 1$  e  $\omega R_2C_2 \gg 1$ , as impedâncias dos capacitores se tornam muito menores que as correspondentes resistências em paralelo, resultando num divisor de tensão capacitivo, no qual a tensão de saída será dada por:

$$\hat{V}_o = \frac{-j/(\omega C_1)}{-j/(\omega C_1) - j/(\omega C_2)} V_i = \frac{C_2}{C_1 + C_2} V_i \quad (7.23)$$

Como deveria ser, este resultado não depende dos valores dos resistores.

Finalmente, observe um fato interessante, já assinalado anteriormente na Figura 7.17: se escolhermos os componentes do circuito tal que  $R_1C_1 = R_2C_2$ , teremos  $\hat{f}(\omega) = 1$ , para qualquer  $\omega$ , isto é,

$$R_1C_1 = R_2C_2 \quad \Rightarrow \quad \hat{f}(\omega) = 1 \quad \Rightarrow \quad \hat{V}_o = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_i \quad (7.24)$$

Quando esta condição é válida, a resposta do circuito independe da frequência e coincide com aquela do divisor de tensão não-compensado.

**Moral da história:** projetamos um circuito com dois resistores e dois capacitores e, depois, escolhemos os valores dos resistores de tal maneira que o efeito dos capacitores fica cancelado! É claro que, como exercício, o problema é muito interessante, mas, qual é a graça e prá que que serve? Se não queremos os capacitores, então por que os colocamos?

Para entender este aparente paradoxo, você vai ter que primeiro entender o que significa o termo “capacitância parasita” (em inglês, *stray capacitance*). Mas, antes que eu explique o que isto significa, você vai resolver um exercício simples.

**Exercício:** Suponha que  $C_1$  é um cabo coaxial de raio externo  $R_2$  e interno  $R_1$ . Sua capacitância vale  $C_1 = 2\pi\epsilon L/\ln(R_2/R_1)$ , onde  $L$  é o comprimento do cabo e  $\epsilon$  é a permissividade do dielétrico. Assumindo que o dielétrico é o ar,  $\epsilon = 8.85 \times 10^{-12}$  F/m, e que  $R_2/R_1 = 1.1$ , determine o valor de  $L$  para que  $C_1$  seja igual a 30 pF.

O objetivo deste exercício é exemplificar o fato que praticamente qualquer par de condutores próximos pode ter uma capacitância da ordem de pico-farads. Se você entender isto, também vai entender porque as capacitâncias parasitas que aparecem em fiações mal projetadas são as causas mais comuns de oscilações indesejadas, ruídos, acoplamento entre partes distintas de um mesmo circuito (*crosstalk*) e outros problemas terríveis. Infelizmente, circuitos bem projetados por especialistas também estão sujeitos a este mesmo tipo de problema: capacitâncias parasitas são inevitáveis. O melhor que você pode fazer é minimizar o seu efeito.

A fim de entender a importância do conceito do divisor de tensão compensado, vamos dar um exemplo prático a seguir.

### 7.6.1 Prática: pontas de prova para osciloscópios

Quando se fala sobre as pontas de prova dos osciloscópios a primeira pergunta que surge é a seguinte: Professor, porque o osciloscópio precisa de pontas de prova especiais se os voltímetros, analógicos e digitais, não precisam?

Esta é uma boa pergunta! Para começar a entender a resposta vocês vão realizar uma pequena prática.

Peça ao técnico um conector adaptador de BNC macho para banana fêmea. Conecte o terminal BNC em uma das entradas do osciloscópio e nas duas bananas opostas, dois fios simples terminados em banana-banana ou banana-jacaré, destes que você utiliza sempre nos voltímetros e conexões da fonte de alimentação, com cerca de 50-60 cm de comprimento. Não precisa conectar os cabos em algum circuito; apenas deixe-os soltos. Ligue o osciloscópio e verifique qual a forma de onda que você obtém na tela. Horrível, não é? Um sinal composto de altas e baixas frequências, com oscilações espúrias e estranhas, não é? Coloque a fonte de *trigger* em *Line* e você vai notar que as baixas frequências ficam estáveis. Portanto, estas baixas frequências são provenientes da rede de alimentação de 60 Hz do laboratório. Mude a posição dos fios e toque nas pontas com os seus dedos e verifique que a forma de onda pode aumentar ou diminuir de intensidade (não se preocupe porque você não vai tomar choque).

O que acontece neste experimento é a verificação do efeito “antena” produzido pelos fios. Isto é, os fios funcionam como antenas que captam sinais espúrios da rede elétrica e também sinais de rádio, provenientes das rádios locais (e, também outros sinais quaisquer que se propagam como ondas eletromagnéticas).

Ao se conectar os dois fios banana-banana em um circuito, eles vão induzir sinais espúrios interferindo no funcionamento do circuito e na visualização pelo osciloscópio. Além disso, estes fios podem se acoplar a outros circuitos próximos através do efeito de *stray capacitance*. Portanto, estes fios simples não são apropriados para uso em osciloscópios.

#### 7.6.1.1 Ponta de prova 1×

Uma maneira de evitar parte destes problemas apontados anteriormente é a utilização de um cabo coaxial. Em uma das extremidades o cabo coaxial é acoplado ao osciloscópio através de um conector BNC macho e no outro ao conjunto caneta e jacaré, já mostrado na Figura 3.18. O condutor externo do cabo é aterrado, o que propicia uma “proteção”, ou blindagem, ao conector interno que é quem transporta a tensão que vai ser medida. Este arranjo está mostrado na Figura 7.18(a). Esta é chamada de “ponta de prova simples”, ou 1×. Ela tem a denominação 1× porque o sinal a ser visualizado pelo osciloscópio,  $V_{osc}$ , é o mesmo que o sinal de entrada,  $V_i$ .

Remova os fios com bananas do experimento anterior substituindo-os pela ponta de prova simples que consiste de apenas um cabo coaxial terminado com conector BNC de um lado e caneta-jacaré do outro. Verifique se o ruído visto anteriormente continua o mesmo, ou se diminuiu e aumentou. O que você acha? Melhorou ou piorou?

É claro que melhorou e este é a SEGUNDO motivo que motivou o fato de se ter as entradas do osciloscópio TODAS referenciadas ao terra comum. Bom, se esta ponta de prova resolve o problema, então, para que complicar?

Para você entender qual é o problema é necessário se conscientizar da configuração de entrada do osciloscópio. A maioria dos osciloscópios possui uma resistência de entrada no valor de 1 M $\Omega$ . Este valor é escolhido porque ele não é muito alto e nem muito baixo; em outras palavras, é um valor que se encaixa muito bem em grande parte das aplicações.

Em alguns osciloscópios existe a opção de alterar-se a resistência de entrada para 50  $\Omega$ , mas este caso somente se aplica para osciloscópios para alta frequência, quando se deseja “casar” a impedância de entrada do osciloscópio com a do cabo coaxial, evitando-se assim reflexões indesejáveis. Porém, esta é uma opção que vamos utilizar e praticar somente no final do curso, se der tempo.

Em paralelo a este resistor existe sempre um capacitor, cujo valor varia entre 20-30 pF, podendo ser um pouco menor ou um pouco maior em alguns poucos casos. Em baixas frequências o capacitor não tem efeito e pode ser desprezado. Por enquanto, vamos considerar que este é o caso.

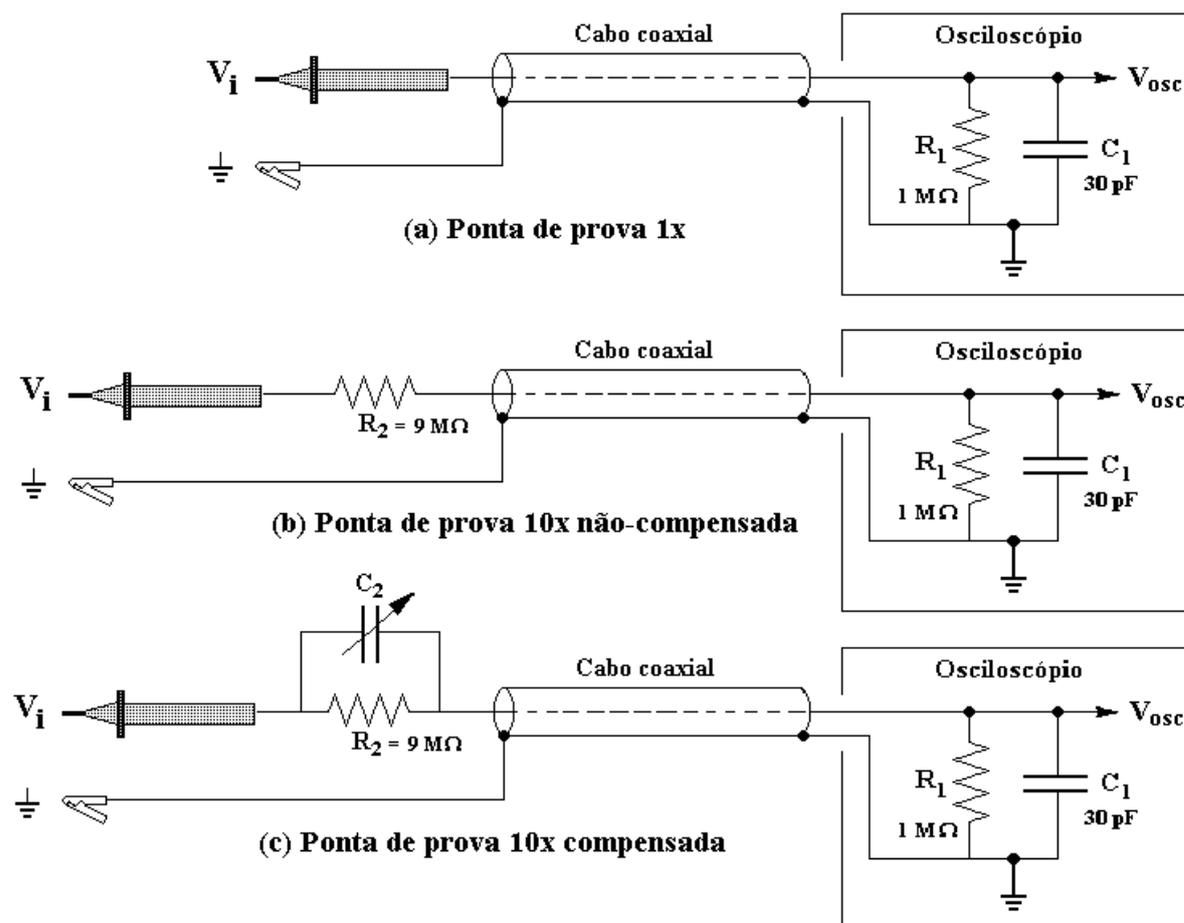


Figura 7.18: Pontas de prova 1× e 10× dos osciloscópios.

O problema do resistor de  $1\text{ M}\Omega$  é que ele poderá “carregar” o circuito a ser aferido quando ele e a resistência equivalente de Thevenin do circuito forem da mesma ordem. Por exemplo, imagine que você está aferindo um gerador de força eletromotriz  $V_i = 5\text{ V}$ , em série a um resistor de  $100\text{ k}\Omega$ . Neste caso, os dois resistores formam um divisor de tensão tal que  $V_{osc} = 5\text{ V} \times 1\text{ M}\Omega / 1.1\text{ M}\Omega \approx 4.5\text{ V}$ . Este é o famoso problema da “observabilidade”. Quando tentamos aferir o circuito a voltagem muda, neste caso de  $5\text{ V}$  para  $4.5\text{ V}$ . Portanto, o instrumento de medida está interferindo no circuito a ser medido.

### 7.6.1.2 Ponta de prova 10×

Uma maneira de minimizar este problema é aumentar-se a resistência de entrada do osciloscópio agregando-se mais um resistor externamente e isto está feito no diagrama da Figura 7.18(b). Os dois resistores formam um divisor de tensão resistivo no qual a tensão  $V_{osc} = R_1 / (R_1 + R_2) V_i = V_i / 10$ , quando a fonte de tensão  $V_i$  tem resistência interna baixa. O caso do experimento anterior resultaria  $V_{osc} = 5\text{ V} \times 1\text{ M}\Omega / 10.1\text{ M}\Omega = 0.495\text{ V} \approx 0.5\text{ V}$ , o que não é perfeito, mas é bem melhor que o resultado obtido com a ponta 1×.

Por razões óbvias, esta ponta de prova se chama “10×”, mas, não se confundam: ela não amplifica 10×, mas, sim, ATENUA 10×.

Com esta ponta de prova consegue-se o feito de aumentar-se a resistência de entrada do osciloscópio, permitindo reduzir o efeito de carga nos circuitos aferidos. Entretanto, isto é feito às custas de um prejuízo: a ponta atenua! Apesar deste inconveniente, na maioria dos casos, isto não chega a ser um problema porque o osciloscópio tem ganho suficiente para reverter esta perda.

### 7.6.1.3 Ponta de prova 10× compensada

Então, ainda tem problema? Sim, tem pelo menos mais um problema.

A capacitância de  $30\text{ pF}$  que existe na entrada da maioria dos osciloscópios pode produzir um efeito indesejável. Veja bem! Esta capacitância está em paralelo com o resistor de  $1\text{ M}\Omega$  e a sua impedância se iguala à do resistor na frequência em que  $f = 1 / (2\pi R_1 C_1) \approx 5\text{ kHz}$ .

Portanto, acima desta frequência (que é relativamente baixa) a impedância da entrada do osciloscópio não é mais resistiva e sim parcialmente capacitiva, o que pode causar problemas na interpretação da tensão indicada.

Quando se utiliza a ponta de prova  $10\times$  da Figura 7.18(b), o capacitor tem o efeito de aumentar a atenuação em altas frequências. Então, a atenuação desta ponta, que é de 10:1 em baixa frequência, não se mantém fixa quando se aumenta a frequência acima de algumas dezenas de kHz. Outro problema grave é que a má resposta em frequência desta ponta modifica os tempos de subida (*rise*) e descida (*fall*) de pulsos que estejam sendo observados. Por exemplo, imagine que uma onda quadrada hipotética tenha 0 ns de tempo de subida ou descida. Ao ser observada pelo osciloscópio através desta ponta, estes tempos vão se alterar porque o capacitor terá que se carregar e descarregar, em cada subida e descida, respectivamente. Assim, se o sinal  $V_i$  for o de uma onda quadrada perfeita, os tempos característicos de subida e descida observados seriam:  $\tau = RC \approx 1M\Omega \times 30pF = 30 \mu s$ .

Isto é um inconveniente grave, que se não for consertado, inviabiliza a utilização desta ponta. Felizmente a solução é simples e foi estudada na seção anterior.

O circuito da ponta de prova  $10\times$  compensada está mostrada na Figura 7.18(c). Um capacitor variável  $C_2$  é inserido em paralelo com o resistor  $R_2 = 9M\Omega$ , formando assim um divisor de tensão compensado, exatamente igual ao que estudamos na seção anterior. Ajustando o capacitor variável podemos sintonizar a condição  $R_1C_1 = R_2C_2$ , fazendo com que a tensão na entrada do osciloscópio seja sempre igual a  $V_i/10$ , independente da frequência.

Na prática, este ajuste é efetuado conectando a saída de um gerador de onda quadrada com frequência de alguns kHz na entrada do osciloscópio, através da ponta de prova  $10\times$ . Observando o sinal na tela do osciloscópio, o capacitor (da ponta de prova) é ajustado até que a forma de onda observada seja perfeitamente retangular como mostra a figura 7.19.

A maioria dos osciloscópios possui internamente um gerador de onda quadrada (tipicamente, 1 kHz e 0.5 Vp) no qual pode ser conectado a ponta de prova para realizar este ajuste. Verifique se o seu osciloscópio tem esta facilidade; pois, se tiver, não vai ser necessário ocupar o gerador de funções da sua bancada.

Todas estas pontas de prova ( $1\times$  e  $10\times$ ) são denominadas “passivas”. Também existem e são muito úteis as pontas de prova “ativas”, mas, elas não serão utilizadas neste curso.

Bom, agora que você aprendeu o truque, poderá também entender um pouco mais sobre a teoria envolvida. Pergunta: porque as formas de onda são aquelas mostradas na Figura 7.19?

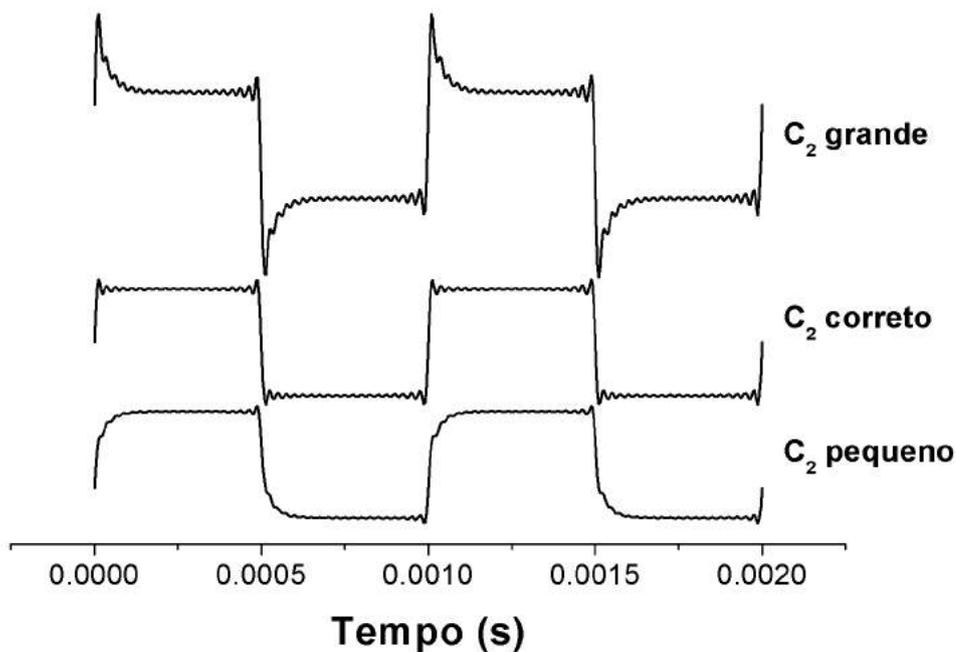


Figura 7.19: Comportamento da ponta de prova compensada  $10\times$  de acordo com a expansão em série de Fourier até  $n = 20$ . De cima para baixo:  $R_2C_2 = 2.0 R_1C_1$ ,  $R_2C_2 = R_1C_1$  e  $R_2C_2 = 0.5 R_1C_1$ . As oscilações não existem no experimento real; elas refletem a soma finita utilizada no modelo teórico.

Para entender esta figura, devemos lembrar que uma onda quadrada pode ser descrita por um soma de ondas senoidais, como mostrado na equação 6.61 cujas frequências são múltiplas da frequência fun-

damental (no caso, 1 kHz), que corresponde ao inverso do período da onda quadrada. Este conceito é resultado do teorema da decomposição em série de Fourier de sinais periódicos e foi estudado na seção 6.3.1. No entanto, a resposta do divisor compensado, conforme descrita pela Equação 7.22 e pela Figura 7.17, depende da frequência e, portanto, afeta distintamente cada um dos termos da soma. Assim, a saída do divisor vem dada por:

$$\bar{S}(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{N=\infty} A(\omega_n) \frac{\text{sen}(\omega_n t + \theta(\omega_n))}{2n-1} \quad (7.25)$$

onde  $\omega_n = (2n-1)\omega$  e  $A$  e  $\theta$  são a amplitude e a fase de  $\hat{f}(\omega)$ , respectivamente.

Eu calculei esta soma, para  $N = 20$ , e o resultado está mostrado na Figura 7.19. Faça você também este cálculo para compreender melhor a metodologia matemática envolvida. É claro que as oscilações devem-se ao fato da soma ser finita e, portanto, o resultado difere do observado experimentalmente, mas, é bastante instrutivo.

Para entender intuitivamente o problema, pense que quando  $C_2$  é pequeno o outro capacitor,  $C_1$ , vai dominar o circuito e ele tem um efeito de filtro passa-baixa que faz com que os tempos de subida e descida da onda aumentem. No caso oposto é  $C_2$  quem domina e o efeito é ao contrário. Pense neste assunto.

## 7.7 A ponte de Wien (e outros filtros passivos)

A ponte de Wien é um circuito formado por somente capacitores e resistores e a sua configuração mais comum está mostrada na figura 7.20(a). O circuito é alimentado por um gerador senoidal,  $V_i$ , e possui a estrutura característica de associações em série e paralelo de resistores e capacitores. Observe que a saída,  $V_o$ , não possui um ponto comum com a entrada. Esta é uma das desvantagens deste circuito.

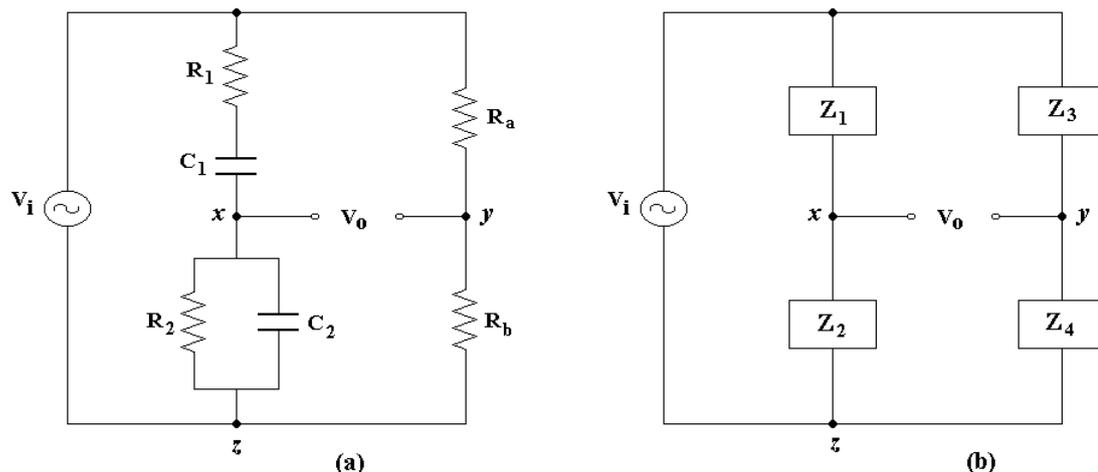


Figura 7.20: A ponte de Wien.

Para lembrá-los mostramos na Figura 7.20(b) o formato genérico de uma ponte de impedâncias. Ela é idêntica à ponte de Wheatstone estudada no Capítulo 5, porém em lugar de resistores os componentes são impedâncias complexas.

A pergunta é quanto vale  $V_x - V_y$ ? Isto é fácil:

$$V_x - V_y = V_x - V_z - (V_y - V_z) = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} V_i - \frac{Z_4}{Z_3 + Z_4} V_i = \frac{Z_2 Z_3 - Z_1 Z_4}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4)} V_i \quad (7.26)$$

Esta equação diz que a saída da ponte vai ser nula quando  $Z_2 Z_3 - Z_1 Z_4 = 0$ , que é um resultado similar ao encontrado para a ponte de Wheatstone.

A ponte de Wien é um dos circuitos em forma de ponte de impedâncias, que possui várias aplicações. Dentre elas citamos algumas: (1) medidores de resistência, capacitância e frequência; (2) Filtros passivos e ativos; (3) Osciladores senoidais.

As aplicações da ponte de Wien decorrem em grande parte devido a uma característica especial que este circuito possui. Trata-se do fato de que a sua saída será nula se as duas seguintes condições forem satisfeitas simultaneamente:

$$\frac{R_a}{R_b} = \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} \quad \text{e} \quad \omega^2 R_1 C_1 R_2 C_2 = 1 \quad (7.27)$$

Esta é a chamada condição de **balanceamento** da ponte. A demonstração desta equação fica proposta como exercício. Observe que a frequência aparece em apenas uma das condições, o que facilita o balanceamento da ponte e a sua implementação em aplicações práticas.

Por exemplo, a condição de balanceamento pode ser utilizada para determinar o valor desconhecido de um resistor ou capacitor, ajustando apenas duas variáveis: a frequência e o valor de um dos componentes ( $R_a$ , por exemplo). De uma forma alternativa, a frequência do gerador senoidal pode ser determinada ajustando-se simultaneamente o valor de dois componentes ( $R_a$  e  $R_1$ , por exemplo).

Embora a ponte de Wien não possua indutores, ela apresenta um comportamento parecido com o de um circuito ressonante. Especialmente em baixas frequências (abaixo de 100 kHz) os indutores apropriados para a confecção de filtros e osciladores possuem, em geral, alta indutância sendo portanto muito grandes. De fato, a grande vantagem da ponte de Wien resulta principalmente desta característica: não utilizar indutores e, apesar disso, apresentar uma boa seletividade com relação à frequência.

As propriedades seletivas da ponte de Wien podem ser ilustradas de uma maneira mais simples se simplificarmos o circuito, fazendo  $C_1 = C_2 = C$  e  $R_1 = R_2 = R$ , formando um novo circuito muito utilizado como um filtro passivo.

Neste caso, mostre que

$$\hat{V}_o = \hat{V}_x - V_y = \left[ \frac{1}{3 + j[\omega CR - 1/(\omega CR)]} - \frac{1}{1 + R_a/R_b} \right] V_i \quad (7.28)$$

e que o balanceamento desta ponte deverá ocorrer quando:

$$\frac{R_a}{R_b} = 2 \quad \text{e} \quad \omega = \frac{1}{RC} \quad (7.29)$$

Note que o coeficiente de proporcionalidade entre  $\hat{V}_o$  e  $V_i$  (que depende da frequência) é um número complexo, portanto, a saída não está sempre em fase com a entrada.

A saída e entrada estarão em fase somente em uma frequência específica, dada por  $\omega_o = 1/RC$ , que é justamente uma das condições de balanceamento da ponte.

Por isso, a atenuação do filtro é medida pelo módulo da relação  $\hat{V}_o/V_i$ , o qual vale:

$$\frac{|V_o|}{V_i} = \sqrt{[\text{Re}(\hat{V}_o/V_i)]^2 + [\text{Im}(\hat{V}_o/V_i)]^2} \quad (7.30)$$

onde

$$\text{Re}(\hat{V}_o/V_i) = \frac{3}{9 + [R\omega C - 1/(R\omega C)]^2} - \frac{1}{1 + R_a/R_b} \quad (7.31)$$

$$\text{Im}(\hat{V}_o/V_i) = \frac{1/(R\omega C) - R\omega C}{9 + [R\omega C - 1/(R\omega C)]^2} \quad (7.32)$$

O gráfico da figura 7.21 mostra a relação  $|\hat{V}_o/V_i$  em função da frequência. Observando o gráfico, entende-se que o circuito da figura 7.20 nada mais é do que um filtro que deixa passar todas as frequências, exceto aquelas em torno de  $\omega_o = 1/(RC)$ . Se  $R_a = 2R_b$ , a atenuação do filtro na frequência  $\omega_o$  é infinita. Para  $\omega \rightarrow 0$  ou  $\omega \rightarrow \infty$  a atenuação do filtro, com  $R_a = 2R_b$ , vale  $|\hat{V}_o/V_i| = 1/3$  (ou seja, -9.5 dB; este valor é chamado de “perda por inserção”, ou *insertion loss* em inglês).

Este tipo de filtro é denominado de filtro rejeita-faixa (em inglês, *band-rejection filter* ou também *notch filter*).

Se associarmos a ponte de Wien na realimentação positiva de amplificadores operacionais, bons osciladores senoidais podem ser construídos. Este assunto será estudado com mais detalhes adiante.

Existem outros circuitos similares ao da ponte de Wien que podem ser explorados. Os mais comuns são os chamados **Bridged-T** e **Twin-T**, mostrados na figura 7.22.

Para determinar a voltagem de saída do filtro *bridged-T* execute os seguintes passos:

$$\hat{I}_1 = \hat{I}_2 + \hat{I}_3 \quad (7.33)$$

$$V_i = \frac{-j}{\omega C_1} \hat{I}_3 + R_1 \hat{I}_1 \quad \text{laço 1} \quad (7.34)$$

$$0 = R_2 \hat{I}_2 + \frac{-j}{\omega C_2} \hat{I}_2 - \frac{-j}{\omega C_1} \hat{I}_3 \quad \text{laço 2} \quad (7.35)$$

$$\hat{V}_o = V_i - R_2 \hat{I}_2 \quad (7.36)$$

$$(7.37)$$

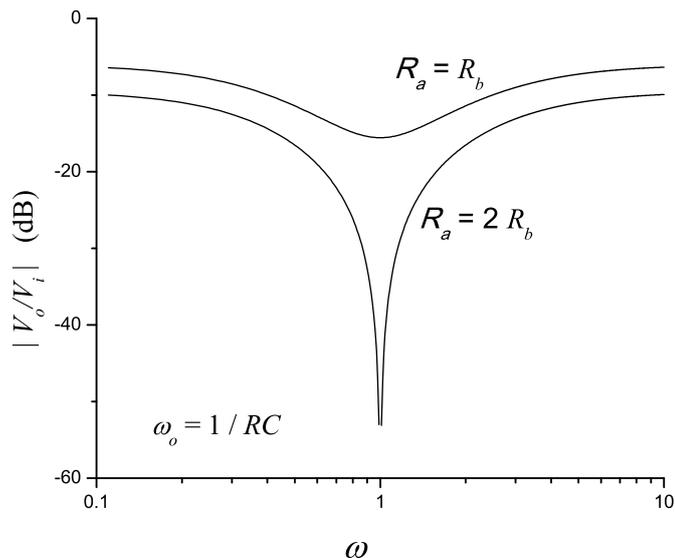


Figura 7.21: Análise da ponte de Wien.

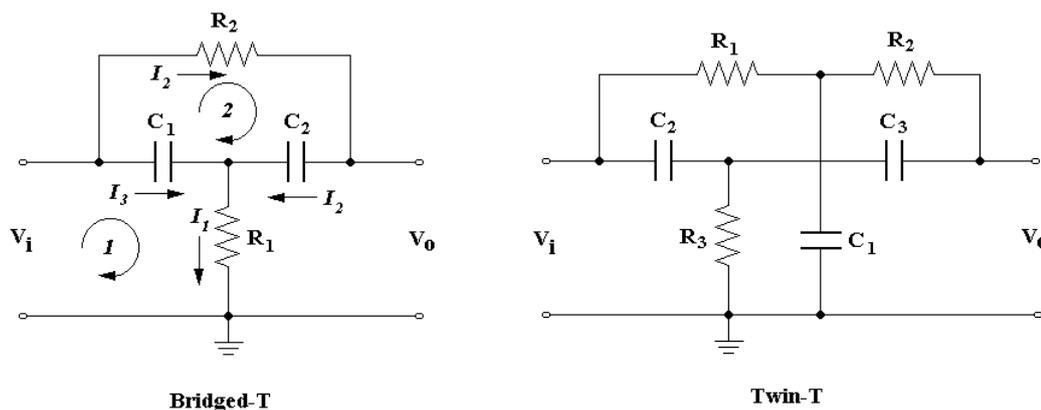


Figura 7.22: Filtros *Bridge-T* e *Twin-T*.

Verifique estas equações e encontre uma expressão para  $\hat{V}_o$  em termos dos parâmetros do circuito. Mostre que a parte imaginária de  $\hat{V}_o$  se anula na frequência:

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \tag{7.38}$$

Mostre também que  $|\hat{V}_o|/V_i$  possui um mínimo em  $\omega = \omega_o$ .

Também não é difícil calcular a voltagem de saída do filtro *twin-T*. Assim como a ponte de Wien, este filtro também possui uma atenuação infinita na frequência de corte. A solução deste problema fica como exercício, porém, observe que o funcionamento do filtro *twin-T* é bastante peculiar.

Esquemáticamente ele é formado por dois símbolos **T** (daí o nome em inglês, *twin*, que em português significa “gêmeos”). O primeiro T é formado por  $R_1 R_2 C_1$ , que constitui um filtro passa-baixa, enquanto que o segundo T é formado por  $C_2 R_3 C_3$ , que constitui um filtro passa-alta. Na frequência de corte as defasagens nos dois ramos podem ser opostas ( $180^\circ$ ), quando ocorre um cancelamento total da tensão de saída.

Isto requer valores precisos para os componentes e ocorre quando  $R_1 = R_2 = R$  e  $R_3 = R/2$  e também,  $C_2 = C_3 = C$  e  $C_1 = 2C$ . Neste caso, a frequência de corte é dada por  $\omega_o = 1/(RC)$ . Quando bem construído a partir de componentes comerciais, o filtro *twin-T* pode apresentar uma atenuação de até -60 dB na frequência de corte.

O filtro *twin-T* é frequentemente utilizado para eliminar sinais de interferência, tais como aqueles provenientes da rede de alimentação (60 Hz). Embora sua atenuação teórica seja infinita (na frequência de corte), a sua seletividade não é muito grande. Tipicamente, a atenuação é de -10 dB em  $\omega = 2\omega_o$  (ou em  $\omega = \omega_o/2$ ) e -3 dB em  $\omega = 4\omega_o$  (ou em  $\omega = \omega_o/4$ ).

Uma maneira de aumentar a seletividade do filtro *twin-T*, assim como a dos outros filtros passivos, é “ativá-lo” através do emprego de amplificadores operacionais, o que será estudado numa outra ocasião.

# Capítulo 8

## Diodos

O diodo é um importante componente eletrônico que, assim como o resistor, possui dois terminais. Apesar desta pequena semelhança, existem várias diferenças fundamentais entre o diodo e o resistor. Em primeiro lugar, o diodo possui uma relação V-I **não-linear** bastante peculiar. Além disso, o diodo é **assimétrico**, o que significa que ele tem polaridade: diodos não podem ser conectados invertidos com relação ao posicionamento estabelecido no projeto do circuito.

Os diodos são particularmente úteis na retificação de sinais (transformação de corrente alternada em contínua) e são integrantes importantes da maioria das fontes de alimentação. A não linearidade dos diodos pode representar uma dificuldade em algumas aplicações, porém, esta propriedade é fundamental em muitos outros casos como, por exemplo, na elaboração de amplificadores com resposta logarítmica ou exponencial (amplificadores do tipo log e anti-log), assim como na confecção de misturadores de sinais para receptores de ondas de rádio.

A Figura 8.1 mostra o símbolo esquemático do diodo e também define a convenção dos sentidos positivos da corrente e tensão nos terminais. O símbolo esquemático bem sugestivo, no formato de uma seta, facilita o reconhecimento de um diodo em qualquer esquema elétrico.

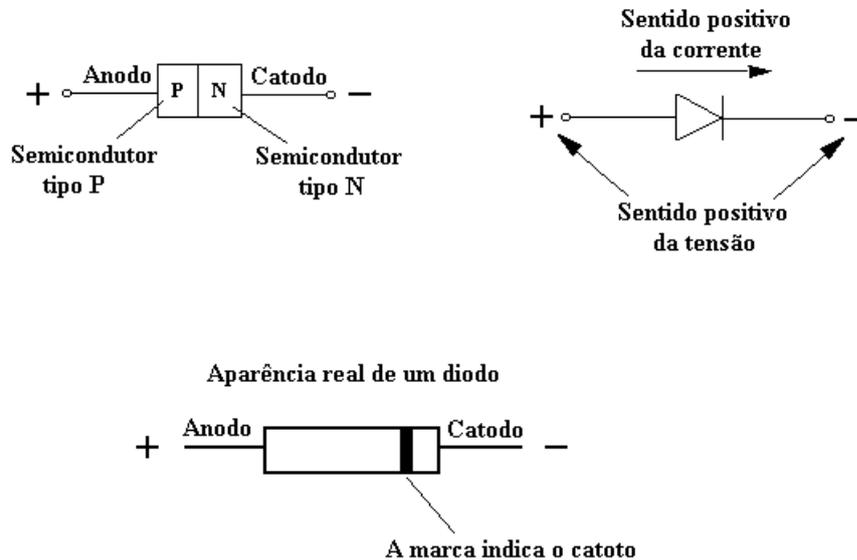


Figura 8.1: Símbolo esquemático do diodo e convenção de sinais

A seguir vamos discutir o significado dos dizeres: “não-linear” e “assimétrico”. Este assunto será introduzido de uma forma didática, e também prática, que segue um raciocínio baseado no comportamento **estereotipado** do fluxo de corrente através do diodo, mediante uma força eletromotriz externamente aplicada.

### 8.1 Os modelos

“Estereótipos” são modelos, nem sempre bem sucedidos, inventados para simplificar a compreensão de um comportamento mais complexo. No caso dos diodos, vamos definir alguns modelos a fim de que a complexidade do dispositivo real seja introduzida gradualmente. Pretendemos nos aprofundar

no tema até o ponto em que os modelos propostos sejam suficientes para explicar o comportamento dos circuitos que estudaremos neste curso. Se quiséssemos ir mais adiante se faria necessário um maior conhecimento das propriedades eletrônicas microscópicas dos diodos, estas descritas em termos das teorias do eletromagnetismo, da mecânica quântica e da Física do Estado Sólido. Este aprofundamento adicional, por enquanto desnecessário, ficará para uma outra oportunidade futura.

### 8.1.1 O primeiro modelo

O modelo mais simples utilizado para descrever o comportamento de um diodo está esquematizado na Figura 8.2. Este modelo é usualmente denominado em diversos textos por “modelo de um diodo ideal”. Entretanto, como veremos logo mais, os outros dois modelos que apresentaremos diferem deste e também se referem a diodos idealizados (diferentes dos reais) e, usualmente, não recebem esta mesma denominação especial. Por este motivo, eu prefiro não especificar quem seria o meu escolhido para “ser o diodo ideal”. Mesmo porque, dizer que existe algo ideal é o mesmo que dizer que o real é uma cópia “mal feita” de um modelo perfeito; e isto não é verdade no caso que pretendemos explicar a vocês.

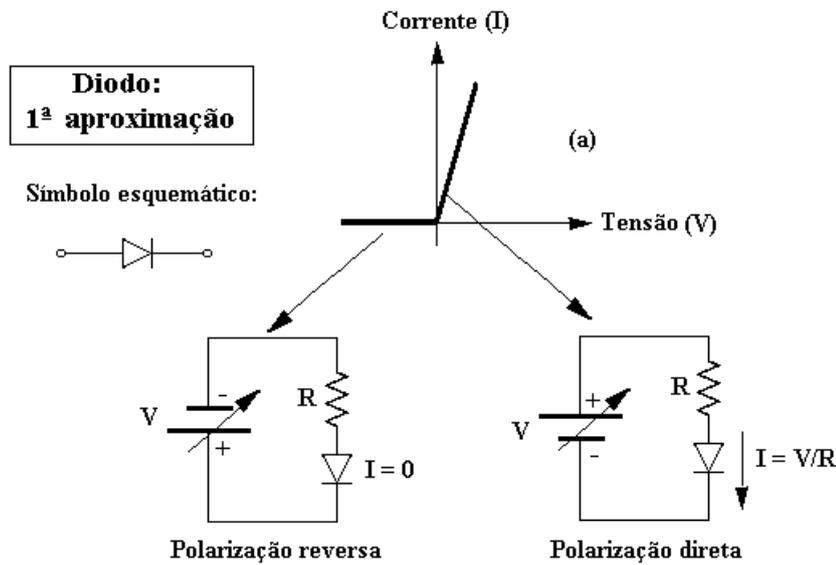


Figura 8.2: Um modelo simples para representar o diodo.

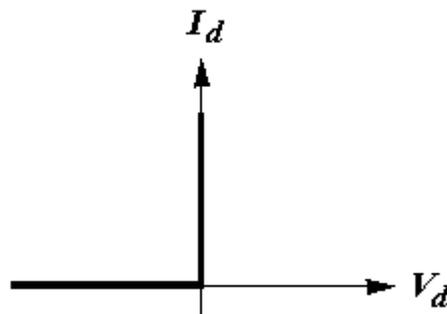


Figura 8.3: Curva característica do diodo (primeiro modelo).

Um diodo perfeito, ou ideal, seria extremamente útil para certas aplicações, as quais estudaremos adiante, mas também seria, com certeza, inútil em outras aplicações igualmente importantes (também veremos exemplos que ilustram este comentário).

Em primeiro lugar, observe que a curva característica do diodo está graficada com a corrente na vertical e a diferença de potencial na horizontal, procedimento contrário àquele que foi extensivamente empregado anteriormente, quando tratamos da curva V-I de um resistor. Não há qualquer motivo especial para esta troca de eixos, no entanto, é desta forma que a grande maioria dos livros textos, acadêmicos e técnicos, ilustram a curva V-I de um diodo.

A Figura 8.2 também define os termos **polarização direta e reversa** de um diodo (em inglês, *forward and reverse diode bias*). Um diodo está polarizado diretamente quando a tensão é aplicada no sentido anodo (+) para catodo (-), situação esta em que o diodo conduz com mais facilidade. Conseqüentemente, ele estará polarizado reversamente na situação contrária.

Neste primeiro modelo, ou primeira aproximação, postulamos que:

- O diodo conduz quando polarizado diretamente e, neste regime, sua resistência interna é nula. Assim, a corrente fica limitada pelo resistor  $R$  adicionado em série.
- Quando um diodo é polarizado reversamente ele não conduz e assume-se que a sua resistência interna é muito grande: na linguagem da Matemática poderíamos dizer que ela é infinita.

Definindo a resistência interna do diodo por  $R_d$ , a diferença de potencial entre os seus terminais por  $V_d$  e a corrente que o atravessa por  $I_d$ , podemos resumir este modelo na tabela abaixo e na Figura 8.3.

	$R_d$	$V_d$	$I_d$
<b>Polarização direta</b>	0	0	$V/R$
<b>Polarização reversa</b>	$\infty$	$V$	0

$V$  é a força eletromotriz da bateria que alimenta o circuito série resistor-diodo. A partir destes dados, costuma-se esquematizar a curva característica de um diodo conforme mostra a Figura 8.3.

Na prática, o valor da resistência  $R$  do resistor colocado em série com o diodo deve ser calculada a fim de evitar que a corrente direta  $I_d = V/R$  seja excessiva. O valor máximo de  $I_d$  é especificado pelo fabricante do diodo. Correntes excessivas, que excedem o valor preestabelecido pelo fabricante, produzirão sobre-aquecimento do diodo e a sua eventual queima.

### 8.1.2 O segundo modelo

O segundo modelo tenta ser um pouco mais realista, introduzindo uma outra característica peculiar dos diodos: para que a condução possa ocorrer, um diodo real requer que certa diferença de potencial mínima seja aplicada na direção direta (*forward direction*). Em outras palavras, para que a corrente possa fluir no sentido direto é necessário aplicar uma diferença de potencial maior que um dado valor,  $V_f$ , valor este denominado de **tensão mínima da polarização direta** (em inglês, *forward voltage drop*).

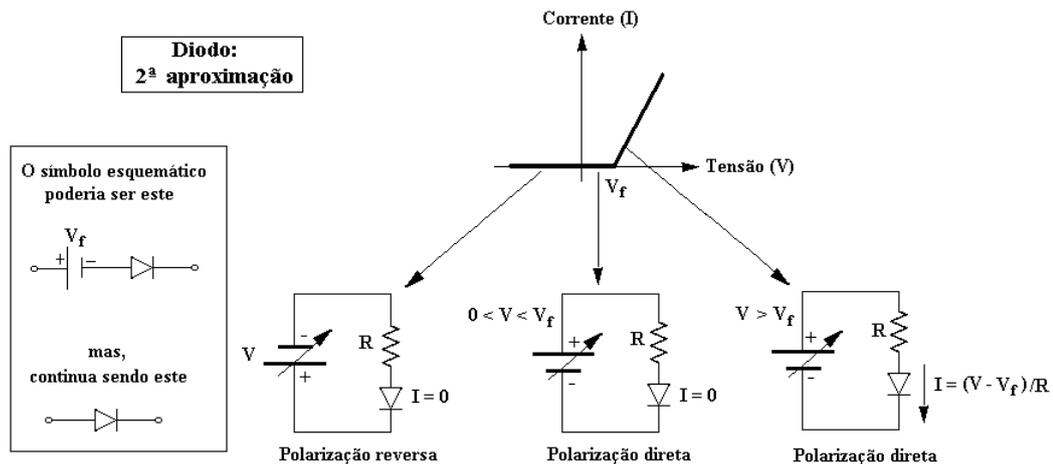


Figura 8.4: Segundo modelo representativo do diodo.

		$R_d$	$V_d$	$I_d$
<b>Polarização direta</b>	$0 < V < V_f$	$\infty$	$V$	0
	$V > V_f$	0	0	$(V - V_f)/R$
<b>Polarização reversa</b>	$V < 0$	$\infty$	$V$	0

Para diodos de silício,  $V_f$  é tipicamente 0.5-0.8 V, enquanto que para os de germânio a voltagem é menor, 0.2-0.3 V. Para incluir esta característica nos modelos, costuma-se representar uma bateria de força eletromotriz  $V_f$  em série com o diodo, conforme exemplificado na Figura 8.4. Entretanto, esta representação não deve ocasionar erros de interpretação: a bateria fictícia  $V_f$  existe somente quando a

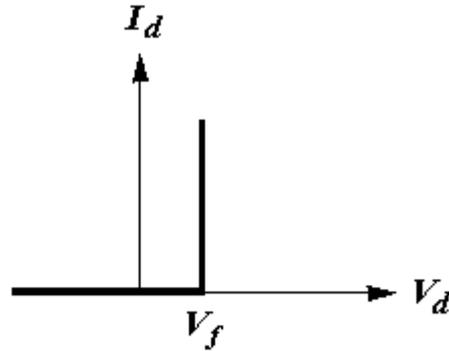


Figura 8.5: Curva característica do diodo (segundo modelo).

corrente, que é produzida por uma bateria externa real,  $V$ , flui no sentido direto! Se você apanhar um diodo que está sobre a sua bancada de trabalho e conectar um voltímetro entre os seus terminais, a voltagem que deverá ser medida é sempre nula, independente da polaridade do voltímetro.

De acordo com este segundo modelo, a curva característica do diodo fica semelhante àquela mostrada na Figura 8.5.

### 8.1.3 O terceiro modelo

Sem entrar em detalhes a respeito da física dos materiais semicondutores, a curva V-I de um diodo pode ser mais bem descrita pela equação:

$$I_d = I_s \left( e^{(eV_d)/(kT)} - 1 \right) = I_s \left( e^{V_d/V_T} - 1 \right) \quad (8.1)$$

onde  $I_s$  é a corrente de saturação da junção P-N,  $e$  é o módulo da carga eletrônica,  $k$  é a constante de Boltzmann e  $T$  é a temperatura do diodo em graus Kelvin.

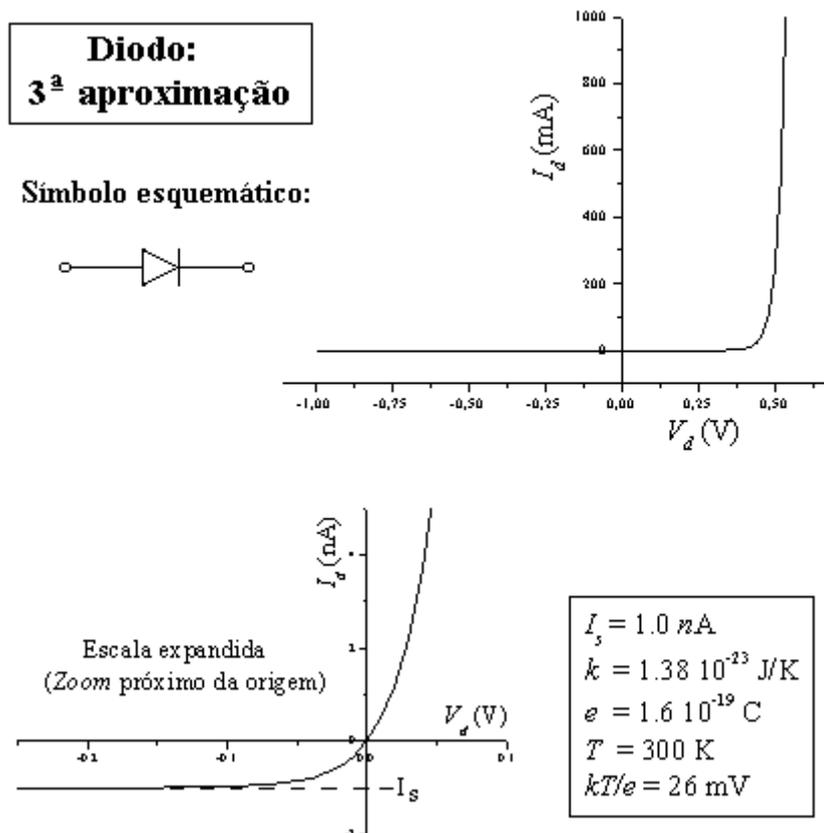


Figura 8.6: Terceiro modelo representativo do diodo.

A Figura 8.6 mostra a curva V-I do diodo na temperatura ambiente, graficada conforme a Equação 8.1. A combinação de constantes físicas com a temperatura,  $V_T = kT/e$ , é a diferença de potencial com que os elétrons devem ser acelerados para adquirir a energia  $kT$ . Na temperatura ambiente  $V_T$  vale cerca de 26 mV.

Observe na Figura 8.6 que o comportamento previsto para o diodo de acordo com este modelo é bastante similar ao anterior, com algumas características adicionais:

- A curva V-I não possui ângulos retos, como a do modelo 2.
- A corrente no diodo cresce abruptamente para tensões  $V_d > V_f$  mas, o trecho correspondente na curva V-I não é vertical. Isto significa que a resistência do diodo nesta região é pequena, porém, diferente de zero.
- O diodo conduz na direção reversa (ver o gráfico em escala expandida). Isto significa que a resistência do diodo nesta região é grande, mas não é infinita. A corrente reversa, que corresponde ao parâmetro  $I_s$  da Equação 8.1, é normalmente pequena mas não pode ser considerada desprezível em certas aplicações.

### 8.1.4 Análise matemática de um circuito simples

O diodo é um componente não linear e este fato complica um pouco o cálculo das correntes e tensões em um circuito. Para exercitarmos nossa habilidade em projetar circuitos com diodos, vamos considerar o circuito retificador da Figura 8.7(a). Observe que a polaridade da bateria restringe a operação do diodo na sua polarização direta.

Utilizando a lei das malhas encontramos a seguinte equação:

$$I_D = \frac{V_i - V_D}{R} \quad (8.2)$$

onde  $V_D$  é a diferença de potencial nos terminais do diodo.

Uma maneira fácil de resolver estas equações, ou seja, determinar os valores de corrente e tensão no diodo,  $I_D$  e  $V_D$  respectivamente, consiste no método gráfico apresentado na Figura 8.7(b). No gráfico estão representados a curva característica do diodo e a linha reta da Equação 8.2. Esta linha reta recebe o nome de “reta de carga” (ou *load line*). A reta de carga intercepta a curva do diodo no ponto  $Q$ , o qual é o ponto de operação do circuito, cujas coordenadas correspondem aos valores de  $I_D$  e  $V_D$ .

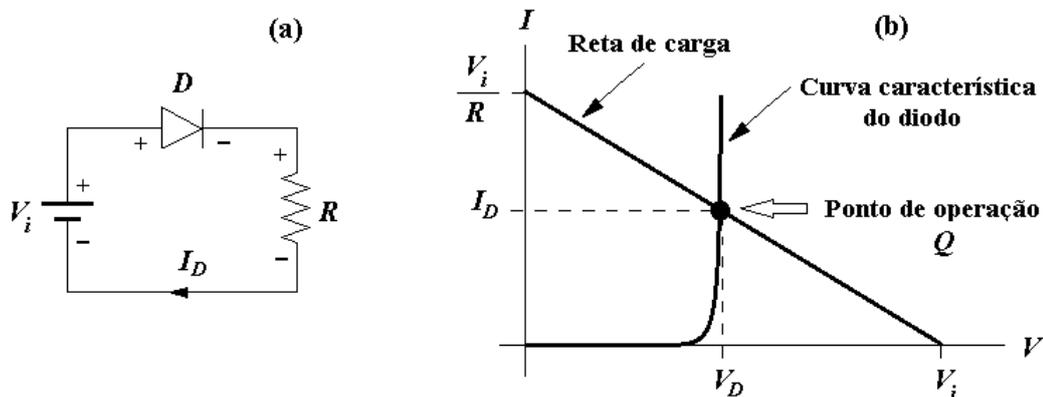


Figura 8.7: (a) Circuito simples para finalidades de cálculo. (b) Análise gráfica do circuito.

A análise dos circuitos através de métodos gráficos como este apresentado aqui é ilustrativa, esclarecedora e precisa, entretanto, resulta trabalhosa demais e pouco prática. Além disso, em uma situação qualquer é possível que a equação dos diodos, 8.6, não seja válida para o seu diodo em particular, principalmente quando os valores exatos de  $I_s$  e  $V_T$  são desconhecidos.

Por este motivo, vamos praticar um pouco mais utilizando um método aproximado, porém, bastante prático.

Vamos considerar que  $V_i = 10$  V e então perguntar: quanto deve valer  $R$  para que a corrente no diodo seja de 5 mA?

Neste caso, a resposta é simples se considerarmos que a diferença de potencial no diodo é  $\approx 0.6$  V. Assim, pela Equação 8.2 resulta:  $R = (V_i - V_D)/I_d = (10 - 0.6)/5 \times 10^{-3} = 1880 \Omega$ . Um resistor comercial, de valor 1k8 ou 2k2, poderia fornecer uma boa aproximação para as aplicações corriqueiras.

Observem que calculamos o valor aproximado do resistor sem utilizar da equação dos diodos!

Agora, basta saber se o circuito é seguro no sentido que nada vai se queimar! Vejamos, a potência dissipada no diodo será  $P_D = V_D I_D = 0.6 \times 5 \times 10^{-3} = 3 \text{ mW}$ . A potência dissipada no resistor será  $P_R = (V_i - V_D) I_D = (10 - 0.6) \times 5 \times 10^{-3} = 47 \text{ mW}$ . Então, conhecendo as especificações dos componentes que você vai usar, alguém vai se queimar?

Mas, e se a pergunta fosse outra: qual será o valor da corrente  $I_D$  caso tenhamos  $R = 1\text{k}$ ? Bom, o cálculo aproximado também é simples se assumirmos o mesmo valor  $V_D = 0.6\text{V}$ , isto é,  $I_D = (V_i - V_D)/R = (10 - 0.6)/10^3 = 9.4 \text{ mA}$ . Entretanto, é óbvio que este cálculo não é preciso porque, se a corrente aumentou, a voltagem no diodo também deveria aumentar, ficando maior que  $0.6 \text{ V}$ .

A verdade é que existem maneiras mais precisas e elegantes para realizar o cálculo correto de projetos envolvendo diodos, entretanto, nós não vamos precisar nos aprofundar neste assunto porque os circuitos que iremos estudar não vão necessitar de um cálculo muito preciso. Por isso, um método aproximado como este apresentado será suficiente.

Uma última observação: porque usar  $V_D = 0.6\text{V}$  e não  $V_D = V_f = 0.7\text{V}$ , por exemplo? Bom, estamos falando em aproximações grosseiras, portanto, em se tratando de diodos de silício, tanto faz um valor como outro. Você poderá verificar (se estudar um pouco mais em outros textos) que os componentes não vão se queimar por causa disso. Mas, se você precisar de um cálculo preciso, mais profissional, ..., então a conversa é outra!

### 8.1.5 A resistência dinâmica do diodo

Uma das formas de descrever o comportamento de um diodo em um circuito é feita através da especificação da queda de tensão  $V$  entre os seus terminais e da corrente  $I$  que flui através deles. A razão  $R_s = V/I$  no ponto em que o diodo opera é chamada de resistência estática. Este parâmetro é importante, porem, ele é incapaz de descrever completamente o comportamento de um diodo em torno do seu ponto de operação.

Devido ao fato da curva V-I do diodo ser não linear, o parâmetro  $R_s$  é uma função da corrente (ou da tensão) e não uma constante característica de cada diodo.

Em algumas aplicações, o diodo é mantido sempre próximo de um determinado ponto de operação, especificado pelos valores de  $V$  e  $I$ . Quando isto ocorre, dizemos que o diodo opera em torno de seu ponto Q (conhecido em inglês por *quiescent point* ou *Q-point*), conforme mostra a Figura 8.8. O ponto Q não é um ponto especial da curva do diodo - qualquer ponto sobre a curva poderia ser um ponto Q; quem escolhe a sua localização é o projeto do circuito.

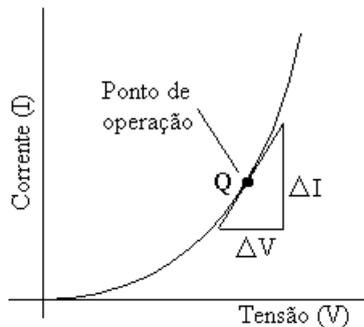


Figura 8.8: Ponto Q de operação de um diodo.

Quando um diodo opera em torno de um ponto específico costuma ser necessário saber qual seria a variação que se obteria na corrente caso ocorresse uma pequena variação na tensão em torno deste ponto de operação. Se as variações são pequenas, a curva V-I pode ser localmente aproximada por uma reta e neste caso, definimos a resistência dinâmica como sendo:

$$R_d = \frac{\Delta V}{\Delta I} \quad \rightarrow \quad \frac{dV}{dI} \quad (8.3)$$

A Figura 8.8 ilustra esta definição. Considerando a forte não linearidade entre  $V$  e  $I$  é óbvio que  $R_d$  também não seja um parâmetro único para cada diodo, pois ele irá variar em função do ponto de operação escolhido.

Considerando somente a região de polarização direta, e quando a exponencial se torna muito maior que a unidade, podemos escrever

$$I_d = I_S e^{V_d/V_T} \quad \Rightarrow \quad R_d = \frac{dV}{dI} = \frac{V_T}{I} \quad (8.4)$$

Lembrando que  $V_T$  é uma constante da ordem de 40 mV vamos dar um exemplo numérico. Se um diodo opera com uma corrente de 1 mA, a sua resistência dinâmica vale cerca de  $(40 \text{ mV})/(1 \text{ mA}) = 40 \Omega$ . Para este valor de corrente, a voltagem deve valer algo em torno de 0.7 V, portanto, a resistência estática do diodo seria algo em torno de  $(0.7 \text{ V})/(1 \text{ mA}) = 700 \Omega$ .

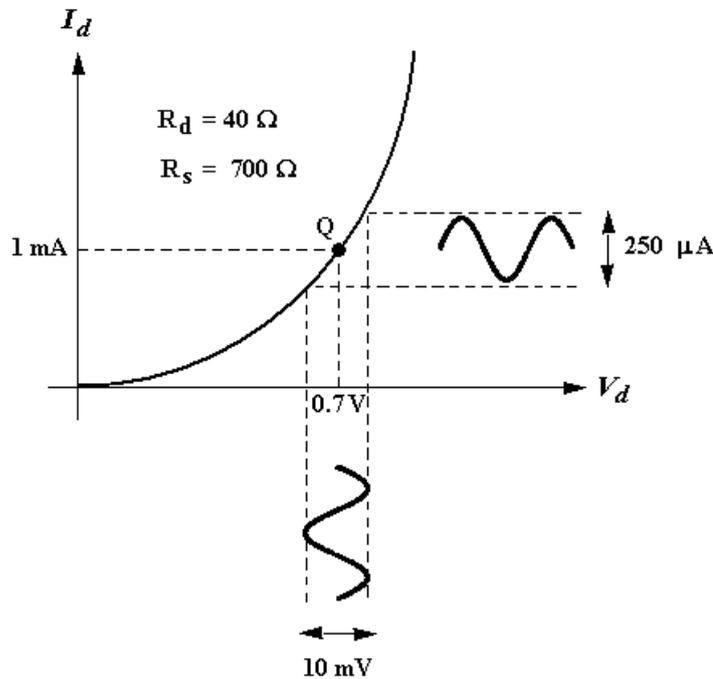


Figura 8.9: Ponto  $Q$ : um exemplo.

A Figura 8.9 ilustra uma das utilidades dos conceitos apresentados. Imagine que a tensão no diodo é modulada harmonicamente em torno do valor 0.7 V, com uma amplitude AC pico a pico igual a 10 mV. Matematicamente diríamos:  $V_d(t) = V_{dc} + V_{ac}(t) = 0.7 + 0.005 \text{ sen}(\omega t)$ . Bom, conhecido o valor da tensão, poderíamos calcular a corrente no diodo substituindo a expressão para  $V_d(t)$  na Equação 8.5 e calcular  $I_d(t)$ . Não é difícil prever que este procedimento vai gerar cálculos algébricos desconfortáveis.

Todavia, através do conhecimento dos parâmetros  $R_d$  e  $R_s$  é possível calcular  $I_d(t)$  com muito mais facilidade:  $I_{dc} = V_{dc}/R_s = (0.7\text{V})/(700\Omega) = 1 \text{ mA}$  e  $I_{ac}(t) = V_{ac}(t)/R_d = (0.005 \text{ V})/(40\Omega) \text{ sen}(\omega t) = (125 \mu\text{A}) \text{ sen}(\omega t)$ .

Finalmente,  $I_d(t) = I_{dc} + I_{ac}(t) = 0.001 + 0.000125 \text{ sen}(\omega t)$ .

Na realidade, o valor da resistência dinâmica calculada pela Equação 8.4 leva em conta somente a junção semicondutora, enquanto que os outros elementos ôhmicos existentes no diodo, o que inclui a resistência dos contatos e a do próprio material semicondutor, contribuem para uma resistência adicional que é da ordem de alguns ohms para um diodo de sinal como por exemplo o 1N4148. Esta resistência adicional é muito menor para os diodos de potência como o 1N4007.

Embora não seja obrigatório montar o circuito da Figura 8.10, é instrutivo entender como ele poderia ser utilizado para medir a resistência dinâmica do diodo em um dado ponto de operação. A corrente de polarização do diodo,  $I_d$ , é estabelecida por uma escolha apropriada de  $V$  e  $R_1$ , sendo preferencialmente  $V \gg 0.6 \text{ V}$  (de tal forma que a corrente  $I_d$  seja efetivamente produzida por uma fonte de corrente). Uma pequena corrente senoidal,  $I_i$ , é produzida pelo gerador de corrente alternada (aqui também, a voltagem  $V_i$  deve ser suficientemente grande de tal forma que este sinal seja também proveniente de uma fonte de corrente).

A seguir, observamos no osciloscópio as componentes  $V_{dc}$  e  $V_{ac}$  da voltagem no diodo. Fazemos com que  $V_{ac}$  seja suficientemente pequeno (cerca de 5-10 mV) para que as excursões na curva V-I possam ser consideradas lineares. O capacitor  $C$  é colocado para evitar que a corrente  $I_i$  seja repartida entre o diodo e a fonte de  $V_i$  (embora, na prática, a tensão no diodo é tão baixa que a corrente de polarização flui quase toda através dele, mesmo na ausência do capacitor). A reatância deste capacitor, na frequência do sinal, deve ser preferivelmente muito menor que  $R_2$ , de tal forma que este resistor determine  $I_i$ , independentemente da queda de tensão no capacitor.

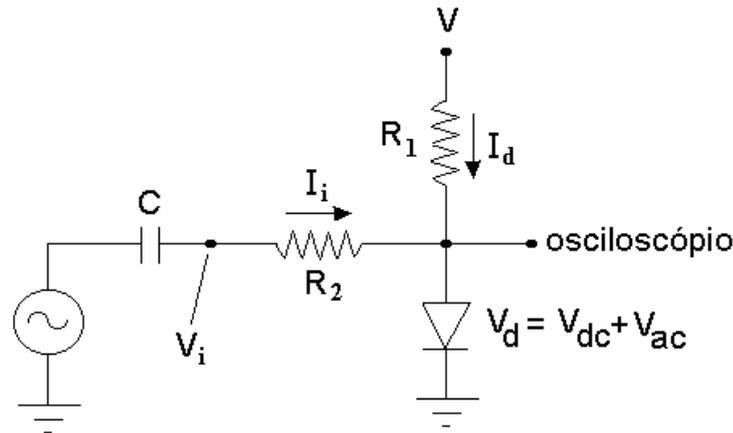


Figura 8.10: Ponto Q: circuito para teste.

## 8.2 Características dos diodos reais

Os três modelos apresentados são bastante simples e podem todos ser adequados para a análise de várias situações práticas.

Em certas situações a queda de voltagem direta,  $V_f$ , pode ser desprezada frente às outras voltagens maiores presentes no circuito. Similarmente, o desprezo da corrente reversa (da ordem de alguns nanoamperes) pode não trazer prejuízo à análise de certos circuitos. Nestes casos, o primeiro modelo pode representar com fidelidade os resultados práticos.

Entretanto, para muitas outras aplicações se faz necessário levar em conta, com a maior precisão possível, todas as características do diodo real.

Então, como diz o dito popular, “se podemos simplificar ... para que complicar?”, você é quem vai decidir qual o modelo mais adequado para cada ocasião.

Na verdade, nenhum dos três modelos apresentados descreve perfeitamente um diodo real. Mais do que isso, não existe um modelo matemático que possa realizar esta tarefa. É óbvio que, dentre os três, o modelo mais realista é o terceiro, porém, o comportamento dos diodos reais difere daquele previsto pela Equação 8.1 em diversos aspectos.

Existem várias características básicas que distinguem centenas de tipos diferentes de diodos encontrados comercialmente. Eles podem, por exemplo, ser especificados pela corrente direta máxima, capacitância parasita, corrente de fuga, voltagem reversa crítica, tempo de chaveamento, etc. A escolha de um ou outro tipo ou modelo específico de diodo depende das necessidades e particularidades do circuito em que ele fará parte.

### 8.2.1 Voltagem térmica

A constante  $V_T = kT/e$  é denominada de “voltagem térmica” (*thermal voltage*) e seu valor na temperatura ambiente é cerca de 26 mV. Em termos de  $V_T$  a equação mestra dos diodos passa a ser escrita como:

$$I_d = I_S \left( e^{V_d/V_T} - 1 \right) \quad (8.5)$$

Entretanto, na prática, constata-se que o valor de  $V_T$  pode se alterar de acordo com o tipo de material utilizado para a construção do diodo (silício ou germânio, por exemplo) e também com a estrutura física do diodo (ou processos de fabricação).

**Para um diodo de silício, o valor de  $V_T$  é de cerca de 40 mV.**

Agora, vamos aproveitar a oportunidade para apontar uma importante característica dos diodos.

A relação exponencial entre a tensão e a corrente em um diodo pode valer ao longo de diversas décadas. Esta é uma propriedade impressionante dos diodos (e também dos transistores bipolares), o que torna o diodo um elemento essencial em diversas aplicações; como por exemplo em amplificadores exponenciais e logarítmicos.

Em primeiro lugar, note que, se o diodo opera na direção direta e o valor da corrente está na faixa de  $10^{-6} - 10^{-3} \text{A}$ , ou seja,  $I_d \gg I_s$ , podemos aproximar:

$$I_d \approx I_s e^{V_d/V_T} \quad (8.6)$$

A partir daí, e como exercício, demonstre que se considerarmos dois pontos sobre a curva do diodo, denotados por  $(V_1, I_1)$  e  $(V_2, I_2)$ , obteremos a seguinte relação:

$$V_2 - V_1 = V_T \ln \frac{I_2}{I_1} = 2.3 V_T \log \frac{I_2}{I_1} \quad (8.7)$$

Esta equação afirma que para uma década de mudança na corrente, a queda de tensão no diodo muda por  $2.3 V_T$ , que vale cerca de 90 mV para um diodo de silício. Isto também sugere que a curva I-V do diodo pode ser mais convenientemente traçada em um gráfico semi-log.

A curva I-V de um diodo real (em escala linear) está mostrada na Figura 8.11. Desta figura podemos notar que, na direção direta, a corrente no diodo é desprezível até que a voltagem alcance cerca de 0.5 V, quando então o diodo começa conduzir significativamente. Este valor é denominado por “voltagem de corte” (ou *cut-in voltage*).

Quando o diodo está conduzindo uma alta corrente direta, próxima do seu valor limite, assume-se na prática que a tensão vale  $V_f = 0.7 \text{V}$ . Este valor aproximado será muito utilizado nos projetos de circuitos deste curso.

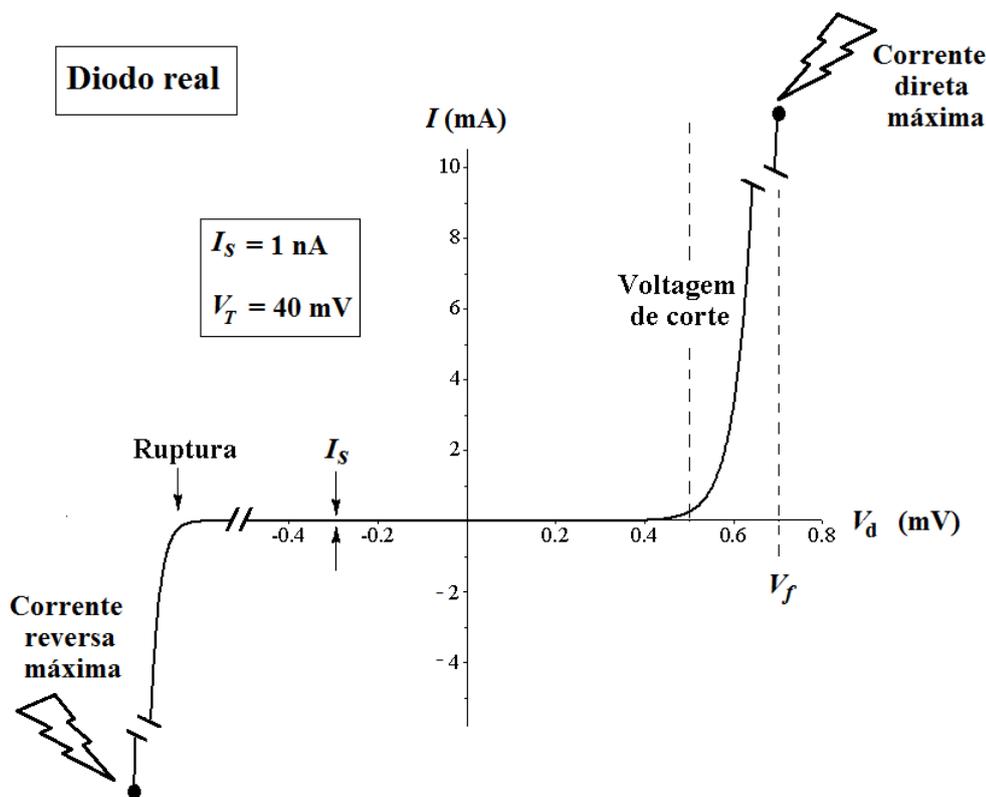


Figura 8.11: Curva característica de um diodo real.

### 8.2.2 Potência máxima

O diodo pode se destruir quando fluir uma corrente direta excessiva. Se o produto da tensão e corrente diretas produzir calor suficiente para aquecer demasiadamente a junção, o diodo se destrói. Este fato está representado na Figura 8.11.

Um diodo similar ao 1N914 (ou 1N4148) pode dissipar cerca de 250 mW em condução direta sem se danificar. Se este diodo operar com voltagem fixa de 0.6 V, a máxima corrente permitida será então de  $250/0.6 \approx 400 \text{ mA}$ . É permitido fluir correntes maiores (cerca de 500 mA para o 1N4148) se estas tiverem curta duração, entretanto, sabe-se que a constante de tempo térmica dos diodos (e transistores) é pequena, da ordem de mili-segundos.

Por isso, em quase todos os acidentes térmicos com diodos, eles parecem terem sido destruídos quase instantaneamente. Em outras palavras, o truque de colocar o dedo na superfície do diodo para conferir se

ele está esquentando não funciona muito bem, pois, na maioria dos casos ele se destrói mais rapidamente do que você consegue aproximar o seu dedo do moribundo, ou mais rápido ainda do que a sua pele conseguiria registrar o calor.

### 8.2.3 Dependência com a temperatura

Para uma dada voltagem, a corrente no diodo depende da temperatura e, por isso, diodos são frequentemente usados como sensores térmicos. Se examinarmos as Equações 8.1 e 8.5, concluiremos que, se o diodo é polarizado diretamente e a corrente é mantida constante, um aumento da temperatura causaria um aumento na voltagem do diodo.

Entretanto, é importante saber que o experimento diz o contrário! A dependência com a temperatura da corrente no diodo, a uma tensão fixa, é tal que a corrente aumenta com o aumento da temperatura. Por isso, quanto mais o diodo esquenta mais aumenta a corrente e, devido ao efeito Joule, mais aumenta a temperatura e este processo catastrófico, conhecido em inglês pela expressão *thermal runaway*, leva diodo à sua destruição.

Assim, chega-se a uma contradição: parece que as equações citadas não descrevem corretamente o comportamento de um diodo em função da temperatura! De fato, a dependência com a temperatura da curva V-I do diodo não pode ser extraída destas equações de uma maneira óbvia.

Isto acontece porque a corrente de saturação,  $I_s$ , também é dependente da temperatura.

Como resultado deste efeito, a queda de tensão em um diodo polarizado diretamente exhibe **um coeficiente térmico negativo!** Embora o coeficiente térmico do diodo varie entre os diferentes modelos teóricos, ele normalmente vale em torno de

$$\frac{dV_f}{dT} \approx -2.5mV/^{\circ}K \quad (8.8)$$

### 8.2.4 Tensão de ruptura

Uma característica importante dos diodos reais é a sua “voltagem reversa de ruptura” (em inglês, *reverse breakdown voltage*). Conforme indicado na Figura 8.11, a corrente reversa não se mantém constante e igual ao valor de saturação  $I_s$ . Para tensões negativas, cujo módulo é maior que a tensão de ruptura do diodo, a corrente aumenta, primeiro lentamente e depois abruptamente, com o aumento da tensão reversa. Obviamente, esta característica não está prevista nas Equações 8.1 e 8.5.

Quando uma corrente reversa maior que  $I_s$  flui através do diodo, dizemos que o diodo está em ruptura (ou em *breakdown*). Se a potência dissipada (isto é, o produto da corrente pela tensão no diodo, ambas reversas) for grande, e produzir calor suficiente, o diodo se destrói quando mantido em ruptura durante um tempo longo. Se a corrente de ruptura for limitada externamente, o diodo pode não se destruir, entretanto, repetidos ciclos poderão causar *stress* na junção do semicondutor degradando o diodo progressivamente. Devido a isso, diodos comuns, ao contrário dos diodos Zener que serão estudados adiante, não são projetados para operar na região de ruptura.

A tensão de ruptura vale tipicamente cerca de 75 V para diodos de sinal similares ao 1N4148 e cerca de 1000 V para diodos retificadores como o 1N4007.

### 8.2.5 Prática: A curva característica do diodo

Meça a resistência dos diodos 1N4148 e 1N4007 com o seu multímetro. Experimente com ambos, digital e analógico. Você deve notar uma pequena resistência com o multímetro conectado diretamente (terminal + do multímetro conectado ao anodo) e uma resistência alta na direção reversa. Este é um método prático para testar diodos. Em algumas escalas, o multímetro aplica uma voltagem insuficiente para polarizar o diodo e uma resistência alta deve ser observada em ambas direções. Verifique os valores de resistência medidos nas diferentes escalas do multímetro. Quando se trata de testar diodos, alguns multímetros possuem uma escala projetada especificamente para esta finalidade; verifique se este é o caso do seu multímetro e aprenda a utilizá-lo.

Utilize um diodo 1N4007 na montagem da Figura 8.12. O transformador é utilizado para produzir no secundário uma voltagem alternada (60 Hz) de amplitude 12 Vrms. Aqueça o diodo e determine qual o efeito da temperatura sobre a voltagem correspondente ao limiar de condução direta do diodo. Para melhor visualizar o efeito, amplifique as escalas x e y do osciloscópio para fazer um *zoom* em torno do limiar de condução do diodo. Compare o resultado obtido com aquele previsto pelas Equações 1 e 2. Seja cuidadoso: calor excessivo pode danificar o diodo - use um ferro de solda aquecido para tocar **brevemente** o diodo.

O sinal que eu gostaria que vocês observassem na tela do osciloscópio é aquele mostrado na figura 8.13. Entretanto, acho que isso não vai acontecer por diversos motivos. (1) Observe que o circuito

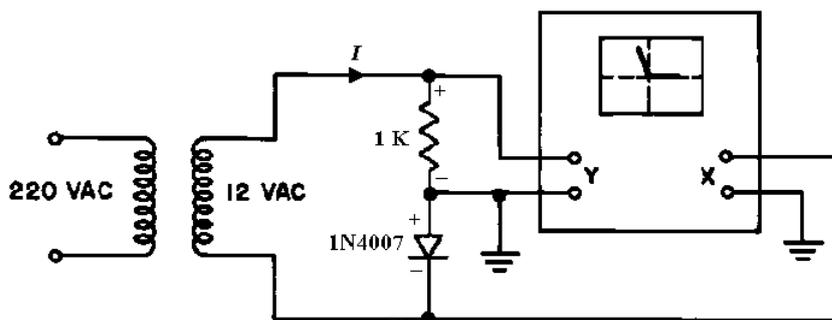


Figura 8.12: Circuito elétrico para levantar a urva característica de um diodo.

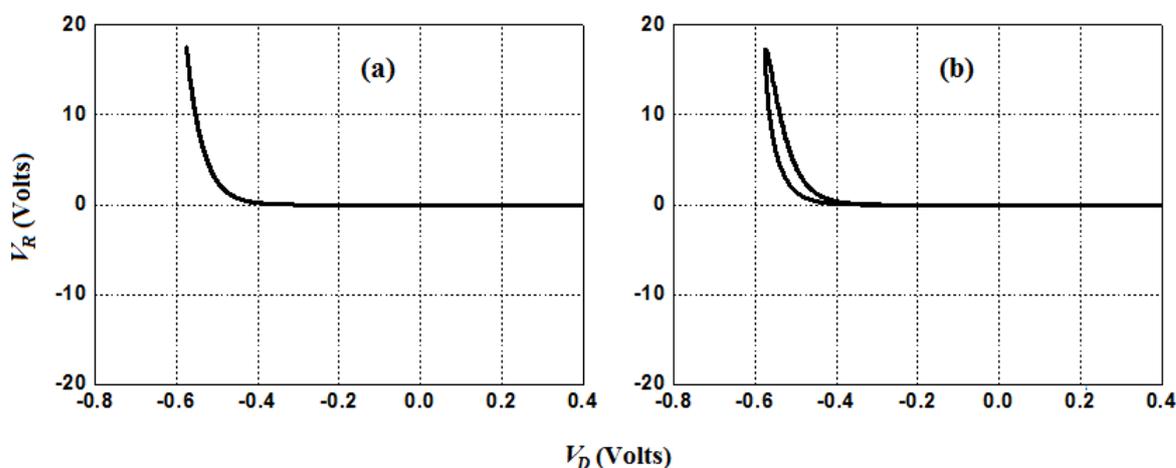


Figura 8.13: Curvas esperadas para o diodo: (a) sem “defeitos” e (b) com “defeitos”.

utilizado tem o terra entre os dois componentes que são aferidos. Portanto, as voltagens são medidas com polaridade invertida. Para que a figura coincida com a (a) será necessário usar o recurso do osciloscópio para inverter uma das entradas. (2) O gráfico é feito no modo XY, portanto o sinal deve descrever uma curva fechada. É possível que uma pequena diferença de fase entre os sinais  $V_x$  e  $V_y$  produza o efeito de um traço duplo como mostra o gráfico da Figura 8.13. Se acontecer algo semelhante com o seu experimento, primeiro verifique se as duas entradas do osciloscópio estão acopladas no modo DC (porque?). Se isso não resolver o problema verifique a sua montagem. Entretanto, se o efeito for pequeno, não se preocupe, isto é normal, porque pequenas defasagens podem ocorrer provocadas por cabos defeituosos ou por capacitâncias parasitas em montagens pouco profissionais.

## 8.3 Aplicações mais comuns dos diodos

### 8.3.1 Prática: Retificador de meia onda

Uma das principais utilidades do diodo é retificar voltagem alternada. Usando os terminais de um transformador ( $12V_{RMS}$ ) como uma fonte AC, construa os circuitos da Figura 8.14. Observe e copie as formas de onda de entrada e saída. Note que a parte positiva (ou negativa) da onda de entrada não está presente na saída.

### 8.3.2 Prática: Circuitos limitadores de tensão

O diodo conduz quando a diferença de potencial entre os seus terminais atinge cerca de 0.6 V. Quando uma tensão maior que 0.6 V é aplicada na entrada dos circuitos da Figura 8.15, o excesso ( $V_i - 0.6$ ) é dissipado no resistor  $R$ . Desta forma, o circuito (a) limita a tensão de saída em  $\pm 0.6 - 0.7$  V. Escolha um valor apropriado para  $R$  de tal forma que a corrente no diodo seja no máximo 5 mA quando  $V_i$  tiver a máxima amplitude possível. Verifique se as potências dissipadas no diodo e no resistor não ultrapassam o valor máximo nominal e observe o funcionamento dos três circuitos. Utilize para sinal de entrada,  $V_i$ , o seu gerador de áudio. Além do gerador, o circuito da Figura 8.15(b) utiliza também duas fontes DC simétricas de +5 V e -5V.

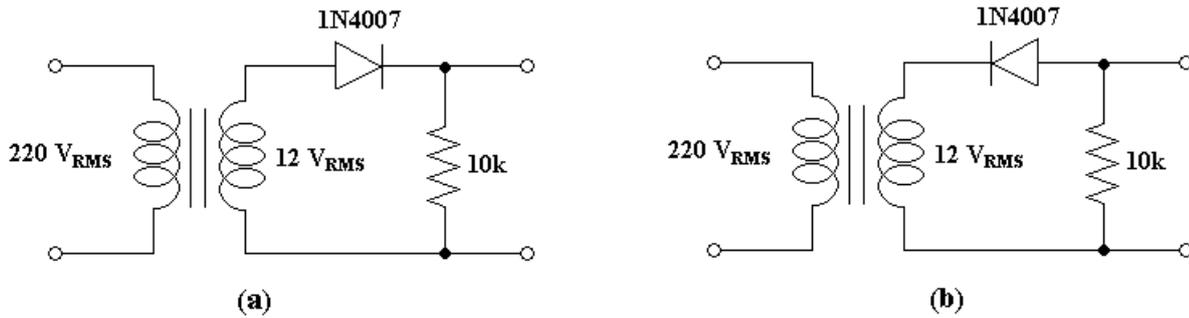


Figura 8.14: Retificador de meia onda.

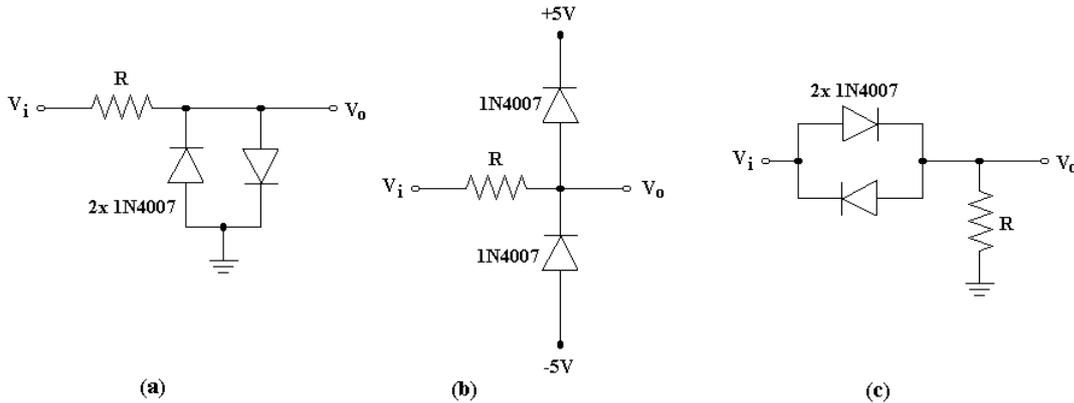


Figura 8.15: Limitadores de tensão.

Um comentário com relação à Figura 8.15(b) se faz necessário. Notem que este circuito pode ser redesenhado de outra forma alternativa, conforme mostra a Figura 8.16. Observem que são necessárias duas baterias para montar o circuito. Além disso, não é necessário que  $V_1$  e  $V_2$  estejam fixas em 5V. Varie  $V_1$  e  $V_2$  e verifique o efeito sobre  $V_o$ . Analise o sinal de saída quando a amplitude de  $V_i$  é (a) menor que ambos  $V_1$  e  $V_2$  e (b) maior que  $V_1$  ou  $V_2$ .

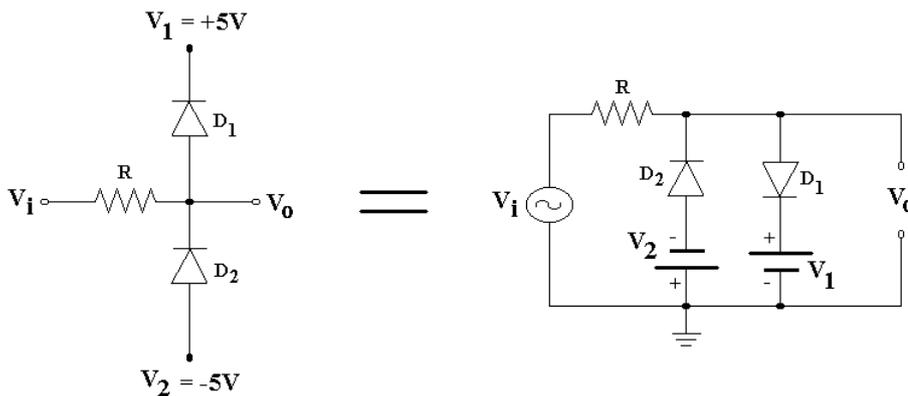


Figura 8.16: Circuito equivalente do limitador de tensão 8.15(b).

Outro comentário será necessário com relação ao circuito da Figura 8.15(c). Este circuito é um pouco menos intuitivo que os anteriores e por isso vou dar uma ajudinha; com uma explicação um pouquinho mais detalhada.

Este circuito deve executar a função de bloquear sinais de baixa intensidade (abaixo de  $\approx 0.5$  V) e ser transparente para sinais de alta intensidade (acima de alguns volts).

Por exemplo, quando este circuito é inserido na saída de um amplificador de tensão o efeito é o de “limpar” o sinal amplificado.

Quando a saída do amplificador é alta, o circuito de diodos não tem função e transmite o sinal sem quase deformá-lo. Quando a entrada do amplificador é nula, a sua saída contém apenas ruído (aquele familiar “chiiiiii”). Como o ruído tem baixa intensidade ele é bloqueado pelo circuito.

Para verificar o funcionamento do circuito crie uma situação parecida com aquela da Figura 8.17, na qual a tensão de entrada tem cerca de 1 Vp. Observe que o sinal de entrada é transmitido para a saída somente quando ele é maior que 0.5 V. A partir desta situação, diminua o sinal de entrada abaixo de 0.5 V e verifique que a saída fica anulada. Ao contrário, aumente a tensão de entrada para vários volts e observe que o sinal é transmitido e a sua deformação (que se observa em torno de 0 V) diminui com o aumento da tensão de entrada.

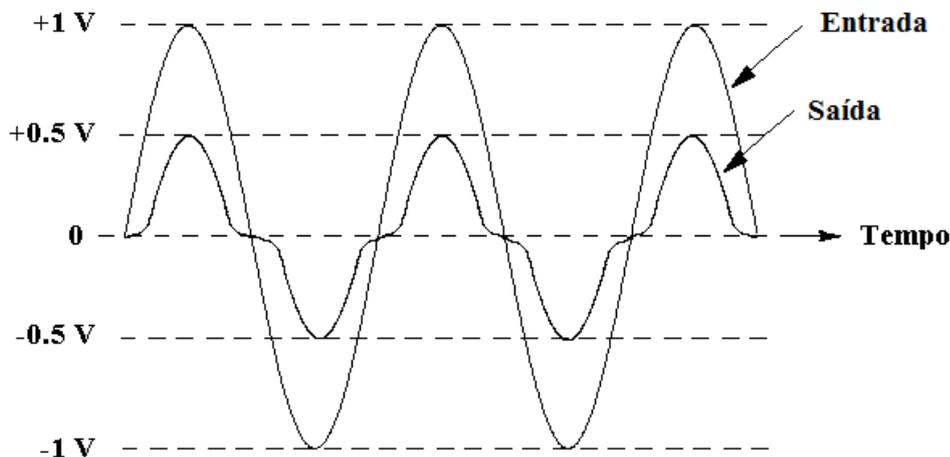


Figura 8.17: Aspecto típico da resposta do circuito da Figura 8.15(c).

### 8.3.3 Prática: Portas lógicas

Diodos podem ser utilizados na construção de portas lógicas, que são elementos básicos essenciais nos circuitos digitais. A Figura 8.18 mostra dois exemplos. Monte os dois circuitos e verifique o funcionamento. Como você poderia construir a porta AND?

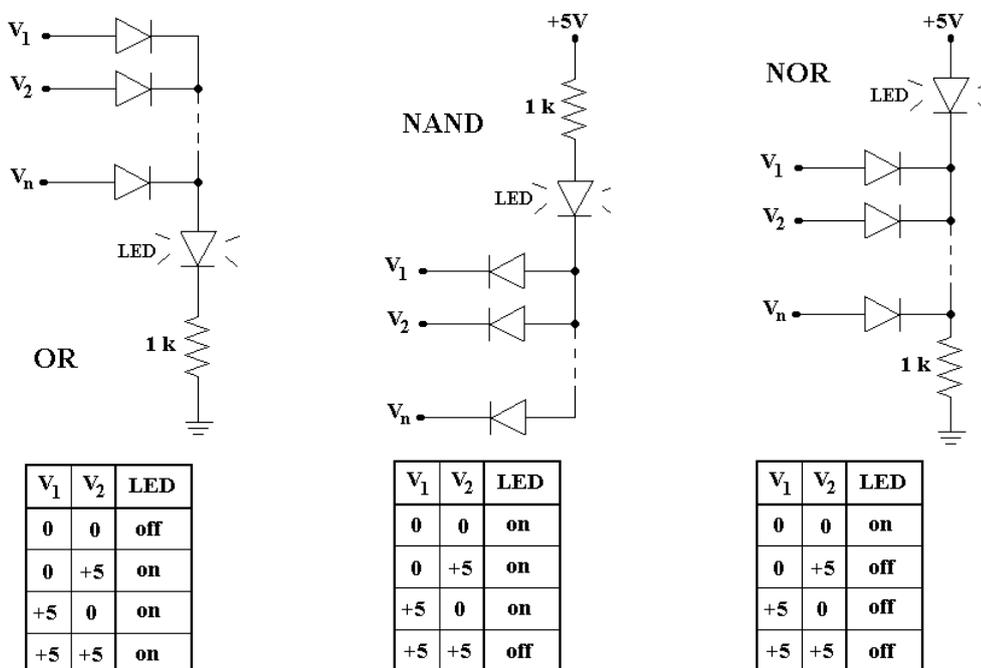


Figura 8.18: Portas lógicas.

Novamente, chamamos a atenção pela forma com que estes circuitos estão desenhados. Dúvidas naturais poderão surgir. Por exemplo: o circuito NAND não possui conexões a terra? Pois é claro que possui! Basta redesenhá-lo de outra forma, conforme mostrado na Figura 8.19. Nesta figura, S<sub>1</sub> e S<sub>2</sub> representam, simbolicamente, duas chaves que podem ser, independentemente conectadas em +5V ou terra. “Para um bom entendedor meia palavra basta”, por isso estas chaves não estão explicitamente desenhadas no esquema da Figura 8.18(b).

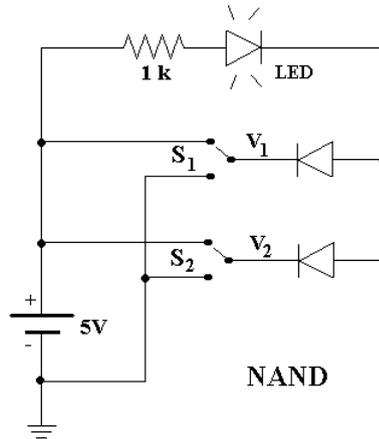


Figura 8.19: Circuito equivalente da porta lógica 8.18(b).

### 8.3.4 Condicionamento de sinais (*wave shaping*)

Limitadores de tensão podem ser utilizados para alterar e modelar formas de onda (em inglês, *wave shaping*). Por exemplo, circuitos similares ao da Figura 8.20 são comumente utilizados em geradores de sinais alternados, para formar ondas senoidais a partir de ondas triangulares.

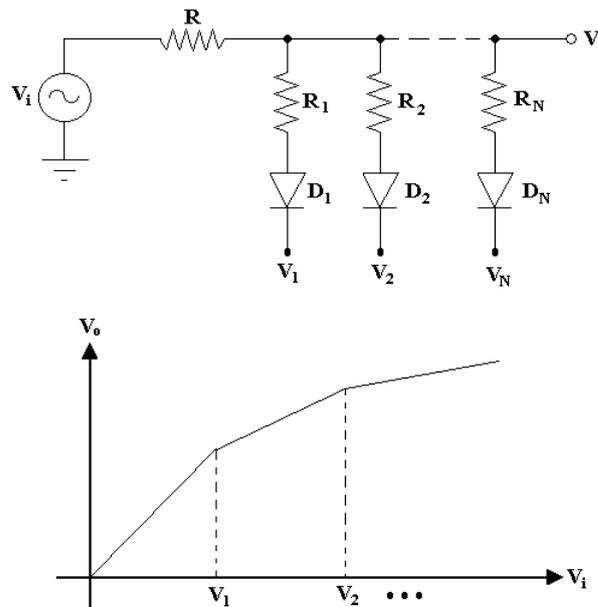


Figura 8.20: Circuito básico utilizado para *wave shaping*.

O princípio se baseia no fato de que um resistor apropriado em série com o diodo “ameniza” a ação do diodo, possibilitando que a condução ocorra somente quando a tensão de entrada atingir um determinado valor previamente estabelecido. Por exemplo, se  $V_1 = 0$  e  $(R + R_1) = 100 \Omega$ , será necessário ter  $V_1$  no mínimo igual a 1 V para que a corrente no diodo atinja 10 mA. Se  $V_1 = 0$  e  $(R + R_1) = 1 \text{ k}\Omega$ , a voltagem de entrada deve ser maior, 10 V, para que a mesma corrente seja produzida. Assim, a inclinação da curva  $V_o$  vs.  $V_i$  muda quando um dos diodos começa a conduzir. Na prática, vários diodos são conectados em paralelo e as voltagens de polarização, ou *bias* ( $V_1, V_2, \dots$ ) e resistores ( $R_1, R_2, \dots$ ) são ajustados apropriadamente, permitindo a aproximação da curva desejada. Em circuitos mais gerais, voltagens de polarização negativas, assim como diodos polarizados reversamente podem ser utilizados.

### 8.3.5 Chaveamento de cargas indutivas

Dispositivos eletromecânicos, como por exemplo relés, são utilizados como interruptores controlados eletricamente. A ação mecânica é normalmente gerada a partir do campo magnético criado por um solenóide. Considere o circuito da Figura 8.21(a). Um interruptor é utilizado para desligar a passagem

de corrente no indutor. Se a corrente for suficientemente alta quando o interruptor é desligado, surgirá um transiente no indutor que poderá provocar danos no interruptor.

Explique a origem deste efeito. O que isso tem a ver com a Lei de Faraday?

Este problema pode ser resolvido conectando um diodo em paralelo com o indutor, como mostra a Figura 8.21(b). Porque este truque resolve o problema? Com qual polaridade deve ser conectado o diodo? Porque? Quais as possíveis desvantagens deste circuito?

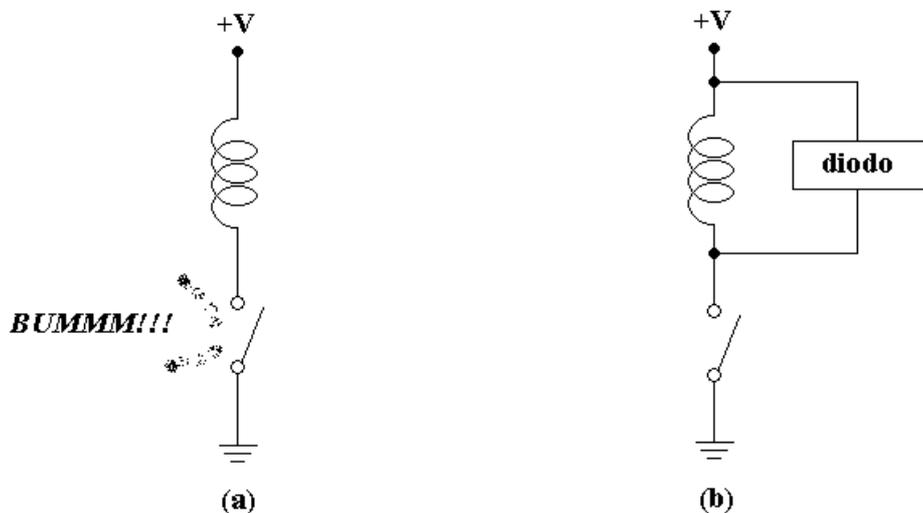


Figura 8.21: Chaveamento de cargas indutivas.

### 8.3.6 Prática: Filtros para corrente contínua

O circuito da Figura 8.22 é muito utilizado nas fontes de alimentação DC que serão estudadas no próximo capítulo. Monte o circuito, com  $V_i^o = 10\text{ V}$  e frequência 1 kHz. Imagine que o capacitor estava descarregado no momento em que o gerador foi ligado. Se  $V_i$  é uma onda senoidal o capacitor se carregará durante o primeiro semi-ciclo positivo até que sua diferença de potencial atinja  $V_i^o$ . Como o capacitor não tem por onde se descarregar, a tensão no capacitor permanece constante indefinidamente, e igual a  $V_i^o$ .

Quando o osciloscópio está conectado na saída, a sua resistência de entrada ( $1\text{M}\Omega$ ) serve como caminho para a descarga do capacitor, entretanto, o tempo de descarga será longo ( $RC = 0.47\text{ s}$ ).

Para visualizar este efeito faça uma demonstração simples. Diminua gradativamente a frequência, desde 1 kHz até cerca de 0.5 Hz, observando no osciloscópio as tensões de entrada e saída simultaneamente. Em 0.5 Hz você deverá observar na tela do osciloscópio o movimento sincronizado de dois pontos: um em movimento harmônico e o outro em decaimento exponencial. Vai observar que, quando os dois pontos se encontram, o segundo é sempre “empurrado” até o topo pelo primeiro. Ilustrativo, não é?

Repita o teste (de variar a frequência desde 1 kHz para baixo) conectando um resistor de  $10\text{ k}\Omega$  em paralelo com o capacitor. Observe que, neste caso, o capacitor se descarrega bem mais rápido.

As oscilações presentes na saída, causadas pela descarga do capacitor, são denominadas de *ripple* (em inglês) e serão estudadas no próximo capítulo.

Retire o resistor de  $10\text{ k}\Omega$  e, selecionando outras formas de onda (triangular, quadrada e senoidal, com e sem *offset*), observe no osciloscópio os sinais de entrada e saída simultaneamente. Convença-se que a função executada por este circuito é a de criar uma voltagem DC de valor igual à amplitude máxima positiva do sinal de entrada.

### 8.3.7 Prática: Circuito grampeador

Invertendo as posições do capacitor e diodo no diagrama da Figura 8.22, obtemos o circuito mostrado na Figura 8.23(a), denominado de “grampeador”. Se você entendeu o exemplo anterior fica fácil deduzir como o circuito grampeador funciona. Considere que  $V_i = V_i^o \text{sen}(\omega t)$ . Lembrando o exemplo anterior, a voltagem no capacitor é constante e igual a  $V_i^o$ . Portanto, a voltagem no diodo vale  $V_o = V_i^o \text{sen}(\omega t) \pm V_i^o$ . O sinal, positivo ou negativo, depende da polaridade do diodo. No caso mostrado na Figura 8.23(a), os picos negativos da tensão de saída ocorrerão sempre que  $\text{sen}(\omega t) = -1$  e, portanto, quando  $V_o = 0$ .

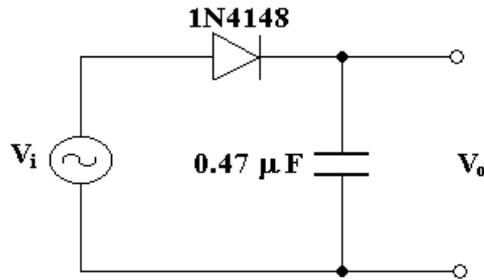


Figura 8.22: Filtro DC.

Então, concluímos que o circuito grampeador é útil para “grampear” um sinal AC em um dado nível DC e o circuito da Figura 8.23(a) grampeia o sinal de entrada em um potencial aproximadamente igual a zero.

Colocando uma bateria em série com o diodo, Figura 8.23(b), o potencial de grampeamento seria em torno da voltagem da bateria. Construa o circuito mostrado na Figura 8.23(a). Use na entrada uma onda senoidal na faixa de kHz, sem *offset* DC. Com o osciloscópio acoplado em DC, observe e copie as formas de onda de entrada e saída. O que acontece com a saída quando adicionamos um nível DC ao sinal de entrada? Analise e compreenda o funcionamento deste circuito.

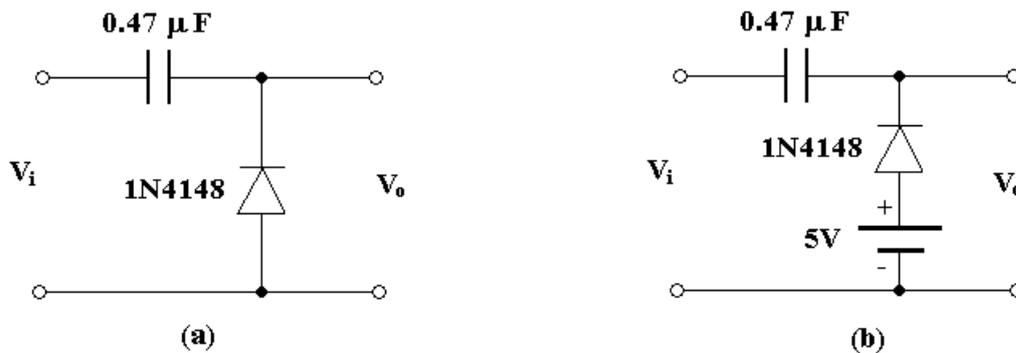


Figura 8.23: Grampeador.

### 8.3.8 Prática: Retificador duplicador de tensão

O circuito marcado pelo retângulo tracejado da Figura 8.24 é conhecido como um “retificador duplicador de tensão”. Observe que ele é composto de uma associação série dos dois circuitos estudados anteriormente, isto é, um circuito grampeador seguido de um filtro DC. Explique o funcionamento deste circuito.

Monte o circuito utilizando para  $V_i$  uma tensão senoidal de amplitude 5 V e frequência 100 Hz. O amperímetro A serve para medir a corrente RMS fornecida pelo gerador. Observe que a diferença de potencial na resistência de carga,  $R_L$ , será em torno de  $10 V_{DC}$ . Para evitar a formação de um *ripple* muito grande utilize para  $R_L$  um valor alto, por exemplo, 100 k $\Omega$ .

**Aviso:** observe que 100 k $\Omega$  é uma resistência alta se comparada com o valor da resistência interna da entrada do osciloscópio, portanto, leve este fato em consideração nos seus cálculos ou utilize uma ponta de prova 10 $\times$ .

O nome dado ao circuito vem justamente do fato de que uma tensão de entrada de amplitude igual a 5 V produz na saída uma outra com o valor duplicado, 10 V.

Existem variações deste circuito capazes de produzir triplicadores, quadruplicadores, ..., de tensão. Eles são muito úteis quando se necessita gerar altas tensões em situações em que o emprego de transformadores não é apropriado.

Neste contexto, este circuito pode ser considerado um “amplificador de tensão”. Todavia, é importante entender o que é que, na realidade, está sendo amplificado. Vamos ver! Qual é a potência dissipada na carga? Simplesmente:  $P_L = (10 V)^2 / 100 k\Omega = 1 mW$ . Na verdade, a queda de tensão nos diodos faz com que a tensão na carga seja menor que 10 V. Por isso, meça corretamente a tensão na carga e recalcule  $P_L$ . Com o auxílio do amperímetro, meça a corrente fornecida pelo gerador e calcule a potência

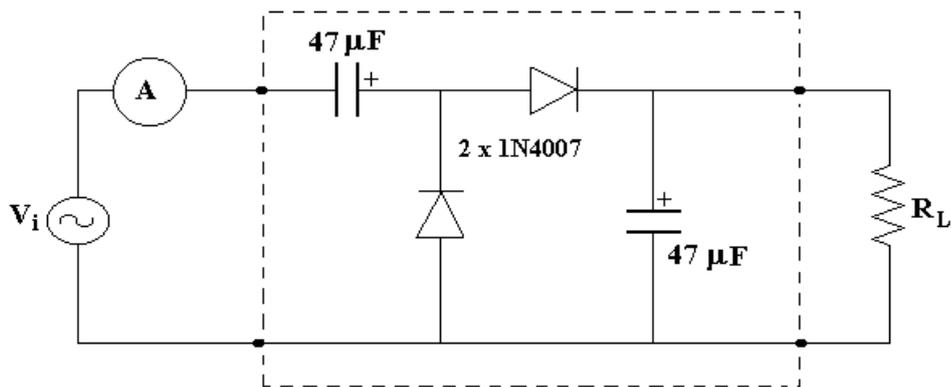


Figura 8.24: Duplicador de tensão.

média fornecida ao circuito duplicador+carga. Por potência média queremos dizer o produto da tensão e corrente RMS, isto é,  $P_i = V_{RMS}I_{RMS}$ , assumindo que a defasagem entre tensão e corrente é nula.

**Pergunta:** considerando a margem de erro experimental, a potência  $P_i$  que o gerador entrega ao circuito é diferente da potência  $P_L$  dissipada na carga?

Observe que este circuito produz uma tensão DC na saída quando uma tensão AC é aplicada na entrada; portanto, ele é um retificador AC-DC do tipo duplicador. É importante notar que o circuito não duplica uma tensão DC! Da mesma forma, ele não duplica uma tensão AC. Em outras palavras ele não pode ser usado no formato DC-DC ou AC-AC. Portanto, ele não é um amplificador linear.

## 8.4 O diodo Zener

Como já explicamos, a corrente reversa de um diodo real é pequena e permanece relativamente constante até que o valor absoluto da tensão exceda o ponto de ruptura. A partir deste ponto, qualquer pequeno aumento da tensão pode produzir um grande aumento da corrente, se esta não for limitada externamente. A ruptura de um diodo ocorre principalmente devido a dois fenômenos físicos: efeito da avalanche e o efeito de tunelamento. A ruptura por avalanche ocorre em diodos com tensões de ruptura acima de aproximadamente 5 V. Abaixo de 5 V os efeitos de tunelamento dominam as características da ruptura. De 5 a 8 volts, ambos fenômenos são significativos.

Os diodos denominados Zener (em homenagem a Clarence Zener, que foi o primeiro a sugerir uma explicação do fenômeno da ruptura) possuem um forte grau de dopagem em ambos lados da junção P-N. Tais dispositivos possuem uma curva característica similar à do diodo normal, conforme mostrado na Figura 8.25(a).

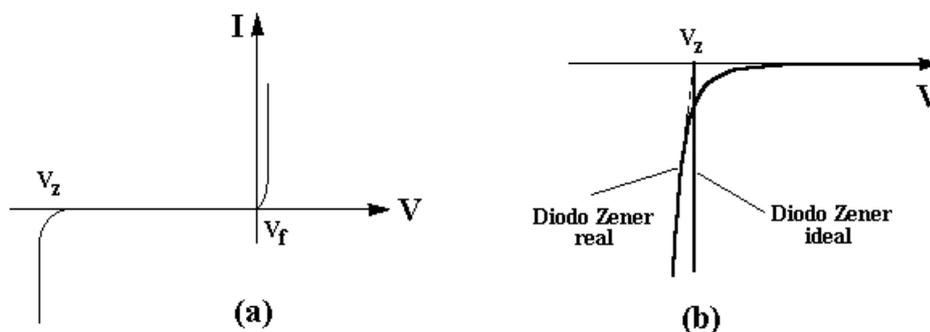


Figura 8.25: A ruptura do diodo Zener.

Do ponto de vista de suas aplicações em eletrônica, os diodos Zener diferem dos outros aqui já estudados em duas características principais.

- Os diodos Zener podem ser fabricados com tensões de ruptura específicas que variam desde 2 V até algumas dezenas de volts, com limites de corrente desde alguns miliamperes até amperes.
- Eles podem ser mantidos no estado de ruptura por tempo indeterminado (com correntes menores que o valor limite especificado pelo fabricante), sem que isso provoque a deterioração do dispositivo.

O símbolo e o circuito equivalente do diodo Zener estão mostrados na Figura 8.26. A voltagem  $V_z$  é a intersecção da reta tangente à curva característica no ponto de operação do diodo com o eixo das tensões e  $R_z$  é o valor da resistência dinâmica (coeficiente angular da reta tangente no ponto de operação).

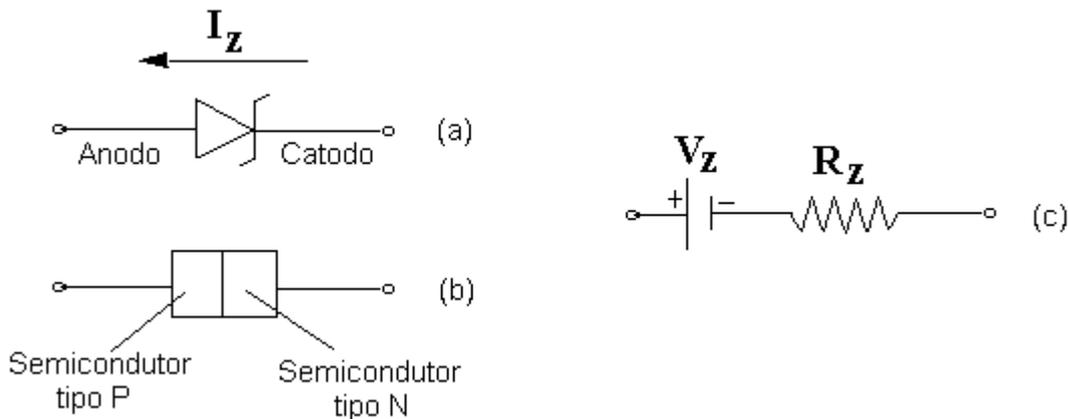


Figura 8.26: Símbolo esquemático do diodo e convenção de sinais.

**IMPORTANTE** - Os diodos Zener são comumente usados no modo de polarização reversa (com o anodo conectado ao pólo negativo da fonte de tensão). Nesta situação, a corrente  $I_z$  que flui no diodo não deve exceder o limite especificado pelo fabricante. Por exemplo, um diodo Zener de 5 V / 1 W pode suportar uma máxima corrente reversa igual a  $(1 \text{ W})/(5 \text{ V}) = 200 \text{ mA}$ .

A aplicação mais popular dos diodos Zener é estabelecer, em algum ponto específico do circuito eletrônico, uma voltagem constante DC, tanto para baixa corrente (referência de voltagem) como para alta corrente (fontes de alimentação). Nas fontes de alimentação mais comuns, o diodo Zener pode ser substituído por dispositivos mais complexos e eficientes. Este é o caso dos reguladores de tensão, que são dispositivos de três terminais, internamente constituídos de dezenas de componentes (incluindo Zeners e transistores) e relativamente baratos. Eles oferecem uma regulação de tensão superior ao diodo Zener e, freqüentemente, possuem circuitos internos de proteção contra sobre-corrente e circuitos de compensação às variações térmicas.

#### 8.4.1 Prática: Referência de tensão

Usando o diodo Zener 1N751A (5V1), construa o circuito da Figura 8.27. Note o direcionamento do diodo. Considerando que a máxima potência que pode ser dissipada pelo Zener é de 400 mW, calcule qual é o menor valor do resistor que pode ser conectado em série ao diodo para que o mesmo não se danifique. Observe a tensão de saída conforme a voltagem da fonte varia desde 0 até 15 volts. Qual é o máximo valor de  $V_o$ ? Esta é a tensão de ruptura do Zener. Inverta a polaridade do diodo. Qual é a máxima tensão de saída? Esta é a queda de tensão direta.

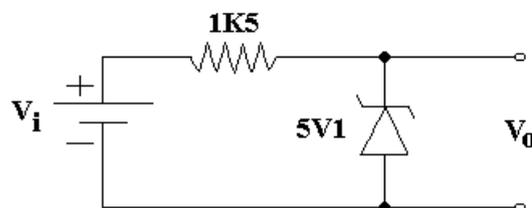


Figura 8.27: Referência de tensão.

#### 8.4.2 Prática: Proteção contra sobre-voltagem

Diodos Zener podem ser utilizados em circuitos AC para limitar a voltagem pico a pico. Construa o circuito da figura 8.28. Observe a entrada e a saída no osciloscópio conforme você varia a amplitude da onda senoidal, desde 0 V até o máximo. Qual é o valor pico a pico máximo da tensão de saída? Porque?

Observe que este circuito tem exatamente o mesmo comportamento que o da Figura 8.15(b), com a diferença que este não necessita das duas fontes de alimentação  $\pm 5 \text{ V}$ .

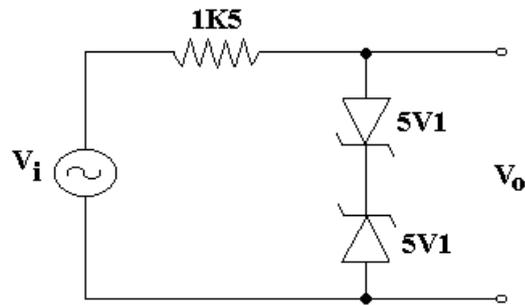


Figura 8.28: Proteção contra sobre-voltagem.

## 8.5 Um diodo “iluminado”: o LED

Os dispositivos óticos desempenham um papel muito importante na eletrônica moderna. Este capítulo introduz apenas um dos componentes opto-eletrônicos mais utilizados.

Quando uma corrente elétrica flui através do LED (em inglês, *light emitting diode*) ocorre emissão de luz, cuja intensidade está relacionada com a quantidade de corrente. Enquanto que as lâmpadas incandescentes possuem uma resposta muito lenta, os LEDs têm um tempo de chaveamento muito curto, da ordem de micro-segundos. Esta propriedade torna o LED um elemento ideal para transmitir informações, digitais ou analógicas, através de meios óticos. O LED é frequentemente utilizado como um indicador luminoso, sendo bem mais eficiente que as lâmpadas incandescentes.

Analogamente ao diodo normal, a curva V-I de um LED é também uma exponencial. A queda de tensão direta no LED vermelho é aproximadamente 2 volts, em vez de 0.6 volts que é o caso dos diodos de silício típicos.

### 8.5.1 Prática: LED

Considere o circuito da Figura 8.29. Utilize um LED vermelho. Um resistor é conectado em série com o LED para limitar a corrente. Uma corrente entre 10 a 15 mA é suficiente para produzir uma alta luminosidade, sem perigo de danificar o dispositivo. É simples calcular o valor do resistor. Considerando que sobre o LED temos uma queda de tensão de **2 volts**, os restantes 13 volts devem aparecer no resistor. Para que a corrente seja de 10 mA, devemos ter  $R = 13/0.01 = 1300 \Omega$ . Qual é a potência dissipada no resistor?  $P = VI = 13 * 0.01 = 130 \text{ mW}$ , portanto, um resistor de 1/4 W poderia operar sem se aquecer demais.

Construa o circuito e meça a corrente e a tensão no LED. Observe que, conforme a tensão da bateria aumenta, também aumenta a corrente e tensão no LED. Entretanto, quando a corrente atinge alguns mili-amperes, a tensão no LED atinge cerca de 2 V e se satura.

O valor de 2 V sobre o LED não é verdade para todos os tipos. Para verificar este fato, repita o experimento utilizando LEDs de outras cores: amarelo, verde, azul e branco.

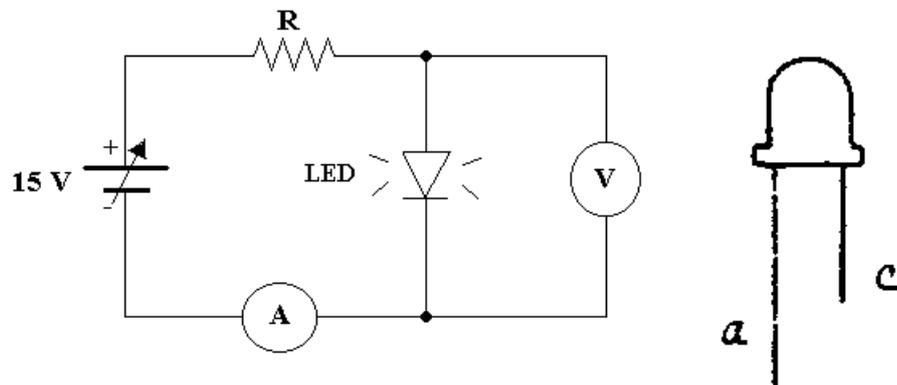


Figura 8.29: O LED.

### 8.5.2 Demonstração: um LED em 220 Vrms

Considere o circuito da Figura 8.30. Assumindo que a corrente no LED deve ser de no máximo 10 mA RMS, determine o valor de  $R$  para que o LED acenda (sem se queimar). Qual a potência que vai ser dissipada no resistor? Qual resistor você vai usar? O gerador a ser utilizado é a tomada de 220 V do laboratório. Lembre-se que ela representa uma tensão senoidal de amplitude  $220\sqrt{2} = 310\text{ V}$ , portanto, uma tensão relativamente alta e, pior que isso: com alta capacidade de fornecimento de corrente, pois, o disjuntor da sua bancada de trabalho somente vai interromper o fluxo de energia quando a corrente ultrapassar 20 A, ou seja,  $220 \times 20 = 4400\text{ W}$ . Portanto, este gerador tem capacidade para derreter a sua placa de montagens e muito mais que isso!

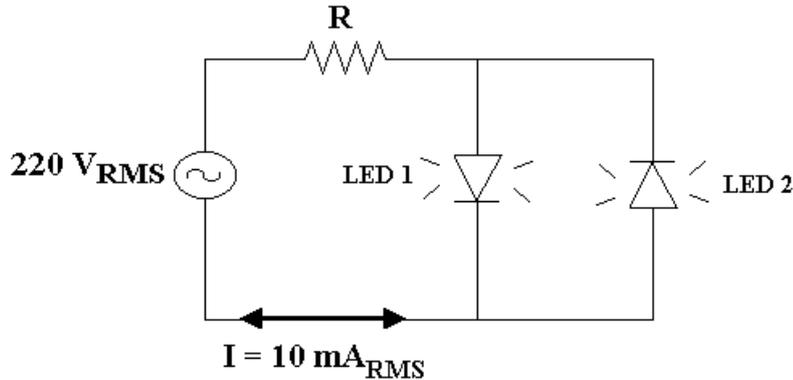


Figura 8.30: O LED na tomada de força.

Por este motivo, não é aconselhável utilizar a placa de montagens para este serviço (ela é muito delicada e muito utilizada, portanto bastante susceptível a defeitos que poderiam provocar um curto-circuito). Faça uma montagem no estilo que os técnicos de eletrônica chamam de “pindureba”. Neste caso, uma pindureba é uma montagem temporária, porém segura, feita apenas com a finalidade de testar o circuito. Por segurança, aconselha-se ter os componentes firmemente soldados. Peça ajuda a alguém mais experiente para realizar esta montagem.

**ATENÇÃO:** Porque o circuito sugerido tem 2 LEDs em paralelo e em sentidos opostos?

Quando o LED estiver polarizado diretamente, um resistor em série pode limitar a corrente para cerca de 10 mA, o que mantém uma ddp de aproximadamente 2 V entre os terminais do LED. O problema é quando o LED estiver polarizado reversamente! Neste caso a ddp nos seus terminais poderá exceder o limite máximo estipulado para sua tensão reversa que, normalmente, é cerca de alguns volts. Por isso, é recomendável que você utilize dois LEDs em paralelo como mostra a Figura 8.30. Desta maneira, a ddp em cada LED nunca vai exceder cerca de 2 V.

Porem se, por algum motivo, um dos dois LEDs se queimar (abrindo o circuito) ...

O que você acha que vai acontecer?

## Capítulo 9

# Retificadores e reguladores de tensão

Uma das aplicações mais conhecidas dos diodos é a retificação de sinais alternados. Um circuito retificador é aquele que pode converter um sinal alternado (voltagens que se alternam positiva e negativamente com relação a um potencial de referência) em um sinal unipolar (somente positivo ou negativo com relação ao mesmo potencial de referência).

### 9.1 Retificador de meia onda

O circuito da Figura 9.1 mostra um retificador simples, também chamado de retificador de meia-onda. O sinal de entrada,  $V_i(t)$ , é uma voltagem senoidal e  $V_o(t)$  é a saída retificada. O circuito é chamado de retificador porque a corrente circula pelo resistor de carga  $R_c$  em um único sentido, que coincide com o indicado pela seta.

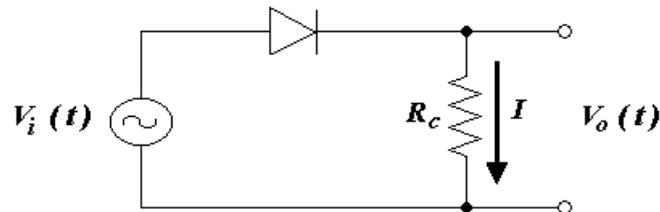


Figura 9.1: Um simples retificador de tensão.

Como vimos no capítulo anterior, o diodo é um elemento não linear: a dependência da corrente que o atravessa é uma função exponencial da diferença de potencial entre os seus terminais. No caso do circuito da Figura 9.1, o cálculo matemático exato de  $V_o(t)$  se torna um pouco trabalhoso se levarmos em conta esta dependência exponencial. Para simplificar o problema, utilizaremos os modelos simples que definimos anteriormente.

De acordo com o modelo 1, um diodo não conduz quando polarizado reversamente ( $V_i < 0$ ) logo, nesta situação, a tensão de saída deve ser nula pois, se não há corrente, a diferença de potencial nos terminais do resistor é nula. A condução do diodo ocorre apenas quando  $V_i > 0$  e, sendo que a sua resistência interna é nula (de acordo com o modelo 1), a tensão de saída é igual à da entrada. A Figura 9.2 exemplifica a resultado que se obteria para a voltagem de saída,  $V_o(t)$ , quando a entrada,  $V_i(t)$ , é uma onda senoidal de 3 Vrms.

De acordo com o modelo 2 a análise do circuito é mais realista, porem, um pouco mais complexa. Por este modelo, um diodo não conduz quando polarizado reversamente ( $V_i < 0$ ) e, também não conduz quando polarizado diretamente ( $V_i > 0$ ) se a tensão entre os seus terminais for menor que a sua tensão de polarização direta ( $V_f \approx 0.5 - 0.8$  V). A condução do diodo ocorre apenas quando  $V_i > V_f$ .

A Figura 9.3 mostra a voltagem de saída,  $V_o(t)$ , obtida quando a entrada é uma onda senoidal de 3 Vrms. Observe que a saída é retificada (sempre positiva) e ligeiramente “atenuada” com relação a  $V_i(t)$  por uma quantidade  $-V_f$ . Em grande parte das aplicações, a amplitude de  $V_i(t)$  é muito maior que  $V_f$  e esta atenuação pode ser ignorada; por exemplo, no caso em que  $V_i = 20$  Vrms e  $V_f \approx 0.7$  V.

É importante notar que, devido à tensão de polarização direta do diodo ( $V_f$ ), um circuito retificador como o da Figura 9.1 não deve funcionar (ou seja, retificar) sinais alternados de pequena amplitude. Por exemplo, o circuito da Figura 9.1 não serve para retificar uma onda senoidal de amplitude 100 mV. Neste caso, é fácil notar que o diodo nunca estaria em condução e a saída resultaria constantemente nula. Para

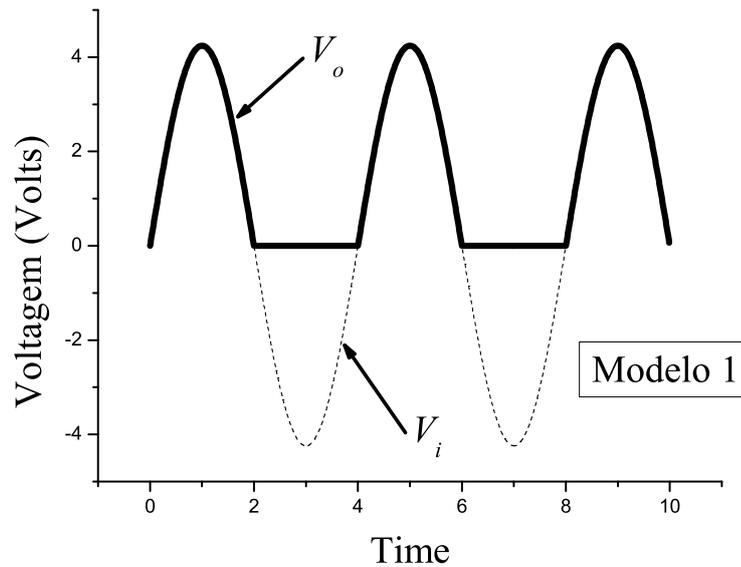


Figura 9.2: Resposta do retificador simples de acordo com o modelo 1.

estas aplicações, existem outros circuitos mais elaborados, baseados na realimentação de amplificadores operacionais; assunto este que será abordado mais adiante.

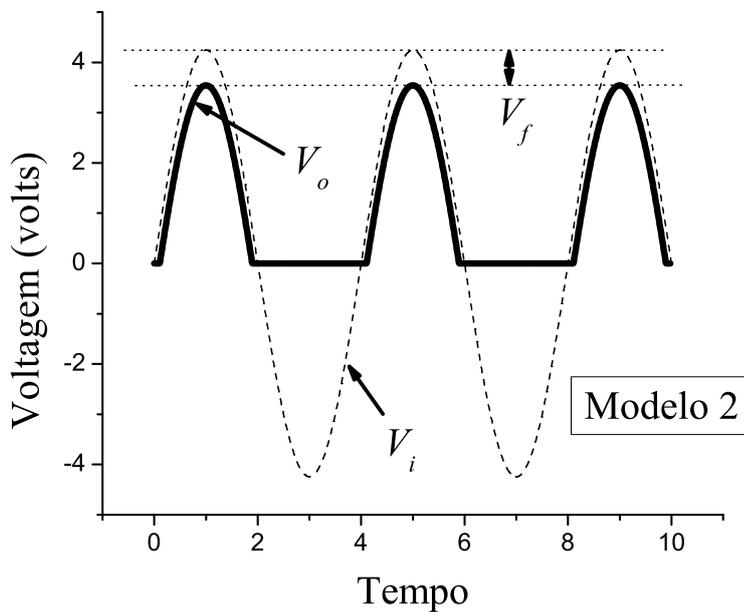


Figura 9.3: Resposta do retificador simples de acordo com o modelo 2.

## 9.2 Retificador de onda completa

O retificador de onda completa mais comum emprega um circuito formado por quatro diodos, denominado de “ponte retificadora” (ver a Figura 9.4). Na prática, a ponte retificadora pode ser adquirida comercialmente como um único dispositivo de quatro terminais.

Para entender o funcionamento deste retificador vamos considerar as duas situações exemplificadas na Figura 9.5. Nelas, uma bateria é utilizada para alimentar o circuito formado pela ponte retificadora e carga. Observe que o formato usual de desenhar a ponte é parecido com o da ponte de Wheatstone.

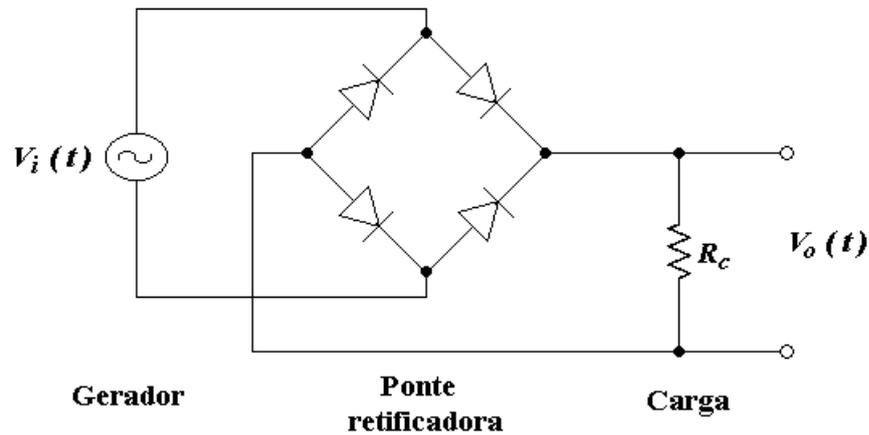


Figura 9.4: Retificador de onda completa.

A única diferença entre as duas situações mostradas na Figura 9.5 é a polaridade da bateria. Em linha cheia mais intensa está mostrado o trajeto da corrente em cada um dos dois casos.

Observe que, em qualquer instante de tempo, somente dois diodos conduzem simultaneamente. Quando o terminal superior da bateria é positivo, Figura 9.5(a), somente os diodos  $d_1$  e  $d_3$  conduzem. Por outro lado, quando o terminal inferior da bateria é positivo, Figura 9.5(b), somente os diodos  $d_2$  e  $d_4$  conduzem. O importante é notar que, em qualquer uma das duas situações, o fluxo de corrente no resistor de carga é sempre na mesma direção!

**A voltagem no resistor de carga tem sempre a mesma polaridade:  
positiva no terminal da direita com relação ao da esquerda.**

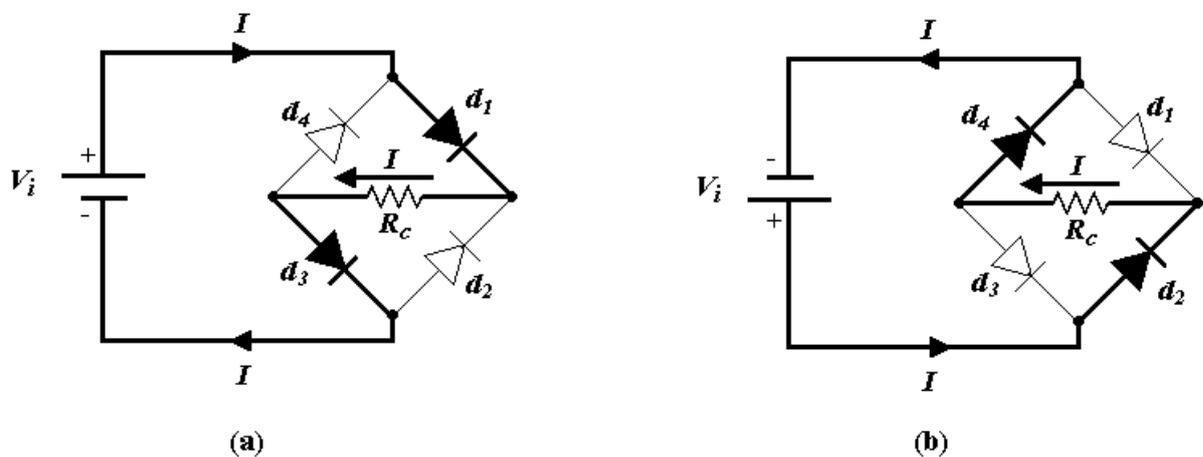


Figura 9.5: Caminho percorrido pelas correntes no retificador de onda completa.

### 9.2.1 Vantagens e desvantagens do retificador em ponte

O fato de existirem sempre dois diodos conduzindo representa uma desvantagem do retificador em ponte, pois, usando o mesmo raciocínio que na análise do retificador de meia onda, concluímos que a queda de tensão entre  $V_o$  (que é igual à voltagem no resistor de carga) e  $V_i$  será agora de  $(0.7+0.7) \text{ V} = 1.4 \text{ V}$ . O gráfico da Figura 9.6 mostra a voltagem de saída do retificador em ponte para quando  $V_i$  é uma onda senoidal de  $3 \text{ V}_{\text{rms}}$ .

Por outro lado, o fato do retificador de onda completa produzir saída não nula nos dois meio-ciclos do sinal de entrada o torna “mais energético” que o retificador de meia-onda. Isto é, matematicamente, o valor rms de  $V_o$  é maior no caso de um retificador de onda completa, comparado com o de meia-onda.

Novamente, chamamos a atenção ao fato de que a atenuação entre  $V_o$  e  $V_i$ , que neste caso vale  $2V_f \approx 1.4 \text{ V}$ , pode ser pequena se comparada com  $V_i$  na maioria das situações práticas.

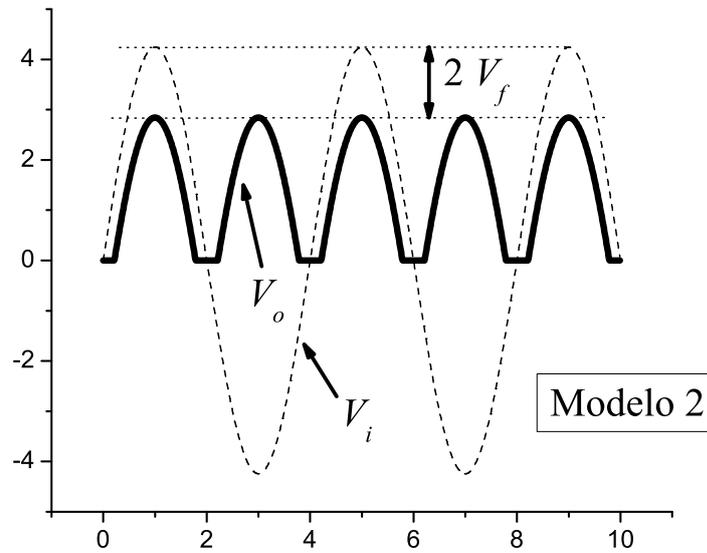


Figura 9.6: Resposta do retificador de onda completa de acordo com o modelo 2.

Uma outra desvantagem do retificador em ponte é que a saída, entre os terminais do resistor de carga, não possui um terminal comum com a entrada  $V_i$ . Nesta situação, em também em outras similares, é dito que a saída é flutuante. Isto dificulta um pouco a implementação deste retificador em circuitos onde as tensões de entrada e saída devem ser referenciadas a um potencial comum, normalmente aterrado.

### 9.2.2 Retificador de onda completa com 2 diodos

As pequenas desvantagens apresentadas pelo retificador em ponte (condução simultânea de dois diodos e saída flutuante) podem ser eliminadas no circuito retificador de onda completa mostrado na Figura 9.7. A característica principal deste retificador é que ele utiliza apenas dois diodos e um transformador especial, que possui uma derivação central no secundário (derivação esta denominada em inglês por *center tap*).

Como é evidente, este circuito pode ser montado com apenas dois diodos (em vez de quatro, como no caso da ponte). Olhando do ponto de vista econômico esta característica pode ser uma desvantagem, pois, normalmente, os dois diodos economizados custam bem menos do que o transformador! Porém, do ponto de vista do seu desempenho ele é melhor que o anterior porque, como veremos a seguir, somente um diodo conduz em cada meio ciclo do sinal de entrada e, portanto, a queda de tensão na saída é apenas igual a  $V_f \approx 0.7$  V, isto é, metade da queda observada no retificador em ponte.

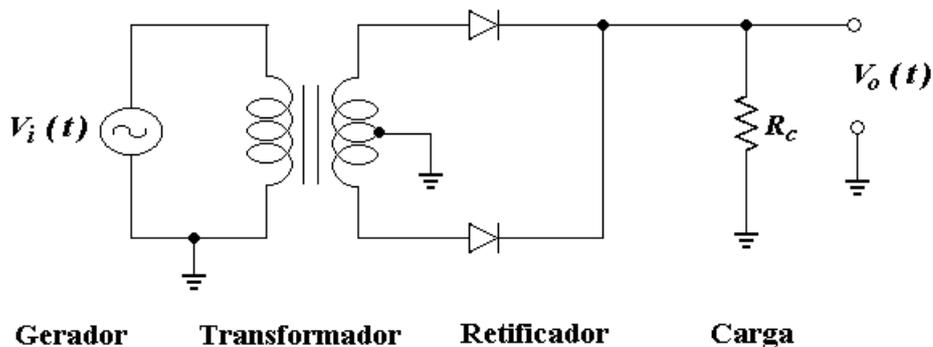


Figura 9.7: Retificador de onda completa usando um transformador com derivação central.

Note que a derivação central do transformador está aterrada e, também, a saída é tomada com relação a este mesmo potencial de terra. Portanto, a saída medida entre os terminais do resistor de carga possui um terminal aterrado, o que pode facilitar a implementação deste retificador em diversas aplicações

práticas. Caso seja útil, pode-se também aterrar qualquer uma das saídas do gerador (ou não!). Esta é a segunda vantagem deste tipo de retificador.

Análise o circuito da Figura 9.7 e tente entender por si mesmo como ele funciona. A análise fica mais fácil se você redesenhar o circuito da maneira que está na Figura 9.8. Lembre-se que o transformador é utilizado para produzir, no seu secundário, duas voltagens complementares de mesma amplitude e com polaridades conforme indicadas na figura, correspondentes a cada meio ciclo de  $V_i$ . Observe que, para cada uma das polaridades indicadas, somente um dos diodos está conduzindo e a condução se faz através de somente metade das espiras do secundário do transformador. Como no caso anterior, o circuito é retificador porque a corrente no resistor de carga flui sempre na mesma direção.

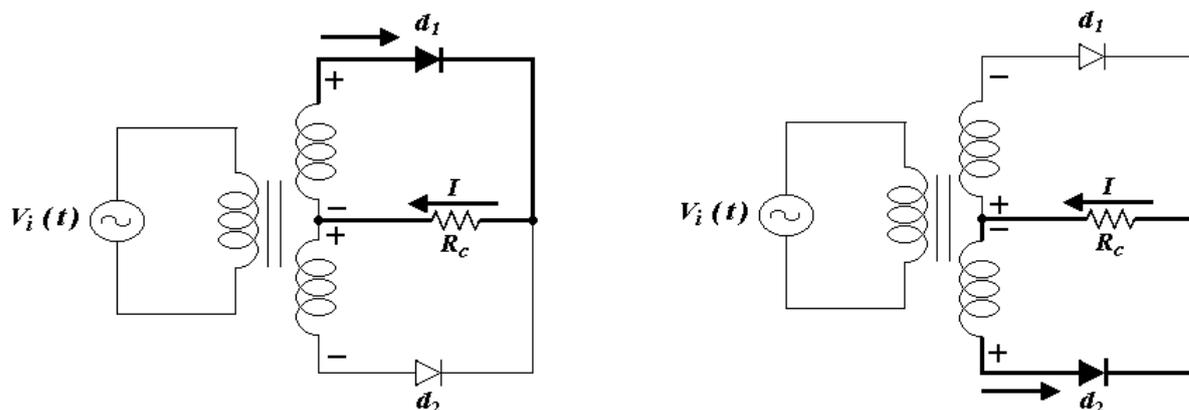


Figura 9.8: Caminho percorrido pelas correntes no retificador de onda completa que usa um transformador com derivação central.

### 9.3 Fontes de corrente contínua

Se incluirmos um capacitor de valor apropriado em paralelo com o resistor de carga no circuito da Figura 9.4, teremos construído uma fonte de tensão contínua,  $V_o(t)$ , a partir de uma fonte alternada,  $V_i(t)$ . O esquema está mostrado na Figura 9.9.

O capacitor atua como um reservatório de carga, mantendo a saída  $V_o(t)$  em um nível quase constante. Para entendermos como isto é possível, observe que a polaridade dos diodos da ponte faz com que a corrente tenha somente o sentido indicado pela seta. Logo, o capacitor pode ser carregado durante o primeiro meio ciclo do sinal de entrada, até atingir uma tensão máxima que vale  $(V_i^{max} - 1.4 \text{ V}) \approx V_i^{max}$ .

No esquema mostrado, o capacitor se carrega com carga positiva na sua placa superior. Observe também que, uma vez carregado, o capacitor não tem por onde se descarregar, a não ser através do resistor de carga. Sendo que os diodos  $d_1$  e  $d_2$ , ou  $d_3$  e  $d_4$ , se tornam polarizados reversamente, o capacitor não consegue se descarregar através da ponte de diodos.

Lembramos que o capacitor atua como um filtro e este circuito, constituído por diodo e capacitor, já foi estudado na seção 8.3.6.

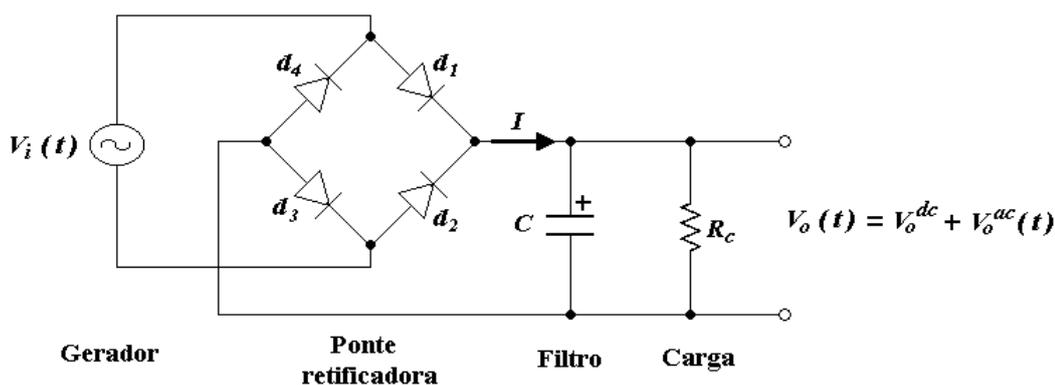


Figura 9.9: Fonte de tensão com ponte de diodos e capacitor.

A dinâmica do processo de retificação e filtragem está esquematizada na Figura 9.10. A tensão  $V_o$  no gráfico (b) representa a saída da ponte na ausência do capacitor  $C$ .

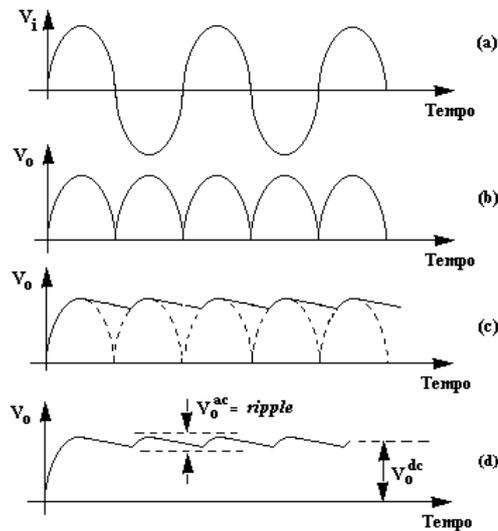


Figura 9.10: Comportamento da fonte de tensão contínua e definição do *ripple*.

Quando o capacitor é conectado, a saída se torna parecida com aquelas dos gráficos (c) e (d). Nota-se, na Figura 9.10(c), que no primeiro meio ciclo de  $V_o$ , ou no primeiro quarto de ciclo de  $V_i$ , o capacitor se carrega até a tensão máxima. Terminado o primeiro meio ciclo de  $V_o$ , esta tensão tende a diminuir, entretanto, se a resistência da carga for grande, o capacitor não consegue se descarregar totalmente e, como consequência, a queda de tensão na saída será parcial. No segundo meio ciclo de  $V_o$ , o capacitor recupera a carga perdida e a tensão de saída aumenta novamente até o seu valor máximo, e este processo se repete indefinidamente.

Os diodos da ponte conduzem somente durante curtos intervalos de tempo, nos quais o nível do sinal de entrada fica acima de  $V_o$ , entre dois semiciclos subsequentes. Isto produz surtos de corrente (fornecida pelo gerador) que podem alterar a forma de onda da tensão na saída do gerador, se a sua impedância de saída for alta.

O tempo característico de descarga do capacitor  $C$  através do resistor de carga  $R_c$  é igual ao produto  $R_c C$ , portanto, quanto maior forem os valores de  $R_c$  e  $C$ , menor será a perda de carga do capacitor e menor será a variação da tensão de saída. Na prática, o valor da resistência da carga é definida pelo projeto do circuito externo que vai ser conectado na saída da fonte e, portanto, pode ter qualquer valor, a priori. Por este motivo, procura-se utilizar capacitores de filtragem de alta capacitância (na faixa de centenas de microfarads) de tal forma que, mesmo para resistências de carga relativamente pequenas (na faixa de centenas de Ohms), a variação da tensão de saída seja pequena.

Quando o capacitor consegue manter a sua carga total armazenada, dizemos que a saída da fonte é contínua (dc). Na prática, isto nunca ocorre porque o circuito de carga sempre possui uma resistência de entrada finita. Logo, superposto ao sinal dc, a saída tem sempre uma componente ac, que corresponde à variação da carga do capacitor. A componente ac na saída da fonte é denominada em inglês por *ripple*. Assim, o desempenho de uma fonte pode ser medido pelo seu fator de *ripple*, que é definido pela razão entre a amplitude pico-a-pico do *ripple* (componente ac) pelo valor da voltagem média na saída (componente dc), isto é:

$$r = 100 \frac{V_o^{ac}}{V_o^{dc}} \quad (\text{em } \%) \quad (9.1)$$

### 9.3.1 Prática: fonte de alimentação dc

Construa o circuito da Figura 9.11 e observe o seu funcionamento. Por enquanto não conecte o capacitor  $C$  e a resistência de carga  $R_c$ . O resistor de valor igual a 100k completa o circuito na ausência de  $R_c$  e  $C$ . Denominamos a tensão de saída do circuito neste estágio da montagem por  $V_o^a$ . Note que não existe uma conexão comum entre  $V_i$  e  $V_o^a$  - **portanto não conecte estas duas tensões simultaneamente no osciloscópio**.

Note que a forma de onda na saída,  $V_o^a$ , é positiva, conforme está mostrado na Figura 9.10(b). Usando um filtro R-C passa baixa, a componente ac da onda retificada pode ser filtrada (ou eliminada). Isto pode ser realizado conectando o capacitor  $C$  na saída. O capacitor se carregará rapidamente pela saída

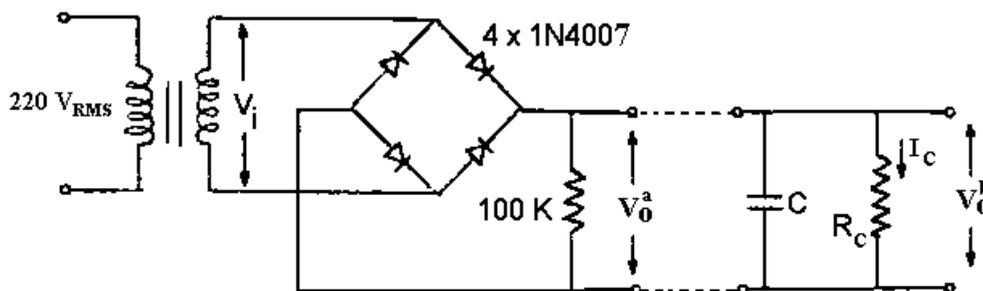


Figura 9.11: Prática: Fonte de alimentação dc.

da ponte de diodos e descarregará lentamente através da resistência de carga  $R_c$ . Note que o capacitor não pode se descarregar através da ponte de diodos.

Conecte na saída da ponte um capacitor eletrolítico,  $C = 50 \mu\text{F}$ , como mostra a Figura 9.11 (mas, observe cuidadosamente com qual polaridade ele deve ser conectado). Não é necessário conectar o resistor de carga, pois o resistor de 100k o substitui. Observe no osciloscópio (modo DC) o sinal de saída  $V_o^b$  e meça a voltagem constante  $V_o^{dc}$ . Depois, com o osciloscópio no modo AC, aumente a sensibilidade da escala de voltagens e meça  $V_o^{ac}$ . Considere que  $V_o^b = V_o^{dc} + V_o^{ac}$ , ou seja, que a saída  $V_o^b$  é constituída pela soma de um sinal alternado,  $V_o^{ac}$ , e de um sinal contínuo  $V_o^{dc}$ . Compare os resultados com a Figura 9.10(d).

Quais são os valores das voltagens de saída,  $V_o^{dc}$  e  $V_o^{ac}$ , quando a resistência de carga não está presente ( $R_c = \infty$ ) e quando  $R_c = 1\text{k}$  e  $10\text{k}$ ? Mantendo a resistência de carga igual a  $1\text{k}$ , meça a amplitude pico-a-pico do *ripple* para capacitores de  $50 \mu\text{F}$  e  $500 \mu\text{F}$ .

Determine, a partir dos dados obtidos anteriormente, o fator de *ripple* da fonte esquematizada na Figura 9.11, com  $C = 50 \mu\text{F}$ ,  $500 \mu\text{F}$  e  $R_c = \infty$ ,  $100\text{k}$ ,  $10\text{k}$  e  $1\text{k}$ .

### 9.3.2 Prática opcional: fonte dc com retificador de meia onda

Monte uma fonte de alimentação similar a da Figura 9.11, porém, utilizando um retificador de meia onda. Observe o comportamento da fonte para alguns valores de capacitância e resistor de carga. Note que, neste caso, a frequência do *ripple* é de 60 Hz e a sua amplitude é maior. Observe que, quando se utiliza retificador de onda completa, a frequência do *ripple* é de 120 Hz, isto é, o dobro da frequência da rede de alimentação. O que você pode concluir a respeito da fonte que utiliza retificadores de meia onda?

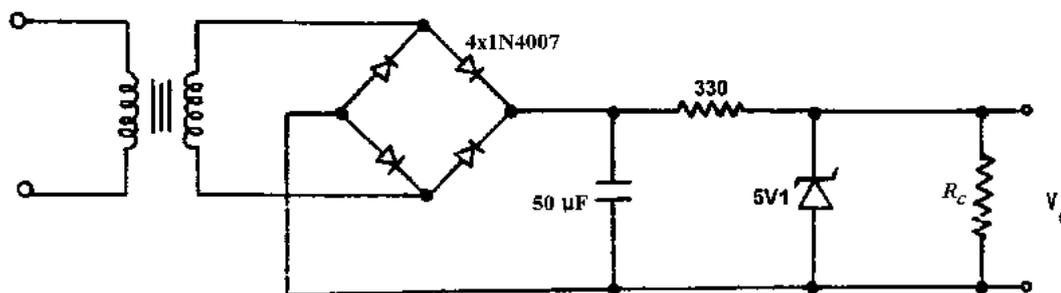


Figura 9.12: Prática: Fonte de alimentação dc com regulação Zener.

### 9.3.3 Prática opcional: fonte dc com 2 diodos

Se houver tempo disponível, monte também uma fonte de alimentação similar a da Figura 9.11, porém, utilizando um retificador de onda completa que usa um transformador com derivação central e dois diodos. Observe o comportamento da fonte para alguns valores de capacitância e resistor de carga. Do ponto de vista do seu desempenho, medido através do fator de *ripple*, esta fonte é, em princípio, equivalente àquela da Figura 9.11.

### 9.3.4 Prática: Reguladores de tensão

O retificador de onda completa das práticas anteriores pode ser melhorado consideravelmente com a adição de um diodo Zener no circuito de saída. Construa o circuito da Figura 9.12. Meça a tensão de saída e a amplitude do *ripple* sem carga ( $R_c = \infty$ ) e com cargas de valores 10k e 1k. Em que aspecto esta fonte de alimentação é superior às anteriores?

## 9.4 Regulagem Zener: um exemplo numérico

Para que possamos entender o efeito do diodo Zener na regulagem da fonte de alimentação, vamos analisar os circuitos da Figura 9.13. O primeiro (a) representa um regulador de tensão sem carga (que, na prática é denominado de “referência de tensão”) enquanto que o segundo (b) corresponde ao estágio de saída da fonte da Figura 9.12, o qual está conectado a uma carga resistiva de valor  $R_c$ .

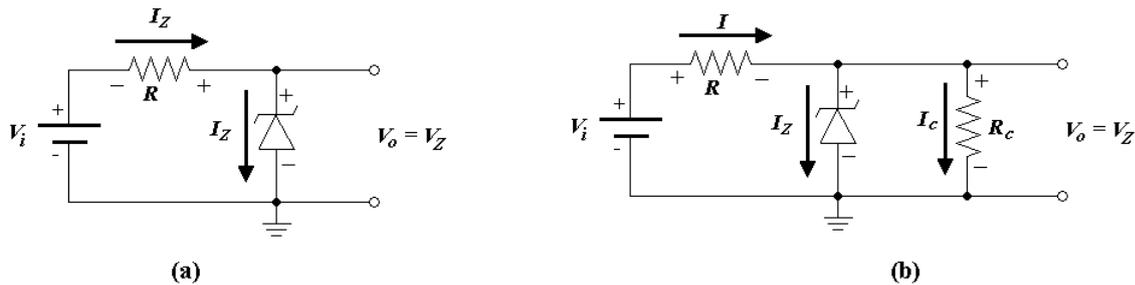


Figura 9.13: Circuito simplificado para análise do regulador Zener sem carga (a) e carregado (b).

Como o circuito da Figura 9.13(a) é mais simples, vamos começar a nossa análise através dele. Observe que, para definir os sinais de polaridade, o diodo pode ser tratado como um simples resistor. Das leis de Kirchhoff resulta que:

$$V_i - RI_Z - V_Z = 0 \quad \Rightarrow \quad I_Z = \frac{V_i - V_Z}{R} \quad (\text{Regulador sem carga}) \quad (9.2)$$

Esta equação define uma reta, denominada “reta de carga”, ou *load line*, que corta o eixo  $V_Z$  em  $V_i$  e o eixo  $I_Z$  em  $V_i/R$ , conforme mostra a Figura 9.14.

Entretanto, observe uma pequena confusão na notação utilizada aqui, pois, no gráfico da figura 9.14 todas as tensões e correntes são negativas; o que resulta da convenção de sinais: diodo polarizado diretamente (+) e diodo polarizado reversamente (-).

O ponto de intersecção da reta de carga com a curva (tracejada) do diodo é o ponto de operação do circuito, denominado de “ponto Q”, que corresponde às coordenadas  $-V_Q$  em  $-I_Q$  denotadas na figura.

Agora vamos analisar o circuito da Figura 9.13(b). Quando a carga é adicionada ao circuito ela “rouba” corrente do diodo porque, sendo que a tensão sobre o diodo é quase constante a corrente  $I$  também deverá ser quase constante, portanto, a carga entra em paralelo com o diodo dividindo a corrente. A aplicação das leis de Kirchhoff neste circuito resulta que:

$$\begin{aligned} I - I_Z - I_c &= 0 & (\text{Regulador carregado}) \\ V_i - RI - V_Z &= 0 \\ V_Z - R_c I_c &= 0 \end{aligned} \quad (9.3)$$

Eliminando as variáveis  $I$  e  $I_c$  chega-se ao resultado:

$$V_i - RI_Z - \frac{R + R_c}{R_c} V_Z = 0 \quad (9.4)$$

Esta equação define uma outra reta de carga que corta o eixo  $V_Z$  em  $R_c V_i / (R + R_c)$ , que é menor que  $V_i$ . O ponto em que a reta corta o eixo  $I_Z$  não se altera com a inclusão da carga, conforme mostra a Figura 9.14. Portanto, o ponto de operação do circuito muda com a inclusão da carga, alterando a tensão e corrente por valores  $\Delta V$  e  $\Delta I$  respectivamente, conforme indicado na figura.

O objetivo agora é dar valores aos componentes do circuito e calcular todas as correntes e tensões. Entretanto, este objetivo só poderá ser alcançado a partir do conhecimento da curva real do diodo (aquela em linha tracejada). Alguns fabricantes fornecem esta curva junto ao *datasheet* do componente, mas não

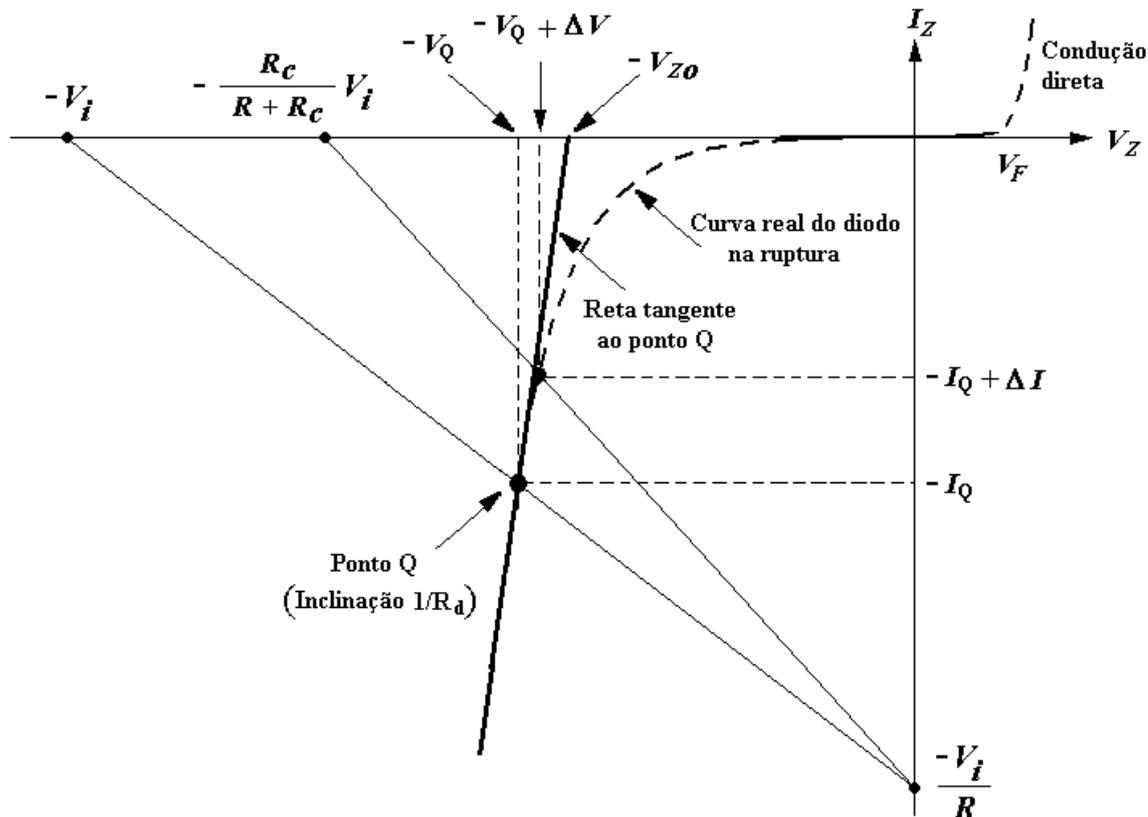


Figura 9.14: Diagrama esquemático para análise do regulador Zener. A curva tracejada ilustra a curva  $V_Z$ - $I_Z$  real de um diodo Zener.

todos. Portanto, em muitos casos seria necessário medir no laboratório a curva V-I do diodo, o que seria muito trabalhoso.

Felizmente, existe um método aproximado que fornece uma boa estimativa dos resultados desejados. Este método consiste em aproximar-se a curva do diodo, **em torno do ponto Q**, por uma reta. Desde que a carga não provoque uma variação muito grande na corrente, esta aproximação será bastante razoável. Conforme mostra a Figura 9.14 esta reta cruza o eixo  $V_Z$  em  $-V_{Zo}$ . O número positivo  $V_{Zo}$  é um valor muito próximo do especificado pelo fabricante para a tensão Zener do diodo.

A resistência dinâmica do diodo no ponto Q, denotada por  $R_d$ , corresponde à inclinação da reta tangente e também está, normalmente, especificada pelo fabricante. Tipicamente, os valores de  $R_d$  se encontram na faixa de alguns Ohms a algumas dezenas de Ohms. Quando as variações  $\Delta I$  e  $\Delta V$  são pequenas (infinitesimais), elas estão relacionadas entre si pela resistência dinâmica do diodo no ponto de operação:

$$\Delta V = R_d \Delta I \quad \text{ou} \quad R_d = \frac{dV}{dI} \tag{9.5}$$

Em termos de  $R_d$  a equação da reta tangente ao ponto Q é dada por:

$$V_Z = R_d I_Z + V_{Zo} \quad \Rightarrow \quad I_Z = \frac{V_Z - V_{Zo}}{R_d} \tag{9.6}$$

Esta equação nos diz que quando  $I_Z = 0$  resulta  $V_Z = V_{Zo}$  e, quando  $I_Z$  cresce positivamente,  $V_Z$  também cresce positivamente e linearmente. Obviamente, quanto menor for o valor de  $R_d$ , menor será a variação  $\Delta V$  correspondente a um dado  $\Delta I$ . Portanto, quanto menor  $R_d$  “mais constante” será mantida a voltagem no diodo frente a uma variação da corrente; o que significa: melhor desempenho.

Observe na Figura 9.14 que a curva  $V_Z$ - $I_Z$  é aproximadamente uma reta para valores de  $I_Z$  muito negativos (ou seja, longe do cotovelo) e, nesta região,  $R_d$  é quase independente de  $I_Z$ . Por isso, na maioria dos projetos, procura-se operar o diodo com correntes de ruptura suficientemente grandes (em módulo) para evitar que a sua resistência dinâmica varie muito, como é o que ocorreria nas vizinhanças do cotovelo.

Bom, agora o problema é simples e consiste em encontrar o ponto de intersecção de duas retas. Para simplificar a compreensão, vamos dividir o problema nas duas seguintes seções.

### 9.4.1 Regulador sem carga

No caso do regulador sem carga as retas são dadas pelas equações 9.2 e 9.6 e o ponto de interseção ocorre em:

$$\begin{aligned} V_Z &= V_Q = V_{Z_o} + R_d \frac{V_i - V_{Z_o}}{R + R_d} & (\text{Regulador sem carga}) \\ I_Z &= I_Q = \frac{V_i - V_{Z_o}}{R + R_d} \end{aligned} \quad (9.7)$$

Para conferir, observe que quando  $V_i = V_{Z_o}$  resulta  $V_Z = V_{Z_o}$  e  $I_Z = 0$ , como deveria ser. Além disso, se  $R_d = 0$  temos  $V_Z = V_{Z_o}$  e  $I_Z = (V_i - V_{Z_o})/R$ , o que corresponde à condição de um diodo Zener ideal. Por outro lado, se  $R_d \rightarrow \infty$  temos  $V_Z = V_i$  e  $I_Z = 0$ , o que corresponde a um diodo que não conduz na direção reversa.

Desta discussão fica implícito que a voltagem de entrada deve ser maior que a voltagem Zener, isto é,  $V_i > V_{Z_o}$ , caso contrário a reta de carga somente interceptaria a curva do diodo no ponto  $V_Z = V_i$  e  $I_Z = 0$ . Este ponto estaria fora da região linear do diodo; numa situação em que o diodo não conduziria e a sua função como regulador de tensão ficaria totalmente comprometida.

Agora, considere que o exemplo prático teria  $V_i = 8$  V,  $V_{Z_o} = 5$  V,  $R_d = 20$   $\Omega$ ,  $R = 330$   $\Omega$  e utilize as Equações 9.7 para encontrar  $V_Z = 5.171$  V e  $I_Z = 8.571$  mA.

Do ponto de vista prático é importante saber qual a estabilidade da voltagem de saída  $V_o = V_Q$  frente a variações da tensão de entrada  $V_i$ . Este cálculo pode ser feito simplesmente admitindo que as variações de  $V_i$  são pequenas. Então:

$$\Delta V_o = \frac{dV_Z}{dV_i} \Delta V_i = \frac{R_d}{R + R_d} \Delta V_i \quad (9.8)$$

o que resulta em  $\Delta V_o = 57$  mV para uma variação  $\Delta V_i = 1$  V; ou seja,  $\Delta V_o = 57$  mV/V. Na literatura em inglês este parâmetro é denominado de *line regulation*.

Esta é a especificação mais importante para o regulador de tensão mostrado na Figura 9.13(a). No exemplo analisado, ela significa que a variação na voltagem de saída é de apenas  $100 \times 57 \times 10^{-3}/1 = 5.7$  %.

### 9.4.2 Regulador carregado

No caso do regulador sem carga as retas são dadas pelas equações 9.4 e 9.6. Note que a equação 9.4 é idêntica à equação 9.2 se nesta última fizermos as substituições:

$$V_i \rightarrow V_i^{Th} = \frac{R_c}{R + R_c} V_i \quad \text{e} \quad R \rightarrow R_{Th} = R \parallel R_c = \frac{R R_c}{R + R_c}, \quad (9.9)$$

onde os novos parâmetros  $V_i^{Th}$  e  $R_{Th}$  correspondem à tensão e resistência equivalentes de Thevenin do circuito visto pelo diodo, respectivamente. Quando  $R_c \rightarrow \infty$  temos que  $V_i^{Th} \rightarrow V_i$  e  $R_{Th} \rightarrow R$ . Logo, podemos utilizar o resultado calculado na seção anterior, expresso pelas Equações 9.7, a fim de se obter:

$$\begin{aligned} V_Z &= V_Q = V_o = V_{Z_o} + R_d \frac{V_i^{Th} - V_{Z_o}}{R_{Th} + R_d} \\ I_Z &= I_Q = \frac{V_i^{Th} - V_{Z_o}}{R_{Th} + R_d} \\ I_c &= \frac{V_Z}{R_c} \\ I &= I_Z + I_c \end{aligned} \quad (9.10)$$

Substituindo nesta equação os mesmos valores dos componentes da seção anterior e assumindo que  $R_c = 1$  k $\Omega$ , obtemos  $V_i^{Th} = 6.015$  V,  $R_{Th} = 248.12$   $\Omega$ ,  $V_Z = 5.076$  V,  $I_Z = 3.786$  mA,  $I_c = 5.076$  mA e  $I = 8.862$  mA.

Observe que ao se conectar a carga a corrente drenada da bateria não muda muito, isto é, ela passa de 8.571 mA (ver seção anterior) para 8.862 mA (ver parágrafo anterior). Este pequeno aumento da corrente total deve-se à diminuição da resistência equivalente do paralelo diodo-carga. Por outro lado, a corrente no diodo sofre uma grande diminuição, de 8.571 mA para 3.786 mA porque agora uma parte considerável da corrente total está sendo consumida pela carga (5.08 mA). Além disso, ao se conectar a carga a tensão de saída diminuiu de 5.171 V para 5.076 V.

Este circuito que estamos analisando é geralmente utilizado para produzir corrente na carga a uma tensão constante. Isto significa que o ideal seria que o circuito pudesse fornecer qualquer corrente para a carga sem que a diferença de potencial (na carga) fosse alterada. Entretanto isto é impossível e é o que vamos discutir agora.

A relação entre voltagens de saída e entrada continua sendo linear (ver Equação 9.10). Portanto, a variação relativa entre elas pode ser calculada assim:

$$\Delta V_o = \frac{dV_o}{dV_i} \Delta V_i = \frac{dV_o}{dV_i^{Th}} \frac{dV_i^{Th}}{dV_i} \Delta V_i = \frac{R_d}{R_{Th} + R_d} \frac{R_c}{R + R_c} \Delta V_i \quad (9.11)$$

Para os valores dos componentes definidos anteriormente obtem-se  $\Delta V_o = 56 \text{ mV/V}$ , que continua muito parecido com o resultado anterior para o regulador sem carga, quando obtivemos  $57 \text{ mV/V}$ .

Também é importante determinar a variação relativa entre a corrente na carga e a voltagem de entrada. A partir das Equações 9.10 obtém-se  $\Delta I_c = \Delta V_z/R_c$  que resultaria  $\Delta I_c = 57 \mu\text{A/V}$ . Considerando que neste exemplo a corrente na carga é de  $5.075 \text{ mA}$ , esta variação corresponde a cerca de apenas 1% para cada 1 V de variação na entrada. Entretanto, esta variação depende do valor da resistência de carga.

Como exercício, repita todos os cálculos desta seção, considerando que o valor da resistência de carga é  $R_c = 100 \Omega$ .

### 9.4.3 Cálculo prático

Na seções anteriores o cálculo do ponto de operação de um regulador de tensão a Zener foi efetuado de forma relativamente precisa, que consistiu em aproximar a curva real na região da ruptura por uma linha reta. Para muitas aplicações esta aproximação é válida e útil.

Por falar nisso, considero que aproximações mais grosseiras que esta também são válidas em muitas aplicações. Este é o caso de um experimentador em sua bancada de trabalho que necessita fazer um cálculo rápido para escolher o valor aproximado de um dado componente a fim de que o circuito funcione de forma segura - sem queimar-se ou provocar acidentes. Nesta situação corriqueira, o experimentador não tem como se lembrar de fórmulas decoradas ou consultar livros ou a internet. Então, o método de cálculo que ele usa é baseado na sua inteligência somada com a sua experiência.

Com esta premissa vamos agora repetir parte do cálculo anterior sem fazer “muita conta” e depois comparar os resultados com os anteriores. Na prática, um primeiro cálculo pode ser efetuado assumindo-se que  $V_z$  é aproximadamente igual a  $V_{z0}$  e  $R_d$  é aproximadamente igual a zero.

(a) Se a carga não está conectada ( $R_c \rightarrow \infty$ ) a corrente através do Zener é a mesma que passa pelo resistor  $R$ , o qual está sujeito a uma diferença de potencial  $V_i - V_z$ . Portanto:

$$I_Z = \frac{V_i - V_z}{R} \approx \frac{V_i - V_{z0}}{R} = \frac{8 - 5}{330} = 9.091 \text{ mA} \quad (9.12)$$

O cálculo poderia parar por aqui mas, de fato, a corrente e a tensão no Zener ainda podem ser calculados de forma recursiva, se a resistência dinâmica do diodo for conhecida, pois:

$$V_z = V_o = V_{z0} + R_d I_z = 5 + 20 \times 9.091 \times 10^{-3} = 5.182 \text{ V} \quad (9.13)$$

logo,

$$\begin{aligned} I_Z &= \frac{V_i - V_z}{R} = \frac{8 - 5.182}{330} = 8.539 \text{ mA} \\ V_z &= V_o = V_{z0} + R_d I_z = 5 + 20 \times 8.539 \times 10^{-3} = 5.171 \text{ V} \end{aligned} \quad (9.14)$$

e assim por diante. Geralmente, esta sofisticação adicional não é necessária mas serve para mostrar que os valores calculados estão bem próximos dos anteriores:  $V_z = V_o = 5.171 \text{ V}$  e  $I_Z = 8.571 \text{ mA}$ .<sup>1</sup>

(b) Vamos agora conectar uma carga de resistência igual a  $1 \text{ k}\Omega$ . Levando em conta que a resistência dinâmica do diodo é pequena comparada com todos os outros resistores do circuito, podemos considerar que a tensão de saída varia pouco em torno de  $V_{z0} = 5 \text{ V}$ . Portanto, a corrente  $I$  que é drenada da fonte deve se manter quase constante. Logo, a corrente na carga será aproximadamente igual a  $I_c = 5 \text{ V}/1000 \Omega = 5 \text{ mA}$  e a corrente no diodo deve valer aproximadamente  $I_Z = (9.091 - 5) \text{ mA} = 4.091 \text{ mA}$ .

Estes valores também não são muito diferentes daqueles já calculados:  $I_c = 5.076 \text{ mA}$  e  $I_Z = 3.786 \text{ mA}$ . Se o valor de  $R_d$  for conhecido pode-se melhorar a precisão:

<sup>1</sup>Estou mantendo três dígitos significativos para não confundir vocês mas, já que o cálculo é aproximado, bastaria um.

$$\begin{aligned}V_o &= V_Z = V_{Zo} + R_d I_z = 5 + 20 \times 4.091 \times 10^{-3} = 5.082 \text{ V} \\I_c &= V_o / R_c = 5.082 \text{ V} / 1000 \Omega = 5.082 \text{ mA} \\I_Z &= (9.091 - 5.082) \text{ mA} = 4.009 \text{ mA}\end{aligned}$$

e assim por diante. Deu prá entender?

## 9.5 Reguladores de tensão de três terminais

Os reguladores de tensão de 3 terminais são circuitos integrados e são utilizados em quase todas as fontes de alimentação “caseiras”. A sua grande vantagem é que, através de um circuito interno de realimentação, elas conseguem reduzir o *ripple* da fonte a níveis considerados suficientemente baixos para a maioria das aplicações. Do ponto de vista da regulação da fonte eles são bem mais eficientes que o diodo Zener. Além disso, este circuito de realimentação “observa” a voltagem na saída da fonte e automaticamente reajusta o seu valor para que ele seja independente da corrente fornecida para a carga. Esta característica, muito útil, não é encontrada nas fontes mais simples controladas por diodos Zener.

Pode-se adquirir comercialmente os reguladores de tensão com saída fixa ou ajustável, a preços bastante acessíveis. Como exemplo, podemos citar alguns dos mais populares:

Tabela 9.1: Reguladores de tensão muito comuns.

7805	+5V	1A
7812	+12V	1A
7815	+15V	1A
7915	-15V	1A
LM317T	+1.2V a +37V	1.5A
LM337T	-1.2V a -37V	1.5A

### 9.5.1 Prática: Regulador de 3 terminais

Obtenha um regulador de tensão 7805 (5V) e monte o circuito da Figura 9.15. O regulador 7805 pode fornecer ao circuito de carga corrente até 1A, se ele for corretamente acoplado a um dissipador térmico (e se o retificador de entrada puder fornecer corrente suficiente). O 7805 possui um circuito interno de proteção térmica que o “desliga” caso ele se aqueça demasiadamente por falta de dissipação térmica adequada.

Meça o fator de ripple desta fonte com  $R_c = 1k$  e compare-o com o obtido na Prática 9.3.4. Qual das duas fontes oferece o melhor desempenho?

Normalmente, para melhor desempenho do circuito, são conectados capacitores entre os terminais 1 e 3 (entrada) assim como entre 2 e 3 (saída). O capacitor de entrada é geralmente grande e serve para filtrar o sinal retificado pela ponte de diodos transformando-o em um sinal dc (com *ripple*). O capacitor na saída é geralmente menor e serve para evitar que o CI entre em regime de oscilação. Consulte a folha de especificação do 7805 e aplicações disponíveis na internet para saber porque e como escolher os valores e tipos dos capacitores.

## 9.6 Fontes polifásicas

Texto incompleto !

## 9.7 Fontes chaveadas

Texto incompleto !

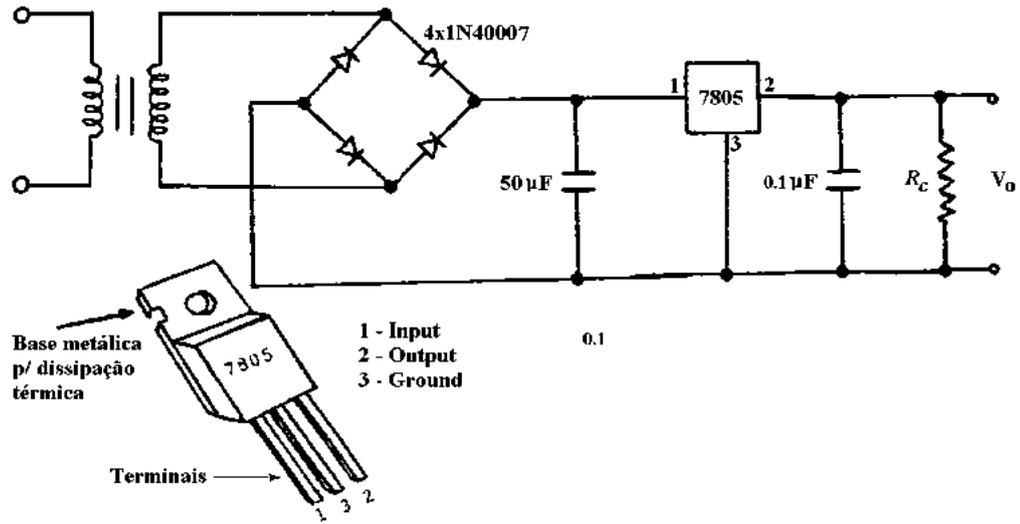


Figura 9.15: Fonte 5Vdc regulada.

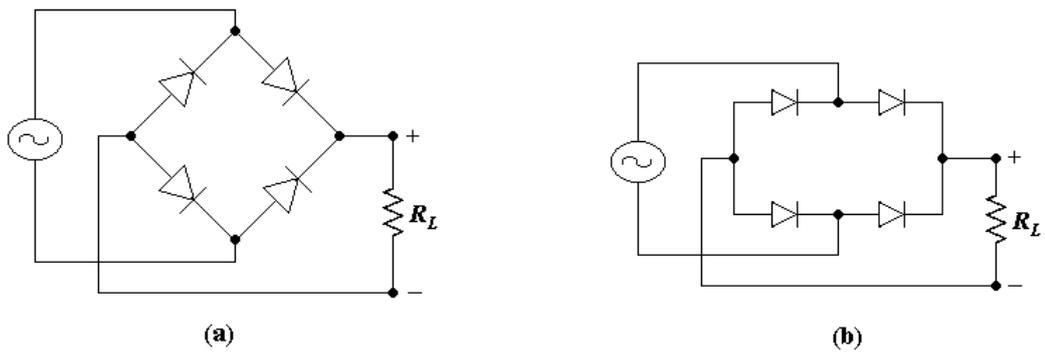


Figura 9.16: Fontes polifásicas - 1.

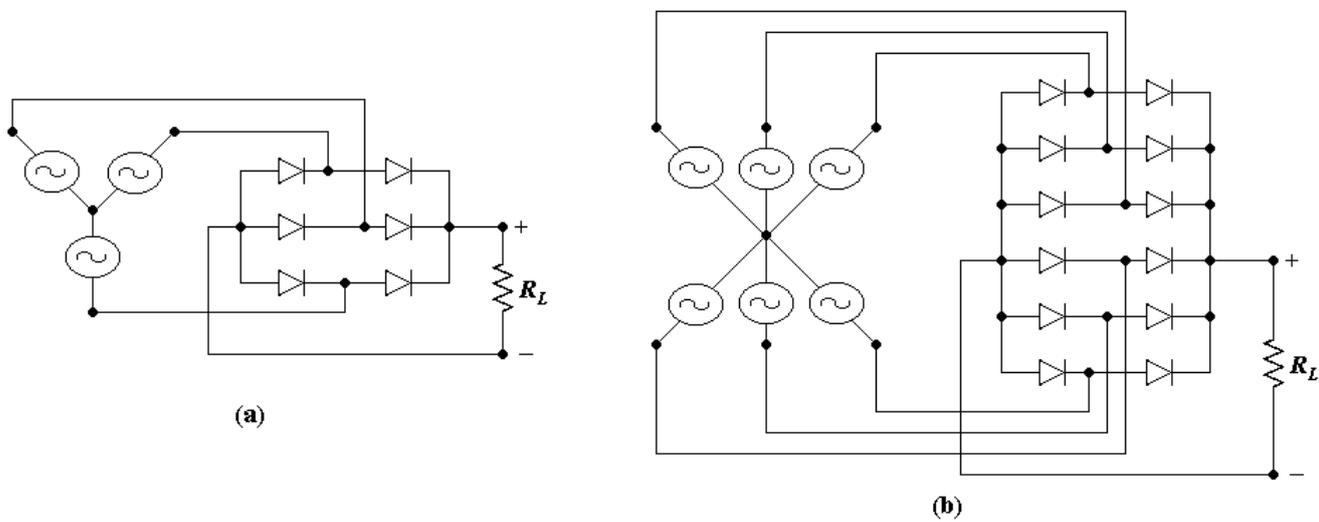


Figura 9.17: Fontes polifásicas - 2.

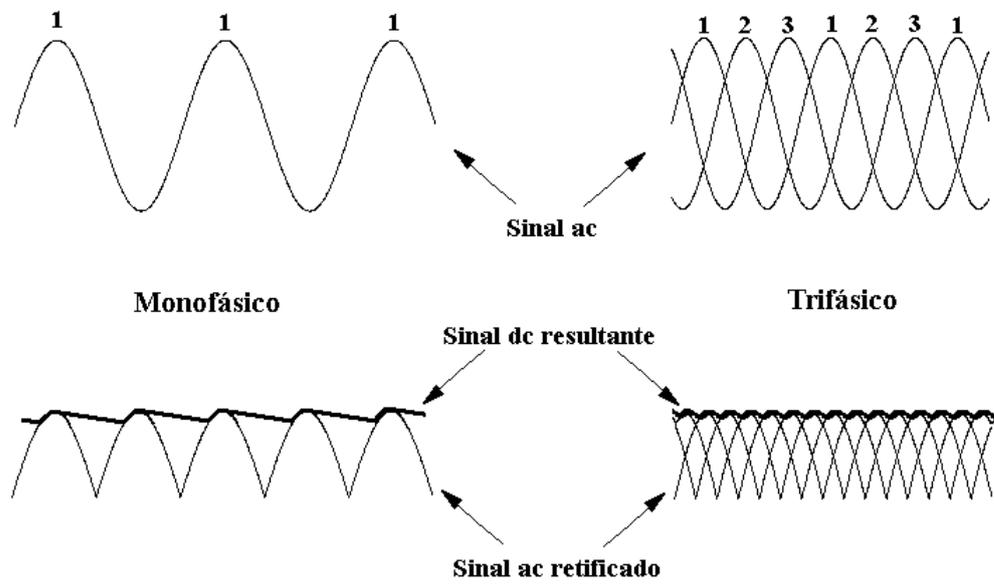


Figura 9.18: Fontes polifásicas - 3.

# Capítulo 10

## Transistores I

O transistor foi inventado em 1948 e tornou-se um elemento indispensável em qualquer circuito eletrônico e é o ingrediente básico dos chamados circuitos integrados.

Os circuitos integrados, ou simplesmente CI, são construídos a partir de uma grande quantidade de transistores conectados mutuamente em um único bloco de material semicondutor. Atualmente, o número de transistores incorporados em um único circuito integrado pode ser muito grande. Neste curso, utilizaremos frequentemente um antigo amplificador operacional, cujo modelo é designado pelo código “741”, o qual possui internamente cerca de 20 transistores. Para comparar, lembramos que diversos circuitos integrados atuais, como os processadores aritméticos, são construídos a partir de **milhões** de transistores.

Apesar de existirem transistores de diferentes tipos, neste capítulo estudaremos apenas um único um tipo de transistor que é muito comum: é o chamado transistor de junção bipolar (BJT).

Em geral, os transistores são considerados componentes eletrônicos **ativos** e, dentre inúmeras aplicações, eles podem **amplificar** sinais elétricos. Na linguagem da eletrônica, estas duas palavras em negrito expressam “conceitos mágicos” - gerais e importantes - quase sempre associados ao tema específico “transistor”.

Para que você possa entender melhor o que estes termos significam, vamos discutir o assunto com mais detalhes na próxima seção.

### 10.1 Circuitos elétricos ou eletrônicos?

Qual é a diferença?

Tenho certeza que neste curso você já teve um breve contato com os chamados “circuitos amplificadores”. Para citar um exemplo, refresco a sua memória invocando o retificador duplicador de tensão que já construímos e testamos na seção 8.3.8. Mencionamos que aquele circuito, uma simples aplicação dos diodos, poderia ser considerado um amplificador de tensão e, de fato, existem não somente circuitos duplicadores como aquele, como também outros capazes de triplicar ou quadruplicar tensões. Em geral, estes circuitos são utilizados para gerar tensões mais elevadas que a tensão de pico do sinal de entrada.

Entretanto, a nossa análise demonstrou que este particular amplificador apresenta ganho de tensão mas não apresenta ganho de potência. Em outras palavras, quando um circuito como aquele é usado para intermediar um gerador de sinais e uma carga, a potência média dissipada na carga será sempre no máximo igual àquela fornecida pelo gerador.

Então, o que é que estes chamados duplicadores, quintuplicadores, ou, sei-lá-o-que de tensão amplificam? Para responder esta pergunta vocês terão que pensar e raciocinar um pouquinho mais!

O exemplo do duplicador de tensão mostra uma regra básica da Física: a energia não pode ser criada ou destruída.

Esta é a chamada lei da conservação da energia. Até hoje esta lei nunca foi contestada experimentalmente. Portanto, ainda não é possível retirar de um circuito (ou de uma máquina qualquer) mais energia do que a fornecida para ele (ou ela).

É isso aí! Se a vida fosse fácil, você poderia ter um caminhão movido a imã, como mostra a ilustração da Figura 10.1 <sup>1</sup>.

Voltando ao circuito elétrico, na situação mais eficiente possível a energia retirada,  $P_o$ , (no exemplo, aquela dissipada na carga) é igual à energia fornecida,  $P_i$ , (no exemplo, pelo gerador), e neste caso se diz que o rendimento, ou eficiência, da transferência de potência foi igual a 1, ou 100%, como mostra a Figura 10.2(a).

---

<sup>1</sup>Edson, obrigado!

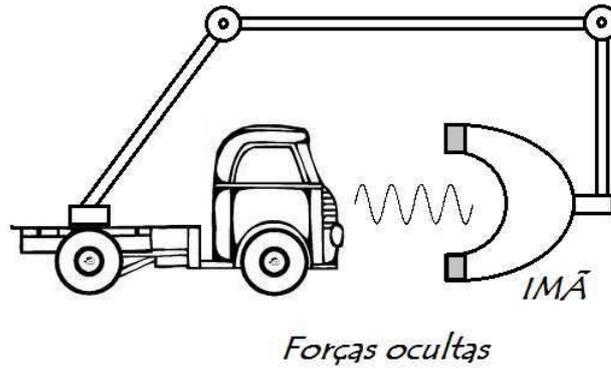


Figura 10.1: Caminhão movido a imã.

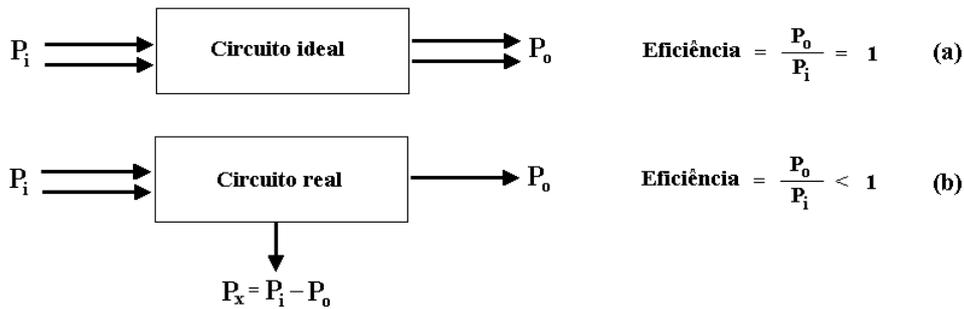


Figura 10.2: Comparação entre máquina real e ideal.

No caso mais real, uma parte,  $P_x$ , da energia fornecida,  $P_i$ , é desperdiçada pela máquina (ou, circuito) e o rendimento será menor que 1. Esta situação também está esquematizada na Figura 10.2(b).

O exemplo do duplicador de tensão estudado anteriormente consiste em um **circuito passivo**, porque ele amplifica diferenças de potencial mas não é capaz de liberar para a carga uma potência maior do que a que ele recebe.

Muitos cientistas já perderam tempo (e dinheiro) tentando projetar máquinas milagrosas, capazes de liberar mais energia do que aquela que elas recebem (tal e qual a ilustração da 10.3). Se tal máquina existisse, uma parte da energia produzida em excesso poderia ser injetada na entrada e a outra parte poderia ficar livre para uso externo. Sem dúvida, uma invenção como esta induziria uma revolução tecnológica.

Uma forma de executar a **mágica** da amplificação, sem violar a lei da conservação da energia, é utilizar o que entendemos por **circuitos ativos**.

Existem maneiras de construir amplificadores de tal forma a ser possível que uma pequena potência inserida na entrada seja capaz de **controlar** a alta potência fornecida para a saída.

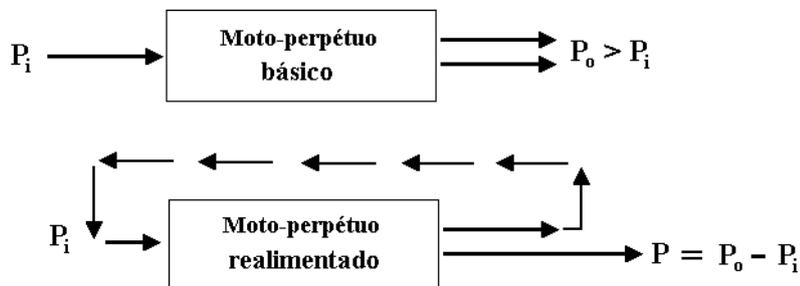


Figura 10.3: O moto-perpétuo.

O transistor é um dos componentes eletrônicos que pode implementar circuitos ativos.

No caso de um amplificador de potência, como mostra o diagrama da Figura 10.4, dizemos que o circuito é ativo, porque ele está conectado a uma fonte de energia externa, cujo fornecimento de energia é **controlado** pelo sinal que queremos amplificar.

A última palavra em **negrito** simboliza o ponto central desta discussão. Esta fonte de energia, que

geralmente é uma bateria de força eletromotriz **constante**, fornece um suprimento variável de potência ao circuito de carga. Isto quer dizer que o amplificador executa, simplesmente, a função de **administrador** do processo de transferência de potência entre a fonte de energia externa e a carga, administração esta que é regida (assim como o faz o maestro de uma orquestra) pela informação obtida do sinal de controle (ou da partitura e batuta, no caso do maestro).

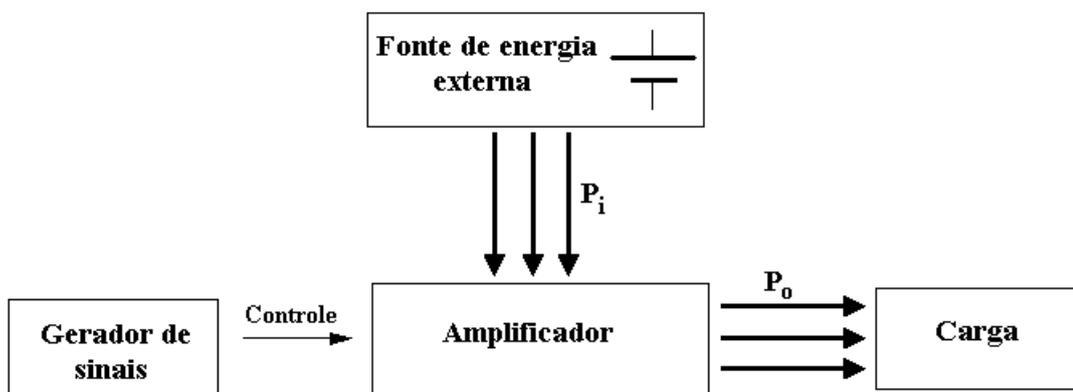


Figura 10.4: Amplificador de potência.

Em circuitos típicos, a potência retirada do gerador de sinais pode ser extremamente pequena, mas é suficiente para controlar um alto fluxo de energia entre a fonte e a carga. Na prática, podemos facilmente construir um amplificador no qual a energia retirada do gerador de sinais é praticamente nula. Como conseqüência, a potência dissipada na carga,  $P_o$ , seria igual àquela fornecida pela bateria externa,  $P_i$ .

**Este é o truque que é utilizado na amplificação de sinais  
(que, de mágica, nada tem!)**

Na grande maioria dos amplificadores, o termo “controlar” pode ser tomado ao pé da letra. Não é uma regra geral, mas se o desejo for, por exemplo, obter uma corrente (ou tensão) na carga na forma senoidal, subentende-se que a forma da corrente (ou tensão) na entrada de controle do amplificador deve ser também senoidal, e de mesma frequência (mas, possivelmente, com uma fase distinta).

Queremos dizer que, em muitas situações, as formas dos sinais na entrada e na saída do amplificador são as mesmas. O ponto fundamental, que não pode ser esquecido, é que a potência que é dissipada na carga provém da fonte externa, e não do gerador de sinais.

Bom, agora podemos responder a pergunta que foi colocada no título desta secção.

**Um circuito eletrônico é essencialmente distinto de um circuito elétrico.**

Chamamos de circuitos elétricos aqueles compostos por componentes, conectados entre si por fios bons condutores, através dos quais circula um fluxo uniforme de carga. A corrente se divide nos nós, e as leis de Kirchhoff definem qual a fração das correntes incidentes será encontrada em cada uma das ramificações afluentes. Alguns exemplos já foram estudados neste curso como, por exemplo, os filtros passivos e os circuitos com diodos.

Por outro lado, os circuitos eletrônicos introduzem uma nova dimensão ao cenário elétrico do mundo em que vivemos.

Em um circuito eletrônico o fluxo de elétrons em um ramo do circuito pode ser controlado pelo fluxo de elétrons em outro ramo.

**Em um circuito eletrônico uma corrente pode controlar outras correntes!  
Esta é a definição de circuito eletrônico ativo.**

Lembrem-se que vocês montaram na primeira aula deste curso dois circuitos ativos. Um deles consistia em acender uma lâmpada quando o ambiente estivesse escuro. Vocês se deram conta do milagre que realizaram há quase um mês atrás? A lâmpada acende automaticamente, comandada por um circuito?

Analisando esta discussão, pelo seu outro lado extremo, é claro que eu estaria errado se afirmasse aqui que um circuito eletrônico possui uma inteligência intrínseca.

Na verdade, o que acontece é que os circuitos eletrônicos podem ser programados para realizar uma certa tarefa específica, por exemplo: eles podem simplesmente acender uma lâmpada quando estiver escuro. Simplesmente isso! O fato de podermos programar os circuitos a fim de que eles executem tarefas específicas é o que me incentivou a dizer, em um parágrafo anterior, que a eletrônica criou “uma nova dimensão” aos circuitos elétricos.

Os componentes que permitem o controle da corrente a partir de outra corrente ou tensão são chamados de componentes ativos. Logo, os que não permitem este tipo de controle são chamados de passivos. Resistores, capacitores, indutores, diodos, e outros, são passivos. Transistores, e alguns outros componentes que estudaremos neste curso, são ativos.

Concluindo: eu acho que vocês já aprenderam o que é um circuito ativo - apenas ainda não sabem que sabem. Por isso, vamos trabalhar um pouco mais, isto é botar a mão na massa, e esperar que, em algum certo momento, você sinta um *click* no seu cérebro e a ficha caia.

## 10.2 Caracterização de um transistor

O ator principal desta novela que começou há mais de 50 anos atrás - o transistor - consiste de 3 seções de silício arranjadas na seqüência N-P-N (ou P-N-P), como mostra a Figura 10.5. A seção central é chamada de base e as externas são o emissor e o coletor. O emissor e o coletor não são equivalentes: eles diferem em geometria e concentração de impurezas (tipo P ou N, por unidade de volume). No símbolo esquemático, o sentido da seta no emissor é o que diferencia os dois tipos de transistores.



Figura 10.5: Esquema elétrico dos transistores bipolares.

Ora, ora, ora! Vimos anteriormente que um diodo é construído a partir de uma junção P-N. Bom, então qual é a novidade que um transistor pode trazer? Em outras palavras: quem sabe fazer uma junção P-N, também não saberia fazer uma junção N-P-N ou P-N-P? É possível que esta junção dupla (uma espécie de sanduíche) desse mais trabalho para ser construída, porém, qual seria a grande invenção a respeito disso?

Não peçam a este professor responder a pergunta. Ou melhor, perguntem, mas fora do horário da aula, porque temos muitas outras coisas para aprender que não necessitam deste conhecimento prévio e, uma discussão a respeito disso nos roubaria um tempo precioso. Assim como aprendemos a construir e entender os circuitos com diodos, sem um conhecimento abrangente a respeito da Física do dispositivo, vamos aqui empregar esta mesma metodologia.

O fato que deve ser aprendido e memorizado, é que **um transistor não é equivalente a dois diodos em série** - ele é um outro dispositivo que não pode ser substituído por combinações de diodos. Conforme diz a frase popular “uma coisa é uma coisa, e, outra coisa é outra coisa” e a Figura 10.6 exemplifica esta afirmação.

## 10.3 Testando o transistor bipolar

A interpretação das junções PNP ou NPN como duas junções PN em série não corresponde à realidade, porém, esta imagem pode ser empregada em alguns casos específicos, como por exemplo, quando os terminais do transistor são **aferridos dois-a-dois**. Isto é o que ocorre freqüentemente quando vamos testar um transistor.

Para exemplificar, vamos imaginar que um pesquisador encontra um transistor, mas não encontra as suas especificações técnicas e, portanto, não sabe a priori se o transistor é NPN ou PNP, nem tampouco sabe identificar os 3 terminais: base, coletor e emissor.

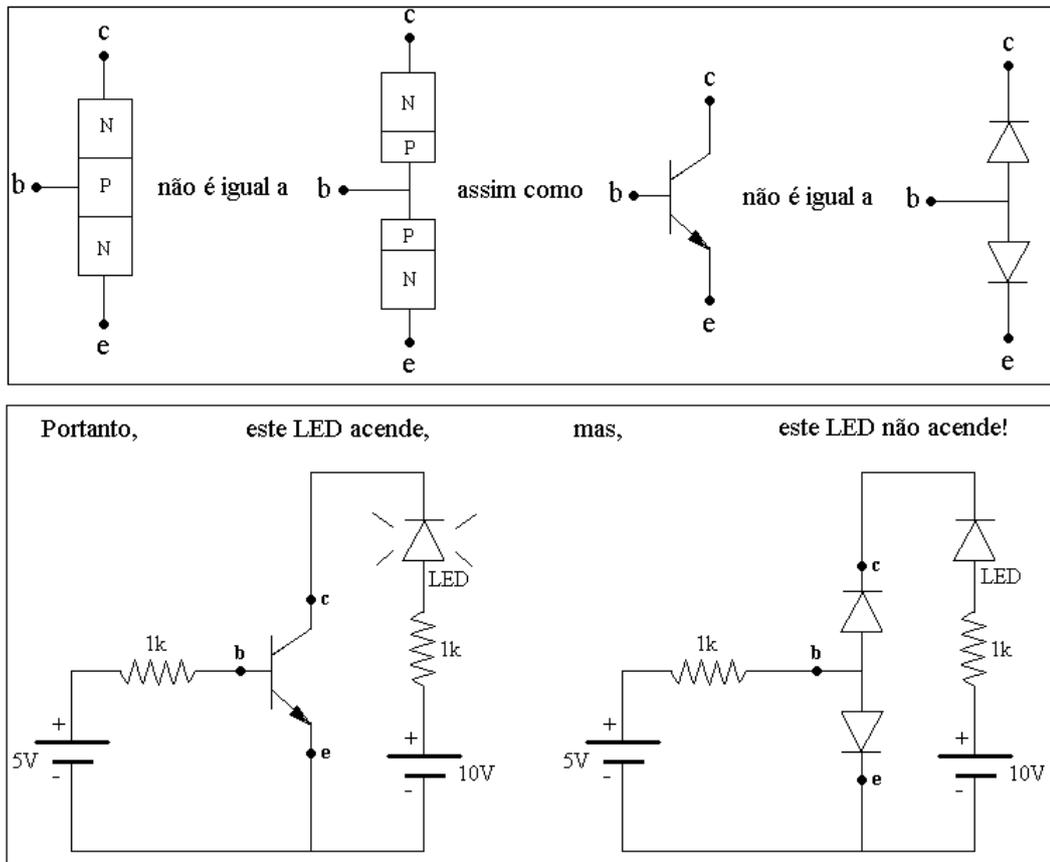


Figura 10.6: Um transistor NÃO é uma associação série de dois diodos!

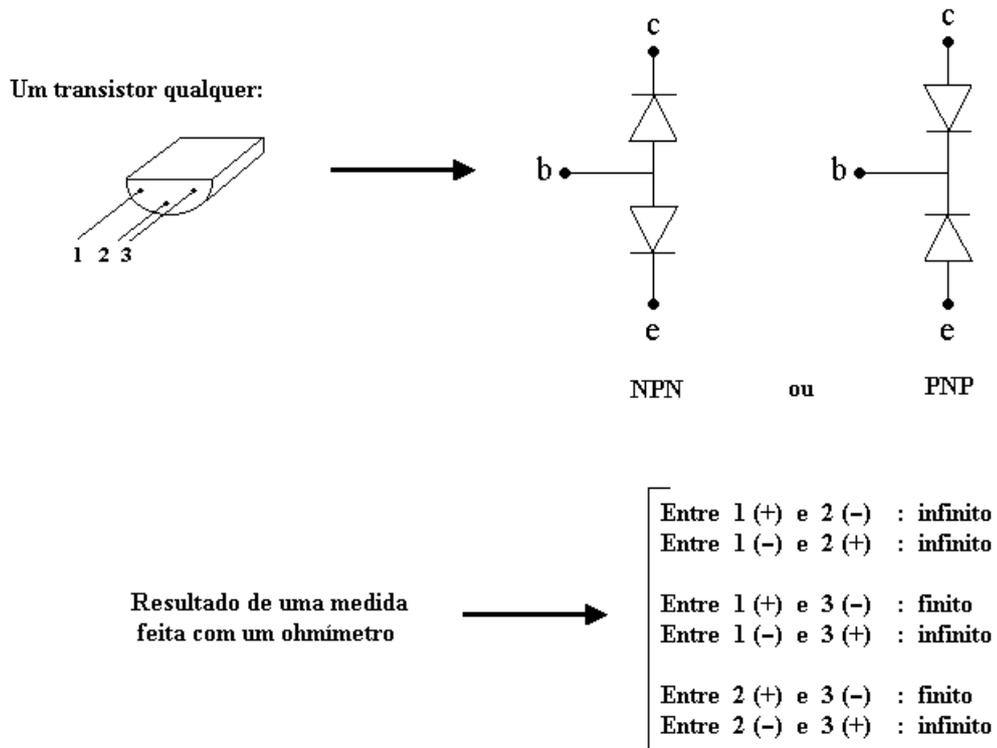


Figura 10.7: Teste de um transistor bipolar: exemplo.

Com o auxílio de um ohmímetro ele faz medidas entre cada par de terminais e obtém o resultado mostrado na Figura 10.7. Nesta figura, os sinais entre parênteses correspondem às respectivas polaridades dos terminais do ohmímetro.

As únicas combinações que resultaram leituras finitas foram entre 1 e 3 (vermelho no 1 e preto no 3)

e entre 2 e 3 (vermelho no 2 e preto no 3).

Estas duas leituras devem indicar polarização direta da junção PN, entre base e emissor e, entre base e coletor. O terminal comum entre estas duas medidas tem que ser a base. Portanto, a base é o terminal número 3 e, os terminais 1 e 2 correspondem (mas não sabemos em que seqüência) ao emissor e coletor. Além disso, nas duas medidas com resultado finito a base (3) estava negativa, portanto, se trata de um transistor PNP.

Neste teste, determinamos o tipo de transistor e também qual é o terminal que corresponde à base. Entretanto, não conseguimos distinguir entre coletor e emissor. Como podemos resolver este problema?

Bom, agora a história fica um pouco mais complicada! É necessário conhecer um pouco mais sobre a tecnologia de construção do transistor para responder esta pergunta. Aqui, vamos apenas ensinar quais os truques mais comuns que podem ser utilizados.

Se o transistor que está sendo testado for do tipo que possui uma carcaça metálica, a resposta deste problema pode ser trivial porque, “usualmente”, a fim de otimizar a dissipação térmica a carcaça está conectada ao coletor. Portanto, o coletor será o terminal que tiver resistência nula com relação à carcaça do transistor (mas, vejam bem, este método não é 100% confiável!).

Quando a carcaça do transistor é plástica (isolante) voltamos ao início: quem é o coletor?

Bom, dizem que a resistência (isto é,  $V/I$  e não a resistência dinâmica) medida entre base e coletor é diferente (menor) que a entre base e emissor.

Porém, isto nem sempre é fácil de ser medido corretamente e o experimentador tem a impressão de ler, praticamente, resistências quase iguais nos dois casos. Fica-se na dúvida se a diferença é real ou fortuita. Entretanto, existem duas outras maneiras de discernir entre o emissor e o coletor.

Primeiro, sabe-se que a queda de tensão direta na junção base-emissor é ligeiramente maior que a da base-coletor. Esta diferença existe devido à diferença entre as concentrações de dopantes nas regiões do emissor e do coletor do transistor. O semiconductor da região do emissor possui uma maior concentração de dopantes, o que causa um aumento na sua queda de tensão direta. **Normalmente**, mas novamente sem 100% de certeza, os multímetros digitais, quando operando no modo *diode check*, medem e indicam o valor da queda de tensão da junção que está sendo testada. Se isto for verdade (e a única maneira de confirmar é consultando o manual do instrumento) o multímetro digital indicaria, por exemplo, 0.671 V para a junção base-emissor e 0.623 V para a junção base-coletor.

Segundo, a tensão de ruptura do diodo base-emissor  $V_{be}^r$ , é quase sempre menor que a da junção base-coletor,  $V_{bc}^r$ . Por exemplo, para o transistor 2N2222 temos:  $V_{be}^r = 5-6V$ ,  $V_{bc}^r = 60-75V$ ,  $V_{ce}^r = 30-40V$ . Devido a esta peculiaridade, as junções base-emissor e base-coletor são bem distintas entre si. Este fato pode ser verificado facilmente com o auxílio daquela montagem simples que utilizamos para medir a curva VI dos diodos na prática 8.2.5. Esta montagem utiliza um transformador 220Vrms/12Vrms e um osciloscópio no modo X-Y.

### 10.3.1 Prática: teste do transistor

Faça o “teste de São Tomé” com os transistores de sinal BC548, que é do tipo NPN, e com o seu equivalente PNP, que é o BC558.

**1** - Normalmente o terminal positivo do ohmímetro é vermelho e o negativo é preto, porem, pode haver definições distintas entre instrumentos digitais e analógicos. Só há uma maneira de ter certeza qual é a polaridade correta dos terminais do seu instrumento e este é o objetivo deste ítem da prática. Meça a diferença de potencial entre os terminais do seu ohmímetro com um voltímetro ou com um osciloscópio e determine quem é o positivo e, conseqüentemente, quem é o negativo.

**2** - Teste as junções do transistor, tomando-as duas a duas, como se fossem diodos e repita na prática a análise feita da seção anterior (Figura 10.7). Conclua se o transistor está bom e determine qual é o tipo (NPN ou PNP) e quem é a base.

**3** - Monte o circuito Figura 10.8 para determinar quem é o coletor. A junção que apresentar uma tensão de ruptura mais baixa é a junção base-emissor. Sobretudo, certifique-se que você entendeu o que está fazendo. Abraços, e peçam minha ajuda se precisarem.

## 10.4 Princípios básicos

A Figura 10.9 mostra, para o caso do transistor NPN, a convenção que é normalmente utilizada para o sentido positivo das correntes  $I_e$ ,  $I_b$  e  $I_c$ , e das polaridades das fontes de tensão  $V_e$ ,  $V_b$  e  $V_c$ . Por convenção, a seta no emissor indica o sentido positivo das correntes  $I_c$  e  $I_e$ .

O esquema elétrico da Figura 10.9 serve apenas como um exemplo, pois, como veremos, o transistor pode ser conectado de muitas maneiras diferentes. Neste caso particular o emissor está conectado diretamente no potencial de referência (terra) e, portanto,  $V_e = 0$ .

**BC 548 (NPN)**

**BC 558 (PNP)**

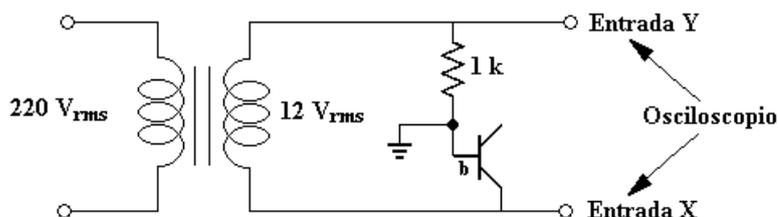
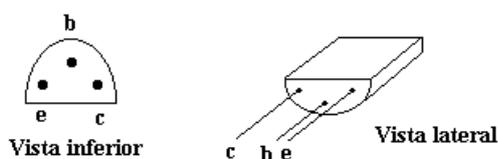


Figura 10.8: Teste de um transistor bipolar: prática.

Os transistores PNP se comportam da mesma maneira que os NPN porém, com todos os sentidos das correntes e polaridades das tensões invertidas. Para evitar confusões desnecessárias, utilizaremos somente o transistor NPN em todos os circuitos discutidos neste capítulo.

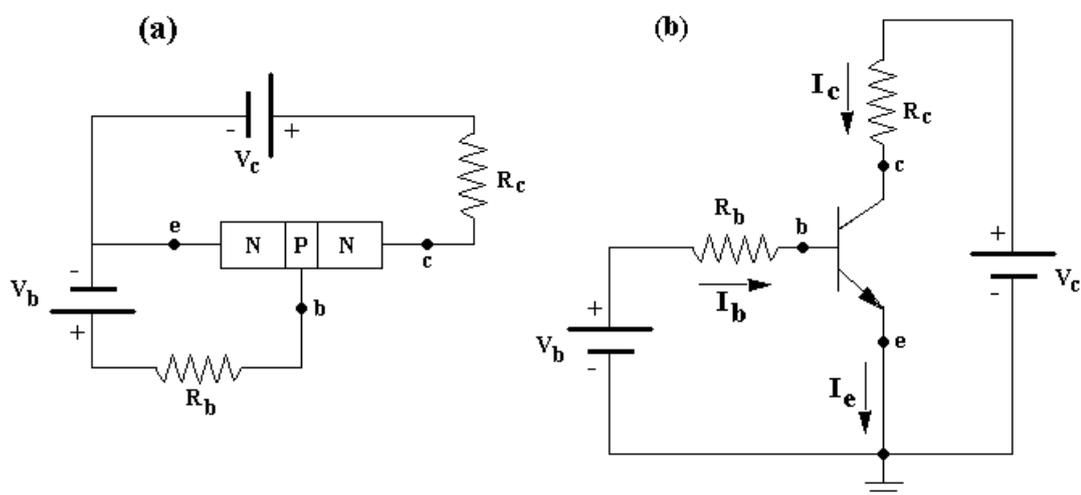


Figura 10.9: Esquema elétrico básico para um transistor bipolar NPN.

O princípio básico de funcionamento do circuito da Figura 10.9 pode ser entendido se adotarmos algumas regras básicas; assim como se adotam postulados nas teorias de Física. A primeira delas, consiste em dizer que, nos circuitos mais usuais, o diodo base-emissor está sempre polarizado diretamente, enquanto que o diodo base-coletor é sempre polarizado reversamente. Isto significa que a corrente que entra na base do transistor flui apenas para o emissor - e não para o coletor. Também significa que a corrente que entra no coletor flui para o emissor - e não para a base. Trocando em miúdos, enunciemos a regra 1:

**Regra 1**

(aplicada aos transistores NPN)

- Corrente que entra na base sai no emissor.
- Corrente que entra no coletor sai no emissor.

$$I_e = I_b + I_c$$

**A tensão do coletor deve ser positiva com relação à da base e a do emissor.**

Uma segunda regra garante o “poder de amplificação” do transistor, e consiste em dizer que a corrente na base do transistor,  $I_b$ , pode controlar a corrente  $I_c$  que penetra no coletor. De fato, quando o transistor opera na sua região linear (e veremos logo adiante o que isso significa) as correntes  $I_c$  e  $I_b$  são proporcionais, isto é,

$$I_c = \beta I_b \quad (10.1)$$

onde  $\beta$  é um parâmetro (adimensional) que possui valores distintos para cada transistor e, geralmente, é da ordem de 100, podendo variar entre 50 a 300 para diferentes modelos. O valor de  $\beta$  é especificado pelo fabricante para um dado modelo de transistor; entretanto, a especificação é fornecida na forma de uma faixa de valores, por exemplo,  $\beta = 100-300$ . Isto implica que diferentes exemplares de um mesmo modelo podem possuir valores de  $\beta$  distintos. Por isso, a única maneira de conhecer o valor de  $\beta$  é através de uma medida direta (ver o exercício prático a seguir).

Considerando esta incerteza, qualquer circuito, cujo funcionamento dependa explicitamente do valor de  $\beta$ , está, salvo exceções justificadas, “mal projetado”. Isto porque o desempenho do circuito pode vir a ser alterado quando um dos seus transistores é trocado por outro de mesmo modelo e mesmo fabricante.

### Regra 2

$$I_c = \beta I_b$$

**O valor de  $\beta$  não é especificado pelo fabricante porém, sempre,  $\beta \gg 1$ .**

#### 10.4.1 Conseqüências dos postulados básicos

De acordo com a primeira regra, a corrente que penetra no coletor flui diretamente para o emissor. A conservação da carga elétrica garante que  $I_e = I_b + I_c$ , logo  $I_e = I_c(1 + \beta)/\beta \approx I_c$ . Portanto, para várias finalidades práticas, podemos considerar  $I_e \approx I_c$  mas, precisamente,  $I_c = \alpha I_e$ , onde  $\alpha = \beta/(1 + \beta) \approx 1$ , e  $0.97 < \alpha < 0.995$ . Para estudarmos um exemplo numérico, considere  $\alpha = 0.99$ . Então, uma corrente no emissor de 10 mA resultaria em uma corrente no coletor de 9.9 mA, acrescida de um pequeno resíduo de 0.1 mA na base.

Na Figura 10.9, o resistor  $R_b$  foi incluído para limitar a corrente na base. Se  $V_b$  for da ordem de alguns volts, teremos aproximadamente 0.7 V entre base e emissor (tensão de polarização do diodo base-emissor), e os restantes ( $V_b - 0.7$ ) volts aparecerão através do resistor  $R_b$ . A tensão  $V_c$  é suficientemente grande, de tal maneira a produzir uma corrente no coletor maior do que a da base (note que a junção b-c está polarizada reversamente). De acordo com a Equação 10.1, se a corrente da base for nula, nenhuma corrente deverá fluir pelo coletor.

Vamos agora analisar o circuito da Figura 10.10(a), que é muito parecido com o da figura 10.9(b). Do ponto de vista prático, ele é mais simples porque utiliza apenas uma fonte de alimentação. Note que as junções estão corretamente polarizadas (b-e direta e c-b reversa). Observe o símbolo esquemático do transistor, onde a seta indica a direção do fluxo de corrente. A conexão comum (terra) foi escolhida tal que  $V_e = 0$  e portanto  $V_b = 0.7$  volts. Nosso problema é encontrar  $V_o$ .

É fácil verificar que:

$$\begin{aligned} I_1 &= (10 - 0.7)/R_1 = 0.93\text{mA} \\ I_2 &= (0.7 - 0)/R_2 = 0.07\text{mA} \\ I_b &= I_1 - I_2 = 0.93 - 0.07 = 0.86\text{mA} \end{aligned} \quad (10.2)$$

Se o transistor opera na região ativa (ver Figura 10.10(b)) e se  $\beta = 100$ ,

$$I_c = \beta I_b = 100 I_b = 86\text{mA} \quad (10.3)$$

e a voltagem de saída será:

$$V_o = 10 - R_c I_c = 10 - 100 \times 86 \times 10^{-3} = 1.4\text{V} \quad (10.4)$$

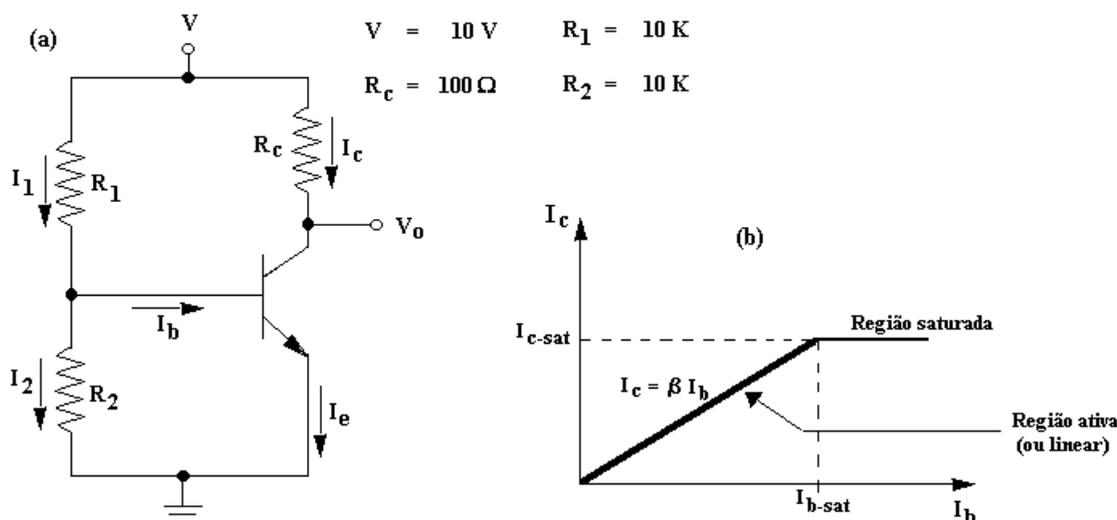


Figura 10.10: Polarização básica de um transistor bipolar NPN.

Agora, chamamos a atenção para três questões importantes. Primeiro, considerando que a corrente no coletor é cerca de  $\beta$  vezes maior que a da base, será que é possível aumentar a corrente no coletor indefinidamente? Por exemplo, se a corrente na base for de 10 mA, a Equação 10.1 diria que a corrente no coletor deveria valer 1A (para  $\beta = 100$ ). Isto é possível?

É claro que não, e é fácil demonstrar que isto não é possível porque isto violaria a segunda lei de Kirchhoff. Se  $I_c = 1A$  então a diferença de potencial no resistor  $R_c$  deveria valer  $V_c = R_c I_c = 100V$ . Ora, pela lei de Kirchhoff temos que ter  $V_c + V_o = 10V$  e, como  $V_o$  não pode ser negativo,  $V_c$  tem que ser obrigatoriamente menor que 10 V. Portanto, a corrente no coletor não pode exceder o limite  $I_{c-sat} = V/R_c = 100mA$ . Isto significa que a Equação 10.1 é válida somente quando a corrente no coletor é menor que  $I_{c-sat} = \beta I_{b-sat}$ , como mostra o diagrama da Figura 10.10(b).

A segunda questão esclarece um ponto importante. Ela refere-se à Regra 2, que tomada ao pé da letra significa que, sendo  $\beta$  constante para um dado transistor, a corrente no coletor depende somente da corrente na base. Isto é, a corrente no coletor não depende do valor do resistor  $R_c$ . Chamamos a atenção de que isto é verdade somente quando o transistor opera na sua região linear. Vamos considerar o exemplo anterior para esclarecer este ponto. No exemplo, o resistor  $R_c$  valia  $100\Omega$ . Vamos, agora, imaginar que alteramos o valor deste resistor para  $200\Omega$ . Neste caso, a corrente do coletor se manteria a mesma (86 mA) e a voltagem de saída, de acordo com a Equação 10.4, mudaria para  $V_o = 10 - 200 \times 86 \times 10^{-3} = -7.2V$ .

O que isto significa???

A voltagem de saída pode ser negativa? É claro que não! Então, o que é que está errado? Obviamente, no caso em que  $R_c$  vale  $200\Omega$ , o transistor está saturado porque o valor  $\beta I_b = 86mA$  é maior que a corrente de saturação  $I_{c-sat} = V/R_c = 50mA$ .

Então, e daí?

E daí que a corrente do coletor vai se manter no seu valor de saturação (50 mA); a voltagem de saída será  $V_o = 10 - 200 \times 50 \times 10^{-3} = 0V$  e a regra 2 não é válida nesta situação. Para novamente trazer o transistor para a sua região linear será necessário diminuir a corrente na base.

Uma terceira questão pode ser considerada um detalhe. Mais tarde vamos reexaminá-la, a partir de um modelo mais complexo do transistor, e verificar que ela pode ser muito importante para o projeto cuidadoso de circuitos. Veremos que, na verdade, a Equação 10.1 é apenas uma boa aproximação para a região ativa do transistor, não valendo exatamente na proximidade dos limites  $I_b \approx 0$  ou  $I_b \approx I_{b-sat}$ . Entretanto, para os propósitos práticos indicados neste capítulo, podemos esquecer, por enquanto, esta terceira questão.

O circuito da Figura 10.10 tem o problema de instabilidade térmica. Se o transistor se aquece, o semiconductor conduz mais corrente e se torna ainda mais quente (assim como no caso dos diodos este fenômeno se chama, em inglês, *thermal runaway*). A presença de  $R_e$  no circuito da Figura 10.11 estabiliza o circuito: se a corrente no coletor tende a aumentar, a queda de tensão no resistor  $R_e$  também tende a aumentar limitando esta corrente. Passamos agora a analisar o circuito da Figura 10.11.

Se  $R_1$  e  $R_2$  formam um divisor de tensão rígido (sem carga), o circuito pode ser facilmente analisado. Veremos adiante que a impedância de entrada do transistor, vista pela base, vale:  $\beta R_e$ . Portanto, se  $R_1$  e  $R_2$  são muito menores que  $\beta R_e$ , podemos considerar o divisor de tensão rígido. Se este não for o caso, a álgebra se torna mais complexa, mas o problema continua sendo facilmente solúvel analiticamente. Para simplificar, podemos assumir que  $R_1 = R_2$  e portanto  $V_b \approx 5.0V$  e  $V_e = 5.0 - 0.7 = 4.3V$ . Neste caso,

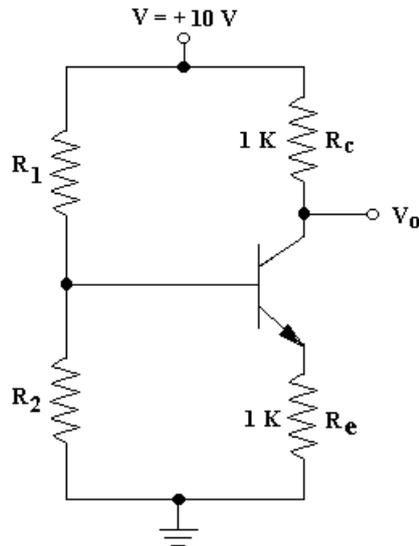


Figura 10.11: Polarização básica de um transistor bipolar NPN com resistor de emissor.

$I_e = V_e/R_e = 4.3\text{V}/1\text{k} = 4.3\text{mA}$ . Sendo que  $I_c = \beta I_b$  e  $I_b + I_c = I_e$ , devemos ter  $I_c \approx (1 - 1/100)4.3 = 4.26\text{mA}$ . Finalmente, a voltagem de saída será  $V_o = V - I_c R_c = 10 - 4.26 \times 10^{-3} \times 1000 = 5.74\text{ V}$

#### 10.4.2 Prática: Determinação de $\beta$

Construa o circuito da Figura 10.12. Utilizaremos o transistor de sinal BC548 que é do tipo NPN (o equivalente PNP é o BC558). Use o osciloscópio para medir a voltagem de saída. A diferença de potencial em  $R_c$  é  $(15 - V_o)$ . Usando a Lei de Ohm é fácil encontrar  $I_c$ . Varie  $I_b$  ajustando o potenciômetro  $R_2$  e grafique  $I_c$  vs.  $I_b$ . Não precisa fazer o gráfico no papel: use o seu cérebro. O gráfico deve ser linear em alguma região e a sua inclinação será  $I_c/I_b = \beta$ . Determine o valor de  $\beta$  para o seu transistor. Qual o valor máximo de  $I_c$  na região linear? Quais os valores máximo e mínimo da voltagem de saída  $V_o$ ? (justifique a sua resposta).

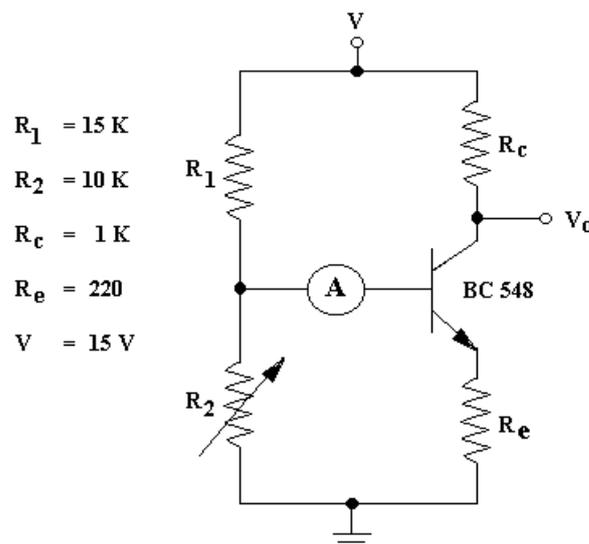


Figura 10.12: Circuito para medida do  $\beta$  de um transistor bipolar NPN.

### 10.5 Regiões de operação de um transistor

Um circuito simples está mostrado na Figura 10.13. Os gráficos mostram as correntes e voltagens do transistor em função da voltagem de entrada. Conforme  $V_i$  aumenta, desde zero até alguns volts

positivos, o transistor percorre as situações: corte, ativo e saturado. Discutiremos separadamente cada uma destas situações.

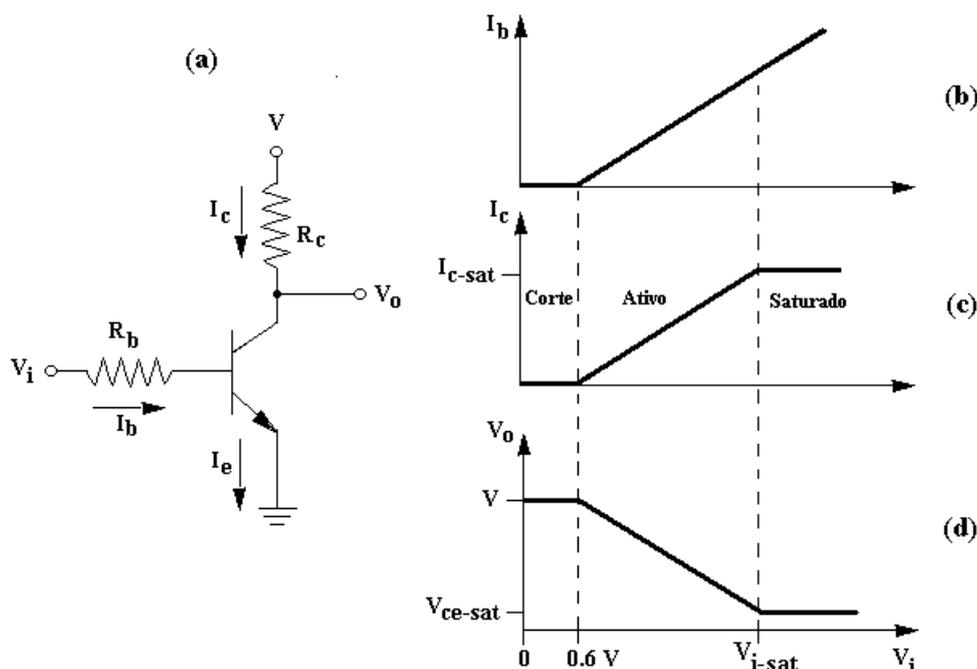


Figura 10.13: Regiões de operação de um transistor bipolar NPN.

### 10.5.1 Transistor em corte

Quando  $V_i$  é menor do que  $\approx 0.6V$ , a junção b-e não conduz, isto é,  $I_b = 0$  e, portanto,  $I_c = 0$ . Na ausência de corrente, a voltagem no coletor será igual à da fonte de alimentação  $V$ . Esta situação é conhecida através da expressão: o “**transistor está em corte**” ou “desligado”.

Um detalhe que muitas vezes pode ser importante: pode-se considerar que quando  $V_i = 0$  o transistor está em corte, entretanto, esta condição vai depender do valor de  $R_b$ . Uma análise rigorosa das propriedades do transistor mostra que a junção b-c, quando reversamente polarizada, apresenta uma pequena condução representada por uma corrente reversa residual muito pequena. Esta corrente flui do coletor para o emissor e, estando  $V_i$  conectado ao terra ( $V_i = 0$ ) ela produzirá uma tensão na base que polariza diretamente a junção b-e. Portanto, para que o transistor esteja em corte quando  $V_i = 0$ , é necessário que  $R_b$  tenha um valor suficientemente pequeno. É aconselhável que  $R_b$  seja menor que 10k para transistores de sinal e, menor ainda, para transistores de potência ou para transistores quaisquer operando em altas temperaturas.

Concluindo, para que se tenha certeza que o transistor está em situação de corte, é necessário que se mantenha a tensão de entrada negativa, isto é,  $V_i < 0$ . Em geral, uma tensão reversa de somente uma fração de 1V é suficiente para reduzir a corrente no emissor ao seu valor mínimo.

Entretanto, para a maioria dos transistores, a voltagem  $V_{be}$  de ruptura é relativamente pequena (da ordem de alguns volts negativos) assim, voltagem reversa excessiva na base deve ser evitada para não danificar o transistor.

### 10.5.2 Transistor ativo

A região ativa é também chamada de **região linear**. Conforme a voltagem de entrada aumenta, a partir de 0V para valores positivos maiores, o transistor passa através de sua região ativa. Na realidade, uma pequena tensão direta na base, pouco maior que 0.1 V, pode ser suficiente para colocar o transistor na região ativa, desde que  $R_b$  seja suficientemente pequeno ( $< 1k$ ). Na região ativa a corrente no coletor é linearmente proporcional à corrente na base (Regra 2):

$$I_c = \beta I_b \quad \text{e} \quad I_b = (V_i - 0.7)/R_b \quad (10.5)$$

Além disso, a resistência no coletor define a voltagem de saída:

$$V_o = V - I_c R_c \quad (10.6)$$

### 10.5.3 Transistor saturado

Se a voltagem de entrada for aumentando gradativamente, a corrente no coletor atinge um valor máximo (Figura 10.13(c)) e nesta situação é dito que o transistor está saturado. Isto pode ser mais bem compreendido a partir da Equação 10.6 que, com base no circuito da Figura 10.13(a), pode ser reescrita da seguinte forma:

$$V = V_{ce} + I_c R_c = \text{constante} \quad (10.7)$$

onde  $V_{ce} = V_o = (V_c - V_e)$  é a diferença de potencial entre os terminais coletor e emissor. A diferença de potencial  $V$  é mantida pela fonte de alimentação e é constante; assim como também podemos considerar  $R_c$  constante. Ora, se a corrente na base aumenta (porque aumentou  $V_i$ ), a corrente no coletor também deveria aumentar, assim como também aumentaria o produto  $I_c R_c$ . Entretanto, como a soma  $(V_{ce} + I_c R_c)$  é constante (e igual a  $V$ ) a voltagem  $V_{ce}$  deve diminuir com o aumento de  $I_c$ . Logo, conclui-se que existe um valor máximo para a corrente no coletor, dado por  $I_{c-sat} = V/R_c$ , que corresponderia à situação em que  $V_{ce} = V_o = 0$ . A partir deste valor máximo, subseqüentes aumentos da voltagem de entrada não mais correspondem a aumentos na corrente do coletor.

O raciocínio anterior não seria correto se considerarmos as propriedades reais do transistor. De fato, a voltagem entre coletor e emissor de um transistor real não pode ser nula quando  $I_c \neq 0$ . Por isso, qualquer transistor possui um valor mínimo de tensão coletor-emissor, denotado por  $V_{ce-sat}$ , cujos valores típicos variam entre 0.1 - 0.4 V. Isto faz com que o valor de saturação da corrente do coletor seja dado por  $I_{c-sat} = (V - V_{ce-sat})/R_c$ . Considerando que  $I_{c-sat} = \beta I_{b-sat}$ , a corrente na base e a voltagem de entrada que correspondem ao início da saturação podem ser encontradas a partir da equação:

$$I_{b-sat} = \frac{V_{i-sat} - 0.7V}{R_b} = \frac{I_{c-sat}}{\beta} = \frac{V - V_{ce-sat}}{\beta R_c} \quad (10.8)$$

## 10.6 Amplificadores lineares

Chamamos de amplificadores lineares aqueles conhecidos pela nomenclatura “amplificadores classe-A”. Este tipo de amplificador é utilizado quando o projeto especifica que a potência a ser dissipada na carga é baixa e, além disso, este amplificador é muito “gastão”, o que significa que ele consome muita energia internamente, mesmo na ausência da carga. Apesar destes defeitos graves, amplificadores classe-A são muito utilizados em circuitos de baixa potência quando se necessita alta linearidade entre entrada e saída.

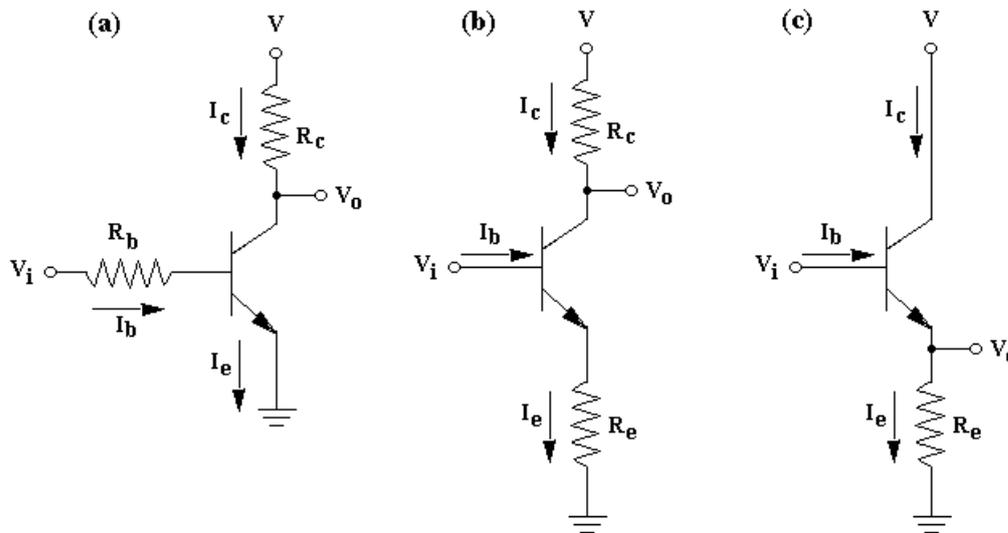


Figura 10.14: Amplificadores lineares.

Tendo conhecimento que o transistor possui uma região ativa (ou linear), surge imediatamente a idéia de utilizá-lo como amplificador linear. Pretendemos agora verificar se é possível construir tal amplificador com um circuito como aquele mostrado na Figura 10.14(a). A questão fundamental envolvida na solução deste problema consiste em encontrar o valor correto da corrente da base, para a qual o transistor estaria no centro da sua região ativa. Na vizinhança deste ponto de operação, conhecido por “ponto Q” (do inglês: *quiescent operating point*) podemos garantir que  $I_c = \beta I_b$ .

No ponto Q, a corrente da base pode ser produzida por uma tensão de entrada constante, de valor apropriado  $V_i^Q$ , resultando em uma tensão de saída  $V_o^Q$ , também constante, conforme mostrado na Figura 10.15. Agora, vamos imaginar que o sinal a ser amplificado,  $V_i$  (que na Figura 10.15 está exemplificado por uma tensão senoidal), é superposto a  $V_i^Q$ , de tal forma que a tensão de entrada resultante,  $V_i = V_i^Q + \Delta V_i$ , produz uma tensão de saída  $V_o = V_o^Q + \Delta V_o$ .

Se  $\Delta V_i$  não for grande, podemos ainda garantir que  $V_i$  estará, durante toda a sua excursão, dentro da região ativa do transistor. Queremos encontrar a relação entre  $\Delta V_o$  e  $\Delta V_i$  e, para isso, basta seguir os seguintes passos:

$$\begin{aligned} V_i &= R_b I_b + 0.7 \quad \longrightarrow \quad \Delta V_i = R_b \Delta I_b \\ I_c &= \beta I_b \quad \longrightarrow \quad \Delta I_c = \beta \Delta I_b = (\beta/R_b) \Delta V_i \\ V_o &= V - R_c I_c \quad \longrightarrow \quad \Delta V_o = -R_c \Delta I_c = -(R_c/R_b) \beta \Delta V_i \end{aligned} \quad (10.9)$$

Portanto, as variações na voltagem de entrada em torno do ponto Q produzem variações proporcionais na voltagem de saída:

$$\Delta V_o = -(R_c/R_b) \beta \Delta V_i = G \Delta V_i \quad (10.10)$$

O fator de proporcionalidade entre  $V_o$  e  $V_i$  é definido como sendo o ganho do amplificador, que neste caso vale  $G = -(R_c/R_b)\beta$ . Note que  $G$  é negativo, indicando que o amplificador é inversor, isto é, o sinal de saída está  $180^\circ$  fora de fase com relação ao de entrada. Em particular, se  $R_c \approx R_b$ , o ganho em valor absoluto será igual a  $\beta \approx 100$ .

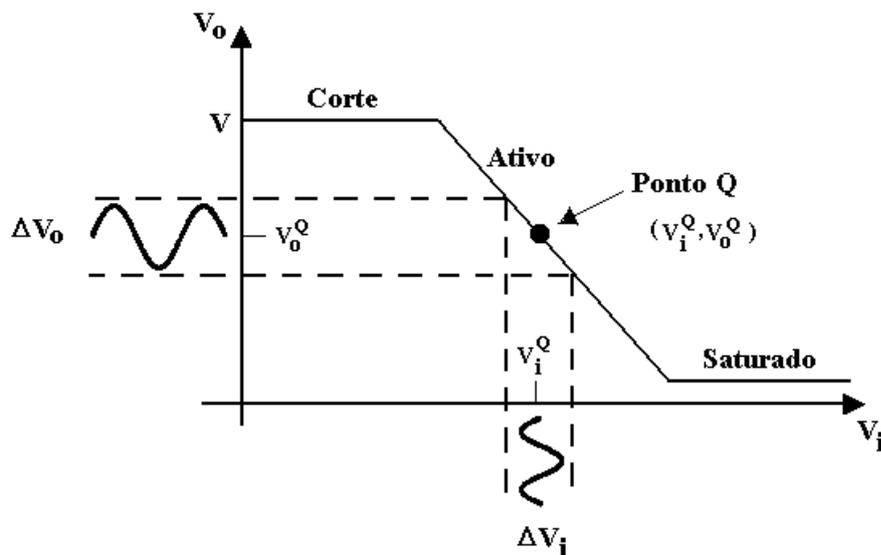


Figura 10.15: Ponto Q de operação do amplificador linear.

Lembra-se que eu disse que os amplificadores classe A são gastões? Isto tem a ver com o fato de que a corrente no coletor existe sempre que haja corrente na base. Portanto, mesmo que não exista uma carga conectada na saída, o amplificador dissipa potência em  $R_c$

### 10.6.1 Amplificador de emissor comum

Concluimos que o amplificador da Figura 10.14(a) funciona, porém, podemos antecipar que ele possui várias limitações. A primeira delas, que já foi mencionada anteriormente, é a sua instabilidade térmica. A segunda é devido ao fato de que o seu ganho é determinado pelo parâmetro  $\beta$ , que como já dissemos, é pouco confiável. Considerando que  $\beta$  varia muito entre diversos transistores de mesmo modelo, a reprodutibilidade do projeto fica comprometida. Uma solução alternativa, que produz melhores resultados é o circuito da Figura 10.14(b), conhecido como “amplificador de emissor comum”. Neste caso, a corrente na base fica limitada pelo resistor  $R_e$ .

Por analogia com o caso anterior, o ganho do amplificador da Figura 10.14(b) pode ser calculado facilmente:

$$V_i = 0.7 + V_e \quad \longrightarrow \quad \Delta V_i = \Delta V_e$$

$$V_e = R_e I_e \longrightarrow \Delta I_e = \Delta V_e / R_e \quad (10.11)$$

$$I_c = \beta I_b = \beta / (1 + \beta) I_e \approx I_e \longrightarrow \Delta I_c = \beta / (1 + \beta) \Delta I_e \approx \Delta I_e \quad (10.12)$$

$$V_o = V - R_c I_c \longrightarrow \Delta V_o = -R_c \Delta I_c = -(R_c / R_e) \Delta V_i$$

Portanto, no limite em que  $\beta / (1 + \beta) \approx 1$ , o ganho do amplificador inversor da Figura 10.14(b) vale:

$$G = -R_c / R_e \quad (10.13)$$

Este resultado é interessante porque, além de ganhar maior estabilidade térmica, o ganho deste amplificador é independente do parâmetro  $\beta$ . Para se obter um ganho alto, a Equação 10.13 determina que devemos aumentar  $R_c$  e/ou diminuir  $R_e$ . Entretanto, ambas operações são limitadas. Se  $R_c$  aumenta excessivamente, a correspondente diminuição da corrente do coletor pode fazer o transistor entrar em corte. Por outro lado, se  $R_e$  diminuir muito a resistência interna da junção b-e, designada por  $r_e$ , passa a dominar o denominador da Equação 10.13.

A resistência interna do emissor vale  $r_e \approx 25 / I_c$ , (com  $r_e$  expresso  $\Omega$  e  $I_c$  em mA), e deve ser levada em consideração quando  $R_e$  é pequeno. Neste caso,  $G = -R_c / (R_e + r_e)$ . Por exemplo, se  $I_c = 1\text{mA}$ ,  $R_c = 10\text{k}$  e  $R_e = 0$ , o ganho do amplificador será  $-10000 / 25 = -400$ .

O amplificador de emissor comum, Figura 10.14(b), é ainda bastante utilizado para se obter ganho de tensão moderado ( $G < 10$ ), apesar das mencionadas desvantagens (e vantagens). Uma solução possível para se obter ganhos mais altos, é conectar vários amplificadores de baixo ganho em série (isto é, conectados em “cascata”). Outras alternativas mais eficientes existem, mas não serão estudadas neste capítulo.

### 10.6.1.1 Impedância de entrada do amplificador emissor comum

A impedância ac de entrada do amplificador da figura 10.14(b) é definida por:

$$Z_i = \Delta V_i / \Delta I_b \quad (10.14)$$

Uma definição análoga é utilizada para qualquer amplificador, isto é,  $Z_i = \Delta V_i / \Delta I_i$ , onde  $V_i$  e  $I_i$  são, respectivamente, a tensão e a corrente fornecida pela fonte geradora do sinal de entrada.

É fácil verificar que:

$$Z_i = \Delta V_i / \Delta I_b = \beta \Delta V_e / \delta I_c = \beta R_e \Delta I_e / \delta I_c = (1 + \beta) R_e \approx R_e \quad (10.15)$$

Portanto, a impedância de entrada do amplificador é simplesmente  $\beta$  vezes a impedância do emissor, que, dependendo do valor de  $R_e$ , pode ser razoavelmente alta. Entretanto, em situações normais costuma-se manter  $R_e$  pequeno para obter um ganho alto e, nestes casos, a impedância de entrada do amplificador é baixa.

### 10.6.1.2 Impedância de saída do amplificador emissor comum

Pode-se mostrar que na maioria das situações práticas a impedância de saída do amplificador de emissor comum é aproximadamente igual a  $R_c$ . Por enquanto vamos deixar este fato sem demonstração teórica porém, através das práticas seguintes, será possível verificá-lo experimentalmente. Para se ter alto ganho, é necessário aumentar  $R_c$ , o que ocasiona o aumento da impedância de saída do amplificador; o que representa uma desvantagem quando se trata de alimentar cargas de baixa impedância.

## 10.6.2 Amplificador seguidor de emissor

A Figura 10.14(c) mostra um “seguidor de emissor”. É fácil notar que  $V_o = V_e$  e, ainda mais:

$$V_i = 0.7 + V_o \longrightarrow \Delta V_i = \Delta V_o \quad (10.16)$$

Portanto, o seguidor de emissor é um amplificador não-inversor de ganho unitário, isto é, as tensões de entrada e saída possuem a mesma amplitude e estão em fase. Por isso, à primeira vista, este circuito parece não ter utilidade prática, até que percebamos que ele possui uma qualidade única: **a sua impedância de entrada é alta e a de saída é baixa**. Isto significa que o circuito requer menos potência da fonte do sinal de entrada a fim de colocar mais corrente em uma dada carga. Deste ponto de vista, uma fonte de sinal poderia alimentar uma carga de impedância igual à sua impedância interna, sem perda de amplitude da tensão.

Concluindo, pode-se perceber que embora o seguidor de emissor não possua ganho de tensão ele, de fato, **possui ganho de potência!**

Vamos considerar  $R_l$  como sendo a impedância da carga conectada na saída do seguidor de emissor, isto é, em paralelo com  $R_e$ . Sendo  $R$  a resistência equivalente do paralelo  $R_l \parallel R_e$  e, seguindo os passos do caso anterior, a impedância de entrada do seguidor de emissor vale  $Z_i = (1 + \beta)R \approx R$ . Por isso, uma baixa impedância de carga vai “ser vista” pela base cerca de 100 vezes maior.

Para finalizar, dizemos (sem demonstração) que a impedância de saída do seguidor de emissor vale  $Z_o = Z_s / (1 + \beta) \approx Z_s / \beta$ , onde  $Z_s$  é a impedância interna da fonte do sinal de entrada. Portanto, se conectássemos na entrada do amplificador um gerador de tensão cuja impedância interna fosse de  $50 \Omega$ , a impedância de saída do amplificador seria de  $0.5 \Omega$ , suficientemente baixa para inúmeras aplicações.

### 10.6.3 Conclusão

Vimos que o amplificador de emissor comum pode possuir um alto ganho de tensão porem ele não é bom para amplificar potência. O que queríamos dizer é que, com relação a este último quesito, ele tem dois problemas sérios. Primeiro, como sua impedância de entrada não é muito alta ele certamente irá drenar uma potência excessiva da fonte de sinais. Segundo, como a sua impedância de saída não é muito baixa, uma parte da potência que for retirada da fonte de alimentação dc será dissipada nos componentes (resistores) do amplificador e uma outra parte na carga. A primeira parte da potência, aquela que é dissipada no amplificador, de nada serve porém muito prejudica o desempenho do circuito. O calor gerado em excesso no amplificador representa diminuição da eficiência do amplificador e, além disso, gerará custos adicionais a fim de criar-se mecanismos de dissipação térmica através de dissipadores e/ou ventilação forçada.

O segundo amplificador que estudamos, o seguidor de emissor, apresenta um comportamento diferente do primeiro. Uma análise precipitada nos informaria que ele não serve pois não apresenta ganho de tensão! Entretanto, sua impedância de entrada é relativamente alta, e a de saída relativamente baixa, características estas opostas às do amplificador de emissor comum.

Portanto, se você for capaz de imaginar um experimento (que não vamos realizar aqui) no qual fazemos um sanduíche de amplificadores em cascata, formado da seguinte forma: seguidor de emissor - emissor comum - seguidor de emissor. O primeiro estágio deste amplificador mais complexo (o seguidor de emissor) terá alta impedância de entrada, o que é ótimo. O segundo estágio (o emissor comum) fornece o ganho de tensão desejado e, por último, o terceiro estágio (o outro seguidor de emissor) terá baixa impedância de saída, o que é ótimo também. Embora este circuito tipo sanduíche funcione, existem outras maneiras mais elegantes de realizar a mesma tarefa, porem, esta discussão está acima dos objetivos deste curso.

## 10.7 Circuitos de chaveamento

Além de serem utilizados como amplificadores, os transistores são largamente empregados em circuitos de chaveamento digital. Neste caso, a entrada pode somente estar em dois estados. Em um dos estados o transistor está em corte (correntes = 0), enquanto que no outro o transistor está saturado ( $I_c = I_{c-sat}$ ). A saída do circuito, que corresponde a cada um destes dois estados, é utilizada para ligar, ou desligar, algum dispositivo externo. Enquanto que os transistores utilizados em amplificação de sinais primam pela sua linearidade, a característica mais importante dos transistores de chaveamento é a velocidade.

### 10.7.1 Prática: circuitos de chaveamento

Construa o circuito da Figura 10.16. Por enquanto não conecte os capacitores. O diodo, entre a base do transistor e terra, protege o transistor contra voltagem  $V_{be}$  reversa excessiva. Com o diodo, pode-se variar  $V_i$  a vontade, mesmo deixando-o assimétrico através do controle de *offset* do gerador. Utilize primeiramente o transistor TIP29 que não é um transistor específico para chaveamento rápido, mas sim para amplificação linear de potência.

Para mostrar que este circuito pode operar no modo linear, ajuste  $R_1$  em um valor intermediário e alimente  $V_i$  com uma onda senoidal (1 kHz) acrescida de *offset*. Varie o *offset*, o valor de  $R_1$  e a amplitude ac da onda de entrada até que você veja uma componente ac no sinal de saída. Ajuste novamente os mesmos parâmetros até que os efeitos de saturação e corte ocorram de forma simétrica. Nesta situação, os valores escolhidos para  $R_1$  e *offset* colocam o transistor no seu ponto Q, no centro da região ativa do transistor. Verifique que a componente ac do sinal de saída está invertida com relação à entrada (defasagem de  $180^\circ$ ). Qual o ganho do amplificador? Varie o valor de  $R_1$  e ajuste novamente o ponto de operação do transistor no centro da região ativa. Qual o novo ganho do amplificador?

Remova o *offset* do sinal de entrada, ajuste a sua amplitude ac para 5 V, coloque  $R_1$  em seu máximo valor e diminua-o lentamente enquanto observa o sinal ac na saída. O que acontece com a amplitude do sinal de saída? Diminua  $R_1$  totalmente até que a saída se pareça com uma onda quadrada. O topo

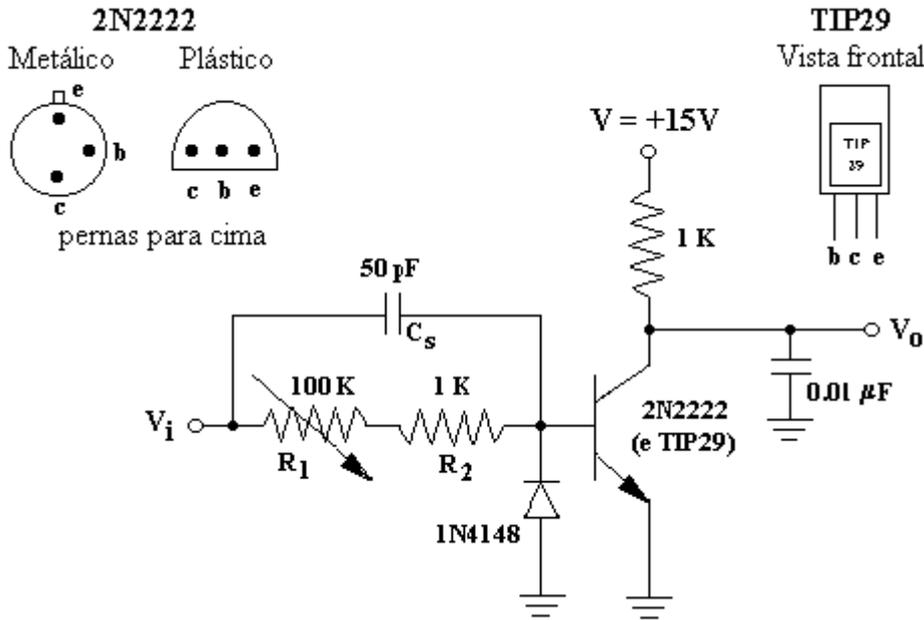


Figura 10.16: Circuito para teste de chaveamento.

superior ocorre quando o transistor está em corte. O patamar inferior corresponde à saturação. A voltagem pico-a-pico da saída é aquela que você esperava obter?

Para investigar os tempos de chaveamento deste circuito, use o seu gerador de onda quadrada (um gerador de pulsos seria mais adequado). Ajuste o sinal de entrada para uma frequência de aproximadamente 50 kHz e 5V de amplitude. Observe no osciloscópio as formas de onda de entrada e saída. Estude a Figura 10.17 para identificar e medir o tempo de atraso  $T_d$  (*delay*), tempo de subida  $T_r$  (*rise*), tempo de descida  $T_f$  (*fall*) e o tempo de saturação  $T_s$  (*saturation*). Ajuste  $R_1$  no limiar da saturação do transistor e meça os tempos e depois decresça  $R_1$  para aumentar a corrente de base. Qual o efeito desta operação sobre os tempos de chaveamento?

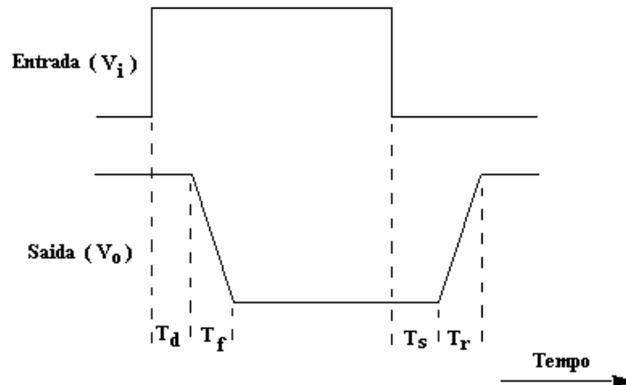


Figura 10.17: Definição dos tempos de chaveamento.

Substitua o TIP29 (transistor de potência) pelo 2N2222, que é um transistor específico para chaveamento rápido. Utilize na entrada uma onda quadrada ( $\pm 5V$  e frequência suficientemente alta) e observe os novos tempos de chaveamento. Qualquer transistor bipolar possui uma certa capacitância interna entre base e emissor,  $C_{trans}$ , cujo efeito é limitar os tempos de chaveamento por um fator  $(R_1 + R_2)C_{trans}$ . Para aumentar a velocidade de chaveamento é utilizado o capacitor  $C_s$  (*speedup capacitor*, de 50 pF ou pouco maior).

$R_1$ ,  $R_2$ ,  $C_s$  e  $C_{trans}$  formam um divisor de tensão compensado. Durante os primeiros instantes após uma transição da entrada,  $C_s$  terá uma impedância menor que a dos resistores  $(R_1 + R_2)$ , estabelecendo a nova corrente de base mais rapidamente. Conecte o capacitor de 50 pF indicado na Figura 10.16 e observe o seu efeito sobre os tempos de chaveamento. É provável que não veja efeito algum e neste caso, tente outros valores de capacitores, menores e maiores que 50 pF, porém menores que 500 pF.

Conecte um capacitor de  $0.01 \mu F$  entre a saída,  $V_o$ , e terra. Observe os tempos de chaveamento (subida

e descida) de  $V_o$  com esta carga capacitiva. Interprete a sua observação. Faça uma análise qualitativa das formas de onda a fim de verificar que o conceito de “alta velocidade” está intimamente ligado ao de “boa resposta em alta frequência”.

## 10.8 Amplificador com acoplamento capacitivo

Acabamos de concluir que um transistor pode amplificar um sinal alternado desde que ele esteja corretamente polarizado. A polarização de um transistor consiste em estabelecer uma corrente na base apropriada para que as suas variações ocorram em torno do ponto Q, em geral, no centro da região ativa do transistor.

Isto requer que, ao sinal alternado, seja somada uma componente dc de valor apropriado, o que pode ser conseguido de diversas maneiras. Na prática anterior, utilizamos uma facilidade do nosso gerador de áudio: o ajuste do *offset* do sinal de saída. Uma outra solução seria colocar em série ao gerador uma fonte dc variável. Estas são soluções nem sempre disponíveis, visto que requerem o uso de equipamentos adicionais ou especiais. A solução mais simples emprega o uso de capacitores de acoplamento.

### 10.8.1 Prática: Amplificador de emissor comum acoplado ac

Construa o circuito da Figura 10.18, sem ainda conectar os capacitores e o sinal de entrada. Observando o sinal de saída,  $V_o$ , no coletor do transistor, ajuste  $R_2$  de tal forma que  $I_b$  esteja no centro de sua região ativa (isto já foi feito anteriormente). Observe que  $V_o$  possui dois valores extremos, 0 V e +15 V, assim, o transistor estará operando no centro de sua região ativa quando  $V_o$  for aproximadamente +7.5 V. Depois, conecte o capacitor  $C_1$  e aplique uma pequena onda senoidal de 1 kHz na entrada. Agora, a tensão da base será senoidal, com um *offset* DC que é determinado por  $R_1$  e  $R_2$ . O capacitor  $C_1$  bloqueia toda a componente dc da entrada. Observe a voltagem do coletor. Adicione  $C_2$  para bloquear a componente dc da saída. Qual é o ganho em voltagem e o ângulo de fase entre  $V_i$  e  $V_o$ ?

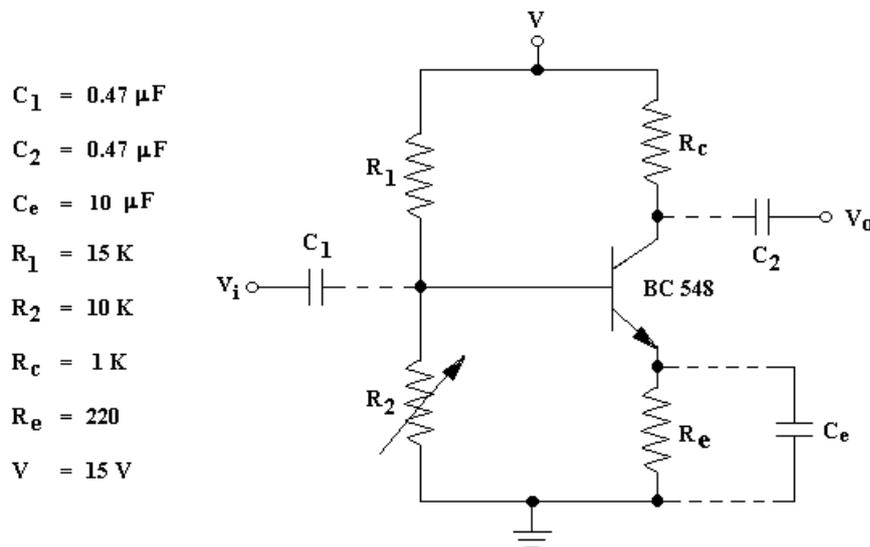


Figura 10.18: Amplificador de emissor comum com acoplamento capacitivo.

**Implementando o ganho:** Um truque para aumentar o ganho é adicionar o capacitor  $C_e$  (denominado em inglês de: *bypass capacitor*). Seu valor é suficientemente grande para ser transparente (ter baixa impedância) ao sinal ac, mas bloqueia toda a componente dc. Portanto, ele não perturba a polarização dc do transistor e nem a proteção contra instabilidade térmica promovida por  $R_e$ . Na presença de  $C_e$ , a variação da tensão de entrada,  $\Delta V_i$ , produzirá um maior  $\Delta I_b$ , devido a uma impedância mais baixa entre emissor e terra. Maior  $\Delta I_b$  significa maior  $\Delta I_c$  e, portanto, um ganho maior. Adicione  $C_e$  ao circuito da Figura 10.18 e determine o novo ganho do amplificador.

**Impedância de saída:** No circuito da Figura 10.18, desconecte o capacitor  $C_e$  e conecte um resistor de 1k entre a saída  $V_o$  e o terra. O que acontece com a amplitude do sinal de saída, com e sem o resistor de carga? O que você pode dizer a respeito da impedância de saída deste amplificador?

### 10.8.2 Prática: O seguidor de emissor acoplado ac

Modifique ligeiramente o circuito da Figura 10.18 para produzir um amplificador seguidor de emissor (também chamado de coletor comum), como mostra a Figura 10.19. Usando uma onda senoidal de 1 kHz, determine o ganho de voltagem e o ângulo de fase entre entrada e saída. Adicione um resistor de 1k entre a saída e terra e observe o que acontece com a amplitude de  $V_o$ . Que conclusão é possível obter a respeito das impedâncias de saída dos amplificadores mostrados nas Figuras 10.18 e 10.19? Qual deles possui maior impedância de saída?

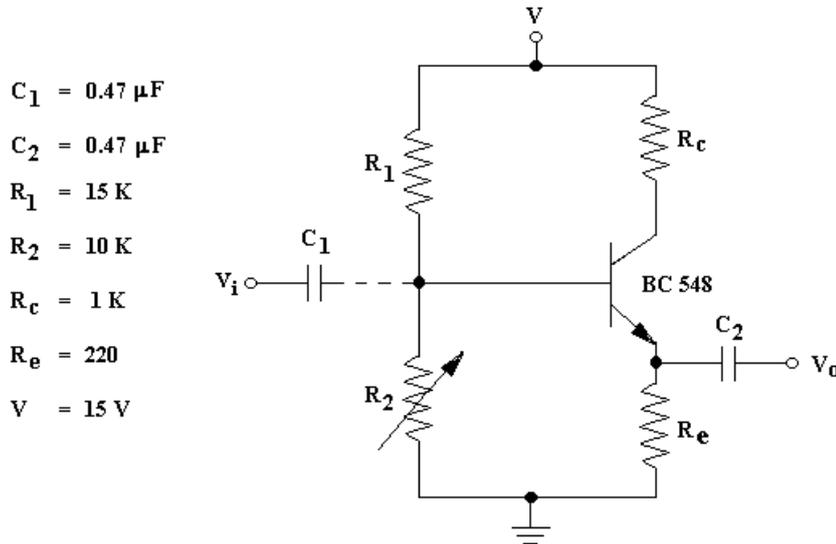


Figura 10.19: Amplificador seguidor de emissor com acoplamento capacitivo.

## 10.9 Transistor Darlington

O transistor Darlington, frequentemente denominado “par Darlington” ou simplesmente “Darlington”, corresponde a uma combinação especial de dois transistores bipolares conectados de tal forma que a corrente amplificada pelo primeiro transistor é também amplificada por um segundo transistor. O circuito composto por dois transistores se comporta como um único transistor que possui um ganho de corrente maior que o ganho individual de cada um.

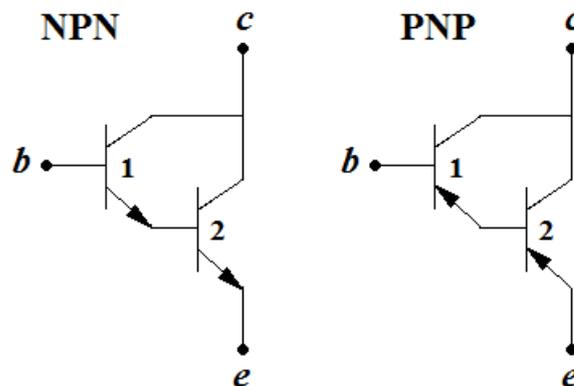


Figura 10.20: Configuração básica de um amplificador Darlington com 2 transistores NPN ou PNP.

Não vamos demonstrar aqui, mas, se o ganho individual de cada transistor fosse  $\beta_1$  e  $\beta_2$  o ganho do Darlington seria:

$$\beta = \beta_1\beta_2 + \beta_1 \approx \beta_1\beta_2 \quad (10.17)$$

Esta é a principal vantagem do Darlington, significando que ele pode ter um ganho muito alto, até maior que 1000. Com esta propriedade uma corrente na base muito pequena é capaz de saturar o par.

Entretanto, o Darlington tem muitas desvantagens. A primeira é que a sua tensão base-emissor,  $V_{be}$ , é igual à soma das correspondentes tensões dos dois transistores, isto é,  $V_{be} = V_{be-1} + V_{be-2}$ . Vimos que para um transistor bipolar  $V_{be} \approx 0.65$  V, portanto, para um transistor Darlington  $V_{be} \approx 1.3$  V.

A voltagem de saturação do Darlington,  $V_{ce-sat}$ , é igual à do segundo transistor,  $V_{ce-sat-2}$ , isto é,

$$V_{ce-sat} = V_{ce-sat-2} = V_{ce-sat-1} + V_{be-2} \quad (10.18)$$

Assim, enquanto a voltagem de saturação de um transistor é cerca de 0.1 a 0.2 V, a do Darlington é maior que a de um transistor por uma quantidade  $V_{be-2} \approx 0.65$  V. Esta propriedade representa uma outra desvantagem do Darlington.

Outra desvantagem de um Darlington tem a ver com a sua velocidade de chaveamento, que é inferior à dos transistores individuais. Isto ocorre por causa do problema mencionado na seção 10.7.1. Um transistor bipolar possui uma certa capacitância interna entre base e emissor, cujo efeito é limitar os tempos de chaveamento e aumentar a defasagem entre sinais de entrada e saída nos amplificadores lineares em altas frequências. O atraso na propagação do sinal pelo primeiro transistor fica intensificado pelo atraso adicional no segundo. Para reduzir este problema é, frequentemente, conectado um resistor de algumas centenas de Ohms entre a base e emissor, para facilitar a descarga do capacitor e diminuir o tempo de resposta.

Existem aplicações interessantes do par Darlington na Eletrônica mas, por se tratar de um tema que necessita conceitos que extrapolam os objetivos deste curso, não vamos nos aprofundar mais. A mesma consideração será feita com relação ao tema da próxima seção.

## 10.10 Amplificador diferencial

O amplificador diferencial é o circuito eletrônico mais utilizado na confecção de circuitos integrados. Por exemplo, o estágio de entrada de qualquer amplificador operacional é um amplificador diferencial. Também, o amplificador diferencial BJT é o módulo básico de qualquer componente da família de circuitos lógicos ultra-rápidos, denominada ECL (emitter-coupled logic).

Pretendemos realizar uma pequena apresentação do amplificador diferencial, com o objetivo de introduzir as suas principais características. Um amplificador diferencial BJT básico está mostrado na Figura 10.21.

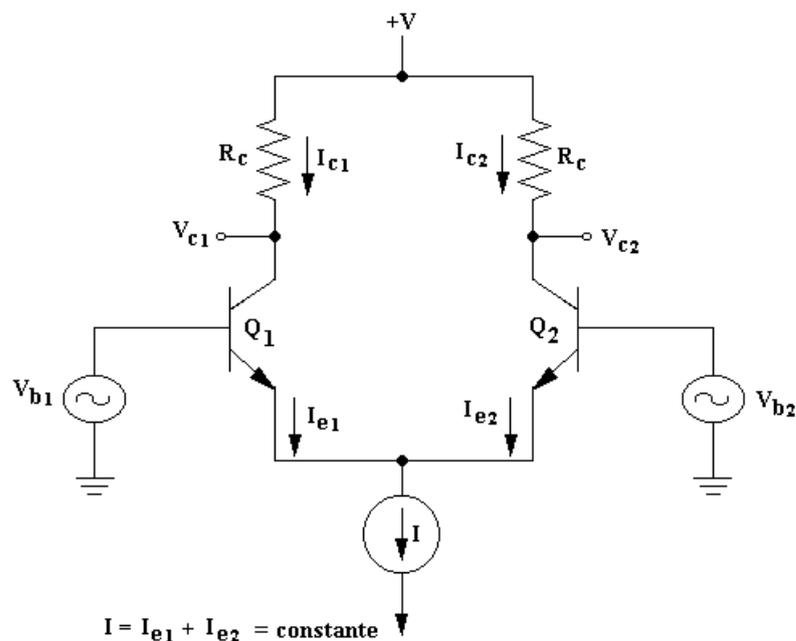


Figura 10.21: Amplificador diferencial.

O circuito consiste em dois transistores idênticos,  $Q_1$  e  $Q_2$ , (na gíria são chamados de “par casado”). Seus emissores estão conectados entre si e polarizados por uma fonte de corrente constante  $I$ . Para se ter uma idéia de como o circuito funciona, vamos imaginar algumas situações específicas.

(a)  $V_{b1} = V_{b2} = V_{CM}$

O primeiro caso consiste em ter as duas entradas do amplificador,  $V_{b1}$  e  $V_{b2}$ , conectadas a uma mesma voltagem relativa ao potencial de terra. Esta voltagem comum aos dois terminais de entrada chama-se **voltagem de modo-comum** (ou, *commom-mode voltage*), aqui designada pelo símbolo  $V_{CM}$ . Sendo que  $Q_1$  e  $Q_2$  são idênticos, a simetria do circuito garante que a corrente  $I$  irá se dividir igualmente entre os dois. Então  $I_{e1} = I_{e2} = I/2$ , e as voltagens em cada coletor serão aproximadamente iguais a  $V_{c1} = V_{c2} = V - R_c I/2$ .

Se o valor de  $V_{CM}$  variar, é óbvio que as correntes continuarão se dividindo igualmente e as voltagens nos coletores não vão se alterar. Portanto, este par de transistores não responde (ou, não amplifica) sinais que são comuns aos seus dois terminais de entrada. Em outras palavras, um amplificador diferencial “rejeita” sinais de modo-comum.

(b)  $V_{b1} = +1V$  e  $V_{b2} = 0$

Nesta situação vamos deixar  $V_{b2}$  em um potencial constante, por exemplo nulo (aterrando a entrada  $V_{b2}$ ), e fazer  $V_{b1}$  igual a 1V positivo. Sem exigir muitas explicações, vamos aceitar que nesta situação o transistor  $Q_1$  estará conduzindo em saturação, portanto a voltagem no seu emissor deverá ser aproximadamente  $(1.0-0.7) V = +0.3 V$ . Sendo assim, a junção base-emissor de  $Q_2$  estará polarizada reversamente e então  $Q_2$  não pode conduzir. As voltagens nos coletores serão  $V_{c1} = V - R_c I$  e  $V_{c2} = V$ .

(c)  $V_{b1} = -1V$  e  $V_{b2} = 0$

Nesta situação invertemos o sinal da entrada  $V_{b1}$  mantendo o mesmo valor de  $V_{b2}$ . Novamente, um raciocínio similar ao anterior diria que o transistor  $Q_2$  estará conduzindo em saturação, portanto a voltagem no seu emissor deverá ser aproximadamente  $(0.0-0.7) V = -0.7 V$ . A junção base-emissor de  $Q_1$  estará polarizada reversamente e então  $Q_1$  não pode conduzir. As voltagens nos coletores serão  $V_{c1} = V$  e  $V_{c2} = V - R_c I$ .

A partir destes argumentos podemos concluir que o amplificador diferencial responde somente a sinais diferenciais. De fato, ele pode ser construído tal que uma pequena diferença entre os dois sinais de entrada seja capaz de fazer com que um dos transistores “roube” toda a corrente do outro. Esta capacidade em fazer com que a corrente mude totalmente de um lado para o outro, dependendo de qual das duas entradas é a maior, faz do amplificador diferencial um módulo muito útil em circuitos lógicos.

Para utilizar o amplificador diferencial no regime linear, a diferença entre as duas voltagens de entrada deve ser muito pequena, da ordem de milivolts. Nesta situação, um dos transistores conduzirá uma corrente um pouco menor que a do outro (por exemplo,  $I - \Delta I$  e  $I + \Delta I$ ), com  $\Delta I$  proporcional à diferença de voltagens nas entradas. Assim, a voltagem de saída, medida entre os dois coletores será  $2R_c \Delta I$ , que é proporcional à diferença entre os dois sinais de entrada.

# Capítulo 11

## Transistores II

Os transistores que estudamos no capítulo anterior são denominados “transistores bipolares” ou BJT (a sigla vem do nome em inglês *Bipolar Junction Transistor*). Neste capítulo estudaremos alguns outros tipos de transistores mais comuns. O objetivo é apenas ter um primeiro contato com estes componentes e deixar que, ao longo do curso, encontremos outras oportunidades de testar as suas várias aplicações mais importantes.

### 11.1 Foto-transistor

Qualquer junção P-N é sensível à luz incidente, mas, certos tipos de transistores são especialmente projetados para utilizar este efeito de forma eficiente e este é o caso do foto-transistor.

Assim como qualquer transistor bipolar, o foto-transistor também possui três terminais: base, coletor e emissor. A corrente no coletor, além de depender da corrente de base, é também dependente da intensidade e comprimento de onda da luz incidente. Cada modelo de foto-transistor é fabricado para ser sensível a uma determinada faixa de comprimentos de onda. Para saber em que faixa um particular foto-transistor é mais sensível, é necessário consultar a sua folha de especificações. O terminal elétrico que está conectado à base é, em grande parte das aplicações, deixado aberto, isto é, não conectado ao circuito externo.

O foto-transistor é menor e possui uma resposta mais rápida que o LDR. O seu tempo de resposta típico é em geral menor que 200 ns. O foto-transistor que utilizaremos é o MRD300 ou similares. A face curva e transparente do MRD300 é a sua superfície sensível à luz. Este modelo é mais sensível na faixa do infravermelho-próximo ( $\lambda = 0.6\text{-}1.0 \mu\text{m}$ ) mas também apresenta sensibilidade razoável na faixa visível ( $\lambda < 0.6 \mu\text{m}$ ). A sensibilidade também é fortemente dependente do ângulo de incidência da luz relativo ao eixo de simetria do componente, sendo mais eficiente para ângulos menores que  $\pm 10^\circ$ . O tempo de chaveamento característico deste dispositivo é da ordem de alguns microsegundos.

#### 11.1.1 Prática: detector de luz

Conecte o circuito da Figura 11.1(a) e observe como varia a corrente para diferentes níveis de luz incidente. O circuito deve funcionar com a iluminação normal da sala de aula; para isso, aponte o foto transistor para uma das lâmpadas e bloqueie/desbloqueie a luz incidente para ver o efeito na corrente ou tensão medida no coletor, ponto  $C$ , isto é  $V_c$ . No escuro a corrente deve ser próxima de 0 A e no claro em torno de 0.8 mA.

Observe que na ausência de luz  $V_c = +15\text{V}$  e, conforme a intensidade da luz incidente aumenta, este potencial diminui. Para trazê-lo para em torno de 0V é necessário muita luz. O fato de que as variações de uma fraca luz incidente produzem variações na tensão  $V_c$  em torno de +15V é um incômodo pois você não vai conseguir observá-la aumentando a sensibilidade do osciloscópio. Isto é obvio, por que o feixe vai sair da tela. Para aumentar a sensibilidade do osciloscópio será necessário acoplar a sua entrada no modo AC. Este recurso permite a observação de componentes alternadas de alta frequência que estariam presentes no sinal  $V_c$ , mas, toda a informação associada a componentes dc será perdida.

Agora, remova o amperímetro e monte o circuito da Figura 11.1(b). Observe que a diferença de potencial no resistor,  $V_o$ : deve aumentar com o aumento da luminosidade incidente.

**ATENÇÃO:** na ausência de luz incidente as correntes no coletor e no emissor devem ser nulas, portanto, a voltagem de saída também é nula. Conforme a intensidade da luz aumenta, a tensão de saída também aumenta chegando a saturar em +15V quando a incidência de luz for muito intensa. Logo, a saída deste circuito é complementar ao anterior. Você logo vai notar que, neste caso, você pode aumentar a sensibilidade do osciloscópio a vontade, mesmo estando acoplado no modo DC.

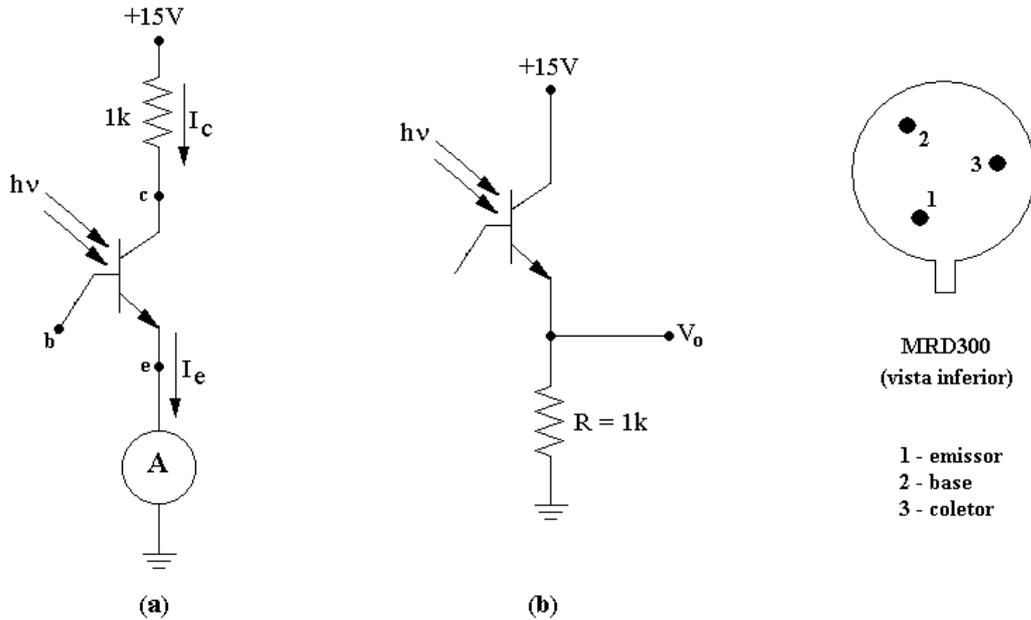


Figura 11.1: Circuito básico do foto-transistor.

Observe que a voltagem de saída do foto-transistor não é exatamente constante, mas possui um *ripple* de 120 Hz causado pelas lâmpadas fluorescentes do laboratório. Apague e acenda as lâmpadas para notar a diferença.

Projete e construa um circuito que possa ser usado para acender um LED quando a intensidade da luz incidente no transistor diminuir abaixo de um certo nível.

Neste exemplo pudemos verificar um conceito importante, que será bastante debatido nos próximos capítulos. O foto-transistor é um transdutor que transforma parte da informação contida na luz incidente (intensidade e comprimento de onda) em corrente elétrica. Para que a informação transferida ao mundo eletrônico seja mais facilmente utilizada, ela deve ser transformada em diferença de potencial. Ou seja, é necessário transformar a corrente elétrica que resulta no foto-transistor em resposta à presença da luz, em diferença de potencial. Isto é feito através do resistor colocado no emissor. A voltagem obtida é proporcional à corrente ( $V_o = RI_e = RI_c$ ).

O resistor do emissor, além de limitar a corrente no coletor, a transforma em diferença de potencial. Entretanto, este circuito tem um inconveniente: para aumentar  $V_o$  é necessário aumentar  $R$  mas, isto em nada resulta porque, ao aumentar  $R$  a corrente no coletor diminui! Portanto, para se obter ganho de tensão é necessário um circuito um pouco mais elaborado. Veremos como fazer isto logo mais adiante.

## 11.2 Acoplador ótico

O acoplador ótico (ou isolador ótico) consiste de um LED e um foto-transistor, ambos em único dispositivo selado. Em um certo aspecto, seu propósito principal é baseado em uma característica semelhante à encontrada em um transformador: transferir informações sem que haja qualquer conexão elétrica entre a entrada e a saída.

Uma aplicação comum destes dispositivos é proteger a transmissão de dados digitais a longa distância (linhas de transmissão), por exemplo, na comunicação entre dois computadores localizados a 50 metros de distância entre si. Hoje em dia existem fibras óticas para realizar esta conexão, mas, acopladores óticos continuam sendo utilizados nesta e em outras aplicações. Apesar das vantagens dos meios óticos neste tipo de aplicações, é importante salientar que eles são excelentes para transmitir sinais, mas não permitem o fluxo de energia entre entrada e saída. Em outras palavras, fibras óticas e acopladores óticos transmitem sinais, mas não transmitem potência.

Quando um sinal elétrico é transmitido entre dois instrumentos que estão distantes entre si, não é conveniente conectar os dois terras locais entre si, como está mostrado na Figura 11.3. Os potenciais locais de terra ( $V_1$  e  $V_2$ ) podem diferir entre si provocando um fluxo de corrente indesejável através da conexão comum de terra. Além deste problema, observe na figura que a ligação comum entre  $V_1$  e  $V_2$ , juntamente com a conexão elétrica que existe entre os dois terras através do solo, criou o que se chama **laço de terra** ou, em inglês, *ground loop*. Este é um problema sério, que muito contribuiu para a “destruição em massa” de microcomputadores e equipamentos eletrônicos em geral durante as tempestades.

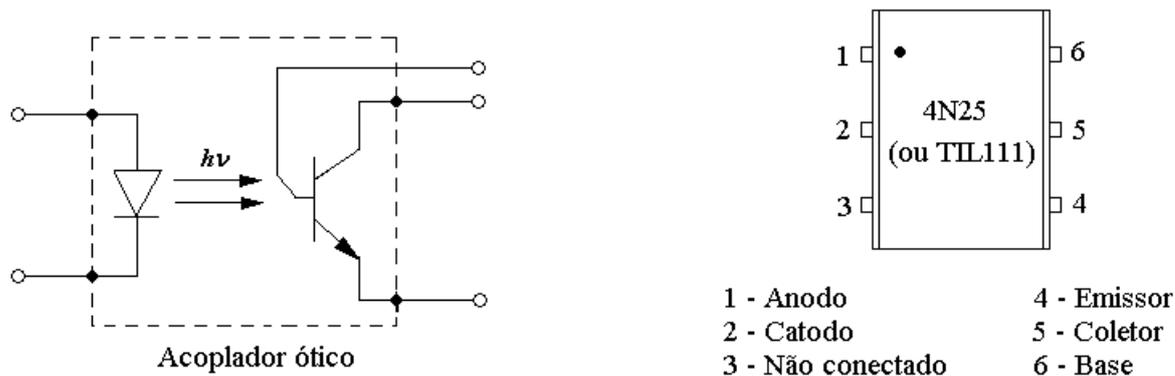


Figura 11.2: Acoplador ótico.

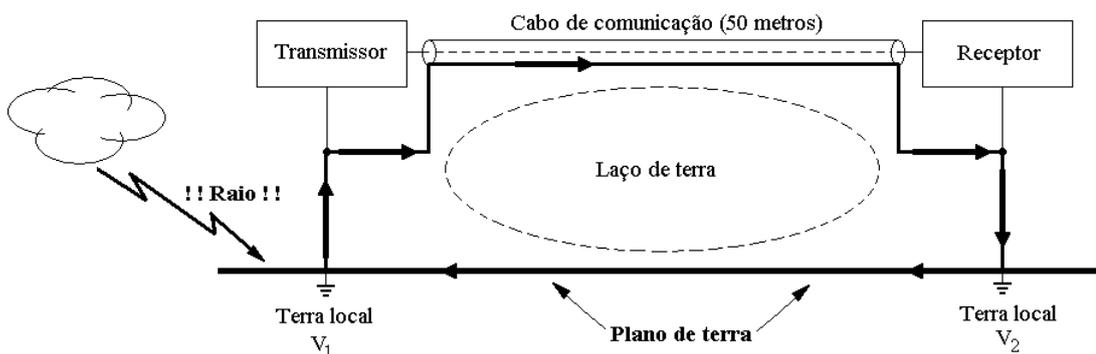


Figura 11.3: Laço de terra típico.

Existem dois motivos principais que ocasionam esta tragédia e ambos possuem um único responsável - os laços de terra (além do raio, é claro!).

Primeiro, quando um raio atinge a proximidade da rede de computadores, os potenciais  $V_1$  e  $V_2$  podem, por um breve instante de tempo, diferir por milhares de Volts gerando uma corrente no fio de terra do cabo de comunicação que pode corresponder a impulsos de muitos Amperes, destruindo as conexões e placas de interface.

Segundo, a descarga elétrica através do ar gera pulsos de campos magnéticos suficientemente intensos para, através do fenômeno da indução magnética (lei de Faraday), induzir altas correntes no laço de terra. Os laços de terra funcionam como grandes espiras, ou antenas, que captam as variações do campo magnético que as interceptam.

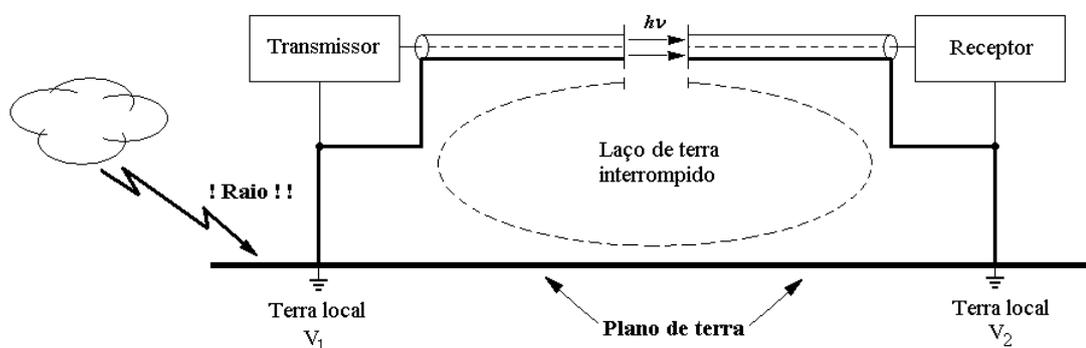


Figura 11.4: Interrupção de um laço de terra através de um acoplador ótico.

Uma forma de solucionar (ou minimizar) este problema é romper a continuidade do laço de terra e uma das formas de fazer isto é através de um acoplador ótico, conforme mostra a Figura 11.4. O esquema elétrico que envolve a montagem do acoplador ótico está mais detalhado na Figura 11.5. Esta solução não é 100% segura porque os isoladores óticos mais comuns possuem uma isolamento limitada, cerca de apenas alguns kV. Para voltagens maiores que o limite de isolamento eles se rompem internamente, permitindo a condução momentânea de corrente.

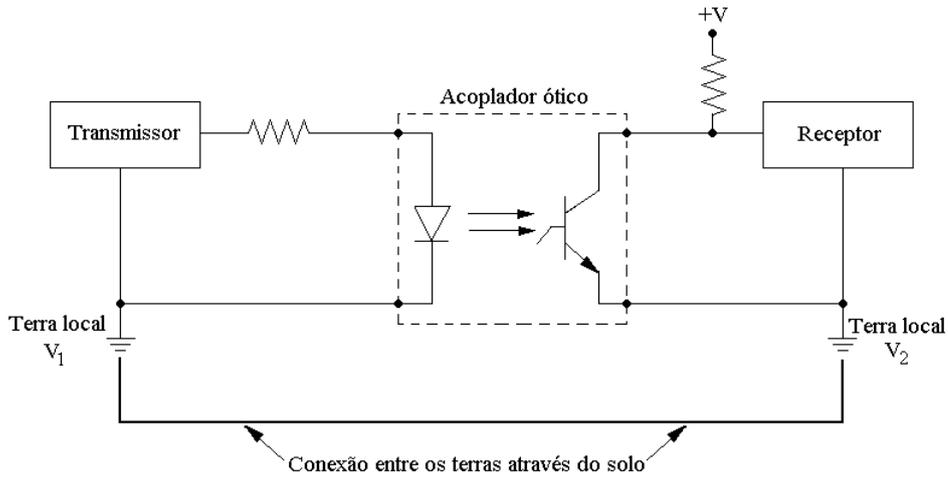


Figura 11.5: Conexão do acoplador óptico em mais detalhes.

Recentemente, tornou-se viável economicamente fazer a conexão entre os diversos componentes de uma rede de computadores através de fibras óticas, que não são condutores elétricos, e este tipo de problema provocado por tempestades já pode ser evitado com uma margem de segurança muito maior. Entretanto, pequenas redes locais, internas aos laboratórios, ainda permanecem conectadas através de cabos elétricos e, portanto, susceptíveis a este tipo de problemas.

Outra aplicação importante do acoplador óptico é na área da eletrônica médica. Para que o paciente não esteja sujeito a acidentes fatais, tais como aqueles ocasionados por choques elétricos, os diferentes sensores biológicos (medidores de temperatura, sensores de eletrocardiograma, etc) são alimentados por baterias. Neste caso, não há potenciais elevados relativos ao terra e o perigo de acidentes fica reduzido. Entretanto, alimentar todo o circuito eletrônico através de baterias não é conveniente, pois, tornaria a vida útil das baterias muito curta. Uma solução é alimentar somente os sensores e o circuito de entrada por baterias, desacoplando óticamente o restante do circuito.

### 11.2.1 Prática: isolador óptico

O isolador óptico é muito utilizado para transmissão de sinais digitais, permitindo alteração dos níveis lógicos. Veja o exemplo da Figura 11.6. Utilizaremos o isolador óptico 4N25 (ou o TIL111). Construa o circuito, coloque o gerador no modo de onda quadrada (1 kHz).

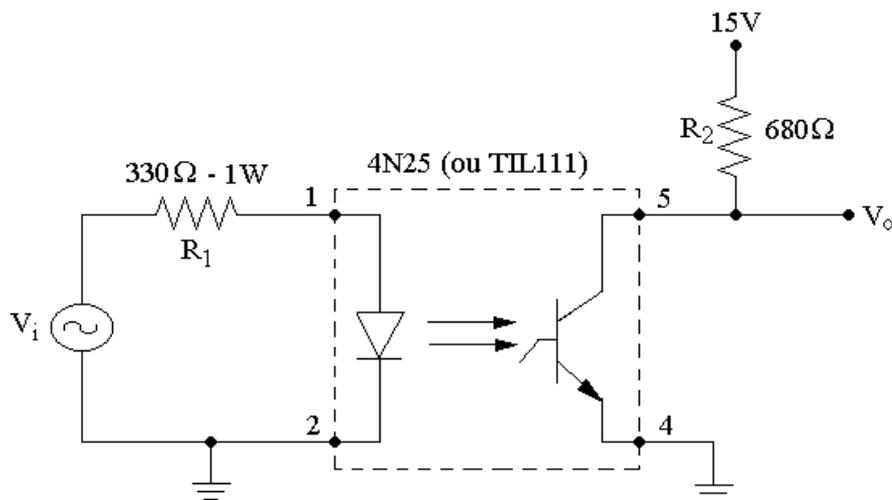


Figura 11.6: Um circuito típico para o isolador óptico.

Observe que, caso a amplitude da entrada seja menor que cerca de 2V a saída vai ser constante e igual a +15 V. Isto ocorre porque o LED não vai conduzir e, portanto, não vai emitir luz. Não chegando luz na base do foto-transistor, ele estará em corte. Entendeu?

Observe também que, na medida em que você aumenta a amplitude da onda quadrada na entrada acima de 2 V, a saída começa ficar também alternada (com um *offset* positivo) oscilando entre +15 V e

alguma tensão positiva menor que +15 V, mas, maior que 0 V. Somente quando a amplitude da entrada for muito alta (10 V ou mais) é que a saída vai oscilar entre +15 V e  $V_{ce}^{sat} \approx 0.2$  V.

Até este ponto já podemos concluir que o acoplador poderá ser muito útil para transmitir sinais digitais (isto é, sinais de dois níveis). O que você acha?

Mas, será que também é possível transmitir sinais analógicos através deste acoplador? A resposta é sim (ou, talvez!).

Para entender isso, faça um exercício de imaginação para notar que a resposta do acoplador, isto é, a função  $V_o$  vs.  $V_i$ , não é linear (não é preciso fazer o gráfico para chegar a esta conclusão!). Para chegar a esta conclusão sem imaginar tanto é mais fácil utilizar uma onda triangular na entrada. Neste caso, a saída também é triangular?

Agora, vamos tentar dar um “jeitinho” nesta situação. Coloque uma baixa amplitude na onda triangular de entrada (algo na faixa de 100-500 mV) e depois adicione um *offset* positivo. Ajuste a amplitude da onda triangular e o *offset* até que você consiga obter uma saída também triangular.

Então, conseguiu fazer isso? Se conseguiu, então poderá dizer que o seu acoplador pode ser também utilizado como uma interface linear. Explique porque este *offset* adicionou mais uma propriedade ao circuito.

Para melhor observar, utilize o osciloscópio no modo X-Y:  $V_i$  na entrada X e  $V_o$  na entrada Y. Para otimizar a linearidade entre entrada e saída ajuste a amplitude e o *offset* do seu gerador.

Estes isoladores são baratos e ideais para circuitos digitais. Isoladores óticos que possuem alta linearidade e estabilidade térmica são encontradas em uma faixa de preço mais elevada. Embora a resposta do 4N25 seja não linear, ele pode ser utilizado em circuitos analógicos lineares “turbinados” por amplificadores operacionais; e isto será mostrado logo mais adiante.

## 11.3 Transistores de efeito de campo

Os transistores de efeito de campo, conhecidos pela sigla FET (do inglês *Field Effect Transistor*), são componentes com propriedades diferentes daquelas dos transistores BJT.

O FET que utilizaremos neste curso é o chamado *Enhancement Mode N-Channel Junction Field Effect Transistor*, ou simplesmente JFET. O outro tipo comum de FET é o *Metal-Oxide-Semiconductor-FET*, ou MOSFET, que, embora muito popular, não será estudado neste curso.

O JFET pode ser encontrado com 2 polaridades: *N-channel* (parecido com o BJT-NPN) e o *P-channel* (parecido com o BJT-PNP).

O JFET-N consiste de um canal contínuo de silício do tipo N entre *drain* e *source*. O terceiro terminal é o *gate*, construído de silício do tipo P difundido no centro do canal. A Figura 11.7 mostra uma visão pictórica da secção transversal do JFET-N e o seu símbolo esquemático.

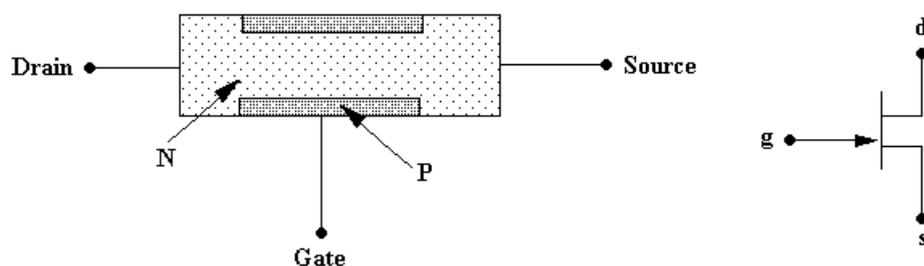


Figura 11.7: O FET: símbolo esquemático.

Como o próprio nome sugere, o princípio de operação do FET consiste em controlar a corrente do canal através do campo elétrico produzido pela voltagem aplicada ao gate (no caso do BJT, a corrente do coletor é controlada pela corrente na base). Em conseqüência, é necessária uma corrente de entrada extremamente pequena no gate para controlar a corrente no canal do FET. O resultado é uma alta impedância de entrada (normalmente maior do que  $10^{14}\Omega$ ), o que torna o FET um elemento essencial em muitas aplicações.

Dentre várias aplicações citamos: chaves analógicas, amplificadores com impedância de entrada ultra-alta, resistores controlados por tensões e fontes de corrente. Adicionalmente, como os FETs podem ser bastante pequenos, eles são essenciais em circuitos digitais LSI (em inglês, *Large Scale Integration*), tal como em calculadoras, microprocessadores e memórias. Além disso, atualmente já se encontra no mercado FETs que podem drenar alta corrente (10 A ou mais), capazes de substituir com maior rendimento os BJTs em circuitos de potência.

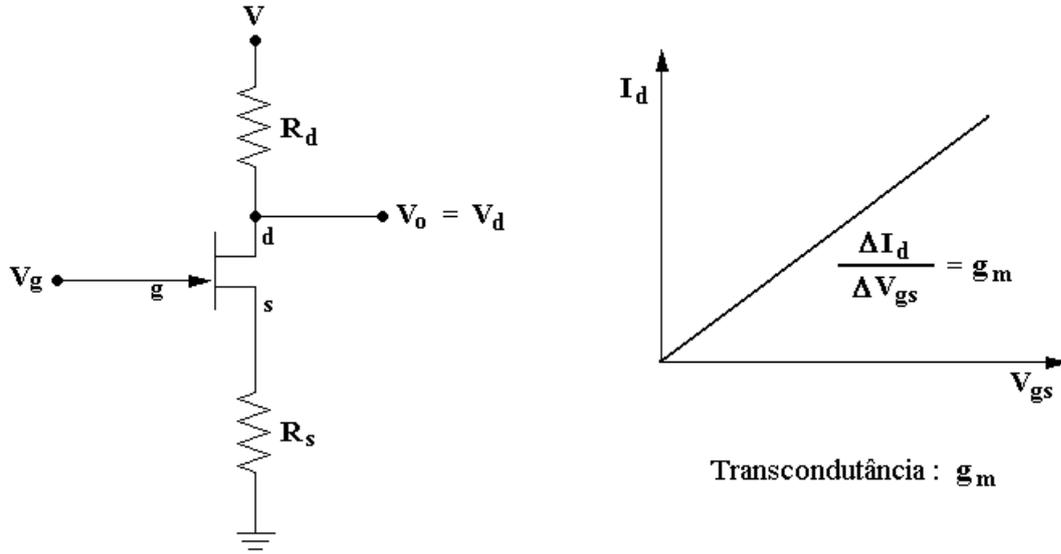


Figura 11.8: Um amplificador FET simples.

Em geral, o gate é polarizado reversamente, negativo com relação ao *drain* ou *source*, de tal forma que praticamente nenhuma corrente flui através do *gate*. O valor da voltagem no *gate*,  $V_g$ , determina a condutância do canal. Para  $V_g = 0$ , o canal possui uma condutância moderada, enquanto que para  $V_g =$  alguns volts negativos, o canal fica bloqueado e a resistência entre *drain* e *source* fica muito alta.

Anteriormente vimos que o transistor BJT, quando utilizado como amplificador, possui um ganho  $G = \Delta I_c / \Delta I_b$ . O análogo para o FET é a sua transcondutância  $g_m = \Delta I_d / \Delta V_{gs}$ , tipicamente da ordem de 2 mA/Volt.

Embora seja aparente no símbolo esquemático, o *drain* e a *source* não são perfeitamente equivalentes. O melhor funcionamento ocorre quando a corrente flui no sentido *drain* para *source*. A voltagem aplicada entre o *gate* e *source*,  $V_{gs}$ , é usualmente negativa. A voltagem entre *drain* e *source*,  $V_{ds}$ , é usualmente positiva.

A Figura 11.8 mostra um amplificador simples utilizando um FET. A curva de ganho ( $I_d$  vs.  $V_{gs}$ ) possui uma região linear, como indica a figura. Anteriormente, calculamos o ganho de um amplificador baseado no BJT. Isto também pode ser realizado para o FET. Mas, antes, observe que

$$\begin{aligned} V_{ds} &= V - I_d R_d - I_s R_s \\ I_d &= I_s \\ V_{ds} &= V - I_d (R_d + R_s) \end{aligned} \quad (11.1)$$

Resolvendo estas equações para  $I_d$  encontramos:

$$I_d = -\frac{1}{R_d + R_s} V_d + \frac{V}{R_d + R_s} \quad (11.2)$$

Se tomarmos  $I_d$  e  $V_d$  como variáveis, a Equação 11.2 representa uma reta.

Para estimar o ganho do amplificador simples, basta seguir os seguintes passos.

$$\begin{aligned} \Delta I_d &= g_m \Delta V_{gs} \\ V_i &= V_g = V_{gs} + V_s \\ \Delta I_d &= g_m (\Delta V_g - \Delta V_s) \\ \Delta I_d &= g_m (\Delta V_i - R_s \Delta I_d) \\ \Delta I_d &= \frac{g_m \Delta V_i}{(1 + g_m R_s)} \\ V_o &= V - I_d R_d \\ \Delta V_o &= -R_d \Delta I_d \end{aligned} \quad (11.3)$$

Portanto,

$$\Delta V_o = -R_d \frac{g_m}{1 + g_m R_s} \Delta V_i \quad \rightarrow \quad \text{Ganho} = -R_d \frac{g_m}{1 + g_m R_s} \quad (11.4)$$

Se  $g_m R_s \gg 1$  teremos uma solução aproximada que é independente da transcondutância do FET:

$$\Delta V_o = -\frac{R_d}{R_s} \Delta V_i \quad \rightarrow \quad \text{Ganho} = -\frac{R_d}{R_s} \quad (11.5)$$

Observe a semelhança entre a Equação 11.5 e o ganho de um amplificador BJT com emissor comum, que vale  $G = -R_c/R_e$  (ver Equação 10.13). Se  $R_s$  se torna muito pequeno, a aproximação efetuada acima não é válida e o ganho passa a depender da transcondutância  $g_m$ .

### 11.3.1 Prática: características básicas do amplificador FET

Utilizaremos o JFET MPF102. A Figura 11.9(b) mostra um amplificador de *source* comum. A exigência de que o *gate* esteja polarizado reversamente com relação ao *source* é satisfeita colocando-se o *source* positivo com relação ao terra, por meio da queda de tensão através de  $R_s$ .

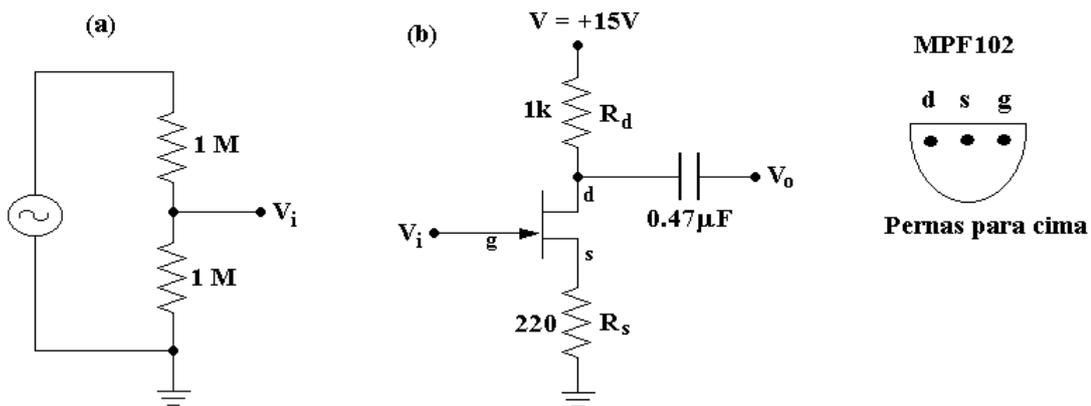


Figura 11.9: O amplificador FET: prática.

Construa o circuito e utilize uma onda senoidal de 0.5 Vpp como entrada (sem *offset*). Qual é o ganho? A partir da Equação 11.4 determine o valor da transcondutância,  $g_m$ , deste FET. Qual é o valor de  $g_m R_s$ ? Neste caso, a Equação 11.5 é uma boa aproximação? Qual é o deslocamento de fase em 1 kHz? Qual é o ponto de -3 dB em alta frequência?

Não desmonte ainda o circuito 11.9(b) e, paralelamente, monte o divisor de tensão da Figura 11.9(a). Meça com o osciloscópio a tensão de saída deste divisor de tensão com pontas de prova 1× e 10×. O resultado da medida depende da ponta de prova utilizada? Porquê?

Para se ter uma idéia da impedância de entrada do amplificador FET utilize para sinal de entrada do amplificador a saída do divisor de tensão. Meça a saída do amplificador com uma ponta de prova 1×. Calcule o valor da tensão na saída do divisor de tensão, dividindo o valor medido pelo osciloscópio pelo ganho do amplificador. O que você pode dizer a respeito da impedância de entrada deste amplificador?

Devido aos valores altos dos resistores do divisor de tensão, este circuito é muito sensível a ruídos e à interferência da rede de 60 Hz. Pode ser que seja necessário improvisar uma blindagem (aterrada) em torno dos resistores e utilizar fios curtos e blindados para as conexões elétricas do circuito.

Vários amplificadores operacionais utilizam FETs especiais no seu circuito de entrada para conseguir alta impedância de entrada acima de  $10^{12} \Omega$ . Veremos um pouco mais a respeito disso em um capítulo adiante.

### 11.3.2 Prática: chaves analógicas

As chaves analógicas podem ser encontradas comercialmente em circuitos integrados como o CD4016. Aqui, faremos apenas uma breve demonstração de uma importante utilidade do FET através do exemplo da Figura 11.10.

**Atenção:** Este circuito é um pouco mais complicado para montar do que todos os anteriores e, por isso, requer um pouquinho da minha ajuda.

Primeiro, é importante que você utilize duas fontes de alimentação e as conecte conforme mostra o diagrama. Em seguida, monte apenas a pequena parte do circuito compreendida entre o ponto  $V_g$  até  $V_A$  e verifique se as formas de onda que você obtêm são parecidas com aquelas da figura. Se tudo estiver certo continue a montagem do restante do circuito.

Na Figura 11.10 o BJT é utilizado para fornecer as voltagens apropriadas para o *gate* chavear o FET. Através do transformador, aplique um sinal senoidal de 3 Vrms como sinal de entrada,  $V_i$ , e uma onda quadrada com 10 Vpp de amplitude e 10 Hz de frequência para  $V_g$ .

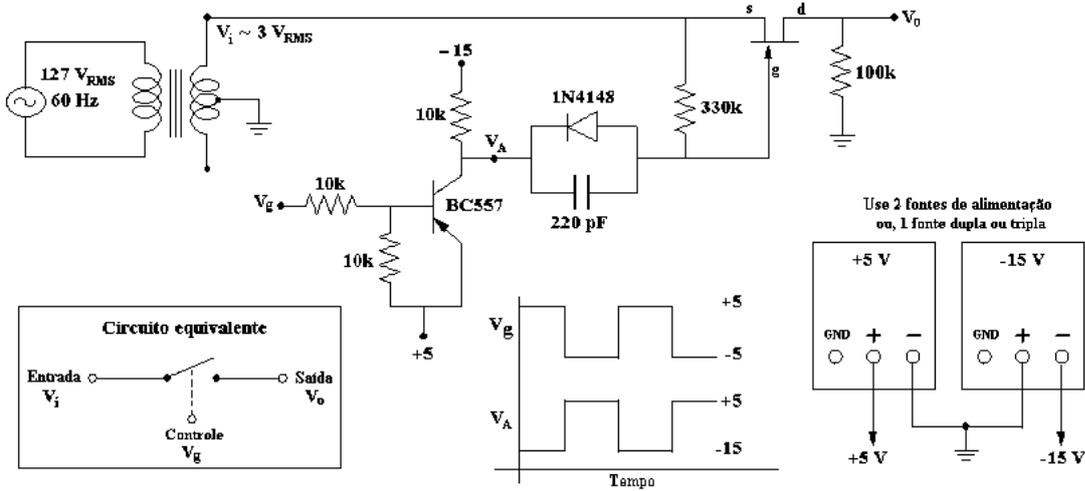


Figura 11.10: Uma chave analógica do tipo liga-desliga.

Esclareço que, você não é obrigado a usar o transformador. Muito pelo contrário, caso você consiga no laboratório mais um gerador de função, utilize-o no lugar do transformador. Caso tenha esta disponibilidade, o experimento ficará mais rico e divertido.

Desenhe um esquema mostrando os sinais de chaveamento,  $V_g$ , de entrada,  $V_i$ , e de saída,  $V_o$ , especificando as frequências utilizadas. Varie a frequência de  $V_g$  para 1 kHz e observe novamente o funcionamento do circuito. Sua obrigação é entender o que está acontecendo!

Para que você possa comparar e entender as formas de onda que você vai observar no osciloscópio será necessário um pouco de conhecimentos a respeito do *trigger* do osciloscópio. Se você ainda é novato nesta matéria, consulte alguém mais experiente.

TEXTO INCOMPLETO SOBRE OUTROS DISPOSITIVOS:  
MOSFETS, IJBT, ETC.

# Capítulo 12

## Válvulas

Muitos consideram o **transistor** como a maior invenção do século passado. De fato, se não a maior ela foi, sem dúvida, extremamente importante, inovadora e catalisadora de uma grande transformação da nossa sociedade.

Apesar desta inequívoca constatação não podemos nos esquecer que este mencionado avanço tecnológico capaz de transformar uma sociedade inteira não teria sido possível sem a existência de outras grandes invenções anteriores, frutos do trabalho de pesquisa de muitos cientistas que inovaram a ciência, antes da invenção do transistor. Dentre as várias invenções anteriores à do transistor destaca-se a **invenção da válvula** e este é o assunto de interesse neste capítulo.

A conexão direta que uma pessoa comum faz com a válvula é lembrar os antigos rádios onde os nossos avós escutavam notícias, músicas, novelas, esportes e, por onde, se informavam e matavam o tempo.

Embora tenha sido James Clerk Maxwell, em 1873, quem previu teoricamente a propagação das ondas eletromagnéticas (ou, ondas de rádio), foi Heinrich Rudolf Hertz, em 1887, quem fez a primeira demonstração do fenômeno. Logo em seguida, descobriu-se as utilidades da transmissão de ondas eletromagnéticas através do espaço no desenvolvimento de telégrafos “sem fio”. O telégrafo é somente capaz de transmitir sinais na forma de códigos, mas, não demorou muito para que o suor dos inventores descobrissem uma maneira de transmitir-se a voz humana, através do espaço e a longas distâncias.

O advento das comunicações a rádio começou por volta de 1900 e a lista de inventores que contribuíram ao processo é enorme. Para orgulho nosso, citamos um brasileiro chamado Roberto Landell de Moura que transmitiu a voz humana (sem fios) entre o Alto da Lapa e a Avenida Paulista em São Paulo (cerca de 8 Km de distância) no dia 3 de Junho de 1900.

Hoje em dia, o nosso planeta está interligado por uma rede de comunicação, denominada “internet”, que possibilita o contato barato, rápido e em tempo real entre quaisquer recantos próximos ou longínquos. Esta moderna rede de comunicações é, sem dúvida, uma conquista creditada à invenção do transistor e, posteriormente, dos circuitos integrados, dos processadores aritméticos e dos computadores. De fato, o tráfego de informação digital a longas distâncias é, hoje, tão intenso que jamais poderia ter sido imaginado, muito menos implementado, antes da comercialização do primeiro transistor pela empresa Texas Instruments em 1954.

Entretanto, é oportuno lembrar também que, durante os 50 anos que antecederam esta data, o mundo já estava interconectado, em tempo real (ou quase), por outra rede que consistia de transmissores e receptores de rádio, telegrafia, telefonia, televisão e até computadores rudimentares. Era possível também gravar informações, reforçar ou modificar sons e estabelecer controle de processos industriais. Quem possibilitou este grande avanço tecnológico que, dentre outras, levou à invenção do transistor e ao estabelecimento de nossa sociedade atual foram: os **diodos** - um dispositivo capaz de realizar a retificação da corrente elétrica - e os **triodos** - um dispositivo eletrônico que possuía a capacidade de fazer a chamada amplificação eletrônica.

Esta conversa significa que, na verdade, a data histórica em que ocorreu a importante transição entre os circuitos chamados “elétricos” para os mais avançados chamados “eletrônicos” é muito anterior a invenção do transistor. Com certeza, foram as válvulas que iniciaram esta nova era da nossa tecnologia. Foi o triodo quem forneceu uma maneira de se controlar o fluxo de elétrons (ou a corrente) em um circuito através de outra corrente em outra parte do circuito. Em outras palavras, com o triodo tornou-se possível que um pequeno sinal elétrico controlasse uma corrente elétrica intensa. Esta é a essência dos circuitos eletrônicos, que diferem dos circuitos elétricos nos quais o fluxo de elétrons é controlado simplesmente pela Lei de Ohm, um atributo físico e específico dos fios elétricos e componentes.

Os novos dispositivos baseados em semicondutores são chamados de **dispositivos do estado sólido** enquanto que os mais antigos, denominados genericamente por válvulas, são chamados de **dispositivos a vácuo**.

Embora, hoje em dia e na maioria das aplicações, as válvulas tenham sido substituídas quase na totalidade pelos dispositivos do estado sólido, ainda existem situações e aplicações em que as válvulas são ainda essenciais. Por exemplo, as válvulas são muito menos susceptíveis a picos de tensão ou corrente e a pulsos eletromagnéticos produzidos por explosões nucleares. Esta propriedade torna a válvula ainda um elemento essencial em aplicações militares. As válvulas ainda fornecem alternativas práticas para gerar altas potências na faixa de radiofrequência, em aplicações industriais tal como no aquecimento por radiofrequência, aceleradores de partículas e transmissores de rádio. Um tipo especial de válvula, denominada *klystron* ainda é utilizada para produzir microondas em instrumentos de pesquisa e em radares, assim como os *magnetrons* ainda são utilizados para aquecimento de alimentos em fornos de microondas comerciais. As válvulas chamadas *travelling wave tube amplifier* (TWT e TWTA) ainda são utilizadas para amplificar a potência da microonda em radares e em instrumentos científicos. As foto-multiplicadoras são também consideradas válvulas e são detetores extremamente sensíveis de luz nas faixas do ultravioleta, visível e infravermelho-próximo do espectro eletromagnético; e ainda muito utilizadas em projetos científicos.

Outra área em que as válvulas ainda são largamente utilizadas compreende três aplicações interligadas: amplificação de instrumentos musicais (guitarras principalmente), gravadores de som e equipamento de som para audiófilos.

A razão das pessoas preferirem o som produzido pelas válvulas tem uma explicação técnica baseada mais na sensação musical do que na qualidade e fidelidade dos equipamentos. O estágio de potência, ou de saída, de um amplificador valvulado requer o emprego de transformadores para acoplar a alta impedância de saída do amplificador com a baixa impedância dos alto-falantes. Estes transformadores produzem deslocamentos de fase dependentes da frequência e, para evitar instabilidades, o emprego de realimentação negativa fica bastante limitado. Por causa disso, estes transformadores alteram o timbre dos instrumentos musicais e da voz humana produzindo distorções, principalmente quando a intensidade do som é elevada.

Por outro lado, o estágio de saída dos amplificadores transistorizados pode ser conectado diretamente à carga, eliminando a necessidade de transformadores, permitindo que a realimentação seja mais facilmente empregada para produzir um alto grau de linearidade. Outra diferença entre estas duas tecnologias é que a saturação (ou *clipping*) nos amplificadores a transistor ocorre abruptamente em um dado nível, enquanto que para os a válvula ela ocorre gradualmente ou seja, é mais suave.

Para atender o mercado consumidor existem empresas especializadas que produzem e vendem caríssimos equipamentos valvulados para músicos e audiófilos. Neste ramo de comércio, os usuários, principalmente os guitarristas, não estão buscando por um amplificador que reproduza fielmente o sinal elétrico original, mas sim por um que acentue uma textura sonora mais aconchegante, quente e apropriada para os diferentes estilos musicais.

Neste ponto, é esclarecedor mostrarmos esquematicamente a anatomia de um triodo. A Figura 12.1 mostra este esquema, acentuando os seus componentes principais. Todos os quatro elementos, filamento, cátodo, grade e placa (ou anodo) estão instalados dentro de uma ampola de vidro e isolados eletricamente entre si através de vácuo. A geometria mais comum é a cilíndrica, tendo no eixo central um longo filamento, envolto na seqüência pelo cátodo, grade e placa. Os quatro fios acoplados aos elementos passam através do vidro a um conector apropriado.

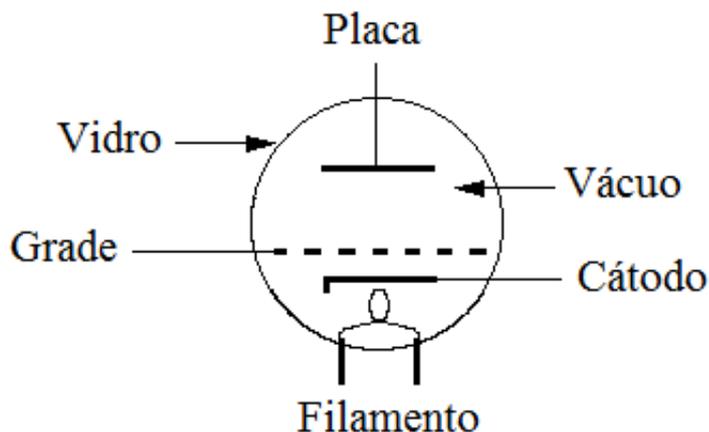


Figura 12.1: Esquema básico de um triodo.

O filamento pode ser um fio de tungstênio aquecido a  $2200^{\circ}\text{C}$ , da mesma maneira que em uma lâmpada incandescente comum, e ele fica envolto pelo cátodo a uma distância radial muito pequena. Por

aquecimento indireto, a temperatura da superfície do cátodo fica suficientemente alta, capaz de emitir elétrons devido ao efeito termoiônico. Com um raio um pouco maior fica instalada a grade e logo após a placa. Como mostra o esquema, a grade é perfurada de tal forma a permitir o fluxo de elétrons do cátodo para a placa.

Em triodos mais modernos, não se utiliza o elemento tungstênio para a construção do filamento, mas sim outros materiais alternativos. Com estes novos materiais foi possível operar em temperaturas mais baixas, em torno de  $700^{\circ}\text{C}$ , o que minimiza as deformações físicas do dispositivo provocadas por dilatações e contrações térmicas. Além disso, o tungstênio aquecido em altas temperaturas se torna factível a fraturas causadas por vibrações ou choques mecânicos. Com estes novos materiais este problema também ficou reduzido. Ainda mais, a redução dos problemas de deformação térmica permitiu uma maior aproximação entre cátodo e grade, o que aumenta o ganho do triodo (como veremos adiante).

Nos triodos mais antigos o filamento e cátodo consistiam de um único elemento físico. Por isso, as aplicações destes triodos em amplificadores requeriam que o filamento/cátodo fosse alimentado por uma corrente DC, o que causava diversos inconvenientes. Primeiro, sendo que o filamento é um fio resistivo a sua superfície não pode ser considerada como equipotencial. Segundo, este dispositivo requer a construção de uma fonte DC de alta corrente, exclusiva para alimentar este filamento.

Com a separação do filamento e do cátodo em dois elementos distintos e separados eletricamente, ficou possível utilizar alimentação AC para o filamento, através de um simples transformador ligado diretamente na rede elétrica 127/220 V - 60 Hz. Além disso, fica fácil neste caso tornar o cátodo uma equipotencial, através da sua polarização por uma fonte de alimentação de baixa corrente.

Desta forma, o filamento passou a ser “desconsiderado” como elemento do triodo, pois, ele era apenas o elemento aquecedor do cátodo. Por isso é que o triodo é chamado de “triodo”, ou seja, porque ele possui TRÊS elementos: cátodo, grade e placa.

Bom, após esta vista panorâmica ao famoso triodo, vamos tentar observá-lo por partes. Em outras palavras, para entender bem o impacto que o triodo causou nesta sociedade na primeira metade do século passado será necessário conhecer alguns outros dispositivos que foram criados antes dele. A lista é grande, mas decidimos discutir a seguir (apenas um pouquinho) o efeito termoiônico e a relação existente entre a lâmpada elétrica e o diodo a vácuo, importantes precursores do triodo a vácuo.

É bom lembrar que até os trabalhos de J. J. Thomson em 1897 o elétron ainda não havia sido identificado como uma partícula física, portanto, até esta data a palavra “elétron” não era usada pela Literatura científica. Entretanto, vamos usar e abusar desta palavra sem nos importarmos com a seqüência que a História impôs à nomenclatura da Ciência.

## 12.1 O efeito termoiônico

O efeito termoiônico é responsável pelo fluxo de elétrons para fora da superfície de um metal, induzido pela temperatura. Quando o metal é aquecido a uma temperatura suficientemente alta, seus elétrons de condução ganham energia capaz de vencer o potencial da superfície, também chamado de “função trabalho”, e se tornam capazes de saltar para fora do metal. Quando estes elétrons são emitidos, eles deixam no metal uma carga positiva que pode ser neutralizada se o metal estiver ligado a uma bateria ou ao terra, conforme o elétron se distancia do metal.

Os elétrons que se movem para fora do metal formam uma “nuvem” em torno dele e eventualmente retornam para ele. O número de elétrons que ficam circundando o metal é uma função exclusiva da temperatura e da função trabalho e esta função (ou equação) recebe diversos nomes na literatura, sendo a mais comum a “equação de Richardson-Dushman”. Devido aos seus trabalhos nesta área, Owen Willans Richardson foi laureado com o prêmio Nobel da Física em 1928.

Este assunto é bastante extenso e também intrincado, por isso, vou deixar que o aprofundamento da matéria fique a cargo do curso de Física Avançada que vocês irão cursar logo mais.

## 12.2 A lâmpada elétrica

É claro que a lâmpada elétrica incandescente não foi inventada por uma única pessoa e nem tampouco em um ano. Entretanto, credita-se a sua invenção a Thomas Alva Edson, um inventor americano que aperfeiçoou a lâmpada incandescente com um projeto bem sucedido em 1879.

A idéia da lâmpada de Edson era simples: um filamento aquecido a alta temperatura é capaz de emitir luz visível e o seu esquema básico está na Figura 12.2.

Entretanto, a construção de um protótipo capaz de ser comercializado com sucesso não era nada simples. Parece que fazer vácuo suficiente dentro da ampola de vidro, ou encher a ampola com gás inerte, não era um problema tão sério. Por outro lado, o problema principal era: qual material utilizar para o

## Lâmpada incandescente

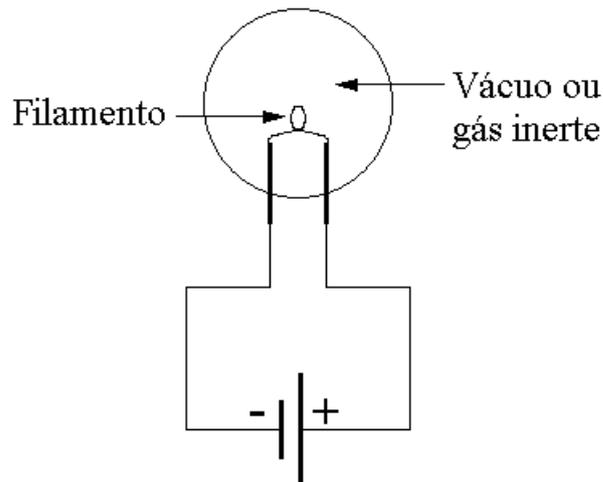


Figura 12.2: Esquema básico de uma lâmpada incandescente.

filamento? Teria que ser um material capaz de se aquecer a alta temperatura sem fundir, queimar ou evaporar. **Nada fácil!**

Hoje em dia os filamentos são, geralmente, feitos de tungstênio (temperatura de fusão de  $3422^{\circ}\text{C}$ ), mas Edson utilizou uma haste fina de carvão (ou carbono com ponto de fusão em  $3800^{\circ}\text{C}$ ) aquecida a cerca de  $900^{\circ}\text{C}$  e a luz visível emitida era avermelhada e, portanto, “não era lá essas coisas!”. Como o filamento de carvão evapora-se, este tipo de lâmpada durava pouco.

Por volta de 1883, através da experimentação, Edson resolveu adicionar dentro da lâmpada com vácuo um eletrodo na forma de uma placa metálica e o resultado do experimento, denominado “efeito Edson”, deu origem ao diodo. A Figura 12.3 relata esquematicamente a descoberta de Edson.

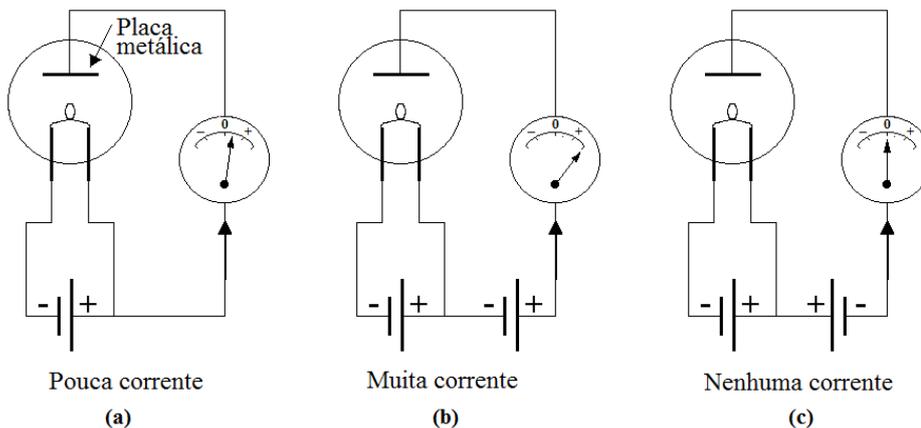


Figura 12.3: O efeito Edson.

Quando o filamento ficava aquecido ele notou que uma pequena corrente elétrica circulava entre o filamento e a placa, Figura 12.3(a). O mais importante é que ele notou também que esta corrente aumentava significativamente se uma bateria fosse interconectada entre os dois elementos, com o pólo positivo na placa, Figura 12.3(b). Ainda mais, nenhuma corrente circulava no circuito se a polaridade da bateria fosse invertida, Figura 12.3(c).

Tanto para Edson, como para todos os inventores da época, este efeito permaneceu somente como uma curiosidade, sem qualquer aplicação, até que o físico inglês John Ambrose Fleming que trabalhava em uma empresa de telegrafia descobriu que o efeito Edson poderia ser utilizado para detectar ondas de rádio. Foi o Fleming quem desenvolveu o primeiro dispositivo eletrônico a vácuo denominado de **diodo**, o qual ele patenteou em 1904.

## 12.3 O diodo

O diodo possui a mesma configuração geométrica que o triodo mostrado na Figura 12.1 com a diferença que ele não possui a grade. O símbolo esquemático do diodo está mostrado na Figura 12.4(a). Normalmente, o filamento é omitido do desenho, Figura 12.4(b), mas isso não significa que ele não esteja sendo usado, muito pelo contrário, ele é sempre alimentado AC de acordo com as especificações do fabricante.

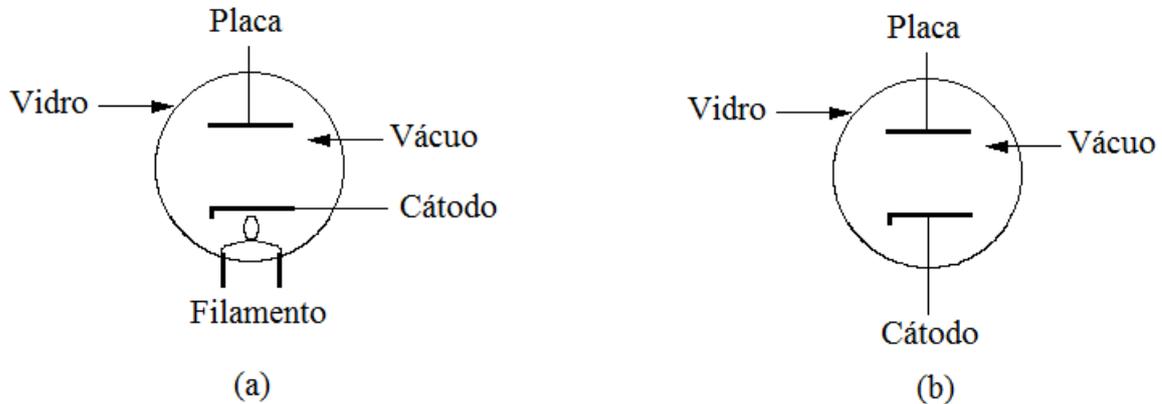


Figura 12.4: Esquema básico de um diodo.

Quando o filamento está em uma temperatura suficientemente alta, elétrons são emitidos pelo cátodo e atraídos pela placa (ou anodo). Este fluxo de elétrons, do cátodo para a placa, constitui-se em uma corrente que somente existe quando a placa está polarizada positivamente com relação ao cátodo. Assim como no caso dos diodos do estado sólido, a corrente reversa no diodo a vácuo ideal é nula. Nos diodos a vácuo reais, a corrente reversa não é nula, por causa das correntes de fuga através da superfície do vidro e de outros efeitos secundários. Tipicamente, a resistência reversa de um diodo a vácuo real é da ordem de  $10\text{ M}\Omega$ , o que é bastante alta para permitir a retificação de sinais com alta qualidade.

A corrente direta característica do diodo é determinada pelo movimento dos elétrons no espaço entre o cátodo e a placa e, portanto, depende da forma geométrica destes elementos. O cálculo mais simples pode ser realizado no caso de geometria plana, quando ambos, cátodo e placa, podem ser considerados placas planas e paralelas separados por uma distância  $d$ . Se um elétron está presente entre os dois elementos a uma diferença de potencial  $V$  ele sofre uma força causada pelo campo elétrico  $E = V/d$ , e é uniformemente acelerado à placa.

Todavia, a nuvem eletrônica emitida pelo cátodo é tão grande que ela altera a uniformidade do campo elétrico estabelecido pela diferença de potencial aplicada. Portanto, o efeito conjunto de todos os elétrons deve ser levado em consideração quando se calcula a corrente resultante. O cálculo correto deve ser efetuado através da equação de Poisson, que vocês conheceram no curso de Física III. Aliás, este problema é um daqueles que normalmente os livros apresentam no final do capítulo (e nem é um dos mais difíceis) <sup>1</sup>.

O resultado deste cálculo é que a densidade de corrente, isto é, a corrente por unidade de área, resulta:

$$J = \frac{4\epsilon_0}{9d^2} \left( \frac{2e}{m} \right)^{1/2} V^{3/2} \quad (12.1)$$

onde  $\epsilon_0$  é a permissividade elétrica do vácuo,  $m$  é a massa e  $e$  a carga do elétron. Esta equação é conhecida como a “lei de Child” que mostra que a corrente em um diodo depende da potência  $3/2$  da voltagem entre cátodo e placa.

Normalmente, a curva  $I$  vs.  $V$  de um diodo a vácuo difere daquela da Equação 12.1 porque os eletrodos possuem a geometria cilíndrica e não plana e, também, por causa das aproximações feitas no cálculo que produziu a lei de Child. Por este motivo as características de um diodo real devem ser determinadas experimentalmente e podem ser encontradas no manual fornecido pelo fabricante.

De acordo com a lei de Child, a corrente total depende da separação entre as placas e também da área das mesmas. Portanto, é possível obter características distintas entre os diodos, apenas variando a geometria dos elementos. Dois exemplos de utilidade prática estão mostrados na Figura 12.5.

O diodo 5U4 é um diodo que pode ser utilizado em pontes retificadoras de potência média, enquanto que o 1V2 é mais utilizado para fontes de alimentação de alta voltagem e corrente baixa. Enquanto que

<sup>1</sup>Ver, por exemplo, “Curso de Física de Berkeley”, vol. 2, E. M. Purcell, (1973 - 4ª impressão: 1982), exercícios 4.4 (p.134) e 4.25 (p.389).

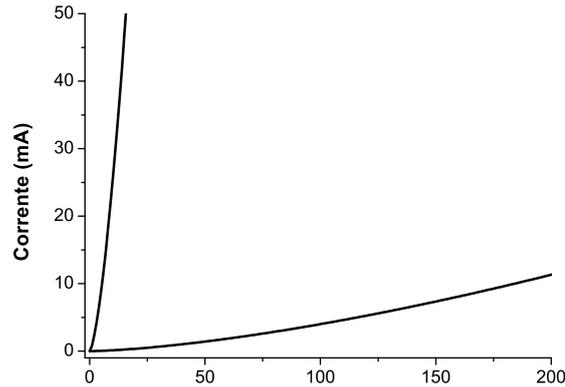


Figura 12.5: Curva  $I$  vs.  $V$  de dois diodos comuns.

o 5U4 suporta 1550 V entre cátodo e placa o 1V2 pode suportar até 6600 VDC ou 8250 V de pico. A separação  $d$  do diodo 1V2 é bem maior, a fim de suportar a alta tensão, minimizando a possibilidade de descarga elétrica entre cátodo e placa na situação de polarização reversa. Conseqüentemente, a corrente direta do 1V2 é mais baixa, em acordo com a lei de Child.

A capacitância parasita entre os dois condutores, cátodo e placa, limita o uso dos diodos (e também dos triodos) em altas frequências. Tipicamente, a resistência direta do diodo é da ordem de  $100\Omega$ , mas, a capacitância entre cátodo-placa tende a reduzi-la, estabelecendo uma frequência máxima de operação para o diodo (e triodo).

## 12.4 O triodo

Em 1906 um inventor chamado Lee De Forest estava experimentando com o efeito Edson quando descobriu que se colocasse uma placa metálica quase transparente aos elétrons, entre o cátodo e a placa, a corrente entre cátodo e placa poderia ser regulada através de uma pequena diferença de potencial aplicada entre o cátodo e esta placa adicional. De Forest chamou esta placa metálica adicional de “grade”.

Talvez, a coisa mais importante a respeito desta descoberta foi o fato de que uma pequena voltagem entre grade e cátodo tem um enorme efeito na corrente cátodo-placa. Assim, De Forest conseguiu construir um dispositivo amplificador e o chamou de “Audion”.

Somente para informação; atualmente, o dispositivo de estado sólido (semicondutor) com características elétricas mais similares ao Audion seria o “n-channel D-type MOSFET”, que é um dispositivo controlado por tensão com um ganho de corrente muito grande.

De Forest aplicou a descoberta do Audion ao desenvolvimento das comunicações. Em 1912 ele vendeu os direitos do seu Audion à empresa de telegrafia americana AT&T, que conseguiu transformar a telefonia de longas distâncias em algo real e prático. No ano seguinte ele demonstrou o uso do Audion para gerar ondas de radiofrequências. Em 1915 ele conseguiu o feito memorável de transmitir sinais de voz humana entre Arlington, no estado de Virginia dos EUA, e Paris e, em 1916, ele inaugurou a primeira emissora de rádio para transmitir notícias. Estes acontecimentos batizaram Lee De Forest, nos EUA, como “o Pai do Rádio”.

O esquema elétrico do triodo está mostrado na Figura 12.1 e ele difere do diodo (Figura 12.4) pela presença da grade. Este terceiro elemento foi quem fez toda a diferença criando uma nova era para a Eletrônica.

A Figura 12.6 mostra o esquema elétrico básico das interconexões de um triodo. Se o potencial na grade com relação ao cátodo é bastante negativo, os elétrons são repelidos e a corrente na placa é desprezível. A grade é perfurada fazendo com que sua área efetiva seja pequena, a fim de minimizar as colisões dos elétrons que viajam em direção à placa. Isto significa que a potência dissipada pelo circuito da grade é muito pequena. Entretanto, se a área efetiva da placa for muito pequena a capacidade da grade controlar a passagem da corrente cátodo-placa fica reduzida, portanto, estes dois interesses conflitantes devem ser cuidadosamente projetados.

O potencial da grade altera o campo elétrico entre o cátodo e a placa, com relação àquele que havia no diodo visto anteriormente. A maneira em que isso acontece pode ser explicada facilmente, pois, sendo que a separação entre a grade e o cátodo é muito pequena, comparada com a separação cátodo-placa, o campo elétrico adicional que surge devido ao potencial da grade é grande e muito eficiente no controle

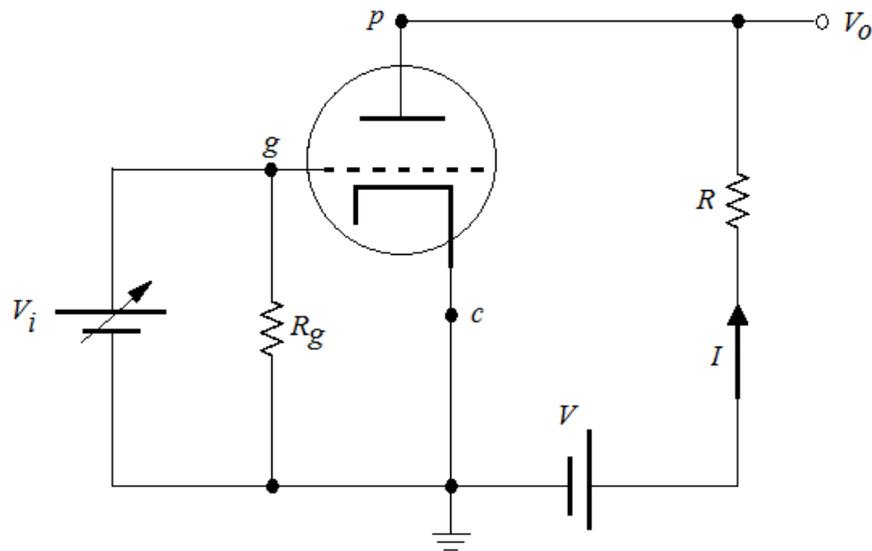


Figura 12.6: Esquema básico das tensões em um triodo.

da passagem da corrente.

De acordo com a lei de Child, a corrente na placa do triodo pode ser escrita como:

$$I = A (\mu V_g + V_p)^{3/2} \quad (12.2)$$

onde  $A$  é uma constante envolvendo a geometria do triodo,  $V_g$  é a voltagem entre a grade e o cátodo,  $V_p$  é a voltagem entre a placa e o cátodo e  $\mu$  é o “fator de amplificação”. O fator de amplificação (que é da ordem de 100 para o triodo que utilizaremos na próxima prática) leva em conta o efeito dominante da voltagem da grade sobre a corrente na placa. Esta equação concorda qualitativamente com o comportamento real dos triodos, mas, o correto é basear os projetos nos gráficos fornecidos pelos fabricantes do dispositivo.

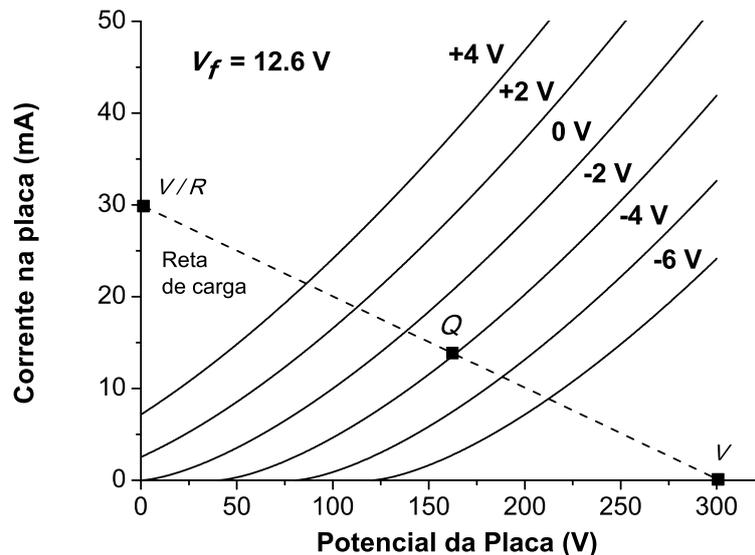


Figura 12.7: Curvas típicas da corrente da placa do triodo. A linha tracejada mostra a reta de carga associada ao circuito da Figura 12.6 para  $V = 300$  V e  $R = 10$  k $\Omega$ . O ponto de operação  $Q$  corresponde a uma tensão na grade de -2 V.

Os fabricantes disponibilizam diversos gráficos que tentam descrever o comportamento completo do dispositivo. Entretanto, talvez o mais útil deles seja aquele que descreve a relação entre a corrente na placa em função da voltagem na mesma, para diversos valores de tensão na grade. A Figura 12.7 mostra um gráfico idealizado para representar uma resposta típica de um triodo, calculado pela Equação 12.2

com  $\mu = 20$  e  $A = 10^{-2}$  mA/V<sup>3/2</sup>. Normalmente, o valor de  $A$  depende da tensão aplicada ao filamento ( $V_f$ ) e, portanto, ela sempre deve estar especificada no gráfico.

O ponto de operação do circuito, ou ponto  $Q$ , é calculado a partir da reta de carga,  $I$  vs  $V_p$ ,

$$I = \frac{V - V_p}{R} \quad (12.3)$$

Esta reta intercepta os eixos  $I$  e  $V_p$  em  $V/R$  e  $V$ , respectivamente. O ponto de interseção da reta de carga com a curva característica do triodo para a tensão da grade escolhida define o ponto  $Q$ .

Vamos agora determinar o efeito de uma pequena variação da tensão da grade em torno deste ponto escolhido. Vimos na Equação 12.2 que a corrente é uma função de  $V_g$  e  $V_p$ . Portanto, para pequenas variações:

$$\Delta I = g_m \Delta V_g + \frac{1}{r_p} \Delta V_p \quad (12.4)$$

Os parâmetros  $g_m$  e  $r_p$ , em primeira aproximação, não dependem do ponto de operação do triodo e são denominados “condutância mútua” e “resistência dinâmica da placa”. No caso do triodo que utilizaremos na próxima prática eles valem:  $g_m = 1.6 \times 10^{-3}$  mho e  $r_p = 62$  k $\Omega$ . Em termos matemáticos,

$$g_m = \frac{\partial I}{\partial V_g} \quad \text{com } V_p \text{ constante} \quad (12.5)$$

$$\frac{1}{r_p} = \frac{\partial I}{\partial V_p} \quad \text{com } V_g \text{ constante} \quad (12.6)$$

Estes parâmetros estão também associados ao fator de amplificação. Por exemplo, se variarmos simultaneamente  $V_g$  e  $V_p$  de tal forma a manter  $I$  constante, obtemos:

$$0 = g_m \Delta V_g + \frac{1}{r_p} \Delta V_p \quad \rightarrow \quad g_m r_p = -\frac{\Delta V_p}{\Delta V_g} \quad (12.7)$$

De acordo com a Equação 12.2, a equação à direita representa o fator de amplificação:

$$\mu = g_m r_p = -\frac{\partial V_p}{\partial V_g} \quad \text{com } I \text{ constante} \quad (12.8)$$

Multiplicando a Equação 12.4 por  $r_p$  obtemos:

$$\Delta V_p = -\mu \Delta V_g + r_p \Delta I \quad \text{com} \quad \Delta I = -\frac{\Delta V_p}{R} \quad (12.9)$$

O último termo à direita decorre da Equação 12.3. Sendo que no esquema da Figura 12.6 a tensão de saída é igual à tensão da placa, obtemos,

$$\Delta V_o = \Delta V_p = \frac{-\mu}{1 + \frac{r_p}{R}} \Delta V_g \quad (12.10)$$

A parte de um sinal negativo, que reflete apenas uma mudança de fase de 180°, a variação da tensão de saída é proporcional à variação da tensão da grade. O ganho vale

$$G = \frac{\mu}{1 + \frac{r_p}{R}} \quad (12.11)$$

e está limitado pelo fator de amplificação do triodo. Quando  $R$  é grande comparado com  $r_p$  o ganho é máximo é igual a  $\mu$ .

Normalmente, não é bom aumentar muito o valor de  $R$ , pois isso representaria perda de potência e exigiria uma voltagem de alimentação  $V$  muito alta para recolocar o triodo no mesmo ponto de operação. Por causa disso, costuma-se em muitos casos utilizar-se o primário de um transformador no lugar de  $R$ . Por causa das propriedades dos transformadores, uma baixa impedância AC no secundário reflete-se em uma alta impedância AC no primário. É claro, que a impedância DC do primário corresponde à sua resistência, que pode ser razoavelmente baixa. Este tipo de arranjo resolve parte dos problemas, mas cria outros. Um dos inconvenientes é que a resposta em frequência do amplificador fica prejudicada.

A Figura 12.8 mostra a idéia básica de um amplificador de áudio. O sinal de entrada, por exemplo, pode ser proveniente de um microfone; o resistor limita o fluxo de corrente entre o catodo e a placa, enquanto que o transformador faz o acoplamento de impedâncias com a carga, a qual pode ser o alto-falante.

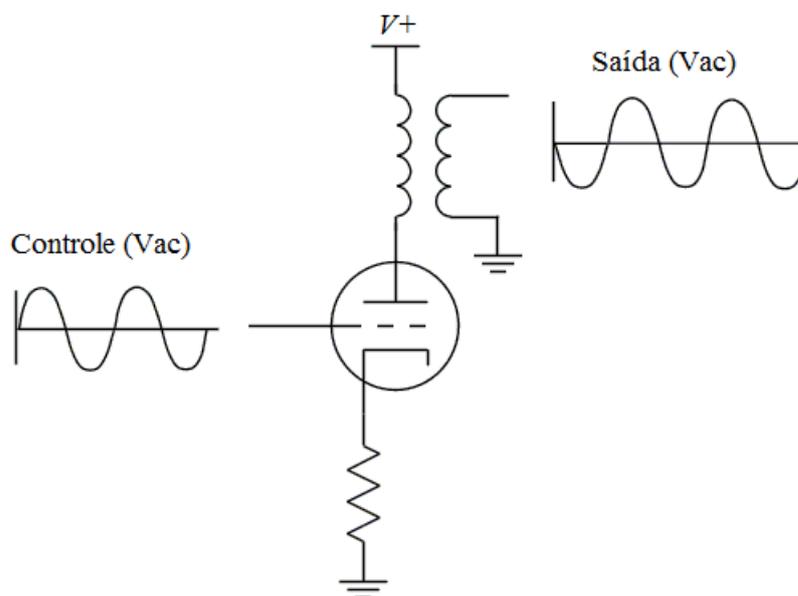


Figura 12.8: Esquema básico de um amplificador de áudio a triodo.

## 12.5 Outros dispositivos a vácuo

Não vamos discutir este assunto mais profundamente, mas, o diodo e o triodo não são os únicos dispositivos a vácuo que foram inventados. Vários dispositivos diferentes, com um número maior de elementos, foram projetados e fabricados para aplicações específicas. Você pode consultar a literatura ou a internet para obter mais informações a respeito.

Por exemplo, existem os tetrodos e os pentodos. Como o nome sugere, o tetrodo possui 4 elementos: cátodo, grade, anodo e *screen*. O pentodo tem um quinto elemento denominado “supressor”. Estes novos elementos têm a função de melhorar o desempenho do amplificador, fazendo com que o ganho fique mais estável e a reprodução de sinais mais precisa e linear, por exemplo.

O assunto é muito interessante mas está fora do alcance deste curso. Você pode estudá-lo por iniciativa própria e, se precisar de ajuda, é só gritar!

## 12.6 Prática

Nesta prática utilizaremos o duplo triodo 12AX7, ainda muito utilizado para construir amplificadores para instrumentos musicais, como a guitarra. Não precisam se assustar com o nome porque “duplo” significa aqui, simplesmente, que uma mesma ampola de vidro possui internamente dois triodos “quase” independentes. Ou seja, é um dispositivo “2-em-1”.

O 12AX7 foi lançado no mercado pela primeira vez em 1947 pela RCA. Desde então, ele é um dos poucos componentes a vácuo que sempre manteve uma produção contínua ao longo de todos estes anos.

Para facilitar o trabalho de vocês já construímos parte do circuito. Vocês vão encontrar no laboratório uma caixa preta onde a válvula está montada e esta caixa já contém internamente a fonte de alimentação dos filamentos (que já estão internamente conectados) e uma fonte de alimentação adicional com cerca de 100 VDC para polarizar as placas - ver Figura 12.9.

Normalmente, com este tipo de triodo se utiliza tensões de alimentação mais elevadas, tipicamente da ordem de 300-500 V. Entretanto, como o nosso objetivo não é construir circuitos profissionais, vamos utilizar uma tensão mais baixa, apenas 100 V como mencionado, a fim de minimizar o risco de acidentes.

Todas as conexões da válvula estão disponíveis no topo da caixa e, devido às altas tensões, faça as conexões no estilo “pendureba”, que é mais seguro. Se você não tem experiência suficiente, peça ajuda!

Com este duplo triodo vamos construir dois circuitos simples: um retificador de onda inteira e um amplificador classe A. As Figuras 12.10 e 12.11 mostram os circuitos correspondentes.

### 12.6.1 Retificador de onda inteira

Primeiro, vamos montar o circuito retificador. Observe a confusão com relação aos transformadores: porque usar dois transformadores? Outra pergunta mais básica: porque usar transformadores?

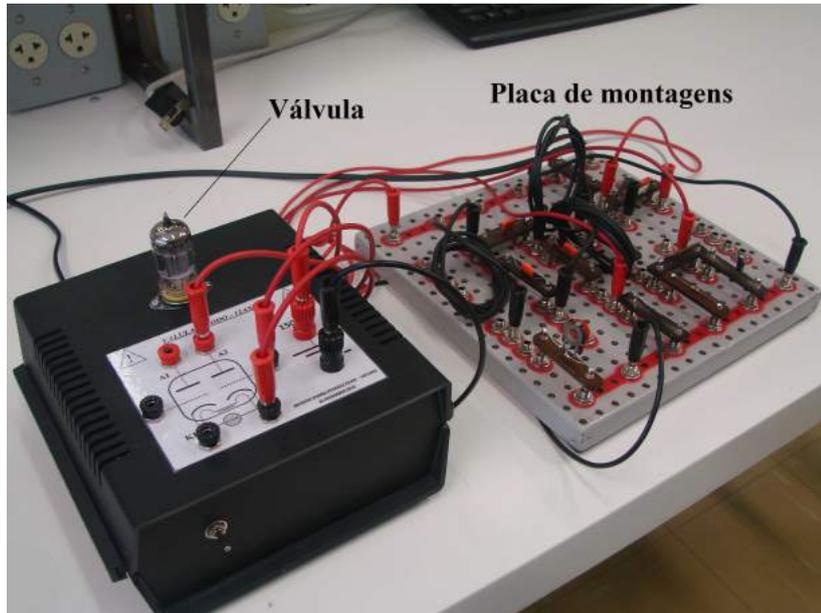


Figura 12.9: O kit da válvula e a placa de montagem.

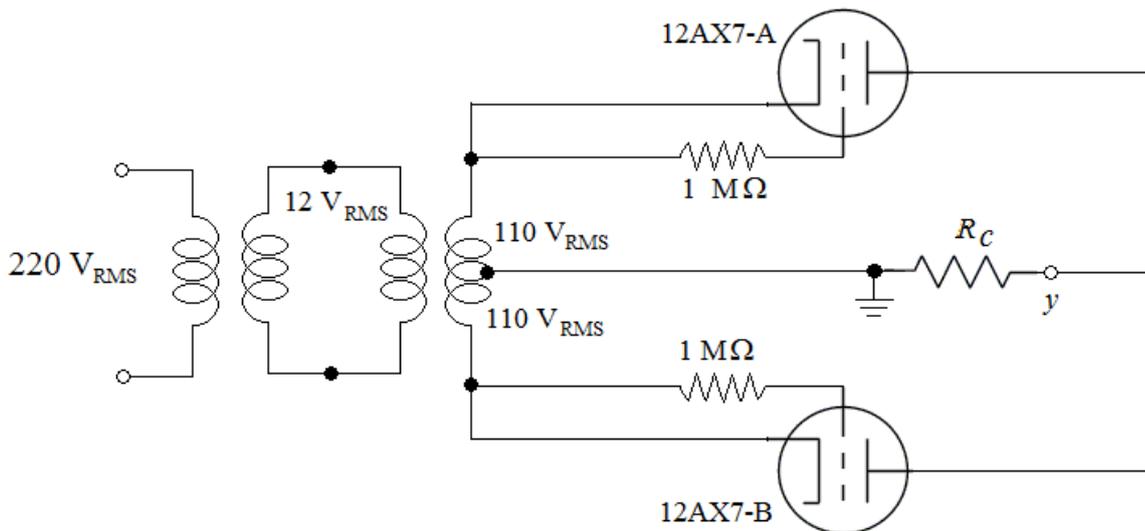


Figura 12.10: Retificador de onda inteira.

Bom, creio que vocês já sabem qual é o problema. Neste tipo de retificador a tensão de saída (no resistor  $R_c$ ) não tem um terra comum com a entrada ( $220 V_{rms}$ ). Portanto, o uso de um transformador isolador se faz necessário. Este fato já foi discutido há pouco tempo atrás - lembra-se do capítulo 9 onde usamos transformadores várias vezes?

Tá bom! Mas, prá que dois transformadores? De fato, isto é uma questão de “economia”. Nós não possuímos neste laboratório um transformador isolador 220-220, com “*tap* central”. Portanto, improvisamos através de dois transformadores iguais em série, fazendo 220-12 e 12-220. Estes, nós temos. Então, entenderam?

Monte o circuito e conecte o osciloscópio SOMENTE no ponto denotado por  $y$  e o terra no ponto marcado pelo símbolo de terra (é claro!). Provavelmente, a escala mais alta do seu osciloscópio vai ser 5 V/div, ou talvez 10 V/div, portanto muito baixa para observar o sinal pretendido. Portanto, UTILIZE A PONTA DE PROVA  $10\times$ .

### 12.6.2 Amplificador linear

Por último, monte o amplificador. Observe que ele é idêntico ao protótipo teórico da Figura 12.6 discutido anteriormente.

Conecte o gerador de função senoidal, com frequência de 1 kHz e amplitude de 1-5 V, na entrada  $V_i$ .

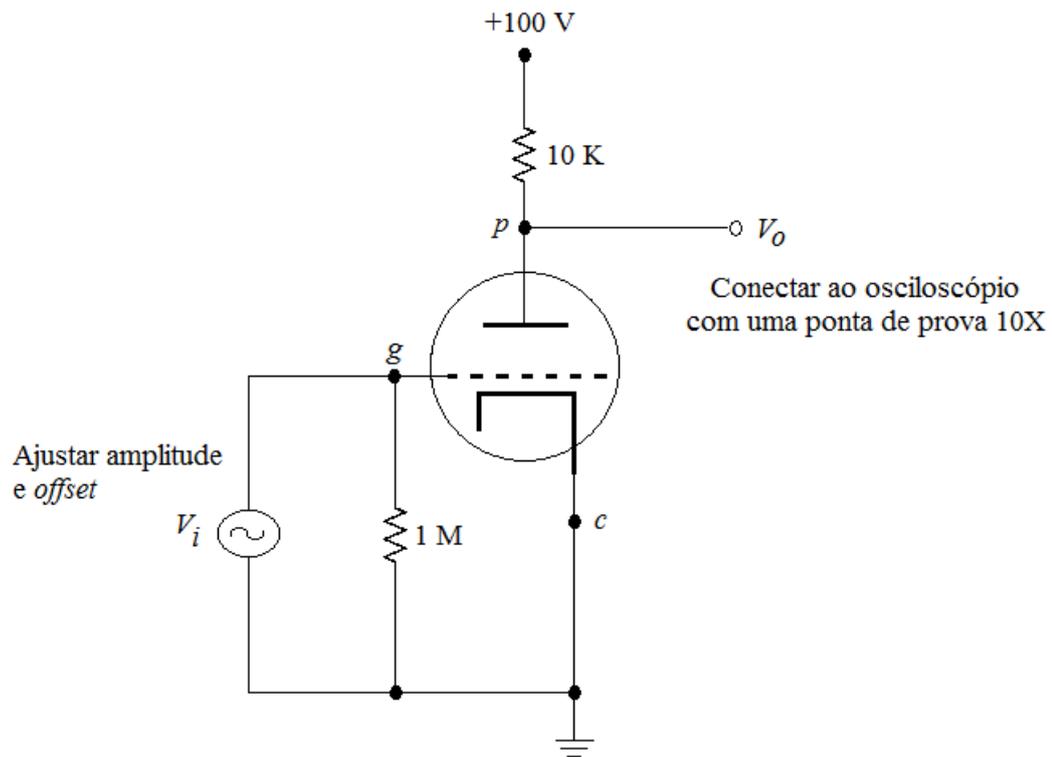


Figura 12.11: Amplificador classe A.

Novamente, conecte o osciloscópio na saída através de uma ponta de prova 10 $\times$ .

Para fazer o amplificador funcionar linearmente, será necessário ajustar-se simultaneamente a amplitude e o *offset* do sinal de entrada, a fim de que os efeitos de saturação e corte do triodo ocorram de forma simétrica.

Determine qual a amplitude e *offset* do sinal de entrada quando o amplificador estiver no limiar de corte e saturação. Depois, diminua a amplitude do sinal de entrada por um fator 10 (mantendo o *offset* constante). Após medir a amplitude do sinal de saída (com o osciloscópio no modo AC, é claro!) determine o ganho do amplificador. Compare o valor do ganho medido experimentalmente com o valor calculado pela equação 12.11. Para isso, assumo que  $\mu = 100$  e  $r_p = 62 \text{ k}\Omega$ .

Em seguida verifique se o ganho depende da frequência, variando-a desde alguns Hz até 10 MHz.

## Capítulo 13

# DIAC, SCR e TRIAC

TEXTO INCOMPLETO !

## Capítulo 14

# Amplificador Operacional I

Se você fosse utilizar-se apenas dos conhecimentos que adquiriu até aqui seria muito difícil construir um bom amplificador totalmente transistorizado. Um bom amplificador com características especiais, tais como, ganho uniforme e baixa distorção harmônica em uma vasta faixa de frequências, acoplamento adequado com os diferentes módulos do circuito, reprodutibilidade dos desempenhos obtidos com diversos circuitos construídos sob um mesmo projeto - requer, certamente, um trabalho cuidadoso, sofisticado e, principalmente, especializado.

Graças ao popular **amplificador operacional** (AO) uma boa parte das dificuldades envolvidas no projeto de amplificadores, e a conseqüente dor de cabeça, podem ser evitadas.

Um amplificador operacional é constituído por mais de uma dezena de transistores e resistores em uma única pastilha de silício e, os mais baratos são realmente muito baratos, fato este que viabiliza inclusive os projetos de experimentadores amadores que utilizam a eletrônica como diversão ou passatempo.

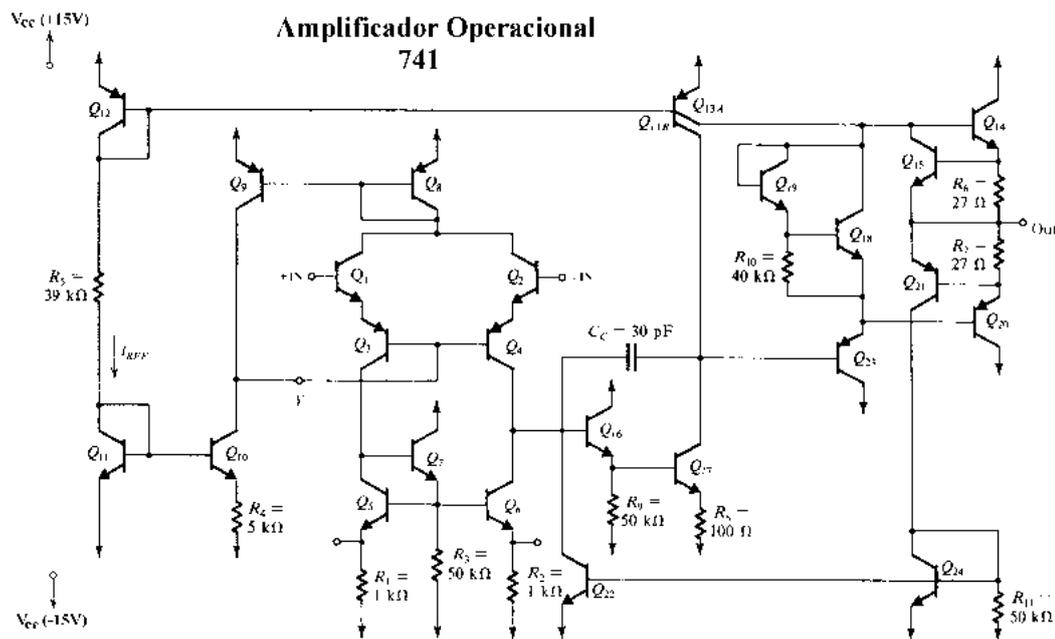


Figura 14.1: Circuito interno do amplificador operacional 741.

Um amplificador operacional antigo, porém clássico, é o 741 e o seu circuito interno está mostrado na Figura 14.1. Embora tenha sido introduzido comercialmente há décadas, ele ainda é bastante usado nos projetos de circuitos analógicos.

Veremos que as especificações do 741 são muito “pobres” se comparadas com as de outros amplificadores operacionais modernos ou já relativamente antigos. Então, porque utilizar o 741? Um componente atual, classificado como *state of the art*, apresentaria melhores especificações resultando em um melhor desempenho do projeto; com certeza! Entretanto, sabemos também que estes componentes requerem uma técnica de montagem mais sofisticada, exigindo do projetista muita experiência e habilidade. Ao contrário, o emprego de um AO mais simples, como o 741, pode viabilizar o uso de placas de montagens comuns e mais baratas. Além disso, as limitações de um AO mais simples são mais evidentes e fáceis de serem verificadas, analisadas e assimiladas por um estudante iniciante em eletrônica.

Embora pareça contraditório, este fato é uma vantagem muito grande do ponto de vista didático, pois, os inúmeros “defeitos” do 741 poderão ser facilmente visualizados e explorados em práticas simples. Para atingir o mesmo objetivo com AOs mais sofisticados necessitaríamos de equipamentos laboratoriais mais sofisticados, normalmente não disponíveis em um laboratório de ensino.

Observe, na Figura 14.1, que o amplificador possui duas entradas (+IN e -IN) aplicadas diretamente nas bases de dois transistores ( $Q_1$  e  $Q_2$ ), os quais formam uma estrutura similar a do amplificador diferencial discutido anteriormente na seção 10.10. Note também que o circuito todo contém muitos transistores mas, comparativamente, poucos resistores. Este último fato ilustra uma regra básica de construção de circuitos integrados, que visa maximizar a compactação e minimizar a potência térmica dissipada internamente.

## 14.1 Características básicas de um amplificador operacional

Um amplificador operacional é simplesmente um amplificador diferencial e, portanto, possui duas entradas e uma saída. Na prática, os circuitos integrados que contem o amplificador operacional possuem vários terminais além destes três, os quais executam algumas outras funções que descreveremos adiante.

### Regra 1

#### O Amplificador operacional é um Amplificador Diferencial

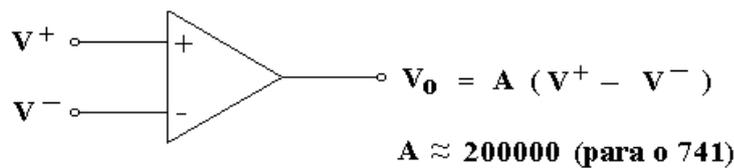


Figura 14.2: Regra 1 para os amplificadores operacionais ideais.

A Figura 14.2 mostra o símbolo esquemático de um amplificador operacional e a nomenclatura normalmente utilizada para as 2 entradas diferenciais  $V^+$  (ou +IN),  $V^-$  (ou -IN) e a saída  $V_o$ . Como se poderia esperar pela nomenclatura utilizada, a entrada positiva (ou não-inversora) tem um efeito positivo sobre a saída enquanto que a negativa (ou inversora) tem um efeito negativo sobre a saída. Em geral, a saída do amplificador obedece a seguinte regra:

$$V_o = A(V^+ - V^-) \quad (14.1)$$

O parâmetro  $A$  é chamado de “ganho de laço aberto” (ou *open-loop gain*).

Qualquer amplificador operacional se caracteriza por possuir um ganho de laço aberto muito alto, apesar do fato que o seu valor exato é instável e indeterminado. Por este motivo, o ganho do amplificador nunca é especificado pelo fabricante - normalmente ele especifica somente a faixa de tolerância deste parâmetro. No caso do 741,  $A$  está da faixa de 50000 - 200000 (ou entre 95-105 dB).

Outra característica fundamental do amplificador operacional, que viabiliza as suas funções de um dispositivo eletrônico útil, está expressa através da Regra 2 formulada na Figura 14.3.

As impedâncias de entrada de qualquer amplificador operacional são muito grandes e este fato nos permite dizer que a corrente que entra (ou sai) nas entradas  $V^+$  e  $V^-$  é muito pequena (praticamente nula). Seja qual for o circuito, esta aproximação pode ser feita sem susto, especialmente em se tratando de AO que possuem transistores do tipo FET na sua entrada. Este é o caso do LF353, por exemplo, cuja impedância de entrada é da ordem de  $10^6 \text{ M}\Omega$ , ou seja, infinita para 99.999% das aplicações. O integrado 741 é construído com transistores BJT (ver Figura 14.1) e por isso possui uma impedância de entrada mais baixa ( $0.3\text{-}2 \text{ M}\Omega$ ).

### 14.1.1 As fontes de alimentação

O 741 requer duas fontes de alimentação externas,  $V_{cc}$  ou  $+V$  e  $V_{ee}$  ou  $-V$ , mostradas no diagrama da Figura 14.4(a), que são conectadas em outros dois terminais do AO. No caso do 741 estes terminais são: 4( $-V$ ) e 7( $+V$ ). Normalmente utiliza-se  $V_{cc} = +15\text{V}$  e  $V_{ee} = -15\text{V}$ , mas o circuito também pode operar satisfatoriamente com tensões de alimentação mais baixas ( $\pm 5\text{V}$ ). O máximo valor permitido para a tensão de alimentação é  $\pm 18\text{V}$  (ou um diferencial de 36 V).

Regra 2

**A impedância de entrada do AO é muito grande:**  
**0.3-2 MΩ (741)      10<sup>6</sup> MΩ (LF353)**

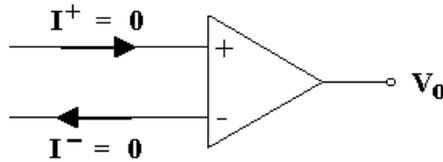


Figura 14.3: Segunda regra do amplificador operacional ideal.

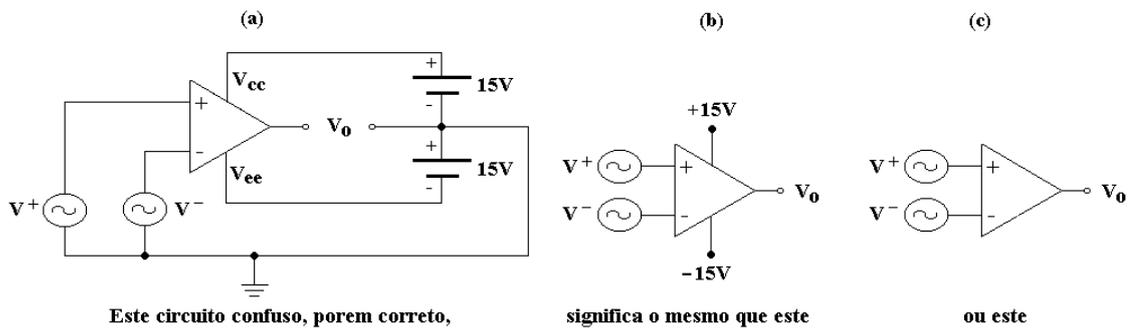


Figura 14.4: Esquema básico para conectar o amplificador operacional.

O ponto comum do circuito (chamado de terra), com relação ao qual todas as tensões se referenciam, é o ponto comum entre as duas baterias de ±15 V. Entretanto, observe que não há um único ponto do AO 741 que esteja conectado a este terra, porém, entende-se que os sinais de entrada e saída, assim como as alimentações se referenciam “ao terra”. Em todas as aplicações  $V_{cc} > V_{ee}$  e em 99.99% delas as fontes de alimentação são simétricas, isto é:  $V_{ee} = -V_{cc}$ , com  $V_{cc} > 0$ .

Frequentemente as conexões verticais das fontes de alimentação (Figura 14.4(b)) são omitidas nos diagramas de circuitos e, quando isso ocorre (assim como na Figura 14.4(c)) significa que, apesar de não estarem indicadas, elas existem e correspondem a ±15 V. Ao se utilizar alimentações diferentes de ±15 V deve-se tomar o cuidado de que as suas forças eletromotrizes estejam explicitamente indicadas no diagrama.

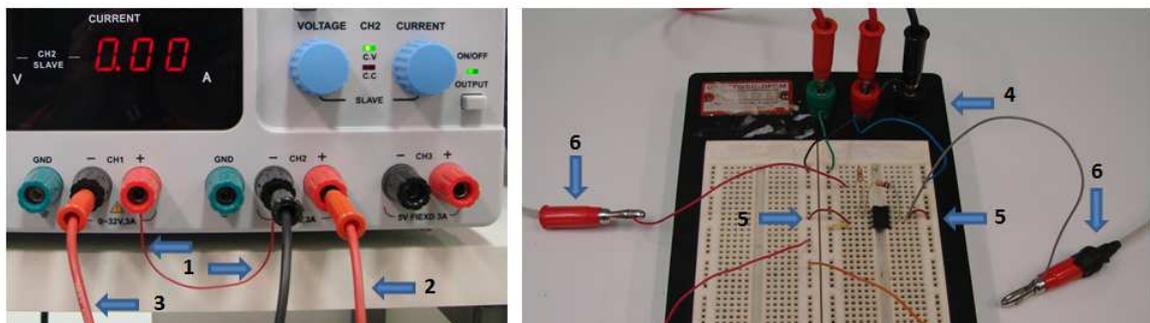


Figura 14.5: Conexões da fonte tripla com a placa de montagem.

A Figura 14.5 mostra como podemos realizar na prática as conexões das fontes de alimentação com a placa de montagem. É mais prático utilizar uma fonte tripla (aquela que foi discutida na seção 3.2.2.1).

Neste caso, a fonte fixa de +5V não está sendo utilizada. Observe que o terminal (+) de uma das fontes variáveis está conectada ao terminal (-) da outra fonte variável. Esta conexão é feita através de um fio, assinalado na figura por uma seta numerada 1. Estes dois terminais em curto definem o “TERRA” do circuito e, de um deles sai um fio com conector banana (preto, neste caso) para o terra da placa de montagens. Os outros dois terminais restantes das duas fontes variáveis correspondem às duas tensões

de alimentação do AO, respeitando-se as suas respectivas polaridades, e são também conectados na placa através de cabos com conector banana (**2** e **3**). Isto completa a montagem da fonte de alimentação. O próximo passo é cuidar das ligações da placa de montagem.

A forma mais prática de fazer as conexões fonte-placa é através dos bornes do tipo banana-fêmea no topo da placa de montagens, conforme mostra a figura (seta **4**). Então, através de fios eles são conectados aos dutos verticais da placa, de onde serão posteriormente distribuídos aos componentes do circuito. Desta forma, as tensões de alimentação dos AO e componentes, podem ser feita através de fios curtos (**5**), o que simplifica muito a montagem. Observe também que os fios BNC com terminais banana (**6**) e jacaré (não mostrados) devem ser ligados com fios longos para ficarem fora da região da placa evitando-se assim o contato direto com os componentes, minimizando acidentes.

### 14.1.2 Cuidado!

Vários amplificadores operacionais possuem proteção contra o aumento excessivo da corrente na sua saída. Isto ocorre quando alguém conecta entre a saída e o terra (ou entre a saída e um dos terminais das fontes de alimentação) um resistor de valor pequeno. A pior situação que pode ocorrer é quando o terminal de saída é conectado diretamente no terra, ou em um dos terminais das fontes, o que representa um curto-circuito na saída. Se isto ocorrer, a máxima corrente que a saída do operacional poderá fornecer (ou drenar) é de 25 mA (no caso do 741).

**CUIDADO 1:** O motivo principal da destruição dos amplificadores operacionais durante as aulas é a inversão das conexões das fontes de alimentação (isto é, ligar o terminal positivo da fonte no  $V_{ee}$  e o negativo no  $V_{cc}$ ). Normalmente, um AO não tem proteção contra este tipo de aluno e se queimam quase instantaneamente.

**CUIDADO 2:** Um outro motivo da destruição de amplificadores operacionais é voltagem de entrada excessiva. A voltagem de entrada de um AO, relativa ao terra, não pode ser mais positiva que  $V_{cc}$  e nem mais negativa que  $V_{ee}$ . Chamamos a atenção que esta regra é válida não somente para o 741 mas sim, para a grande maioria dos CI.

## 14.2 A “amplificação” do amplificador operacional

Porque um amplificador operacional tem que ter um ganho tão alto?

São vários os motivos que levam os projetistas a construírem um amplificador operacional com alto ganho de laço aberto. Antes de entender porque se faz isso, vamos, primeiramente, entender o que é que isto não significa!

Veja a Figura 14.6(a) onde uma bateria de 1.5 V foi conectada entre os terminais de entrada. Se o ganho for  $A = 200000$ , e aplicando a Equação 14.1, a saída deveria valer +300000 V! Isto é possível? É claro que não!

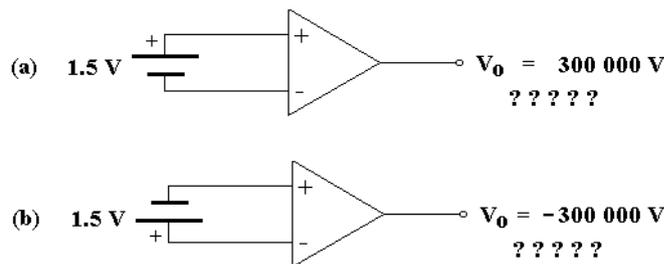


Figura 14.6: O amplificador operacional não funciona assim!

**A saída de um amplificador operacional não deve ser mais positiva que  $V_{cc}$  e nem mais negativa que  $V_{ee}$ ,** e este fato não precisa ser postulado como uma segunda regra, pois, onde estaria escondida esta tal bateria de força eletromotriz igual a 300000 V capaz de gerar tal tensão na saída?

É claro, não existe tal bateria. O que existem são apenas baterias de  $\pm 15V$ ! Em outras palavras, para que a relação de linearidade expressa na equação 14.1 seja válida, os valores de  $V^+$ ,  $V^-$  e  $V_o$  devem estar compreendidos no intervalo entre  $V_{ee}$  e  $V_{cc}$ .

Portanto, o que realmente vai ocorrer é o que está mostrado nas Figuras 14.7(a) e 14.7(b): a saída **estará saturada** em +15V ou em -15V, dependendo da polaridade da tensão diferencial na entrada.

Entretanto, o que ocorre quando a tensão diferencial da entrada é pequena, isto é,  $A|V^+ - V^-| < 15V$ ? Neste caso, a Equação 14.1 prevê que a saída não está saturada, situação esta exemplificada nas Figuras 14.7(c) e 14.7(d). Considere que:  $\pm 0.2V = (200000)(\pm 1\mu V)$ .

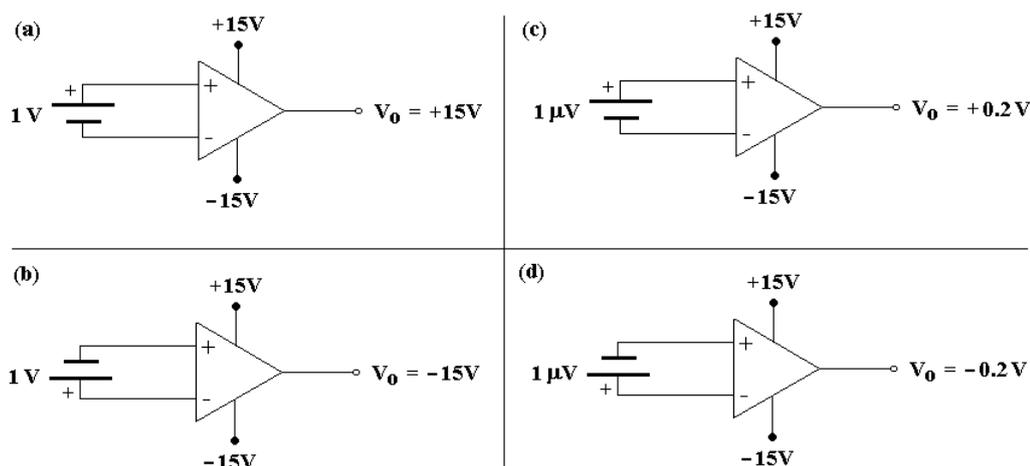


Figura 14.7: Algumas situações reais (a,b) e irrealis (c,d) do amplificador operacional.

Se os quatro circuitos da Figura 14.7 fossem propostos como experimentos você chegaria a conclusão de que os dois primeiros, (a) e (b), seriam facilmente verificados, isto é, funcionam! Entretanto, você encontraria extrema dificuldade em realizar os outros dois, (c) e (d).

Um dos problemas com os circuitos (c) e (d) é que o ganho de laço aberto do amplificador (aqui denotado por  $A$ ) não é estável - ele varia com a temperatura e com outros fatores que não vêm ao caso por enquanto. Outro problema é que amplificadores reais possuem erros que afetam a Equação 14.1 e alguns deles serão estudados no Capítulo 15. Portanto, uma entrada diferencial de  $1\ \mu\text{V}$  nem sempre corresponde a uma saída de  $\pm 0.2\ \text{V}$ . Eu suspeitaria que, na situação em que a entrada diferencial ( $V^+ - V^-$ ) fosse igual a  $+1\ \mu\text{V}$  ou  $-1\ \mu\text{V}$ , a saída poderia estar saturada tanto em  $+15\ \text{V}$  como em  $-15\ \text{V}$ . Não daria para adivinhar! O que isto tudo significa? Estamos frente a um problema?

Esta aparente disfunção do amplificador operacional não representa um problema! Muito pelo contrário, ele continua sendo muito útil apesar deste “defeito”. Estudaremos isto em mais detalhe ao longo do capítulo.

Em uma primeira etapa do nosso trabalho iremos analisar situações em que o AO opera sempre saturado, ou seja, com a saída sempre em  $\pm 15\ \text{V}$ . Em outras palavras, empregaremos o AO na função de um sensível circuito comparador. Nestas aplicações, o valor  $A|V^+ - V^-|$  será sempre maior que  $15\ \text{V}$ , portanto, uma variação no ganho não alteraria a tensão de saída. Por exemplo, se o ganho vale  $200000$ , um diferencial de  $1\ \text{V}$  na entrada resultaria  $V_o = A|V^+ - V^-| = 200000 \times 1 = 200000\ \text{V} = 15\ \text{V}$ . Se o ganho diminuir para  $50000$ , a saída continuará em  $15\ \text{V}$ , posto que  $V_o = A|V^+ - V^-| = 500000 \times 1 = 500000\ \text{V} = 15\ \text{V}$ .

Numa segunda etapa, o amplificador operacional será realimentado negativamente, e veremos que as variações do ganho também representam eventos irrelevantes.

Uma característica fundamental do amplificador operacional, que viabiliza as suas funções de um dispositivo eletrônico útil, é que o seu ganho de laço aberto é enorme não obstante que o seu valor exato seja, a priori, instável e indeterminado.

Por estes motivos, e embora o AO seja essencialmente um amplificador diferencial, ele nunca é utilizado com a finalidade específica de um amplificador diferencial típico, pois, ele serviria apenas para amplificar diferenças minúsculas e, para piorar, com um ganho incerto! Portanto, na função de amplificador diferencial o amplificador operacional é inútil. Por esta razão é que o seu nome não é “amplificador diferencial”!

“Muito bem professor: já entendi tudo!” Será que daria para a gente botar a mão na massa e partir para o trabalho experimental?

## 14.3 Comparadores sem realimentação

Nestas primeiras aplicações vamos utilizar o operacional simplesmente como um amplificador diferencial de alto ganho, **sem realimentação**. Por enquanto ainda não sabemos o que significa esta última expressão em negrito mas, logo adiante, isto será esclarecido. Nesta configuração ele recebe um nome mais apropriado: **comparador**. Um circuito comparador é a única aplicação de um amplificador operacional que pode funcionar sem realimentação.

Nesta primeira prática vamos utilizar o AO 741. Ele é normalmente encontrado como um integrado de 8 pinos. Outros modelos similares de AO podem ser encapsulados 2-a-2 (caso do TL082, 1458 e LF353,

por exemplo) ou 4-a-4 (caso do TL084 e LM339, por exemplo).

### 14.3.1 Prática: um comparador simples

Monte o circuito comparador da Figura 14.8 e verifique o seu funcionamento. Varie o divisor de tensão (potenciômetro) e também a frequência e amplitude do sinal senoidal do gerador enquanto observa a saída  $V_o$  no osciloscópio. Utilize baixas frequências para fazer este teste (abaixo de 1 kHz) pois o 741 não é um amplificador operacional muito rápido. Estudaremos este detalhe mais adiante.

Inverta as entradas (+) e (-) e repita o teste.

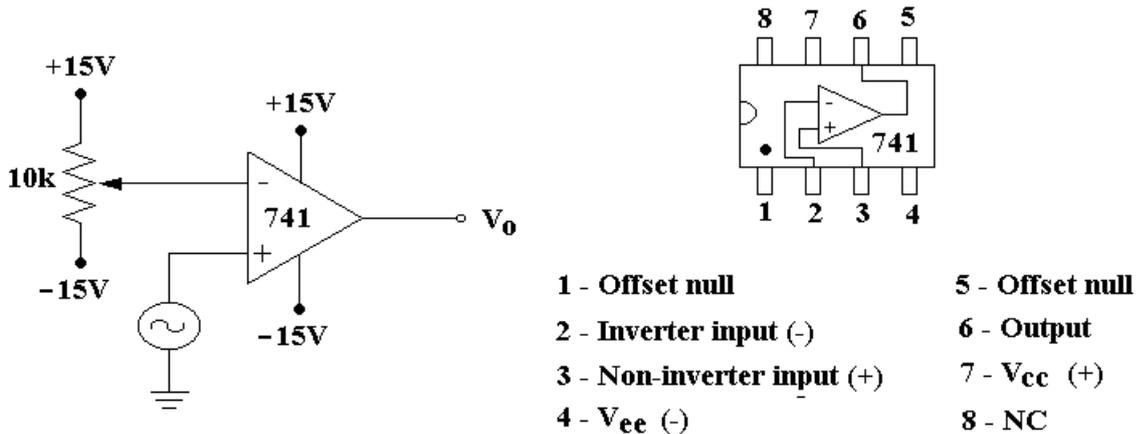


Figura 14.8: Um comparador simples e a pinagem do 741.

### 14.3.2 Comparador com saída em coletor-aberto

Como já dissemos, o AO 741 não é o único amplificador operacional que existe. Para as diversas aplicações são projetados AO especiais cujas características são otimizadas para cada uma das funções que ele irá executar. Esta questão é muito importante e para que vocês comecem a ter contato com este tipo de detalhe, vamos introduzir nesta seção um tipo especial de AO que é o comparador com saída em coletor aberto.

Conforme está esquematizado na Figura 14.9 uma das vantagens desta configuração na saída é que ela permite que as saídas de dois ou mais comparadores possam ser conectadas juntas formando uma conexão do tipo “OR”, a qual é muito útil mas não pode ser realizada com um AO do tipo do 741. É proibido ligar as saídas de dois operacionais (tipo do 741) entre si, porque ambos irão “torrar” por um motivo muito simples: pelo mesmo motivo que você não pode conectar duas baterias de valores diferentes em paralelo (especialmente com as polaridades invertidas). Porém, isto é possível de se fazer com o 339.

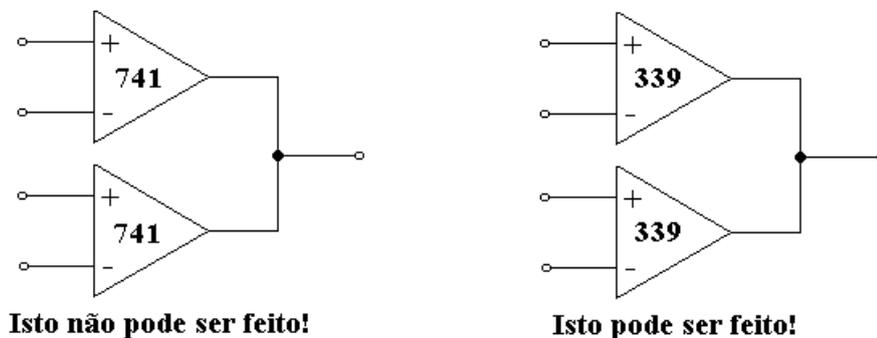


Figura 14.9: Diferença básica entre um AO comum e um comparador com coletor aberto.

O integrado 339 é um amplificador operacional especial chamado na gíria de “de comparador com coletor aberto”. Essencialmente, ele funciona da mesma maneira que o 741 com algumas diferenças básicas:

- Ele é especializado para funcionar como comparador, isto é, suas características são otimizadas para a função de comparação.

- Sua saída é em “coletor-aberto”. Veremos a seguir o que isto significa.
- As tensões de alimentação não necessitam ser simétricas, como no caso do 741.

A saída da maioria dos amplificadores operacionais (como o 741, por exemplo) é projetada para possuir baixa impedância. Além disso, o estágio de saída deve ser capaz de fornecer uma corrente razoavelmente alta para a carga, sem que haja uma grande dissipação térmica dentro do CI. Por este motivo, o 741 utiliza um estágio de saída bastante eficiente, denominado de “classe AB”.

Conforme mostrado no circuito detalhado da Figura 14.1 e no simplificado da Figura 14.10(a), este estágio consiste de dois transistores,  $Q_1$  e  $Q_2$ , idênticos (que possuem os mesmos parâmetros intrínsecos, inclusive o mesmo valor de  $\beta$ ) porém um é NPN e o outro PNP. Este par especial de transistores é chamado de “par complementar”.

Quando não há necessidade de uma resposta linear, como é o caso de circuitos comparadores, a saída do 339 é mais eficiente, versátil e prática. A saída do 339 é simplesmente tomada no coletor do último transistor do circuito, cujo emissor está diretamente ligado à fonte de alimentação negativa, como mostra a Figura 14.10(b). Observe que se a saída não estiver conectada ao circuito externo ela se torna passiva, isto é, ela não apresenta uma voltagem definida. Este tipo de saída se denomina de saída em “coletor aberto”.

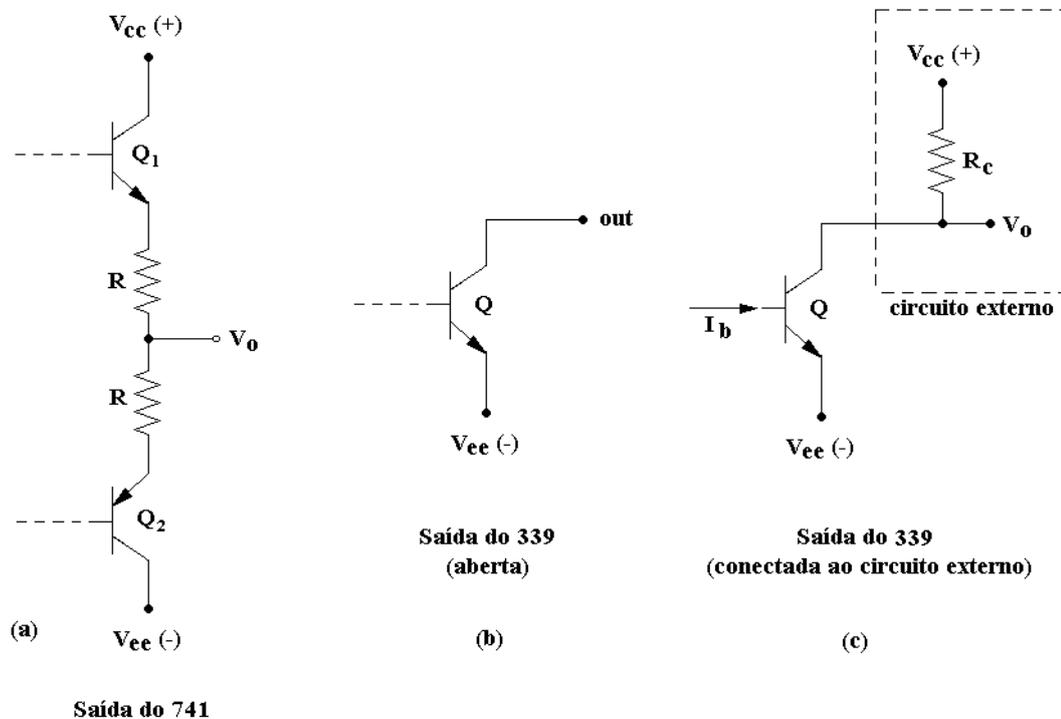


Figura 14.10: Dois tipos diferentes de estágio de saída dos AO: (a) classe AB (similar a *push-pull* e *totem-pole*) e (b,c) coletor aberto.

Só faz sentido medir a voltagem de saída do 339 quando ela estiver conectada ao circuito externo e isto é normalmente feito conectando o resistor  $R_c$  (denominado de *pull-up resistor*) entre a saída e a alimentação positiva  $V_{cc}$  (Figura 14.10(c)).

Referindo-se à Figura 14.10(c), o circuito interno do 339 controla a corrente na base do último transistor de saída de acordo com o seguinte critério:

- Se  $V^+ > V^-$  a corrente na base do último transistor será nula, portanto este transistor estará em corte e  $V_o$  será igual a  $V_{cc}$ .
- Se  $V^+ < V^-$  e se o valor do resistor  $R_c$  não for muito grande, existirá uma corrente na base suficiente para saturar o transistor e  $V_o$  estará próximo de  $V_{ee}$ .

No segundo caso teremos  $V_o = V_{ee} + V_{ce}$ . Para o 339, um valor típico de corrente no coletor é de 16 mA, resultando  $V_{ce} \approx 200$  mV (na saturação). Portanto, se  $V_{ee} = 0$ , teríamos  $V_o = 0.2$  V.

### 14.3.3 Prática: Comparador do tipo janela

Utilizando o comparador 339, construa o circuito da Figura 14.11. Este CI possui quatro comparadores independentes em uma única pastilha, entretanto, observe que as tensões de alimentação  $V_{cc}(+)$  e  $V_{ee}(-)$  são comuns para todos. Determine o valor de  $R$  para que o LED possa acender sem se queimar (e também sem queimar  $R$ ). O LED deve acender quando a tensão de entrada estiver fora dos limites,  $V_1$  e  $V_2$ , especificados pelo divisor de tensão formado por  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ . Circuitos deste tipo são muito utilizados em discriminadores e conversores A/D rápidos.

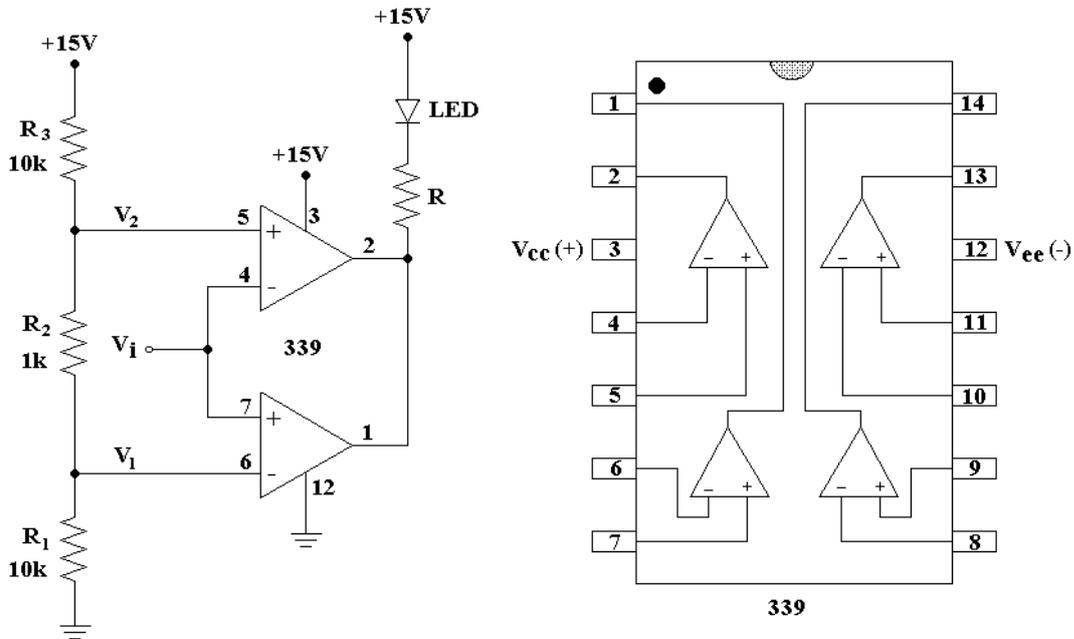


Figura 14.11: Comparador do tipo “janela”.

Calcule os valores das tensões  $V_1$  e  $V_2$  e compare com o resultado medido. Para testar o circuito, utilize para  $V_i$  uma fonte de tensão dc, variável no intervalo 0 a +15 V.

Observe no circuito da Figura 14.11 que os dois comparadores possuem as suas saídas conectadas entre si. No caso, o LED acende quando um comparador **ou o outro** estiver conduzindo.

Faça um exercício: projete um circuito para executar esta mesma função do circuito anterior utilizando somente amplificadores operacionais do tipo do 741. Eu acho que depois de terminar o exercício você entenderá porque comparadores com saída em coletor aberto, do tipo do 339, existem e são úteis. Observe também que somente uma fonte de alimentação (+15 V) foi necessária para construir o circuito da Figura 14.11. Se usássemos o 741, no mínimo duas fontes seriam necessárias ( $\pm 15$  V).

### 14.3.4 Prática: voltímetro de LEDs

O circuito da Figura 14.12 é um acionador de barras de LED (em inglês, *LED bar-graph display*) muito utilizado nos equipamentos de som para mostrar a intensidade sonora, em substituição aos voltímetros de agulha convencionais. O circuito pode ser expandido para qualquer número de LEDs. Os LEDs acendem seqüencialmente (de baixo para cima) conforme a amplitude de  $V_i$  aumenta, desde 0 a +15 V. Descreva o funcionamento do circuito e determine a tensão no limiar de cada LED.

Depois, faça um teste um pouco mais complicado porém mais emocionante, que vou explicar a seguir. Utilize o seu gerador de sinais para produzir uma onda triangular de baixa frequência (alguns Hz) variando entre pouco acima de 0.V e pouco abaixo de +15V. Para fazer isso você vai ter que ajustar os controles de amplitude e *offset* do gerador. Depois aplique este sinal na entrada do circuito. Você vai observar os LEDs acendendo seqüencialmente.

**Exercício:** Usualmente, nos aparelhos de som, cada LED seguinte acende quando a tensão de entrada aumenta +3 dB. Como você faria para implementar esta característica no circuito da Figura 14.12, ou seja, como fazer para que a resposta da barra de LEDs seja logarítmica?

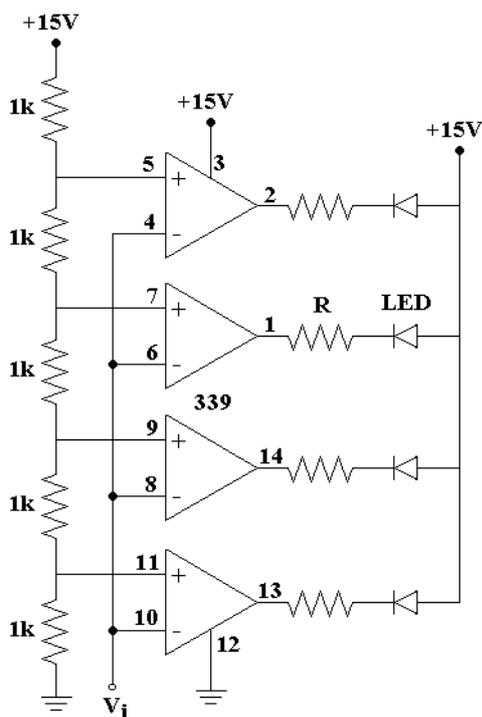


Figura 14.12: Comparador do tipo “barra de LEDs”.

## 14.4 Realimentação Negativa

O termo realimentação será muito utilizado daqui a diante. Logo mais dedicaremos um espaço maior para descrever o que é a realimentação de um amplificador e quais as suas conseqüências mas, por enquanto, vamos utilizar esta técnica sem maiores conexões com a teoria. A realimentação pode ser positiva ou negativa e, nesta secção, somente a negativa será utilizada.

Para não manter um clima de suspense exagerado, eu diria que vocês já sabem o que é realimentação; só que não sabem que sabem. Por exemplo, façam o seguinte exercício prático. **(a)** Com um giz, trace uma linha reta no chão com três metros de comprimento. Depois, vá ao início da marca e comece a pisar sobre ela, passo a passo, ao longo de todo o seu comprimento contando quantos passos você deu. Se você estiver sóbrio, garanto que vai conseguir realizar esta tarefa sem muita dificuldade. Agora, vamos para a parte **(b)**. Volte ao início da marca, feche bem os seus olhos e comece a caminhar executando o mesmo número de passos da parte (a). Quando terminar a contagem, abra os olhos, olhe para o chão, veja onde você está e também onde está a marca de giz.

Entendeu? No segundo experimento você agiu sem a realimentação (negativa!) proporcionada pela sua visão.

Em termos pouco precisos, um amplificador operacional estará realimentado negativamente quando existir algum caminho (ou circuito) que conecta a sua saída com a entrada negativa  $V^-$ . A situação complementar, saída ligada à entrada  $V^+$ , corresponderia à realimentação positiva que, nesta secção, estará ausente.

Uma das mais importantes aplicações dos AO com realimentação negativa é a implementação de bons amplificadores lineares. A Figura 14.13 mostra diversas configurações possíveis para um amplificador não-inversor. Vamos examinar cada uma delas a fim de determinar os seus respectivos ganhos de tensão. Para realizar este cálculo, serão necessárias somente as duas regras postuladas anteriormente.

Primeiro, considere o circuito da Figura 14.13(a). A segunda regra diz que a impedância de entrada do AO é muito alta. Tomando isto ao pé da letra, podemos afirmar que as correntes que entram, ou saem, nas entradas  $V^+$  e  $V^-$  são nulas. Portanto, a corrente  $I$  que pode estar atravessando  $R_2$  tem que, necessariamente, ser igual à corrente que atravessa  $R_1$ . Assim, podemos escrever o seguinte conjunto de equações:

$$\begin{aligned} V_o &= A(V^+ - V^-) && \text{(regra 1)} \\ V^+ &= V_i && \text{(óbvio)} \\ (V_o - 0) &= (R_1 + R_2)I && \text{(Kirchhoff)} \\ V^- &= R_1 I && \text{(Kirchhoff)} \end{aligned}$$

Eliminando  $I$ ,  $V^+$  e  $V^-$  nas equações acima encontramos:

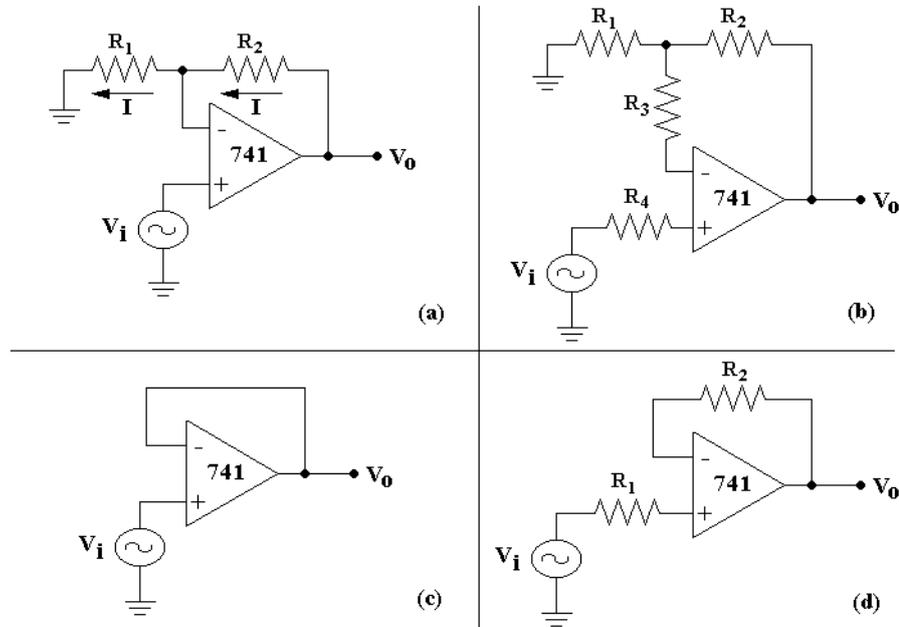


Figura 14.13: Alguns circuitos simples com realimentação negativa: amplificadores não inversores.

$$V_o = \frac{\alpha A}{A + \alpha} V_i \quad \text{onde} \quad \alpha = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \quad (14.2)$$

A regra 1 diz que o ganho de laço aberto,  $A$ , é muito grande. Novamente, tomando as regras ao pé da letra e assumindo que  $A \gg \alpha$  podemos aproximar:

$$V_o \approx \alpha V_i = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_i \quad (14.3)$$

Portanto, o circuito da Figura 14.13(a) é um **amplificador não-inversor**, cujo ganho de laço fechado (*closed loop gain*) vale  $G = 1 + R_2/R_1$ .

Creio que não seria necessário explicar qual é a diferença entre estas duas definições de ganho: aberto e fechado. Mas, para deixar o texto mais completo, observe que ganho aberto se refere ao ganho do amplificador operacional sem realimentação, que é denotado pela letra  $A$  e vale algo em torno de 100 dB. Por outro lado, o ganho de laço fechado é denotado pela letra  $G$  e corresponde ao ganho do amplificador que fabricamos, tomando um amplificador realimentado negativamente através de resistores externos. Assim, o ganho de laço fechado pode ter, em princípio, qualquer valor  $G < A$  dependendo da relação entre os resistores  $R_1$  e  $R_2$ .

Observe agora dois fatos relacionados ao circuito da Figura 14.13(a): **(i)** o ganho é sempre maior que 1 e **(ii)** a impedância de entrada deste amplificador é muito alta. No próximo capítulo estudaremos com mais detalhes as questões associadas às impedâncias de entrada e saída dos amplificadores.

É muito interessante observar um outro fato adicional. Da primeira equação do conjunto de equações anterior à 14.2 obtemos:

$$V^- = V_i - \frac{V_o}{A} \approx V_i \quad \longrightarrow \quad V^- \approx V_i = V^+ \quad (14.4)$$

Isto significa que as duas entradas do operacional estão no mesmo potencial! Veja bem! Se a saída do amplificador operacional é finita (isto é, não está saturada) devemos ter  $A|(V^+ - V^-)| < 15\text{V}$ . Para o operacional 741 podemos assumir que  $A = 200000$ , o que implica  $|(V^+ - V^-)| < 75\mu\text{V}$ .

Portanto, para um amplificador operacional de ganho de laço aberto muito grande resulta  $V^+ \approx V^-$ , que é o mesmo que diz a Equação 14.4. O cálculo exato das tensões no amplificador não inversor está mostrado na Figura 14.14 para a situação particular em que  $A = 200000$ ,  $G = 10$  e  $V_i = 1\text{V}$ .

Observe agora o circuito da Figura 14.13(b). Quais as diferenças entre este circuito e o anterior? Nenhuma! Ou melhor, quase nenhuma: ele possui um resistor  $R_3$  conectado na entrada  $V^-$  e um outro resistor  $R_4$  conectado na entrada  $V^+$ . Qual o efeito destes resistores adicionais sobre o ganho de laço-fechado do amplificador? Nenhum! Isto é óbvio, porque não há correntes fluindo através de  $R_3$  e  $R_4$  (Regra 2) e suas respectivas ddp serão nulas. Logo, se estes dois resistores forem substituídos por um fio condutor, o circuito continuaria o mesmo! Portanto, o amplificador da Figura 14.13(b) possui o mesmo ganho que o da Figura 14.13(a).

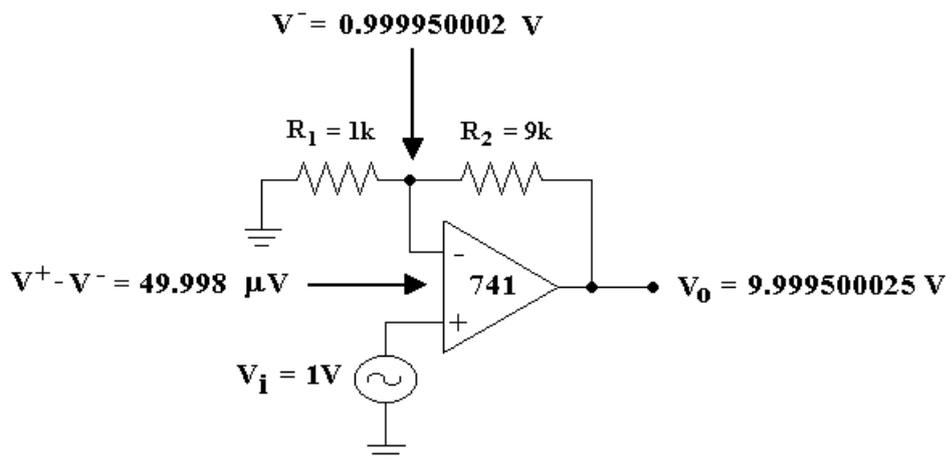


Figura 14.14: Valores exatos das tensões em um amplificador não inversor.

Então, qual a finalidade dos resistores adicionais  $R_3$  e  $R_4$ ? Boa pergunta! Muitas vezes (você verão!) alguns circuitos possuem componentes que “aparentemente” não servem para nada e, então, a gente pergunta: porquê eles estão lá?

No caso particular do exemplo Figura 14.13(b), a intenção foi, por enquanto, apenas resolver um exercício; entretanto, este exercício tem segundas intenções. Veremos no Capítulo 15 que os resistores  $R_3$  e  $R_4$  servem para diminuir o *offset* na saída do operacional, que é causado por um desequilíbrio nas entradas do AO. Na prática, os resistores  $R_3$  e  $R_4$  são calculados para obedecer à condição:  $R_4 = R_3 + R_1 \parallel R_2$ , mas, por enquanto, considerem este exemplo apenas como um exemplo.

E quanto ao circuito da Figura 14.13(c)? Basta olhar com atenção que você concluirá que ele é idêntico ao da Figura 14.13(a), no caso particular em que  $R_1 = \infty$  e  $R_2 = 0$ . De acordo com a Equação 14.3 este amplificador possui ganho unitário ( $G = 1$ ).

Bonito, né? Para que serve um amplificador com ganho unitário, isto é, um amplificador que não amplifica? Você verão que ele serve para muitas coisas e tanto isto é verdade que ele nem é chamado de amplificador, mas sim de seguidor de tensão (ou de *buffer*, em inglês). Este seguidor tem altíssima impedância de entrada e baixíssima impedância de saída: dá para adivinhar porque ele vai ser útil?

O amplificador da Figura 14.13(d) é idêntico ao da Figura 14.13(c). Os resistores adicionais  $R_1$  e  $R_2$  não alteram o ganho unitário. Como já mencionamos, eles podem ter outras funções, como por exemplo, de minimizar o *offset* na saída. Este *offset* é uma característica intrínseca de todos os AO reais e o truque apresentado é apenas uma das maneiras possíveis tornar o circuito mais próximo do ideal.

### 14.4.1 Prática: amplificadores não inversores

Concluimos que os amplificadores operacionais com realimentação negativa podem (pelo menos em teoria) resultar em bons amplificadores lineares, estáveis e com baixa distorção harmônica. Em princípio, qualquer valor de ganho de laço fechado poderá ser obtido, porém, há uma limitação prática. Por exemplo, considere um amplificador com ganho de 100, construído de acordo com o protótipo da Figura 14.13(a), com  $R_1$  igual a  $1 M\Omega$ . Para que o ganho seja igual a 100, a Equação 14.3 diz que  $R_2$  teria que ser igual a  $100 M\Omega$ , valor este que é impraticável, pois é muito grande!

Mais tarde vamos discutir um pouco mais sobre isso mas, por enquanto, utilize a seguinte regra prática: **a menos que você saiba o que está fazendo, evite utilizar resistores de realimentação que sejam menores que  $100 \Omega$  ou maiores que  $1 M\Omega$ .**

Estabeleça valores apropriados para os resistores e construa o circuito da Figura 14.13(a). Projete os circuito para um ganho qualquer entre 50 e 100. Utilize um sinal de entrada com baixa frequência ( $\leq 1kHz$ ) e verifique se o ganho obtido corresponde ao calculado teoricamente.

Para o primeiro deles (Figura 14.13(a)) responda as seguintes perguntas. O ganho se mantém constante em altas frequências? O ganho é independente da amplitude do sinal de entrada? Responda estas perguntas considerando baixas e altas frequências e baixas e altas amplitudes.

Agora, remova  $R_1$  e substitua  $R_2$  por um fio, resultando no circuito da Figura 14.13(c) e responda as mesmas perguntas anteriores.

### 14.4.2 Amplificadores inversores

Será que também é possível construir amplificadores com ganho negativo? Sim, e é isto o que fazem os circuitos da Figura 14.15: todos eles são **amplificadores inversores**.

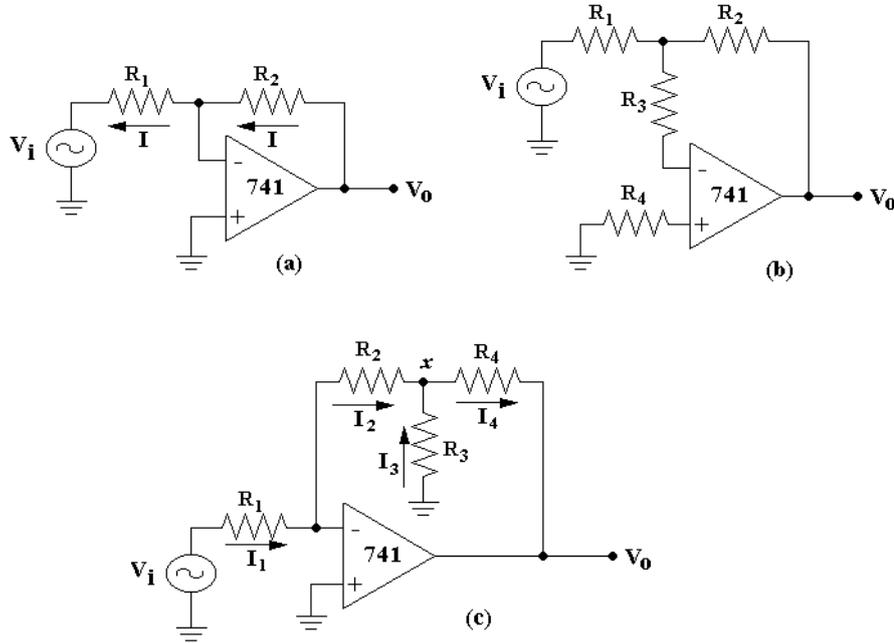


Figura 14.15: Alguns amplificadores inversores práticos.

Primeiro, considere o circuito da Figura 14.15(a). O mesmo argumento que utilizamos no caso anterior pode ser aplicado aqui a fim de concluir que a corrente  $I$  que pode estar atravessando  $R_2$  tem que, necessariamente, ser igual à corrente que atravessa  $R_1$ . Assim, podemos escrever um conjunto de equações:

$$\begin{aligned} V_o &= A(V^+ - V^-) && \text{(regra 1)} \\ V^+ &= 0 && \text{(óbvio)} \\ (V_o - V_i) &= (R_1 + R_2)I && \text{(Kirchhoff)} \\ V^- - V_i &= R_1 I && \text{(Kirchhoff)} \end{aligned}$$

Eliminando  $I$ ,  $V_+$  e  $V_-$  nas equações acima encontramos:

$$V_o = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha/A} V_i \quad \text{onde} \quad \alpha = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \quad (14.5)$$

Se o ganho de laço-aberto for muito grande ( $A \gg \alpha$ ), teremos um amplificador inversor:

$$V_o \approx (1 - \alpha)V_i = -\frac{R_2}{R_1} V_i \quad (14.6)$$

Portanto, o circuito da Figura 14.15(a) é um amplificador inversor, cujo ganho de laço fechado vale  $G = -R_2/R_1$ .

O que você pode dizer com relação ao circuito da Figura 14.15(b)? Lembrando a discussão anterior, relativa ao amplificador não inversor da Figura 14.13(b), podemos dizer que os circuitos das Figuras 14.15(a) e 14.15(b) são idênticos. Os resistores  $R_3$  e  $R_4$  não alteram o ganho do amplificador.

Agora, observe que, o ganho do amplificador (em módulo) pode assumir valores menores que 1. Isto é, para ganhos entre 0 e -1, este amplificador é, na verdade, um **atenuador inversor!**

Em segundo lugar, note que a primeira equação do conjunto anterior à 14.5 diz que:

$$V^- = -\frac{V_o}{A} \approx 0 \quad \rightarrow \quad V^+ \approx V^- \quad (14.7)$$

Este resultado é idêntico ao obtido anteriormente no caso do amplificador não inversor (ver Equação 14.4).

### 14.4.3 Um modelo prático para a realimentação negativa

Agora vamos dar uma paradinha para raciocinar enquanto observamos as Equações 14.4 e 14.7. Ambos os casos resultaram  $V^+ = V^-$ . Será que isto é apenas uma coincidência?

Não é coincidência não! Este fato é sempre válido para amplificadores de alto ganho com realimentação negativa. Não vou aqui provar o que digo porque isto será feito mais adiante.

Bom, já que quando há realimentação negativa devemos sempre ter  $V^+ = V^-$ , porque não tentar reformular nossos postulados, a fim de facilitar os cálculos? Excelente idéia!

#### **Amplificador operacional com realimentação negativa**

$$\text{Regra RP-1:} \quad \mathbf{V}^+ = \mathbf{V}^-$$

$$\text{Regra RP-2:} \quad \mathbf{I}^+ = \mathbf{I}^- = \mathbf{0}$$

Figura 14.16: Regras práticas para os amplificadores operacionais ideais realimentados negativamente.

Daqui a diante, quando falarmos que temos um amplificador operacional com realimentação negativa, adotaremos as regras enunciadas no quadro da Figura 14.16. E, adeus às antigas regras!

Não, ainda não diga adeus porque você ainda vai precisar delas quando falarmos de amplificadores operacionais com realimentação positiva. As regras antigas são mais gerais, pois valem sempre, tanto para realimentação positiva quanto negativa. Por este motivo, observem que coloquei novos nomes nas regras novas, Regra RP-1 e Regra RP-2 (onde RP significa “regra prática”), a fim de lembrar que estas valem somente quando se tem realimentação negativa. Observem também que a segunda regra se manteve intacta. Ela apenas foi enunciada de uma forma simplificada, explicitando que as correntes  $I^+$  e  $I^-$  que fluem nas entradas  $V^+$  e  $V^-$ , respectivamente, são nulas. Isto é o mesmo que dizer que as impedâncias das entradas  $V^+$  e  $V^-$  são muito altas.

Tendo sido enunciadas estas duas novas regras, poderemos analisar problemas mais complicados com maior facilidade. Um exemplo é o da Figura 14.15(c). Qual é o ganho deste amplificador?

Antes de responder esta pergunta vamos aprender um conceito importante que é válido em todos os circuitos da Figura 14.15 e em muitos outros mais. Em todos eles, a entrada  $V^+$  está aterrada (isto é, em 0V). Portanto, pela Regra RP-1, a entrada  $V^-$  também estará em 0V.

Isto não é interessante? A entrada  $V^-$  está sempre em 0V mas ela não está fisicamente aterrada! Por isso, a entrada  $V^-$  é, neste caso, chamada de **TERRA VIRTUAL**. Ela tem este nome simplesmente porque ela é uma “réplica” da entrada  $V^+$  que está fisicamente conectada na terra.

Pois bem, comecemos a analisar o circuito da Figura 14.15(c) pelo seu terra virtual e a partir daí escrevemos as equações abaixo:

$$V_i = R_1 I_1 \quad (\text{RP-1})$$

$$I_2 = I_1 \quad (\text{RP-2})$$

A voltagem no nó denominado  $x$  na Figura 14.15(c) vale  $V_x = -R_2 I_2 = -(R_2/R_1)V_i$ . Isto nos permite calcular a corrente  $I_3 = -V_x/R_3 = (R_2/(R_1 R_3))V_i$ . A seguir, calculamos:

$$I_4 = I_2 + I_3 = \frac{V_i}{R_1} + \frac{R_2}{R_1 R_3} V_i \quad (14.8)$$

E, finalmente,

$$V_o = -\frac{R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4}{R_1 R_3} V_i = -\frac{R_2}{R_1} \left( 1 + \frac{R_4}{R_2} + \frac{R_4}{R_3} \right) V_i \quad (14.9)$$

Bom, uma vez calculado o ganho do amplificador da Figura 14.15(c), poderemos finalmente entender para que ele serve. Mas, para isso, temos que aprender um conceito novo.

Com relação ao amplificador da Figura 14.15(a) perguntamos agora: qual é a sua impedância de entrada? Conhecendo o conceito do terra virtual fica fácil responder a esta pergunta.

Como o terminal (-) do AO está em 0 V, a corrente em  $R_1$  vale  $I = V_i/R_1$ . Esta corrente é fornecida pelo gerador, o qual “encherga” todo o amplificador como se ele fosse simplesmente um resistor de valor  $R_1$  conectado à terra. Portanto, a impedância de entrada do amplificador inversor é igual a  $R_1$ . Mas, e daí?

E daí que o ganho de laço fechado deste amplificador também depende de  $R_1$  e ele diminui conforme  $R_1$  aumenta. Ora, se queremos que o amplificador tenha alta impedância de entrada, então ele não pode ter alto ganho! Isto é um problema; pois a conclusão é que este amplificador sofre da doença “baixa impedância de entrada”.

Este problema é parcialmente resolvido com o circuito da Figura 14.15(c). Por exemplo: queremos que o amplificador inversor tenha um ganho igual a 100 e uma impedância de entrada igual a  $1\text{ M}\Omega$  (esta impedância é a mesma que tem a entrada dos osciloscópios e é considerada razoavelmente alta para muitas aplicações).

Se usássemos o amplificador da Figura 14.15(a) teríamos que ter  $R_2 = 100\text{ M}\Omega$ , o que é um valor muito grande e impraticável. Mas, com o amplificador da Figura 14.15(c), poderemos atingir esta meta?

Sim, por exemplo, para começar fazemos  $R_1 = 1\text{ M}\Omega$  (isto é, igual à impedância de entrada requerida) e selecionamos para  $R_2$  e  $R_4$  os máximos valores permitidos pela regrinha que mencionamos há pouco tempo atrás:  $R_2 = R_4 = 1\text{ M}\Omega$ . Então, o valor necessário para  $R_3$  será  $10.2\text{ k}\Omega$ . Portanto, este circuito utiliza 3 resistores de  $1\text{ M}\Omega$  e 1 de  $10.2\text{ k}\Omega$  e, tem um ganho de 100 e impedância de entrada de  $1\text{ M}\Omega$ . Viram como é fácil!

#### 14.4.4 Prática opcional: amplificadores inversores

Estabeleça valores apropriados para os resistores e construa os circuitos da Figura 14.15(a) e 14.15(c). No caso do circuito 14.15(c) utilize os valores dos resistores calculados no exemplo anterior. Utilize um sinal de entrada com baixa frequência ( $\leq 1\text{ kHz}$ ) e verifique se o ganho obtido corresponde ao calculado teoricamente.

## 14.5 Realimentação Positiva

Veremos adiante que um amplificador com ambas realimentações - negativa e positiva - tende a oscilar. Isto quer dizer que, quando um caminho externo conecta a saída do amplificador com a sua entrada não-inversora, o circuito como um todo tende a se tornar instável. Esta instabilidade, em muitos casos, é indesejável, porém, em outros casos é ela quem possibilita a construção de osciladores. Entretanto, esta não é a única aplicação de um amplificador com realimentação positiva.

### 14.5.1 Comparadores com realimentação positiva

Como primeiro exemplo, vamos examinar qual o efeito da realimentação positiva em um comparador. Quando estudamos os comparadores deixamos transparecer que o problema da “comparação” entre sinais elétricos estava resolvido (isto é, já sabemos responder à pergunta: quem é maior que quem?). Em outras palavras, não ficaram problemas pendentes. Então, para que adicionar realimentação positiva em um comparador?

Existem essencialmente dois problemas principais com os comparadores montados anteriormente e eles não foram mencionados porque a nossa intenção era não adiantar problemas criando confusões antecipadas.

Uma das necessidades da utilização de realimentação positiva em comparadores pode ser mostrada através de um exemplo. Este exemplo é o famoso problema da caixa d’água, tão bem conhecido pelos construtores de sistemas hidráulicos.

Trata-se de uma caixa d’água que é abastecida por uma bomba eletromecânica que retira água de uma fonte próxima. No caso da Figura 14.17(a), a caixa está munida de uma bóia que trabalha em um dado nível N. Acoplada a esta bóia existe um interruptor elétrico que atua conforme a bóia se movimenta abaixo, ou acima, deste nível N. As conexões elétricas são feitas de tal maneira que a bomba é acionada quando a caixa está vazia (isto é, nível da água abaixo de N) e desliga quando está cheia (nível acima de N).

Então, qual o problema com esta caixa d’água? Bom, com a caixa d’água não tem problema; o problema está com a bomba: com certeza esta bomba não vai durar nem uma semana!

Veja bem! Suponha que a caixa está cheia a um nível um pouco acima de N (portanto, a bomba está desligada) e aí, você abre a torneira e toma um copo d’água. Como conseqüência o nível abaixa, a bomba liga, o nível rapidamente sobe e a bomba desliga. Neste meio tempo você bochecha, conversa com alguém e depois decide tomar outro copo. A mesma rotina se repete: a bomba liga e desliga novamente.

E qual o problema? Acontece que uma bomba eletromecânica não é projetada para ficar ligando e desligando a cada minuto. A vida útil de uma bomba está intimamente relacionada com o número de vezes em que ela é acionada.

Como resolver este problema? Você não vai entender logo de início o que vou dizer mas saiba isto se resolve com realimentação positiva.

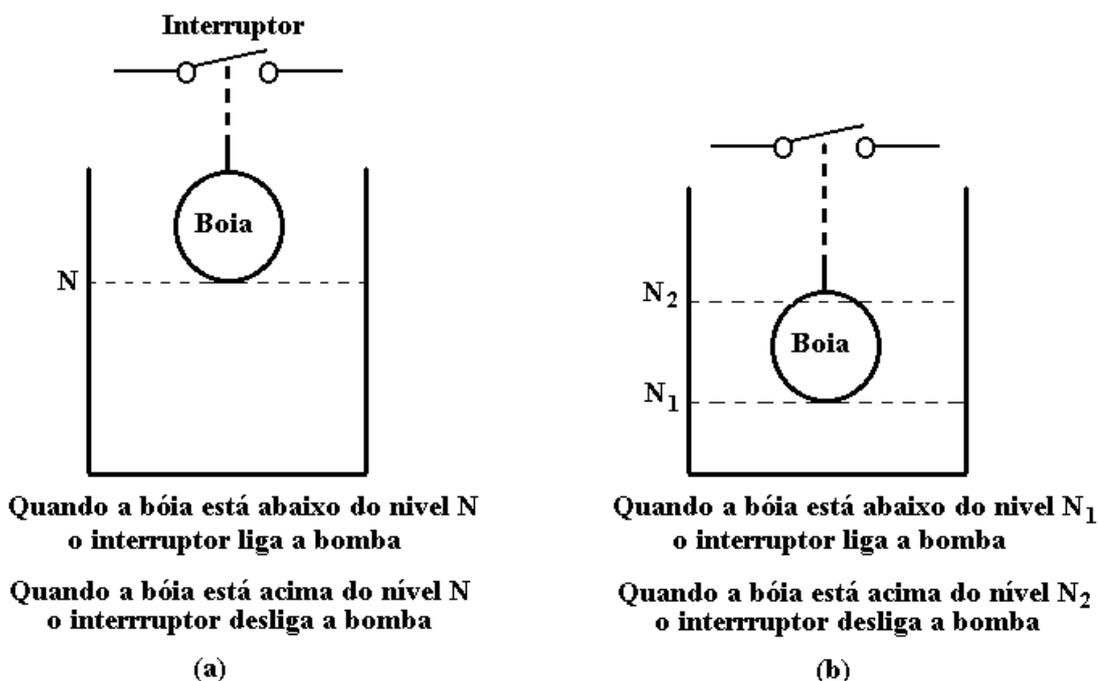


Figura 14.17: Caixas d'água de 1 e 2 níveis.

A solução do problema, bem conhecida dos construtores, é utilizar uma bóia de dois níveis, como exemplificado na Figura 14.17(b). Esta bóia é muito parecida com a anterior, com a diferença que ela liga a bomba quando o nível d'água está abaixo de um limite inferior  $N_1$  e desliga em um nível superior  $N_2$ . Desta forma, se a caixa está cheia (acima do nível  $N_2$ ) e você toma um copo de água o nível abaixa, mas não o suficiente para alcançar  $N_1$  e portanto a bomba não liga. Para que a bomba ligue serão necessários muitos copos de água. Se a caixa está vazia (abaixo de  $N_1$ ), a bomba certamente estará ligada, e o nível da água estará subindo. Entretanto, quando o nível da água ultrapassar  $N_1$  a bomba não vai ser desligada; ela somente se desligará em  $N_2$ . Este procedimento amplia a vida útil da bomba.

Os dois casos, correspondentes às bóias de um e de dois níveis, estão representados pelo diagrama da Figura 14.18 que, creio eu, se explica por si mesmo.

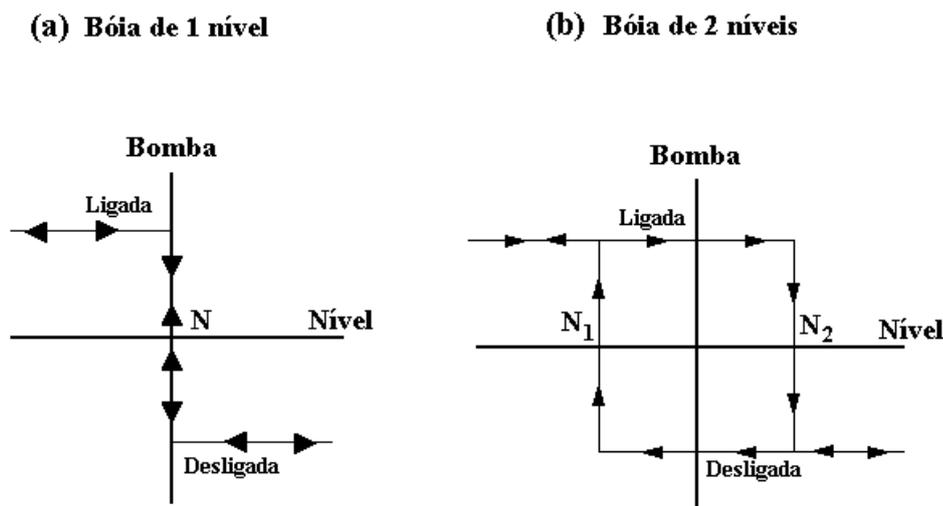


Figura 14.18: Diagrama de histerese das caixas d'água de 1 e 2 níveis.

O caso de um comparador com realimentação positiva (similar ao da Figura 14.18(b)) é usualmente denominado de **comparador com histerese**. O que significa histerese neste caso?

É simples. Basta responder a 3 perguntas que você vai entender. (1) Qual o estado da bomba quando o nível da água está abaixo de  $N_1$ ? Ligada, certamente. (2) Qual o estado da bomba quando o nível da água está acima de  $N_2$ ? Desligada, certamente. (3) Qual o estado da bomba quando o nível de água está acima de  $N_1$  e abaixo de  $N_2$ ? **Depende!**

Este “depende” é que caracteriza a histerese. Depende do passado, ou da história. Em outras palavras, e respondendo a terceira pergunta, se o nível está aumentando a bomba está ligada e se o nível está descendo a bomba está desligada.

Esta característica interessante dos comparadores com histerese lhes dá a oportunidade de serem potencialmente úteis em diversas aplicações importantes, por exemplo, na construção de memórias.

No mundo eletrônico também existem problemas análogos, cuja solução é muito semelhante à adotada para a caixa d’água. Para dar um exemplo simples, considere que um sensor luminoso é utilizado para acender uma lâmpada quando escurece, por volta das 18.00 hs e, para apagá-la por volta das 6.00 hs, quando amanhece o dia.

Pois bem, todos sabem que a luminosidade ambiente não varia monotonamente o tempo todo. É possível que, um pouco antes das 18.00 hs, quando está começando a escurecer, uma névula escura cubra o Sol somente por alguns instantes, ou que o balançar de um galho de árvore faça diminuir a intensidade da luz incidente no sensor. Estas variações imprevisíveis poderão acionar a lâmpada precipitadamente. Neste horário, e também por volta das 6 da manhã, o sensor estará no limiar entre o liga e o desliga e estes incidentes provocarão o acende e apaga da lâmpada, favorecendo que ela se queime. Portanto, não é difícil imaginar que o emprego da técnica utilizada na caixa d’água também poderia evitar este problema.

Outro problema importante, que nos obriga a utilizar realimentação positiva em comparadores, está exemplificado na Figura 14.19(a). Este problema é causado pelo ruído presente em todos os sinais elétricos. Observe que, no momento em que a saída do comparador muda de estado, a mudança que ocorre na presença de ruído é caracterizada por, na realidade, inúmeras transições entre os dois níveis. Acontece que o sinal de interesse adicionado ao ruído intercepta o nível de referência várias vezes consecutivas durante uma única transição.

Este problema, e também o anterior, são facilmente resolvidos com o circuito da Figura 14.19(b). Observe que o amplificador possui agora realimentação positiva e que as transições ocorrem em dois níveis, no caso,  $\approx \pm 0.5$  V.

O que se passa é o seguinte. Se a saída do AO estiver saturada, a Regra 2 garante que  $V^+$  só pode ter dois valores, os quais são dados pela expressão:

$$V^+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_o = \frac{1}{1 + 33} (\pm 15) \approx \pm 0.44\text{V} \quad (14.10)$$

Agora, imagine que  $V_i < -0.44$  V. Nesta situação, a saída estará saturada em  $+15$  V (porque  $V^+$  é maior que  $V^-$ ) e portanto, o nível de chaveamento será  $+0.44$  V. Isto significa que a saída continuará saturada em  $+15$  V enquanto a tensão de entrada não aumentar e ultrapassar  $+0.44$  V. Quando isto acontece, a saída se satura em  $-15$  V (porque  $V^+$  passa a ser menor que  $V^-$ ) e o novo nível de chaveamento passa a ser  $-0.44$  V. O diagrama da Figura 14.20 ilustra este comportamento.

### 14.5.2 Prática: comparador com histerese

O circuito anterior, Figura 14.20, utilizado para explicar o efeito da histerese, é bastante simples e pode ser construído a partir de um AO 741 e dois resistores. Construa este circuito e confirme que o seu funcionamento está de acordo com a descrição acima.

Para melhor visualizar o efeito da histerese, tente uma forma diferente de observação. Acione o osciloscópio no modo X-Y e coloque na entrada X o sinal  $V_i$  e na entrada Y o sinal  $V_o$ . Ajuste o ganho dos dois canais para observar na tela a curva  $V_o$  vs.  $V_i$ . Se usar um osciloscópio analógico vai observar que na região em que há histerese o traço é menos intenso. Porque? Retire e reponha o resistor de 33k e verifique o seu efeito sobre a histerese.

### 14.5.3 Prática: oscilador de relaxação

Um oscilador muito simples pode ser construído a partir do processo de carga e descarga de um capacitor e é denominado de “oscilador de relaxação” ou, simplesmente, “oscilador RC”. O circuito é simples e está esquematizado na Figura 14.21, onde é utilizado o AO 353, cuja característica especial relevante a este exercício é ser mais rápido que o 741.

A análise do comportamento do circuito está esquematizada na Figura 14.21. Observe que a voltagem em  $V^+$  é sempre igual a  $V_o/2$ . Vamos supor que, quando a alimentação é ligada, a saída do amplificador operacional esteja na saturação positiva (isto é,  $V_o = V_{CC} = +15\text{V}$ ). Imediatamente o capacitor começa a se carregar através de  $R$ , com uma constante de tempo dada pelo produto  $RC$ . Quando a voltagem no capacitor atinge  $+V_{CC}/2 = +7.5\text{V}$ , a entrada  $V^-$  fica mais positiva que a  $V^+$  e a saída do amplificador operacional subitamente passa para a sua saturação negativa ( $V_o = V_{EE} = -15\text{V}$ ).

Quando isto acontece, o capacitor começa a se descarregar, em direção a  $V_{EE}$ , com a mesma constante de tempo anterior. Como agora a saída está em  $V_{EE}$ , o potencial da entrada positiva é  $V_{EE}/2 = -7.5$

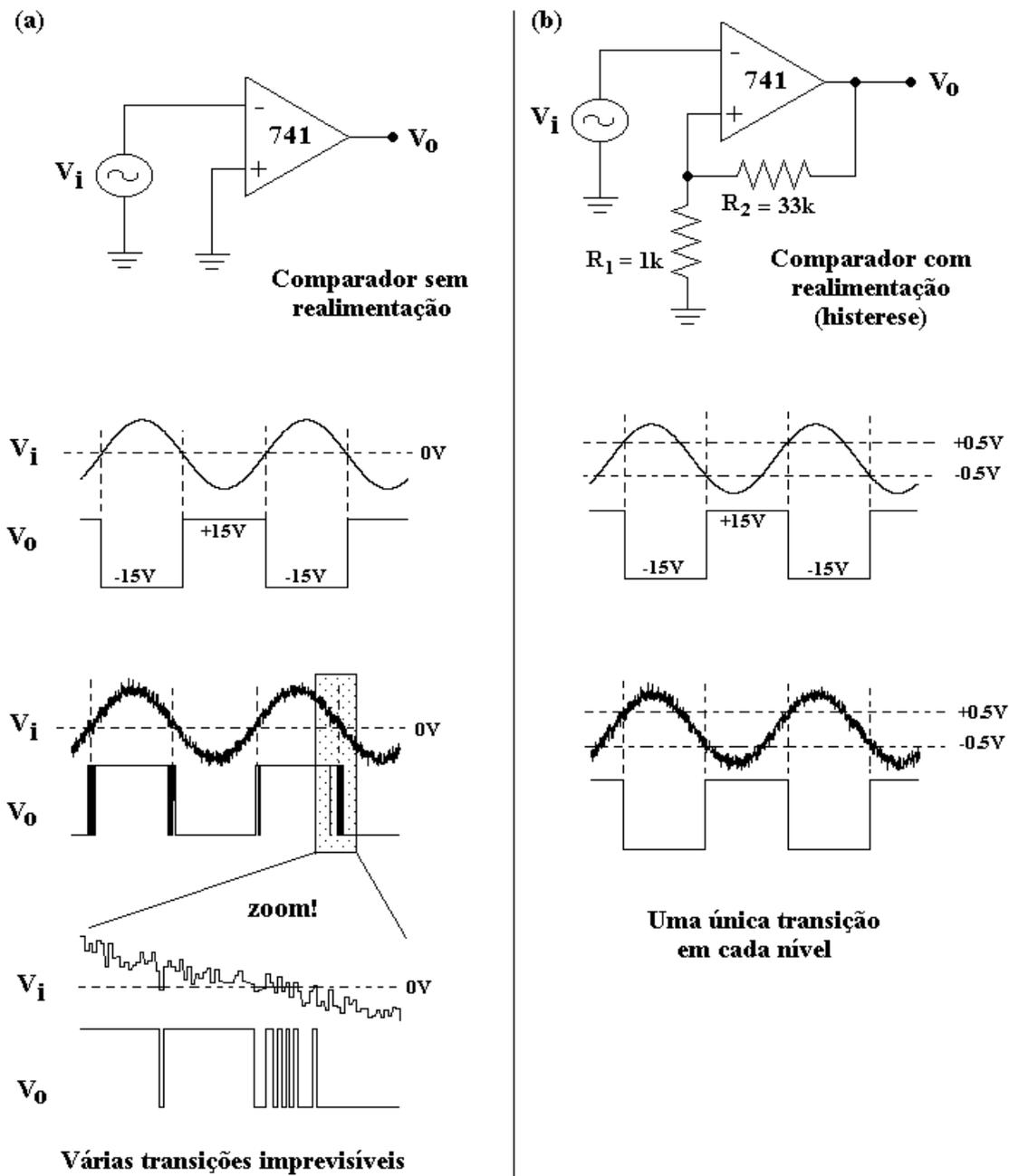


Figura 14.19: Realimentação positiva usada para eliminar a interferência do ruído nos circuitos comparadores.

V. Quando a voltagem no capacitor fica mais negativa que  $V_+$  o amplificador novamente altera o estado de sua saída, indo para a saturação positiva. Assim, o ciclo se repete indefinidamente, com um período igual a  $(2\ln 3) RC \approx 2.2RC$ , independentemente do valor da tensão de alimentação.

Construa o gerador de onda quadrada da Figura 14.21. Determine a sua frequência de oscilação e verifique se o seu funcionamento está de acordo com a Figura 14.22. Altere o valor de  $C$  para  $0.001 \mu F$ . Qual é a mudança na frequência? Altere o valor  $R$  para  $10k$  e determine a nova frequência de oscilação.

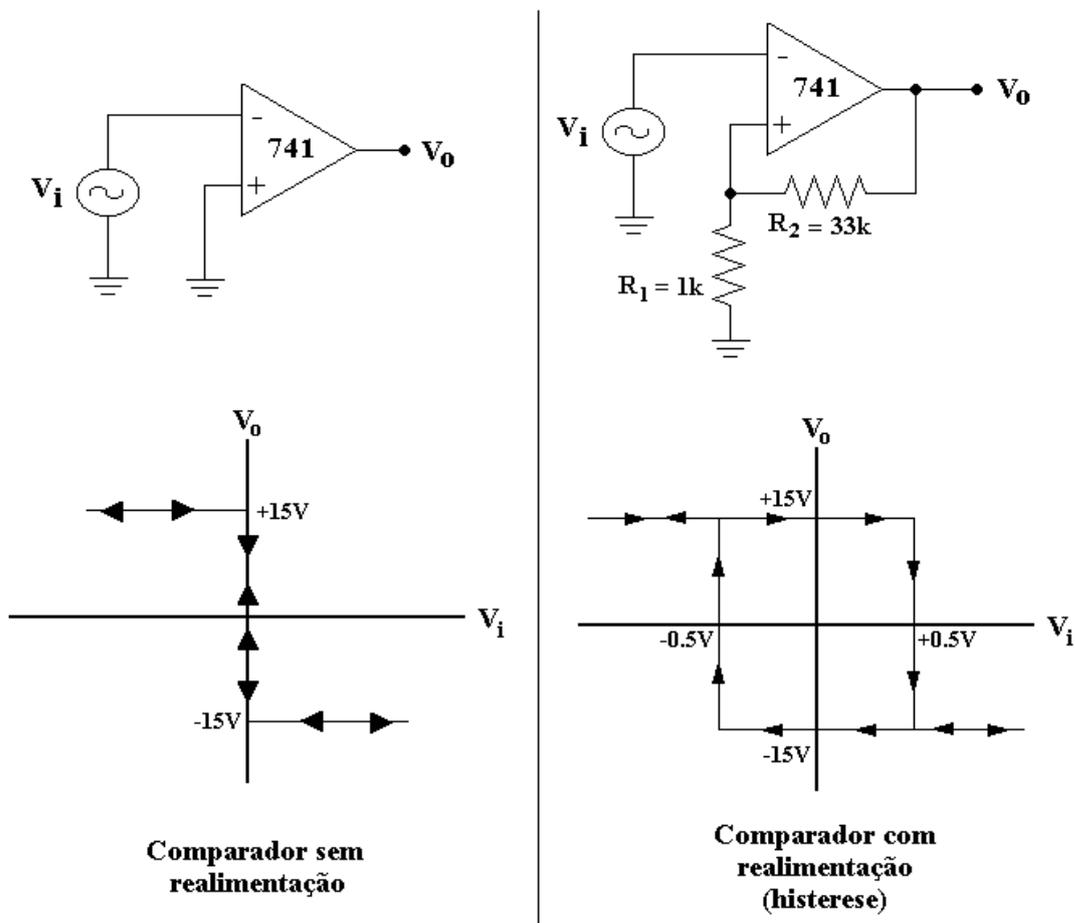


Figura 14.20: Diagrama de histerese para os comparadores sem e com realimentação positiva.

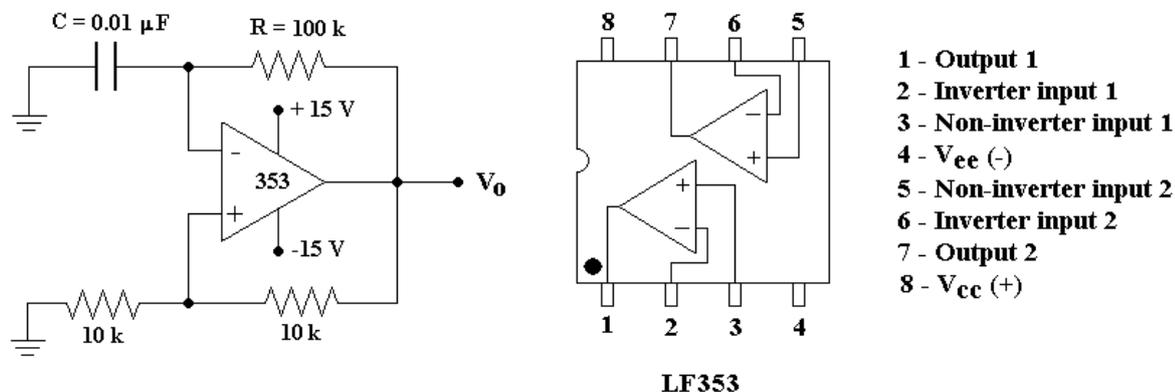


Figura 14.21: Circuito prático de um oscilador de relaxação simples.

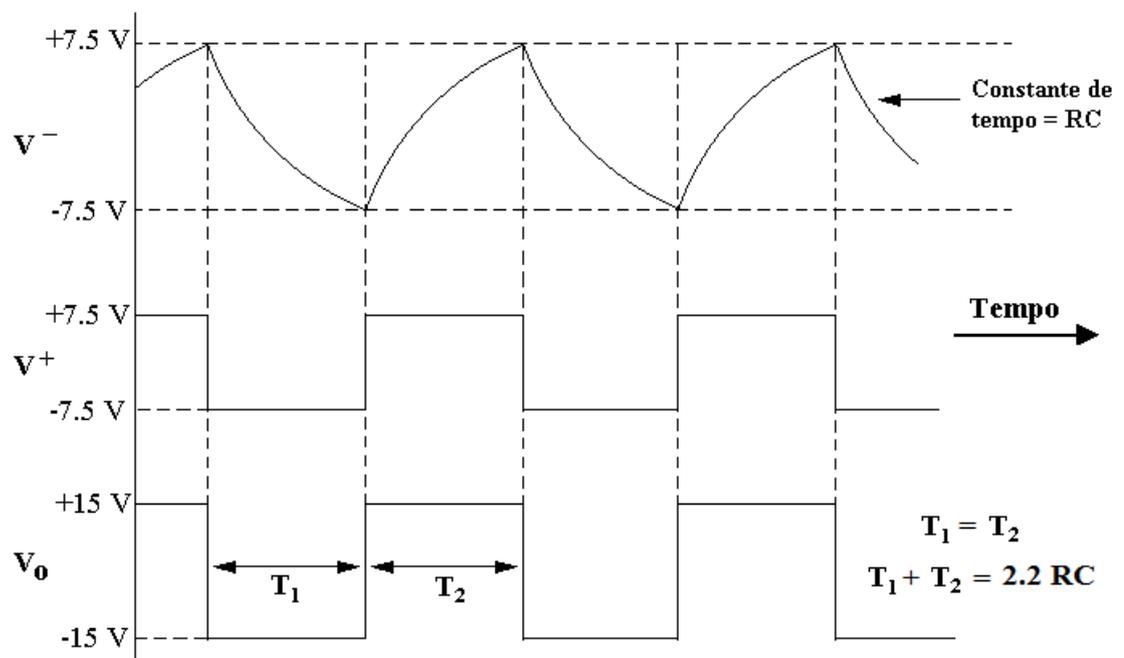


Figura 14.22: Análise do circuito do oscilador de relaxação.

# Capítulo 15

## Amplificador Operacional II

Assim como qualquer componente eletrônico os amplificadores operacionais possuem limitações que ocasionam desvios no seu comportamento com relação às regras estabelecidas nos modelos teóricos mais simples. É importante se ter conhecimento (mesmo que seja apenas superficial) destas limitações para que possamos saber em que parâmetros nos guiarmos a fim de projetarmos circuitos que possam funcionar satisfatoriamente.

### 15.1 Oscilações espúrias

Em muitos amplificadores operacionais o valor do ganho de laço aberto é alto e, além disso, possuem também um alto *slew rate*. Por isto, estes amplificadores, como é o caso do LF353, são rápidos - mais rápidos que o 741 - e tendem a oscilar mesmo quando realimentados negativamente.

Aspectos típicos destas oscilações podem ser vistos na Figura 15.1(a), representadas por um sinal de alta frequência somado ao sinal ac de interesse.

Isto não chega a ser um problema por que estas oscilações, causadas por realimentações positivas espúrias, podem ser evitadas em um projeto cuidadoso. O único problema é que estas realimentações positivas que causam as oscilações não foram propositadamente construídas e nem estão explicitamente visíveis no circuito - por isso é que são chamadas de espúrias (talvez, o adjetivo “intrômetidas” fosse mais adequado). Elas aparecem sem serem chamadas e escondem sua origem para que você não possa destruir seu ninho.

Como disse, as oscilações podem ser evitadas, mas, o segundo problema é que isto requer muito conhecimento e prática; características estas encontradas simultaneamente somente nos especialistas do assunto. Portanto, vamos nos ater a uma breve discussão de um certo caso particular em que a solução do problema é simples. Além disso, por ser uma solução simples e por não prejudicar o desempenho do circuito, o procedimento pode e deve ser sempre adotado mesmo nos casos em que não for necessário. Considere o procedimento como rotina (analogia: assim como o uso de camisinha durante as relações sexuais com novos parceiros).

O procedimento é o seguinte. Sempre que você inserir na placa de montagens um circuito integrado, a primeira providência é fazer as conexões de alimentação. A segunda providência é conectar capacitores (valor típico de  $0.1 \mu\text{F}$ ) entre cada terminal de alimentação e o terra, conforme mostra a Figura 15.1(b).

As conexões dos capacitores devem ser as mais curtas possíveis, o que significa inserir um dos terminais do capacitor num orifício próximo do terminal de alimentação do CI e o outro no barramento de terra mais próximo possível ao terminal no qual a fonte está conectada. Vou explicar porque (pelo menos, vou tentar!).

Em primeiro lugar, o valor da tensão de alimentação aplicada aos circuitos integrados na placa de montagens pode variar quando um ou mais deles passa a drenar mais ou menos corrente. Isto é, a tensão de alimentação varia ligeiramente sempre que algum transiente ocorre no circuito. Agora, observe o diagrama esquemático do amplificador operacional 741 mostrado na Figura 14.1.

As tensões de alimentação,  $\pm 15 \text{ V}$ , se distribuem internamente no CI a fim de alimentar os transistores dos diversos estágios do circuito interno. A mesma tensão que alimenta os transistores do estágio de saída também alimenta o estágio de entrada. Portanto, existe um caminho de realimentação entre entrada e saída do amplificador operacional. Num certo momento em que a saída é requisitada a fornecer mais (ou menos) corrente para a carga, a tensão de alimentação nos transistores da saída varia ligeiramente. A variação da tensão de alimentação se propaga entre os estágios de entrada e saída e, portanto, existe um laço de realimentação entre a entrada e saída do CI construído internamente e, portanto, sem acesso externo. Esta realimentação pode ser positiva e provocar oscilações em uma frequência fixa se a resposta do amplificador (isto é, a propagação do sinal entre entrada e saída) for rápida.

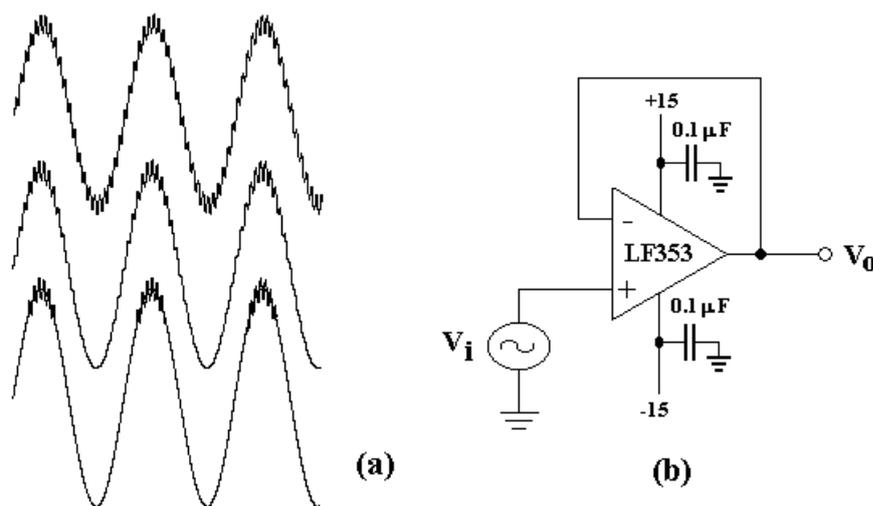


Figura 15.1: (a) Representação típica de sinais que apresentam sintomas de oscilação do amplificador. (b) Remédio: acomplamento capacitivo das fontes de alimentação.

Os capacitores conectados externamente, entre os terminais de alimentação e o terra, minimizam este problema. Você pode pensar que eles atuam como reservatórios imensos de carga elétrica que suprem as necessidades do CI durante os transientes, mantendo a tensão de alimentação quase constante. De uma forma alternativa, você pode pensar que eles atuam como filtros passa-baixa, drenando os transientes de alta frequência para o terra.

Não vamos propor uma prática específica para verificar o problema das oscilações e do remédio apresentado porque durante o restante do curso vários circuitos que você montar irão oscilar. Isto é muito provável! Quando isso acontecer você poderá verificar se o remédio indicado funciona, ou não.

## 15.2 Novas definições para o ganho de um amplificador

Antes de discutir as questões pertinentes a este capítulo será conveniente introduzir uma notação apropriada para as unidades correspondentes ao ganho de um amplificador.

Ora ...ora ... ora! O parâmetro “ganho” já não foi extensivamente utilizado nos capítulos anteriores? Agora, a esta altura dos acontecimentos estamos insinuando que temos necessidade de redefini-lo? Porque? Para que?

Veja bem! Vamos devagar com o andor porque o santo é de barro! Talvez você ainda não tenha percebido, mas a notação que temos utilizado até aqui é bastante dúbia. Por exemplo, quando dizemos que um certo amplificador tem um ganho de 100, o que isto significa? Isto pode significar que a amplitude do sinal de saída do amplificador é 100 vezes maior que o de entrada ou, ainda, que o primeiro é 100 dB maior que o segundo. Qual das duas interpretações seria a mais correta? Não dá pra adivinhar porque a notação que utilizamos até aqui é realmente insuficiente. Portanto, uma notação mais precisa se faz necessária.

Neste curso utilizaremos três notações para o ganho de um amplificador. A primeira delas é a mais óbvia.

Se denotarmos a amplitude do sinal de entrada de um amplificador por  $V_i$  e a da saída por  $V_o$  e lembrando aqui que ambos são **números reais positivos**, temos:

$$G(\text{V/V}) = \frac{V_o}{V_i} \quad (15.1)$$

Pois é! Esta definição já foi muito utilizada ao longo deste curso, então, qual é a novidade?

A novidade é que passaremos agora a atribuir uma unidade para este ganho, isto é: a unidade  $\text{V/V}$  = Volts/Volts.

Mas, o quociente entre algo expresso em Volts por outro algo também expresso em Volts não é adimensional? Sim, é verdade. Todavia, esta notação deixa claro que se, por exemplo, mencionarmos que o ganho vale 100  $\text{V/V}$  estaremos querendo dizer que o quociente entre as amplitudes das tensões vale 100, ou seja, a amplitude da saída é 100 vezes maior que a da entrada. Por exemplo, se  $V_i = 0.5 \text{ sen}(\omega t)$  então  $V_o = 50 \text{ sen}(\omega t)$ .

Note também que o ganho definido pela Equação 15.1 é sempre um número **real positivo** mas pode ser menor ou maior do que a unidade. Quando ele for menor que a unidade compreende-se que o amplificador

atenua a tensão de entrada, e que, portanto ele atua como um atenuador. Neste contexto, e somente para finalidades de simplificar a notação, um atenuador pode ser interpretado como um amplificador cujo ganho, expresso em  $G$  (V/V), é menor que a unidade.

Em muitos casos, as tensões  $V_i$  e  $V_o$  estão defasadas quando, normalmente elas são representadas por números complexos. Assim, o quociente entre elas também será um número complexo e a definição do ganho assume um significado mais geral:

$$\hat{G}(V/V) = \frac{\hat{V}_o}{\hat{V}_i}, \quad \text{enquanto que:} \quad G(V/V) = \left| \frac{\hat{V}_o}{\hat{V}_i} \right| = \frac{|\hat{V}_o|}{|\hat{V}_i|} = \frac{V_o}{V_i} \quad (15.2)$$

O chapéu sobre a letra significa que esta letra representa um número complexo.

No caso do amplificador inversor estudado anteriormente houve um certo abuso de linguagem. Lá, na equação 14.6, foi definido o ganho como sendo um número real negativo,  $G = -R_2/R_1$  e o sinal negativo significava que a saída estava  $180^\circ$  fora de fase com a entrada. A rigor e, levando em conta a notação recém definida, deveríamos ter escrito:  $\hat{G} = -R_2/R_1$  V/V. Na verdade, não pretendemos ser tão rigorosos e frequentemente abrimos uma excessão quando os sinais de entrada e saída diferem por uma fase de  $180^\circ$ . Com certeza, você vai encontrar neste ou em outros textos a notação  $G = -R_2/R_1$  V/V. Isto não tem importância, mas, o importante é que você entenda bem o que está dizendo.

Uma terceira unidade para o ganho introduz o decibel:

$$G(\text{dB}) = 20 \log \frac{V_o}{V_i} \quad (15.3)$$

Fica implícito nesta definição que as tensões  $V_i$  e  $V_o$ , correspondentes às amplitudes dos sinais, são números reais positivos. Por outro lado, a quantidade  $G$  (dB) também é real mas pode ser tanto positiva quanto negativa. O caso em que ela é negativa significa simplesmente que  $V_o$  é menor que  $V_i$ , o que nada tem a ver com as fases relativas entre os dois sinais.

Daqui a diante estas três formas serão utilizadas para definir o ganho de um amplificador:  $G$  (V/V),  $\hat{G}$  (V/V) e  $G$  (dB).

### 15.3 Resposta em frequência

Uma limitação importante do amplificador operacional diz respeito ao seu ganho de laço aberto,  $A$  (V/V), definido na Equação 15.1. O valor de  $A$ , anteriormente estimado a ser da ordem de 100-110 dB para o AO 741, vale apenas quando a frequência da diferença de potencial entre as entradas,  $V^+ - V^-$ , for muito baixa; menor que cerca de 4 Hz. A Figura 15.2 esboça a dependência de  $A$  (dB) com a frequência para o AO 741 em um gráfico de Bode, similar ao empregado para os filtros passivos passa-baixa que estudamos anteriormente.

Observe nesta figura que o ganho de laço aberto,  $A$ , do amplificador possui um *rolloff* de -20 dB/década na região de altas frequências acima da frequência de corte,  $f_c$ . Assim como no caso dos filtros passivos o valor de  $A$  na frequência de corte está 3 dB abaixo do valor correspondente às baixas frequências, o qual é definido por  $A_o \approx 110$  dB. Por isso, o ponto na curva, correspondente à frequência de corte, é também chamado de “ponto de -3 dB do amplificador”.

Observe também que o valor de  $A$  (V/V) em altas frequências pode ser pequeno, comparável à unidade; o que invalida a hipótese  $A$  (V/V)  $\gg 1$  que foi assumida várias vezes em cálculos anteriores.

De fato, na frequência de 1 MHz o gráfico mostra que  $A$  (V/V) = 1, ou,  $A$  (dB) = 0. Quando  $A$  (V/V) se torna comparável com a unidade, as novas regras, RN1 e RN2, expressas na Figura 14.16 deixam de valer, fazendo-nos recorrer às primeiras hipóteses básicas lá enunciadas como regras 1 e 2.

Uma implicação importante desta limitação aparece no projeto de amplificadores com realimentação negativa.

Tomemos como exemplo o amplificador inversor mostrado na Figura 15.3(a). Passaremos a denotar o valor do ganho de laço fechado deste amplificador por  $G_o$ . Então, a pergunta é: para um dado par de resistores  $R_1$  e  $R_2$ , quanto vale  $G_o$ ?

A resposta não é trivial e eu vou explicar.

De acordo com o cálculo que resultou a Equação 14.6, este amplificador deveria ter um ganho igual a  $G_o(V/V) = R_2/R_1$ . Por exemplo, se  $R_2 = 10\text{k}$  e  $R_1 = 1\text{k}$  teríamos  $G_o$  (V/V) = 10, ou,  $G_o$  (dB) = 20; similarmente, se  $R_2 = 1\text{M}$  e  $R_1 = 1\text{k}$  teríamos  $G_o = 1000$  (V/V), ou, 60 dB.

Realmente, se você fizer um teste experimental constatará que os ganhos encontrados conferem com esta previsão, porem, somente quando a frequência do sinal de entrada for menor que a frequência de -3 dB do amplificador realimentado.

Mas, agora vem a outra pergunta: qual é a frequência de -3 dB deste amplificador inversor?

Vou responder esta pergunta ensinando apenas o truque, e não a teoria toda. Tudo bem?

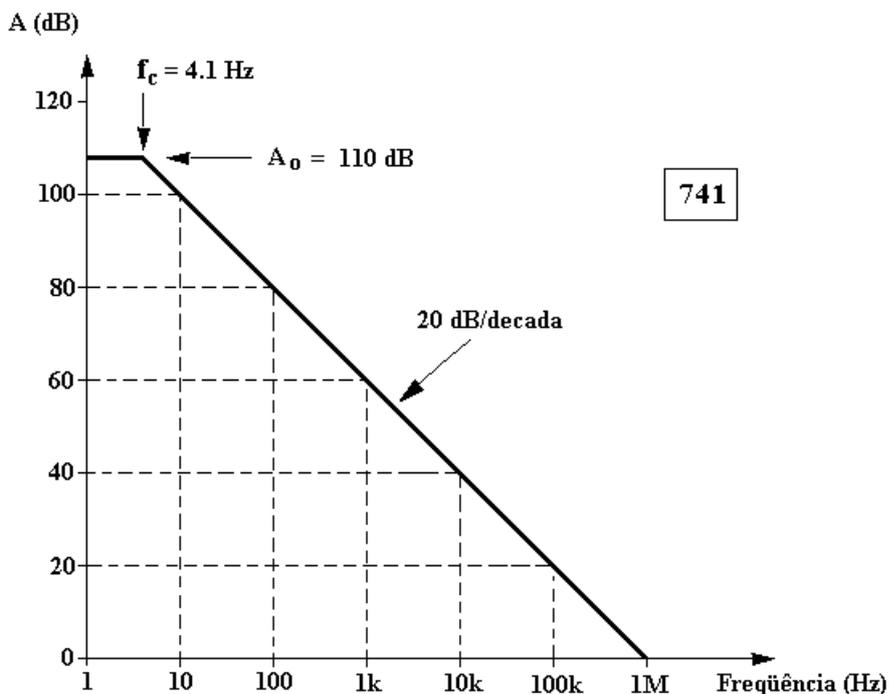


Figura 15.2: Resposta em frequência do ganho de laço aberto do amplificador operacional 741.

Vamos supor que o amplificador inversor da Figura 15.3(a) tem um ganho em baixas frequências de  $G_o = 1000$  V/V ou 60 dB; o que seria previsto quando  $R_1 = 1K$  e  $R_2 = 1M$ . O passo seguinte é examinar a curva de resposta do amplificador dada na Figura 15.2, que para maior clareza foi reproduzida na Figura 15.3(b). Na posição 60 dB da escala vertical deste gráfico, trace uma linha horizontal e verifique onde ela cruza o gráfico de Bode. Neste caso particular, pode-se observar que ela cruza o gráfico na frequência de 1 kHz. Portanto, a frequência de -3 dB deste amplificador é de 1 kHz. Simples, não é?

O mesmo procedimento poderia ser realizado para outros ganhos. Por exemplo, se  $G_o = 10$  V/V ou 20 dB (para  $R_1 = 1K$  e  $R_2 = 10k$ ), a frequência de corte (ou de -3 dB) seria 100 kHz; muito maior que a anterior. Quanto menor o ganho maior é a frequência de corte.

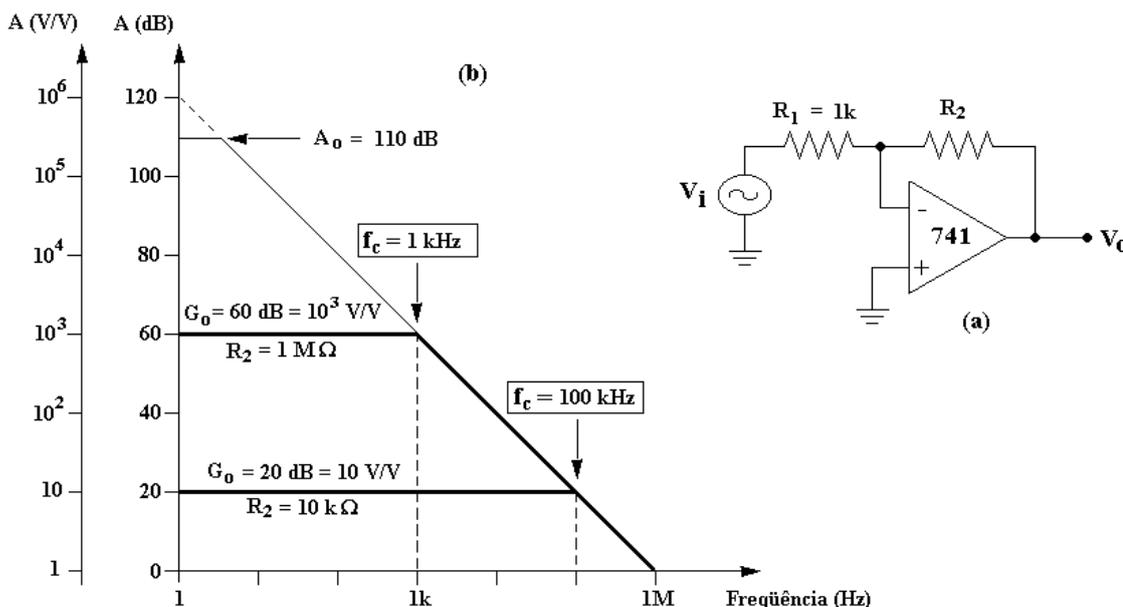


Figura 15.3: Resposta em frequência do amplificador inversor.

Outra pergunta poderá ser feita: como é a resposta do amplificador acima da frequência de corte? Resposta: acima da frequência de corte o ganho de laço fechado fica igual ao ganho de laço aberto. A tabela ilustra tudo o que foi discutido aqui para o amplificador inversor. O ganho de outros tipos

de amplificadores, como o não inversor, por exemplo, pode ser calculado de forma análoga. No caso de um amplificador operacional de outro modelo (outro número de identificação) você deve recorrer à sua folha de especificações para obter o gráfico  $A$  vs.  $f$  correspondente.

Tabela 15.1: Resposta em frequência do amplificador inversor da Figura 15.3(a) para dois valores de ganho: 60 dB ( $R_2 = 1\text{M}$ ) e 20 dB ( $R_2 = 10\text{k}$ ).

	1 Hz	10 Hz	100 Hz	1 kHz	10 kHz	100 kHz	1 MHz
$R_2 = 1\text{M}\Omega$	60 dB	60 dB	60 dB	60 dB	40 dB	20 dB	0 dB
$R_2 = 10\text{k}\Omega$	20 dB	20 dB	20 dB	20 dB	20 dB	20 dB	0 dB

Observe que para  $R_2 = 1\text{M}$  o ganho de laço fechado se mantém igual a 60 dB até a frequência de 1 kHz, chamada de frequência de -3 dB deste amplificador. Acima desta frequência o ganho diminui 20 dB por década. Algo similar acontece para  $R_2 = 10\text{k}$ , onde o ganho se mantém igual a 20 dB até a frequência de corte que vale 100 kHz.

Portanto, este é o truque - basta pensar um pouquinho que você vai entender.

Podemos agora estimar o ganho de laço fechado real e a frequência de -3 dB para outros valores de  $R_2$ . Por exemplo, (a) se  $R_2 = 1\text{k}$ , teremos  $G_o = 0\text{ dB}$  e  $f_c = 1\text{ MHz}$ , (b) se  $R_2 = 100\text{ k}$ , teremos  $G_o = 40\text{ dB}$  e  $f_c = 10\text{ kHz}$ .

Bom, já que vocês entenderam qual é a dependência do ganho de laço fechado com a frequência de operação do amplificador, podemos passar a demonstrar um teorema de interesse prático. Este teorema será pouco utilizado neste curso mas, como ele é muito mencionado nos livros textos acadêmicos e práticos, vale a pena que o conheçamos.

Considere o gráfico da Figura 15.3. Na faixa de frequências em que a reta possui a inclinação de -20 dB/década, a resposta do amplificador pode ser aproximadamente descrita, em termos da frequência em Hz, pela equação:

$$A(\text{dB}) = 120 - 20 \log f(\text{Hz}) \quad (15.4)$$

Para conferir, considere os casos extremos: (a)  $f = 1\text{ MHz} = 10^6\text{ Hz}$  temos  $A = 0\text{ dB}$  e (b)  $f = 4.1\text{ Hz}$  temos  $A = 108\text{ dB}$  e (c)  $f = 1\text{ Hz}$  temos  $A = 120\text{ dB}$ .

Agora, examinando a Figura 15.3(a) para os diversos valores de  $G_o$  (dB) podemos dizer que a frequência de corte de um amplificador realimentado negativamente corresponde à frequência em que  $G_o$  (dB) =  $A$  (dB), ou seja,

$$G_o(\text{dB}) = 120 - 20 \log f_c(\text{Hz}) \quad (15.5)$$

Novamente, para conferir, considere as situações abordadas na Figura 15.3: (a)  $f_c = 1\text{ kHz}$  temos  $G_o = 60\text{ dB}$  e (b)  $f_c = 100\text{ kHz}$  temos  $G_o = 20\text{ dB}$ .

A Equação 15.5 pode ser escrita de uma forma mais apropriada:

$$20 \log G_o(\text{V/V}) + 20 \log f_c(\text{Hz}) = 120 \quad (15.6)$$

ou seja

$$\log [G_o(\text{V/V})f_c(\text{Hz})] = 6 \quad (15.7)$$

De onde se chega à conclusão geral:

**O produto do ganho de laço fechado, em V/V, pela frequência de corte, em Hz, é sempre constante:**

$$G_o(\text{V/V}) \times f_c(\text{Hz}) = \text{constante} \quad (15.8)$$

Ainda mais uma vez, e somente para conferir, considere as situações abordadas na Figura 15.3: (a)  $G_o = 60\text{ dB} = 1000\text{ V/V}$ ,  $f_c = 1\text{ kHz}$  temos  $(10^3)(10^3) = 10^6$  e (b)  $G_o = 20\text{ dB}$ ,  $f_c = 100\text{ kHz}$  temos  $(10)(10^5) = 10^6$ .

A frequência de corte também é chamada de “largura de banda” do amplificador (ou *amplifier bandwidth*, em inglês) e, por isso, a Equação 15.8 é normalmente enunciada simplesmente como: **o produto do ganho pela largura de banda é constante.**

Baseado neste teorema, a constante que resulta o produto é uma das especificações dos amplificadores operacionais. Normalmente, um dos itens especificados é a largura de banda para ganho unitário (*unit-gain bandwidth*, em inglês). No caso do AO 741, a frequência de corte correspondente a um ganho unitário ( $G_o = 0$  dB) é 1 MHz (ver a Figura 15.3), portanto a sua largura de banda para ganho unitário é de 1 MHz.

A partir desta especificação, o ganho de um amplificador ( $A$  ou  $G$ , isto é, aberto ou fechado), em uma frequência qualquer, pode ser determinado sem ambiguidades.

Como já chamamos a atenção de vocês em outras partes deste texto, é sabido que o AO 741 é muito antigo e bastante limitado. Somente para fazer uma comparação com outros operacionais mais modernos, podemos citar o LT1807 e o OPA847 que possuem uma largura de banda de 1 GHz!

## 15.4 Input Offset voltage

Relembro agora que um amplificador operacional ideal é um amplificador diferencial e, portanto, ele deve amplificar a diferença de potencial entre as suas duas entradas e “nada mais além disso”.

Explicando melhor, a saída de um amplificador operacional ideal deveria valer  $V_o = 0$  quando as suas duas entradas estiverem no mesmo potencial (em curto). Entretanto, “infelizmente, todavia, porém,” isto não é o que acontece na prática.

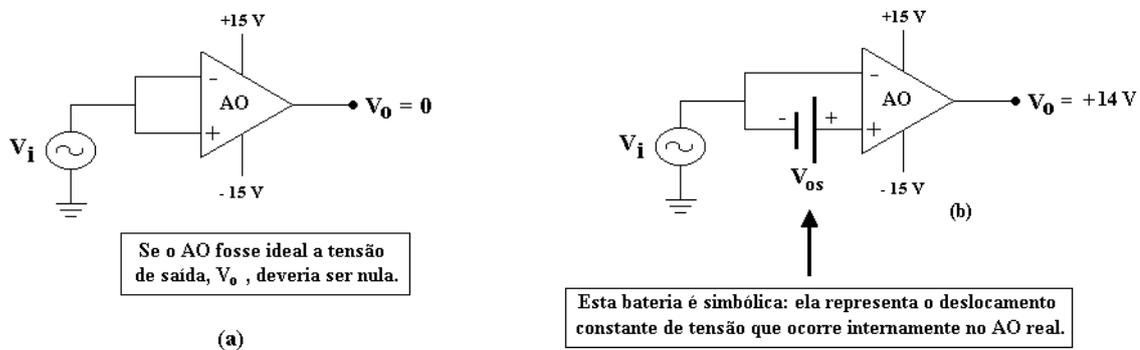


Figura 15.4: Forma idealizada de representar o *Input Offset voltage*.

Em um amplificador operacional real, a saída não vale 0 V quando as duas entradas estão em um mesmo potencial. Normalmente, a saída do AO vai estar saturada, positiva ou negativamente, quando as suas entradas são colocadas em um mesmo potencial. Na Figura 15.4 a tensão de saturação está indicada em +14 V, um pouco abaixo de +15 V devido ao limite de saturação deste particular AO que eu acabei de exemplificar.

Diz a teoria, que um amplificador operacional real se comporta como um “ideal” acrescido de uma bateria em série a uma de suas entradas, como mostra a Figura 15.4(b). Não vamos entrar em detalhes a respeito disso mas podemos adiantar que tanto o módulo da força eletromotriz desta bateria, usualmente denotada por  $V_{os}$ , como a sua polaridade é, a priori, **indeterminada**. O fabricante especifica o máximo valor de  $V_{os}$  que pode ser encontrado entre os diversos exemplares de um dado modelo. O valor de  $V_{os}$ , chamado de *input offset voltage*, em inglês, pode variar desde a faixa de nV a mV entre os diversos modelos.

A Figura 15.5 mostra o efeito do *offset* em um amplificador inversor. A quantidade, em Volts, que a saída se desloca verticalmente depende do ganho de laço fechado do amplificador e de  $V_{os}$ , sendo, normalmente, proporcional a ambos. No caso de ganhos elevados, a saída pode saturar em um dos extremos, tirando toda a utilidade do amplificador. Esta característica do AO é, em geral, prejudicial a um grande número de aplicações e, por isso, ela deve ser minimizada de alguma maneira.

Existem soluções já previstas pelos fabricantes e a mais comum é implementada através de um potenciômetro externo conectado a dois pinos extras do CI. No caso do 741, existem duas entradas denominadas de *offset null* (pinos 1 e 5) que podem ser conectadas a um potenciômetro externo.

O valor do potenciômetro e a forma de conectá-lo depende de cada modelo e, no caso do 741, a forma de compensar o *offset* do amplificador está esquematizada na Figura 15.6. Os dois extremos de um potenciômetro de valor 10k são conectados entre os pinos 1 e 5, sendo que o terminal central (variável) do potenciômetro é conectado no terminal negativo da fonte de alimentação.

O potenciômetro deve ser ajustado para que a saída seja nula quando a entrada,  $V_i$ , estiver aterrada conforme mostra a Figura 15.6. Outros amplificadores operacionais, como é o caso do LF353, não possuem terminais para compensação da voltagem de *offset* e, ainda, vários outros possuem o seu *offset*

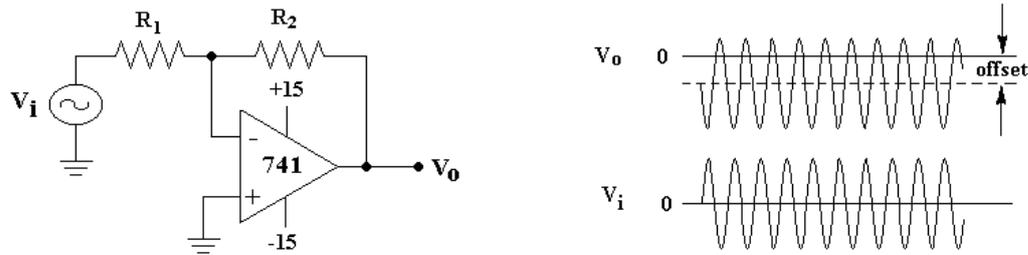


Figura 15.5: Efeito do *Input Offset voltage* na amplificação de um sinal senoidal.

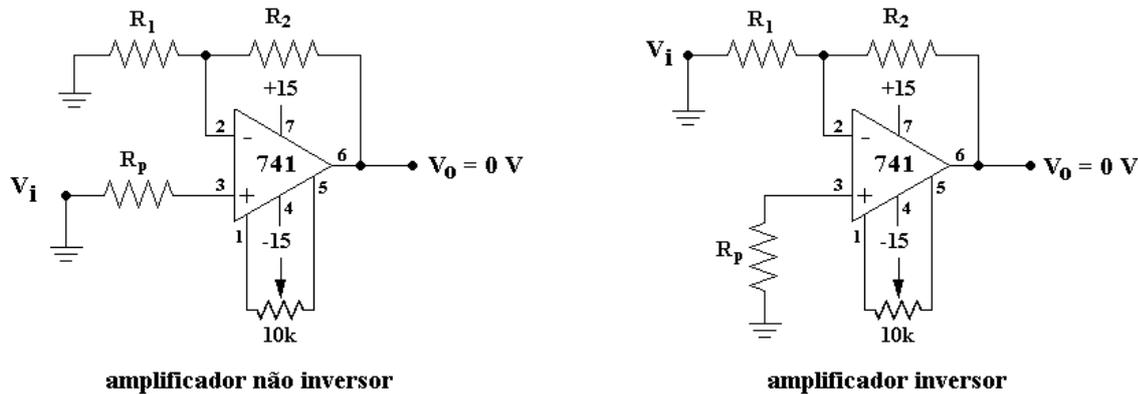


Figura 15.6: Correção do *offset* do amplificador 741.

compensado internamente durante o processo de fabricação e, por isso, podem, ou não, vir com facilidades para compensação externa.

Alem de ilustrar como deve ser conectado o potenciômetro de compensação no 741, a Figura 15.6 exemplifica a sua aplicação no caso dos amplificadores inversores e não-inversores. Observe que um resistor aparentemente desnecessário, de valor fixo igual a  $R_p$ , foi incluído no circuito. Ele é aparentemente desnecessário porque, em ambos os casos não há corrente através deles e, portanto, também não há queda de tensão entre os terminais deste resistor. Sendo que a diferença de potencial neste resistor é nula ele poderia, em princípio, ser substituído por um fio condutor, sem maiores consequências. Entretanto, diz a teoria que o resistor  $R_p$  é necessário para minimizar as alterações da voltagem de *offset*,  $V_{os}$ , que podem ocorrer devido a mudanças na temperatura do CI.

A forma de calcular o valor de  $R_p$  em qualquer aplicação é baseada na ideia de que as impedâncias “vistas” pelas duas entradas do AO devem ser iguais. No caso dos exemplos da Figura 15.6 é fácil notar que este resistor deve ter um valor igual que a combinação em paralelo dos dois resistores que formam a realimentação negativa, isto é,  $R_p = R_1 // R_2 = (R_1 R_2) / (R_1 + R_2)$  (lembra-se do teorema de Thévenin?).

## 15.5 *Slew rate*

O *slew-rate* é uma consequência da limitação do AO em responder a sinais de alta frequência. Alem de depender da amplitude do sinal de entrada, o *slew-rate* também depende do tipo de carga que o circuito alimenta (resistiva, capacitiva ou indutiva). Esta propriedade dos amplificadores operacionais está relacionada ao fato de que a saída de um AO é incapaz de assimilar uma alteração rápida da diferença de potencial nas suas entradas, quando a velocidade com que esta alteração ocorre é maior que um certo valor limite.

A velocidade com que a saída pode ser alterada é medida pelo quociente entre a variação da voltagem pela duração do transiente na resposta, portanto, sua unidade é de Volts/tempo. Esta é a unidade com que o *slew rate* dos amplificadores é especificada: em Volts por micro-segundos.

O *slew rate* do AO 741, realimentado negativamente, é de  $0.5 \text{ V}/\mu\text{s}$ , o que significa que a sua saída não pode variar mais rapidamente do que a taxa de  $0.5 \text{ V}$  em cada micro-segundo. Por exemplo, uma dada variação de  $10 \text{ V}$  no sinal de saída vai tardar, no mínimo, cerca de  $20 \mu\text{s}$  para se concretizar.

O valor especificado para o *slew rate* é uma característica de cada amplificador. O LF353, por exemplo, é bem superior ao 741 no que diz respeito a esta característica, pois seu *slew rate* é de  $13 \text{ V}/\mu\text{s}$ .

A Figura 15.7 diz respeito a um amplificador não-inversor construído a partir do 741. Uma onda quadrada aplicada na entrada representa uma sequência de transientes instantâneos de tensão, que não

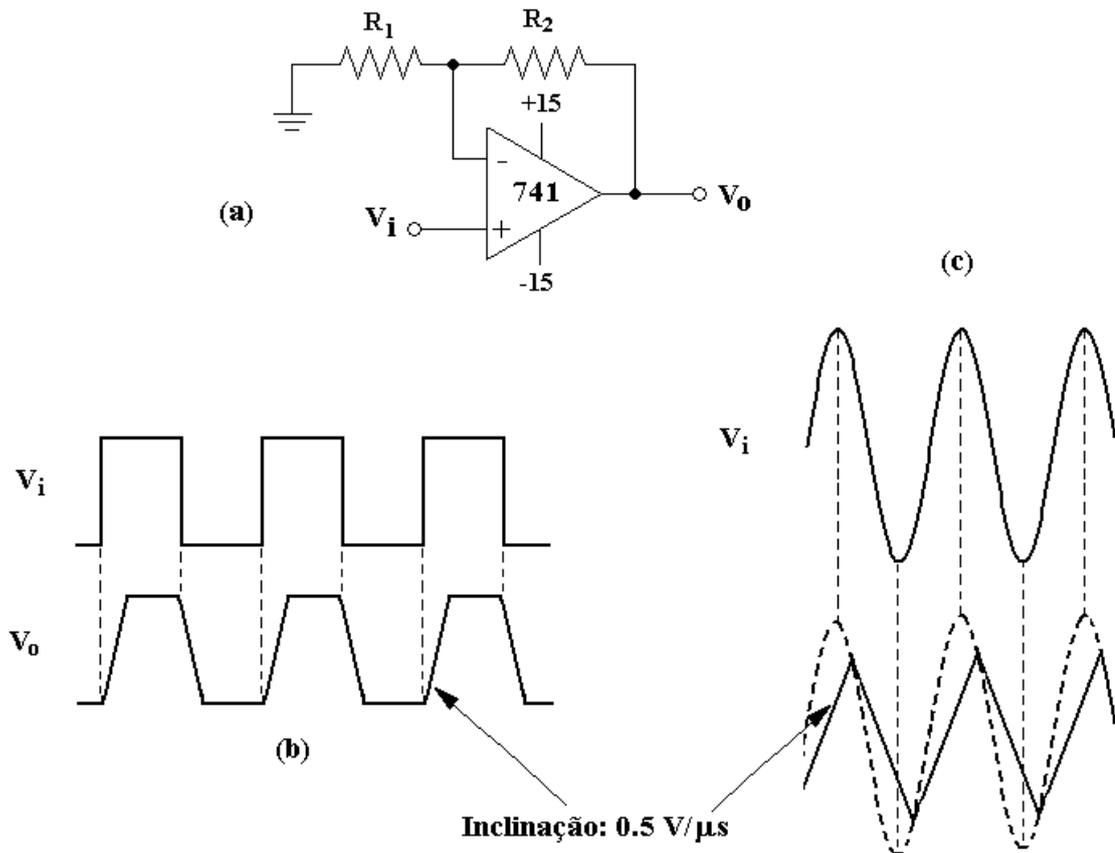


Figura 15.7: Efeitos do *slew rate* de um amplificador em um sinal quadrado (b) e senoidal (c).

podem ser acompanhados simultaneamente pela saída. A resposta do amplificador vai ser lenta de tal forma que a cada degrau no sinal de entrada corresponderá a uma rampa de inclinação igual a  $0.5 \text{ V}/\mu\text{s}$  na saída, conforme mostra a Figura 15.7(b).

A resposta do amplificador a um sinal senoidal de alta frequência e amplitude grande é também desastrosa. A Figura 15.7(c) ilustra esta situação. Observe que a saída é distorcida, e se assemelha a uma onda triangular cuja amplitude diminui com o aumento da frequência. Observe (ou tente imaginar) que o *slew rate* do amplificador faz com que a inclinação das retas se mantenham constantes com o aumento da frequência; apenas as amplitudes das “ondas triangulares” é que diminuem.

A distorção do sinal de saída pode ser eliminada reduzindo-se a amplitude do sinal de entrada até que sua máxima inclinação do sinal de saída se torne menor que  $0.5 \text{ V}/\mu\text{s}$ .

### 15.5.1 Prática: o *slew rate* de um amplificador

Construa o amplificador não-inversor da Figura 15.7(a) escolhendo valores apropriados para os resistores de tal forma que o ganho seja  $10 \text{ V}/\text{V}$ . Conecte um gerador de sinais na entrada. Ajuste o gerador para produzir uma onda senoidal de  $1 \text{ V}_p$  e  $100 \text{ Hz}$ . Observe simultaneamente no osciloscópio as formas de onda correspondentes à entrada e à saída, e confira se a relação entre as amplitudes é de  $10 \text{ V}/\text{V}$ .

Aumente a frequência até observar alguma distorção na forma de onda do sinal de saída. Quando isto ocorrer, mantenha a frequência constante e diminua a amplitude do sinal de entrada até que a distorção desapareça e o sinal de saída fique exatamente proporcional ao de entrada. A relação entre entrada e saída ainda é de  $10 \text{ V}/\text{V}$ ? Se for, significa que a frequência de  $-3 \text{ dB}$  ainda não foi atingida.

Repita o procedimento, aumentando a frequência um pouco mais até que você observe que, ao diminuir a amplitude do sinal de entrada, a forma senoidal do sinal de saída é recuperada mas a relação de amplitudes fica menor que  $10 \text{ V}/\text{V}$ . Quando isso ocorrer você pode concluir que está perto da frequência de  $-3 \text{ dB}$ .

Repita o procedimento com o gerador de sinais no modo “onda quadrada”. Explique os resultados obtidos.

## 15.6 Impedância de saída

A saída de um amplificador operacional possui uma impedância de saída baixa, porém não desprezível. A impedância de saída do 741, por exemplo, é puramente resistiva e vale tipicamente cerca de  $75 \Omega$ .

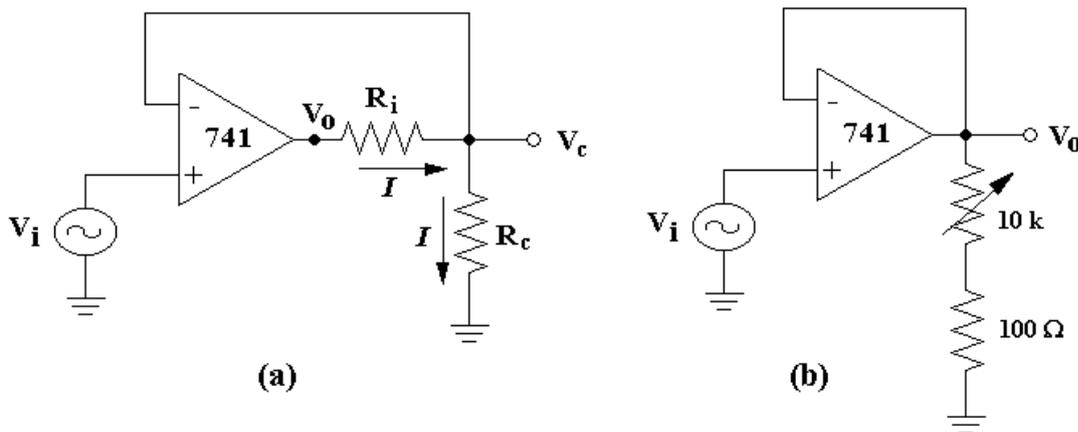


Figura 15.8: (a) Representação idealizada da impedância de saída do 741. (b) Circuito para teste experimental.

A fim de analisar um circuito real, considere o seguidor de tensão da Figura 15.8(a). Para tornar explícita a resistência de saída do AO, um resistor  $R_i = 75 \Omega$  foi desenhado fora do CI e dentro do laço de realimentação negativa. O seguidor alimenta uma carga resistiva  $R_c$ , na qual flui uma corrente  $I$ . Como a resistência da entrada (-) é infinita, a corrente na carga é a mesma que flui pela saída do AO.

A partir das regras fundamentais dos amplificadores operacionais, podemos escrever a seguinte equação:

$$V_o = A(V_i - V_c) = (R_i + R_c)I = (R_i + R_c) \frac{V_c}{R_c} \quad (15.9)$$

ou

$$V_c = \frac{A}{A + \frac{R_i + R_c}{R_c}} V_i \approx V_i \quad (15.10)$$

A aproximação na Equação 15.10 pode ser sempre realizada desde que  $A \gg (R_i + R_c)/R_c$ , o que normalmente é o caso. Portanto, a tensão na carga,  $V_c$ , é sempre igual à entrada,  $V_i$ . Daqui, pode-se formular uma regra geral:

**A resistência de saída de um amplificador realimentado negativamente é nula.**

Agora surge a pergunta: considerando que sua resistência de saída é nula, será que o amplificador operacional pode fornecer qualquer valor de corrente para a carga?

A resposta é: não. O motivo é que a máxima corrente que pode ser fornecida para a carga depende da capacidade do CI em absorver a potência que é dissipada internamente no resistor  $R_i$ . No caso do 741,  $R_i = 75 \Omega$  e a máxima corrente que o CI pode fornecer é cerca de 25 mA. Este parâmetro é especificado pelo nome de *output short-circuit current*, o que significa que este particular CI permite que sua saída seja conectada diretamente ao terra sem se queimar, situação esta em que a corrente fornecida será de 25 mA.

Considerando que a máxima tensão de saída é de  $\approx 14 \text{ V}$ , a menor resistência de carga que pode ser conectada na saída do CI, em condições normais, vale:  $(14 \text{ V})/(25 \text{ mA}) = 560 \Omega$ . Se uma resistência de carga menor que  $560 \Omega$ , por exemplo  $R_c = 100 \Omega$ , for conectada na saída, a tensão de saída na saturação ficará limitada em  $(100 \Omega)(25 \text{ mA}) = 2.5 \text{ V}$ .

### 15.6.1 Prática: máxima corrente de saída de um 741

Construa o seguidor de tensão da Figura 15.8(b) utilizando um gerador de sinal senoidal na entrada com 1 kHz e 10 Vp. O resistor de carga constitui-se de um resistor fixo de  $100 \Omega$  em série a um

potenciômetro de 10k . Varie o potenciômetro observando no osciloscópio os sinais de entrada e saída simultaneamente. Explique os resultados obtidos.

## Capítulo 16

# Amplificador Operacional III

Depois de tantos conceitos, chegou a hora do recreio. Agora vamos nos divertir aprendendo um pouco mais através de algumas aplicações típicas (ou folclóricas) dos amplificadores operacionais. É claro que não pretendemos esgotar o assunto porque ele é vasto demais. Não me estranharia encontrar um livro cujo título fosse “1001 aplicações do amplificador operacional”. Portanto, vamos nos limitar a algumas poucas aplicações, deixando que a vida lhes apresente as restantes novecentas e tantas.

Você pode montar todos os circuitos deste capítulo utilizando tanto o amplificador operacional 353 como o 741. Como vimos nos capítulos anteriores, o 353 possui várias características melhores que as correspondentes do 741, mas, ele é um pouco mais difícil de usar, principalmente porque ele pode entrar em regime de oscilação com muita facilidade.

### 16.1 Circuitos somadores

Considere o circuito da Figura 16.1(a). Sendo que o terminal (-) do operacional é um terra virtual, devemos ter  $V^- = 0$ . Assim, a diferença de potencial entre os terminais de  $R_1$  é  $V_1$  e a corrente que flui através dele é  $V_1/R_1$ . Da mesma forma,  $I_2 = V_2/R_2, \dots, I_n = V_n/R_n$ . As correntes de todas as entradas fluem através do nó denotado por  $x$  e a corrente resultante,  $I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$ , é direcionada para  $R_f$ , porque a impedância de entrada do AO é muito alta. Portanto,  $V_o = -I_f R_f = -(I_1 + I_2 + \dots + I_n)R_f$ . Arrumando as equações, obtemos:

$$V_o = -R_f \left( \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \dots + \frac{V_n}{R_n} \right) = - \left( \frac{R_f}{R_1} V_1 + \frac{R_f}{R_2} V_2 + \dots + \frac{R_f}{R_n} V_n \right) \quad (16.1)$$

Apesar de o resultado ser negativo (inversor), a Equação 16.1 diz que o circuito é um amplificador somador. O peso de cada entrada  $V_i$  ao resultado final  $V_o$ , é definido pela relação de resistores  $R_f/R_i$ . Se todos os resistores fossem iguais teríamos  $V_o = -(V_1 + V_2 + \dots + V_n)$ . Os resistores permitem ampliar as escalas de voltagens arbitrariamente. Para subtrair voltagens, pode-se usar um amplificador inversor antes da entrada  $V_i$  correspondente.

#### 16.1.1 Prática: circuito somador

Construa o circuito da Figura 16.1(b). Utilize o circuito para somar as saídas de dois geradores de sinais,  $V_1$  e  $V_2$ . Brinque um pouco com as frequências, amplitudes, *offsets* e formas de onda enquanto observa o sinal de saída. Procure provocar modulações, batimentos e deslocamentos (*offset*) no sinal de saída.

Este circuito é muito utilizado para misturar sinais (por isso é denominado em inglês por *mixer*) e muito comum em sistemas de áudio. A entrada 1 pode ser o seu violão e a entrada 2 a sua voz. Através de  $R_1$  você ajusta a intensidade do som do violão (isoladamente) e através de  $R_2$  acentua ou reduz a sua voz (também isoladamente). Através de  $R_f$  (denominado nos *mixers* de “*master gain*”) você amplifica simultaneamente ambos, violão e voz.

Recentemente construí um circuito muito similar a este para brincar de Karaokê, misturando o som do acompanhamento da música proveniente de um *CD player* com o da voz, proveniente de um microfone. Funcionou tão bem quanto os comerciais.

**Exercício:** Projete um circuito capaz de realizar a seguinte função:

$$V_o = \frac{3V_1 + 5V_2}{7} - \frac{2V_3 + 3V_4}{5} \quad (16.2)$$

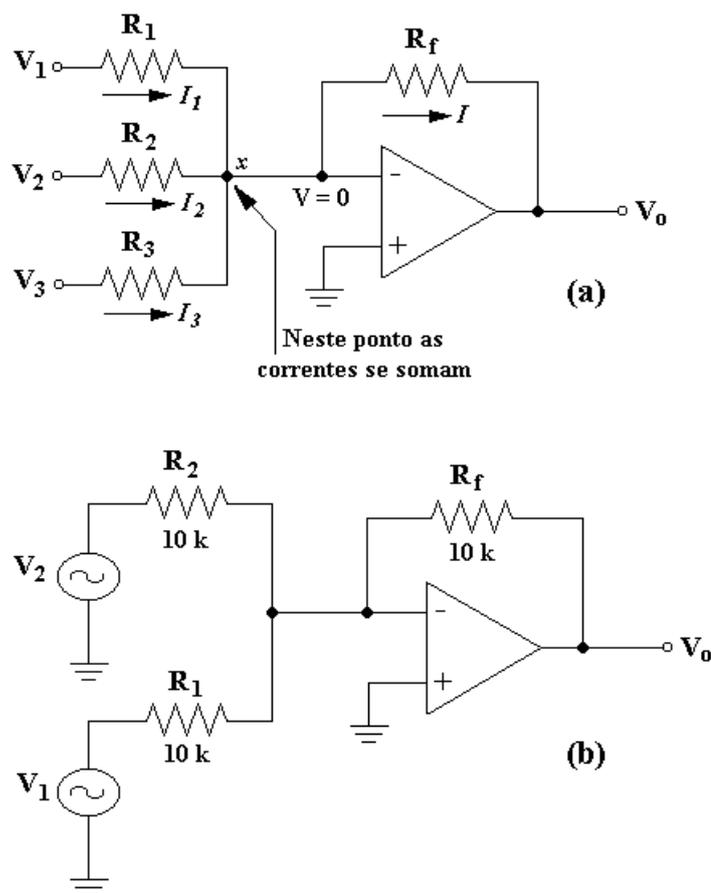


Figura 16.1: (a) Esquema genérico de um circuito somador com 3 entradas. (b) Circuito para a prática.

Dê valores comerciais aproximados para todos os componentes, mas não é necessário construir o circuito. Cuidado com os sinais!

### 16.1.2 Prática: gerador de *offset*

Construa o circuito da Figura 16.2. Este circuito exemplifica como se pode adicionar uma componente dc a um sinal ac.

O sinal ac é proveniente do gerador enquanto que o dc é retirado de um divisor de tensão regulado pelos dois diodos Zener. O seguidor de tensão isola o divisor de tensão do restante do circuito. A rigor, o mesmo tipo de isolamento deveria ser aplicado na entrada ac. Os geradores de sinais possuem normalmente uma impedância de saída de  $50\ \Omega$  ou  $600\ \Omega$ , que se adiciona ao resistor que está em série (no caso, o resistor no valor de  $10\text{k}$ , no alto à esquerda) alterando o ganho do circuito.

Descreva o que acontece ao sinal de saída conforme se altera  $V_{dc}$  através do potenciômetro de  $47\text{k}$ . Escreva uma equação que forneça  $V_o$  em termos de  $V_{ac}$  e  $V_{dc}$ . considere  $V_{ac} = V_p \text{ sen}(\omega t)$ .

## 16.2 Conversor digital-analógico

A Figura 4 mostra um conversor analógico-digital (ou DAC) simples. O circuito recebe na entrada uma palavra digital de 4 bits formada por  $(a_0, a_1, a_2, a_3)$ , onde cada  $a_i$  pode ter somente dois valores: 0 ou 1. O nível de cada bit controla a posição da chave correspondente. O nível "0" do bit conecta a chave no terra, enquanto que o nível "1" conecta a chave em  $+5\text{ V}$ . Assim, o sinal de saída de cada chave,  $V_i$ , depende do valor de cada bit; em geral,  $V_i = 5a_i$ .

Na prática, estas chaves poderiam ser implementadas com relés eletromecânicos ou chaves analógicas construídas a partir de transistores FET.

Para uma entrada digital qualquer, a saída do operacional é dada por:

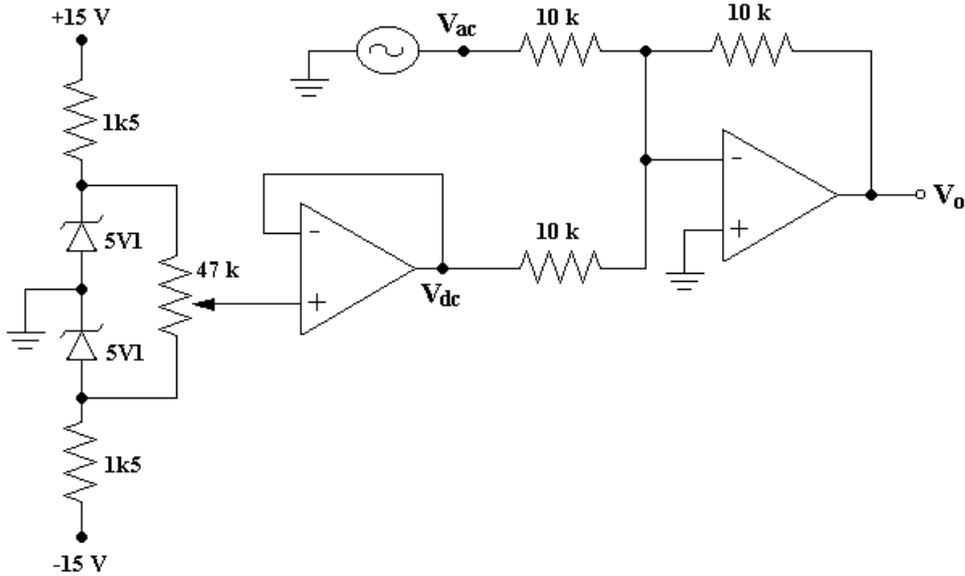


Figura 16.2: Circuito prático para produzir um *offset* em um sinal.

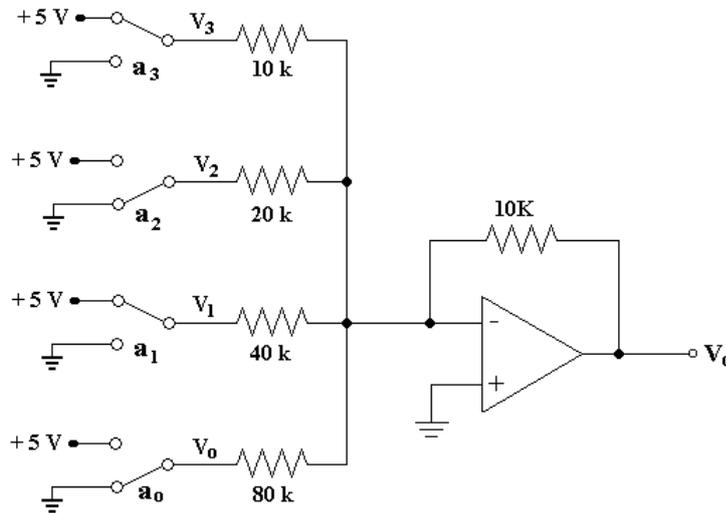


Figura 16.3: Esquema genérico de um DAC simples.

$$\begin{aligned}
 V_o &= - \left( \frac{10}{80} V_o + \frac{10}{40} V_1 + \frac{10}{20} V_2 + \frac{10}{10} V_3 \right) \\
 &= - \left( \frac{10}{80} a_o + \frac{10}{40} a_1 + \frac{10}{20} a_2 + \frac{10}{10} a_3 \right) \\
 &= -10 \left( \frac{a_o + 2a_1 + 4a_2 + 8a_3}{16} \right) = -10 \frac{n}{16} \quad (16.3)
 \end{aligned}$$

O número  $n = (a_0 + 2a_1 + 4a_2 + 8a_3)$  pode assumir qualquer valor inteiro entre 0 e 15, e é o correspondente número decimal da palavra binária  $(a_0, a_1, a_2, a_3)$ . Para cada palavra binária existe uma tensão de saída correspondente, que, em módulo, cresce linearmente com  $n$ . A Tabela e a Figura 16.4 ilustram este fato. Para exemplificar, notamos que a palavra binária escrita no circuito da Figura 16.3 é 0,1,0,1, que corresponde a  $n = 10$  e  $V_o = -6.250$  V.

### 16.3 Conversor corrente-tensão

Em alguns transdutores, tal como o tubo de uma fotomultiplicadora ou em um foto-transistor, o sinal é obtido na forma de uma corrente, em vez de uma voltagem. Frequentemente, é inconveniente medir

Tabela 16.1: Tabela de conversão do DAC.

$n$	$a_o$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$V_o$ (Volts)
0	0	0	0	0	0.000
1	1	0	0	0	-0.625
2	0	1	0	0	-1.250
3	1	1	0	0	-1.875
4	0	0	1	0	-2.500
5	1	0	1	0	-3.125
6	0	1	1	0	-3.750
7	1	1	1	0	-4.375
8	0	0	0	1	-5.000
9	1	0	0	1	-5.625
10	0	1	0	1	-6.250
11	1	1	0	1	-6.875
12	0	0	1	1	-7.500
13	1	0	1	1	-8.125
14	0	1	1	1	-8.750
15	1	1	1	1	-9.375

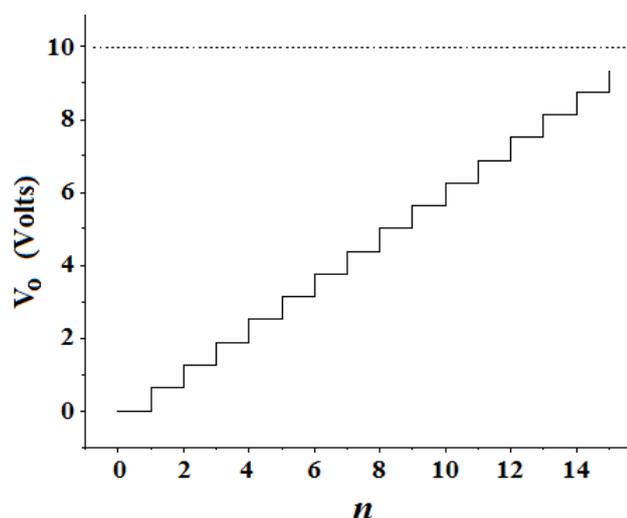


Figura 16.4: Resposta do DAC de 4 bits da Figura 16.3.

ou processar a corrente e para isso é necessário transformá-la em tensão antes do processamento. A Figura 16.5(a) mostra um simples conversor corrente-voltagem. É fácil observar que se há uma corrente  $I$  na entrada, a voltagem de saída será  $V_o = -RI$ , isto é, proporcional à corrente. Não é necessário construir este circuito.

### 16.3.1 Prática 4: conversor corrente-tensão

Construa o circuito da Figura 16.5(b). Este circuito é projetado para transformar a intensidade da luz incidente no foto-transistor em voltagem. Porém, como vimos no capítulo correspondente a esta matéria, o que a luz controla é na verdade a corrente do coletor e esta é limitada por  $R_1$ . Observe que o potencial na entrada (-) do operacional, relativo ao terra, é sempre igual a 0 V.

O valor de  $R_1$  deve ser calculado a fim de que a corrente do coletor nunca ultrapasse o limite estipulado pelo fabricante do foto-transistor. Portanto, o resistor  $R_1$  tem um valor mínimo. No caso, considere que uma corrente no coletor igual a 15 mA vai circular entre coletor e emissor quando o transistor estiver saturado (luz incidente intensa). Assim, teremos  $R_1 \approx (15 \text{ V})/(15 \text{ mA}) = 1\text{k}$  (o sinal “aproximado” vem do fato que desprezei a diferença de potencial entre o coletor e emissor, que vale algo na faixa 0.1-0.2 V).

O amplificador operacional transforma a corrente do coletor em tensão. Sendo que o ganho de tensão passa a ser dado somente por  $R_2$ , o valor de  $R_1$  pode ser escolhido apenas em função das características do foto-transistor. Verifique o funcionamento do circuito.

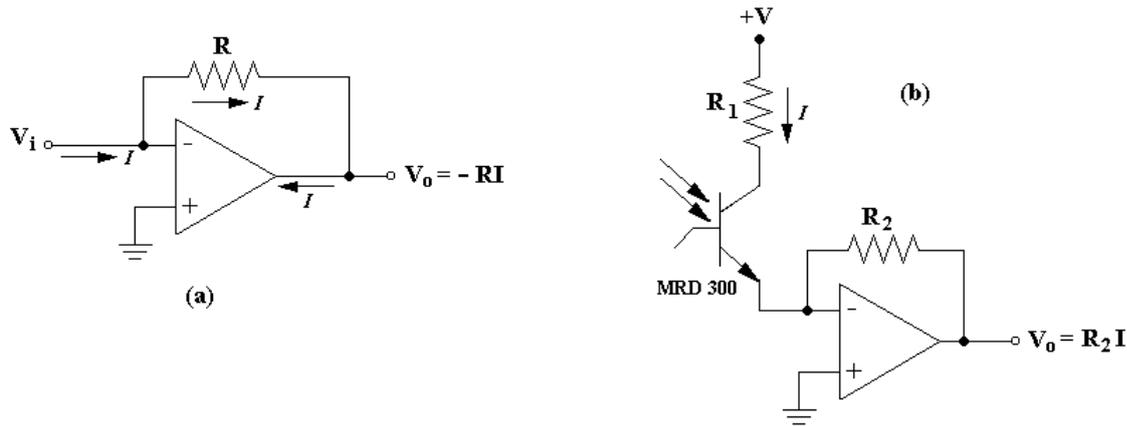


Figura 16.5: (a) Esquema básico de um conversor corrente-tensão. (b) Conversor corrente-tensão utilizado para amplificar o sinal de um foto-transistor.

## 16.4 Circuitos integradores

Considere o circuito da Figura 16.6(a). Sendo que  $V^-$  está no terra virtual e que nenhuma corrente flui na entrada do amplificador operacional:  $V_c = -V_o$  e  $I = V_i/R$ . Se em um dado instante de tempo a diferença de potencial no capacitor tem a polaridade indicada, então  $I = +dQ/dt$  e portanto, a diferença de potencial no capacitor deve ser proporcional à integral da corrente, isto é:

$$V_o = -V_c = -\frac{Q}{C} = -\frac{1}{C} \int_{t_1}^{t_2} I dt = -\frac{1}{RC} \int_{t_1}^{t_2} V_i dt \quad (16.4)$$

Utilizando a notação complexa também poderíamos expressar  $V_o$  da seguinte maneira:

$$\hat{V}_o = \frac{1}{j\omega RC} V_i \quad (16.5)$$

Isto é um integrador! Entretanto, este circuito é simples demais para funcionar bem! Basta olhar com atenção que você vai entender que ele possui sérias limitações. Uma delas pode ser encontrada em baixas frequências (ou dc), quando o capacitor apresenta uma alta impedância (em dc seria infinita).

Imagine que a entrada  $V_i$  é uma tensão constante, ou dc. A Equação 16.4 diz que a saída será uma voltagem  $V_o$  proporcional à integral desta constante. Ora, a integral de uma constante é uma função linear (que sempre cresce, ou decresce, indefinidamente). Portanto, se uma tensão constante for aplicada na entrada do integrador, a voltagem de saída vai aumentar, ou diminuir, indefinidamente até se saturar em  $\pm 15$  V.

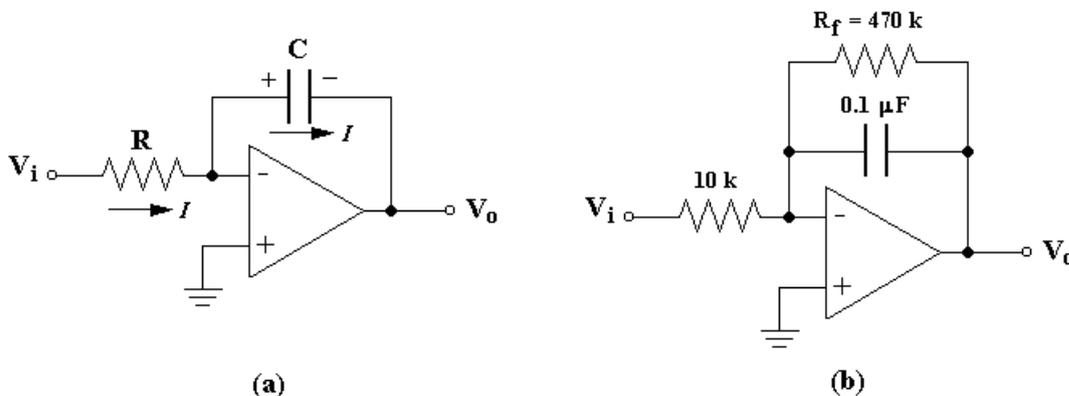


Figura 16.6: Circuito integrador: (a) esquema básico, (b) esquema prático.

Ora, sabemos que é muito raro que a saída de um gerador senoidal não possua uma componente dc (*offset*), por menor que ela seja. Bom, se imaginarmos que o gerador é perfeito (a componente dc na sua saída é exatamente nula) o próprio amplificador operacional vai se encarregar de agregar um pequeno *offset* no sinal de entrada. Em outras palavras, um sinal alternado cujo valor médio seja exatamente nulo

não faz parte do cenário da eletrônica. Portanto, qualquer integrador construído de acordo com o molde do esquema da Figura 16.6(a), vai estar saturado.

Para evitar a saturação do integrador, um resistor de realimentação,  $R_f$ , deve ser colocado em paralelo com o capacitor, conforme mostra a Figura 16.6(b). Para que este resistor não prejudique a resposta do circuito em altas frequências, isto é, para que o circuito continue sendo um bom integrador em altas frequências, apesar da presença deste resistor de realimentação, o seu valor deve ser muito maior que a impedância do capacitor na frequência em que o circuito vai operar. Isto é,  $R_f\omega C \gg 1$ .

Note que o circuito integrador é também um filtro passa-baixa. Algebricamente, se a tensão de entrada é dada por

$$V_i = V_i^o \text{sen}(\omega t) \quad (16.6)$$

a Equação 16.4 prevê que

$$V_o = \frac{V_i^o}{R\omega C} \cos(\omega t) \quad (16.7)$$

Portanto, a amplitude de  $V_o$  diminui com o aumento da frequência. Uma outra maneira de concluir este mesmo fato é observar que o capacitor tem alta impedância em baixas frequências e portanto, o ganho do amplificador,  $G = -Z_C/Z_R = 1/(\omega RC)$ , será muito grande em baixas frequências.

### 16.4.1 Prática: circuito integrador

Construa o integrador da Figura 16.6(b). Note que um integrador prático precisa ter alguma resistência de realimentação, caso contrário, qualquer *offset* na entrada também seria integrado deslocando a saída linearmente até a saturação do amplificador. O resistor evita o acúmulo excessivo de carga no capacitor.

Utilizando uma onda senoidal (1 kHz, 5 Vpp) na entrada verifique qual é a dependência entre a amplitude da onda de saída com a frequência. Qual a diferença de fase entre entrada e saída?

Utilize uma onda quadrada para obter uma onda triangular na saída. Também, utilize o circuito integrador para gerar uma onda parabólica, a partir de uma onda triangular. Faça um diagrama esquemático dos sinais de entrada e saída.

## 16.5 Circuitos diferenciadores

Considere o circuito da Figura 16.7(a). Sendo que  $V^-$  está no terra virtual temos  $V_o = -RI$ . Nenhuma corrente flui na entrada do amplificador operacional, portanto a corrente no capacitor é a mesma que a do resistor. Se em um dado instante de tempo a diferença de potencial no capacitor tem a polaridade indicada, então  $I = +dQ/dt$  e  $V_i = V_c = Q/C$  e portanto,

$$V_o = -RI = -R \frac{dQ}{dt} = -RC \frac{dV_i}{dt} \quad (16.8)$$

Utilizando a notação complexa também poderíamos expressar  $V_o$  da seguinte maneira:

$$\hat{V}_o = -j\omega RC V_i \quad (16.9)$$

Portanto, o circuito da figura 16.7(a) é um diferenciador. Entretanto, este circuito também é simples demais para funcionar bem! Basta olhar com atenção que você vai entender qual é a sua principal limitação. Para isto, note que o circuito integrador é também um filtro passa-alta. Algebricamente, se a tensão de entrada for dada pela Equação 16.6, a Equação 16.8 prevê que:

$$V_o = -V_i^o R\omega C \cos(\omega t) \quad (16.10)$$

A amplitude de  $V_o$  aumenta com o aumento da frequência. Uma outra maneira de concluir este mesmo fato é observar que o capacitor na entrada do sinal tem baixa impedância em altas frequências e portanto, o ganho do amplificador,  $G = -Z_R/Z_C = \omega RC$ , será muito grande em altas frequências.

Ora, sabemos que é muito raro que a saída de um gerador senoidal não possua ruídos de alta frequência, por menor que eles sejam. Além disso, a saída de um gerador senoidal possui distorções harmônicas que consistem em componentes espectrais de frequências mais altas (em geral, múltiplos inteiros da frequência fundamental). Bom, se imaginarmos que o gerador é perfeito (sem ruído e sem distorções) o próprio amplificador operacional vai se encarregar de agregar certa quantidade de distorção e ruído no sinal de entrada. Portanto, qualquer diferenciador, construído de acordo com o molde do esquema da Figura 16.7(a), vai enfatizar os sinais espúrios de alta frequência provendo-as com um ganho maior. Isto provoca graves distorções no sinal de saída e, possivelmente, a saturação do AO.

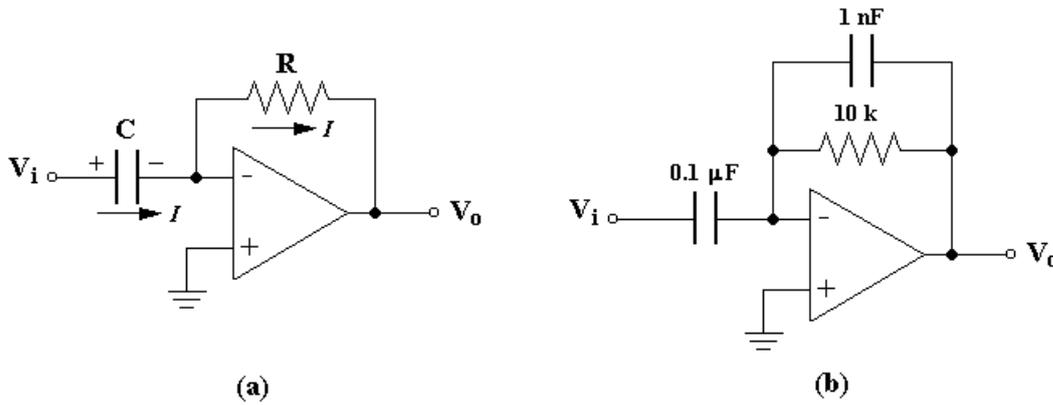


Figura 16.7: Circuito diferenciador: (a) esquema básico, (b) esquema prático.

Para evitar este problema, um capacitor de realimentação,  $C_f$ , deve ser colocado em paralelo com o resistor, conforme mostra a Figura 16.7(b). Para que este capacitor não prejudique a resposta do circuito, isto é, para que o circuito continue sendo um bom diferenciador em baixas frequências, apesar da presença do resistor de realimentação, a impedância de  $C_f$  deve ser muito maior que o valor do resistor na frequência em que o circuito vai operar. Isto é,  $R\omega C_f \gg 1$ .

### 16.5.1 Prática: circuito diferenciador

A Figura 16.7(b) mostra um diferenciador prático. O capacitor de realimentação aumenta a imunidade a ruídos e a distorções do sinal de entrada. Um ruído qualquer que provoque uma rápida variação da entrada teria uma derivada muito alta e afetaria erroneamente o funcionamento do diferenciador. O capacitor de realimentação é transparente aos ruídos de alta frequência limitando o ganho em altas frequências, pois, a corrente associada ao ruído atravessa o capacitor, em vez do resistor, e não é diferenciada.

Construa o circuito. Quando a entrada é senoidal, verifique qual é a dependência da amplitude da onda de saída com a frequência. Utilize o circuito diferenciador para gerar uma onda quadrada a partir de uma triangular. Qual seria a saída do diferenciador quando a entrada é uma onda quadrada? Verifique experimentalmente.

## 16.6 Prática: Ganho controlado por tensão

Os transistores de efeito de campo (FET) são frequentemente utilizados no projeto de amplificadores cujo ganho pode ser controlado por uma tensão externa. A prática seguinte exemplifica este dispositivo.

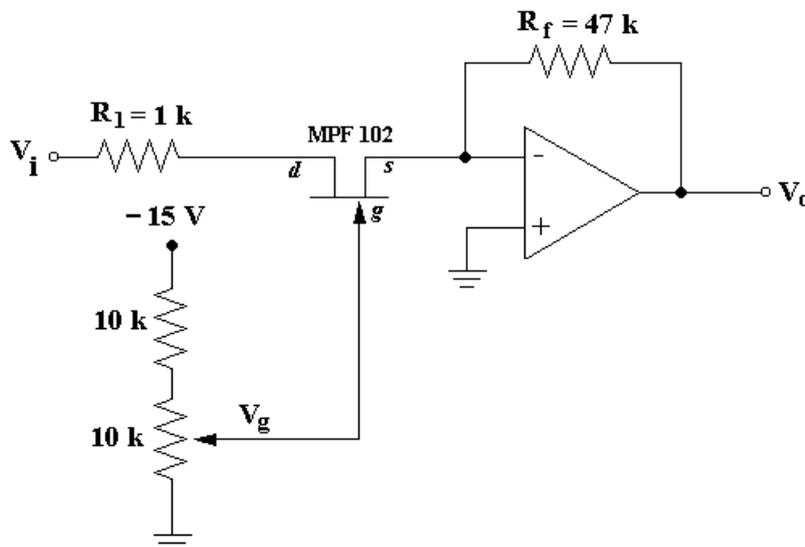


Figura 16.8: Amplificador com ganho controlado por tensão.

A Figura 16.8 mostra um amplificador inversor cujo ganho vale  $R_f/(R_1 + R_{fet})$ , onde  $R_{fet}$  é a resistência efetiva no canal do FET, existente entre *drain* e *source*. Construa o circuito.

Use uma onda senoidal, com *offset* positivo, 1 kHz e 0.5 Vpp como sinal de entrada,  $V_i$ . Use o multímetro para medir  $V_g$  (que é igual a  $V_{gs}$ ). Descreva de que forma o ganho depende de  $V_{gs}$ . A distorção no sinal de saída começa a ser evidente para qual valor de  $V_{gs}$ ? Quando a saída está no limiar de desaparecer, qual é o valor de  $V_{gs}$ ?

## 16.7 Defasadores

Uma aplicação muito interessante dos amplificadores operacionais é o defasador da Figura 16.9(a). Este circuito é utilizado para alterar a fase de uma onda senoidal (entre 0 e 180°), mantendo a sua amplitude constante.

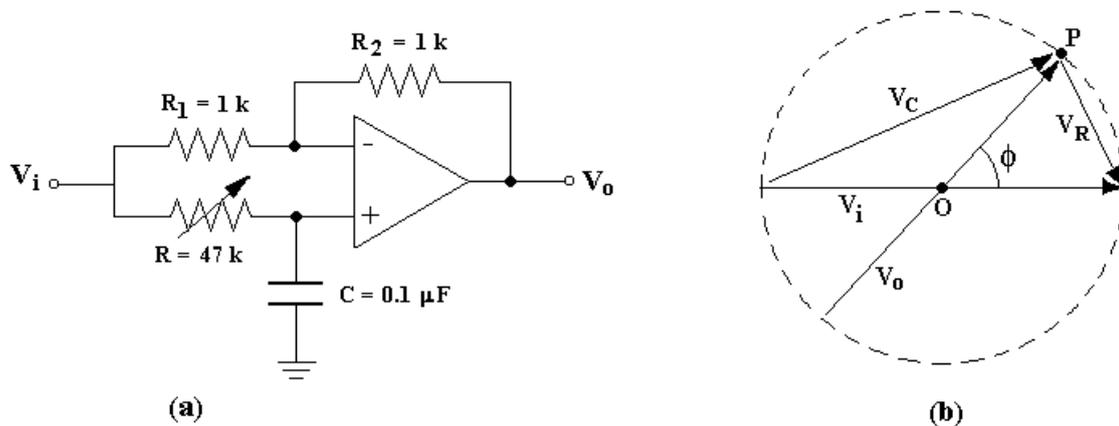


Figura 16.9: (a) Circuito defasador. (b) Representação vetorial das tensões.

Embora não seja difícil fazer os cálculos deste circuito de uma forma analítica, vamos utilizar o formalismo vetorial esquematizado na Figura 16.9(b). No diagrama vetorial, a voltagem de entrada  $V_i$  está representada por um vetor direcionado ao longo do diâmetro horizontal, cujo módulo é igual ao diâmetro do círculo tracejado. Como  $\vec{V}_R$  e  $\vec{V}_C$  estão 90° fora de fase, eles formam um ângulo reto entre si. Além disso, estes dois vetores somados devem resultar  $\vec{V}_i$ , logo:

$$\vec{V}_i = \vec{V}_R + \vec{V}_C \quad \text{e} \quad \vec{V}_R \perp \vec{V}_C \quad (16.11)$$

Ao variar o resistor  $R$ , ambas as voltagens  $\vec{V}_R$  e  $\vec{V}_C$  se alteram a fim de manter  $\vec{V}_i$  constante. Como conseqüência, o ponto P muda de posição. Existe um teorema em geometria que afirma que, se  $\vec{V}_R$  e  $\vec{V}_C$  são perpendiculares entre si e, se  $\vec{V}_R + \vec{V}_C = \vec{V}_i = \text{constante}$ , então, o lugar geométrico de P será um círculo.

Por outro lado, como as duas entradas do AO precisam estar no mesmo potencial:

$$\vec{V}_c = \vec{V}^+ = \vec{V}^- = \frac{1}{2} (\vec{V}_o + \vec{V}_i) \quad (16.12)$$

e, portanto,

$$\frac{1}{2} \vec{V}_i = \frac{1}{2} \vec{V}_o + \vec{V}_R \quad (16.13)$$

Concluindo, o vetor resultante  $\vec{V}_o$  tem módulo constante (igual ao diâmetro do círculo) independentemente do ângulo de fase entre  $\vec{V}_o$  e  $\vec{V}_i$ , o qual está denotado na Figura 16.9(b) pelo símbolo  $\phi$ . O ângulo de fase do sinal de saída,  $\phi$ , pode variar desde 0° até quase 180°, conforme  $R$  varia desde zero até um valor muito maior que  $Z_C = 1/(\omega C)$ . Note que, dados os valores de  $R$  e  $C$ , o ângulo de fase depende da freqüência do sinal de entrada.

### 16.7.1 Prática: defasador

Construa o circuito da Figura 16.9(a) e observe o seu funcionamento. Qual é a faixa (em graus) em que se pode variar a fase do sinal de saída relativo ao de entrada?

## 16.8 Acoplador óptico linear

Vocês se lembram que quando estudamos o acoplador óptico concluímos que a sua resposta não era linear. Não? Então tudo bem, você, agora, vai relembrar o assunto.

O circuito que montamos era similar ao que está mostrado na Figura 16.10(a). Através do resistor  $R$ , a saída do gerador alimenta o LED do acoplador óptico. O foto-transistor está montado com a saída  $V_o$  no seu emissor e, para que ela possa ser alternada, utilizamos para alimentar o transistor duas fontes simétricas ( $\pm 15$  V).

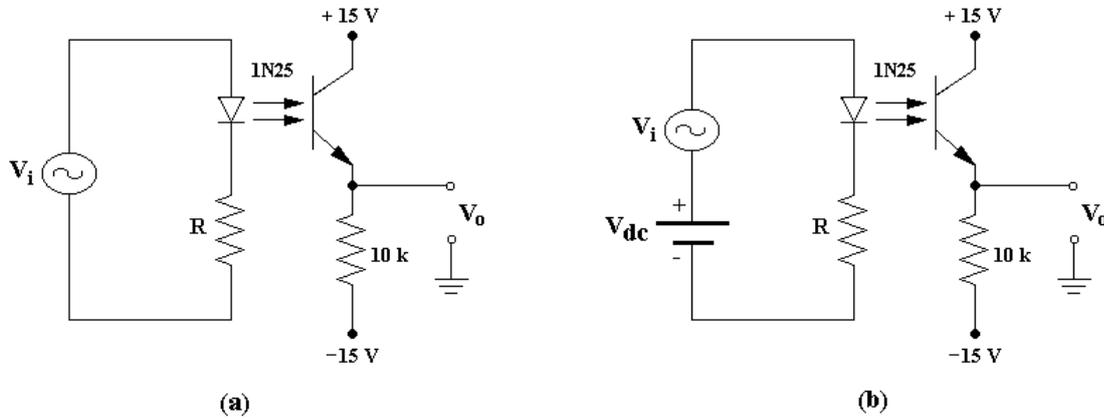


Figura 16.10: Circuito simples para o acoplador óptico analógico.

Basta examinar rapidamente o circuito da Figura 16.10(a) para concluir que a saída e entrada não são proporcionais entre si, isto é, o circuito não é linear.

De fato, o diodo não conduz durante o semiciclo negativo da voltagem de entrada, portanto, não haverá luz incidindo no foto-transistor, logo, a corrente no coletor será nula e teremos  $V_o = -15$  V durante todo o tempo em que a entrada for negativa.

Este problema “poderia” ser solucionado adicionando-se um *offset* ( $V_{dc}$ ) no sinal de entrada, com uma amplitude suficiente para que o LED esteja sempre conduzindo, conforme mostra a Figura 16.10(b). Entretanto, o experimento (que você poderia realizar com facilidade) diz que, mesmo com este melhoramento, a resposta não será linear. Isto ocorre porque a intensidade da luz emitida pelo LED não é proporcional a  $V_i$ , assim como a corrente no coletor do foto-transistor não é proporcional à intensidade da luz incidente.

Como transformar um acoplador óptico em um dispositivo linear, capaz de transmitir informações analógicas com baixa distorção?

Simples: utilizando o “dito cujo” amplificador operacional! A idéia básica é simples, embora genial, e está esquematizada nos circuitos da Figura 16.11.

No circuito da Figura 16.11(a), a saída do AO alimenta o LED através do resistor 3k3. A saída do foto-transistor realimenta o amplificador através da sua entrada negativa. Portanto, através da transmissão ótica, o amplificador está realimentado negativamente. Logo, devido à regra RN-1, devemos ter  $V_o = V_i$ . Pronto: teorema demonstrado!

Sendo que a entrada e saída são iguais, o circuito é linear apesar de não possuir ganho de tensão. Entretanto, alguém vai me perguntar: para que utilizar um acoplador óptico se um simples seguidor (*buffer*) poderia executar esta tarefa de uma forma mais simples e econômica?

De fato, como vimos, a utilidade do acoplador óptico é desacoplar eletricamente o sinal a ser transmitido e, no circuito da Figura 16.11(a), a entrada e a saída devem ser referenciadas com relação a um terra comum. Portanto, este circuito não tem muita utilidade!

Agora é que entra em ação o bom projetista, com a solução mostrada na Figura 16.11(b).

Um segundo acoplador óptico é inserido de tal forma que o seu LED esteja sujeito à mesma corrente que a do primeiro. Assim, podemos garantir que ambos os diodos emitem simultaneamente a mesma intensidade de luz. Além disso, o foto-transistor deste segundo acoplador óptico está montado de forma idêntica ao primeiro: mesmos valores para o resistor de emissor e tensões de alimentação.

Portanto, não é preciso se esforçar muito para concluir que  $V_o = V_i$ . Além disso, a entrada e a saída estão eletricamente isoladas entre si.

Feito: o teorema está demonstrado novamente! É claro que esta demonstração só é válida se os dois acopladores óticos forem idênticos. De fato, a precisão deste circuito é em geral limitada pelas pequenas diferenças entre as características dos dois isoladores óticos utilizados.

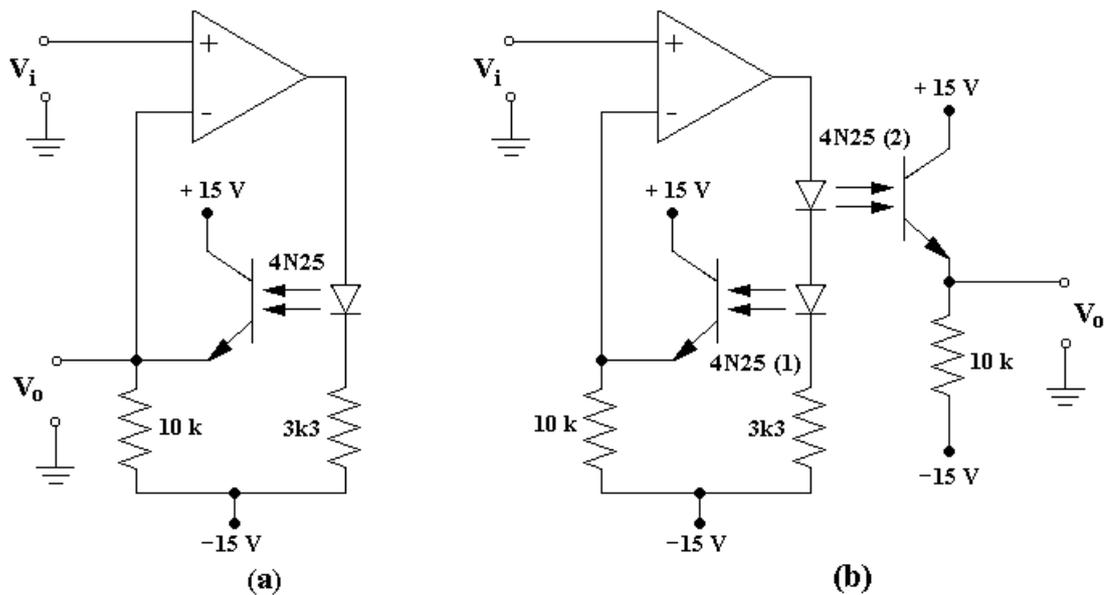


Figura 16.11: Circuito mais inteligente para o acoplador óptico analógico.

### 16.8.1 Prática: acoplador óptico linear

Monte o circuito da Figura 16.12. Ele consiste em um acoplador óptico “linearizado”, quase igual ao mostrado na Figura 16.11(b). A única diferença consiste na presença do capacitor (1 nF) e do resistor (100 k), ambos conectados em paralelo com a realimentação negativa. O capacitor atua como um filtro passa-baixa, diminuindo o ganho em altas frequências e o resistor limita o ganho dc. Isto evita que o amplificador entre em regime de oscilação espontânea. Verifique se o circuito funciona e quais as suas limitações.

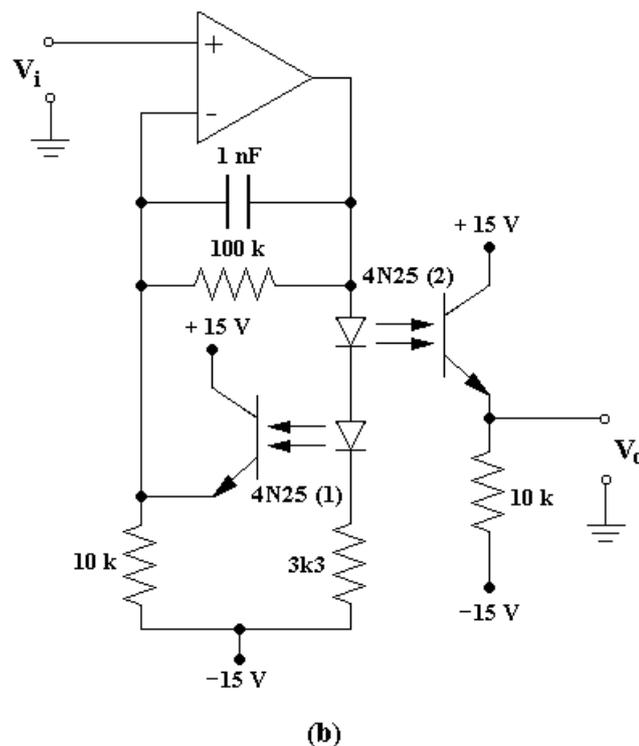


Figura 16.12: Um acoplador óptico analógico linear prático.

## 16.9 Amplificador logarítmico

Anteriormente vimos que a curva I-V de um diodo pode ser descrita aproximadamente por uma função exponencial. Este fato nos permite construir um amplificador cuja saída varie proporcionalmente ao logaritmo da voltagem de entrada.

Não é necessário construir o circuito da Figura 16.13, porém, vamos estudá-lo. Nota-se facilmente que  $I = V_i/R$ . Também, sabemos que a diferença de potencial nos terminais do diodo,  $V_d = -V_o$ , é proporcional ao logaritmo de  $I$ , isto é:

$$I = I_s \left( e^{V_d/V_t} - 1 \right) \rightarrow V_d = V_t \ln \left( \frac{I}{I_s} + 1 \right) \rightarrow V_o = -V_t \ln \left( \frac{V_i}{RI_s} + 1 \right) \quad (16.14)$$

onde  $V_t$  e  $I_s$  são constantes que valem tipicamente (para um diodo de silício):  $V_t \approx 40$  mV e  $I_s \approx 10^{-9} - 10^{-14}$  A. Considerando estes valores, vemos que podemos aproximar  $V_o \propto \ln V_i$ .

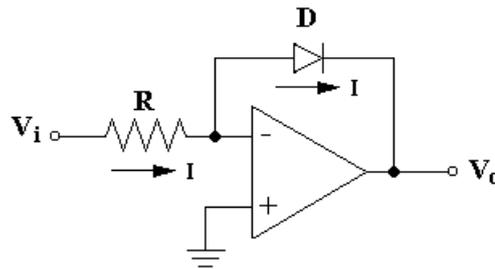


Figura 16.13: Modelo básico do amplificador logarítmico.

Trocando as posições do diodo e resistor, obteríamos um amplificador anti-log. Estes circuitos possuem inúmeras aplicações. Em particular, eles podem ser utilizados em circuitos multiplicadores, como uma alternativa ao método do FET descrito anteriormente.

Como exercício, projete um diagrama em blocos de um multiplicador analógico construído a partir de amplificadores log, anti-log e somadores.

## 16.10 Detetor de tensão de pico

Em algumas aplicações é necessário “memorizar” o valor máximo que a voltagem de um dado sinal adquire durante certo intervalo de tempo. Um circuito capaz de realizar esta tarefa é o já estudado detetor de pico (ou, *peak detector*) mostrado na Figura 16.14(a). Vocês se lembram que estudamos este circuito no capítulo de diodos? Então, lembra-se de como ele funciona?

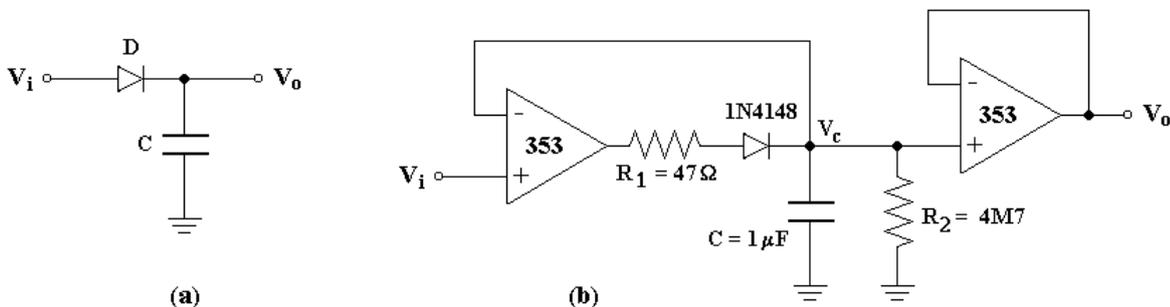


Figura 16.14: Detetor de tensão de pico.

Considere o circuito da Figura 16.14(a). Quando o sinal de entrada é positivo ( $V_i > 0.7$  V) o diodo conduz carregando o capacitor. Por exemplo, se  $V_i = 5$  V, o capacitor se carrega quase instantaneamente (se a resistência interna do gerador for baixa) até atingir uma carga igual a  $V_i/C$ . Depois de carregado, a tensão no capacitor vale 5 V, igual à tensão de entrada. Se  $V_i$  diminui para 4 V, por exemplo, a tensão no capacitor não pode diminuir por que o diodo não permite o fluxo reverso de carga. Por outro lado, se a tensão de entrada aumentar para 6 V, por exemplo, o capacitor vai se carregar um pouco mais, até atingir a nova carga  $V_i/C$ .

Portanto, uma vez carregado, a tensão no capacitor se mantém constante indefinidamente. Por isso, dizemos que o capacitor tem “memória”, ou que ele se recorda de qual foi o valor mais alto adquirido pela tensão de entrada.

Entretanto, este circuito tem uma séria limitação - ele funciona bem apenas para tensões de entrada maiores que 0.7 V. Para construir um detector de pico que funcione na faixa de milivolts é necessário utilizar um amplificador operacional com realimentação negativa. Um exemplo típico está mostrado na Figura 16.14(b).

O seu princípio de funcionamento é bastante simples. Assim como no circuito (a), o capacitor  $C$  é quem memoriza o valor da voltagem máxima. Se  $V_i > V_c$ , o primeiro AO aumenta a sua saída até que  $V^-$  (que também é igual a  $V_c$ ) seja igual a  $V_i$ . Quando  $V_i < V_c$ , o diodo não permite que a corrente flua pela saída do AO, impedindo que o capacitor se descarregue.

$R_1$  limita o tempo de carga do capacitor e  $R_2$  permite que o capacitor se descarregue lentamente, simulando uma possível “perda de memória” e fornecendo ao circuito a propriedade de memorizar somente o valor máximo “mais recente” de  $V_i$ .

No caso, o capacitor demora em se descarregar um tempo da ordem de  $R_2C = 10^{-6} \times 4.7 \times 10^6 \approx 5$  s. Portanto, o capacitor perde a memória a cada 5 s.

Veremos mais adiante que circuitos similares a este são normalmente utilizados na entrada de conversores analógico/digital, onde são denominados de circuitos *sample/holder*. Uma outra aplicação bastante comum é facilmente encontrada nos indicadores de intensidade sonora nos equipamentos de som. Normalmente, a amplitude máxima do som é detectada através de um circuito similar ao da Figura 16.14(b), em cuja saída é colocado um acionador de barra de LEDs, também similar àquele que estudamos anteriormente.

### 16.10.1 Prática: Detetor de tensão de pico

Monte o circuito da Figura 16.14(b). O circuito requer que o amplificador operacional à direita (na saída) tenha alta impedância de entrada, por isso, é necessário usar o integrado 353.

Verifique se o circuito funciona e quais as suas limitações. Observe que uma de suas limitações consiste no seu mau funcionamento em altas frequências. Isto era esperado pois, o tempo de carga do capacitor é da ordem de  $R_1C$ , portanto, a máxima frequência em que o circuito deve responder é da ordem de  $1/(2\pi R_1C) \approx 3.5$  kHz. Troque o resistor  $R_2$  por um menor, por exemplo 1M, e verifique o que acontece com o tempo de memória do circuito.

## 16.11 Filtros ativos

No capítulo 7 foram estudados os filtros passivos do tipo RC. Estes filtros foram construídos apenas com resistores e capacitores. Veremos agora uma outra classe de filtros denominados “ativos”, que também utilizam resistores e capacitores, porem, o elemento ativo é o circuito integrado amplificador operacional.

Se você vasculhar nossas bibliotecas e a internet irá, com certeza, encontrar inúmeros textos e livros escritos para abordar este tema <sup>1</sup>. O tema é tão vasto, que compreende uma área específica da engenharia eletrônica. Nesta seção iremos apenas dar uma visão panorâmica da área e mostrar apenas um exemplo prático.

Os filtros ativos possuem uma série de vantagens com relação aos filtros passivos.

- Eliminação de indutores que, em baixas frequências, são volumosos, pesados e caros.
- Facilidade de projetar filtros complexos através da associação em cascata de estágios simples.
- Possibilidade de obter ganho do sinal de entrada na banda de passagem.

Existem diversas classificações dos filtros ativos. A primeira, está relacionada com a sua função e as mais comuns são:

- **Filtro passa-baixa.** Permite a passagem de sinais com frequência abaixo da “frequência de corte”,  $f_c$ . Sinais com frequências acima de  $f_c$  são atenuados.
- **Filtro passa-alta.** Permite a passagem de sinais com frequência acima da “frequência de corte”,  $f_c$ . Sinais com frequência abaixo de  $f_c$  são atenuados.
- **Filtro passa-faixa.** Permite a passagem de sinais com frequências situadas em uma faixa delimitada por uma “frequência de corte inferior”,  $f_{c1}$  e uma “frequência de corte superior”,  $f_{c2}$ . Os sinais com frequência abaixo de  $f_{c1}$  e acima de  $f_{c2}$  são atenuados.

<sup>1</sup>Ver por exemplo, “Manual of active filter design”, J. L. Hilburn, D. E. Johnson, second edition, 1983. Este livro é bastante prático, útil para todos, iniciantes e experientes.

- **Filtro rejeita-faixa.** Permite a passagem de sinais com frequências situadas abaixo de uma “frequência de corte inferior”,  $f_{c1}$  e acima de uma “frequência de corte superior”,  $f_{c2}$ . Os sinais com frequência no intervalo acima de  $f_{c1}$  e abaixo de  $f_{c2}$  são atenuados.

O segundo aspecto da classificação dos filtros ativos tem a ver com as suas “função resposta” ou “função transferência”, ou seja, com a função matemática utilizada para descrever a dependência entre a atenuação (ou ganho) e a frequência. As funções resposta mais comuns são:

- Butterworth
- Chebyshev
- Cauer (ou elíptico)
- Bessel (ou de Thomson)

Terceiro, os filtros ativos são implementados na prática de acordo com certas topologias. Existem várias, mas as mais comuns são:

- VCVS, *voltage-controlled voltage source* e Sallen-Key
- *State variable filters* e biquadráticos ou *biquad filters*
- *Multiple Feedback Filters*

Por último, os filtros ativos são especificados por sua “ordem”. Em poucas palavras, a ordem de um filtro corresponde ao número de polos existentes em sua função transferência. Em termos físicos, poderíamos dizer que a ordem do filtro é dada pelo número de redes de atraso que compõem a sua estrutura.

Ficaremos devendo uma explicação mais detalhada a respeito deste tópico, mas, podemos adiantar que, teoricamente, quanto maior a ordem do filtro mais a sua resposta se aproxima da resposta de um filtro ideal. Por exemplo, um filtro passa-baixa de primeira ordem tem uma atenuação acima da frequência de corte de 20 dB/década (ou, 6 dB/oitava) - um filtro de segunda ordem tem uma atenuação de 40 dB/década (12 dB/oitava) - um filtro de terceira ordem tem uma atenuação de 60 dB/década (18 dB/oitava) - e assim por diante.

Um filtro ativo trivial pode ser construído com os conhecimentos que vocês já possuem. Trata-se dos filtros de primeira ordem, em que se enquadram os filtros RC estudados no Capítulo 7. Dois exemplos estão mostrados na Figura 16.15.

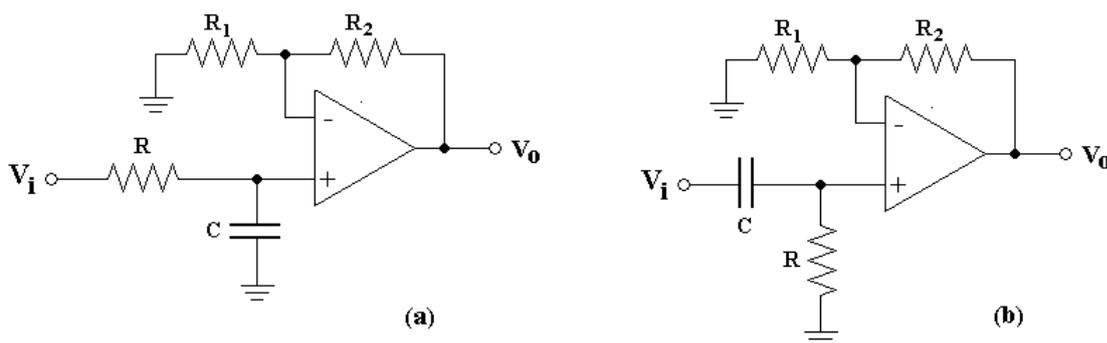


Figura 16.15: Filtro ativo de primeira ordem: (a) passa-baixa, (b) passa-alta.

Estes dois filtros são considerados ativos porque (1) eles incorporam ganho do sinal na banda de passagem ( $G = 1 + R_2/R_1$ ), (2) devido à alta impedância da entrada do AO eles tornam a resposta do filtro independente da impedância da carga. É claro que o AO funciona como um *buffer*, isolando o filtro e a carga conectada na saída  $V_o$ .

### 16.11.1 Prática: filtro passa-baixa de segunda ordem

Nesta prática vamos implementar um filtro passa-baixa, estrutura VCVS, resposta Butterworth de segunda ordem. Acima da frequência de corte, os filtros Butterworth passa-baixa possuem a seguinte função resposta:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{G}{[1 + (f/f_c)^{2n}]^{1/2}} \quad (16.15)$$

onde  $f$  é a frequência do sinal de entrada,  $G$  é o ganho do filtro na banda de passagem (abaixo da frequência de corte,  $f_c$ ) e  $n = 1, 2, 3, \dots$  é a ordem do filtro.

O circuito está mostrado na Figura 16.16. O projeto prevê que a frequência de corte é de 1 kHz, o ganho é 10 e os valores calculados foram  $C_2 = 10\text{nF}$ ,  $C_1 = 20\text{nF}$ ,  $R_1 = 4\text{k}\Omega$ ,  $R_2 = 25\text{k}\Omega$ ,  $R_3 = 35\text{k}\Omega$  e  $R_4 = 320\text{k}\Omega$ .

Agora é que você vai perceber uma das limitações destes projetos: os valores calculados não correspondem aos valores comerciais! Por causa disso, escolhemos valores próximos:  $C_2 = 10\text{nF}$ ,  $C_1 = 22\text{nF}$ ,  $R_1 = 4\text{k}\Omega$ ,  $R_2 = 27\text{k}\Omega$ ,  $R_3 = 33\text{k}\Omega$  e  $R_4 = 330\text{k}\Omega$ .

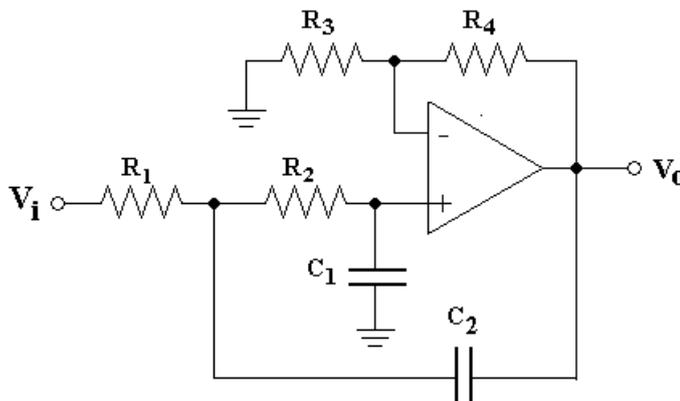


Figura 16.16: Filtro passa-baixa de segunda ordem.

Monte o circuito e verifique o seu funcionamento, respondendo as mesmas perguntas que fazíamos quando analisávamos um filtro de primeira ordem no Capítulo 7:

1. A resposta do filtro em baixas frequências é a correta? Tome algumas frequências bem abaixo da frequência de corte e verifique a relação de amplitudes entre entrada e saída. Verifique se o ângulo de fase entre os mesmos sinais é nulo.
2. Determine experimentalmente a frequência de corte localizando a frequência em que a atenuação é de -3 dB (este é o chamado ponto de -3 dB). O valor experimental da frequência de corte concorda com o valor previsto no projeto? Qual é a defasagem entre entrada e saída na frequência de corte?
3. Qual é a atenuação do filtro em altas frequências? Tome algumas frequências bem acima da frequência de corte e verifique se a relação de amplitudes entre entrada e saída satisfaz a condição de 12 dB/oitava e 40 dB/década. Determine a defasagem entre entrada e saída em altas frequências.

## 16.12 Prática: monitor de pulsação sanguínea

Para diversas aplicações tais como, controlar o relaxamento, monitorar o sono, a resistência da pele, etc., é suficiente uma medida grosseira da velocidade dos batimentos cardíacos dada em pulsos por minuto. A fim de aproveitarmos a oportunidade e, se o interesse for apenas aferir o ritmo dos batimentos (em número/segundo, por exemplo), circuitos simples e dedicados podem ser utilizados.

Existem inúmeros métodos para realizar esta medida; sendo a mais comum aquela que consiste em colocar o dedo suavemente sobre a artéria e com o auxílio de um cronômetro contar o número de pulsações detectadas durante um minuto. É claro que o eletrocardiógrafo, a ser estudado no Capítulo 20, poderá também ser utilizado para contar batimentos cardíacos porém, existem alternativas mais simples.

O método aqui proposto baseia-se na medida do fluxo de sangue através da transmissão de luz em certas partes do corpo. Conforme o coração bombeia o sangue, através das artérias para os capilares, há uma variação de volume nos capilares dependente da pressão sanguínea que se estabelece durante cada batimento. A pressão máxima (pressão sistólica) é atingida quando a quantidade de sangue nos capilares é máxima e a transmissão de luz pela pele é mínima. Isto ocorre porque o sangue é mais opaco do que os tecidos da pele. Quando a pressão sanguínea é mínima (pressão diastólica), a quantidade de sangue nos capilares também é mínima e a transmissão de luz pela pele é máxima.

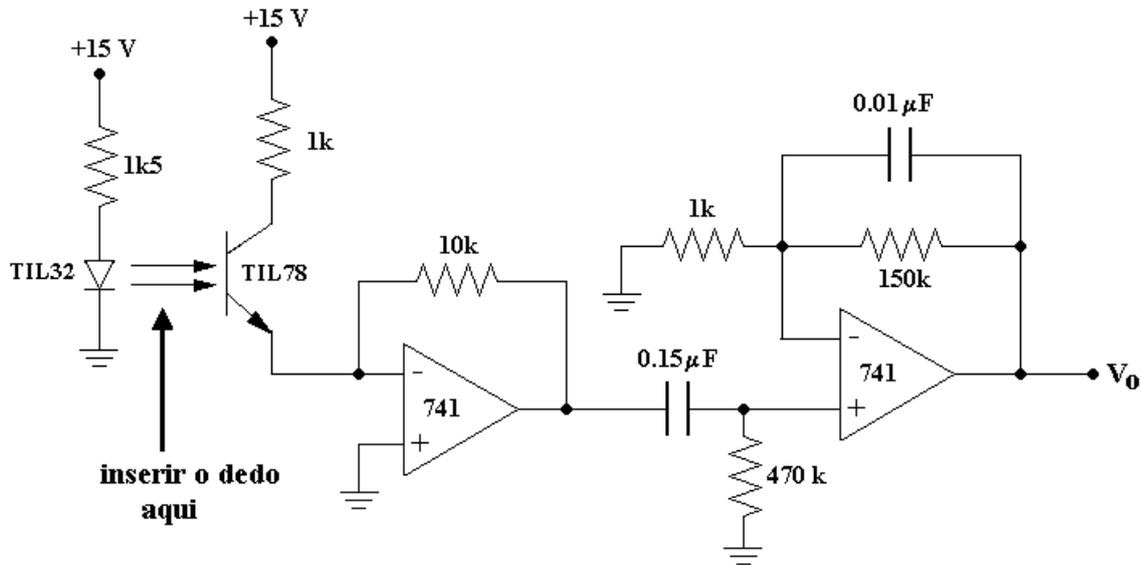


Figura 16.17: Circuito do monitor de pulsação.

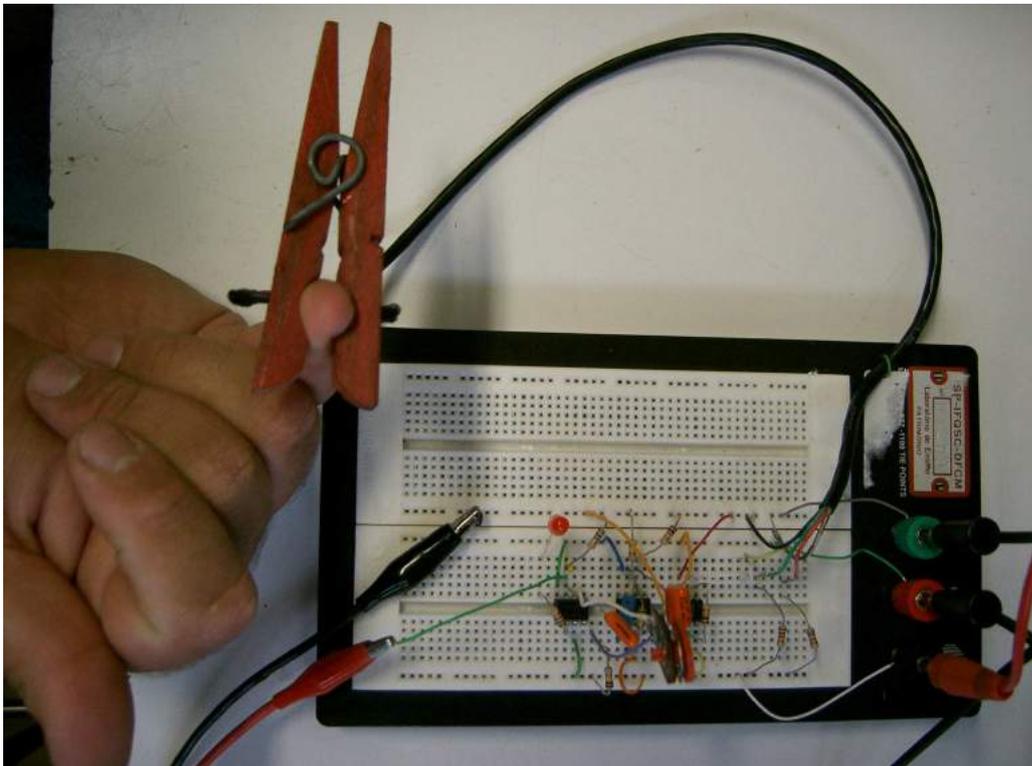


Figura 16.18: Circuito do monitor de pulsações em uma placa de montagens.

Este método é em princípio muito simples; um foto detector é utilizado para detectar o nível de transmissão de luz na ponta de um dos dedos da mão e os impulsos obtidos são amplificados para produzir um sinal utilizável. Detectores como este são muito comuns nas academias de ginástica e também podem se apresentar em modelos portáteis, alimentados por pequenas baterias, úteis para monitorar um ciclista em movimento, por exemplo.

O circuito da Figura 16.17 usa um LED que emite no infravermelho próximo e um foto-transistor, entre os quais pode ser colocado o dedo (ou o lóbulo da orelha) do paciente. A corrente no foto-transistor, depois de transformada em tensão pelo primeiro AO, é aplicada a um filtro passa-alta que remove o *offset* do sinal. O amplificador seguinte, com ganho de 150 V/V, completa o circuito.

Construa o circuito. O LED e o foto-transistor podem ser montados frente-a-frente em dois orifícios localizados na lateral de prendedor de roupa de madeira, no qual é pinçada a ponta do seu dedo, como mostra a 16.18. Temos também utilizado para suporte, um apropriado prendedor de cabelo. A quantidade

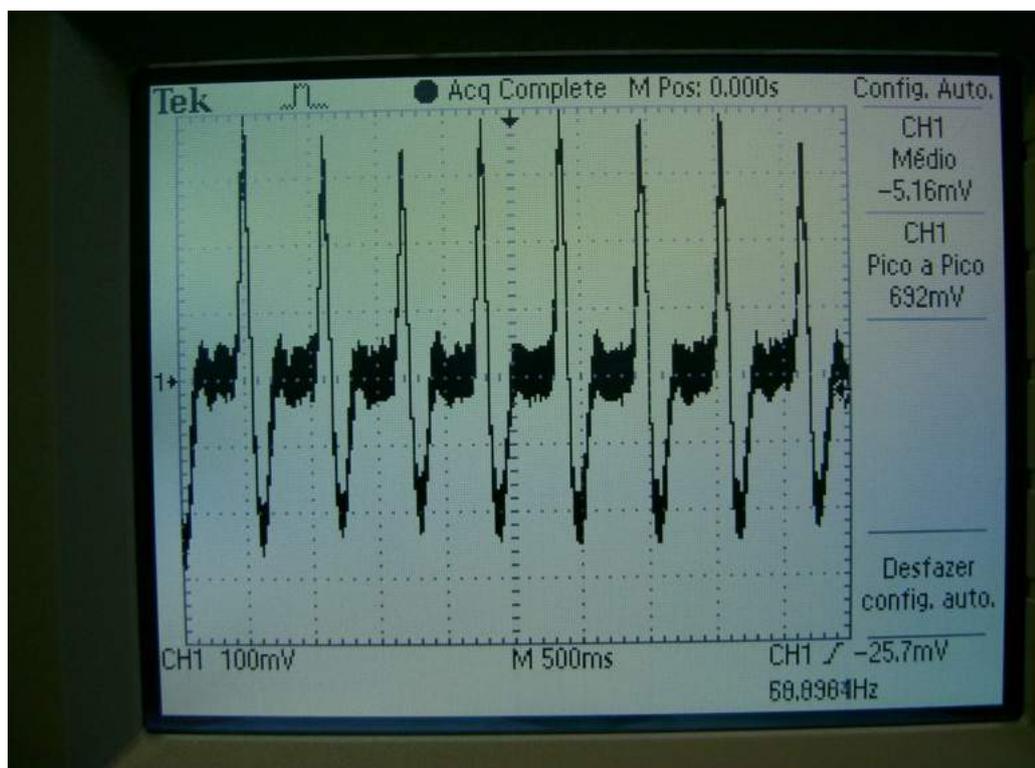


Figura 16.19: Resultado típico obtido com o monitor de pulsações.

de luz ambiente que atinge o sensor deve ser minimizada, apagando-se as luzes fluorescentes do laboratório.

Utilize capacitores de filtro de  $0.1 \mu\text{F}$  na alimentação dos operacionais e, caso seja necessário, anule o *offset* através do potenciômetro de  $10\text{k}$  conectado entre pinos 1 e 5 do primeiro operacional. Observe a saída do osciloscópio nas escalas de  $10 \text{ mV}$  a  $100 \text{ mV}$  (modo AC) e  $0.1\text{-}0.2 \text{ seg}$ , e ajuste a posição do dedo e a pressão do suporte para obter uma boa imagem dos batimentos. Se a pressão do suporte sobre o dedo ultrapassar um certo limiar os batimentos cessam, mas existe uma pressão em que o sinal observado é máximo. O sinal correspondente à pulsação sanguínea no seu dedo poderá ser observado em um osciloscópio (escala de  $50 \text{ mV/div}$ ) conectado na saída  $V_o$ . Espera-se obter uma relação sinal:ruído baixa, algo em torno de 3:1.

Utilizando um comparador, projete (e, se tiver tempo construa) um circuito que, a partir do sinal amplificado, acenda um LED quando ocorrer cada batimento.

## Capítulo 17

# O temporizador 555

O circuito integrado conhecido como temporizador 555 (em inglês: *555 IC timer*) foi introduzido pela primeira vez por volta de 1971 pela Signetics Corporation, sob o código SE555 ou NE555. Embora os modelos antigos ainda sejam largamente utilizados existem versões mais recentes deste CI como, por exemplo, o MC1455 fabricado pela Motorola.

Imediatamente após a sua criação, o 555 foi agraciado com a referência sensacionalista “*The IC Time Machine*” e, na época, era o primeiro e também o único temporizador disponível no mercado. A sua existência disponibilizou aos projetistas profissionais e amadores um circuito integrado barato, estável e, sobretudo amigável, não somente por cumprir as funções de oscilador, assim como, também por ser um componente fundamental em uma miríade de outras aplicações.

Este capítulo foi escrito para apresentar a vocês este fantástico CI que, após décadas de sua criação, ainda continua sendo muito popular e utilizado em uma enorme quantidade de projetos profissionais.

Podemos comparar a prática de hoje com uma visita turística ao morro do Corcovado (aquele famoso situado na cidade do Rio de Janeiro). É possível que quem já tenha visitado o Corcovado ainda não tenha tido a oportunidade de conhecer toda a cidade em detalhes, porém seria pouco provável que aquele que afirma conhecer o Rio de Janeiro jamais tenha visitado o morro do Cristo Redentor.

Por isso, eu presumo que, se alguém lhe perguntar “Você já usou, ou conhece, o 555” e você responder “Não”, então, é bem possível que este alguém conclua precipitadamente que você nunca estudou eletrônica. Vai ser uma situação constrangedora, não acham? Portanto, porque não visitar o Corcovado? Vamos lá.

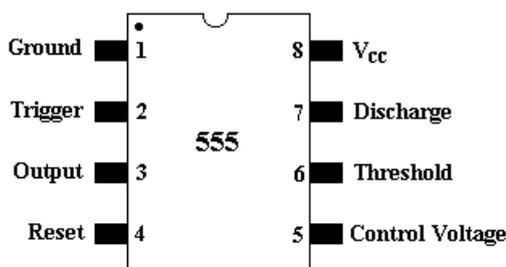


Figura 17.1: A pinagem do 555

Faremos apenas uma breve descrição deste CI, mostrando algumas de suas aplicações mais comuns sem recorrer, obviamente, a pré-requisitos típicos de um curso de engenharia eletrônica.

O 555 é apresentado usualmente em uma embalagem com 8 pinos (ver Figura 17.1), enquanto que os seus irmãos, 556 (14 pinos) e 558 (14 pinos), são, respectivamente, versões duplas (*dual*) e quádruplas (*quad*) do mesmo CI.

Dentro do CI 555 existe o equivalente a cerca de 20 transistores, 15 resistores e dois diodos (dependendo do projeto do fabricante) formando um circuito analógico que incorpora várias características digitais. A Figura 2 mostra o diagrama em blocos (ou circuito equivalente) do 555.

Algumas das especificações mais charmosas do 555 são:

- Fonte de alimentação unipolar de 4.5-18 V, com baixo consumo, 3 a 6 mA,
- *Rise/fall time* de 100 ns.
- Sua compreensiva capacidade de agüentar abusos e maus tratos (mas não exagerem!).

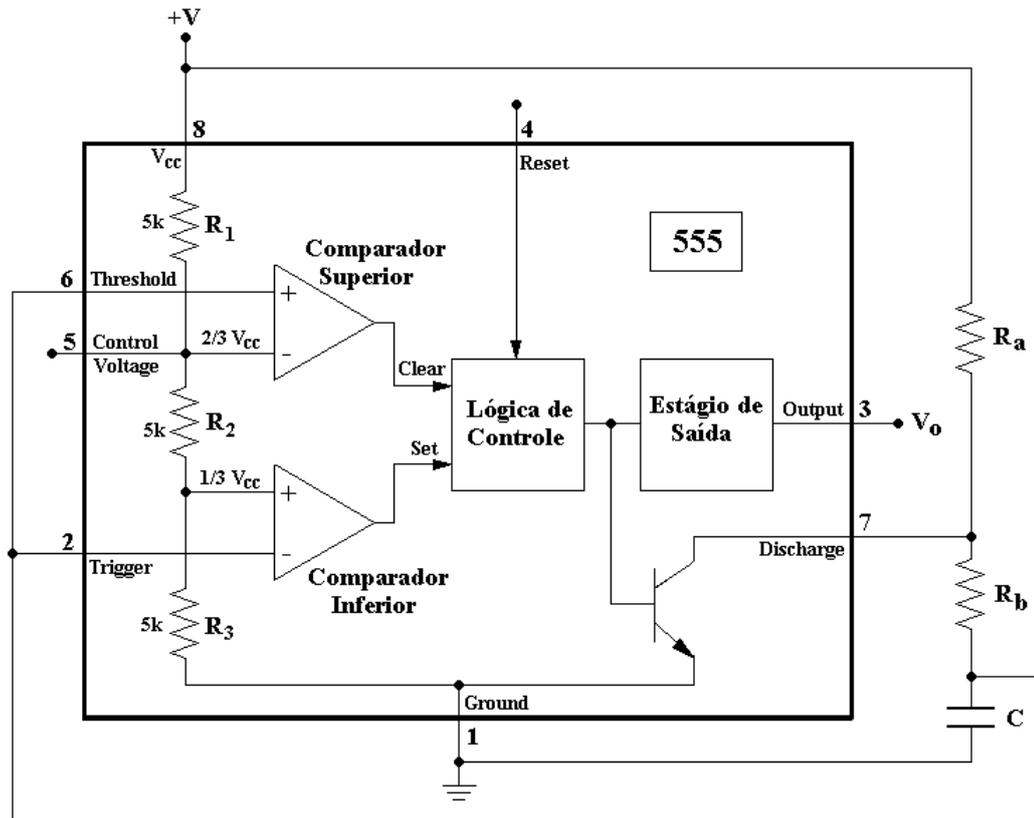


Figura 17.2: Diagrama de blocos do circuito do 555

As ligações externas ao CI, mostradas na Figura 17.2, exemplificam uma aplicação importante: um oscilador aestável. Um oscilador aestável nada mais é do que aquilo que usualmente chamamos até aqui pelo nome genérico de oscilador. Ele difere de outros tipos de osciladores de dois estados, como por exemplo, o monoestável e o biestável.

O período da oscilação do oscilador é, em geral, determinado através do capacitor e resistores conectados externamente. Este oscilador, quando alimentado com  $V_{cc} = +5\text{V}$ , pode ser muito útil em aplicações digitais porque a sua saída é compatível com a lógica TTL (*transistor-transistor logic*), bastante utilizada em circuitos digitais. Ele é também útil nas mais diversas aplicações, pois, pode produzir oscilações ou tempos de atraso com bastante precisão (estabilidade melhor que 1%).

Antes de explicar o funcionamento deste oscilador, vamos aprender um pouquinho a respeito das peculiaridades das entradas e saídas deste CI.

**Saída (pino 3).** A saída do 555 está internamente conectada a uma configuração de transistores chamada de *totem-pole*, similar ao estágio de saída do 741 (também chamada de classe AB), a qual permite chaveamento rápido ( $\approx 100\text{ ns}$ ), alta corrente na carga e baixa dissipação interna. Diferentemente do estágio de saída do 741, a saída do 555 opera sempre saturada em um dos dois níveis denominados: alto e baixo. A tensão de saída no nível alto é um pouco menor que  $V_{cc}$  (pino 8) enquanto que a do nível baixo é ligeiramente mais positiva que a do terra (pino 1). O valor exato da voltagem nos dois níveis depende do valor de  $V_{cc}$  e da corrente fornecida (ou drenada) pela saída.

**Reset (pino 4).** A entrada *reset* tem prioridade sobre todas as outras. Em língua inglesa é dito que a entrada *reset* executa uma *overriding function*, isto é, ela força a saída ir para o estado baixo (ou permanecer neste estado), independentemente do estado das outras entradas. Então, ela pode ser usada para inibir prematuramente as oscilações da saída, ou produzir oscilações engatilhadas. Enquanto a entrada *reset* for menor que  $+0.7\text{ V}$  a saída permanece no estado baixo ( $V_o \approx 0\text{ V}$ ). Quando *reset* for maior que  $+0.7\text{ V}$ , o integrado opera normalmente, habilitando todas as suas outras funções. O fato de o *reset* poder ser ativado independentemente da tensão de alimentação  $V_{cc}$  escolhida, simplesmente por comparação ao limiar de  $+0.7\text{ V}$ , permite que ele seja controlado por dispositivos TTL. Quando não há interesse em utilizar o controle proporcionado pelo *reset*, o pino 4 do CI pode ser deixado aberto mas, é mais prudente mantê-lo conectado em  $V_{cc}$  para evitar que acoplamentos capacitivos possam acioná-lo erroneamente durante a operação normal do CI. Se a voltagem na entrada *reset* for ligada e em seguida desligada, (isto é, se ela tiver a forma de um pulso invertido indo a partir de um valor positivo para

abaixo de 0.7 V e, depois retornando para positivo maior que 0.7 V) a sua largura deve ser maior que 0.5  $\mu\text{s}$  para que ele possa atuar efetivamente.

**Ground (pino 1).** O terminal *ground* (ou *common*) deve ser conectado na tensão mais negativa da fonte de alimentação. Sendo que a fonte de alimentação do CI é unipolar, o que normalmente acontece é termos o pino 1 conectado ao terra comum do circuito externo.

**$V_{cc}$  (pino 8).** O pino 8, também chamado de  $+V$ , deve ser conectado ao terminal positivo da fonte de alimentação. Para se obter um bom desempenho do CI, a diferença de potencial entre os dois terminais da fonte, entre pinos 1 (-) e 8 (+) é especificada para estar no intervalo: +4.5 V (mínimo) e +15 V (máximo). Neste intervalo, o CI opera sempre da mesma maneira, independentemente do valor da tensão de alimentação. Por exemplo, o período das oscilações é quase independente de  $V_{cc}$ . Tipicamente, a variação no período é menor que 0.1% para uma variação de 1 V na tensão de alimentação. Quem depende do valor de  $V_{cc}$  é a tensão de saída e, também, a corrente que a saída pode fornecer, ou drenar, do circuito externo. Normalmente ambas aumentam com  $V_{cc}$ .

**Trigger (pino 2).** Este pino é a entrada negativa do comparador inferior, o qual é usado para gerar o sinal *set* para a lógica de controle. O disparo (ou *triggering*) ocorre quando a tensão neste pino cruza o nível  $+1/3V_{cc}$ , o qual está aplicado na entrada (+) do comparador. Quando a tensão no pino 2 é menor que  $+1/3V_{cc}$ , a lógica de controle força a saída  $V_o$  ficar no estado alto. Como veremos adiante, um pulso pode ser aplicado nesta entrada para iniciar a operação monoestável. Neste caso, a largura do pulso de *trigger* deve ser menor que o intervalo de tempo determinado pelos valores dos componentes externos  $R$  e  $C$ . A largura mínima do pulso de *trigger* é da ordem de 10  $\mu\text{s}$ .

**Control voltage (pino 5).** Este pino permite o acesso à voltagem de  $+2/3V_{cc}$  do divisor de tensão formado por  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ , a qual é a voltagem na entrada negativa do comparador superior. Além disso, é também possível influir indiretamente no divisor de tensão aplicando uma voltagem externa ao pino 5. Aplicando uma voltagem neste pino é possível controlar o tempo de chaveamento do CI, independentemente dos valores de  $R$  e  $C$  externos, permitindo a construção de osciladores controlados por tensão, ou seja, osciladores em que a frequência de oscilação é função (quase linear) de uma tensão de entrada. Quando utilizado no modo estável, a voltagem de controle (pino 5) pode variar desde +1.7 V a  $V_{cc}$ , produzindo uma frequência modulada (FM) na saída. Quando a entrada 5 não é utilizada, é recomendado que ela não fique aberta, mas sim, conectada ao terra através de um capacitor de 0.01  $\mu\text{F}$  a fim de manter a entrada (-) do comparador imune a ruídos de interferência.

**Threshold (pino 6).** O pino 6 é a entrada positiva do comparador superior, cuja saída é usada para zerar a lógica de controle (através do sinal de *clear*). Quando a tensão neste pino está acima de  $+2/3V_{cc}$ , a lógica de controle força a saída  $V_o$  permanecer no estado baixo.

**Discharge (pino 7).** Este pino está conectado à saída em coletor aberto de um transistor NPN (você se lembra que esta configuração é similar à saída do comparador 339 estudado anteriormente?). Na maioria das aplicações, um capacitor é conectado entre este pino e terra, o qual se descarrega (através de  $R_b$  no caso mostrado na Figura 17.2) quando o transistor conduz, isto é, quando o seu emissor se conecta ao terra. Em algumas aplicações o pino 7 é utilizado como saída em coletor aberto do CI, em lugar da saída normal disponível no pino 3.

Podemos agora entender o funcionamento do oscilador simples implementado na Figura 17.2. Quando o coletor do transistor (pino 7) está aberto o capacitor se carrega através de  $(R_A + R_B)$  e quando o coletor está conectado ao terra o capacitor se descarrega através de  $R_b$ . O divisor de tensão formado por  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$  estabelece os níveis de referência para os comparadores. A voltagem no capacitor,  $V_c$ , é aplicada simultaneamente nas duas entradas: *threshold* (6) e *trigger* (2). Uma voltagem maior que  $+2/3$  V na entrada *threshold* ativa o comparador superior e uma voltagem menor que  $+1/3$  V na entrada *trigger* ativa o comparador inferior. Quando o *trigger* é ativado, a saída do 555 fica positiva (próximo a  $+V$ ) e o capacitor se carrega em direção à  $+V$ . Quando a voltagem no capacitor ultrapassa  $+2/3$  V, o comparador superior é ativado colocando a saída em  $\approx 0$  V e o capacitor começa a se descarregar para a terra. Quando a voltagem no capacitor diminui abaixo de  $+1/3$  V, a entrada *trigger* reativa o comparador inferior e o ciclo repete indefinidamente.

A operação deste circuito é cíclica, com a voltagem no capacitor variando entre  $+1/3$  V e  $+2/3$  V (ver Figura 17.3). O tempo de carga (saída positiva) é  $T_c = 0.693(R_a + R_b)C$ . O tempo de descarga (saída em 0 volts) é  $T_d = 0.693R_bC$ . O período total vale  $T = 0.693(R_a + 2R_b)C$ , portanto, a frequência de oscilação vale

$$f = \frac{1.44}{(R_a + 2R_b)C} \quad (17.1)$$

Observe que, nesta configuração, é impossível produzir uma onda perfeitamente quadrada com este circuito, pois,  $T_c$  vai ser sempre diferente de  $T_d$  para quaisquer valores de  $R_a$  e  $R_b$ . A razão entre o

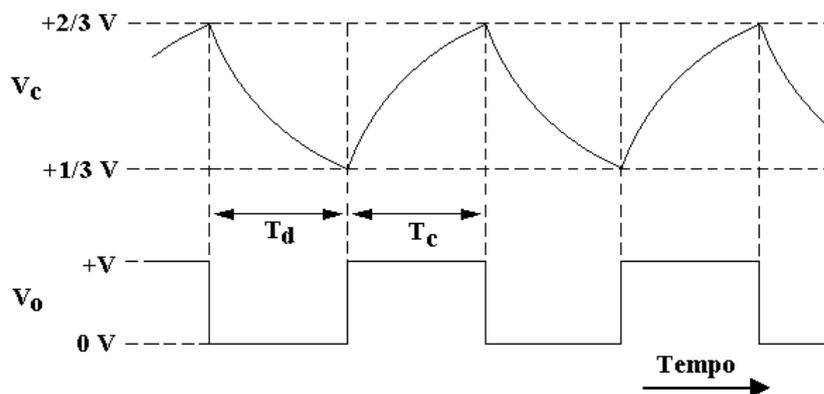


Figura 17.3: Diagrama de oscilação do oscilador aestável

intervalo de tempo em que a saída fica ligada (isto é, no estado alto) e período do sinal de saída é caracterizado por um parâmetro denominado *duty-cycle*:

$$\text{duty cycle} = \frac{\text{tempo ligado}}{\text{período}} = \frac{T_c}{T_c + T_d} = \frac{R_a + R_b}{R_a + 2R_b} = \frac{1 + R_b/R_a}{1 + 2R_b/R_a} \quad (17.2)$$

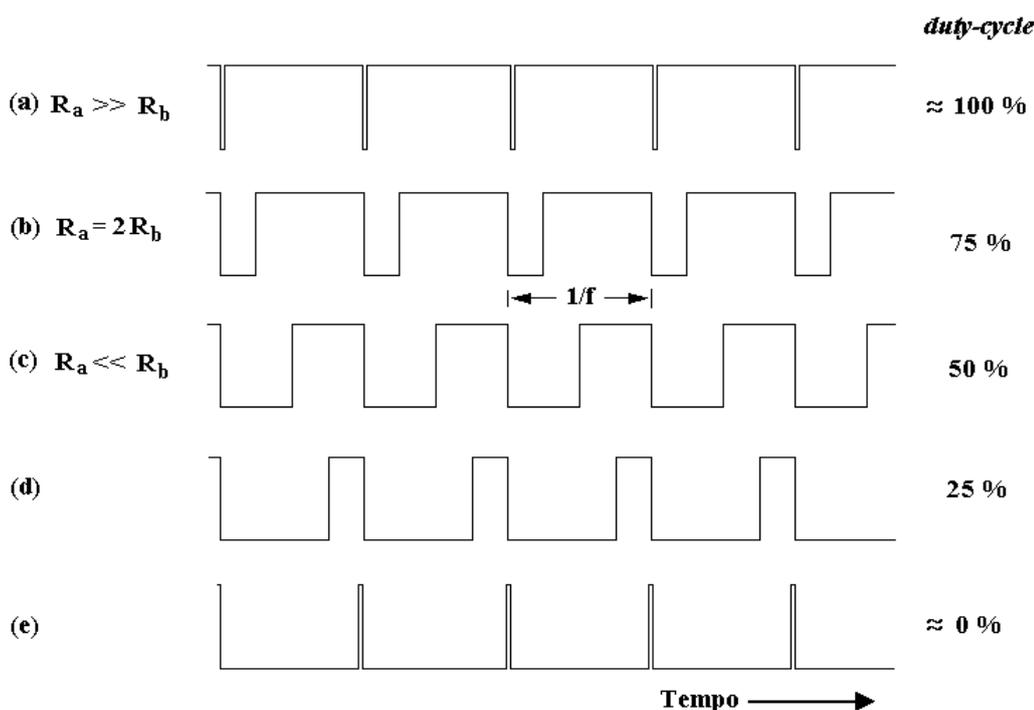


Figura 17.4: O *duty cycle* para diferentes valores de  $R_a$  e  $R_b$

As Figuras 17.4(a-c) mostram algumas formas de onda possíveis de ser obtidas com o circuito da Figura 17.3, dependendo da seleção dos valores de  $R_a$  e  $R_b$ . Quando  $R_a \ll R_b$  a forma de onda se assemelha à quadrada, com um *duty-cycle* de aproximadamente 50%. Conforme o valor de  $R_a$  aumenta, em comparação com o de  $R_b$ , a forma de onda assume a forma de pulsos, situação esta em que o circuito é mais conhecido pelo nome de “gerador de pulsos”, em vez de oscilador. As duas situações mostradas nas Figuras 17.4(d) e 17.4(e) não podem ser realizadas com o circuito da Figura 17.2 e foram apresentadas apenas para completar o quadro.

## 17.1 Prática: Oscilador aestável

Construa o gerador de pulsos da Figura 17.5. O capacitor conectado entre o pino 5 (control voltage) e terra é opcional. Ele ajuda a eliminar os disparos falsos do 555, causados por ruídos e flutuações da fonte de alimentação.

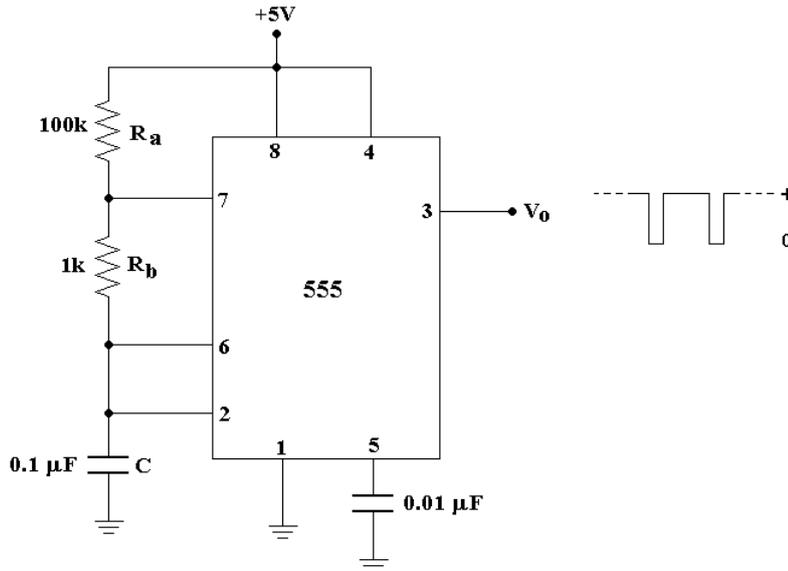


Figura 17.5: Oscilador aestável

Com  $R_a = 100\text{k}$  e  $R_b = 1\text{k}$ , qual é o período de repetição e duração dos pulsos da saída? Inverta as posições dos resistores,  $R_a = 1\text{k}$  e  $R_b = 100\text{k}$ . Qual a forma de onda que você observa na saída? Qual a sua frequência? Determine os valores de  $R_a$  e  $R_b$  para que o oscilador produza pulsos com uma frequência de  $\approx 1\text{ Hz}$  e com *duty-cycle*  $\approx 50\%$ . Anote esta informação: para a alimentação utilizada (+5V),  $R_a$  tem um limite inferior de  $250\ \Omega$ .

Não desmonte este circuito porque ele vai ser utilizado na próxima prática.

## 17.2 Prática: Oscilador monoestável

O circuito da Figura 17.5 está reproduzido na Figura 17.6(a). A sua saída será utilizada como entrada ao circuito da Figura 17.6(b). O circuito da Figura 17.6(b) é um gerador de pulsos disparado por um *trigger* externo. Este circuito é usualmente chamado de *triggered monostable*.

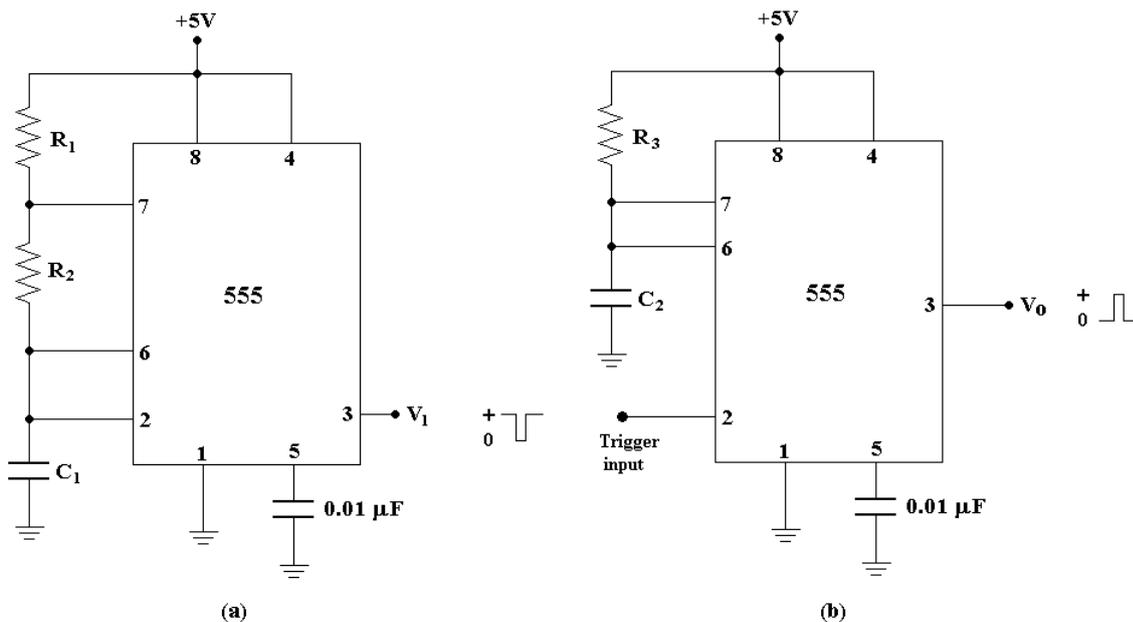


Figura 17.6: Oscilador aestável acoplado a um mono-estável

A lógica de controle interna do 555 produz na saída um pulso que se inicia quando a voltagem na entrada *trigger* (pino 2) diminui abaixo de  $1/3 V_{cc}$ . Neste instante, a saída muda para o estado alto (+5 V) e o capacitor  $C$  começa a se carregar através de  $R_a$ . Quando a voltagem no capacitor se iguala a  $2/3$

$V_{cc}$  o comparador superior aciona a lógica de controle fazendo com que a saída vá para o estado baixo (0 V).

Portanto, o pulso de *trigger* gera um único pulso na saída, cuja duração depende somente do tempo de carga do capacitor e vale:  $T_p = 1.1R_aC$ . A Figura 17.7(a) mostra o diagrama temporal destes eventos.

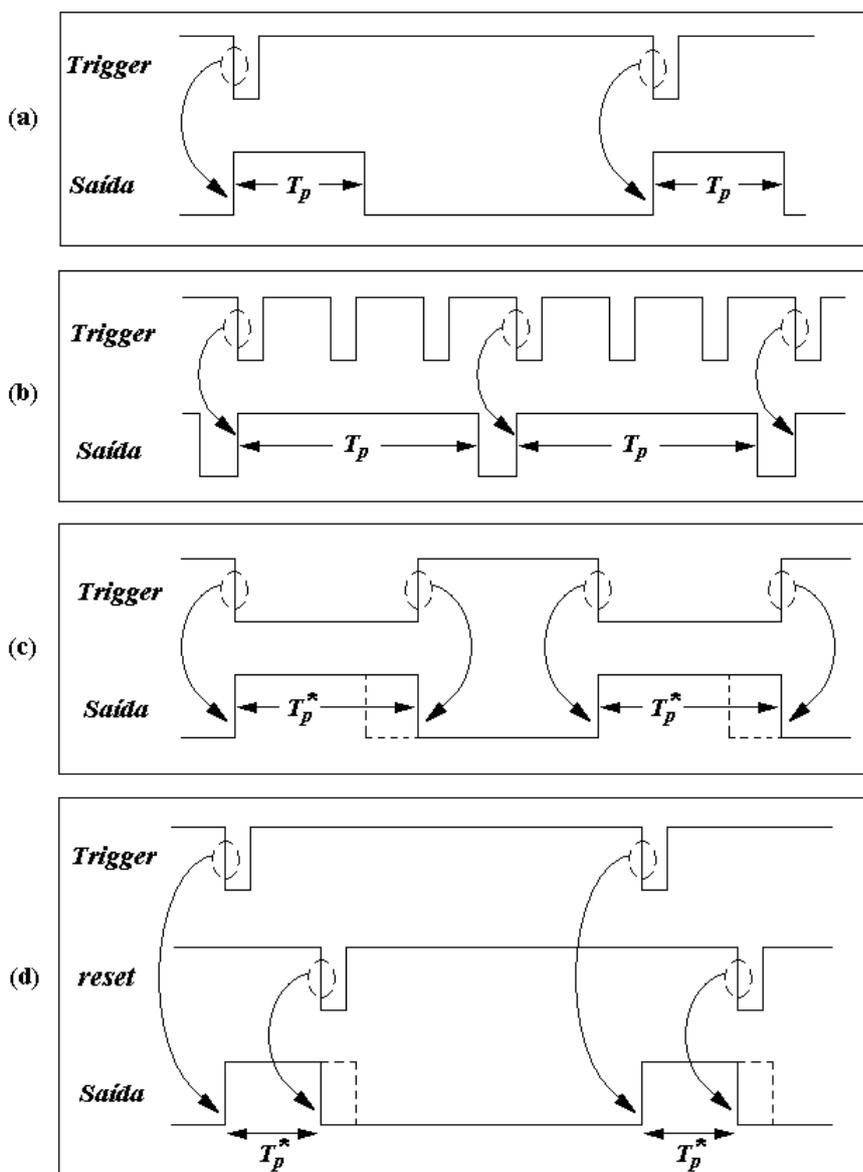


Figura 17.7: Ciclo de eventos do oscilador mono-estável

Dependendo dos valores de  $R_3$  e  $C_2$ , a duração do pulso,  $T_p$ , pode ser variada desde cerca de 1 milissegundo até centenas de segundos. Neste caso, um limite inferior razoável para  $R_3$  é 10k  $\Omega$ , e para  $C_2$  é de 100 pF. O limite superior para  $R_3$  é 10-15 M $\Omega$ .

Se um outro pulso for aplicado na entrada *trigger* antes que o pulso de saída tenha terminado (isto é, retornando ao estado baixo) ele não produzirá efeito na saída, como na Figura 17.7(b).

Por outro lado, vários comportamentos anômalos podem ser vistos em outras situações; vou citar apenas dois. Primeiro, se o pulso de *trigger* for mais longo que  $T_p$ , a saída se mantém no nível alto até que a entrada *trigger* volte ao nível baixo, alongando o pulso de saída, como na Figura 17.7(c). Nesta situação, o pulso de saída terá uma duração  $T_p^* > T_p$ , devido ao fato de que, quando o *reset* está no nível alto, a entrada *trigger* tem prioridade sobre a saída.

Segundo, se um outro pulso for aplicado na entrada *reset* (pino 4) antes que o pulso de saída tenha terminado, a saída retorna imediatamente ao estado baixo terminando prematuramente o pulso de saída, como na Figura 17.7(d). Neste caso, o pulso de saída terá uma duração  $T_p^* < T_p$ .

Monte o circuito da Figura 17.6(b) ao lado do circuito da prática anterior, escolhendo valores apropriados para  $R_3$  e  $C_2$ . Conecte a saída do circuito anterior na entrada deste novo circuito. Estude e verifique

as diversas situações previstas na Figura 17.7(a-c), variando os valores dos resistores e capacitores de ambos circuitos.

### 17.3 Prática: Oscilador controlado por tensão

O circuito da Figura 17.8 é semelhante ao da Figura 17.5 com a diferença que agora utilizaremos a entrada *control-voltage* (pino 5) para controlar a frequência do sinal de saída. Este circuito é chamado de oscilador controlado por tensão, ou, *voltage-controlled oscillator*, ou, VCO, ou, ainda, conversor tensão-frequência, ou, *voltage-to-frequency converter*, ou V/F *converter*.

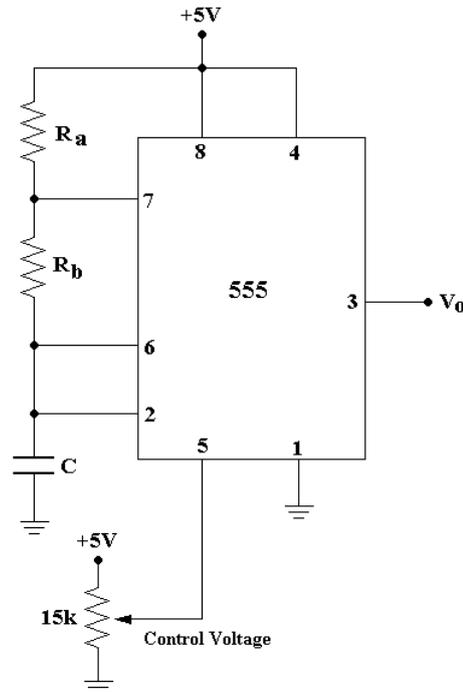


Figura 17.8: Oscilador controlado por tensão

Escolha valores apropriados para  $R_a$ ,  $R_b$  e  $C$  e, através do potenciômetro, aplique na entrada *control-voltage* (pino 5) uma tensão contínua no intervalo 0-5 V. Observe como a frequência do sinal de saída depende do valor desta tensão.

## Capítulo 18

# Eletrônica Digital

A Eletrônica Digital é uma vasta área, complexa e em constante avanço, mas é baseada em poucos princípios básicos simples. Este capítulo pretende introduzir estes princípios básicos, os quais devem ser bem compreendidos para que você possa aventurar-se nesta grande área que engloba os sistemas digitais e sua interface com o mundo analógico.

Existem somente dois estados na lógica digital: o estado “ligado”, ou “1”, ou “alto” (ON ou HI em inglês) e o estado “desligado”, ou “baixo”, ou “0” (OFF ou LOW). Estes dois estados são representados na Eletrônica Digital por dois níveis de voltagem, um para o estado “1” e outro para o estado “0”. Os níveis de voltagem que são utilizados dependem do *hardware* envolvido. Uma família de circuitos digitais muito usada é a chamada “*transistor-transistor logic*” ou TTL. Nesta família, os dois níveis lógicos 1 e 0 são representados por  $\approx +5\text{ V}$  e  $\approx 0\text{ V}$ , respectivamente. Na verdade, qualquer voltagem na faixa  $+2\text{ V}$  a  $+5.5\text{ V}$  pode ser considerada como nível lógico 1 e voltagens entre  $0\text{ V}$  a  $+0.8\text{ V}$  como nível lógico 0, como mostra a figura 18.1.

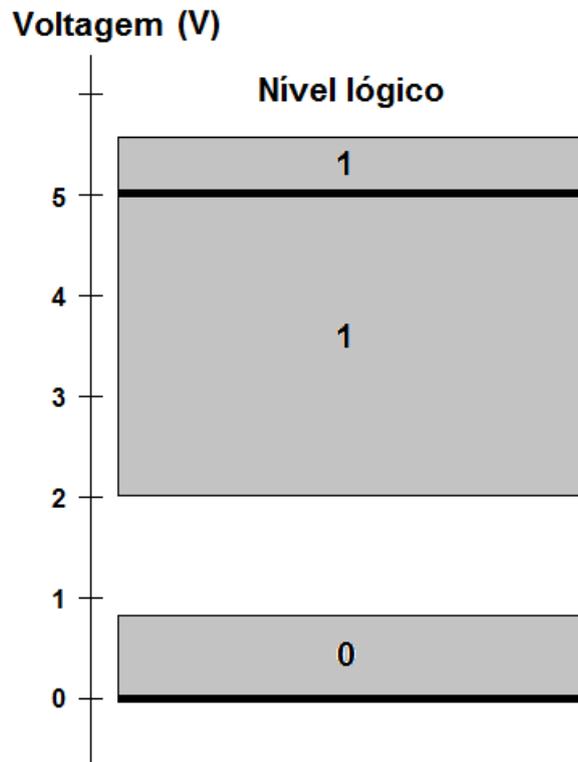


Figura 18.1: Níveis lógicos da família TTL

Outras famílias também muito utilizadas são a “*nFET Metal Oxide Silicon*”, ou nMOS e a “*complementary metal-oxide-semiconductor*”, ou CMOS (pronunciam-se “êne-mós” e “cí-mós”). Hoje, a CMOS é a tecnologia mais usada na fabricação de circuitos integrados e na construção de microprocessadores, micro controladores, memórias, calculadoras, relógios, telefones celular, conversores óticos para câmaras (CCD), etc. As principais vantagens dos circuitos integrados CMOS são o baixíssimo consumo de energia (que leva à baixa dissipação de calor) e a possibilidade de alta densidade de integração, comparativamente com outras tecnologias como a TTL. Por falta de tempo, neste capítulo utilizaremos apenas circuitos digitais

da família TTL.

As operações lógicas utilizadas nos circuitos digitais são realizadas através das chamadas “portas” (ou *gates*), obedecendo aos teoremas da Álgebra Booleana. Existem somente 3 operações lógicas básicas, de onde todo o universo de operações mais complicadas pode ser derivado. Estas três operações básicas são o AND, o OR e o INVERT (aqui manteremos a nomenclatura em inglês). Muitas vezes denomina-se a porta INVERT por NOT. Os símbolos lógicos e as correspondentes “tabelas verdade” (ou *truth tables*) estão mostradas na figura abaixo.

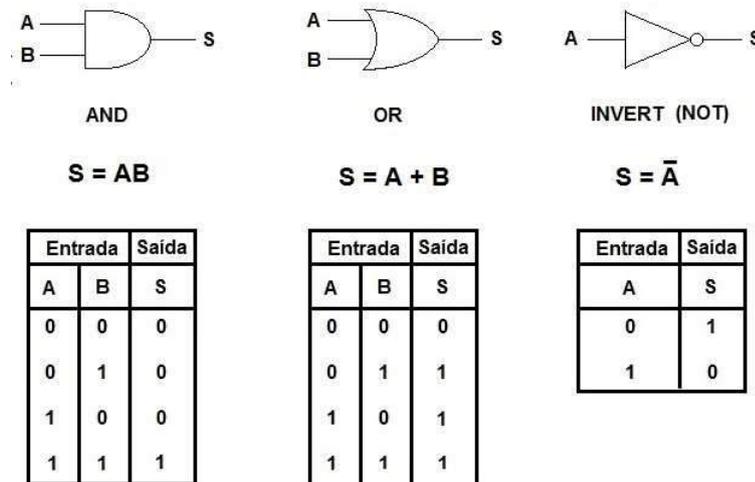


Figura 18.2: Portas lógicas (ou operações binárias) fundamentais da Álgebra Booleana.

Outros gates simples, porem muito úteis na prática, podem ser construídos a partir dos gates básicos. A figura abaixo mostra algumas definições, derivadas do chamado “teorema de De Morgan”. Utilizando as correspondentes tabelas verdade, verifique as igualdades. Pequenos círculos na entrada ou saída dos dispositivos indicam inversão de níveis lógicos. A sigla XOR representa “*exclusive-OR*” e significa que a saída  $S$  é 1 quando qualquer uma das entradas é 1, mas, não ambas simultaneamente. Uma porta XOR pode ser construída como mostra a Figura 18.3 ou, também, através das equações lógicas  $S = AB + A\bar{B} = (A + B)\bar{A}\bar{B}$ . Se estas igualdades forem implementadas o circuito vai necessitar de portas AND, OR e NOT, isto é, 5 portas de 3 tipos diferentes. Geralmente, as portas inversoras (NAND, NOR e INVERT) são mais rápidas e mais frequentemente utilizadas. A Tabela 18.1 mostra o comportamento das portas mais comuns.

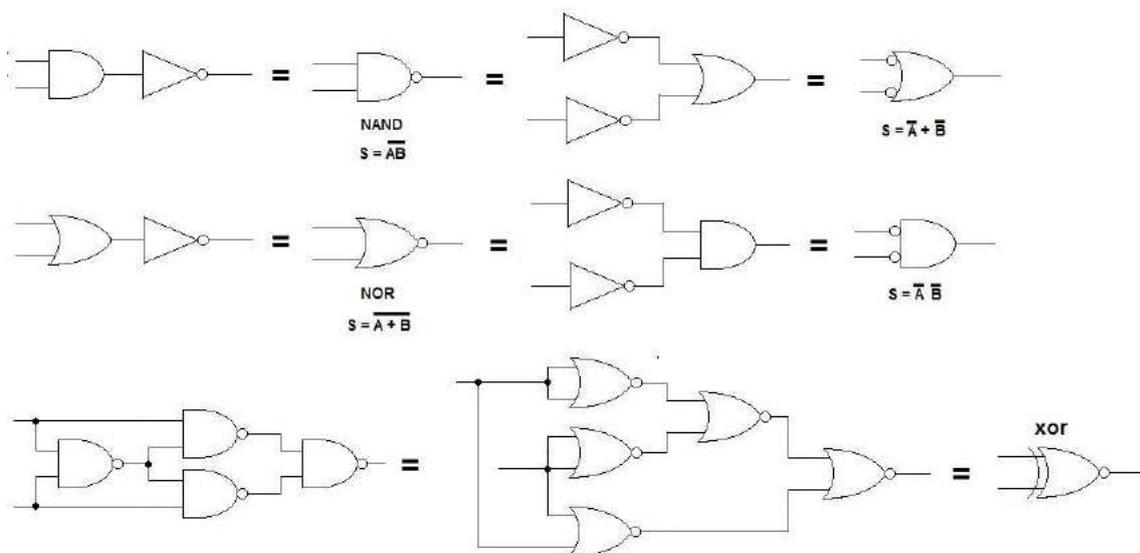


Figura 18.3: Algumas portas lógicas derivadas das fundamentais.

Diversas portas TTL podem ser adquiridas comercialmente na forma de circuitos integrados. A Tabela 18.2 ilustra alguns exemplos, mas, para uma completa visão da família TTL comercial, consulte através da Internet uma tabela mais completa.

Tabela 18.1: Tabela verdade das portas mais comuns.

Entradas		Saídas				
A	B	AND	NAND	OR	NOR	XOR
0	0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	1	0	0

Tabela 18.2: Portas comerciais básicas.

Porta	Tipo de Saída	
	Totem-pole	Coletor Aberto
NAND	7400	7401, 7403
NOR	7402	7433
NOT	7404	7405
AND	7408	7409
OR	7432	-
XOR	7486	-

As portas comerciais estão disponíveis em circuitos integrados com várias por componente. Por exemplo, todos os listados na Tabela 18.2 possuem 4 portas por CI. Portas lógicas com mais do que duas entradas também são muito comuns, por exemplo, o 7421 e o 7422 são portas NAND com 4 entradas (totem-pole e coletor aberto, respectivamente).

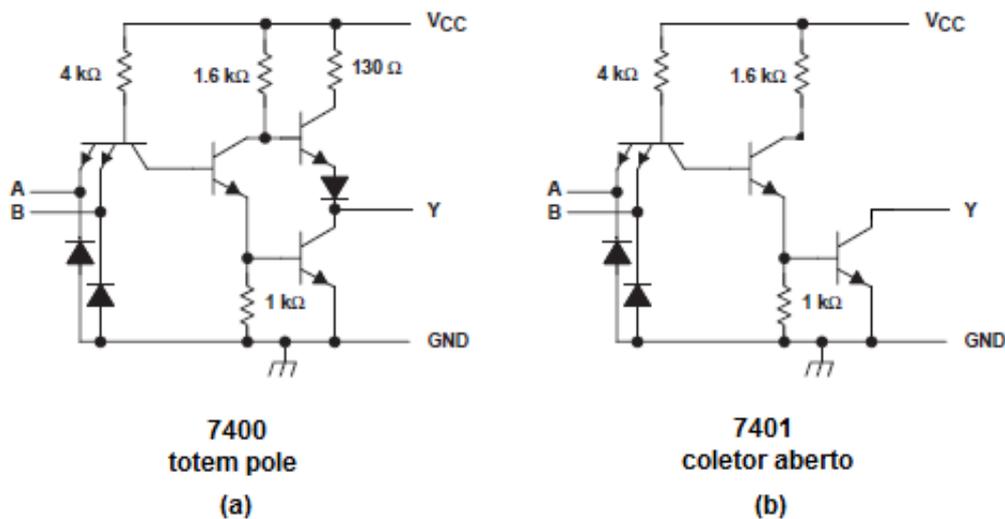


Figura 18.4: Tipos de saída da família TTL exemplificados para a porta NAND.

O esquema elétrico da porta NAND 7400 que possui saída do tipo “totem-pole” está mostrada na Figura 18.4(a). A saída é  $\approx 0$  V para o nível 0 e  $\approx 4$  V para o nível 1. Para comparação, o esquema elétrico da porta NAND 7401, com saída do tipo “coletor aberto”, está mostrada na Figura 18.4(b). A saída é aproximadamente 0 V para o nível 0 e circuito aberto para o nível 1. A fim de que a saída do 7401 esteja no nível 1 ( $\approx 5$  V) é necessário que ela seja conectada a  $V_{cc}$  através de um resistor de “pull-up”, como mostra a Figura 18.5(b). Uma vantagem da configuração em coletor aberto é que as saídas de diversas portas podem ser conectadas em um ponto comum. Assim, a saída conjunta estará no nível alto se todas as portas estiverem no nível alto, porque, uma única saída baixa levaria a saída conjunta ao nível 0. Esta configuração é chamada de “wired-AND” porque ela automaticamente realiza a lógica AND ou NAND entre as saídas das diversas portas, sem a necessidade de uma porta AND ou NAND adicional.

Agora, vamos iniciar os nossos trabalhos experimentais, mas, antes quero chamar a atenção para o fato de que vocês deverão tomar alguns cuidados !!!!

1. Circuitos integrados TTL nunca podem receber mais do que +5.5 V ou menos do que 0 V nas suas entradas, portanto, seja cuidadoso quando usar o gerador de funções para alimentar o seu circuito. Se for o caso, você pode acoplar diodos comuns ou Zener 5V1 em cada entrada para proteção adicional.

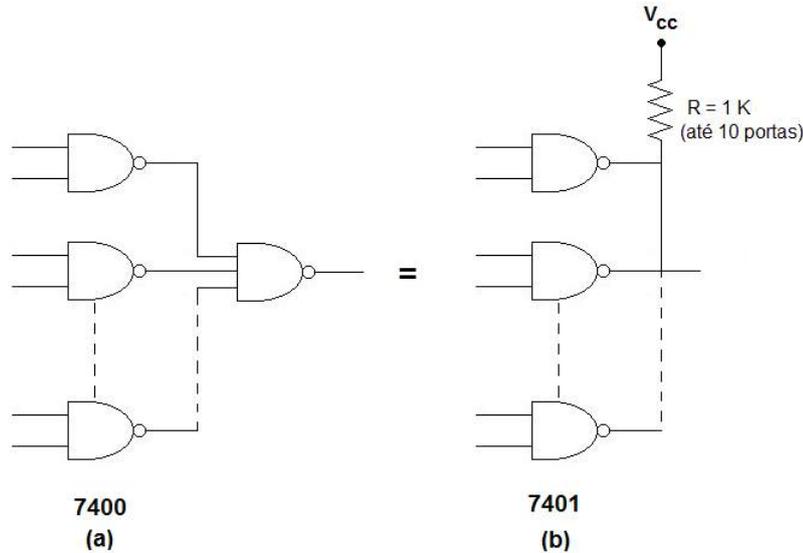


Figura 18.5: Duas implementações que produzem o mesmo resultado lógico.

2. Pelo mesmo motivo é aconselhável que você utilize a saída fixa em +5 V da fonte de alimentação. Conecte um capacitor de desacoplamento de 1-10  $\mu\text{F}$  entre os bornes da placa em que a alimentação está conectada.
3. Para melhorar o desempenho do circuito, mantenha as conexões na placa de montagem o mais curtas possível.
4. Se uma entrada estiver aberta (desconectada) o CI deveria assumir que ela está no nível alto, entretanto, isto nem sempre acontece. Portanto, se uma dada entrada do TTL não for utilizada, conecte-a em algum nível compatível com a operação do circuito ( $V_{cc}$  ou terra).
5. Se o circuito ficar muito extenso e necessitar de mais do que uma placa de montagem, tenha certeza que os terras de todas elas estão conectados em um ponto comum, que corresponde ao terra da fonte de alimentação.
6. Conecte capacitores de desacoplamento de 0.1  $\mu\text{F}$  entre o terra e o  $V_{cc}$  em cada um dos CI.

## 18.1 Prática: Primeiros contatos

Uma das especificações de cada circuito integrado é a máxima corrente que a sua saída pode drenar no nível baixo (*sink current*) em qualquer uma das duas configurações, totem pole ou coletor aberto. Tipicamente, esta corrente é em torno de 20 mA e é importante respeitá-la quando acionando cargas através da saída de um TTL. Por exemplo, a corrente necessária para acender um LED é de alguns miliamperes, portanto, ele pode ser acionado diretamente por um circuito TTL. Entretanto, um resistor deve ser colocado em série com o LED para limitar a corrente. Monte o circuito das Figuras 18.6(a,b). Verifique qual deve ser o nível de tensão na entrada para que o LED acenda.

Qual dos dois circuitos (a) ou (b) na figura 18.6 você utilizaria a fim de simplesmente acender um LED? A resposta é o circuito (a). Porque? Porque, geralmente, o componente TTL tem uma maior capacidade de drenar corrente do que fornecer corrente. Se a corrente for baixa, cerca de poucos miliamperes, tanto faz um circuito como o outro; mas, se for alta, 10 mA ou mais, o circuito (a) é mais apropriado.

No caso em que seja necessário conectar cargas que exigem um nível de corrente (ou tensão) mais elevada, por exemplo lâmpadas incandescentes, costuma-se acoplar transistores na saída do TTL. A Figura 18.6(c) mostra um transistor PNP cuja base é acionada pela porta TTL, permitindo a passagem de corrente entre emissor e a carga no coletor. Monte este circuito e verifique o seu funcionamento.

## 18.2 Prática 2: Lógica combinatória

A partir de portas simples pode-se construir lógicas mais complicadas como as mostradas na Figura 7. Construa estes circuitos e analise o funcionamento. Raciocine a partir dos resultados (tabela verdade) e entenda o porquê do nome atribuído.

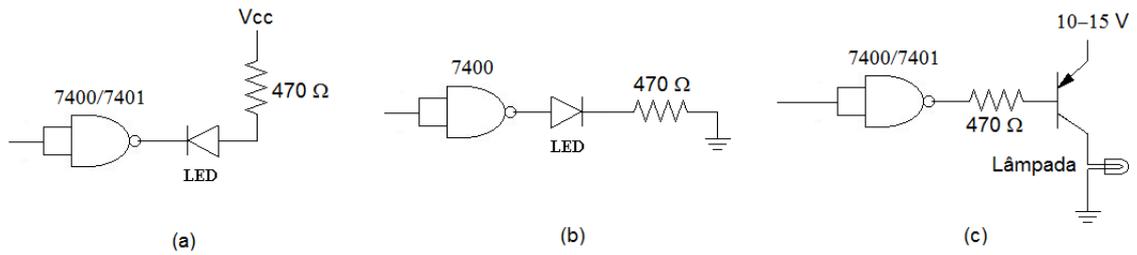


Figura 18.6: Prática: Primeiros contatos.

Estes circuitos representam apenas uma pequena amostra do que pode-se construir a partir das portas básicas. Consulte a literatura e os manuais dos componentes TTL para ver como se constrói os somadores e decodificadores, por exemplo.

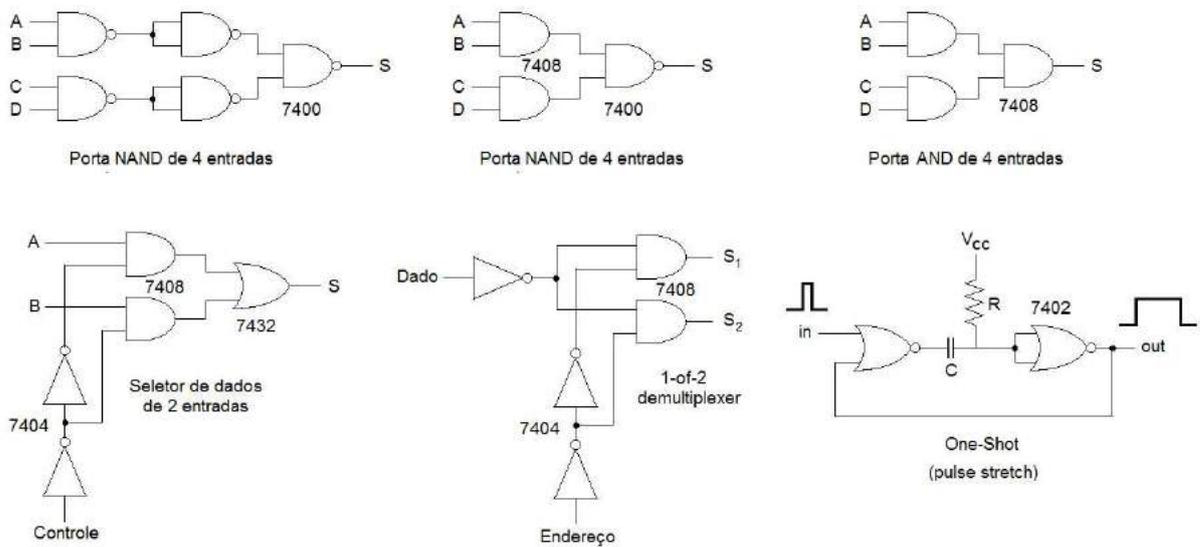


Figura 18.7: Prática: Lógica combinatória.

### 18.3 Prática: Oscilador de áudio

O circuito da Figura 18.8 é um oscilador de áudio útil para diversas aplicações e testes. Monte o circuito com  $C_1 = C_2 = 100$  nF. Estes valores devem assegurar uma oscilação em torno de 4 kHz.

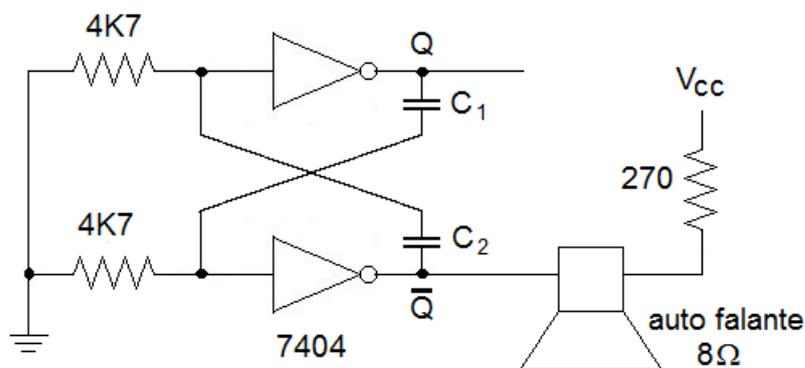


Figura 18.8: Prática: Oscilador de áudio.

Remove o alto-falante e o resistor de 270  $\Omega$ . Qual é a forma de onda nas saídas quando  $C_2 = C_1/10 = 10$  nF?

## 18.4 Prática: *Flip-flop* R-S

Freqüentemente, as funções lógicas dependem não somente das entradas atuando no circuito como também podem depender dos valores prévios destas entradas. O conhecido “*flip-flop*” é um circuito deste tipo e, dentre várias aplicações, ele pode ser usado como um multivibrador biestável e servir como uma memória de um *bit*.

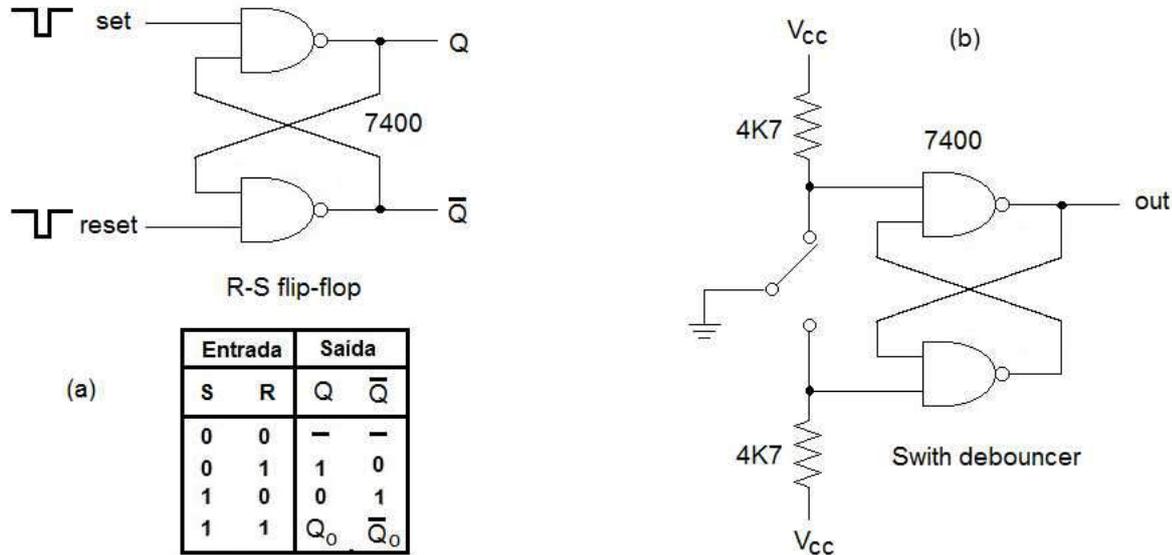


Figura 18.9: Prática: *Flip-flop* R-S.

Este *flip-flop* está mostrado na Figura 18.9(a) e consiste de duas portas NAND acopladas com realimentação. As duas saídas,  $Q$  e  $\bar{Q}$ , devem ser sempre opostas (por definição), isto é, se uma está no estado 1 a outra está no estado 0. Construa este circuito e verifique sua tabela verdade. Note que quando as duas entradas estão ambas no estado 1 as saídas podem ter duas configurações possíveis, dependendo que qual foi a entrada prévia, estabelecida antes de acontecer esta situação. Esta situação indeterminada é representada por  $Q_0$ , onde o sub-índice indica o valor de  $Q$  anterior.

Por outro lado, a condição  $S = R = 0$  é indesejável e inválida e, por isso, deve ser evitada. Esta condição implicaria que as duas saídas ficariam no nível 1 quando, normalmente, desejamos que a saída barrada seja sempre a inversa da outra não-barrada.

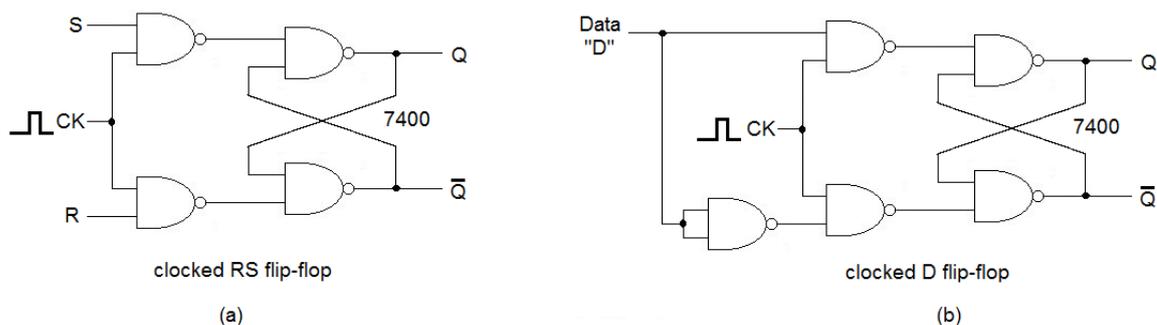
Agora, vamos estudar uma aplicação do *flip-flop* RS. Todo contato mecânico é intermitente. Isto quer dizer que sempre que ele é movido para uma nova posição, o contato se faz e se desfaz inúmeras vezes durante curtos espaços de tempo (mili-segundos) antes que o contato final estável se estabeleça. Isto pode fazer com que um simples acionamento de uma chave seja interpretado como uma sequência de pulsos aleatórios. Em particular, esta situação é enganosa em circuitos que envolvem contadores de pulsos. Verifique com o osciloscópio digital se isso acontece com o interruptor da figura 9b.

Um circuito capaz de evitar esta confusão e fazer com que o contato de uma chave seja interpretado como um único pulso está mostrado na Figura 18.9(b) e é denominado (em inglês) por *switch debouncer*. Monte este circuito e demonstre o seu funcionamento.

## 18.5 *Flip-flop* RS síncrono

A adição de portas na entrada do flip-flop anterior permite que um nível de entrada seja armazenado na saída somente durante o intervalo de tempo que um sinal de *clock* ( $CK$ ), também chamado de *enable* ( $EN$ ), é aplicado. Esta técnica pode ser apreciada no *clocked*-RS *flip-flop* mostrado na Figura 10(a).

Não é necessário construir este circuito. Apenas observe que quando a entrada  $CK$  vai para o nível baixo,  $CK = 0$ , as saídas não se alteram e permanecem no valor que estavam anteriormente. Na transição de  $CK = 0$  para  $CK = 1$ , as entradas  $S$  e  $R$  são copiadas para  $Q$  e  $\bar{Q}$ . Até aqui tudo bem, mas, o problema acontece quando  $CK = S = R = 1$ . Se após esta condição tiver sido estabelecida o *clock* ir para  $CK = 0$  os estados da saída vão depender das velocidades de chaveamento das portas, gerando uma situação indeterminada (assim como no *flip-flop* RS assíncrono).

Figura 18.10: Prática: *Flip-flop* R-S síncrono.

## 18.6 Prática: *Flip-flop* D

Uma maneira de assegurar-se de que o estado indeterminado (observado na prática anterior) nunca aconteça é fazer com que uma entrada seja sempre a inversa da outra. Isto é feito no *clocked D flip-flop* da Figura 18.10(b). Este circuito é conhecido como *data latch*, ou memória. Note que quando  $CK = 0$  a saída fica travada no valor anterior, mas, quando  $CK = 1$  a saída  $Q$  acompanha os mesmos níveis da entrada  $D$ . Monte o circuito alimentando o sinal de *clock* com o gerador de sinais da Figura 18.8, verifique o seu funcionamento e construa a tabela verdade.

Existem outros tipos importantes de configurações para *flip-flops*, tais como o *master-slave* e o J-K, porém, terminaremos este capítulo por aqui, deixando para vocês a tarefa de aprofundar-se ainda mais nesta matéria. É importante que vocês consultem a literatura e os manuais da família TTL porque existem diversos *flip-flops* comerciais prontos para o uso.

No futuro estudaremos algumas aplicações dos *flip-flops*, tais como, memórias, registradores de deslocamento, contadores, frequencímetros, etc. Em seguida, faremos a ponte entre as Eletrônicas Analógica e Digital estudando os conversores análogo-digital e digital-analógico.

### TEXTO INCOMPLETO

Mas, sejam bem vindos neste outro Hemisfério da Eletrônica !

## Parte III

# Circuitos eletrônicos analógicos: Aplicações

# Capítulo 19

## Amplificador Operacional IV

O conceito “realimentação”, chamado em inglês por *feedback*, tem implicações e aplicações que ultrapassam os limites da eletrônica, estando presente em quase todos os sistemas físicos, biológicos, geológicos, sociais, etc. O tema é muito vasto mas, neste curso, o assunto será apenas apresentado e focado ao nosso interesse particular que reside nas aplicações dos amplificadores operacionais. É claro, apresentar significa introduzir o tema na profundidade mínima necessária para abordar os assuntos que nos interessam.

Talvez, o exemplo mais conhecido de vocês envolvendo processos de realimentação na eletrônica é o que se chama “microfonia” e que ocorre quando alguém fala ao microfone posicionando-se muito próximo dos alto-falantes.

Certamente este efeito já aconteceu com você, ou você já viu e ouviu acontecendo com alguém, seja durante um show musical ou em oratórias em um anfiteatro. Todos já ouviram aquele som agudo, ensurdecido e irritante! Pois é, o engraçado é que o som agudo surge também quando a pessoa não está falando!

Veremos logo mais, que o que ocorre é que o amplificador amplifica o seu próprio ruído, em uma frequência específica, muito similarmente ao que ocorre em sistemas ressonantes.

Mas, se o efeito da realimentação fosse sempre assim, tão irritante, qual seria a sua utilidade? Esta é a pergunta que pretendemos responder.

Embora já anteriormente utilizada em projetos mecânicos, a teoria da realimentação na eletrônica foi desenvolvida principalmente pelos engenheiros elétricos, na tentativa de projetar amplificadores com ganho estável, a fim de equipar os repetidores telefônicos. O primeiro amplificador com realimentação negativa foi desenvolvido por Harold Black, um engenheiro da empresa Western Electric Company, em 1928. Hoje em dia, a técnica está tão bem documentada e aperfeiçoada que é praticamente impossível encontrar um amplificador que não possua realimentação. Além disso, espero que no final deste estudo vocês façam, por si mesmos, uma auto-avaliação, a fim de entenderem que, além de ser muito importante em eletrônica, o conhecimento dos conceitos envolvidos em processos com realimentação podem ser muito úteis para a modelagem de outros sistemas físicos reais.

### 19.1 Realimentação de amplificadores: conceitos gerais

A realimentação se apresenta de duas maneiras diferentes: a **negativa** (ou degenerativa) e a **positiva** (ou regenerativa). A realimentação negativa é normalmente utilizada em amplificadores a fim produzir os seguintes resultados principais:

- Insensibilizar o ganho do amplificador, o que significa dizer deixar o ganho do amplificador insensível às variações no valor dos componentes e de suas características intrínsecas - variações estas causadas principalmente por mudanças na temperatura.
- Reduzir distorções que afetam a linearidade entre entrada e saída, isto é, manter a saída proporcional à entrada (ou ainda, em outras palavras, manter o ganho constante independentemente da amplitude e frequência do sinal de entrada).
- Controlar as impedâncias de entrada e saída do amplificador, isto é, aumentar ou diminuir as impedâncias de entrada e saída para satisfazer as necessidades do projeto envolvido.
- Aumentar a largura de banda do amplificador, ou seja, fazer com que o amplificador tenha uma melhor resposta em altas frequências.

Parece maravilhoso resolver todos estes problemas de uma só vez, não acham?

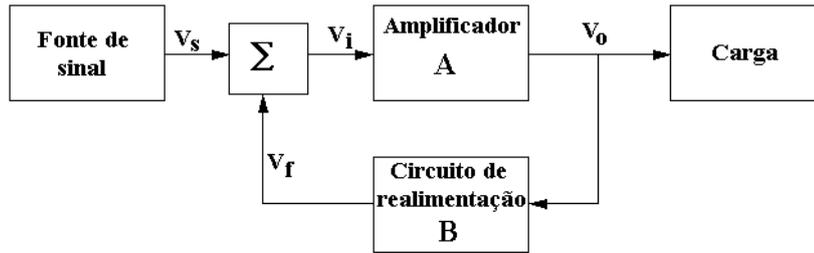


Figura 19.1: Diagrama de um sistema com realimentação.

Entretanto, conhecendo o sábio ditado popular que diz “se Deus tivesse dado asas para a cobra, teria tirado o veneno”, podemos prever que a técnica da realimentação pode não ser tão eficiente assim.

De fato, todos os benefícios descritos acima só podem ser obtidos à custa de um prejuízo enorme: a diminuição do ganho do amplificador. Em outras palavras, a idéia da realimentação negativa é fazer uma troca justa: **ganho por qualidade**.

Por este motivo é que os amplificadores operacionais possuem um ganho de laço aberto enorme. Assim, eles podem trocar esta qualidade, que têm de sobra, por outras que lhes faltam.

A realimentação positiva (a mesma que ocorre no efeito de microfonia mencionado acima) também é bastante utilizada em circuitos eletrônicos, principalmente no projeto de osciladores. Isto significa que, através da realimentação positiva, pode-se transformar corrente contínua (DC) em corrente alternada (AC).

Para entender como o processo de realimentação ocorre, vamos considerar o diagrama da Figura 19.1, que mostra a estrutura típica de um amplificador com realimentação.

Para dar integridade a este texto, algumas das definições já estabelecidas anteriormente serão aqui re-enunciadas. A notação utilizada refere-se à Figura 19.1.

Um amplificador tem um ganho,  $A > 0$ , que usualmente recebe um nome especial: “ganho de laço-aberto” (em inglês, *open-loop gain*). O ganho de laço-aberto relaciona a entrada com a saída do amplificador:

$$V_o = AV_i \quad (19.1)$$

A saída do amplificador alimenta uma carga qualquer e também o circuito de realimentação, o qual produz uma tensão  $V_f$  proporcional à saída do amplificador e é definida pelo “fator de realimentação” (*feedback factor*) denotado por  $B$ :

$$V_f = BV_o \quad (19.2)$$

O dispositivo designado pelo símbolo  $\Sigma$  é um “somador”, que soma o sinal fornecido pela fonte de sinal,  $V_s$ , com o sinal de realimentação,  $V_f$ , resultando no sinal  $V_i$  que é aplicado na entrada do amplificador:

$$V_i = V_s + V_f \quad (19.3)$$

O ganho do amplificador com realimentação, também chamado de “ganho de laço-fechado” (*closed-loop gain*) e denotado pela letra  $G$ , é definido por:

$$V_o = GV_s \quad (19.4)$$

Combinando as equações obtemos,

$$G = \frac{V_o}{V_s} = \frac{A}{1 - AB} \approx -\frac{1}{B} \quad (19.5)$$

O fator  $AB$  é chamado de “ganho de laço” (*loop gain*) e, para que a **realimentação seja negativa**, ele deve ser negativo,  $B = -|B|$ , resultando:

$$G = \frac{V_o}{V_s} = \frac{A}{1 + A|B|} \approx \frac{1}{|B|} \quad (19.6)$$

Da Equação 19.6 resulta o princípio básico do amplificador com realimentação negativa. Vejamos! Se o produto  $A|B|$  for muito maior que 1, o ganho de laço-fechado passa a ser  $G \approx 1/|B|$ , o que representa um resultado muito interessante: o ganho do amplificador com realimentação negativa é determinado somente pelo circuito de realimentação.

Considerando que o circuito de realimentação pode ser constituído somente por componentes passivos, ele pode ser bastante estável, mantendo o ganho do circuito todo (isto é,  $G$ ) também estável. Se a realimentação não existisse ( $B = 0$ ) o ganho do amplificador seria igual a  $A$  e, portanto, dependeria de muitos parâmetros que não se tem controle (por exemplo, os valores dos  $\beta$  dos transistores e da temperatura), o que tornaria o ganho instável e indeterminado.

As equações acima ainda podem ser combinadas para se obter uma relação entre  $V_f$  e  $V_s$ , resultando:

$$V_f = \frac{AB}{1-AB}V_s \approx -V_s \quad (19.7)$$

Portanto, se o produto  $|AB|$  for muito maior que 1, teremos  $V_f \approx -V_s$  e, também,  $V_i \approx 0$ . Isto representa outro resultado interessantíssimo: se o ganho de laço for grande ( $|AB| \gg 1$ ), o sinal de realimentação  $V_f$  é uma réplica perfeita do sinal de entrada  $V_s$  (porem, sempre  $180^\circ$  fora de fase). O pequeno resultado não nulo de  $V_f + V_s$  que pode existir, devido ao fato de que o ganho de laço não pode ser infinito, é denominado de “sinal de erro” (ou, *error signal*).

Portanto, acabamos de demonstrar aqui a primeira das 4 vantagens que a realimentação negativa oferece ao amplificador. As outras 3 restantes ficarão sem demonstração.

### 19.1.1 A instabilidade

Passaremos agora a analisar o que ocorre quando **a realimentação é positiva**. O resultado a ser obtido, você verá, é menos intuitivo que o anterior e a matemática envolvida se torna mais complicada. Aqui, tentaremos evitar a matemática e nos ater aos fatos sem uma correspondente demonstração rigorosa.

A realimentação positiva ocorre quando  $B$  é positivo. O fato de  $A$  e  $B$  serem positivos não deveria causar problemas porque, se você analisar as equações 19.4 e 19.5 para a situação em que  $AB \gg 1$ , deverá obter resultados similares aos anteriores:  $G \approx -1/B$  e ainda  $V_f = -V_s$ . Isto é, exatamente o mesmo resultado que se obteve com realimentação negativa, com a única diferença que agora o ganho do amplificador é negativo (o que resulta em um amplificador inversor). Portanto, qual é o problema?

O problema é que os parâmetros  $A$  e  $B$  não podem ser considerados números (escalares) constantes e independentes da frequência. Eles são, em geral, determinados pelas impedâncias dos componentes do circuito e devem ser tratados como números complexos dependentes da frequência.

Neste cenário, o ganho do amplificador  $A(\omega)$  recebe nome de “função de transferência do laço-aberto” (*open-loop transfer function*);  $B(\omega)$  é a “função de transferência da realimentação” (*feedback transfer function*) e o produto  $A(\omega)B(\omega)$  é a “função de transferência do laço-fechado” (*closed-loop transfer function*). Todas estas funções são funções complexas de uma variável real (da frequência  $\omega$ ).

Sempre é possível ter controle sobre o projeto do circuito de realimentação de tal forma que o parâmetro  $B$  seja um número real independente da frequência. Entretanto, não se pode dizer o mesmo com relação a  $A$ . O ganho de um amplificador (sem realimentação) é normalmente dependente da frequência, especialmente quando o ganho é grande. Usualmente, o módulo de  $A$  diminui com o aumento da frequência (e diminui muito!).

Vamos agora analisar uma única situação: aquela em que  $A$  e  $B$  são reais e positivos, porém  $A$  é função da frequência. Neste caso, a equação 19.5 fica assim:

$$G(\omega) = \frac{A(\omega)}{1 - A(\omega)B} \quad (19.8)$$

Se o produto  $A(\omega)B$  for menor do que 1, o ganho do amplificador com realimentação positiva,  $G$ , será maior do que o ganho de laço-aberto do amplificador,  $A$ . Mas, e daí? Qual o problema? Por enquanto, nenhum!

Entretanto, se o produto  $A(\omega)B$  for igual a 1, a Equação 19.8 nos diz que acontecerá algo interessantíssimo: o ganho  $G(\omega)$  será infinito! Se lembrarmos que  $V_o = G(\omega)V_s$ , este resultado significa que é possível ter uma saída  $V_o \neq 0$  mesmo quando  $V_s = 0$ . Isto não é estranho? O que você acha?

Pode ser que seja estranho, mas, esta propriedade, intrinsecamente associada à realimentação positiva, é o princípio básico do funcionamento da grande maioria dos osciladores.

Para visualizar como este laço de realimentação pode oscilar considere o circuito da Figura 19.1 mas, com a entrada  $V_s = 0$ .

Como conseqüência, é possível que ocorra em um dado instante a seguinte situação:  $V_s = V_i = V_o = V_f = 0$ . De fato, uma simples análise das equações anteriores mostra que esta é uma situação possível (isto é, de equilíbrio). Em princípio, esta é a situação estacionária quando o circuito está desligado. Entretanto, o que acontece quando ligamos as fontes que alimentam o circuito?

Imagine que alguma interferência externa provoque uma certa perturbação que altere ligeiramente o valor de  $V_i$ . Aproximar o seu dedo no circuito, por exemplo, pode induzir tensões eletrostáticas que alteram o potencial em pontos do circuito que estão conectados a cargas de alta impedância. O espectro

de Fourier desta perturbação possui, em geral, uma larga faixa de freqüências, incluindo aquela que corresponde à situação em que  $A(\omega)B = 1$ . Chamando de  $\omega_o$  esta tal freqüência, os sinais de entrada nos diferentes módulos da circuito serão:

$$\begin{aligned} V_s(t) &= 0 \\ V_i(t) &= V_i^o \text{sen}(\omega_o t) \\ V_o(t) &= AV_i^o \text{sen}(\omega_o t) \\ V_f(t) &= ABV_i^o \text{sen}(\omega_o t) = V_i(t) \quad \text{pois } AB = 1 \end{aligned} \quad (19.9)$$

Como o sinal de realimentação  $V_f(t)$  é somado no módulo  $\Sigma$ , o sinal  $V_i(t)$  surge (como que por encanto) na entrada do amplificador para ser amplificado novamente; mesmo considerando que o sinal de entrada seja nulo, isto é,  $V_s = 0$ .

Portanto, a realimentação força o sinal espúrio  $V_i(t)$  a se manter na entrada do amplificador, isto é, “imortalizar-se”. Daí prá frente, haverá sempre na entrada e na saída do amplificador um sinal senoidal de freqüência  $\omega_o$ .

Vocês podem não acreditar, mas este papo maluco é baseado na verdade. Tanto é verdade que esta é a explicação do fenômeno de microfonia mencionado no início. Então, nesta situação, diz-se que o amplificador está oscilando com freqüência  $\omega_o$ .

A pergunta que ainda nos resta fazer é: o que acontece quando  $B$  é positivo e o ganho  $A(\omega)B$  é maior que 1? Não vamos responder esta questão de uma forma geral, mas sim, daremos uma resposta estritamente válida para os circuitos que estamos interessados em estudar.

A resposta, que de forma alguma é óbvia, diz que o circuito vai oscilar e que estas oscilações vão crescer em amplitude até que alguma não linearidade presente no circuito (proposital ou fortuita) reduza o ganho  $A(\omega)B$  para exatamente 1, situação esta em que a oscilação é mantida estacionária. Esta técnica, baseada em iniciar as oscilações com um ganho de laço maior que 1 e depois utilizar uma não linearidade para reduzir o ganho para 1 é aquela que é sempre utilizada na construção de osciladores eletrônicos.

A teoria envolvida no projeto de amplificadores com realimentação é muito interessante, todavia, nosso objetivo é muito limitado e não há tempo para nos dedicarmos a este tópico. Entretanto, um certo conhecimento básico é muito útil, pois é sempre melhor você saber que não sabe do que sair por aí dizendo que sabe sem saber!

## 19.2 Osciladores com ponte de Wien

Um dos osciladores harmônicos mais simples é baseado em um circuito muito conhecido e denominado de ponte de Wien, a qual já foi detalhadamente discutido em um capítulo anterior. Quando a ponte de Wien está associada a um amplificador operacional, através de uma realimentação positiva, o circuito é denominado de “oscilador com ponte de Wien”, cuja estrutura básica está mostrada na Figura 19.2. Observe que a estrutura deste circuito é essencialmente a mesma que a do “oscilador de relaxação” estudado no capítulo anterior.

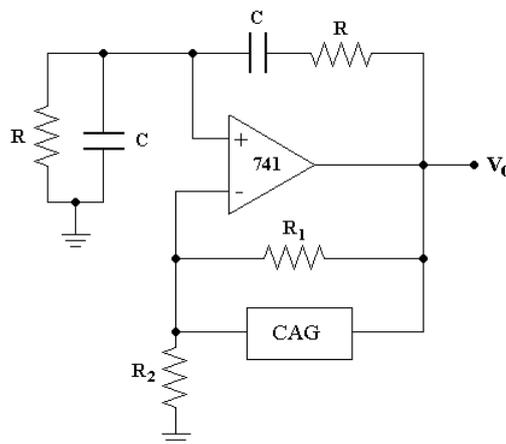


Figura 19.2: Estrutura básica do oscilador com ponte de Wien.

O circuito de Wien consiste das associações série e paralela dos resistores  $R$  e capacitores  $C$  que formam a realimentação positiva do amplificador. Note que existe também uma malha de realimentação negativa, através da qual se faz o controle ou limitação da amplitude do sinal de saída.

Para uma primeira análise, vamos considerar que o controle automático de ganho, CAG, não está presente no circuito (em inglês este dispositivo é denominado AGC, ou *Automatic Gain Control*). Nesta situação, a voltagem no terminal (-) vale

$$V^- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_o = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2}} V_o \quad (19.10)$$

O potencial no terminal (+) foi calculado anteriormente onde encontramos,

$$\hat{V}^+ = \frac{1}{3 + j(\omega CR - \frac{1}{\omega CR})} V_o \quad (19.11)$$

Para que a saída do operacional não esteja saturada é necessário que  $V^+$  tenha um valor muito próximo de  $V^-$  (ou seja,  $V^+ \approx V^-$ ). Por outro lado, a teoria diz que, para que existam oscilações, é necessário que a realimentação positiva esteja em fase com a saída. Portanto, esta última condição requer que as oscilações ocorram na frequência que torna  $\hat{V}^+$  um número real, isto é, na frequência:

$$\omega_o = \frac{1}{RC} \quad (19.12)$$

Se o circuito oscilar nesta frequência, então a voltagem no terminal (+) será simplesmente  $V^+ = V_o/3$  e, para que ela seja próxima da voltagem no terminal (-) devemos ter  $R_1 = 2R_2$ . Esta é a condição para que o amplificador oscile indefinidamente.

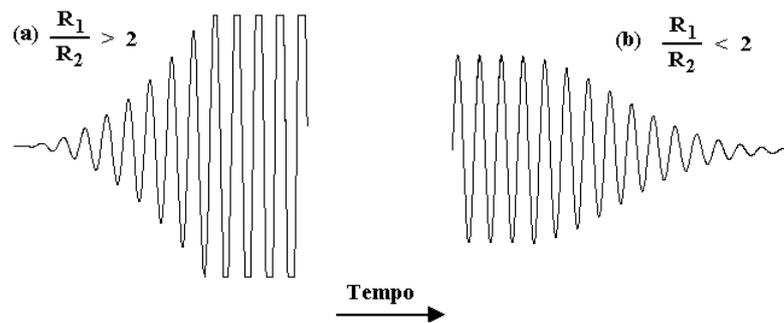


Figura 19.3: As duas situações típicas esperadas para um oscilador sem controle automático de ganho.

Entretanto, a situação não é tão simples assim porque os valores dos componentes podem variar, especialmente em função da temperatura, e a teoria diz que para que a oscilação permaneça estável é necessário que a relação  $R_1 = 2R_2$  seja mantida exata durante todo o tempo. Isto é impossível de ser conseguido, mesmo utilizando resistores especiais. Se a relação  $R_1/R_2$  ficar um pouco menor que 2, a amplitude da oscilação decai até desaparecer completamente. Se a relação  $R_1/R_2$  ficar um pouco maior que 2, a amplitude da oscilação aumenta, até saturar a saída do operacional. Esta dinâmica está esquematizada na Figura 19.3.

Na Figura 19.2, o bloco denominado CAG executa a função do controle automático de ganho que serve para evitar que a oscilação entre em regime de saturação ou que amortea. Com a implementação do CAG a malha de realimentação é capaz de automaticamente manter o ganho exato de  $R_1/R_2 = 2$ , capaz de estabilizar as oscilações.

Veremos adiante como o CAG pode ser implementado na prática.

### 19.2.1 Prática: Oscilador com ponte de Wien sem controle automático de ganho

O circuito a ser montado está mostrado na Figura 19.4. O potenciômetro ajusta o ganho da realimentação positiva de tal forma que  $V^+ = V_o R_3 / (R_1 + R_2 + R_3)$  e a condição para oscilações estáveis é  $\gamma = (R_1 + R_2) / R_3 = 2$ . Para garantir que as oscilações iniciem, ajuste o potenciômetro tal que  $\gamma$  seja ligeiramente maior que 2. Nesta situação você deve observar um sinal alternado saturado (de amplitude  $\pm 15$  V). Agora, diminua o valor de  $\gamma$  abaixo de 2 e observe que as oscilações desaparecem. Se você tiver paciência, é possível que consiga ajustar exatamente  $\gamma = 2$  e manter as oscilações estáveis e com uma amplitude menor que  $\pm 15$  V mas, com certeza, esta situação não vai durar muito tempo.

Não desmonte o circuito. Você vai precisar dele na próxima prática.

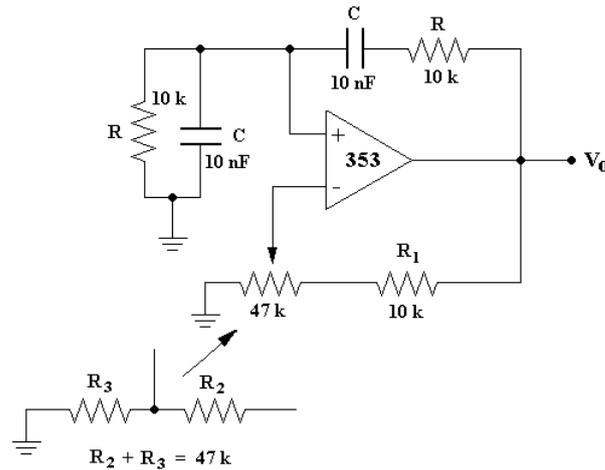


Figura 19.4: Implementação prática de um oscilador com ponte de Wien sem controle automático de ganho.

### 19.2.2 Prática: Oscilador com ponte de Wien com controle automático de ganho

A amplitude das oscilações obtidas no circuito da prática anterior pode ser estabilizada através do CAG formado pelos dois diodos, conforme está esquematizado na Figura 19.5. Para montar este circuito basta adicionar os dois diodos no circuito anterior. Ajuste o potenciômetro para que as oscilações apareçam. Se a amplitude das oscilações mostrarem a tendência de aumentar, os diodos conduzem diminuindo a resistência efetiva entre os pontos *a* e *b*, reduzindo o valor equivalente de  $R_1$ , diminuindo  $\gamma$  e reduzindo a amplitude das oscilações. Algo similar, mas oposto, acontece se as oscilações mostram a tendência de se amortecerem. Portanto, os diodos fazem a “mágica” de estabilizar o circuito, mantendo o parâmetro  $\gamma$  constante, e igual a 2, de uma forma automática. A amplitude da função harmônica na saída pode ser ajustada variando-se o potenciômetro.

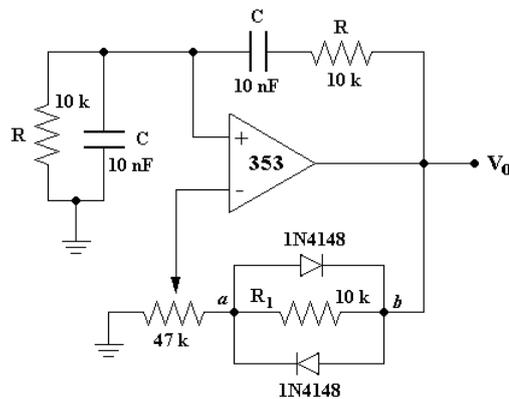


Figura 19.5: Implementação prática de um oscilador com ponte de Wien com controle automático de ganho.

Por último, desejamos fazer algumas observações práticas. Conforme se vê na Equação 19.12, a seleção da frequência de oscilação pode ser feita através de  $R$  ou  $C$ . Isto significa ajustar simultaneamente pares de componentes idênticos. Na prática, é preferível variar os dois resistores de valor  $R$  de forma contínua e idêntica através de um potenciômetro duplo de boa qualidade. Por outro lado, as variações de  $C$  podem ser feitas com valores discretos, a fim de selecionar a faixa de frequências em que o circuito vai oscilar. Evidentemente, não devemos utilizar capacitores eletrolíticos no circuito oscilador.

O oscilador em ponte de Wien é o mais popular dentre os osciladores harmônicos, pois apresenta ótimo desempenho em baixas frequências e uma saída senoidal praticamente perfeita para a maioria das aplicações. Existem, entretanto, outros tipos de osciladores harmônicos, tais como, o oscilador de Armstrong, oscilador de Colpitts, oscilador de Hartley, e outros mais que não serão estudados neste curso.

## Capítulo 20

# Amplificadores diferencial e instrumental

O amplificador operacional estudado nos capítulos anteriores possui duas entradas referenciadas a um terra comum, isto é, ele possui 3 terminais de entrada: a entrada positiva, a negativa e o terra. Logo, **ele é um amplificador diferencial**.

Mas ... então ... porque?

Neste capítulo iremos implementar um novo amplificador diferencial mas, antes disso, o objetivo será entender porque ele existe: seria apenas uma redundância?

Antes de explicar o que é um amplificador diferencial e quais suas características, vamos motivar mostrando prá que serve! Existem diversas situações em que um amplificador diferencial é indispensável. Vou discorrer apenas sobre uma delas.

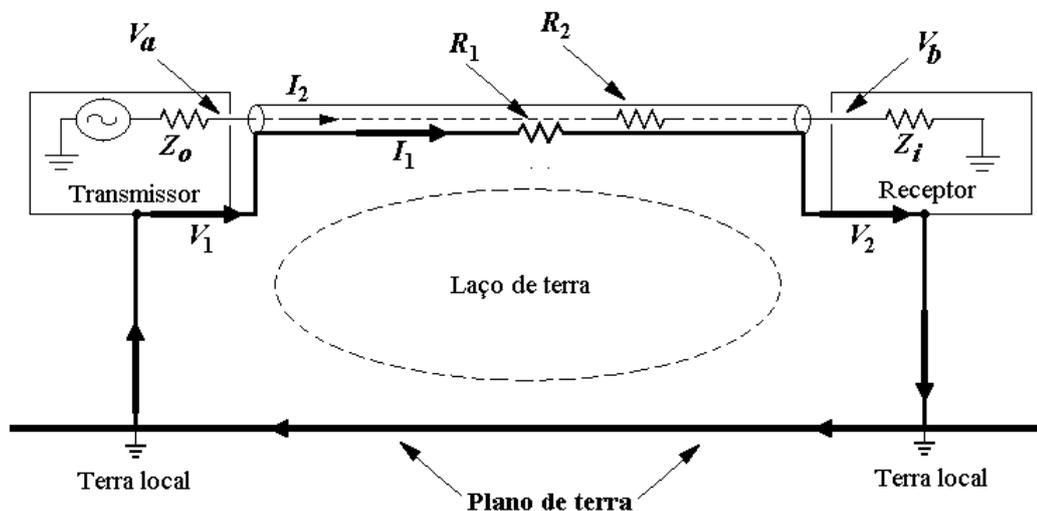


Figura 20.1: Elo de terra formado na transmissão de sinais por um cabo coaxial simples com um único condutor interno.

Uma situação corriqueira encontrada nos laboratórios de pesquisa está exemplificada na Figura 20.1. Neste exemplo, um equipamento genérico, denominado de “transmissor”, transmite um sinal elétrico a outro, denominado de “receptor”. A impedância de saída do transmissor é  $Z_o$  e a de entrada do receptor é  $Z_i$ . Para transmitir o sinal elétrico entre os dois equipamentos foi utilizado um cabo coaxial. Como já estudamos anteriormente na seção 7.6.1, um cabo coaxial possui dois condutores: uma malha externa de resistência  $R_1$  e um fio fino interno de resistência  $R_2$ . Idealmente estas duas resistências seriam nulas, mas, na prática elas são pequenas porém não nulas. Qual o problema criado por estas resistências? Por enquanto nenhum!

Qual a utilidade da blindagem do cabo coaxial? Como o nome diz, a sua finalidade é a de **blindar** o fio interno com relação a interferências externas, mas, para que esta blindagem seja efetiva ela deve estar  **aterrada** (ver seção 7.6.1) e é aqui que *mora o perigo!*

Normalmente, tanto a carcaça do transmissor quanto a do receptor estão aterradas nos seus respectivos terras locais. Como a blindagem do cabo coaxial está conectada nos seus dois extremos às carcaças dos dois equipamentos, estabelece-se fisicamente um “elo de terra” ou *ground loop* que é, mesmo para um cabo de apenas dois metros de comprimento, potencialmente capaz de prejudicar a qualidade da transmissão do sinal. Porque?

O elo de terra formado pelos dois equipamentos, conectados entre si através do cabo coaxial e pelo plano de terra, é uma indutância (ou antena) eficiente, capaz de induzir uma corrente  $I_1$  através da blindagem do cabo em resposta a variações de campos magnéticos produzidos pelo ambiente. Chamamos a atenção que a corrente  $I_2$  através do fio interno é, na prática, muito pequena pois a impedância de entrada do receptor é muito alta, enquanto que a do transmissor é baixa. Portanto, na prática podemos adiantar que a diferença de potencial  $V_a - V_b$  é nula.

Bom, e daí? O problema é que, devido a corrente espúria  $I_1$  os potenciais elétricos nas duas extremidades da blindagem, denotados por  $V_1$  e  $V_2$  não serão iguais quando a resistência  $R_1$  for diferente de zero. O sinal produzido pelo transmissor é a diferença de potencial  $V_a - V_1$  enquanto que a recebida pelo receptor é  $V_b - V_2$ . Sendo que  $V_a = V_b$ , mas  $V_1 \neq V_2$ , o sinal recebido não mais será igual ao sinal transmitido! A diferença entre eles, causada por interferências externas, é quase aleatória, imprevisível e comumente interpretada como **ruído**.

Na verdade este “ruído” não é um ruído intrínseco, devendo ser chamado simplesmente por “interferência”, pois ele pode ser eliminado pelo emprego de técnicas especiais. A figura 20.2 mostra como isso pode ser feito, utilizando-se de um cabo com blindagem e dois fios condutores internos.

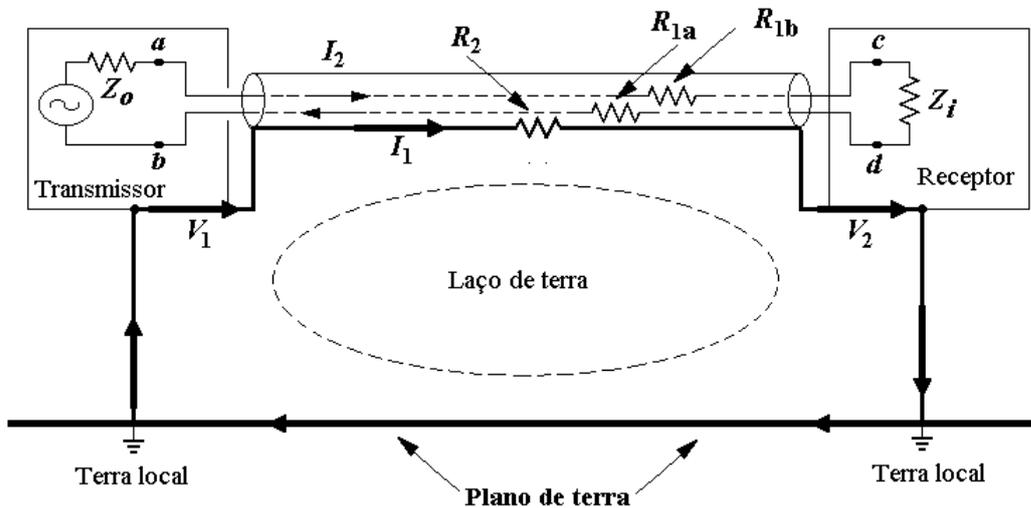


Figura 20.2: Elo de terra formado na transmissão de sinais por um cabo coaxial com dois condutores internos.

Neste segundo caso, os sinais elétricos produzidos pelo transmissor,  $V_a - V_b$ , assim como o recebido pelo receptor,  $V_c - V_d$ , não são mais referenciados com relação aos terras locais pois agora são **flutuantes**. Os dois fios condutores continuam tendo resistência porém, como a impedância de entrada do receptor é alta, a corrente  $I_2$  é nula e podemos garantir que  $V_a - V_b = V_c - V_d$ . A blindagem também continua tendo resistência,  $R_1$ , e devido ao elo de terra os dois potenciais,  $V_1 \neq V_2$ , continuam sendo influenciados por campos magnéticos externos, mas, este efeito não se traduz em prejuízo pois ele não afeta a diferença de potencial  $V_c - V_d$  medida pelo receptor. Entretanto, este arranjo requer que o primeiro estágio de amplificação no receptor tenha a configuração de um amplificador diferencial, que recebe como entradas os dois potenciais,  $V_c$  e  $V_d$ , e o referencial do terra,  $V_2$ .

Este arranjo experimental resolve o problema em questão, mas, ainda sobra uma questão relevante a ser respondida que é a seguinte: “Como fazer para medir precisamente a diferença de potencial  $V_c - V_d$  de tal forma que o resultado seja insensível às variações do potencial de terra,  $V_2$ ?”. Esta pergunta é fundamental e será melhor formulada e respondida ao longo deste capítulo.

## 20.1 Amplificador diferencial

O circuito da Figura 20.3(b) é um amplificador diferencial. Ele amplifica somente a diferença de potencial entre as suas duas entradas (denotadas por 1 e 2). Se uma mesma voltagem é aplicada simultaneamente em suas duas entradas, a saída (no caso ideal) será nula. Este “nulo” depende tanto

das características do amplificador operacional (*input offset voltage*, principalmente), como também da perfeita equivalência entre os pares de resistores. Como exercício, demonstre que:

$$V_o = \frac{R_2}{R_1} (V_2 - V_1) \quad (20.1)$$

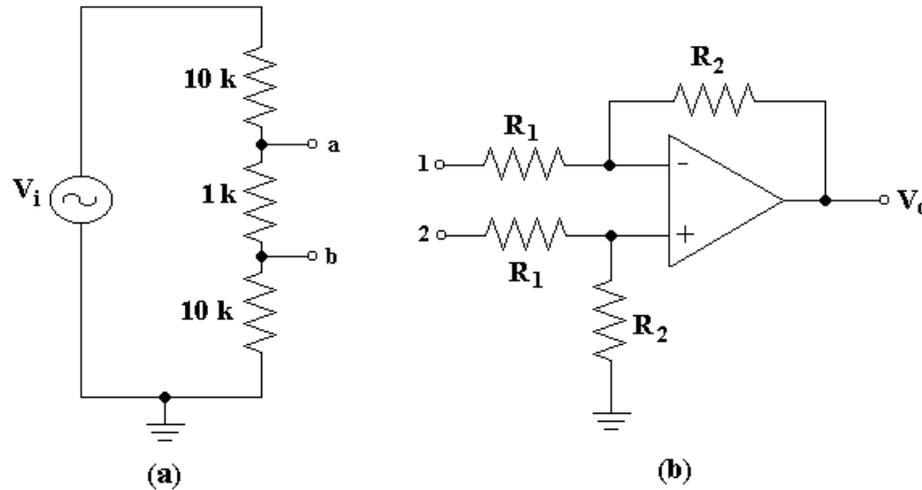


Figura 20.3: (b) Amplificador diferencial. (a) circuito para teste.

### 20.1.1 Prática: teste simples do amplificador diferencial

Construa separadamente os circuitos da Figura 20.3 (a) e (b), utilizando  $R_1 = 10\text{k}$  e  $R_2 = 100\text{k}$ . Para o circuito (a) calcule a diferença de potencial entre os pontos  $a$  e  $b$ , isto é  $V_a - V_b$ , em função de  $V_i$ .

Aplice uma onda senoidal de 1 kHz e 5 Vpp na entrada do divisor de tensão. Conecte a entrada 1 do amplificador diferencial no ponto  $a$  do divisor e a entrada 2 no ponto  $b$ .

Meça a amplitude e fase do sinal de saída. Quais seriam os valores correspondentes esperados pela teoria?

Em seguida, conecte a entrada 1 no ponto  $b$  e a entrada 2 no ponto  $a$ . Meça a amplitude e fase do sinal de saída. Quais seriam os valores correspondentes esperados pela teoria?

Agora conecte as duas entradas do amplificador diferencial juntas no ponto  $a$  e meça a voltagem de saída com o osciloscópio na escala de milivolts. Qual é a voltagem de saída?

Repita o procedimento após substituir o resistor de 1k por outro de 22k. Após realizar este segundo experimento, o que você pode concluir a respeito da impedância de entrada deste amplificador diferencial?

### 20.1.2 Precisão dos resistores de ganho

A mesma estrutura do amplificador anterior está reproduzido na Figura 20.4. Observe que este circuito é um pouco mais geral que o anterior, no sentido que deixamos em aberto a possibilidade de que os quatro resistores possam ter quaisquer valores.

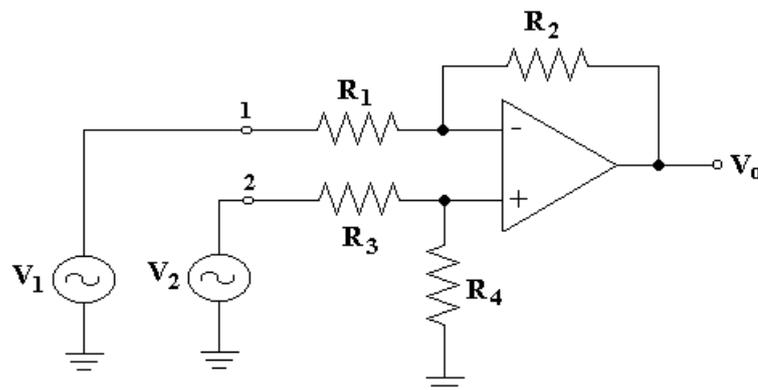


Figura 20.4: Reprodução da estrutura do amplificador diferencial com resistores genéricos.

O primeiro passo é encontrar uma expressão para a voltagem de saída  $V_o$ , em função das duas entradas  $V_1$  e  $V_2$  e dos quatro resistores  $R_1, R_2, R_3$  e  $R_4$ .

Para isso, poderíamos seguir diversos caminhos, mas, a fim de enriquecer o nosso acervo de técnicas teóricas, vamos utilizar um enfoque que a uma primeira vista parece ser um pouco mais complicado do que o necessário: utilizaremos o **princípio da superposição**.

Para um primeiro passo, imagine que a entrada  $V_2$  é nula, isto é, a entrada 2 está aterrada. Portanto, neste caso, a saída dependerá exclusivamente de  $V_1$ , e denotamos o seu valor por  $V_{o1}$ . Se  $V_2$  é nulo, então os resistores  $R_3$  e  $R_4$  estão em paralelo e, como não pode haver corrente na entrada (+) do operacional, o ganho do circuito não será afetado pelos valores destes resistores.

Em outras palavras, a entrada (+) do operacional estará sempre no potencial de terra, independentemente dos valores de  $R_3$  e  $R_4$ . Assim, não é difícil observar que o circuito consiste simplesmente de um amplificador inversor de ganho  $-R_2/R_1$ , ou seja,

$$V_{o1} = -\frac{R_2}{R_1} V_1 \quad (20.2)$$

O segundo passo é complementar e consiste em considerar que  $V_1$  é nulo e então calcular a voltagem de saída,  $V_{o2}$ , correspondente à entrada  $V_2$ . Também neste caso é fácil reconhecer que o circuito possui a configuração de um amplificador não-inversor, com o ganho  $(1 + R_2/R_1)$  aplicado sobre a saída do divisor de tensão formado por  $R_3$  e  $R_4$ . Assim:

$$V_{o2} = V^+ \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = V_2 \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \quad (20.3)$$

O princípio da superposição nos diz que a saída do circuito, na situação geral em que  $V_1$  e  $V_2$  podem ter valores quaisquer, é dada pela soma de  $V_{o1}$  e  $V_{o2}$ , resultando:

$$V_o = V_{o1} + V_{o2} = -\frac{R_2}{R_1} V_1 + \frac{1 + R_2/R_1}{1 + R_3/R_4} V_2 \quad (20.4)$$

Feito isso, vamos analisar esta equação. Em primeiro lugar, se impusermos que  $V_1 = V_2 = 0$  teremos  $V_o = 0$ , que é um resultado simpático. Entretanto, se  $V_1 = V_2 \neq 0$  a saída poderá não ser nula, que representa um resultado incompatível com a definição de um “amplificador diferencial”.

Então, a pergunta que surge agora é: em que situações este circuito pode amplificar a diferença ( $V_2 - V_1$ )? Ou seja, qual é a condição para que o circuito atue como um amplificador diferencial, no qual a saída é proporcional à diferença ( $V_2 - V_1$ )?

A resposta será trivial se impusermos na Equação 20.4 a condição que  $V_o$  deve ser nulo quando  $V_2 = V_1$ . Para que isto aconteça, é necessário que  $R_2/R_1 = R_4/R_3$ . Substituindo esta condição na Equação 20.4 reobtemos a Equação 20.1.

Concluindo, nesta situação particular temos um amplificador diferencial, cujo ganho pode ser definido unicamente pelo quociente entre os valores de dois resistores:  $R_1$  e  $R_2$ .

Embora pareça que está tudo certo, vamos examinar melhor esta última conclusão. O fato peculiar é que, para variar o ganho do amplificador diferencial é necessário variar simultaneamente os valores de quatro resistores, mantendo sempre uma relação fixa entre eles, isto é,  $R_2/R_1 = R_4/R_3$ .

Isto pode parecer fácil mas, na prática não é, especialmente quando resistores comerciais são utilizados. Vimos anteriormente que o erro de fabricação dos resistores leva a uma incerteza nos valores de sua resistência que, para os mais comuns é de 10%. Como consequência, para estes resistores, o erro nas relações  $R_2/R_1$  ou  $R_4/R_3$  será de 20%.

Veja bem! Imagine que o valor real de  $R_1$  seja  $R_1 + \alpha_1 R_1$  e que o de  $R_2$  seja  $R_2 + \alpha_2 R_2$ , com  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  podendo ter quaisquer valores no intervalo  $\pm 0.05$ . Então:

$$\frac{R_1 + \alpha_1 R_1}{R_2 + \alpha_2 R_2} = \frac{R_1}{R_2} \frac{1 + \alpha_1}{1 + \alpha_2} \approx \frac{R_1}{R_2} [(1 + \alpha_1)(1 - \alpha_2)] \approx \frac{R_1}{R_2} (1 + \alpha_1 - \alpha_2) \quad (20.5)$$

Portanto, os erros se somam. Esta é uma séria limitação deste circuito. Quais as consequências deste fato? Veremos logo mais.

### 20.1.3 Impedância de entrada

A segunda pergunta que surge é: quanto vale a impedância de entrada do amplificador diferencial?

Bom, se você pensar um pouco verá que restará uma dúvida: de qual entrada o professor está se referindo, a entrada 1 ou a entrada 2?

E você tem razão, pois a pergunta não está muito clara. O esclarecimento desta dúvida tem razões técnicas e diz respeito à situação prática em que o amplificador diferencial é normalmente utilizado. Na

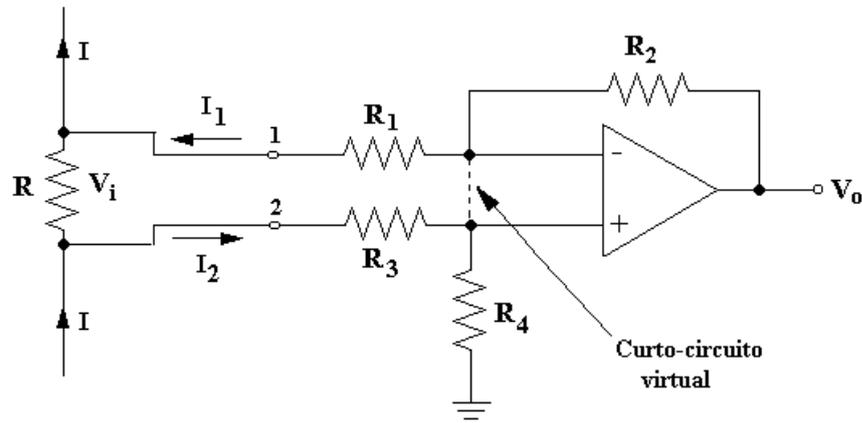


Figura 20.5: Uma aplicação prática do amplificador diferencial e o efeito do circuito virtual.

prática este amplificador é utilizado para amplificar uma diferença de potencial que não está referenciada com relação ao terra comum do circuito.

Veja o exemplo da Figura 20.5, na qual o amplificador está montado a fim de medir a diferença de potencial no resistor  $R$ , denotada por  $V_i$ . Sendo que a corrente  $I$  que entra no resistor a ser medido é a mesma que sai, devemos ter  $I_1 = I_2$  isto é, as correntes nas duas entradas, 1 e 2, devem possuir o mesmo valor porém sentidos opostos. Vamos denotar  $I_1 = I_2 = I_i$

Sendo que a realimentação negativa do operacional mantém  $V^+ = V^-$ , os resistores  $R$ ,  $R_1$  e  $R_2$  formam uma malha virtual fechada. Neste caso, a impedância de entrada do amplificador é definida por:

$$R_i = \frac{V_i}{I_i} = \frac{V_2 - V_1}{I_i} = \frac{R_3 I_i + (V^+ - V^-) + R_1 I_i}{I_i} = \frac{R_3 I_i + 0 + R_1 I_i}{I_i} = R_1 + R_3 \quad (20.6)$$

Portanto, concluímos que a resistência de entrada deste amplificador diferencial vale  $R_1 + R_3$ .

Por outro lado, e de acordo com a Equação 20.4, para que o ganho seja grande deveríamos escolher  $R_1$  e  $R_3$  de baixo valor e, neste caso, a resistência de entrada também seria baixa.

Este fato representa uma séria limitação deste circuito.

#### 20.1.4 Common-mode voltage

Já sabemos que a voltagem de saída de um amplificador diferencial (AD) ideal deve ser nula quando as suas duas entradas estão em um mesmo potencial. Na prática, isto não acontece e um dos motivos é a tensão de *offset* da entrada do operacional - um assunto que foi abordado no capítulo 15. Entretanto, esta não é a única causa deste particular desvio do comportamento de um amplificador operacional. O fato de que a saída do AD não é nula quando suas entradas estão em curto pode também ser devido a um outro efeito.

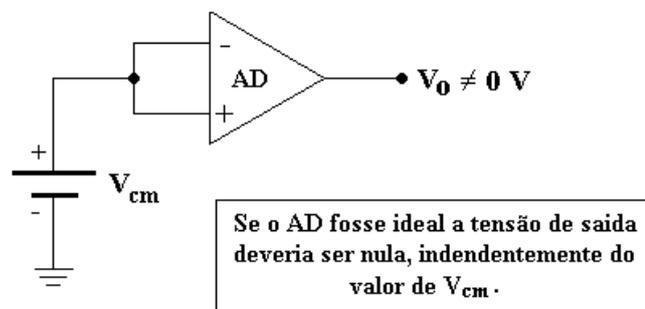


Figura 20.6: Representação idealizada da voltagem de modo-comum de um amplificador diferencial.

Imagine que o amplificador diferencial da Figura 20.6 possui *input offset voltage* nula, isto é,  $V_{os} = 0$ . Agora, imagine também que uma bateria externa, de força eletromotriz  $V_{cm}$ , é conectada entre as entradas em curto e a terra. Se o amplificador fosse ideal, a voltagem de saída não deveria se alterar com a inclusão desta bateria, sendo que a diferença de potencial entre os terminais (+) e (-) do AD não

dependem de  $V_{cm}$  (eles estão em curto!). Em suma, a voltagem de saída deveria manter-se inalterada e igual a zero, independentemente do valor de  $V_{cm}$ .

Entretanto, isto não é o que ocorre na prática. A tensão que é comum às duas entradas do AD é denominada de *common-mode voltage*, que pode ser traduzida por **voltagem de modo-comum**, e o seu valor é denotado por  $V_{cm}$ . Conforme esta voltagem comum varia, o efeito se traduz em uma alteração da tensão de saída. Isto é, a tensão de saída pode, em geral, depender de  $V_{cm}$ !

Normalmente, o efeito de  $V_{cm}$  no sinal de saída é pequeno e pode ser desprezado na maioria das aplicações que envolvem amplificadores com realimentação negativa. Uma explicação pode ser a seguinte: se o valor de  $V_{cm}$  sofrer uma variação e, por conseguinte, produzir uma variação na saída, a realimentação negativa rapidamente compensa esta variação mantendo a saída constante. Entenderam? (Acho que não! Vou ter que explicar melhor.)

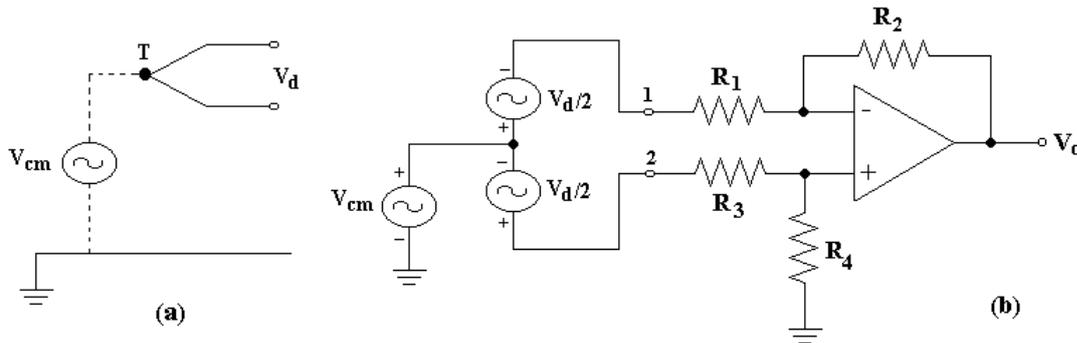


Figura 20.7: Um termopar sendo aferido por um AD e o efeito da voltagem de modo-comum.

Os amplificadores diferenciais possuem muitas aplicações nos projetos ligados à instrumentação eletrônica. Como exemplo, consideremos o caso de um termopar, exemplificado na Figura 20.7(a), que apresenta entre os seus terminais uma pequena diferença de potencial, digamos,  $V_d = 1$  mV.

Podemos esperar que as montagens experimentais nem sempre resultam como a gente gostaria que resultassem, por isso, é inevitável que, entre o termopar T e o terra do equipamento, exista uma diferença de potencial sobre a qual não temos muito controle. Esta diferença de potencial, que muitas vezes é causada por interferências espúrias, está denotada por  $V_{cm}$  e pode ter um valor grande comparado com  $V_d$ , digamos  $V_{cm} = 1$  V.

Considere o circuito da Figura 20.7(b). Para simplificar, representamos a diferença de potencial do termopar,  $V_d$ , por duas fontes simétricas,  $V_d/2$  sobre o potencial elevado  $V_{cm}$ . Uma análise mais rigorosa do problema mostra que podemos expressar a voltagem de entrada e saída na seguinte forma:

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{cm} - V_d/2 \\ V_2 &= V_{cm} + V_d/2 \\ V_d &= V_2 - V_1 \\ V_o &= G_d V_d + G_{cm} V_{cm} \end{aligned} \quad (20.7)$$

$G_d$  é o ganho do sinal diferencial  $V_d$  e  $G_{cm}$  é o ganho da tensão de modo-comum  $V_{cm}$ . Utilizando as equações 20.7, mostre que:

$$V_o = \frac{R_2}{R_1} \left[ \frac{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_3}{R_4} \right)}{1 + \frac{R_3}{R_4}} \right] V_d + \frac{R_2}{R_1} \left[ \frac{\frac{R_1}{R_2} - \frac{R_3}{R_4}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} \right] V_{cm} \quad (20.8)$$

É claro que gostaríamos que a saída dependesse apenas de  $V_d$  e não de  $V_{cm}$ , mas a equação anterior mostra que este desejo pode vir a não se realizar. A dependência de  $V_o$  com  $V_{cm}$  somente vai desaparecer quando a condição  $R_1/R_2 - R_3/R_4 = 0$  for obedecida exatamente.

A capacidade do circuito em rejeitar a voltagem de modo-comum,  $V_{cm}$ , é medida através de um parâmetro denominado **razão de rejeição de modo-comum**, ou, *common-mode rejection ratio*. Este parâmetro é usualmente denotado por **CMRR** e a sua unidade usual é o decibel:

$$CMRR = 20 \log_{10} \frac{|G_d|}{|G_{cm}|} \quad (20.9)$$

A partir desta definição, mostre que:

$$CMRR = 20 \log_{10} \left[ \frac{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_3}{R_4} \right)}{\left| \frac{R_1}{R_2} - \frac{R_3}{R_4} \right|} \right] \quad (20.10)$$

Observe que se o amplificador for construído satisfazendo a condição  $R_2/R_1 = R_4/R_3$ , resultaria  $G_d = R_2/R_1$ ,  $G_{cm} = 0$  e  $CMRR = \infty$  dB; representando um amplificador diferencial ideal. Entretanto, a tolerância (ou imprecisão) dos resistores comerciais fará com que o  $CMRR$  seja finito.

Mostre que, se cada resistor tiver uma tolerância de  $\pm 100\Delta\%$  (por exemplo,  $\Delta = 0.05$  para resistores de tolerância de  $\pm 5\%$ ), o valor do  $CMRR$  será, no pior caso, dado aproximadamente por

$$CMRR = 20 \log_{10} \left( \frac{g + 1}{4\Delta} \right) \quad (20.11)$$

onde  $g = R_2/R_1 = R_4/R_3$  é o ganho calculado a partir dos valores nominais dos resistores. Por exemplo, obteríamos  $CMRR \approx 30$  dB no caso de resistores com tolerância de  $\pm 10\%$  e  $g = 10$ .

O amplificador diferencial da Figura 20.7(b) pode funcionar satisfatoriamente no que diz respeito a rejeitar  $V_{cm}$  (desde que os resistores sejam cuidadosamente escolhidos) mas, como já vimos, ele não é capaz de fornecer alto ganho e simultaneamente apresentar alta impedância de entrada. Além disso, do ponto de vista prático, seria aconselhável que o ganho deste amplificador pudesse ser variado através do ajuste de um único resistor. Portanto, este amplificador não satisfaz os requisitos básicos que devem ser impostos a um amplificador diferencial prático.

### 20.1.5 Prática: amplificador diferencial genérico

Nesta prática vamos observar experimentalmente os problemas mencionados nas seções anteriores. Para isso monte o circuito da figura 20.8. A ideia é ajustar os dois potenciômetros de  $500 \Omega$  e  $5 \text{ k}\Omega$  para que os valores das associações série se igualem aos dos resistores de  $1 \text{ k}\Omega$  e  $10 \text{ k}\Omega$ , respectivamente. Entretanto, vamos realizar esta tarefa através de um método mais apropriado para os nossos objetivos didáticos.

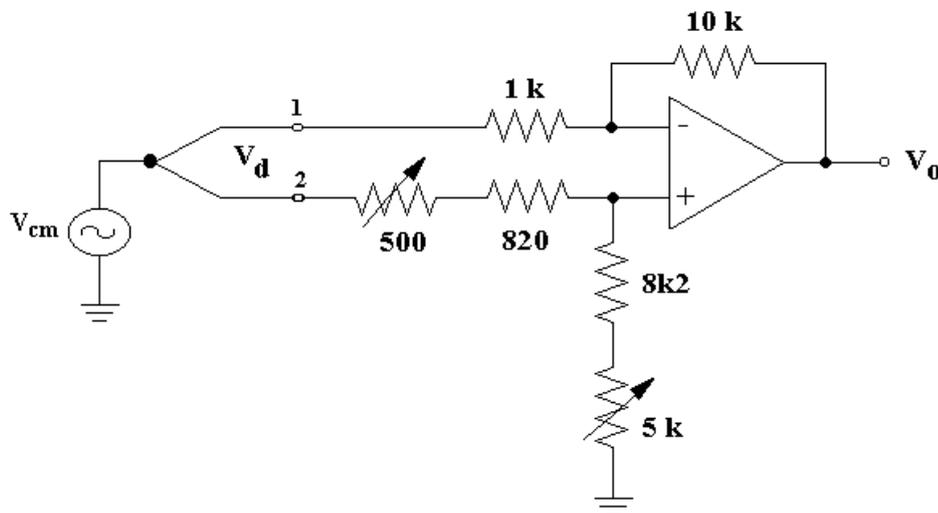


Figura 20.8: Prática: amplificador diferencial genérico.

Primeiro, meça a resistência do resistor de  $1 \text{ k}\Omega$  utilizando-se de um ohmímetro de boa qualidade. Depois, monte somente a dupla  $500 \Omega$  e  $820 \Omega$  e ajuste o potenciômetro para que a resistência total seja igual àquela obtida para o resistor de  $1 \text{ k}\Omega$  (também medindo com o ohmímetro). Depois, sem mover o potenciômetro de  $500 \Omega$ , monte o circuito deixando o potenciômetro de  $5 \text{ k}\Omega$  em uma posição arbitrária.

Utilize para  $V_{cm}$  o seu gerador de áudio em  $1 \text{ kHz}$  senoidal.

Após montar o circuito observe a saída  $V_o$  no osciloscópio variando a amplitude de  $V_{cm}$  (entre 0 e  $10 \text{ V}$ ) e o posicionamento do potenciômetro de  $5 \text{ k}\Omega$ . Não movimente o potenciômetro de  $500 \Omega$ , pois ele já foi previamente ajustado.

Após uma visualização geral do comportamento do circuito, ajuste o potenciômetro de  $5 \text{ k}\Omega$  para que a saída seja nula para qualquer valor da amplitude de  $V_{cm}$ . Quando conseguir realizar esta proeza, separe do circuito a dupla  $5 \text{ k}\Omega$  e  $8 \text{ k}\Omega$  e, com cuidado, meça a resistência total. Compare o valor desta resistência com o valor medido (também com cuidado) do resistor comercial de  $10 \text{ k}\Omega$ .

O que você aprendeu com esta prática?

Se gostou e quiser trabalhar mais, repita o experimento com o procedimento reverso. Primeiro ajuste o potenciômetro de 5k com o ohmímetro, para que a dupla resulte igual ao resistor de 10k. Depois, ajuste o potenciômetro de 500 para que a saída seja nula independentemente da amplitude de  $V_{cm}$ . Por fim, meça ambos, a dupla e o resistor de 1k, para conferir o resultado do experimento.

## 20.2 O amplificador instrumental

Um amplificador diferencial que não possui as limitações mencionadas na seção anterior está mostrado na Figura 20.9 e é chamado de amplificador instrumental, ou, *instrumentation amplifier*. Ele consiste de dois estágios: o de entrada, formado pelos operacionais A1 e A2 e o de saída, formado por A3. Você poderá reconhecer o segundo estágio como sendo o próprio amplificador diferencial estudado anteriormente. O estágio de entrada é uma sofisticação que permite, como veremos, resolver simultaneamente dois problemas: aumentar a impedância de entrada e facilitar o ajuste de ganho diminuindo o  $CMRR$ .

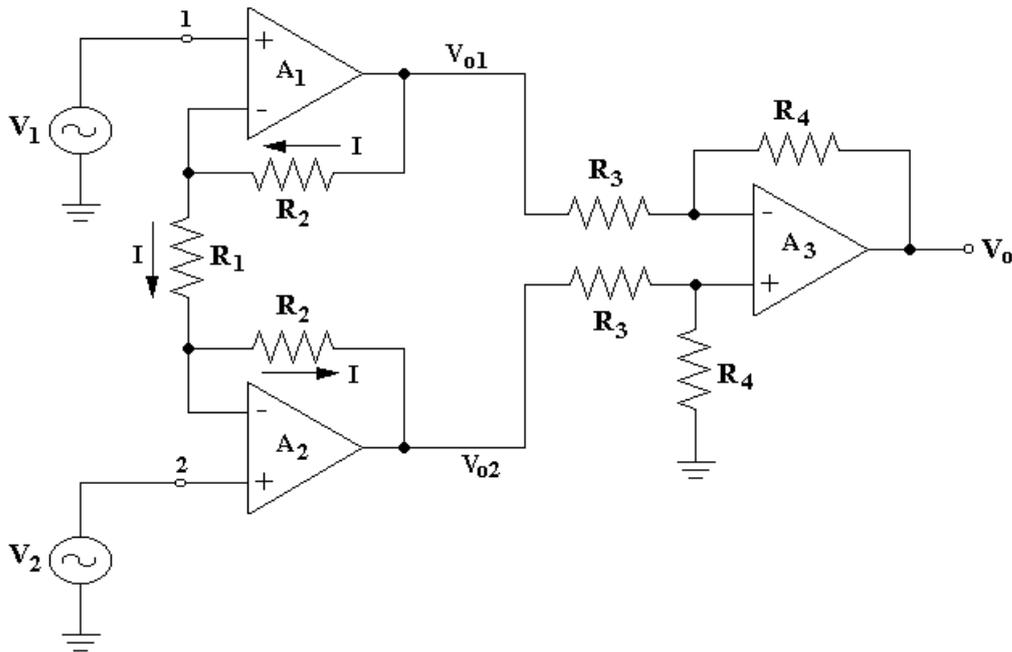


Figura 20.9: Um amplificador instrumental básico.

A análise do circuito da Figura 20.9 é simples e começa a partir do reconhecimento de que o curto-circuito virtual nas entradas dos dois operacionais A1 e A2 força que as tensões de entrada  $V_1$  e  $V_2$ , nos terminais (+), sejam replicadas nos dois terminais (-), que correspondem aos terminais do resistor  $R_1$ . Portanto, a corrente que flui através de  $R_1$  e também nos dois resistores denotados por  $R_2$  vale  $I = (V_1 - V_2)/R_1$ . Por outro lado, esta corrente produz uma diferença de potencial entre os terminais de saída de A1 e A2 dada por:

$$V_{o1} - V_{o2} = \left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right) (V_1 - V_2) \quad (20.12)$$

O amplificador diferencial constituído pelo operacional A3 amplifica esta diferença de potencial produzindo uma saída:

$$V_o = -\frac{R_4}{R_3} (V_{o1} - V_{o2}) = \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right) (V_2 - V_1) \quad (20.13)$$

Finalmente, o ganho de tensão do amplificador instrumental vale:

$$G = \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right) \quad (20.14)$$

Desta equação concluímos que, novamente, o ganho do amplificador de instrumentação depende dos valores de vários resistores. Entretanto, observe na Figura 20.9 um fato interessante. Enquanto que os resistores  $R_2$ ,  $R_3$  e  $R_4$  aparecem aos pares, o resistor  $R_1$  aparece uma única vez.

Este fato pode ser utilizado para controlar-se o ganho do amplificador através de um único resistor,  $R_1$ ; o que é bem mais simples que no caso anterior. Além disso, observando que as entradas do circuito estão diretamente conectadas nas entradas (+) do operacional, a impedância de entrada é muito alta (praticamente infinita).

### 20.2.1 O eletrocardiograma

O eletrocardiograma (ECG) é o registro da atividade elétrica do coração por meio de eletrodos colocados sobre a superfície corporal. Ele representa a somatória de todas as atividades elétricas que ocorrem a cada instante do ciclo cardíaco. A seqüência de eventos elétricos, que resultam no ciclo sístole/diástole do coração, propagam-se através do volume condutor do tórax e pode ser medida na superfície do corpo através de eletrodos apropriados.

O suprimento sanguíneo para as diversas partes do corpo é mantido no sistema circulatório de acordo com o aumento ou diminuição da resistência sistêmica ao fluxo de sangue. Quando em repouso, o fluxo de sangue no ser humano adulto é de aproximadamente 5 litros por minuto, o que equivale a 60-80 batimentos do coração por minuto. Sob exercícios físicos, o fluxo aumenta para 15 a 25 l/min, e o número de batimentos do coração por minuto fica entre 120 a 160.

Para executar esta impressionante tarefa, o coração consiste de uma bomba muscular pulsátil, unidirecional e dupla, que trabalha em dois tempos. Esta bomba tem a função de manter ativamente o fluxo sanguíneo como principal mecanismo de transporte de substâncias por todo o corpo. O fluxo é exercido no momento da contração dos ventrículos, que é seguida pelo relaxamento, e portanto, não é contínuo e sim pulsátil.

Graças à boa condutividade do tecido, o processo de ativação do coração se propaga por toda a musculatura cardíaca. A contração do coração (átrios e ventrículos) é precedida por uma ativação elétrica, de padrão específico e bem coordenada, das estruturas musculares. Cada parte da estrutura cardíaca é especializada para uma determinada função.

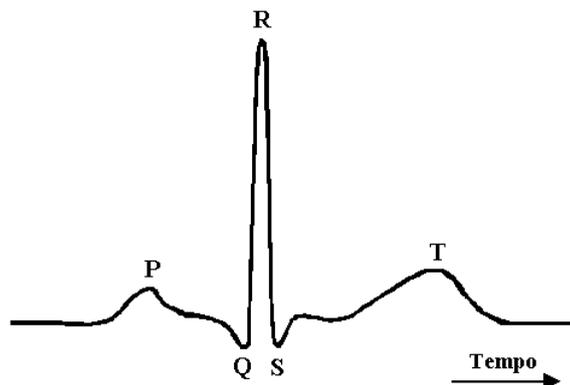


Figura 20.10: Principais componentes de um eletrocardiograma típico.

A Figura 20.10 mostra as principais componentes que interessam num ECG típico. Estão mostradas as ondas P, T e o complexo QRS. A onda P corresponde à contração dos músculos arteriais do coração a fim de forçar o sangue aos ventrículos. O pico QRS corresponde à contração dos poderosos músculos ventriculares, os quais fazem o bombeio do sangue para as artérias. A onda T corresponde ao processo de relaxação dos músculos em preparação para o próximo ciclo cardíaco.

As frequências das componentes espectrais envolvidas nesta forma de onda estão compreendidas entre 0.05 Hz a 100 Hz, o que significa que não é trivial filtrar (a) os sinais espúrios da rede de alimentação de 60 Hz e (b) sinais elétricos provocados por contrações musculares involuntárias, sem provocar distorções na forma de onda. Os eletrocardiógrafos comerciais de qualidade possuem circuitos especiais para eliminar estas interferências.

A duração e a amplitude dessas formas de sinais têm significado clínico porque correspondem diretamente ao percurso de condução elétrica do coração. O ECG pode ser medido sobre qualquer ponto do corpo humano. Sobre o tórax, a amplitude típica varia entre 500  $\mu\text{V}$  a 5 mV.

### 20.2.2 Prática: o eletrocardiograma

A Figura 20.11 mostra o circuito que será usado. Os primeiros 3 amplificadores operacionais à esquerda, LF353 (a, b) e 741 (c), formam o amplificador instrumental, cujas entradas são os terminais 1, 2 e 3. A de alta impedância de entrada força nos a utilizar o amplificador LF353 para os dois estágios

de entrada (a, b). Após o amplificador instrumental são conectados um filtro RC passa-alta, cujo ponto de -3 dB está em  $1/(2\pi 470 \cdot 10^3 \cdot 0.15 \cdot 10^{-6}) \approx 2$  Hz, um amplificador com ganho DC de 47 V/V (741(c)) e um filtro RC passa-baixa com ponto de -3 dB em  $1/(2\pi 33 \cdot 10^3 \cdot 0.047 \cdot 10^{-6}) \approx 100$  Hz. O amplificador (c) tem na sua realimentação um capacitor de  $0.15 \mu\text{F}$  que limita o ganho em altas frequências; por exemplo, quando para frequências maiores que  $1/(2\pi 47 \cdot 10^3 \cdot 0.15 \cdot 10^{-6}) \approx 20$  Hz, a impedância do capacitor de  $0.15 \mu\text{F}$  é menor que a do resistor de  $47\text{k}\Omega$ .

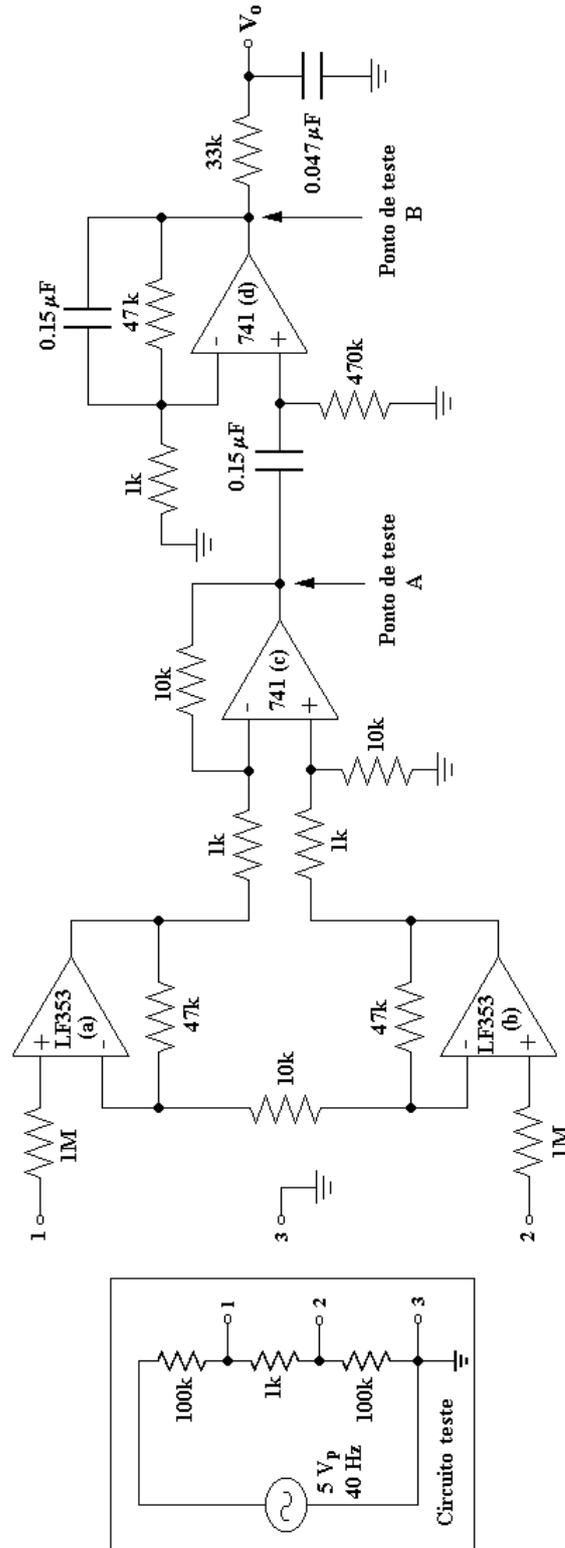


Figura 20.11: Circuito elétrico do eletrocardiógrafo.

Antes de conectar as entradas 1, 2 e 3 no seu peito, é necessário certificar-se que o circuito funciona!

Como se trata de um circuito um pouco mais elaborado que todos os já construídos anteriormente, é aconselhável que você utilize uma técnica de montagem que virá facilitar o seu trabalho. Vou explicar qual é a técnica que aconselho que usem.

Logo após conectarem um CI na placa de montagens, faça as ligações da alimentação através de fios entre os pinos e os barramentos correspondentes. Logo em seguida, conecte capacitores de filtro ( $0.1 \mu\text{F}$ ) entre as entradas de alimentação e terra em cada um dos CIs.

O circuito apresentado possui 4 módulos, conectados em seqüência, e isto facilita o nosso trabalho porque cada módulo pode ser testado na medida em que for acrescentado ao circuito.

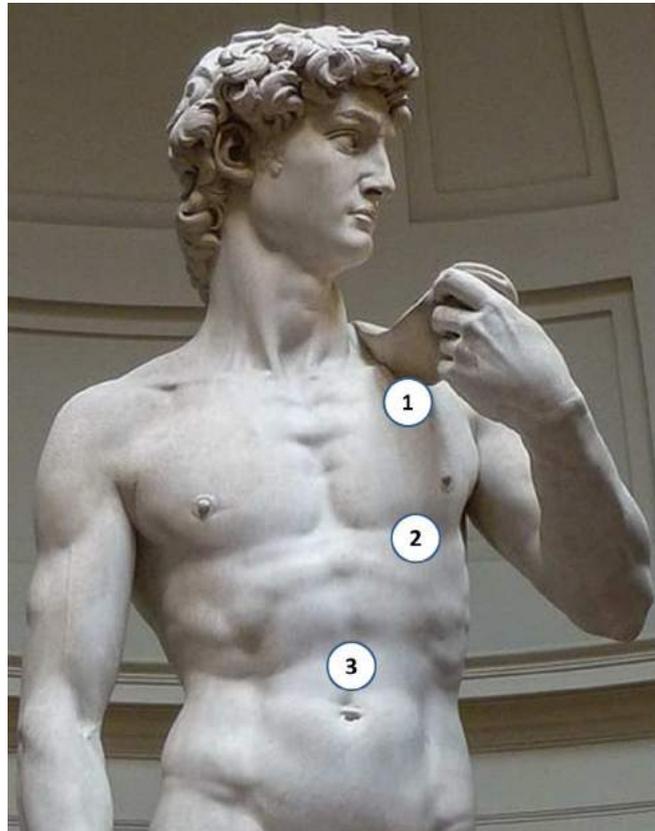


Figura 20.12: Posicionamento dos eletrodos do eletrocardiógrafo. (Escultura de Davi por Michelangelo - Academia de Belas Artes, Florença, Itália)

O primeiro módulo que deve ser construído é o estágio de entrada, formado pelos operacionais a, b e c. Para testá-lo, primeiro, conecte as entradas 1 e 2 no terra (3) e verifique se o sinal de saída no “ponto de teste A” assinalado na figura é nulo. Existe um sinal dc (*offset*) no sinal de saída? Caso exista um pequeno *offset* ele é proveniente dos amplificadores operacionais, mas, não se preocupe porque o estágio seguinte, o filtro passa-alta, irá se incumbir de eliminá-lo.

Em seguida, utilize um divisor de tensão alimentado por um gerador senoidal, conforme está esquematizado no quadro interno da Figura 20.11, e verifique o sinal de saída no “ponto de teste A” assinalado na figura. Confira se a tensão de pico no ponto A vale algo em torno de  $(5\text{V}) \times (1/201) \times (10\text{k}/1\text{k}) \times [1 + 2 \times (47\text{k}/10\text{k})] \approx 2.6 \text{V}_\text{p}$ .

Faça um teste adicional: mantendo o gerador e divisor de tensão coloque em curto (com um fio) as entradas 1 e 2 e verifique a tensão no ponto A. Além de um possível *offset* é provável que exista no ponto A um pequeno sinal senoidal de mesma frequência que a do gerador, causado pelo baixa rejeição de modo comum deste circuito diferencial, mas, também não se preocupe (desde que o sinal não seja excessivo). Os resistores de 47k associados aos amplificadores (a) e (b), assim como os de 1k e 10k associados ao (c), possuem precisão de 10% e não foram escolhidos “a dedo”. Se um dia você precisar montar um circuito semelhante a este, provavelmente irá adquirir um amplificador de instrumentação na forma de um CI profissional, como os fabricados pela empresa “Analog Devices” (consulte o site na internet).

Bom, se tudo está funcionando, acrescente agora o segundo módulo, o filtro passa-alta, e verifique a sua saída. Depois, construa os outros módulos, seguindo o mesmo procedimento de análise.

Finalmente, se tudo funcionar bem, você já pode conectar os eletrodos no seu corpo. O sinal correspondente ao seu ECG poderá ser observado em um osciloscópio conectado na saída  $V_o$ .

Os eletrodos 1, 2 e 3 que utilizaremos são do tipo “ventosas” e, para melhorar o contato elétrico, utilize

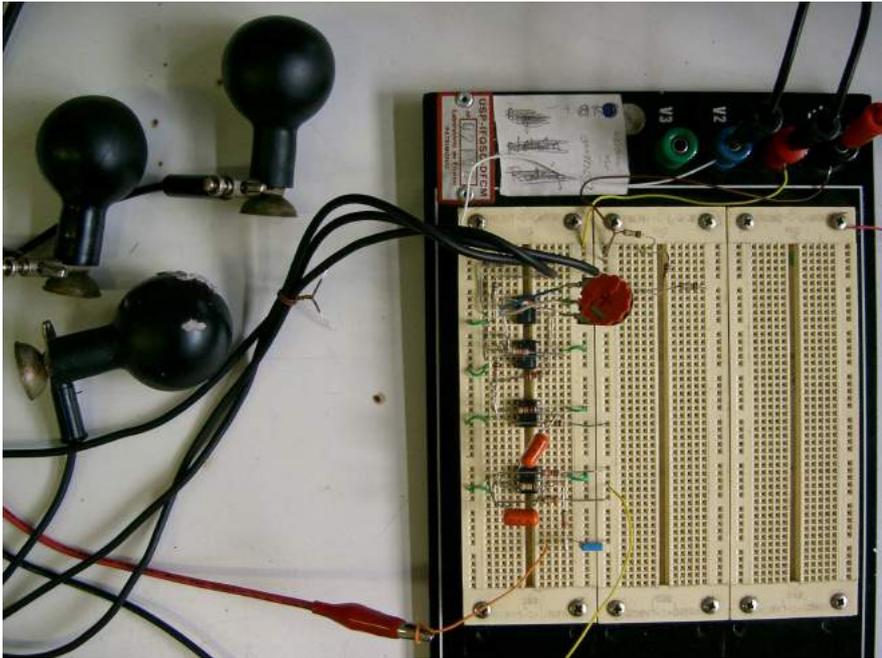


Figura 20.13: Circuito montado do eletrocardiografo e as ventosas.

um pouco de gel condutor. A sua localização no corpo determina a forma do sinal de entrada e, os pontos mostrados na Figura 20.12 assinalam as posições que utilizaremos.

Antes de tocar os eletrodos no seu peito, **VERIFIQUE DUAS VEZES**, se os fios que os conectam ao circuito estão, de fato, conectados nas entradas (+) dos operacionais através do resistor de  $1\text{M}\Omega$ , isto é, **Um Mega-Ohm**.



Figura 20.14: Resultado típico de um eletrocardiograma medido com o circuito das Figuras 20.11 e 20.13.

É importante notar também que não deve haver nada, além do terminal do resistor de  $1\text{M}\Omega$ , conectado nestas mesmas entradas dos operacionais. Os resistores de  $1\text{M}\Omega$  na entrada devem proteger o voluntário em caso de mau funcionamento do circuito. Esteja certo que as conexões da alimentação (baterias) não tocam, em nenhum ponto, os cabos dos eletrodos.

Nos eletrocardiografos comerciais é normalmente colocado, entre as entradas 1, 2 e 3 e o paciente, um circuito de proteção e alarme que serve tanto para proteger o paciente contra descargas elétricas, como também para detectar falhas de contato nos eletrodos. Além disso, também é adicionado após o estágio de amplificação e filtragem, um circuito isolador (feito com componentes óticos ou transformadores) para

isolar eletricamente os estágios posteriores (processamento e manipulação de dados). Para simplificar o nosso trabalho, estas providências foram aqui omitidas, portanto, **TOME CUIDADO** - não fique brincando com o circuito enquanto ele estiver conectado no peito de alguém.

A Figura 20.13 mostra uma fotografia do circuito construído e dos eletrodos utilizados e a Figura 20.14 mostra um resultado típico.

# Capítulo 21

## Ruído

Em termos gerais, o ruído pode ser atribuído a qualquer perturbação não desejada que obscurece ou interfere com o sinal de interesse. O ruído pode ser caracterizado pelo seu espectro de frequências, distribuição de amplitudes e pelo mecanismo físico responsável pela sua geração.

### 21.1 Ruído Gaussiano

A característica principal de um ruído típico é ser aleatório, isto é, ele consiste de componentes espectrais que são aleatórias tanto em frequência, quanto em amplitude e fase. Embora o valor da voltagem instantânea do ruído possa ser medido, ele é imprevisível. Por outro lado, o valor RMS da voltagem do sinal de ruído também pode ser medido e, mais do que isso, ele pode ser predito. Portanto, esta aleatoriedade do ruído pode, em muitas circunstâncias, ser analisada teoricamente. Este é o caso de ruídos que obedecem a uma Lei Gaussiana (ou normal) para a distribuição da sua amplitude instantânea.

O ruído Gaussiano é um ruído estatístico cuja função densidade de probabilidade é igual a da distribuição normal, que é também conhecida como distribuição Gaussiana.

Seja  $P(V)dV$  a distribuição ou probabilidade de que o valor instantâneo da voltagem correspondente ao sinal de ruído seja entre  $V$  e  $V + dV$ . O ruído é denominado “Normal” ou “Gaussiano” se esta distribuição for descrita por uma função Gaussiana:

$$P(V) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-V^2/(2\sigma^2)} \quad (21.1)$$

onde  $\sigma$  é o valor rms da voltagem do ruído. A área total sob a distribuição é normalizada a 1. O fato da curva ser centrada em torno de  $V = 0$  significa que há igual chance do sinal de ruído ser tanto positivo como negativo e que torna nulo o seu valor médio.

Os diferentes tipos de ruídos a serem mencionados nas seções seguintes - térmico, *shot* e em excesso - são ruídos Gaussianos.

#### 21.1.1 A amplitude rms do ruído Gaussiano

Da mesma forma que no caso das formas de onda senoidais, a definição do valor rms da voltagem do ruído é baseada na equivalência por efeito Joule com um sinal dc. Releia a seção 6.1.4 para recordar o assunto.

O valor rms pode ser medido através de um voltímetro e aqui chamamos a atenção para um ponto importante, também já estudado na seção 6.3. Os tipos mais comuns de voltímetros eletrônicos retificam a onda a ser medida e indicam o valor RMS em uma escala que foi calibrada multiplicando-se o valor médio do sinal retificado por 1.11. O fator 1.11 é correto para uma onda senoidal mas, como o ruído não é senoidal, a leitura fornecida pelo voltímetro frente ao sinal de ruído Gaussiano estará cerca de 11.5% abaixo do valor correto. Isto é o que demonstraremos a seguir.

Um ruído gaussiano tem igual probabilidade de ser tanto negativo como positivo, portanto o seu valor médio é sempre nulo. Por outro lado, o valor médio da voltagem do ruído retificada não é nulo e vale:

$$\langle |V| \rangle = 2 \int_0^{\infty} V P(V) dV \quad (21.2)$$

O fator 2 aparece porque  $P(V)$  é uma função par. Após resolver a integral, obtemos:

$$\langle |V| \rangle = (2/\pi)^{1/2} \sigma \quad (21.3)$$

Por outro lado, o valor rms do ruído é calculado pelo valor médio quadrático de  $V$ , ou seja:

$$V_{rms}^2 = \langle V^2 \rangle = 2 \int_0^\infty V^2 P(V) dV = \sigma^2 \quad (21.4)$$

e, portanto,

$$V_{rms} = \sqrt{\pi/2} \langle |V| \rangle = 1.25 \langle |V| \rangle \quad (\text{para um ruído Gaussiano}) \quad (21.5)$$

Em vista disto, é sempre necessário examinar cuidadosamente as especificações do voltímetro para saber como a leitura rms é produzida. Alguns voltímetros medem diretamente o valor médio quadrático do sinal e fornecem a leitura correta do valor rms para qualquer forma de onda. Estes são chamados *true RMS voltmeters*. Outros voltímetros medem o valor médio do sinal retificado e fornecem a leitura correta do valor rms somente para ondas senoidais. Neste caso, uma correção deve ser feita multiplicando-se a leitura do voltímetro por 1.13 (lembramos:  $1.25 = 1.11 * 1.13$ ).

Veremos adiante que a medida do valor rms do ruído através de um voltímetro (digital ou analógico) sofre uma outra limitação: a sua resposta em frequência. Um voltímetro típico responde até frequências da ordem de alguns kHz o que, não necessariamente inclui toda a banda de frequências contida no ruído. Portanto, uma precaução adicional deve levar em conta este detalhe importante.

O valor rms (ou valor eficaz) é a maneira mais precisa e geralmente a forma mais útil de especificar as amplitudes de ruídos e por isso ele é a grandeza que é sempre medida (ou estimada teoricamente) na maioria dos casos.

## 21.2 Densidade espectral

O termo densidade espectral é usado para especificar a quantidade de ruído contido em uma largura de banda unitária. Sabemos que o ruído consiste de muitas componentes espectrais e para determiná-las é necessário medir o valor eficaz da voltagem em uma banda  $df$  muito estreita em torno da frequência  $f$  e repetir a medida inúmeras vezes em outros valores de  $f$  até cobrir todo o espectro. Para indicar como as componentes do ruído estão distribuídas em frequência nós podemos graficar a voltagem média quadrática do ruído, por unidade de largura de banda, em função da frequência na qual a banda  $df$  está centrada. Esta quantidade, denotada por  $N(f)$ , corresponde à densidade espectral do ruído, ou seja:

$$N(f) = \frac{d\langle V^2 \rangle}{df} \quad (21.6)$$

Para calcular o valor médio quadrático total do ruído, contido entre 2 frequências quaisquer  $f_1$  e  $f_2$ , tais que  $f_2 = f_1 + \Delta f$ , devemos integrar  $N(f)$  neste intervalo:

$$V_{rms}^2(f_1, f_2) = \langle V^2(f_1, f_2) \rangle = \int_{f_1}^{f_2} N(f) df \quad (21.7)$$

### 21.2.1 Ruído Branco

Um tipo especial de ruído é o chamado **ruído branco**, que também recebe outras denominações como “ruído térmico”, “ruído Johnson” ou “ruído Nyquist”. Fontes de ruído branco, por analogia com a distribuição de energias da luz branca, são definidas como aquelas que apresentam uma densidade espectral uniforme, ou seja, independente da frequência. O gráfico de  $N(f)$  versus  $f$  para o ruído branco é simplesmente uma reta horizontal. Neste caso devemos ter:

$$V_{rms}^2(f_1, f_2) = \langle V^2(f_1, f_2) \rangle = B \int_{f_1}^{f_2} df = B(f_2 - f_1) = B\Delta f \quad (21.8)$$

onde  $B$  é uma constante. É importante notar que para o ruído branco,  $V_{rms}(f_1, f_2)$  depende apenas da diferença  $\Delta f = f_2 - f_1$ , mas não depende dos valores absolutos de  $f_1$  e  $f_2$ .

### 21.2.2 Ruído Rosa

Um outro tipo de ruído muito comum é o chamado **ruído rosa**, que também recebe outras denominações como “ruído em excesso”, “ruído  $1/f$ ”, “ruído Flicker”, “ruído de contato”, “ruído de baixa frequência” e muitas outras.

Este tipo de ruído é muito comum. Ele já foi observado em válvulas, transistores, diodos, resistores, termistores, microfones, fontes de luz, potenciais elétricos em membranas biológicas, no período de rotação da terra, na velocidade das correntes oceânicas, na vazão média anual do rio Nilo nos últimos 2000 anos, etc. Ele também aparece nos lugares menos esperados.

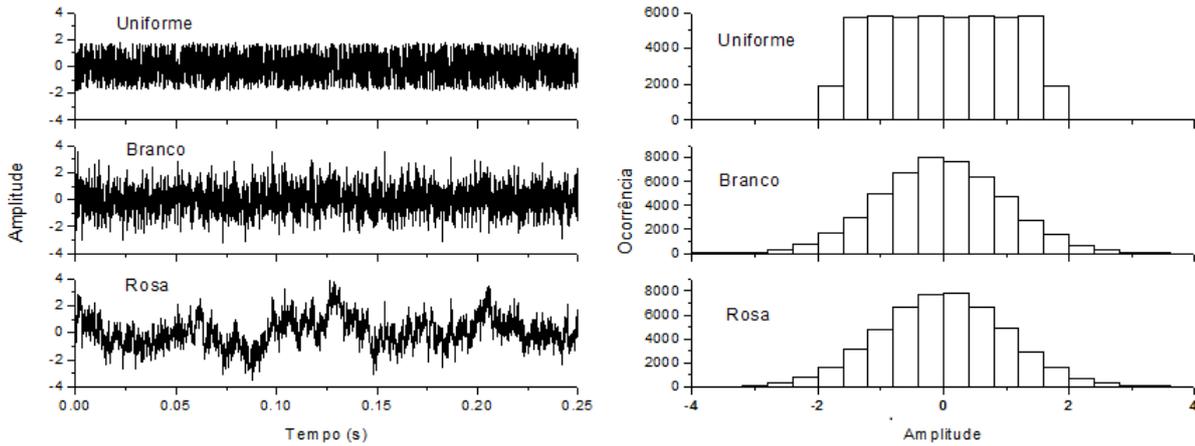


Figura 21.1: Simulação numérica dos ruídos uniforme, branco e rosa

Como o próprio nome sugere, a densidade espectral do ruído  $1/f$  é inversamente proporcional à frequência, exatamente como está descrito pela equação 21.10. A constante  $C$  é uma constante de proporcionalidade que depende do mecanismo de ruído, do material, da geometria do dispositivo, etc.  $\Delta f$  é a largura da banda e  $f$  é a frequência central da banda.

Ele é caracterizado por uma densidade espectral que é inversamente proporcional com a frequência. Neste caso,

$$V_{rms}^2(f_1, f_2) = \langle V^2(f_1, f_2) \rangle = C \int_{f_1}^{f_2} \frac{1}{f} df = C \ln\left(1 + \frac{f_2 - f_1}{f}\right) = C \ln\left(1 + \frac{\Delta f}{f}\right) \quad (21.9)$$

onde  $C$  é uma constante de proporcionalidade que depende do mecanismo de ruído, do material, da geometria do dispositivo, etc.  $\Delta f$  é a largura da banda e  $f$  é a frequência central da banda. Se, em particular,  $\Delta f \ll f$  podemos aproximar  $\ln(1 + x) \approx x$  e obter

$$V_{rms}^2(f_1, f_2) = C \frac{\Delta f}{f} \quad (21.10)$$

O ruído  $1/f$  é um caso particular de uma lei mais geral do tipo  $1/f^n$ , para  $n = 1$ . Em geral, para os componentes classificados como geradores de ruído  $1/f$ ,  $n$  varia muito pouco em torno de 1 ( $0.8 < n < 1.3$ ). O termo “ruído vermelho” é aplicado para um ruído cuja densidade espectral varia com  $1/f^2$ .

Agora vamos examinar a figura 21.1. Os gráficos à esquerda mostram o resultado de uma simulação numérica feita com programas comerciais como, MatLab e Origin. Ruídos foram simulados para três diferentes situações: ruído uniforme, branco e rosa. Um total de 50.000 pontos foram simulados em cada caso, mas, somente os primeiros 2.500 estão mostrados na figura. Para permitir comparações, todos os três ruídos possuem o mesmo valor rms igual a 1.

Os gráficos à direita mostram as respectivas distribuições de intensidade. Observe que as distribuições são Gaussianas nos casos dos ruídos branco e rosa.

Ainda não mencionamos aqui o ruído uniforme porque, de fato ele não é um ruído real; isto é, ele não ocorre naturalmente nos fenômenos físicos. Ele é produzido numericamente através de rotinas que geram números aleatórios, com igual probabilidade, em um dado intervalo. A sua distribuição é portanto constante na banda do sinal e nula fora dela, como mostra o gráfico no canto superior direito.

O que é interessante é discutir as diferenças básicas entre o ruído branco e ruído rosa. Embora ambos sejam aleatórios, podemos notar que estes dois tipos de ruídos são diferentes entre si. Subjetivamente, a impressão é que o ruído branco parece ser homogêneo, como uma mancha horizontal uniforme, enquanto que o ruído rosa mostra um temperamento imprevisível. Estas diferenças refletem as características espectrais específicas de cada tipo de ruído que, no caso do ruído rosa são enfatizadas pela maior intensidade das componentes de baixa frequência.

Na figura 21.2 é mostrado o efeito de um filtro passa-baixa sobre os ruídos branco e rosa. Observe como a redução da frequência de corte do filtro afeta tanto a amplitude pico-a-pico como o valor RMS dos sinais filtrados. Note que, no caso do ruído rosa, a redução da largura de banda tem um efeito menor quando comparado com o ruído branco. Isto se deve ao fato de que as componentes de baixa frequência são mais intensas no primeiro que no segundo, como era esperado.

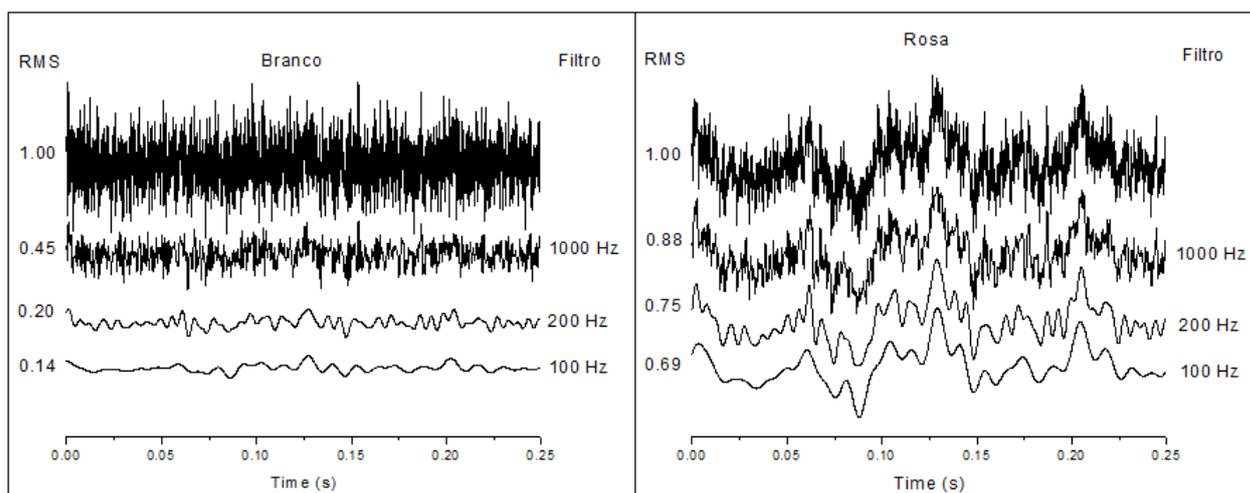


Figura 21.2: Simulação numérica do efeito de filtros passa-baixa sobre os ruídos branco e rosa, para 3 frequências de corte: 1 kHz, 200 Hz e 100 Hz.

### 21.2.3 A unidade $V/\sqrt{\text{Hertz}}$

De acordo com as equações 21.8 e 21.10, o valor eficaz do ruído, medido em uma largura de banda  $\Delta f$  é, tanto para o ruído branco, como para o ruído rosa, proporcional à raiz quadrada de  $\Delta f$ . A diferença entre ambos reside no fato de que o valor eficaz do ruído branco é constante em qualquer banda de mesma largura, enquanto que para o ruído rosa ele é dependente do valor central da banda.

Na prática é conveniente definir uma quantidade  $e_n$  como o valor eficaz da voltagem do ruído em uma banda de largura igual a 1 Hz. Encontramos:

$$e_n = \sqrt{B} \quad \text{para o ruído branco} \quad (21.11)$$

$$= \sqrt{\frac{C}{f}} \quad \text{para o ruído rosa} \quad (21.12)$$

$$(21.13)$$

Em ambos os casos, a unidade de  $e_n$  é  $\text{Volts}/\sqrt{\text{Hertz}}$ . Sendo que é quase sempre usada uma largura de banda de 1 Hz, as unidades de  $e_n$  são em muitos casos simplificadas (para complicar) em “Volts/Hertz”.

## 21.3 Ruídos em componentes eletrônicos

Nos circuitos eletrônicos existem 4 fontes de ruídos mais comuns. A **primeira fonte** de ruído mais comum é a “interferência”. Ela ocorre quando o ruído é captado do meio externo e de alguma forma contamina o sinal de interesse. O mecanismo de captação ocorre usualmente por meio de acoplamentos eletromagnéticos ou eletrostáticos. Neste caso, as características espectrais do ruído dependem especificamente da origem dos sinais de interferência. Por exemplo, o chamado “ruído de 60 Hz” tem um espectro de frequências específico, bastante estreito em torno da frequência de 60 Hz e seus harmônicos e, geralmente, a sua amplitude é estacionária no tempo. Por outro lado, ruídos causados pelo acionamento de motores, fontes de alimentação chaveadas, lâmpadas fluorescentes, etc, possuem um espectro de frequências bastante largo e um caráter temporal intermitente.

Outras fontes de interferência são as estações de rádio e TV, equipamentos elétricos de alta potência, *crosstalk* entre diferentes partes de um circuito eletrônico, motores, elevadores, chaveamento de relés e assim por diante. Todas estas fontes de ruído e muitas outras podem afetar em um grau maior ou menor o parâmetro a ser medido. Por exemplo, um interferômetro ótico é bastante sensível à vibração mecânica e uma ponte de radiofrequências, tal como um espectrômetro de ressonância magnética nuclear, podem ser afetados pelas ondas de rádio e TV presentes no ambiente. Vários tipos de detectores, transformadores, capacitores e cabos coaxiais podem ser sensíveis a vibrações e por isso são chamados de “microfônicos”.

A maior parte dos efeitos de interferência causados por estas fontes podem ser controlados através de cuidados especiais, tais como, operando os instrumentos longe das fontes de ruído e utilizando blindagens apropriadas e filtragem dos sinais. Em muitos casos, é necessário utilizar-se de soluções no estilo “força

bruta” como por exemplo, utilizar mesas pesadas para eliminar vibrações em equipamentos óticos, salas com temperaturas controlada, câmaras anecoicas, salas com blindagem eletromagnética, etc.

Por outro lado, existem outros tipos de interferência que, falando vulgarmente, não são causados pelo homem. Trata-se por exemplo, das flutuações do campo geomagnético, tempestades elétricas, radiação galáctica, etc. Neste caso, não temos controle sobre as fontes de ruído e tudo o que podemos fazer é minimizar o efeito de captação.

A **segunda fonte** de ruído mais frequente é a própria limitação do projeto do dispositivo eletrônico. Ocorre quando o ruído é gerado internamente no circuito eletrônico devido a erros ou defeitos na sua construção, ou, ainda, limitações inerentes do projeto do circuito. Como exemplo citamos: *ripple* das fontes de alimentação, contaminação de sinais analógicos pelo chaveamento de componentes digitais, oscilações causadas por laços de terra (*ground loops*) ou acoplamento capacitivo e indutivo, forças eletromotriz termicamente induzidas em pontos de solda mal executadas ou por junções entre metais diferentes (tensões de termopar), etc.

Assim como no caso anterior, este tipo de ruído pode ser eliminado ou reduzido por técnicas de construção apropriadas, blindagens, aterramento, uso de *common mode rejection*, por um bom *layout* entre as diferentes partes do circuito e assim por diante.

A **terceira fonte** de ruído é aquela inerente do parâmetro a ser medido. As flutuações estatísticas do parâmetro de interesse em torno de um valor médio, causadas pelo movimento browniano, efeitos térmicos, incerteza de Heisenberg, etc, colocam um limite na precisão de qualquer medida experimental. Este limite pode ser em geral calculado, mas há muito pouco que se pode fazer para reduzi-lo. Mesmo com a tecnologia avançada dos dias de hoje, existem poucos equipamentos que operam próximo do limite de resolução teórica. Isto quer dizer que na prática, os outros tipos de ruídos anteriormente mencionados devem ser derrotados muito antes de se alcançar o limite de precisão teórica. Na maioria dos casos, isto não é possível através de técnicas especiais, tecnologicamente sofisticadas.

Para se ter uma ideia do problema envolvido, vamos considerar um fio condutor de área de seção reta  $A$ , com  $n$  portadores de carga por unidade de volume; cada um com carga  $q$ . Vamos agora imaginar que sob a ação de um campo elétrico, cada portador de carga se mova com uma velocidade de migração  $v$ . Nesta situação, é fácil determinar a corrente que percorre o condutor:

$$I = qnAv \quad (21.14)$$

Acredito que vocês já viram esta equação no curso de Eletricidade Básica mas, caso não se lembrem, uma boa referência seria o livro “Física - Eletricidade e Magnetismo, Ótica”, vol. 2, Paul A. Tipler, cap. 26, pag. 119.

Estatisticamente, as flutuações desta corrente são calculadas pelas diferenciais parciais:

$$\langle dI \rangle^2 = qnA \langle dv \rangle^2 + qAv \langle dn \rangle^2 \quad (21.15)$$

Aqui, os dois termos são somados quadraticamente porque supõe-se que eles estejam estatisticamente não-correlacionados. Assim, estes dois termos contribuem para o ruído total, gerando:

1. Flutuações da velocidade, que contribuem para o chamado ruído “térmico”.
2. Flutuações do número de portadores, que contribuem aos chamados “ruído *shot*” e “ruído em excesso”

Estudaremos estes dois fenômenos separadamente mais adiante.

A **última fonte** de ruído é aquela introduzida pelo próprio instrumento de medida. Não existem medidas perfeitas porque qualquer instrumento de medida está sujeito a flutuações características da física dos dispositivos e materiais a partir dos quais o instrumento é fabricado.

Neste capítulo vamos estudar principalmente o efeito da terceira fonte de ruído mencionado na nesta seção. As diversas manifestações mais comuns do ruído serão classificadas de acordo com a sua origem e correspondentes densidades espectrais.

Nos dispositivos eletrônicos existem 3 tipos principais de mecanismos que geram: ruído Johnson, ruído em excesso e ruído *shot*. A seguir, faremos uma breve descrição de cada um destes mecanismos salientando os seus aspectos mais importantes.

### 21.3.1 Ruído Johnson

A Lei de Ohm estabelece que o aparecimento de uma voltagem nos terminais de um resistor é proporcional ao valor da corrente que flui através dele, isto é  $V = RI$ . Esta lei prevê que na ausência de corrente a voltagem é nula. Entretanto, se tomarmos um resistor qualquer e medirmos a sua voltagem em circuito aberto ( $I = 0$ ), notaremos que embora o seu valor médio seja nulo, o valor instantâneo da voltagem não é nulo. Nesta situação, o sinal que observamos nos terminais do resistor é uma voltagem de

ruído, conhecido na prática por diversos nomes: ruídos do Johnson, ruído térmico, ruído branco, ruído de Nyquist, etc.

Em um condutor qualquer o ruído Johnson é causado pelas vibrações termicamente excitadas dos portadores de carga. O movimento microscópico destes portadores é similar ao movimento Browniano de partículas onde, em qualquer temperatura acima do zero absoluto, se estabelece um movimento aleatório dependente da temperatura. Cada elétron possui uma carga de  $1.6 \times 10^{-19}$  Coulomb e, como eles se movimentam no interior do material, aparecerá um fluxo de corrente na forma de pequenos impulsos instantâneos em ambas as direções. Em algum instante de tempo podemos ter uma quantidade maior de portadores de carga dirigindo-se a um dos terminais do que em direção ao outro. Embora a corrente média seja nula, estas flutuações dão origem a uma voltagem instantânea nos terminais do resistor. O valor desta voltagem flutua rapidamente porque o número de elétrons que se movem em uma dada direção se altera de um instante a outro.

Sendo que a voltagem através do resistor flutua aleatoriamente ela tem componentes espectrais que se estendem sobre uma vasta faixa de frequências. Em vista disso, o valor rms do ruído vai depender da resposta em frequência do instrumento de medida. Por exemplo, a amplitude rms do ruído Johnson medida através de um voltímetro comum, que responde desde DC até alguns kHz, será certamente menor daquela medida através de um bom osciloscópio, cuja resposta em frequência vai desde DC até cerca de 100 MHz. Portanto é conveniente especificar a voltagem do ruído em termos da largura de banda do instrumento de medida. A teoria prevê que para um resistor de valor  $R$ , o valor médio quadrático da voltagem de ruído é dada por:

$$V_{rms}^2(f_1, f_2) = \langle V^2(f_1, f_2) \rangle = 4KTR(f_2 - f_1) = 4KTR\Delta f \quad (21.16)$$

onde  $K = 1.38 \times 10^{-23}$  Joules/Kelvin é a constante de Boltzmann,  $T$  é a temperatura em graus Kelvin,  $R$  é a resistência em Ohms e  $\Delta f$  é a largura de banda em Hertz. Desta equação concluímos rapidamente que o ruído Johnson é um caso particular de ruído branco.

Na temperatura ambiente,  $T = 300\text{K}$ , resulta:

$$V_{rms} = 1.28 \times 10^{-4} \sqrt{R\Delta f} \quad \mu\text{V} \quad (\text{para } T = 300\text{K}) \quad (21.17)$$

De acordo com a equação 21.16, a voltagem de ruído em um resistor de  $1\text{ k}\Omega$  na temperatura ambiente, medida por um voltímetro com  $10\text{ kHz}$  de largura de banda será de  $0.4\ \mu\text{V}$ . Isto corresponde a uma voltagem muito pequena, que parece ser desprezível, mas na realidade veremos que não é. Além de ser um pesadelo, em muitos casos, este tipo de ruído é surpreendente, não é? Pense que ele é independente da tensão aplicada externamente ao resistor, ou seja, ele existe mesmo quando a tensão aplicada é nula!

Chamamos a atenção a alguns fatos.

- O resistor mais caro do mundo, cuidadosamente projetado, tem exatamente a mesma quantidade de ruído Johnson que qualquer resistor barato, por exemplo o de carbono (de mesma resistência, é claro).
- Componentes reativos ideais (bobinas e capacitores) não geram ruído Johnson.
- A resistência usada na equação 21.16 não é a resistência DC, mas sim a parte real da impedância complexa  $\hat{Z} = R + jX$ . Para um indutor ela é causada pelas perdas ôhmicas do fio e pelas correntes de Foucault. Para um capacitor pelas perdas dielétricas.
- É interessante notar que em qualquer análogo físico da resistência (por exemplo, forças viscosas em um líquido) tem sempre associado a ele as flutuações do parâmetro físico relacionado (por exemplo a distorção de velocidades das partículas do fluido causada pelo movimento Browniano). O ruído Johnson é simplesmente um caso especial do teorema geral da Flutuação-Dissipação.
- As leis da termodinâmica proíbem que se retire energia de um resistor em equilíbrio térmico com o resto do instrumento.

### 21.3.2 Ruído em excesso

O ruído total em um resistor é composto do ruído Johnson e do ruído em excesso. O ruído em excesso é um caso particular do ruído  $1/f$ . Ele é observado em certos resistores quando uma corrente elétrica DC flui através deles. Uma expressão empírica para a densidade espectral e voltagem eficaz deste tipo de ruído são respectivamente:

$$N(f) = \frac{E}{f} R^2 I_{DC}^2 = \frac{E}{f} V_{DC}^2 \quad (21.18)$$

$$V_{RMS}^2 = E \frac{\Delta f}{f} R^2 I_{DC}^2 = E \frac{\Delta f}{f} V_{DC}^2 \quad (21.19)$$

$$(21.20)$$

onde  $E$  é uma constante empírica determinada pela geometria do resistor, tipo de material e outros fatores,  $I_{DC}$  é a corrente DC,  $\Delta f$  é a largura de banda e  $f$  é a frequência central da banda. Sendo que este ruído depende da corrente ele é algumas vezes chamado de ruído de corrente.

A amplitude do ruído em excesso varia bastante com o tipo de material e com a sua forma física. Ele é totalmente ausente nos metais e por isso quase não é observado em resistores de fio metálico. Por outro lado, os resistores de materiais compostos, como os resistores de carbono, geram um ruído em excesso muito grande. A razão deste efeito é que um resistor de carbono é fabricado a partir de grãos de carbono prensados e a corrente tende a fluir descontinuamente entre eles. A corrente flui através de micro-faíscas produzidas entre os contatos intergranulares, o que ocasiona uma flutuação no valor da resistência do material. Os resistores não são os únicos componentes que possuem ruído em excesso. Ele também é encontrado em diodos e transistores, onde recebe o nome de ruído  $1/f$ . O nome ruído em excesso é geralmente usado para o ruído  $1/f$  dos resistores.

Para minimizar o ruído em baixa frequência deve-se selecionar os resistores. Felizmente, em altas frequências, onde os resistores de fio não podem ser usados por causa de sua alta indutância, o ruído em excesso dos resistores de carbono é desprezível comparado ao ruído Johnson. Em outras situações, deve-se operar os resistores com correntes o menor possível para minimizar o ruído  $1/f$  que é gerado.

Os valores típicos do ruído em excesso para os principais tipos de resistores, dados em  $\mu V$  RMS para cada 1 VDC aplicado, medido em uma década de frequência, são os seguintes:

- Composição de carbono: 0.10  $\mu V$  a 3.0  $\mu V$
- Filme de carbono: 0.05  $\mu V$  a 0.3  $\mu V$
- Filme metálico: 0.02  $\mu V$  a 0.2  $\mu V$
- Fio metálico: 0.01  $\mu V$  a 0.2  $\mu V$

### 21.3.3 Ruído *shot*

O ruído *shot* resulta do mecanismo de condução de cargas em qualquer dispositivo. Ele é importante em válvulas, diodos e transistores. A corrente elétrica é o fluxo discreto dos portadores de carga e portanto não é um fluxo contínuo mas sim, a soma de pulsos de corrente; sendo cada pulso o resultado do movimento de um dos portadores de carga. Cada portador carrega uma quantidade fixa de carga e ao atingir um dos terminais do dispositivo resulta em um impulso de corrente. O fluxo de cargas tem um efeito granular (similar ao som da chuva caindo em um telhado de zinco) e as suas variações representam um ruído sobre o valor médio da corrente. Este efeito é denominado de ruído *shot*.

O valor eficaz da corrente associada ao ruído *shot* pode ser calculado a partir de primeiros princípios e vale

$$I_{RMS}^2 = 2 q I_{DC} \Delta f \quad (21.21)$$

onde  $q$  é a carga eletrônica ( $q = 1.6 \times 10^{-19}$  Coulombs),  $I_{DC}$  é a corrente DC em amperes,  $\Delta f$  é a largura de banda em Hz. Note que  $I_{RMS}$  é proporcional à raiz quadrada da largura de banda e não depende da frequência central da banda. Isto significa que o ruído *shot* é um tipo particular de ruído branco.

Exemplificando, as flutuações de uma corrente dc de 1 A, medida com uma largura de banda de 10 kHz, corresponde a um valor eficaz de 57 nA, o que significa uma flutuação de apenas 0.000006% do valor da corrente dc. Estas flutuações se tornam maiores para correntes menores. Por exemplo, para uma corrente DC de 1 pA, as flutuações medidas sobre a mesma largura de banda é de 5.6 fA ou seja, uma variação de 5.6%. Portanto, é difícil medir correntes muito pequenas com bastante precisão.

O ruído *shot* está associado também ao fluxo de corrente através de uma barreira de potencial. Estas barreiras existem em toda junção PN nos dispositivos de semicondutores e também na superfície do contato de uma válvula.

## 21.4 Regra da adição de ruídos

O ruído total gerado em um componente eletrônico pode ter sua origem em apenas um, ou em diversos mecanismos físicos independentes. Por exemplo, vimos que o ruído total em um resistor é constituído fundamentalmente da combinação de duas fontes independentes estatisticamente: do ruído térmico e do ruído em excesso. A teoria diz que, se  $n$  fontes independentes de ruído são somadas, o valor rms da tensão resultante é determinada pela seguinte equação:

$$V_{rms}^2 = V_{rms-1}^2 + V_{rms-2}^2 + \dots + V_{rms-n}^2 \quad (21.22)$$

Na linguagem popular esta regra é conhecida como a “regra da soma dos quadrados”. Pela regra da soma dos quadrados, duas fontes de ruído independentes não podem (jamais) se cancelarem mutuamente.

Frequentemente, ocorre que em determinadas situações uma das fontes de ruído pode ser dominante sobre a outra. Na prática, a fonte de ruído menos intensa pode ser desprezada se ela for menor do que cerca de 1/10 da fonte dominante. Para exemplificar,

$$\text{se } V_{rms-2} = \frac{1}{10} V_{rms-1} \quad (21.23)$$

$$\text{então } V_{rms} = \sqrt{V_{rms-1}^2 + V_{rms-2}^2} = 1.005 V_{rms-1} \quad (21.24)$$

ou seja, para uma relação 1:10, a contribuição da fonte de ruído menos intensa é de apenas 0.5%. Portanto, na prática é muito mais vantajoso e econômico investir na minimização dos ruídos dominantes e deixar de lado as fontes de ruído menos intensas, sendo que estas pouco contribuem para o ruído total. Esta situação se altera drasticamente quando os ruídos produzidos pelas duas fontes são comparáveis. Para uma relação 1:3 a fonte menos intensa contribui em 15% sobre o ruído total, o que já é bastante significativo.

Se dois resistores,  $R_1$  e  $R_2$ , são conectados em série (ou em paralelo), a voltagem do ruído total é a mesma que aquela do resistor equivalente  $R_1 + R_2$  (ou  $R_1 || R_2$ ). Isto, é claro, vale apenas para dois resistores de fabricação idêntica, caso contrário, deve-se aplicar a regra da soma dos quadrados.

## Capítulo 22

# Amplificador sensível à fase

Um amplificador sensível à fase é usualmente denominado de “amplificador *lock-in*”. Este instrumento é simplesmente um voltímetro AC especializado, que emprega a técnica da detecção sensível à fase para medir sinais AC de pequena amplitude e mascarados pelo ruído. A capacidade de um *lock-in* em recuperar sinais mascarados pelo ruído depende de muitos fatores mas, em geral, mesmo um *lock-in* não muito sofisticado é capaz de medir corretamente um sinal cuja amplitude é cerca de 20.000 vezes menor do que a do ruído. Para se ter uma ideia do que isto significa, observe a figura 22.1.

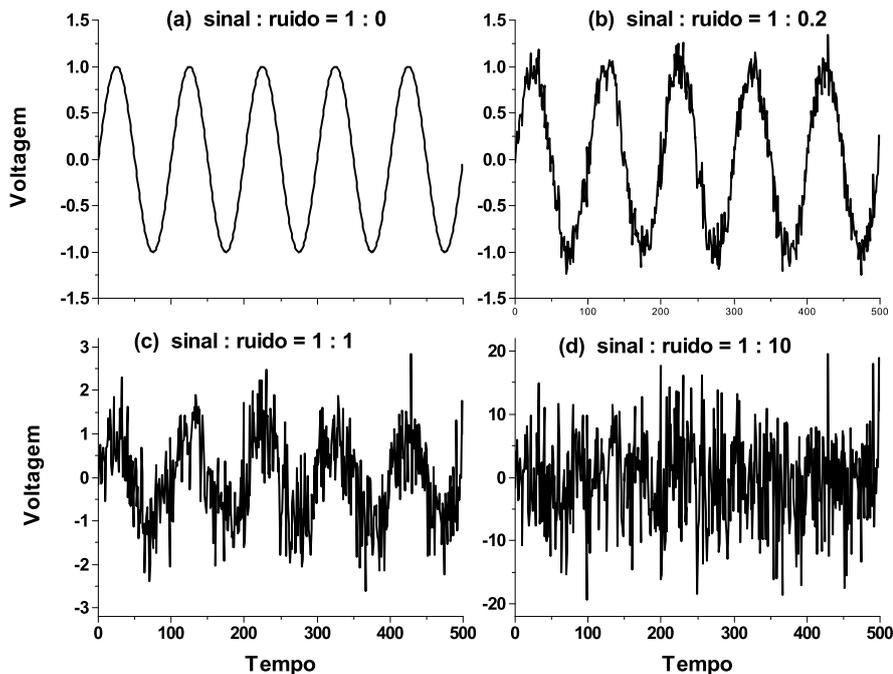


Figura 22.1: Sinal senoidal adicionado a ruído Gaussiano com 4 amplitudes diferentes.

A figura 22.1 mostra uma simulação numérica na qual é adicionado quantidades específicas de ruído a um sinal senoidal. No caso (a) a amplitude do ruído é nula e se observa integralmente o sinal senoidal de amplitude 1 V, denominado de “sinal de interesse”. Nos casos seguintes (b-d) o ruído foi adicionado em quantidades crescentes. O sinal composto da onda senoidal acrescido de ruído é chamado simplesmente de “sinal” ou “sinal real”.

A maneira mais simples de se quantificar a quantidade de ruído presente em um sinal é através da **relação sinal-a-ruído**, ou relação sinal:ruído, ou ainda relação sinal/ruído. Para especificar-se a relação sinal-a-ruído deve-se, primeiro, especificar a amplitude RMS do sinal de interesse, que seria aproximadamente 0.7 V no caso (a) e, segundo, o valor RMS do ruído adicionado. Por exemplo, se o valor RMS do ruído for também 0.7 V, dizemos que a relação sinal:ruído é de 1:1 e esta é a situação mostrada no caso (c).

O sinal exemplificado na figura 22.1(c) tem a relação sinal:ruído igual a 1:1 e, apesar de aparentemente

ruidoso, pode ser considerado excelente. Imagine como seria este sinal se a amplitude do ruído fosse 20.000 vezes maior que a do sinal, o que representa uma situação 20.000 vezes pior que a exemplificada em (c)! Em outras palavras, se na tela do osciloscópio a amplitude pico a pico do ruído fosse de 5 cm, a do sinal de interesse corresponderia somente a aproximadamente 0.0025 mm ou seja, não observável. Como resolver este problema? Existem muitas técnicas utilizadas para esta finalidade e o amplificador *lock-in* é apenas uma delas.

## 22.1 A ideia básica

Antes de começar o estudo do *lock-in* vamos motivar o assunto através de um exemplo. Ele está esquematizado na figura 22.2 e consiste de um experimento típico de fotometria, no qual o interesse é medir-se a quantidade de luz que atravessa uma amostra, em função do comprimento de onda da luz incidente ou da temperatura da amostra.

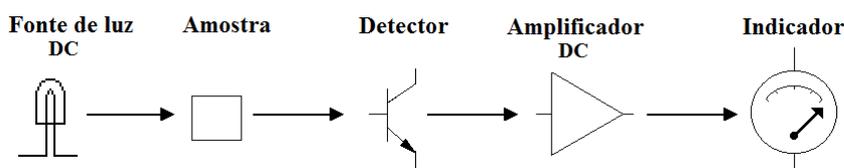


Figura 22.2: Diagrama esquemático de um experimento projetado para medir a quantidade de luz transmitida por uma amostra através do método DC.

O que podemos dizer a respeito do experimento da figura 22.2? Bem, um profissional experiente diria que a técnica de medida proposta não é a mais adequada para as finalidades almejadas. Porque?

Como pode-se notar na figura, a fonte de luz é DC e, portanto, a intensidade da luz transmitida é DC e o amplificador também. Mas, qual o problema com DC? São muitos e só para citar alguns: (1) *offset* do amplificador, (2) luz ambiente, (3) ruídos de baixa frequência.

Vou explicar melhor. Primeiro, vimos que os amplificadores dc possuem, inevitavelmente, um *offset* dc que pode variar bastante com a temperatura do CI provocando alterações espúrias e significativas no sinal dc medido. Segundo, o projeto proposto não tem qualquer proteção contra ruídos provocados por eventual incidência da luz ambiente no detector. Terceiro, sei que vamos estudar em um capítulo adiante as propriedades físicas do ruído mas, já podemos adiantar que grande parte do ruído presente em detectores e amplificadores é do tipo “1/f”. Isto significa que o espectro de Fourier do ruído é tal que a sua amplitude decai com o aumento da frequência. Significa também que uma medida DC (frequência nula) seria a pior situação possível, pois corresponderia à situação de maior incidência de ruído.

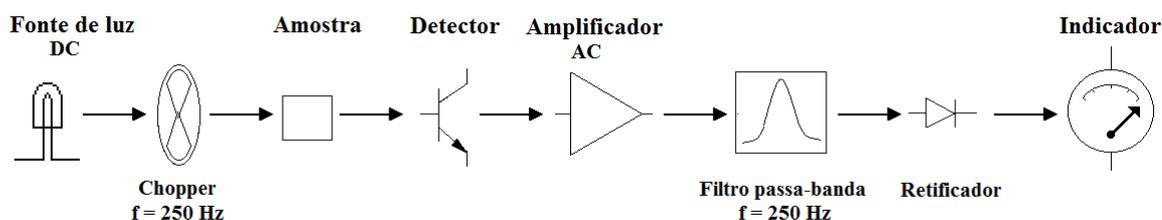


Figura 22.3: Diagrama esquemático de um experimento projetado para medir a quantidade de luz transmitida por uma amostra através do método AC.

Estes problemas podem ser parcialmente evitados através de uma montagem um pouco mais elaborada, conforme mostra a figura 22.3. O elemento novo que foi introduzido a partir do esquema anterior foi o *optical chopper*. O *chopper* é um dispositivo ótico utilizado para interromper o feixe de luz periodicamente. O tipo mais comum é formado por um disco com orifícios, que interrompem o feixe sequencialmente conforme ele gira com alta frequência de rotação. Nos casos em que o ruído é 1/f deseja-se que o disco gire o mais rápido possível, acionado por um motor de rotação estável que imprime uma modulação de alta frequência na intensidade do feixe de luz. Para isso é necessário um grande número de pequenos orifícios, o que limita o diâmetro do feixe.

A grande vantagem do uso do *chopper* é que a intensidade da luz fica modulada em uma frequência conhecida, podendo ser amplificada por um amplificador AC, livre dos problemas de *offset* e, além disso, depois de amplificado o sinal pode ser filtrado por um filtro passa-banda sintonizado na mesma frequência que a modulação. Este segundo truque filtra grande parte do ruído, incluindo os de baixa frequência. Como o sinal é alternado, é necessário retificá-lo para a sua apresentação final.

Esta montagem também minimiza o efeito da luz ambiente. Porque? Através de isolamento ótica, é possível garantir que a única luz que atravessa o *chopper* é aquela proveniente da fonte escolhida. Porém, luz espalhada do ambiente pode atingir o detector, mas, sendo que ela não foi modulada em amplitude pelo *chopper*, ela produz no detector um sinal DC ou de frequências específicas (como 120 Hz no caso de lâmpadas fluorescentes) que não coincidem com a do *chopper* e, portanto, são eliminadas pelo filtro passa-banda.

E agora, problema resolvido? Eu diria que o segundo esquema é melhor que o primeiro mas, ele não resolve o problema totalmente. O detalhe importante é que um filtro passa-banda na frequência indicada na figura 22.3, que é 250 Hz, tem um fator de qualidade da ordem de algumas poucas dezenas, no máximo. Isto significa que a banda de passagem de um filtro em 250 Hz com  $Q = 10$  terá uma banda de passagem da ordem de 25 Hz; o que é muito. É necessário diminuir a banda de passagem para promover uma filtragem ainda mais efetiva do ruído e isto não é possível de ser implementado através de filtros passa-banda, sejam eles analógicos ou digitais. Entretanto, esta proeza pode ser realizada a partir de algumas modificações simples do segundo esquema, como está mostrado na figura 22.4.

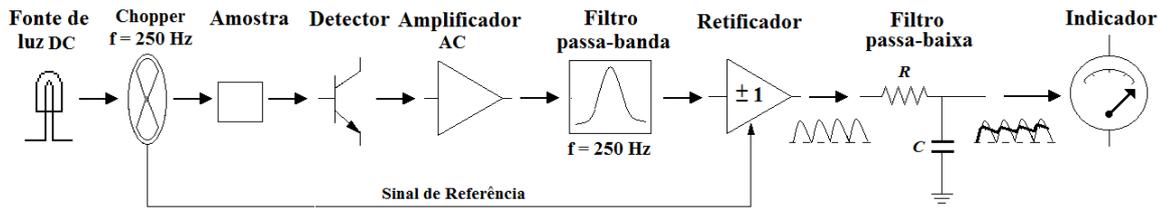


Figura 22.4: Diagrama esquemático de um experimento projetado para medir a quantidade de luz transmitida por uma amostra através do método da detecção sensível à fase.

O ponto central desta terceira modificação do circuito original é a inclusão de um retificador especial (ou retificador *lock-in*) que, de fato, é o **amplificador sensível à fase**. Este amplificador amplifica o sinal detectado com um ganho de  $+1$  ou de  $-1$ , dependendo do sinal de referência. O sinal de referência é um sinal elétrico que possui apenas dois valores de tensão que se alternam na mesma frequência com que o feixe de luz é modulado pelo *chopper*. Estes dois valores podem ser  $+5$  V e  $0$  V, ou quaisquer outros dois, pois isto somente vai depender somente da lógica utilizada pelo circuito que for implementado. A cada um destes dois valores está associado um ganho para o amplificador. Por exemplo, se em um instante de tempo o sinal de referência vale  $+5$  V então o ganho será  $+1$ , alternativamente, se valer  $0$  V o ganho será  $-1$ ; ou vice-versa. Portanto, o ganho do amplificador se alterna **sincronizado** com a modulação do sinal.

Uma maneira de se implementar um retificador (ou amplificador) deste tipo está mostrada na figura 22.5. Baseado nas aplicações do amplificador operacional, que já estudamos anteriormente, você fará a análise deste circuito com bastante facilidade. Veja bem! Com a chave aberta o circuito é um amplificador inversor com ganho igual a  $-1$ . Com a chave fechada o circuito é um tiquinho mais complicado mas, basta notar que  $V_i = V^+ = V^-$ , logo,  $V_i - V^- = RI = V_i - V_i = 0$ , portanto,  $V_o = V_i$ ; onde  $I = 0$  é a corrente na realimentação do operacional. Concluímos que, com a chave fechada, ele é um seguidor com ganho igual a  $+1$ .

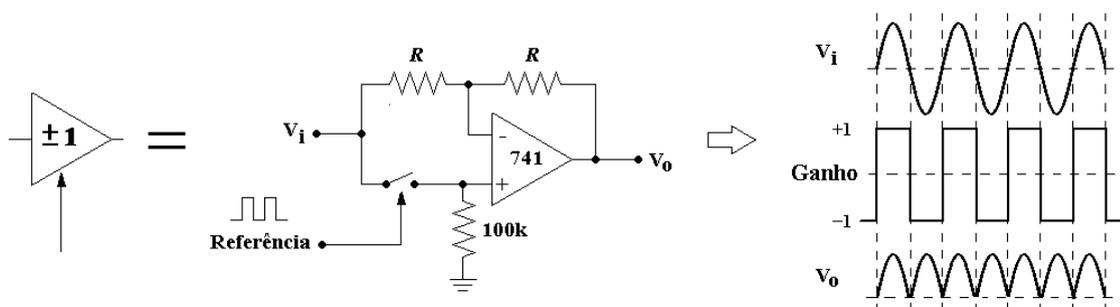


Figura 22.5: Amplificador inversor/não-inversor utilizado como retificador síncrono no amplificador *lock-in*. Os dois níveis do sinal de referência (onda quadrada) aciona a chave eletrônica. Chave fechada: ganho =  $+1$ . Chave aberta: ganho =  $-1$ .

A figura 22.5 também mostra como o sinal de interesse se altera quando atravessa o retificador. Observe que, quando o ganho é  $+1$  o sinal é reproduzido na saída e, quando é  $-1$  o sinal é reproduzido invertido. A forma de onda na saída é idêntica àquela que obtivemos quando observamos o retificador

feito com diodos. Se não se lembra volte a dar uma olhada no capítulo 9. É por este motivo que apelidei o amplificador sensível à fase de retificador especial.

Agora o resto é simples; como diriam: “mamão com açúcar”. O sinal retificado tem uma componente dc que é igual ao seu valor médio e vale  $V_m = 0.637 V_o$ , onde  $V_o$  é a amplitude do sinal senoidal. Se não se recorda disso volte a estudar a tabela 6.3. Finalmente, a medida de  $V_m$  pode ser feita por um circuito integrador ou, simplesmente, por um filtro passa-baixa; permitindo-se assim determinar-se o valor de  $V_o$ .

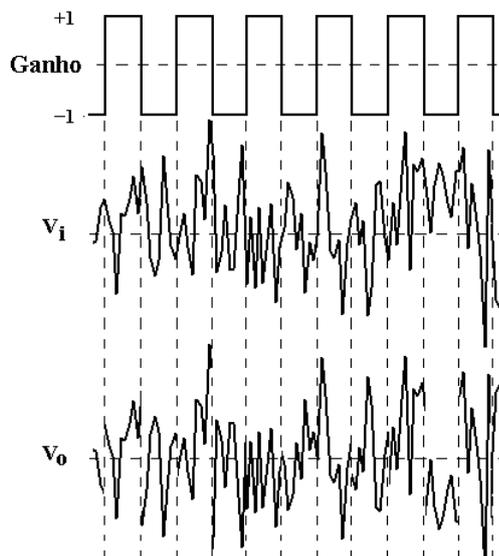


Figura 22.6: Simulação numérica para mostrar o efeito do retificador *lock-in* no ruído.

Agora vem a pergunta do dia: “Professor, porque esse retificador especial elimina o ruído?”. Boa pergunta!

Não há como separar o ruído e o sinal de interesse, portanto eles são retificados conjuntamente. Já vimos o que acontece com a retificação do sinal de interesse e agora vamos ver o que acontece com a retificação do ruído, a qual está exemplificada na figura 22.6.

A uma primeira vista, você vai ter a sensação de que os sinais  $V_i$  e  $V_o$  na figura 22.6 são semelhantes. Porém, se examinar com cuidado vai perceber que não são, pois, nos intervalos em que o ganho é negativo o ruído ficou invertido!

Bom, qual o efeito disso? Nenhum! Apesar da retificação o ruído continua sendo um ruído com média temporal nula, simplesmente porque **o ruído não está em fase com a modulação**. Você percebe que, no sinal retificado composto (ruído + sinal de interesse), somente o sinal de interesse tem média temporal não nula?

**Portanto, a média temporal do sinal retificado é proporcional à amplitude do sinal de interesse.**

Este é o resultado final que diz que: o sinal filtrado pelo filtro passa-baixa será um sinal **quase DC** proporcional à amplitude do sinal de interesse. Este “quase” em negrito é muito importante.

Para que a resposta do filtro passa-baixa seja somente a componente dc do sinal, seria necessário que a sua frequência de corte fosse extremamente baixa (por exemplo, 1 mHz). Caso contrário, toda a banda de frequências do ruído, abaixo da frequência de corte, vai ser transmitida para a saída do *lock-in*. O problema é que ao se usar uma frequência de corte muito baixa o ruído na saída diminui mas, a resposta temporal do *lock-in* aumenta.

Vocês já estudaram este conceito quando analisaram os filtros RC no capítulo 7. Para entender, suponha que na entrada de um filtro RC passa-baixa você aplica uma tensão de 0 V, então, a tensão de saída será também de 0 V. Concorda? Bom, agora você aumenta abruptamente a tensão de entrada para 1 V e, pergunto, qual será a tensão de saída neste exato instante de tempo? É claro que ela ainda vai ser de 0 V pois o capacitor ainda não teve tempo de se carregar! Somente após um tempo longo comparado com o valor do produto  $RC$  é que a tensão de saída vai atingir o valor de 1 V.

Isso é o que se passa com o amplificador *lock-in*. Para se eliminar o ruído na sua quase totalidade é necessário diminuir a frequência de corte do filtro passa-baixa e isto tem um preço muito caro: o tempo de resposta fica muito lento. Na Eletrônica (e também na vida, creio eu) não dá prá ganhar todas as batalhas simultaneamente. Eu já disse antes: “Se Deus tivesse dado asas para a cobra teria tirado o veneno, com certeza”. Portanto, existe um compromisso a ser decidido pelo experimentador na escolha do tempo de resposta e da filtragem do sinal.

Agora passaremos a praticar um pouco montando um *lock-in* simples na sua placa de montagens, com um circuito totalmente baseado no que já foi estudado e discutido anteriormente.

## 22.2 Prática: uma balança sensível

Toda a discussão anterior foi elaborada a partir de um experimento de fotometria, entretanto, este experimento será mais simples porque não requer equipamentos óticos que, até então, não foram introduzidos neste curso. Por isso, vamos montar aqui uma prática mais simples, mas com toda a complexidade necessária para a análise experimental de um *lock-in* real. Vamos montar uma “balança” que utiliza o sensor chamado “*strain-gage*”, que foi brevemente introduzido na seção 3.1.6.3.

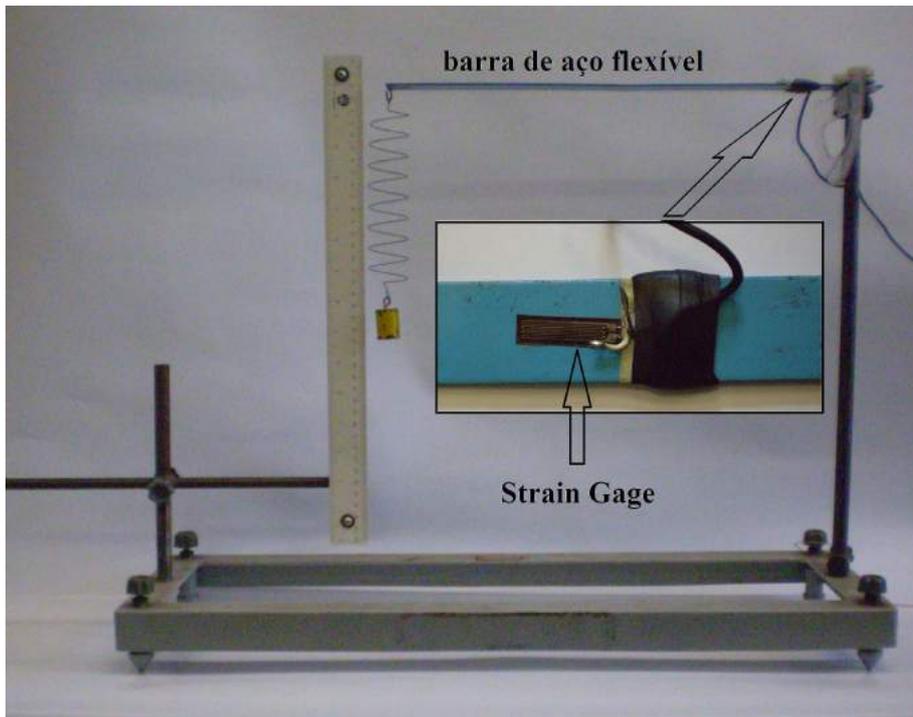


Figura 22.7: Arranjo experimental para a medida da deformação de uma barra de aço.

O *strain-gage* é aqui utilizado para se medir a deformação elástica de uma barra de aço flexível no arranjo que está mostrado na figura 22.7. A barra é firmemente presa em uma das extremidades (lado direito na foto da figura) enquanto que a outra é livre. Na extremidade livre pode ser colocado um pequeno peso que produzirá uma pequena deformação da barra. Este arranjo funciona como uma balança e o objetivo da prática é medir essa deformação ou, melhor que isso, determinar qual a sensibilidade desta balança, ou seja, qual é o menor peso que ela é capaz de medir.

O *strain-gage* é montado próximo ao suporte fixo (lado direito), colado na superfície da barra, conforme mostra a figura. Este sensor nada mais é do que um resistor cuja resistência varia conforme a barra se deforma. Sendo que o sensor está colado na barra ele sofre a mesma deformação que ela. Sendo assim, o objetivo é medir a resistência do sensor ou, mais precisamente, **as variações da resistência do sensor** relativas às situações: com peso e sem peso sobre a barra.

A figura 22.7 ilustra um arranjo no qual a extremidade livre da barra está presa um oscilador massa-mola. Este arranjo é útil nesta prática porque ele facilita os ajustes e visualização dos sinais elétricos no osciloscópio, que deverão acompanhar a oscilação harmônica da barra.

O circuito elétrico que vocês irão montar está mostrado na figura 22.8. Este é o MAIOR circuito que vocês viram neste curso até agora, mas, **não se assustem** porque ele não morde! Vocês entenderão rapidamente que este circuito é simplesmente uma composição de diversos circuitos que vocês já montaram (e entenderam, espero) nas práticas anteriores.

O *strain-gage* que utilizaremos possui uma resistência nominal (em repouso) de  $120 \Omega$ . A sua resistência varia (um pouquinho) em função da deformação da barra e é este o efeito que queremos medir. Mas, como se mede a variação da resistência de um resistor? Vocês já viram isso na seção 5.2.5, onde mostramos que o melhor método para se fazer esta medida é através de um detetor de nulo, baseado na ponte de Wheatstone. É por aqui que começa a montagem do circuito da figura 22.8.

O lado esquerdo da figura mostra que o gerador senoidal (1 kHz, 5 Vpp) está conectado na ponte que consiste de vários resistores fixos e um potenciômetro de  $100 \Omega$ . Em um braço da ponte estão o *strain*

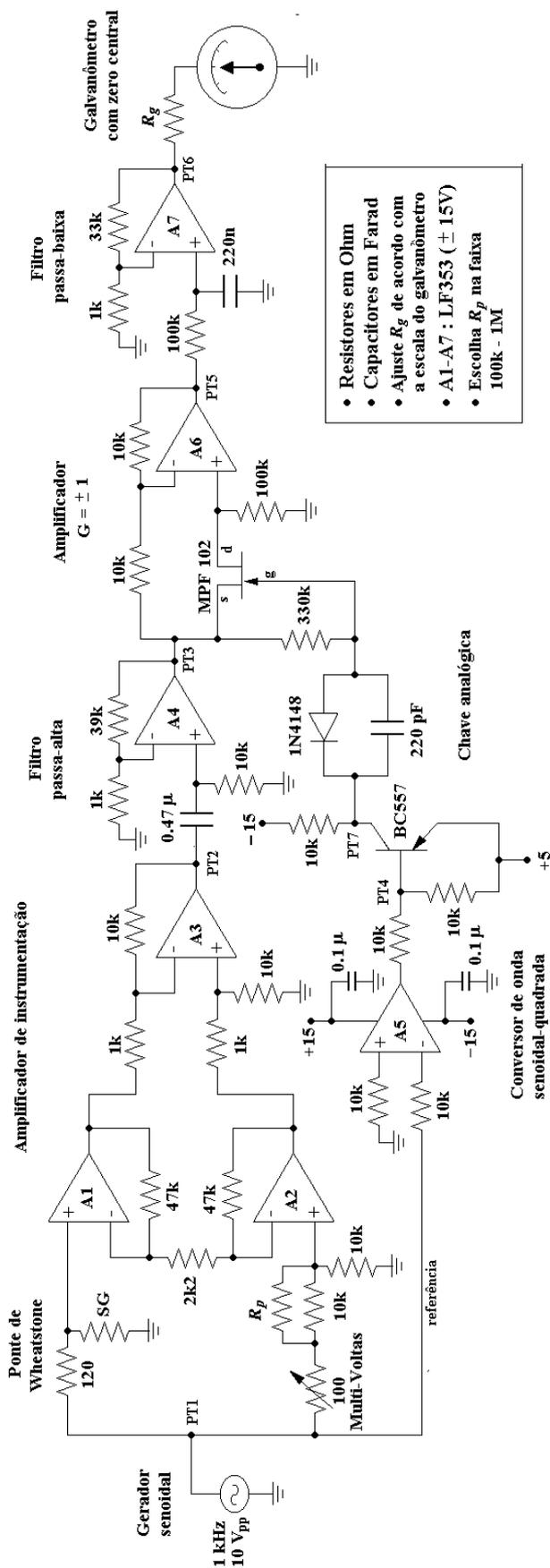


Figura 22.8: Circuito prático do lock-in.

gage (SG) e um resistor de 120  $\Omega$ . No outro braço, temos dois resistores de 10 k $\Omega$ , sendo um paralelo com outro de valor  $R_p$ , e um potenciômetro de valor 100  $\Omega$ . O potenciômetro é usado para equilibrar a

ponte e o valor de  $R_p$  deve ser escolhido em algum valor no intervalo 100k-1M. A escolha do valor de  $R_p$  é feita por “tentativa e erro”, sendo que a ideia é fazer com que o valor da resistência do potenciômetro (0 a 100  $\Omega$ ) seja suficiente para equilibrar a ponte. O procedimento de ajuste é um pouco “chato” entretanto, o fato da resistência do potenciômetro ser muito menor que 10 k $\Omega$  torna o balanceamento da ponte bastante preciso.

A saída da ponte é conectada em um amplificador instrumental (A1-A3), idêntico ao que foi montado na seção 20.2. O ganho deste amplificador se calcula através da equação 20.14 e vale aproximadamente 440.

Chamo a atenção a um fato: é muito provável que você não consiga equilibrar a ponte totalmente, ou seja, você não vai conseguir alcançar zero volts na saída do amplificador instrumental. Este inconveniente é causado por um efeito espúrio que surge devido a capacitâncias parasitas, tanto no sensor quanto no circuito. O efeito destas capacitâncias é produzir uma componente na saída da ponte, 90° fora de fase com o sinal do gerador, que não pode ser zerado pela ponte. Você poderá confirmar este fato se, ao minimizar a saída do amplificador instrumental (através de ajuste do potenciômetro), medir a diferença de fase entre os dois sinais com o osciloscópio.

Até este ponto, o ganho do circuito é relativamente alto e, portanto, o *offset* produzido pelos amplificadores operacionais (LF353, conforme anotado na figura) poderá ser muito alto impedindo futuras ampliações. Assim, para eliminar o *offset*, a saída do amplificador instrumental é ligada a um filtro passa-alta (A4) com ganho de 39, cuja frequência de corte está em torno de 34 Hz (ver figura).

Neste ponto do circuito, a saída do filtro passa-alta contém o sinal de desbalance da ponte já devidamente amplificado (por um ganho aproximado de  $440 \times 39 = 17160$ ) e livre da componente DC. Este sinal já pode ser aplicado ao retificador (ou amplificador  $\pm 1$ , implementado por A6) que descrevemos na seção anterior. Antes disso, vamos estudar a parte do circuito que cuida do sinal de referência.

O sinal na saída do gerador senoidal é também ligado na entrada de um comparador (A5) que o transforma em onda quadrada de tensões  $\pm 15V$ . Para que o chaveamento deste operacional não produza interferências nas outras partes do circuito é conveniente filtrar a sua alimentação utilizando-se capacitores de 0.1  $\mu F$ . A saída do conversor senoidal-quadrada é ligada a uma chave analógica, idêntica à que foi estudada na seção 11.3.2, constituída pelo transistor bipolar BC557 e do FET MPF102. Observe que esta é a única parte do circuito todo que utiliza alimentação de +5V.

O transistor FET atua como uma chave que conecta ou desconecta a saída de A4 com a entrada positiva de A6. Então, o circuito formado por A6 e FET é idêntico ao da figura 22.5, que faz a retificação do sinal AC. Finalmente, o sinal retificado é filtrado por um filtro passa-baixa com ganho de 33 e frequência de corte de aproximadamente 7 Hz, a fim de gerar o sinal DC da saída do *lock-in*.

Para visualizar a saída do *lock-in* poderemos utilizar um galvanômetro que possui o zero no centro da sua escala, pois o sinal poderá ser tanto positivo quanto negativo. Tome o cuidado de, previamente, calcular o resistor  $R$  em série com o galvanômetro considerando-se o valor nominal da corrente de fundo do galvanômetro.

Monte o circuito seguindo o roteiro que utilizei para explicar o circuito para vocês, ou seja, seguindo a ordem crescente da numeração dos amplificadores operacionais. Para auxiliá-los marquei no circuito os pontos de teste, denominados de PT (que seriam em inglês, *test points* ou TP). A cada módulo acrescentado ao circuito faça uma parada para observar no osciloscópio a tensão no correspondente PT e verificar se o circuito está funcionando bem até esta etapa. Se não estiver, solucione o problema antes de seguir adiante.

Observação: nesta prática não encontramos necessidade em acrescentar um filtro passa-banda centrado na frequência da referência, como sugere os diagramas anteriores. Porém, esperaríamos uma melhoria no desempenho do circuito caso ele fosse implementado. Pense nisso.

### 22.3 A fase da referência

Como não foi necessário, ainda não mostrei um componente do *lock-in* que é muito importante na maioria de outras situações. Trata-se da inclusão de um defasador, similar ao estudado na seção 16.7.

Porque incluir um defasador? A resposta será dada a seguir.

Na prática realizada o sinal a ser medido não possuía defasagem com relação ao gerador porque a ponte de Wheatstone é composta somente por resistores. Entretanto, este não é o caso geral. Muitas vezes, o experimento requer o uso de componentes, como capacitores ou bobinas, que defasam o sinal de interesse com relação ao da referência. Esta defasagem também pode ser causada pelos próprios amplificadores, cabos e componentes da eletrônica utilizada. O problema que isto provoca está esquematizado na figura 22.9.

A figura 22.9(a) mostra a mesma situação que foi considerada anteriormente: sinal e referência em fase. Já nos outros casos (b-d) o sinal e a referência não estão em fase. Observe e analise o caso (b) em

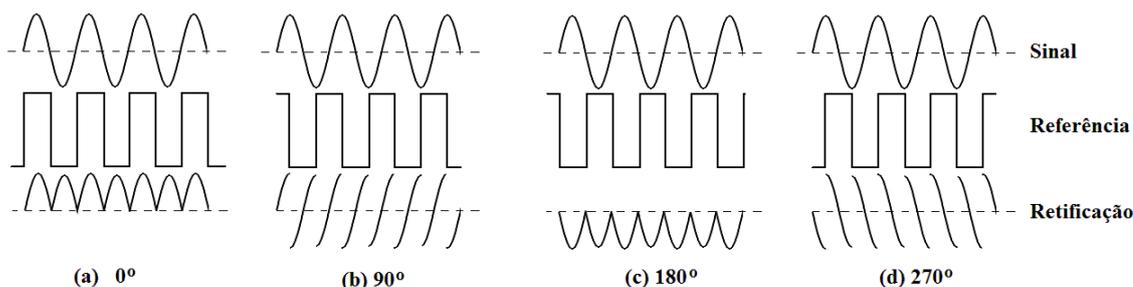


Figura 22.9: Dependência das formas de onda do *lock-in* com o ângulo de fase entre sinal e referência.

que o sinal e a referência estão 90° fora de fase. Os casos (c-d) correspondem a uma inversão de fase de 180° com relação aos (a-b). Qual o problema que você identifica?

Bom, o problema é que no caso (b) o valor médio do sinal retificado é nulo, enquanto que a amplitude do sinal de interesse não é! Como o *lock-in* mede o valor médio do sinal retificado você vai pensar erroneamente que, nos casos (b,d), o sinal de interesse gerado pelo experimento seria nulo. Como resolver este problema?

Simple, basta **defasar apropriadamente o sinal de referência**. Se você pensar na outra possibilidade, em defasar o sinal de interesse, você vai criar problemas adicionais, principalmente porque qualquer defasador introduziria ruído e *offset* adicionais, além de que acrescentaria outros efeitos colaterais que não vou discutir por enquanto. A maneira de se aprimorar o *lock-in* está mostrado na figura 22.10.

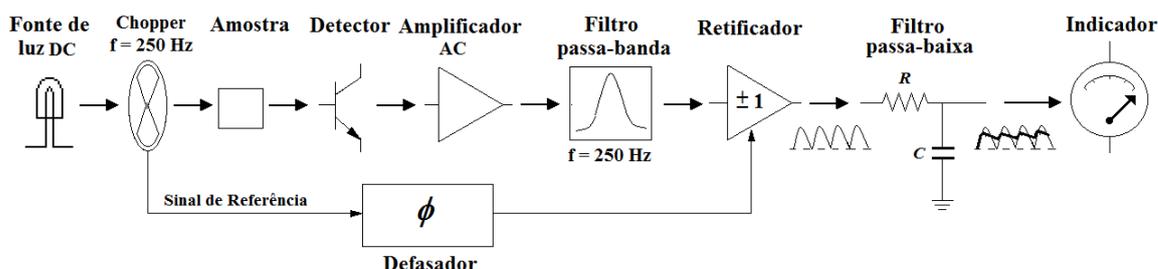


Figura 22.10: Diagrama esquemático de um experimento projetado para medir a quantidade de luz transmitida por uma amostra através do método da detecção sensível à fase, com correção de fase.

## 22.4 Demonstração: um *lock-in* analógico comercial

Um *lock-in* comercial é normalmente construído a partir de um diagrama básico um pouco diferente dos que mostramos até aqui. A figura 22.11 mostra o esquema básico de um *lock-in* analógico profissional.

A maneira correta de projetar um *lock-in* é utilizando a referência na forma senoidal (e não quadrada, como foi implementado na prática e discussões anteriores). Além disso, deve-se trocar o retificador (ou amplificador ±1) por um multiplicador analógico.

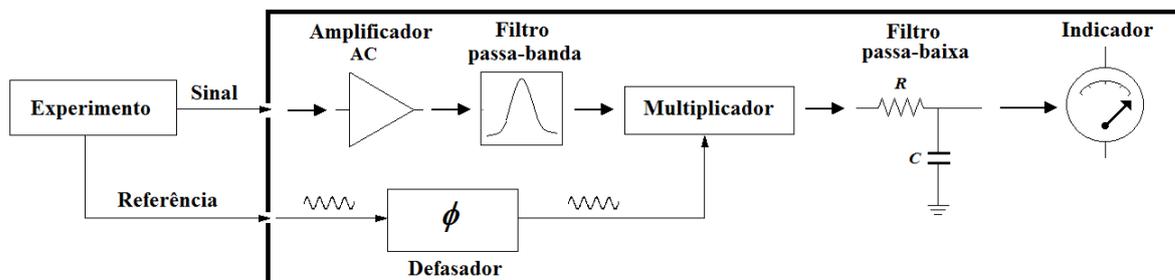


Figura 22.11: Diagrama esquemático de um *lock-in* baseado em multiplicadores analógicos.

Assim, se os sinais de interesse e de referência fossem, respectivamente,

$$V_s = V_s^o \text{sen}(\omega t) \tag{22.1}$$

$$V_r = V_r^o \operatorname{sen}(\omega t + \theta), \quad (22.2)$$

a saída do multiplicador seria

$$\begin{aligned} V_o &= V_s^o V_r^o \operatorname{sen}(\omega t) \operatorname{sen}(\omega t + \theta) \\ &= V_s^o V_r^o [\operatorname{sen}^2(\omega t) \cos(\theta) + \cos(\omega t) \operatorname{sen}(\omega t) \operatorname{sen}(\theta)]. \end{aligned} \quad (22.3)$$

Observe que o segundo termo, proporcional a  $\cos(\omega t) \operatorname{sen}(\omega t)$  tem média temporal nula, logo, o valor médio que resulta após o filtro passa-baixa seria:

$$\langle V_o \rangle = V_s^o V_r^o \langle \operatorname{sen}^2(\omega t) \rangle \cos(\theta) = \frac{1}{2} V_s^o V_r^o \cos(\theta) \quad (22.4)$$

Observe que para  $\theta = 0$  o sinal é máximo (positivo), para  $\theta = 180^\circ$  é mínimo (negativo) e para  $\theta = 90^\circ$  ou  $\theta = 270^\circ$  o sinal é nulo.

Com isto finalizamos a nossa discussão sobre o amplificador sensível à fase. Apenas para complementar faremos uma demonstração prática utilizando um *lock-in* comercial para realizar a mesma tarefa desenvolvida na prática anterior.

A partir do circuito já montado e testado da figura 22.8 vamos pinçar os pontos de teste PT1 (sinal de referência) e PT2 (sinal a ser analisado) e injetá-los nas entradas de um *lock-in* comercial.

Nossa intenção vai ser aprender a identificar os controles deste *lock-in* profissional, fazendo um paralelo com o que aprendemos neste capítulo. Neste processo vamos também verificar o quanto a sensibilidade deste instrumento comercial (que custa muito caro!) é melhor que o pobre circuito que construímos.

Espero que você tenha gostado desta prática!

## Capítulo 23

# Phase locked loop : PLL

**TEXTO INCOMPLETO !**

## Capítulo 24

# Controlador PID

**TEXTO INCOMPLETO !**

## Apêndice A

# O efeito Seebeck e os termopares

Qualitativamente, a temperatura de um objeto determina a sensação de quente ou frio que sentimos ao tocá-lo. Mais especificamente, a temperatura é uma medida da energia cinética média das partículas que compõem a matéria, expressa em unidades de graus ao longo de uma escala padrão. Para estabelecer uma escala de temperatura padrão é necessário basear-se em fenômenos físicos que ocorrem em temperaturas específicas, que possam ser facilmente observados, controlados e consistentemente reproduzidos.

A “International Practical Temperature Scale”, IPTS, é baseada em tais fenômenos e estabelece diversas temperaturas de referência, as quais podem ser utilizadas para a calibração dos diversos sensores, por exemplo, o ponto triplo do hidrogênio (13.81K ou 259.34°C) e o ponto de solidificação do ouro (1337.58K ou 1064.43°C).

Sendo que existe um número discreto de valores padrões para a temperatura, os instrumentos de medida construídos com base em transdutores são utilizados a fim de interpolarem-se valores intermediários. É claro que a realização de uma interpolação precisa implicaria no uso de transdutores exóticos, complicados e caros. Felizmente, como já mencionamos em um capítulo anterior, existem sensores de temperatura simples e baratos que podem ser usados para determinar a temperatura em situações práticas corriqueiras. Os mais comuns são: a termo-resistência, o termistor, o diodo e o termopar. Neste capítulo vamos nos limitar ao estudo dos termopares.

### A.1 O efeito Seebeck

Thomas Johann Seebeck, nascido na Estônia, formou-se em medicina em 1802, porém, preferiu seguir a carreira de educador e pesquisador na área de física. Seebeck tornou-se mais conhecido como físico do que como médico. Em 1821 ele pesquisava a relação entre calor e magnetismo e, acidentalmente, descobriu o efeito que deu origem ao **termopar** que, até hoje, é o mais popular entre os sensores térmicos.

Seebeck descobriu que, ao formar um circuito fechado através da junção de dois metais diferentes, cobre e bismuto, surgia um campo magnético na vizinhança do circuito desde que as duas junções estivessem em temperaturas diferentes. O campo magnético gerado era suficiente para orientar uma bússola localizada próxima aos fios. O experimento de Seebeck está esquematizado na Figura A.1.

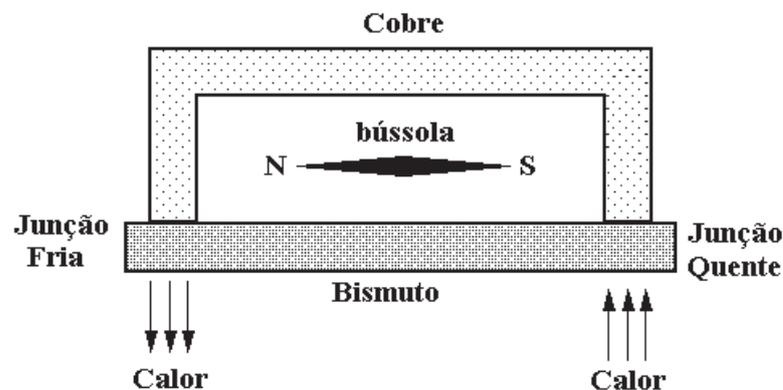


Figura A.1: O experimento de Seebeck esquematizado. A bússola se orienta quando as junções entre os dois metais estão em temperaturas diferentes.

Seebeck usou o termo “termomagnético”, ou “termomagnetismo”, para expressar sua descoberta. Através dos seus relatos, pode-se concluir que ele não reconheceu imediatamente que uma corrente elétrica

circulava pelos condutores quando uma das junções recebia mais calor do que a outra. De fato, somente em 1819, Oersted verificou que uma corrente elétrica gerava um campo magnético e, em 1831, Michael Faraday descobriu a indução magnética. Somente após estas e outras contribuições científicas, o conceito de “termoeletricidade” que está embutido na descoberta de Seebeck tornou-se explicável teoricamente.

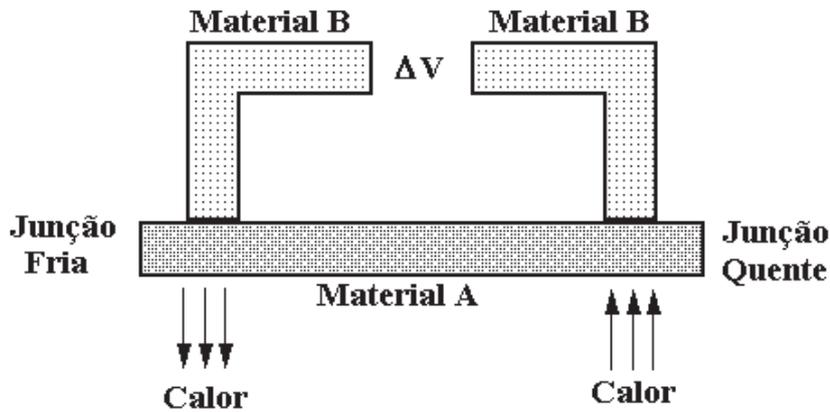


Figura A.2: Implicações do experimento de Seebeck. Se o circuito é interrompido, uma diferença de potencial pode ser medida.

A fim de melhor caracterizar o efeito Seebeck, é interessante recorreremos às Figuras A.2 e A.3. Por exemplo, se o circuito da Figura A.1 é interrompido, como mostra a Figura A.2, uma diferença de potencial aparece nos terminais do material B, e a sua polaridade depende dos tipos de materiais e de qual junção que está sendo aquecida.

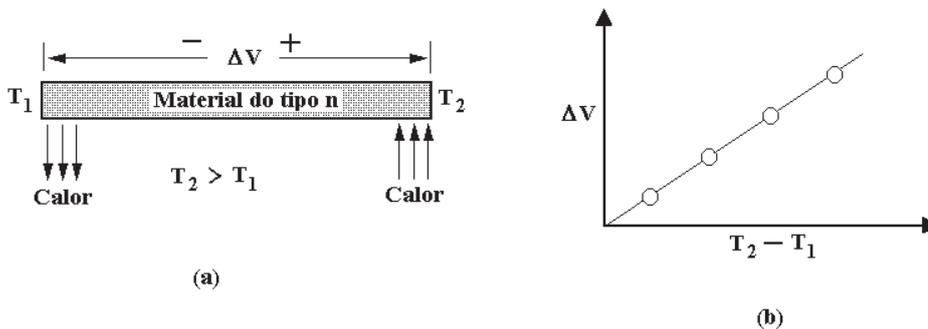


Figura A.3: Implicações do experimento de Seebeck. Uma diferença de potencial pode também ser observada nos terminais de uma barra submetida a um gradiente térmico.

Por outro lado, um outro experimento mais simples que o anterior está esquematizado na Figura A.3. Neste experimento, apenas um tipo de material é utilizado mantendo-se suas extremidades em temperaturas diferentes. Demonstra-se que uma diferença de potencial aparece entre os extremos do condutor e, além disso, ela é proporcional à diferença entre as temperaturas:

$$\Delta V = S(T_2 - T_1) \quad (\text{A.1})$$

A constante  $S$  é chamada de “coeficiente de Seebeck” e o seu valor depende do tipo de material, podendo ser tanto positivo quanto negativo. Na realidade o coeficiente de Seebeck também varia com a temperatura, resultando em uma dependência não linear entre  $\Delta V$  e  $(T_2 - T_1)$ . Somente quando pudermos considerar que  $\Delta V/(T_2 - T_1)$  é aproximadamente constante na faixa de temperaturas em que o experimento é realizado, poderemos dizer que a Equação A.1 constitui-se em uma boa aproximação.

As teorias modernas do comportamento dos portadores de carga e calor em um material condutor podem fornecer uma explicação detalhada e analítica da descoberta de Seebeck. Entretanto, os detalhes matemáticos envolvidos são complexos e a explicação teórica engloba conhecimentos teóricos do eletromagnetismo e da teoria quântica da matéria. Por este motivo esta discussão será omitida neste texto. Todavia, uma explicação mais intuitiva e menos formal do efeito é sempre útil e para isso dedicaremos os próximos parágrafos.

A estrutura molecular dos condutores elétricos é tal que parte dos elétrons imersos no material estão fracamente presos aos átomos e podem se mover quase livremente. Em particular, em um material

Tabela A.1: Coeficientes de Seebeck,  $S$ , em unidades de  $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ , na temperatura de  $0^\circ\text{C}$ , para diversos materiais.

Alumínio	3.5	Ouro	6.5	Ródio	6.0
Antimônio	47	Ferro	19	Selênio	900
Bismuto	-72	Chumbo	4.0	Silício	440
Cádmio	7.5	Mercúrio	0.60	Prata	6.5
Carbono	3.0	Níquel-Cromo	25	Sódio	-2.0
Constantan	-35	Níquel	-15	Tântalo	4.5
Cobre	6.5	Platina	0.0	Telúrio	500
Germânio	300	Potássio	-9.0	Tungstênio	7.5

termoelétrico também existem portadores livres que podem transportar carga elétrica e calor.

Talvez, a analogia mais simples que poderíamos imaginar seria a de um gás composto de partículas carregadas eletricamente. Se o gás é mantido dentro de uma caixa e aquecido de uma forma não uniforme, as partículas nas regiões quentes tenderão a se movimentar mais rapidamente do que aquelas que estão nas regiões frias. Por semelhança com a Figura A.3(a), se um lado da caixa está a uma temperatura mais alta que o outro, aquelas partículas mais energéticas na extremidade quente terão a tendência de difundir-se em direção à extremidade fria mais rapidamente do que aquelas que, da extremidade fria difundiriam-se para a direção oposta. Como resultado deste processo, surgirá um crescimento do número de partículas no lado frio, ou seja, um aumento da densidade de partículas na extremidade fria. Sem dúvida, o crescimento da densidade no lado frio aumentará a chance de difusão das partículas lá localizadas de volta para o lado quente.

Além destes efeitos e sendo que as partículas possuem carga elétrica, o crescimento da densidade no lado frio produzirá uma força eletrostática repulsiva (e portanto um potencial elétrico) com a tendência de “empurrar” as partículas de volta para a extremidade quente.

Quando o regime estacionário é alcançado, o efeito da variação espacial da densidade é exatamente contrabalançado pelo efeito da variação espacial da temperatura, mantendo constante a densidade local de partículas. O potencial elétrico produzido pela diferença de temperatura é conhecido como o **efeito Thomson**. (e também, em muitos textos denominado de efeito Seebeck). Se as cargas livres são positivas (o material é do **tipo p**) haverá um aumento de carga positiva na extremidade fria, a qual terá um potencial positivo. Similarmente, cargas livres negativas (material do **tipo n**) produzirão um potencial negativo na extremidade fria.

### A.1.1 Prática: O efeito Seebeck

Neste experimento, demonstraremos o efeito Seebeck de uma forma similar à que foi realizada originalmente. A Figura A.4 mostra o arranjo experimental onde dois aros massivos e semicirculares, um de ferro e outro de cobre, com diâmetro interno de cerca de 10 cm e espessura de 2 cm, são soldados nos dois extremos formando um único aro metálico circular. Uma bússola é mantida no centro do aro e o conjunto é orientado, relativamente à direção Norte-Sul, tal que a bússola se direcione paralelamente ao plano do aro. Quando uma das junções é esfriada com Nitrogênio líquido e a outra aquecida através de um soprador térmico, a bússola se reorienta na direção perpendicular ao aro. Observe o efeito.

## A.2 O termopar

O funcionamento de um termopar é baseado no efeito Seebeck e pode ser entendido através do exemplo mostrado na Figura A.5. Na Figura A.5(a) representamos dois materiais condutores de coeficientes  $S_A$  e  $S_B$  unidos por uma das extremidades cuja temperatura é  $T_X$ .

Consideramos agora a situação mais simples, na qual as temperaturas das extremidades opostas são iguais entre si e denotadas por  $T_C$ . Assumindo a polaridade indicada para a diferença de potencial  $\Delta V$  e aplicando-se a 2ª lei de Kirchhoff ao circuito da Figura A.5(a) obtemos:

$$\Delta V + S_A(T_C - T_X) + S_B(T_X - T_C) = 0 \quad (\text{A.2})$$

Após simplificação esta equação reduz a:

$$\Delta V = (S_A - S_B)(T_X - T_C) = 0 \quad (\text{A.3})$$

Os valores de  $S_A$  e  $S_B$  definem a polaridade de  $\Delta V$ . Se  $S_A < S_B$  ou  $T_X < T_C$  então a polaridade de  $\Delta V$  será oposta àquela indicada na Figura A.5(a).

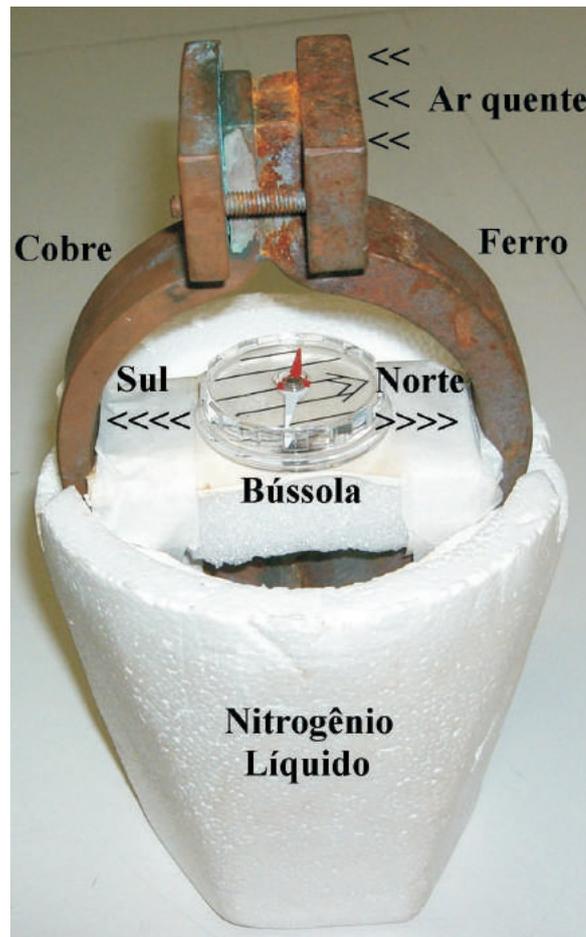


Figura A.4: Montagem experimental utilizada para observar o efeito Seebeck. O dispositivo mostrado foi idealizado e construído pelo Prof. Dr. Renê Ayres de Carvalho.

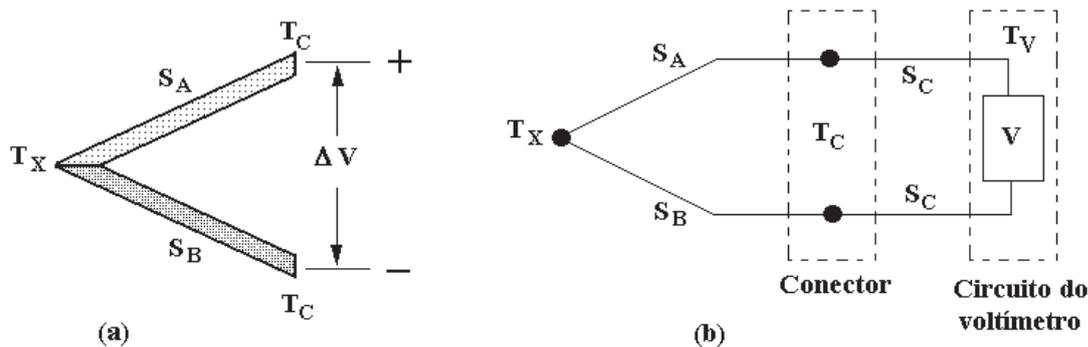


Figura A.5: Esquema de um termopar simples.

Analisando-se as Equações A.2 e A.3, juntamente com a Tabela 5.1, poderemos entender de onde surge o nome “termopar”. Veja bem! Vamos escolher um material, por exemplo, o cobre cujo coeficiente, de acordo com a tabela, vale  $6.5 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ . De acordo com a Equação A.1, uma diferença de temperatura de  $100^\circ\text{C}$  levaria a uma diferença de potencial de apenas  $6.5 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 0.65\text{mV}$ . Entretanto, utilizando uma configuração como aquela mostrada na Figura A.5(a), é possível obter uma diferença de potencial bem maior utilizando-se um par apropriado de materiais termoelétricos.

De fato, levando em consideração que pode haver materiais com coeficientes de Seebeck tanto positivos quanto negativos, podemos, por exemplo, tomar o par **cobre-constantan** na configuração da Figura A.5(a) (onde constantan refere-se a uma liga especial formada pelos elementos cobre e níquel) e obter, para a mesma diferença de temperaturas, a diferença de potencial  $[6.5 - (-35)] \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 41.5 \text{ mV}$ , o que significa um aumento considerável na sensibilidade do sensor (ver Equação A.3).

Portanto, um termopar é um gerador de eletricidade, e tanto isso é verdade que ele foi capaz de orientar uma bússola no experimento de Seebeck. Todavia, para finalidades práticas a potência elétrica

que pode ser retirada de um termopar é muito pequena, o que inviabiliza a sua utilização como gerador de energia elétrica em larga escala. Por isso, na maioria das aplicações eles são usados apenas como sensores de temperatura e não como geradores de energia elétrica. Todavia, termopares podem ser usados como geradores de energia elétrica em aplicações específicas. Por exemplo, termopares foram utilizados na geração de energia elétrica da nave espacial Voyager, onde a fim de produzir artificialmente uma fonte térmica (junção quente) foi utilizado o calor produzido pelo decaimento de um certo material radioativo (esta nave viajava muito longe do Sol).

### A.2.1 Aferimento de termopares

A pergunta que surge agora é a seguinte: como se faz para medir a diferença de potencial produzida em um termopar?

Parece simples responder esta pergunta - mas, na verdade, não é! Em primeiro lugar, se conectarmos um voltímetro qualquer nos terminais do termopar, a corrente que vai circular no circuito (pois a resistência interna do voltímetro pode não ser suficientemente alta) poderá perturbar o fluxo dos portadores de carga no material alterando a resposta do sensor. Portanto, o emprego de um voltímetro de alta resistência interna se fará necessário.

Em segundo lugar, os terminais do termopar estarão conectados no voltímetro e, portanto, pelo menos duas novas junções entre diferentes materiais estarão sendo construídas. Em outras palavras, considerando-se o exemplo anterior, se o material com o qual são construídos os conectores do voltímetro for cobre, novas conexões (cobre-cobre e constantan-cobre) passarão a existir. Esta situação está representada na Figura A.5(b) através de um circuito elétrico equivalente.

No esquema da Figura A.5(b) consideramos a situação mais próxima da real, em que o conector do voltímetro está em uma temperatura denotada por  $T_C$  e o circuito interno do voltímetro a uma temperatura  $T_V$ . Para simplificar, vamos acreditar que as conexões entre o conector e o circuito interno do voltímetro são feitas por meio de um único tipo de material, cujo coeficiente de Seebeck tem o valor  $S_C$ . O símbolo  $V$  representa o circuito interno do voltímetro, o qual mede uma certa diferença de potencial  $\Delta V$  a qual, de acordo com a 2ª lei de Kirchhoff, pode ser calculada pela seguinte equação:

$$\Delta V + S_C(T_V - T_C) + S_A(T_C - T_X) + S_B(T_X - T_C) + S_C(T_C - T_V) = 0 \quad (\text{A.4})$$

Observe que os termos que dependem de  $S_C$  e  $T_V$  (respectivamente os segundo e quinto termos) se cancelam, resultando em uma expressão idêntica à Equação A.3, isto é,

$$\Delta V = (S_A - S_B)(T_X - T_C) = 0 \quad (\text{A.5})$$

É interessante notar-se que este cancelamento de termos ocorreu devido a hipóteses que nem sempre são verdadeiras. Simplesmente supomos que (a) os dois contatos do voltímetro estão em uma mesma temperatura, (b) a fiação interna do voltímetro é feita a partir do mesmo material e (c) o circuito interno do voltímetro possui resistência interna infinita.

Através da Equação A.5 podemos concluir que é possível medir-se a temperatura  $T_X$  desde que a temperatura do conector do voltímetro seja conhecida ou, para ser mais rigoroso, que a temperatura do conector do voltímetro,  $T_C$ , seja conhecida e **constante**. Isto provoca uma dificuldade prática, já que esta temperatura pode variar com a temperatura do ambiente (ligar e desligar do ar condicionado, por exemplo) ou pelo próprio contato das mãos do operador com o instrumento. Observe que variações de  $T_V$  não alteram a medida de  $T_X$  porque, pela hipótese anterior, os dois fios que fazem a conexão de  $V$  aos conectores do voltímetro possuem coeficientes de Seebeck idênticos.

A situação descrita no parágrafo anterior representa, realmente, um incômodo ao operador do sensor de temperaturas. Para resolver este problema existe uma solução bastante simples, que está representada na Figura A.6. No circuito desta figura, uma nova junção a uma temperatura  $T_R$  está propositadamente construída. O novo circuito é um pouco mais complexo que o anterior, porém, facilmente equacionado:

$$\Delta V + S_C(T_V - T_C) + S_A(T_C - T_X) + S_B(T_X - T_R) + S_A(T_R - T_C) + S_C(T_C - T_V) = 0 \quad (\text{A.6})$$

Observe agora que não somente serão cancelados os termos que dependem de  $S_C$  e  $T_V$  como também aqueles que dependem de  $T_C$ , resultando a seguinte expressão:

$$\Delta V = (S_A - S_B)(T_X - T_R) = 0 \quad (\text{A.7})$$

O fato de que as conexões com o voltímetro se fazem entre os mesmos pares de condutores ( $A$  e  $C$ , na Figura A.6), em ambos contatos, é o que possibilitou o cancelamento de  $T_C$ . Em outras palavras, o circuito ficou mais “simétrico”. Desta maneira, a leitura da diferença de potencial passa a depender da temperatura  $T_R$  da junção que é usualmente chamada de “**junção de referência**” e da junção que está

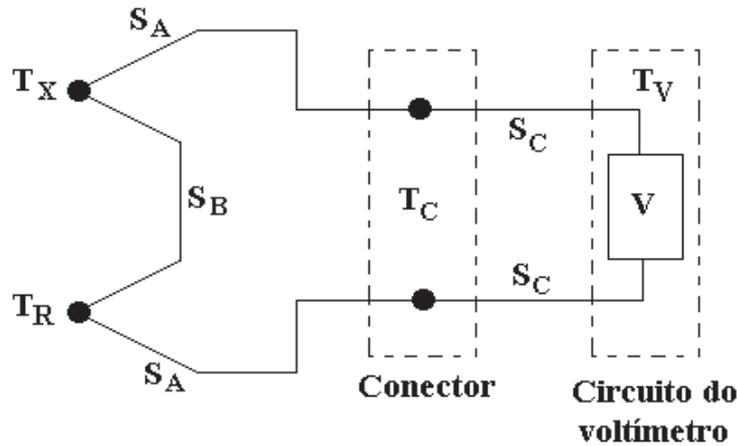


Figura A.6: Esquema de um termopar com junção de referência.

na temperatura  $T_X$ , a qual se tem o interesse de medir e é chamada de “**junção de medida**”. O circuito da figura A.6 é largamente utilizado para medirem-se temperaturas há bem mais de um século.

Para garantir que a temperatura  $T_R$  seja constante, a junção de referência é normalmente imersa em um banho térmico apropriado, tal que seja possível acreditar-se que a sua temperatura seja constante e ditada pelo fenômeno físico envolvido. Os banhos térmicos mais usados são (a) mistura de água e gelo e (b) nitrogênio líquido, o qual entra em processo de ebulição quando exposto ao ambiente.

A maioria dos termômetros eletrônicos digitais, cujo sensor é um termopar, não necessita da junção de referência, pois possuem “**compensação interna**”. A forma de fazer-se esta tal compensação é um assunto específico da área de eletrônica e será abordado futuramente.

Na prática, a Equação A.7, que descreve o comportamento do termopar com junção de referência, é válida somente como uma aproximação grosseira. Como já mencionamos anteriormente o coeficiente de Seebeck, a uma dada temperatura, é característico de cada material, entretanto, ele pode variar até três vezes o seu valor inicial ao longo da faixa de operação do termopar. Isto significa que  $(S_A - S_B)$  depende fortemente da temperatura e, portanto, a relação entre  $\Delta V$  e  $T_X$  não é linear. A calibração precisa dos termopares é uma tarefa difícil, restrita a profissionais da área, e poucos laboratórios estão capacitados para executar esta tarefa. Alguns vendedores de termopares calibrados fornecem funções de calibração dos seus produtos. Estas funções são usualmente polinômios de ordem alta (normalmente de ordem 9) e tomam como temperatura de referência a mistura água e gelo ( $0^\circ\text{C}$ ). Se os coeficientes de calibração forem dados por  $a_0, a_1, \dots, a_n$ , então, a temperatura da junção de medida  $T_x$  está relacionada com a diferença de potencial  $\Delta V$  conforme a expressão:

$$T_X = a_0 + a_1\Delta V + a_2(\Delta V)^2 + \dots + a_n(\Delta V)^n \quad (\text{A.8})$$

Diversos tipos de termopares são disponíveis comercialmente e eles são designados por letras (maiúsculas) que indicam a sua composição de acordo com a convenção do “American National Standards Institute” (ANSI). Por exemplo, um termopar do tipo “T” possui um condutor de cobre e outro formado por uma liga de cobre-níquel, que como já mencionamos é chamada constantan. Uma lista mais extensa dos termopares padronizados está na Tabela A.2.

Tabela A.2: Composição e designação dos termopares padronizados.

Tipo	Condutor positivo	Condutor negativo
<b>B</b>	70% Platina - 30% Ródio	94% Platina - 6% Ródio
<b>E</b>	Liga Níquel-Cromo (Cromel)	Liga Cobre-Níquel (Constantan)
<b>J</b>	Ferro	Liga Cobre-Níquel (Constantan)
<b>K</b>	Liga Níquel-Cromo (Cromel)	Liga Níquel-Alumínio (Alumel)
<b>N</b>	Liga Níquel-Cromo-Silício	Liga Níquel-Silício-Magnésio
<b>R</b>	87% Platina - 13% Ródio	Platina
<b>S</b>	90% Platina - 10% Ródio	Platina
<b>T</b>	Cobre	Liga Cobre-Níquel (Constantan)

Os tipos mais comuns são J, K, T e E. Cada tipo é designado para operar em uma faixa de temperatura específica e possui uma curva de calibração própria. Além disso, dependendo das características do ambiente de trabalho, suas especificações incluem resistência a ataques químicos, abrasão, vibração, etc.

Por isso, o tipo e também o diâmetro e condicionamento dos fios do termopar são aspectos importantes no projeto do sensor.

### A.2.2 Prática: O termopar

Para fins didáticos, é possível construir-se e testar-se um termopar facilmente. Todo o material necessário consiste em (a) diferentes pedaços de fios metálicos de diferentes materiais, (b) um bom voltímetro de alta resistência interna, (c) um banho térmico de água e gelo para servir de referência e (d) uma fonte de temperatura variável para servir de corpo de medida.

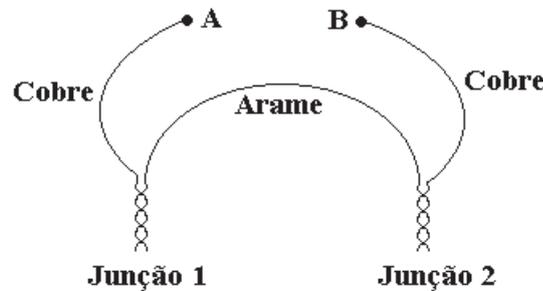


Figura A.7: Montagem prática de um termopar simples, composto de um fio de arame e outro de cobre.

Um exemplo está mostrado na Figura A.7. As extremidades dos diferentes fios metálicos devem ser limpas (polidas) e colocadas em contato simplesmente enrolando-as uma em torno da outra firmemente (não é necessário soldá-las). Uma das junções é colocada no banho de referência e a outra no corpo de medida. As duas extremidades livres são conectadas no voltímetro. Para fazer-se uma demonstração simples utilizaremos um pedaço de arame (do tipo comum que você encontra por aí) e dois pedaços de fio de cobre (usados em instalação elétrica doméstica). Rigorosamente falando-se, este par de materiais não é o mais indicado para constituir-se um termopar, isto é: funciona mal, mas funciona! Para facilitar-se a medida, utilize um voltímetro digital de alta resolução. Compare a sensibilidade deste termopar rudimentar com a de um termopar comercial disponível no laboratório.

## A.3 Outros efeitos termoelétricos

A termoeletricidade é uma área de estudo muito abrangente e muito estudada atualmente. Sua importância maior reside, é claro, na possibilidade de fabricar sensores e criar formas alternativas de geração e substituição da energia elétrica. Ao longo do desenvolvimento da ciência e tecnologia nesta área, surgiram muitos conceitos novos assim como novos dispositivos e artefatos. Os outros dois efeitos termoelétricos mais conhecidos serão brevemente mencionados a seguir.

Em 1834, um fabricante de relógios e cientista nas horas vagas chamado Jean Charles Athanase Peltier, descobriu que uma corrente elétrica pode produzir calor ou frio na junção entre dois metais diferentes. Em 1838, o físico russo Heinrich Friedrich Emil Lenz (velho conhecido nosso pelos seus trabalhos em eletromagnetismo) mostrou que, dependendo da direção do fluxo de corrente, o calor poderia ser removido de uma junção para congelar um banho térmico de água, ou, invertendo a corrente, o calor produzido nesta mesma junção poderia derreter o gelo. Em outras palavras, ao invés do fluxo de calor direcionar o fluxo das cargas elétricas (como no caso do efeito Seebeck) o que ocorre neste caso é o oposto: a ddp elétrica aplicada externamente é quem direciona o fluxo de calor. O calor absorvido ou criado na junção é proporcional à corrente elétrica e este efeito é conhecido como o “efeito Peltier”.

Utilizando-se simultaneamente os efeitos Seebeck e Peltier, foram inventadas diversas máquinas térmicas (por exemplo, geladeiras como aquela mostrada na Figura A.8).

Vinte anos mais tarde, William Thomson apresentou uma explicação mais científica dos efeitos Seebeck e Peltier e descreveu a relação que existe entre eles. Os coeficientes de Seebeck e Peltier estão relacionados entre si através das leis da termodinâmica. O coeficiente de Peltier é simplesmente igual ao produto do coeficiente de Seebeck pela temperatura em graus Kelvin.

O estudo termodinâmico destes efeitos levou Thomson a prever o efeito termoelétrico, hoje conhecido como o “efeito Thomson”. No efeito Thomson, calor é absorvido ou produzido quando a corrente elétrica flui em um material sujeito a um gradiente térmico. O calor é proporcional a ambos, corrente elétrica e amplitude do gradiente térmico. A constante de proporcionalidade, conhecida como coeficiente de Thomson, está também relacionada com o coeficiente de Seebeck.



Figura A.8: Geladeira fabricada pela “Coleman”, que utiliza o efeito Peltier para resfriar o seu interior. Ela pode ser alimentada por uma bateria de 12V consumindo cerca de 4.5A (55W).

## Apêndice B

# O código de cores para resistores

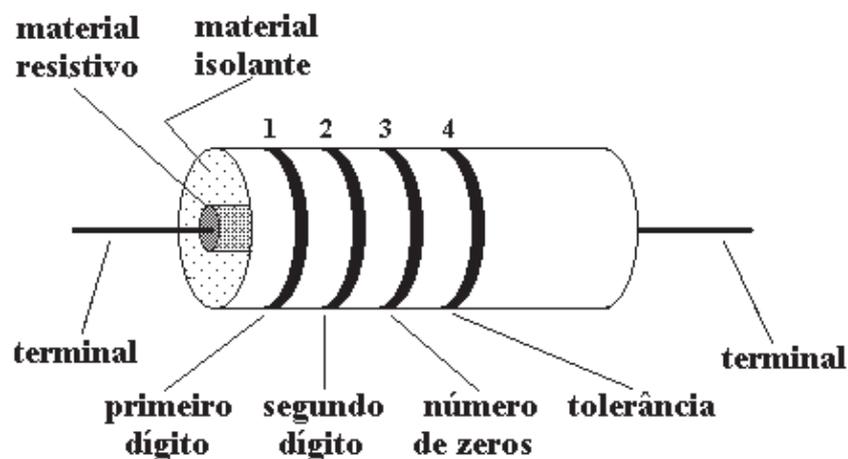


Figura B.1: Código de cores utilizado para identificar o valor da resistência e tolerância dos resistores.

A maioria dos resistores possuem faixas coloridas pintadas na sua superfície externa que representam os dígitos decimais dos seus valores (em Ohms) de acordo com a Tabela B.1.

Tabela B.1: Código de cores para resistores

Cor	Dígito	Multiplicador	Tolerância (%)
Prata	-	$10^{-2}$	10
Ouro	-	$10^{-1}$	5
Preto	0	$10^0$	-
Marrom	1	$10^1$	1
Vermelho	2	$10^2$	2
Laranja	3	$10^3$	-
Amarelo	4	$10^4$	-
Verde	5	$10^5$	0.5
Azul	6	$10^6$	0.25
Violeta	7	$10^7$	0.1
Cinza	8	$10^8$	-
Branco	9	$10^9$	-

Conforme mostra a Figura B.1 as faixas NÃO são posicionadas simetricamente ao longo da superfície do resistor. Como se nota, elas são colocadas a partir de uma das extremidades do cilindro e, tomando o resistor com as faixas do lado esquerdo (como mostra a figura) estas devem ser lidas na sequência da esquerda para a direita.

Os resistores de menor precisão são identificados por somente quatro faixas sendo que as três primeiras representam o valor e a quarta a sua correspondente tolerância. Resistores de maior precisão (ou menor tolerância) podem ser identificados através de 5 faixas coloridas mas serão pouco utilizados neste curso.

Este código de cores é importante porque ele é usado universalmente, mas vocês não precisam decorá-lo logo de início pois, com o tempo e com o uso, ele se instalará automaticamente na sua memória.

Quando a terceira faixa é da cor preta, os dígitos correspondentes às duas primeiras representam o valor do resistor, entretanto, quando esta faixa é ouro, o ponto decimal deve ser colocado entre os dois primeiros dígitos, e quando ela for prata o ponto decimal precede os dois primeiros dígitos. Quando a terceira faixa tiver a sua cor no intervalo marron (1) a branco (9), esta representa o número de zeros que devem ser adicionados aos dois primeiros dígitos. A Tabela B.2 mostra alguns exemplos.

Tabela B.2: Exemplos: (na seguinte ordem: faixa 1, faixa 2, faixa 3)

Cores	Valores	Resultado	Notação
Amarelo, violeta, prata	4, 7, -2	$47 \cdot 10^{-2} \Omega = 0.47 \Omega$	470 m $\Omega$
Amarelo, violeta, ouro	4, 7, -1	$47 \cdot 10^{-1} \Omega = 4.7 \Omega$	4 $\Omega$ 7
Amarelo, violeta, preto	4, 7, 0	$47 \cdot 10^0 \Omega = 47 \Omega$	47 $\Omega$
Amarelo, violeta, marrom	4, 7, 1	$47 \cdot 10^1 \Omega = 470 \Omega$	470 $\Omega$
Amarelo, violeta, vermelho	4, 7, 2	$47 \cdot 10^2 \Omega = 4.7 \text{ k}\Omega$	4k7
Amarelo, violeta, laranja	4, 7, 3	$47 \cdot 10^3 \Omega = 47 \text{ k}\Omega$	47k
Amarelo, violeta, amarelo	4, 7, 3	$47 \cdot 10^3 \Omega = 470 \text{ k}\Omega$	470k
Amarelo, violeta, verde	4, 7, 5	$47 \cdot 10^5 \Omega = 4.7 \text{ M}\Omega$	4M7
Amarelo, violeta, azul	4, 7, 6	$47 \cdot 10^6 \Omega = 47 \text{ M}\Omega$	47M

Bom, creio que vocês entenderam esta questão de padronização, entretanto, aposto que estão curiosos a respeito dos valores que anotei na última coluna à direita da Tabela B.2. Em particular, a pergunta que me farão é: o que significam os valores 4 $\Omega$ 7, 4k7 e 4M7? É claro que vocês são capazes de adivinhar a resposta: 4 $\Omega$ 7 é o mesmo que 4.7 $\Omega$ , 4k7 é o mesmo que 4.7k $\Omega$  e 4M7 é o mesmo que 4.7M $\Omega$ . Mas, aposto que a sua segunda pergunta seria: porque utilizar-se deste tipo de notação?

Francamente: eu não sei a resposta! Creio eu que esta notação deve-se a causas antigas, específicas ao tempo em que não existiam boas máquinas foto-copiadoras, ou melhor, ao tempo em que NÃO existiam máquinas foto-copiadoras! Há cerca de 25 anos atrás, os circuitos eletrônicos eram desenhados a mão e as cópias eram efetuadas por equipamentos do tipo do “mimeógrafo” (instrumento este que até hoje ainda é usado no ensino de primeiro grau; no Brasil, é claro). Em particular, confesso a vocês que os desenhos das minhas teses de mestrado e doutorado foram feitos “a nanquim” (vocês sabem o que é isso? Dica: é um tipo de tinta?). De uma forma geral, o desenho original era ótimo, perfeito, mas as cópias? ... não eram, nem de longe, sua imagem e semelhança! Por consequência, não era impossível ocorrer que, de cópia em cópia, um determinado 4.7 $\Omega$  se transformasse desastrosamente em 4 7 $\Omega$ , o que passaria a significar um valor 10 vezes maior que o original, simplesmente porque a copiadora esqueceu-se de copiar o ponto entre o 4 e o 7.

Dá prá entender?

## Apêndice C

# Uma escala de valores para resistores

Porque os resistores comerciais não possuem valores simples, como na sequência 1:2:5:10 comumente utilizada para dinheiro? Se assim fosse, teríamos, por exemplo, resistores nos valores:  $1\Omega$ ,  $2\Omega$ ,  $5\Omega$ ,  $10\Omega$ ,  $20\Omega$ , etc. Um resistor qualquer, de valor  $8.3k\Omega$  por exemplo, poderia ser improvisado a partir da associação série:  $5k\Omega + 2k\Omega + 1k\Omega + 200\Omega + 100\Omega$ . Mas então: porque os resistores mais comuns são comercializados nos valores que obedecem à escala 10, 12, 15, 18, 22, 27, 33, 39, 47, 56, 68, 82 e 100? Porque utilizar estes números tão peculiares e estranhos?

É claro que escalas podem ser arbitrárias, em princípio. Tanto faz uma como qualquer outra, mas é certo que “alguém” assumiu a responsabilidade de fazer esta escolha particular e, então, porque a escolheu?

Esta é uma boa pergunta!

A resposta está baseada em duas hipóteses, ou melhor dizendo: a escolha de uma boa escala de valores para resistores é baseada em dois pré-requisitos:

1. A quantidade de valores disponibilizados deve ser a maior possível.
2. Um dado resistor, especificado por um valor  $R_1$ , tem que necessariamente ser maior (ou menor) que um outro resistor especificado por  $R_2 < R_1$  (ou  $R_2 > R_1$ ).

O primeiro pré-requisito garante que, por exemplo, entre  $10\Omega$  e  $100\Omega$  (intervalo de uma década), exista um número razoável, porém não excessivo, de valores que permita se obter uma boa aproximação do resistor desejado. Por exemplo, se o resistor desejado for de  $5.3$  e, se na escala o resistor mais próximo ( $< 5.3$ ) for outro de valor  $5.1$ , então o experimentador poderá ficar (1) satisfeito com a troca ou (2) buscaria outro resistor de valor pequeno, em torno de  $0.2$ , para adicionar em série com o primeiro. O que não pode acontecer é que as opções sejam muito limitadas e que o experimentador tenha que usar um número elevado de resistores para conseguir o valor desejado, o que aumentaria muito a tolerância da combinação série/paralelo implementada.

O segundo pré-requisito garante que, ao se substituir um dado resistor por outro de maior (ou menor) valor nominal, o resultado da troca seja realmente aquele almejado: o aumento (ou diminuição) da resistência.

Este segundo critério parece óbvio, porém não o é! Por exemplo, um resistor de valor nominal  $50\Omega$  ( $\pm 10\%$ ) pode possuir um valor real de  $53\Omega$ . Um outro resistor de valor nominal  $55\Omega$  ( $\pm 10\%$ ) pode possuir um valor real de  $52\Omega$ . Portanto, ao substituir-se o primeiro pelo segundo, o valor nominal aumenta enquanto que o valor real diminui!

Esta trapaça vai com certeza confundir o experimentador, dificultando o seu trabalho e, portanto, esta situação deve ser evitada. Esta trapaça nunca ocorre com o seu dinheiro: uma nota de 10 jamais poderia valer 9.9 e nem tampouco 10.1; ela sempre vale exatamente 10! Em geral, o troco é reclamado e concedido (mesmo que seja na forma de balinhas ou chicletes!)

Para exercitar, vamos imaginar uma primeira escolha de valores, formada a partir de resistores de tolerância  $\pm 10\%$ , no intervalo de valores entre 10 e 100. Sejam os valores intermediários equidistantes, dados por 20, 30, 40 ... 90. Esta escala de valores está esquematizada na Figura C.1. Ao examinar esta figura, constatamos que a escolha pode satisfazer o primeiro pré-requisito, porém, com certeza, não obedece ao segundo. Observe que para valores maiores que 50, as barras de erro se superpõem violando o segundo critério. Além disso, existem faixas de valores (por exemplo, entre 10 e 40) não representadas por valores nominais disponíveis ao usuário.

Poderíamos testar outras escalas possíveis, porém uma análise matemática criteriosa do problema nos levaria à conclusão de que **a escolha correta é única**, e como não quero perder tempo com esta discussão já vou logo dando a resposta. Ela está representada na Figura C.2.

Assumindo que a tolerância dos resistores é de 10% existe, na faixa entre 10 e 100 unidades de resistência 11 valores de resistores, ou 12 intervalos. Observe que os valores de resistores (escala vertical)

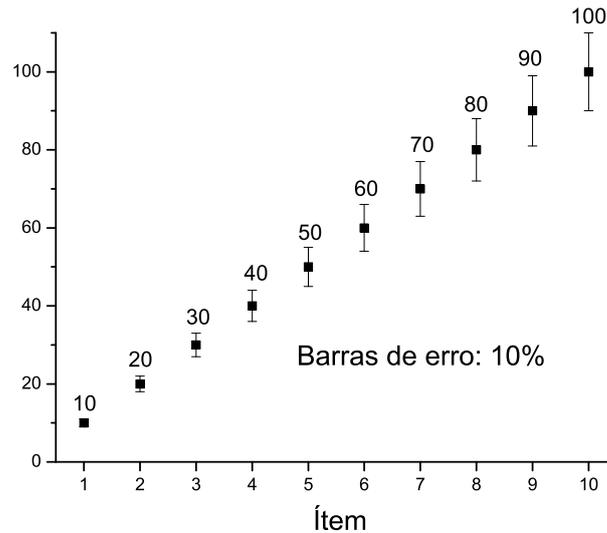


Figura C.1: Escala tentativa para padronizar os valores dos resistores.

são equidistantes porque a escala em que eles estão graficados é logarítmica. Pelo mesmo motivo as barras de erro possuem o mesmo comprimento. (Você nota aqui alguma semelhança com a escala musical ocidental?) Como existem 12 intervalos, a razão entre dois valores subsequentes é dada pelo fator  $10^{1/12} = 1.2115$ .

Utilizando este fator, os valores calculados dos resistores seriam: 10, 12.1, 14.7, 17.8, 21.5, 26.1, 31.6, 38.3, 46.4, 56.2, 68.1, 82.5 e 100. De fato, os valores nominais dos resistores comerciais (assinalados na Figura C.2 estão muito próximos destes valores calculados.

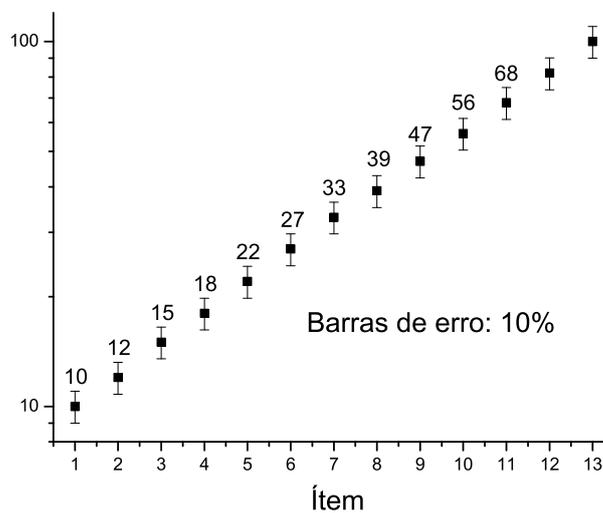


Figura C.2: Escala comercialmente utilizada para padronizar os valores dos resistores de tolerância  $\pm 10\%$ .

A Figura C.2 mostra que, com a escala apresentada, os dois pré-requisitos são satisfeitos. Como resultado, não há superposição de barras de erros, assim como não há espaços vazios não preenchidos por algum valor. Portanto esta escolha foi aprovada.

Entretanto, é importante observar que esta particular escolha de valores é válida somente em se tratando de resistores de tolerância  $\pm 10\%$ . A partir do que explicamos aqui, você seria capaz de projetar os valores comerciais para resistores de tolerância  $\pm 5\%$ ? Agora, fica fácil entender porque os resistores de maior precisão (por exemplo,  $\pm 1\%$ ) são encontrados comercialmente em uma maior quantidade de valores nominais.

Como exercício, projete uma escala de valores para resistores de precisão 5% e, usando a facilidade

de pesquisar na internet, compare com os valores comerciais padronizados.

## Apêndice D

# Logaritmos

Dizemos que dados dois números reais e positivos,  $a$  e  $y$ , o primeiro dos quais difere de zero e da unidade, existe um único número real  $x$  tal que

$$a^x = y \tag{D.1}$$

O número real  $x$  é chamado de **logaritmo do número  $y$  na base  $a$** . Calcular o número  $x$  a que se deve elevar o número  $a$  para obter um número  $y$  vem a ser a operação inversa da potenciação, a qual permite calcular o número  $y$  que se obtém elevando o número  $a$  a um expoente  $x$ .

Portanto, chama-se logaritmo de um número real positivo  $y$ , em uma base  $a$ , positiva e diferente de zero e da unidade, ao expoente real  $x$  que se deve elevar essa base  $a$  para obter-se o número  $y$ . Para simplificar escreve-se:

$$\log_a y = x \tag{D.2}$$

Podemos então escrever a seguinte igualdade:

$$a^{\log_a y} = y \tag{D.3}$$

## Propriedades gerais dos logaritmos

1. Todo número positivo possui logaritmo; todo número negativo não o possui (o que se conclui da definição).
2. O logaritmo de um é zero, em qualquer base. Realmente,  $a^0 = 1$ , portanto  $\log_a 1 = 0$ .
3. O logaritmo de um número  $a$  na base  $a$  vale um. De fato,  $a^1 = a$ , portanto  $\log_a a = 1$ .
4. Os números que possuem logaritmos inteiros são as potências inteiras das bases. Isto é,  $\log_a a^n = n$ .
5. Os logaritmos de números maiores do que um são positivos e crescem indefinidamente com esses números.
6. Os logaritmos de números menores do que um são negativos e decrescem indefinidamente, quando o número decresce, aproximando-se de zero.
7. As igualdades simbólicas,  $\log_a 0 = -\infty$  e  $\log_a \infty = \infty$ , exprimem respectivamente que (i) quando o número  $y$  tende indefinidamente para zero,  $\log_a y$  decresce indefinidamente e (ii) quando  $y$  cresce indefinidamente,  $\log_a y$  também cresce.

## Propriedades operatórias dos logaritmos

Sejam  $x$  e  $y$  os logaritmos de  $A$  e  $B$  na base  $a$ , isto é:

$$\begin{aligned} \log_a A = x &\Rightarrow A = a^x \\ \log_a B = y &\Rightarrow B = a^y \end{aligned} \tag{D.4}$$

De acordo com as regras de operações com potências, temos:

$$\begin{aligned}
 AB = a^{x+y} &\Rightarrow \log_a AB = x + y \\
 A/B = a^{x-y} &\Rightarrow \log_a A/B = x - y \\
 A^m = a^{mx} &\Rightarrow \log_a A^m = mx
 \end{aligned}
 \tag{D.5}$$

Substituindo  $x$  e  $y$  por seus valores, temos:

$$\begin{aligned}
 \text{Logaritmo de um produto:} & \log_a AB = \log_a A + \log_a B \\
 \text{Logaritmo de um quociente:} & \log_a A/B = \log_a A - \log_a B \\
 \text{Logaritmo de uma potência:} & \log_a A^m = m \log_a A \\
 \text{Logaritmo de uma raiz:} & \log_a \sqrt[m]{A} = \frac{1}{m} \log_a A
 \end{aligned}
 \tag{D.6}$$

## Sistemas de logaritmos usuais

Um sistema de logaritmos é o conjunto dos logaritmos de todos os números reais positivos, em uma determinada base. Como a base pode ser qualquer número real positivo, diferente da unidade, então existe uma infinidade de sistemas de logaritmos. Dessa infinidade de logaritmos, apenas dois são comumente usados:

1. O sistema de base  $a = 10$ , sistema decimal, cujos logaritmos são denominados decimais, também chamados vulgares, comuns ou de Brigs (cuja notação mais comum é  $\log$  ou  $\log_{10}$ ).
2. O sistema de base  $a = e$  (número irracional  $e = 2.718281828 \dots$ ), também chamado de **sistema neperiano**, cujos logaritmos são denominados neperianos ou hiperbólicos (cuja notação mais comum é  $\ln$  ou  $\log_e$ ).

O sistema neperiano tem grande importância na Matemática e na Física, entretanto, é o sistema decimal o comumente empregado na matemática elementar, e, de um modo geral, o mais usado. A constante  $e$ , também chamada de constante de Euler, é um valor importante para diversas aplicações científicas e pode ser calculada com precisão arbitrária através da igualdade:

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots
 \tag{D.7}$$

## Mudança de base

Seja um número  $N$  e sejam  $A$  e  $B$  seus logaritmos em dois sistemas de bases  $a$  e  $b$ , respectivamente. Se,

$$\log_a N = A \quad \text{e} \quad \log_b N = B
 \tag{D.8}$$

temos pela definição

$$a^A = N \quad \text{e} \quad b^B = N \quad \Rightarrow \quad a^A = b^B
 \tag{D.9}$$

Calculando os logaritmos de ambos membros da igualdade acima, no sistema de base  $a$ :

$$A \log_a a = B \log_a b \quad \Rightarrow \quad \frac{B}{A} = \frac{\log_a a}{\log_a b} = \frac{1}{\log_a b}
 \tag{D.10}$$

Como

$$\frac{B}{A} = \frac{\log_b N}{\log_a N} = \frac{1}{\log_a b}
 \tag{D.11}$$

temos,

$$\log_b N = \left( \frac{1}{\log_a b} \right) \log_a N
 \tag{D.12}$$

O valor constante entre parênteses na última equação denomina-se **módulo do sistema** de base  $b$  em relação ao de base  $a$ .

Concluimos então que, dado o logaritmo de um número  $N$  em uma base  $a$ , podemos obter o logaritmo desse número  $N$  em uma outra base  $b$ , multiplicando-se o logaritmo dado pelo módulo do sistema  $b$  em relação ao de base  $a$ .

# Apêndice E

## O decibel

O decibel é uma unidade muito utilizada para especificar grandezas acústicas, mas, também, largamente empregada na eletrônica. Na área da acústica, a unidade “bel”, nome que foi colocado em homenagem a Alexander Graham Bell, é usada para expressar o número de vezes, em fatores de 10, que a intensidade de um determinado som está acima do limite mínimo de audição.

### O decibel na acústica

A intensidade do som pode ser especificada em termos da quantidade de energia que atinge uma área transversal unitária em cada segundo. Nos laboratórios ela é medida em Watts por metro quadrado ( $\text{W}/\text{metro}^2$ ) e é chamada de intensidade sonora, designada pelo símbolo  $I$ . Um som de intensidade  $1\text{W}/\text{m}^2$  é extremamente intenso e a sensação que ele produz é de dor. O ouvido humano pode sofrer danos físicos sérios quando sujeito a sons de intensidades maiores que  $1\text{W}/\text{m}^2$ . Este limite é portanto definido como o limite máximo de audição, padronizado em  $1\text{W}/\text{m}^2$ . O outro extremo da escala corresponde à intensidade sonora mínima que o ouvido humano é capaz de detectar. Ela corresponde a  $10^{-12}\text{W}/\text{m}^2$  e é denominada de limite mínimo de audição.

Os microfones mais comuns, tal como os “microfones dinâmicos” são transdutores que, idealmente, apresentam uma voltagem de saída que é proporcional à pressão sonora (= força por unidade de área). A intensidade de uma onda sonora,  $I$ , está relacionada com a pressão,  $P$ , por uma relação quadrática, isto é:  $I \propto P^2$ . Em termos da pressão que o som exerce no nosso tímpano o limite mínimo de audição é dado por  $2 \cdot 10^{-5}$  Newton/metro<sup>2</sup>.

Tabela E.1: Limites de audição.

	$I$ ( $\text{W}/\text{m}^2$ )	$P$ (Newton/ $\text{m}^2$ )
Mínimo	$10^{-12}$	$2 \cdot 10^{-5}$
Máximo	1	20

Portanto, a escala de intensidade de sons que o ouvido humano é capaz de detectar é enorme: um fator de  $10^{12}$  (1 trilhão). Por causa desta faixa dinâmica muito grande, há sempre muitos fatores de 10 envolvidos na comparação de intensidades entre diferentes sons.

Assim, para simplificar a notação, foram criadas escalas apropriadas: o “**Bel**” e o seu submúltiplo “**decibel**”, sendo, 1 Bel = 10dB. O símbolo “**dB**” é utilizado para denotar o decibel.

Para exemplificar, vamos considerar o valor da intensidade do som no limite mínimo de audição:  $I_1 = 10^{-12} \text{W}/\text{m}^2$ . Ele é um fator  $10^{12}$  vezes menor que o limite máximo de audição:  $I_2 = 1\text{W}/\text{m}^2 = 10^{12}I_1$ . Isto significa que  $I_2$  está 12 fatores de 10 acima de  $I_1$  ou seja, está 12 bels ou 120 dB acima de  $I_1$ .

Desta maneira é possível matematicamente reduzir-se (ou comprimir-se) a faixa dinâmica de 1 a 1 trilhão (1 a  $10^{12}$ ) para uma faixa mais compacta: de 0 a 12 Bel, ou, 0 a 120 dB. A intensidade do som no limite mínimo de audição corresponde a 0 dB e no limite máximo a 120 dB. Assim, uma intensidade de  $10^{-4} \text{W}/\text{m}^2$  (ou seja  $10^8 I_1$ ) corresponde a 80 dB, ou 8 bels. Um som cuja intensidade é 1 milhão de vezes mais intenso que o limite mínimo de audição corresponde a 60 dB. Matematicamente, é fácil calcular-se a quantidade de decibéis correspondente em um som cuja intensidade é de  $I(\text{W}/\text{m}^2)$ :

$$dB = 10 \log_{10} \frac{I}{I_1} = 10 \log_{10} \frac{I \text{ W}/\text{m}^2}{10^{-12} \text{ W}/\text{m}^2} \quad (\text{E.1})$$

Também, em termos da pressão sonora esta relação é simples:

$$dB = 10 \log_{10} \frac{I}{I_1} = 10 \log_{10} \frac{P^2}{P_1^2} = 20 \log_{10} \frac{P}{P_1} \quad (\text{E.2})$$

Como ilustração podemos citar que os níveis máximos ideais de som em uma biblioteca correspondem à cerca de 30 dB, o som de conversações em um bar típico: 50 - 70 dB, dentro de um carro no tráfego de uma grande cidade: 70 - 85 dB, um jato decolando a 30 metros de distância: 125 dB, próximo à turbina do jato: 140 dB, o zumbido irritante de um pernilongo em uma noite silenciosa: 0 dB.

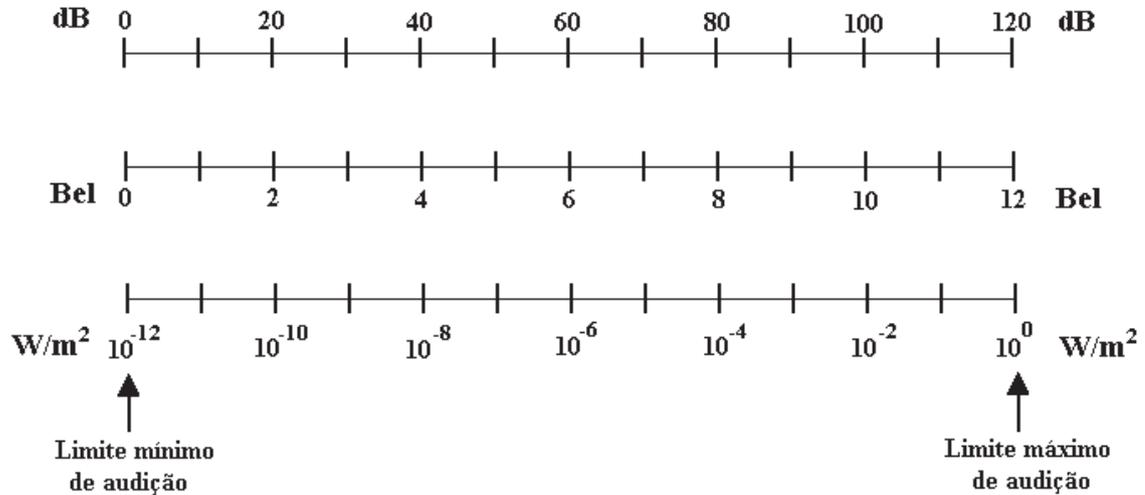


Figura E.1: Comparação entre as escalas decibel, bel, e intensidade sonora.

Pode ser ou não ser coincidência, mas o fato é que a mínima diferença em intensidade sonora que o ouvido humano é capaz de detectar é justo 1dB. Queremos dizer que o nosso ouvido não notaria um aumento de intensidade que correspondesse, por exemplo, a 0.1dB; somente aumentos na intensidade maiores que 1dB se tornariam perceptíveis aos nossos ouvidos. Esta quantidade - 1 dB - está padronizada na literatura sendo como a **mínima diferença sonora perceptível** e, em inglês, recebe a denominação de just noticeable difference, ou **JND**. Na verdade, a coisa é um pouco mais complicada. A JND vale cerca de 1dB para sons de intensidade e frequência intermediárias (respectivamente nas faixas 40-50 dB e 500-2000 Hz), podendo diminuir para 0.2-0.5 dB para sons de alta intensidade (acima de 80dB) na mesma faixa de frequências. Por isso, prefiro não entrar em maiores detalhes, por enquanto.

## O decibel na eletrônica

Na eletrônica, a dificuldade em especificar a potência elétrica é similar à do som. É comum encontrar-se nos circuitos elétricos, ou eletrônicos, potências que vão da faixa de alguns nanowatts ( $10^{-9}\text{W}$ ) até kilowatts ( $10^3\text{W}$ ), o que corresponde também a uma faixa dinâmica da ordem de 1 trilhão. Para evitar o envolvimento de números com muitos dígitos, ou potências de 10 extravagantes, costuma-se utilizar na notação da eletrônica o mesmo truque que o aplicado à intensidade do som.

Lembremo-nos que a unidade decibel não é absoluta, mas sim **comparativa**. Não faz sentido dizer-se, por exemplo, que a potência dissipada em um resistor vale 60dB mas sim, que esta potência é 60dB maior (ou menor) que um dado nível de referência. Quando se trata de comparar duas potências  $P_1$  e  $P_2$ , o cálculo é análogo ao do som e bastante simples:

$$dB = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1} \quad (\text{E.3})$$

Se  $P_2$  é 100 vezes maior que  $P_1$  a relação de potência é de +20dB. Se por outro lado,  $P_2$  é 100 vezes menor que  $P_1$  então a relação de potências será de -20dB. Se  $P_1 = P_2$  a relação entre eles é de 0dB. Portanto, o sinal (+) diz que  $P_2 > P_1$  e o sinal (-) significa que  $P_1 > P_2$ . Mais um exemplo: se  $P_2$  é o dobro de  $P_1$  então a sua relação é de aproximadamente 3dB sendo que  $\log_{10} 2 \approx 0.3$ .

**Um fator 10 multiplicativo na potência corresponde a um acréscimo de 10dB.**

**Um fator 2 multiplicativo na potência corresponde a um acréscimo de 3dB.**

Para ilustrar, se  $P_2 = 40P_1$  (ou seja,  $P_2 = 2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot P_1$ ) então a relação entre  $P_2$  e  $P_1$  é de (3+3+10)dB ou seja 16dB.

Este exemplo sugere uma regra geral de bastante utilidade prática: se  $f_1, f_2, \dots, f_n$  são fatores multiplicativos tais que  $P_2 = f_1 f_2 \dots f_n P_1$ , então:

$$\begin{aligned} dB &= 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1} = 10 \log_{10}(f_1 f_2 \dots f_n) \\ &= 10 \log_{10} f_1 + 10 \log_{10} f_2 + \dots + 10 \log_{10} f_n \end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

ou seja,

$$dB = dB_1 + dB_2 + \dots + dB_n \quad (\text{E.5})$$

Portanto, fatores multiplicativos na potência adicionam-se na escala de decibéis.

Normalmente, os valores de potência utilizados para especificar os sinais elétricos são os de potência média. A potência média dissipada em um resistor  $R$  é calculada pelo valor médio temporal da potência instantânea,  $V^2(t)/R$ , isto é:

$$P = \frac{\langle V^2(t) \rangle}{R} = \frac{V_{rms}^2}{R} \quad (\text{E.6})$$

onde o símbolo  $\langle \rangle$  denota o valor médio temporal e  $V_{rms}^2$  é o quadrado do valor rms da voltagem  $V(t)$  aplicada ao resistor, o qual corresponde à média temporal do quadrado de  $V(t)$ .

Assim como a intensidade sonora está relacionada com a pressão, a potência dissipada em um resistor está relacionada com a voltagem aplicada, o que significa que também podemos especificar voltagens na escala de decibéis. Se  $P_1$  e  $P_2$  são as potências médias dissipadas em um mesmo resistor  $R$  e  $V_{1rms}$  e  $V_{2rms}$  são respectivamente os valores eficazes das voltagens correspondentes a cada um destes dois níveis de potência, então:

$$dB = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1} = 10 \log_{10} \frac{V_{1rms}^2/R}{V_{2rms}^2/R} = 20 \log_{10} \frac{V_{1rms}}{V_{2rms}} \quad (\text{E.7})$$

Assim, quando dizemos que uma dada voltagem  $V_2(t)$  é 20dB maior que  $V_1(t)$  queremos afirmar que:

1. O valor eficaz de  $V_2(t)$  é 10 vezes maior que o de  $V_1(t)$ .
2. A potência média  $P_2$  que seria dissipada em um resistor  $R$  sujeito a uma voltagem  $V_2(t)$  é 100 vezes maior que aquela  $P_1$  que seria dissipada no mesmo resistor caso a voltagem aplicada fosse  $V_1(t)$ .

Em geral, se dois sinais elétricos estão relacionados entre si por uma certa quantidade de decibéis, o cálculo das voltagens e potências correspondentes é efetuado invertendo-se as Equações E.3 e E.7, de onde se obtém:

$$P_2 = P_1 10^{dB/10} \quad \text{e} \quad V_{2rms} = V_{1rms} 10^{dB/20} \quad (\text{E.8})$$

É importante salientar que as definições formuladas pelas Equações E.3 e E.7 são gerais. Não é necessário que as 2 tensões sejam senoidais para que elas se apliquem.

Utilizando-se das mesmas fórmulas anteriores, a comparação em decibéis pode ser feita entre tensões com quaisquer dependências temporais, por exemplo, entre uma onda senoidal e o ruído.

No caso particular de ondas senoidais, o valor rms está relacionado com o valor de pico por um fator constante ( $V_{rms} = V_p/\sqrt{2} \approx 0.707 V_p$ ) que independe da frequência e da fase. Portanto, se  $V_1(t)$  e  $V_2(t)$  são ondas senoidais, com quaisquer frequência e fase e valores de pico dados respectivamente por  $V_{1p}$  e  $V_{2p}$ , então a relação entre suas correspondentes tensões eficazes é dada por:

$$dB = 20 \log_{10} \frac{V_{2rms}}{V_{1rms}} = 20 \log_{10} \frac{0.707 V_{2p}}{0.707 V_{1p}} = 20 \log_{10} \frac{V_{2p}}{V_{1p}} \quad (\text{E.9})$$

Este resultado pode ser encarado de uma forma geral:

1. A relação entre os correspondentes valores rms de dois sinais pode sempre ser expressa em decibéis (ver a Equação E.7).
2. A relação entre as amplitudes de pico (ou pico-a-pico) de dois sinais pode ser expressa em decibéis somente quando os dois sinais possuem a mesma dependência temporal (vide as Equações E.8 e E.9).

Se os dois sinais não possuísem a mesma dependência temporal o fator de conversão na Equação E.9 não se cancelaria. Este seria, por exemplo, o caso em que  $V_1(t)$  uma onda senoidal e  $V_2(t)$  uma onda quadrada:

$$dB = 20 \log_{10} \frac{V_{2rms}}{V_{1rms}} = 20 \log_{10} \frac{V_{2p}}{0.707V_{1p}} \approx 3 + 20 \log_{10} \frac{V_{2p}}{V_{1p}} \quad (\text{E.10})$$

Há um acréscimo de 3dB porque para uma onda quadrada o valor rms é igual ao valor de pico, ou seja, o fator de conversão é 1, enquanto que para uma onda senoidal o fator de conversão é 0.707.

Para concluir, as Equações E.3 e E.7 são gerais e válidas para quaisquer formas de onda, mas, a generalização em termos dos valores de pico deve ser efetuada com cuidado levando em conta a dependência temporal de cada forma de onda.

## Os parentes do decibel

Embora o decibel seja uma unidade útil para comparações entre amplitudes de sinais, é costume definir-se outras unidades que possuem um caráter absoluto. Estas são os “parentes” próximos do decibel e os mais utilizados são o **dBV** e o **dBm**.

O dBV é a amplitude em decibéis de um sinal qualquer, relativo a um outro sinal fictício de 1  $V_{rms}$ :

$$dBV = 20 \log_{10} \frac{V_{rms}}{1V_{rms}} = 20 \log_{10} V_{rms} \quad (\text{E.11})$$

Observe que o argumento do logaritmo deve ser adimensional, portanto, o valor eficaz do sinal deve ser sempre atribuído na unidade de volts rms. De acordo com esta definição, 0dBV corresponde a 1Vrms; +20dBV corresponde a 10Vrms; -20dBV corresponde a 0.1Vrms; -6dBV corresponde a 0.5Vrms e assim por diante.

O dBm é uma unidade que serve para especificar potências. Por definição, é estabelecido um nível padrão de 1mW com relação ao qual são comparadas as potências médias associadas aos sinais elétricos:

$$dBm = 10 \log_{10} \frac{P(\text{mW})}{1 \text{ mW}} = 10 \log_{10} P(\text{mW}) \quad (\text{E.12})$$

Fica implícito nesta última equação que  $P$  deve ser dado em mW. Portanto, 0dBm significa uma potência de 1mW, o que corresponde a uma voltagem de 0.78Vrms em um resistor de carga de 600Ω ou 0.22Vrms em um resistor de carga de 50Ω.

## Uma tabela de decibéis

A Tabela E.2 lista os valores em decibéis mais utilizados e as suas correspondentes razões de potência e voltagem. Para praticar, confira alguns destes valores.

Tabela E.2: Conversão de dB em razão de voltagem, razão de potência e dBm.

Ganho (dB)	Razão de voltagem	Ganho (dB)	Razão de potência	Sinal (dBm)	Potência (Watts)
-60	0.00100	-60	0.000001	-60	0.000000001
-55	0.00178	-55	0.000003	-55	0.000000003
-50	0.00316	-50	0.000010	-50	0.000000010
-45	0.00562	-45	0.000032	-45	0.000000032
-40	0.01000	-40	0.000100	-40	0.000000100
-35	0.01778	-35	0.000316	-35	0.000000316
-30	0.03162	-30	0.001000	-30	0.000001000
-25	0.05623	-25	0.003162	-25	0.000003162
-20	0.10000	-20	0.010000	-20	0.000010000
-15	0.17783	-15	0.031623	-15	0.000031623
-10	0.31623	-10	0.100000	-10	0.000100000
-9	0.35481	-9	0.125893	-9	0.000125893
-8	0.39811	-8	0.158489	-8	0.000158489
-7	0.44668	-7	0.199526	-7	0.000199526
-6	0.50119	-6	0.251189	-6	0.000251189
-5	0.56234	-5	0.316228	-5	0.000316228
-4	0.63096	-4	0.398107	-4	0.000398107
-3	0.70795	-3	0.501187	-3	0.000501187
-2	0.79433	-2	0.630957	-2	0.000630957
-1	0.89125	-1	0.794328	-1	0.000794328
0	1.00000	0	1.000000	0	0.001000000
1	1.12202	1	1.258925	1	0.001258925
2	1.25893	2	1.584893	2	0.001584893
3	1.41254	3	1.995262	3	0.001995262
4	1.58489	4	2.511886	4	0.002511886
5	1.77828	5	3.162278	5	0.003162278
6	1.99526	6	3.981072	6	0.003981072
7	2.23872	7	5.011872	7	0.005011872
8	2.51189	8	6.309573	8	0.006309573
9	2.81838	9	7.943282	9	0.007943282
10	3.16228	10	10.000000	10	0.010000000
15	5.62341	15	31.622777	15	0.031622777
20	10.00000	20	100.000000	20	0.100000000
25	17.78279	25	316.227766	25	0.316227766
30	31.62278	30	1000.000000	30	1.000000000
35	56.23413	35	3162.277660	35	3.162277660
40	100.00000	40	10000.000000	40	10.000000000
45	177.82793	45	31622.776600	45	31.622776600
50	316.22775	50	100000.000000	50	100.000000000
55	562.34133	55	316227.766000	55	316.227766000
60	1000.00000	60	1000000.000000	60	1000.000000000

## Apêndice F

# Atenuadores resistivos

No capítulo 5 estudamos os sempre úteis divisores de tensão. Vimos que, quando inseridos entre o gerador e a carga, eles permitem variar-se a diferença de potencial aplicada na carga. Agora, vamos reestudar o mesmo assunto de um outro ponto de vista.

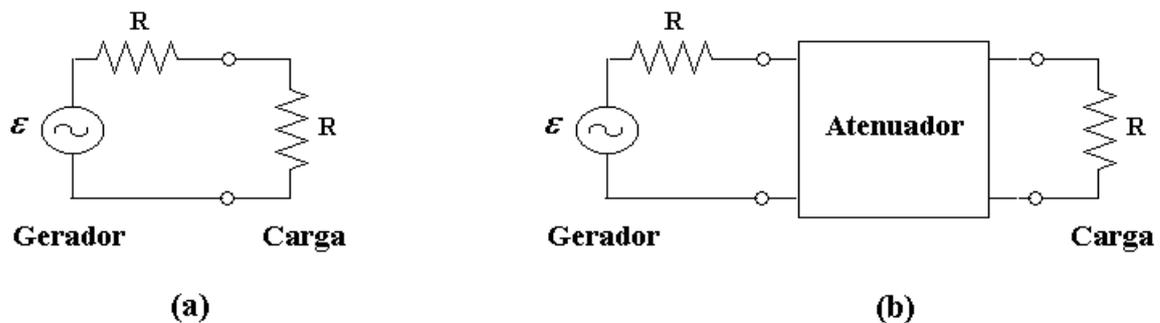


Figura F.1: Gerador alimentando uma carga com máxima transferência de potência. Em (a) máxima potência e em (b) potência atenuada.

O ponto de partida é simples. A Figura F.1(a) mostra um gerador de resistência interna  $R$  alimentando uma carga de mesmo valor  $R$ . Vimos na seção 4.3.4 que esta corresponde à situação de máxima transferência de potência entre o gerador e a carga. A potência dissipada na carga vale:

$$P_o = \frac{\epsilon^2}{4R} \quad (\text{F.1})$$

A pergunta que se faz neste apêndice é a seguinte: supondo que o gerador e a carga são fixos, como se faz para variar a potência dissipada na carga?

Por gerador “fixo” queremos dizer que, ambos,  $\epsilon$  e  $R$  possuem valores fixos. Logo, se a carga também está fixa, só tem um jeito: inserir um atenuador entre o gerador e a carga, como mostra a Figura F.1(b).

O restante deste apêndice será dedicado ao problema: que tipo de atenuador devemos usar? O problema será resolvido baseando o nosso raciocínio em **três condições**:

1. A resistência total vista pelo gerador deve ser igual à sua resistência interna  $R$ .
2. A resistência total vista pela carga (com o gerador em curto) deve ser igual à sua resistência  $R$ .
3. A potência na carga deve estar atenuada por um fator  $N^2$ , ou seja  $P_1 = P_o/N^2$ , onde  $P_1$  é a potência atenuada.

### F.1 Divisor de tensão

A fim de atenuar a potência dissipada na carga, a opção mais simples é o emprego de um divisor de tensão como mostra a Figura F.2.

Neste caso, a condição de máxima transferência de potência (condição 1) requer que:

$$R = R_1 + (R_2 \parallel R) \quad (\text{F.2})$$

A potência na carga passa a depender dos valores dos resistores  $R_1$  e  $R_2$ . Após efetuar um cálculo simples chegamos à conclusão que:

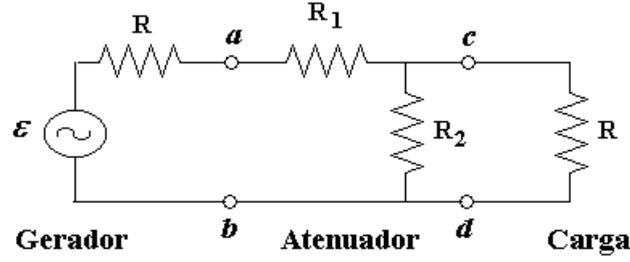


Figura F.2: O popular divisor de tensão.

$$V_{cd} = (R_2 \parallel R) \frac{\epsilon}{R + R_1 + (R_2 \parallel R)}$$

$$P_1 = \frac{V_{cd}^2}{R} = \frac{\epsilon^2}{4R} \left[ \frac{2(R_2 \parallel R)}{R + R_1 + (R_2 \parallel R)} \right]^2 = P_o \left[ \frac{R_2 \parallel R}{R} \right]^2 \quad (\text{F.3})$$

Observe que a equação F.2 permitiu a simplificação do segundo termo de F.3. O “fator de atenuação”,  $N^2$ , é definido por:

$$N^2 = \frac{P_o}{P_1} \quad \text{com} \quad N = \frac{R}{R_2 \parallel R} \quad (\text{F.4})$$

Das equações F.2 e F.4 obtemos:

$$R_2 = \frac{1}{N-1} R \quad (\text{F.5})$$

$$R_1 = \frac{N-1}{N} R \quad (\text{F.6})$$

A mínima atenuação ocorre quando (i)  $N = 1$  resultando  $R_1 = 0$  e  $R_2 = \infty$ ; e a máxima quando (ii)  $N = \infty$  resultando  $R_1 = R$  e  $R_2 = 0$ .

Agora, vamos aplicar a condição 2. Ou seja, vamos considerar o conjunto gerador e atenuador como sendo um outro gerador de força eletromotriz  $V_{th}$  em série a uma resistência interna  $R_{th}$ . É claro que  $V_{th}$  e  $R_{th}$  correspondem ao equivalente de Thévenin do conjunto:

$$V_{th} = R_2 \frac{\epsilon}{R + R_1 + R_2} = \frac{N}{2N(N-1)+1} \epsilon \quad (\text{F.7})$$

$$\frac{1}{R_{th}} = \frac{1}{R_2 \parallel (R + R_1)} = \left[ \frac{2N^2}{2N-1} - 1 \right] \frac{1}{R} \neq \frac{1}{R} \quad (\text{F.8})$$

Nos dois casos extremos teríamos: (i) se  $N = 1$  resulta  $R_1 = 0$ ,  $R_2 = \infty$ ,  $V_{th} = \epsilon$  e  $R_{th} = R$ ; (ii) se  $N = \infty$  resulta  $R_1 = R$ ,  $R_2 = 0$ ,  $V_{th} = 0$  e  $R_{th} = 0$ . Isto significa que o valor de  $R_{th}$  varia de  $R_{th} = R$  a  $R_{th} = 0$  conforme a atenuação aumenta desde 1 até  $\infty$ .

Isto também significa que o atenuador mostrado na Figura F.2 não é conveniente porque ele não satisfaz simultaneamente as duas primeiras condições propostas. Portanto, “sugestão reprovada”.

## F.2 Atenuadores $\pi$ e T

Veremos agora que os atenuadores mais simples, capazes de satisfazer simultaneamente as duas condições propostas, são aqueles do tipo “ $\pi$ ” e “T” mostrados na Figura F.3.

Vamos analisar o atenuador do tipo  $\pi$ . A primeira condição requer que a resistência equivalente do conjunto atenuador-carga seja igual à resistência interna do gerador, logo:

$$R = R_1 \parallel [R_2 + (R_1 \parallel R)] \quad \text{ou} \quad \frac{2}{R} - \frac{1}{R_1 \parallel R} = \frac{1}{R_2 + R_1 \parallel R} \quad (\text{F.9})$$

Observe que o atenuador é simétrico e, se formos aplicar a condição 2, vamos obter uma equação idêntica à F.9. Portanto, a simetria do atenuador faz com que as duas condições sejam, na verdade, uma só. Em outras palavras, a resistência equivalente à direita dos pontos  $a$  e  $b$  é a mesma que a da esquerda dos pontos  $c$  e  $d$  (com o gerador em curto).

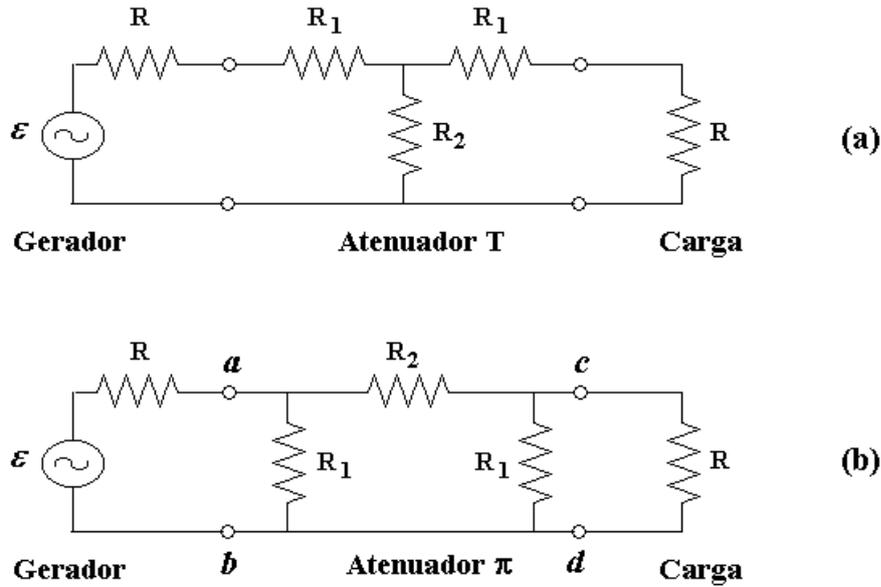


Figura F.3: Atenuadores resistivos dos tipos  $\pi$  e T.

Este raciocínio quer dizer que a diferença de potencial entre os pontos  $a$  e  $b$  vale  $V_{ab} = \epsilon/2$ .

Assim, a potência dissipada no resistor de carga pode ser calculado a partir da diferença de potencial entre os pontos  $c$  e  $d$ :

$$V_{cd} = \frac{\epsilon}{2} \frac{R_1 \parallel R}{R_2 + (R_1 \parallel R)} \quad (F.10)$$

$$P_1 = \frac{V_{cd}^2}{R} = P_o \left[ \frac{R_1 \parallel R}{R_2 + (R_1 \parallel R)} \right]^2 \Rightarrow N = \frac{R_1 \parallel R}{R_2 + (R_1 \parallel R)} \quad (F.11)$$

Observando que  $R_1 \parallel R = R_2/(N - 1)$ , encontramos a partir de F.9:

$$R_1 = \frac{N + 1}{N - 1} R \quad (F.12)$$

$$R_2 = \frac{N^2 - 1}{2N} R \quad (F.13)$$

Nos dois casos extremos teríamos: (i) se  $N = 1$  resulta  $R_1 = \infty$  e  $R_2 = 0$ ; (ii) se  $N = \infty$  resulta  $R_1 = R$  e  $R_2 = \infty$ .

Como todas as condições foram satisfeitas: o atenuador do tipo  $\pi$  está aprovado! Falta agora você provar o mesmo para o atenuador do tipo T.

E ainda falta outra coisinha mais! Falta mostrar que um atenuador do tipo  $\pi$  ou T também pode ser utilizado como interface entre um gerador de resistência interna  $R$  e uma carga de resistência  $R_c \neq R$ . A Figura F.4 mostra um exemplo.

Neste caso, existem 3 resistores que devem ser calculados em função dos dados de entrada:  $N$ ,  $R$  e  $R_c$ . Eu já me cansei e vou deixar para vocês realizarem este cálculo. Mas, como sou bonzinho, vou dar a resposta. Entretanto, prestem atenção e confirmem se a minha resposta está correta. Até eu posso errar!

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_2} &= \frac{2}{N^2 - 1} \frac{N}{\sqrt{RR_c}} \\ \frac{1}{R_1} &= \frac{1}{R} \frac{N^2 + 1}{N^2 - 1} - \frac{1}{R_2} \\ \frac{1}{R_3} &= \frac{1}{R_c} \frac{N^2 + 1}{N^2 - 1} - \frac{1}{R_2} \end{aligned}$$

Antes de resolverem o problema, verifiquem se a resposta que eu dei se reduz às equações F.12 e F.13 no caso em que  $R_3 = R_1$  e  $R_c = R$ . Se não ...

Lembre-se que, em face desta nova situação, a condição 2 formulada anteriormente deve ser ligeiramente alterada. Ela passa a ser: a resistência total vista pela carga (com o gerador em curto) deve ser igual à sua resistência  $R_c$ .

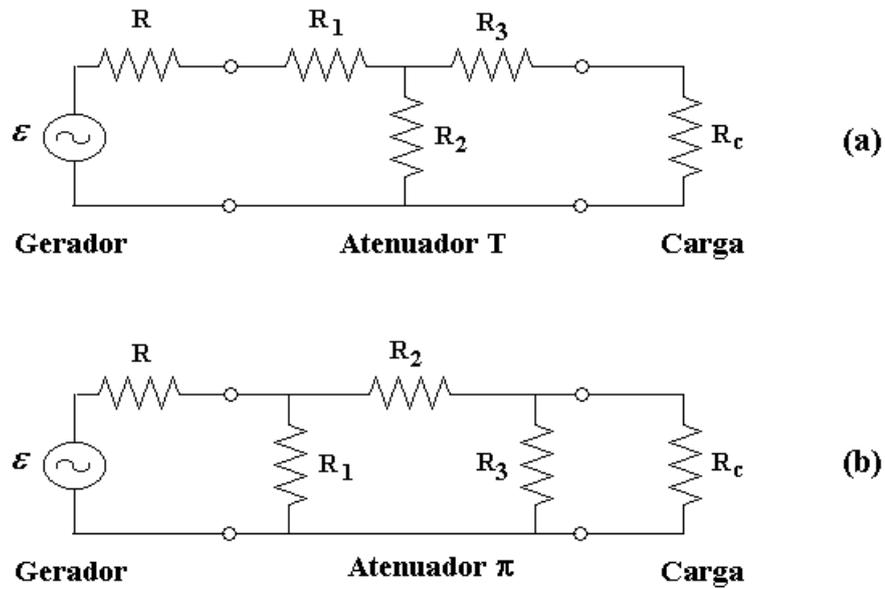


Figura F.4: Atenuadores resistivos do tipo  $\pi$  interfaceando resistências diferentes.

### F.3 Exercícios

1 - Reproduza os cálculos efetuados na seção F.2 para o caso do atenuador do tipo T.

2 - Considere o atenuador  $\pi$  da Figura F.3. Se  $R = 50 \Omega$ , calcule os valores de  $R_1$  e  $R_2$  para 4 atenuadores, cujas atenuações sejam de 1, 3, 10 e 20 dB. Quais serão os erros nas atenuações finais se você aproximar os valores para aqueles dos resistores comerciais 10%?

## Apêndice G

# Ângulo de fase e figuras de Lissajous

A maioria dos osciloscópios, digitais ou analógicos, possuem dois modos de operação: o modo Y-T (voltage versus tempo) e o modo X-Y (voltage versus voltage). Neste apêndice vamos explicar um pouco melhor esta característica dos osciloscópios e abordar com maior ênfase a forma de se medir ângulos de fase entre sinais senoidais de mesma frequência.

Primeiro, vamos falar do modo Y-T, que é o modo mais utilizado nas aplicações práticas. Na verdade, este modo é também do tipo X-Y, mas é denominado Y-T porque a voltagem aplicada no canal X é produzida internamente e possui um formato específico, como aquele mostrado na Figura G.1.

A forma da voltagem X no modo Y-T é o de uma onda denominada “dente de serra”, que cresce linearmente com o tempo e depois decresce rapidamente retornando ao seu valor inicial. Após um intervalo de tempo, necessário para sincronizar as varreduras, o ciclo repete-se indefinidamente.

De uma forma esquemática, este é o formato da forma da onda aplicada nas placas X do osciloscópio durante o modo de operação Y-T. Lembramos que osciloscópios digitais não possuem “placas” porém, seu princípio de funcionamento é idêntico.

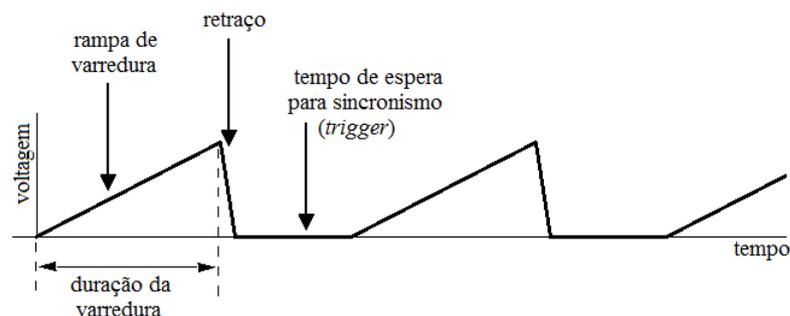


Figura G.1: Voltagem aplicada nas placas verticais do osciloscópio no modo Y-T.

Vamos entender agora como um sinal aplicado externamente nas placas Y é visualizado no modo Y-T. Isto está mostrado na Figura G.2 e reproduz o mesmo que faria um registrador X-Y comum (*plotter*). Para facilitar a visualização, alguns pontos denotados por 1, 2, ..., 8 indicam instantes de tempo idênticos para os sinais X e Y.

Neste caso particular o sinal Y que se deseja visualizar é uma senoide e o sinal na tela do osciloscópio é construído simplesmente pela combinação dos sinais horizontal (X) e vertical (Y), de tal forma que cada instante de tempo corresponde a um único ponto da tela. Assim, notamos que na medida em que a voltagem X cresce, durante os instantes de tempo 1-7, o sinal senoidal é reproduzido na tela. No intervalo 7-8 o traço retorna ao seu ponto inicial (linha tracejada) e o tempo necessário para realizar este retorno é curto, mas pode deixar um traço de baixa intensidade, porém visível, na tela dos osciloscópios analógicos. Este efeito é denominado de “retraço” (*retrace* ou *flyback*) e para eliminá-lo os osciloscópios analógicos costumam “desligar” o feixe de elétrons durante este curto período de tempo. Obviamente, este problema pode também ser facilmente resolvido nos osciloscópios digitais, simplesmente não executando a atualização da tela durante o retraço.

Através deste método, qualquer sinal aplicado na entrada Y do osciloscópio pode ser reproduzido na tela, permitindo a sua visualização e também a medida dos seus parâmetros principais. Neste apêndice vamos dar ênfase à medida do ângulo de fase entre dois sinais senoidais.

Como a maioria dos osciloscópios possuem duas entradas Y (vamos denominá-las de Y1 e Y2), dois sinais podem ser visualizados simultaneamente. Embora a escala de tempo seja a mesma para os dois, eles

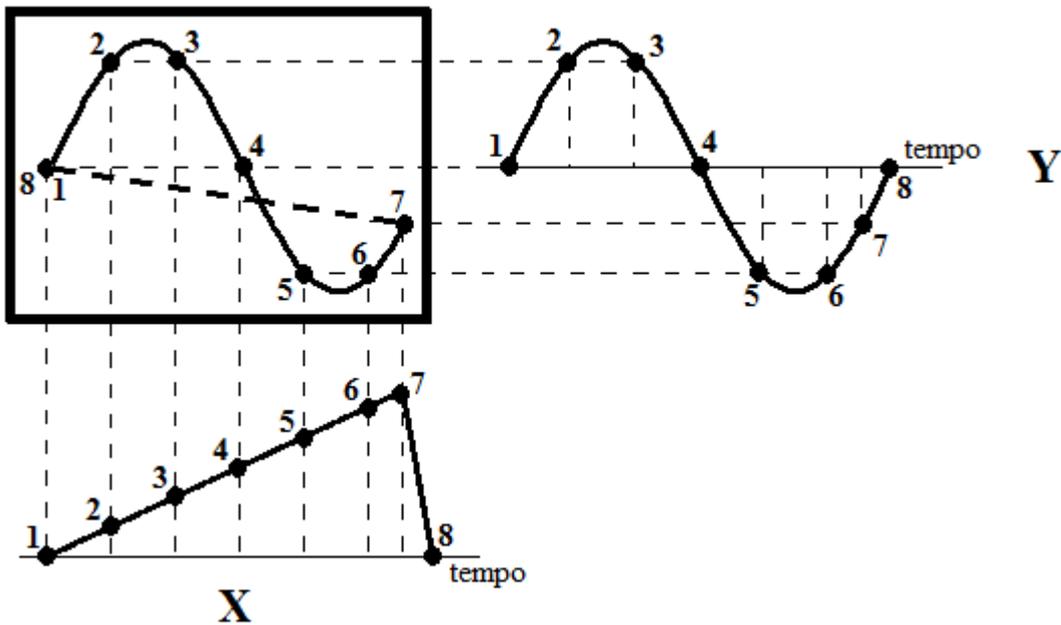


Figura G.2: Processo de formação de um sinal senoidal na tela do osciloscópio no modo Y-T.

podem ser amplificados e deslocados verticalmente (*offset*) de forma independente. A Figura G.3 ilustra um exemplo que utiliza sinais senoidais de mesma frequência, porém com fases e amplitudes diferentes.

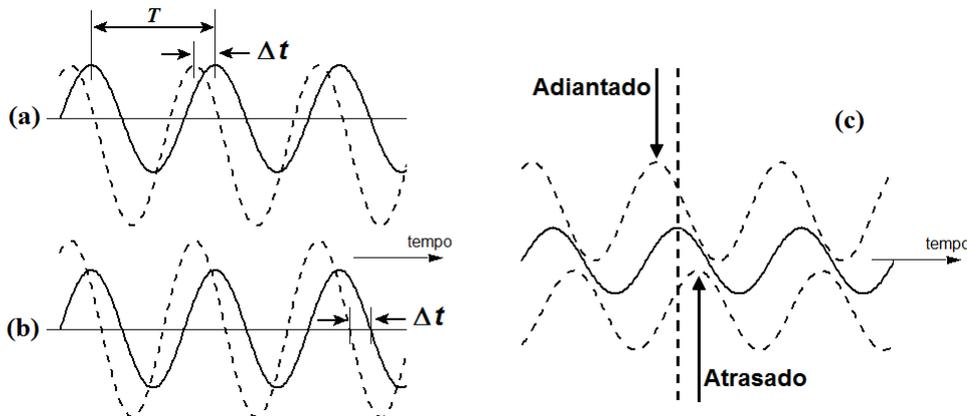


Figura G.3: Medida do ângulo de fase entre dois sinais senoidais no modo Y-T.

Na Figura G.3a, um dos sinais (tracejado) foi deslocado a fim de que os pontos de máximo coincidam na mesma altura, o que facilita a medida do intervalo de tempo,  $T$  em que eles ocorrem.

Se a equação para o sinal em linha cheia é  $\cos(\omega t)$  então o sinal em linha tracejada é  $\cos(\omega t + \theta)$ . Medindo-se  $\Delta t$  e o período da onda,  $T$ , é possível calcular-se o ângulo de fase,  $\theta$ , através de:

$$\theta(\text{rad}) = 2\pi \frac{\Delta t}{T} \quad \text{ou} \quad \theta(\text{graus}) = 360 \frac{\Delta t}{T} \quad (\text{G.1})$$

Resultado equivalente pode ser obtido também através do procedimento ilustrado na Figura G.3b. Neste caso, os dois sinais estão centralizados na escala vertical e o intervalo  $t$  é medido entre os pontos em que os sinais cruzam a linha horizontal central.

A questão que surge agora é: qual o sinal de  $\theta$ ? O sinal de  $\theta$  é determinado pelo procedimento da Figura G.3c. Esta figura ilustra o conceito dos termos **adiantado** e **atrasado**; terminologia esta muito usada no dia-a-dia do laboratório de eletrônica. Observe que o sinal tracejado no alto atinge os seus valores máximos um pouco antes do sinal desenhado com linha contínua, portanto, ele está adiantado com relação ao de linha contínua. Por outro lado, o sinal tracejado abaixo, atinge os seus pontos máximos depois do sinal em linha contínua, portanto, ele está atrasado.

A regra é a seguinte: para os sinais adiantados,  $\theta > 0$ , enquanto que para sinais atrasados,  $\theta < 0$ . Com um pouquinho de conhecimentos de trigonometria e cálculo você poderá provar esta afirmação (fica

como exercício). Portanto, no caso do exemplo da Figura G.3a, o sinal tracejado está adiantado e sua fase, com relação ao sinal em linha cheia, é positiva.

Lembre que isto vale somente se adotarmos a convenção:

$$\begin{aligned} \text{sinal de referência} &= \cos(\omega t) \\ \text{sinal defasado} &= \cos(\omega t + \theta) \end{aligned}$$

Agora, vamos estudar o outro modo de operação do osciloscópio: o modo X-Y. Este modo é muito útil quando se deseja determinar o ângulo de fase entre dois sinais senoidais e também em uma miríade de outras aplicações.

A Figura G.4 exemplifica diversas situações nas quais o modo X-Y é aplicado para sinais de mesma frequência, porém, com fases arbitrárias. O procedimento para construir-se o sinal na tela é a mesma que utilizada na Figura 2, com a diferença que, agora, os dois sinais são externos, isto é, aplicados externamente pelo operador. Normalmente, os dois sinais são conectados nas entradas Y1(X) e Y2(Y), e o osciloscópio possui uma chave que o coloca no modo X-Y, com Y1 no canal X e Y2 no canal Y.

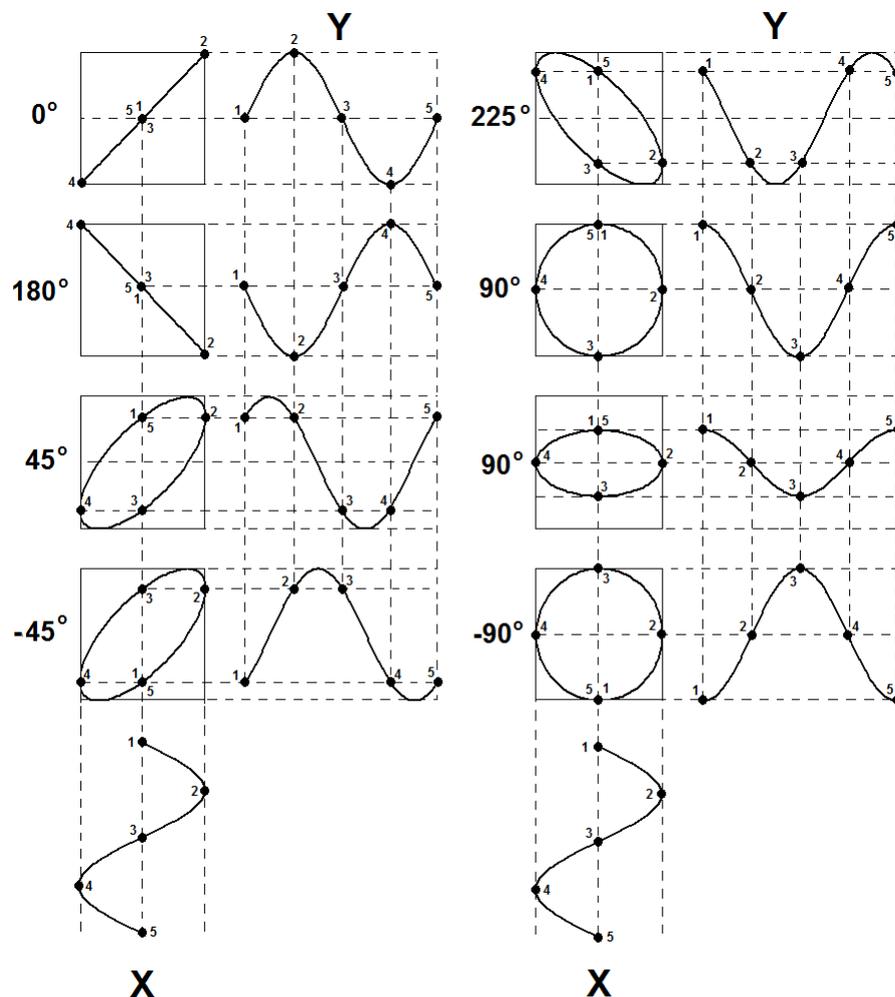


Figura G.4: Medida do ângulo de fase entre dois sinais senoidais no modo X-Y.

Observe na Figura G.4 que as formas dos sinais que se observam na tela dependem da fase relativa entre os sinais horizontal e vertical, mas, sempre, são linhas retas, elipses ou circunferências. Várias características importantes podem ser notadas:

1. Quando a diferença de fase é  $0^\circ$  ou  $180^\circ$  o traço é uma linha reta.
2. Quando a diferença de fase é  $90^\circ$  e as amplitudes dos dois sinais são iguais, o resultado é uma circunferência.
3. Quando a diferença de fase é  $90^\circ$  e as amplitudes dos dois sinais são diferentes, o resultado é uma elipse com seus eixos principais coincidentes com a horizontal e vertical.

4. Quando a diferença de fase é diferente de  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  e  $270^\circ$  o resultado é uma elipse com eixos principais inclinados com relação à horizontal e vertical.
5. O traço na tela não se altera quando o sinal da fase é invertido. Neste caso, o que se altera é o sentido de rotação do traço na tela.

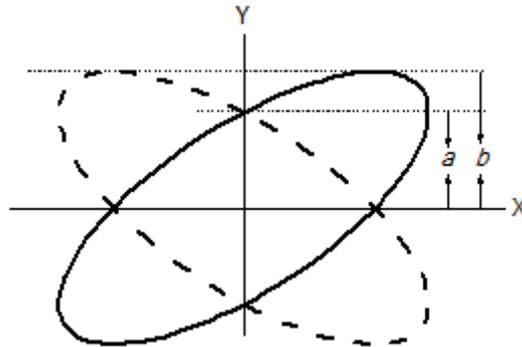


Figura G.5: Medida quantitativa do módulo do ângulo de fase entre dois sinais senoidais no modo X-Y.

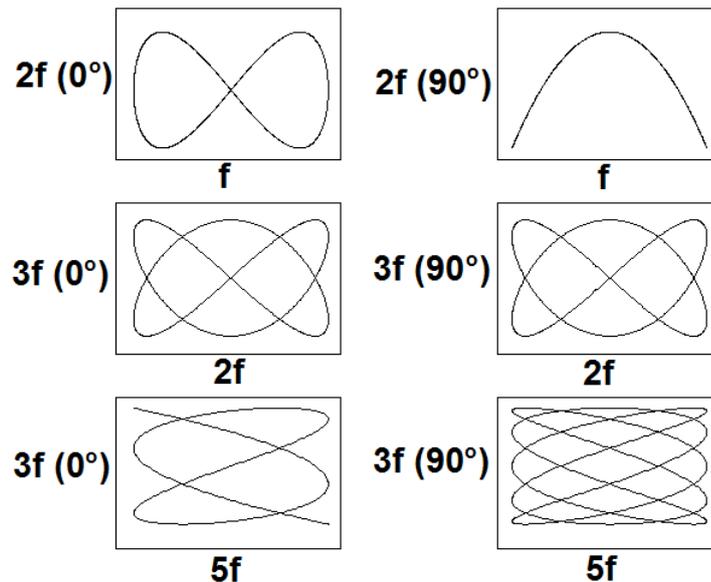


Figura G.6: Figuras de Lissajous de sinais com frequências que diferem por uma relação de números inteiros.

Com relação ao item 5, observe que o sentido de rotação durante a formação da elipse é horário quando o ângulo de fase é  $45^\circ$  e anti-horário quando ele é  $-45^\circ$ . Entretanto, em frequências altas, acima de uma dezena de Hz, é impossível distinguir-se com os olhos o sentido de rotação do traço na tela durante a formação da elipse (o efeito de persistência da emissão de luz na tela dos osciloscópios também colabora para esconder a rotação). Somente em muito baixas frequências, da ordem de 1 Hz, é possível determinar-se o sentido de rotação da elipse. Isto significa que podemos dizer, *a priori*, que não é possível determinar-se o sinal do ângulo de fase no modo X-Y na maioria das situações experimentais.

O módulo do ângulo de fase pode ser determinado no modo X-Y utilizando-se o procedimento mostrado na Figura G.5.

Se considerarmos que o sinal horizontal é  $X(t) = A \text{sen}(\omega t)$  e o sinal vertical é  $Y(t) = B \text{sen}(\omega t + \theta)$ , então, os valores de  $a$  e  $b$  serão dados por:

$$b = B \quad \text{e} \quad a = b \text{sen}(\theta) \quad (\text{G.2})$$

ou seja,

$$\theta = \text{sen}^{-1} \frac{a}{b} \quad (\text{G.3})$$

A demonstração fica como exercício. Todavia, lembre-se que este ângulo calculado é sempre positivo, ou seja, no hemisfério  $0^\circ$ - $180^\circ$ . Observe também que a partir desta última equação podemos concluir que: (1) quando  $a = 0$ , ou seja, a figura é uma reta, o ângulo de fase é  $0^\circ$  e, (2) quando  $a = b$ , ou seja, a figura é uma circunferência ou elipse com eixos principais coincidentes aos  $x$  e  $y$ , o ângulo de fase é  $90^\circ$ , como já havíamos comprovado na Figura G.4.

Alem de observar o comportamento de dois sinais de mesma frequência, o modo X-Y também pode ser utilizado com sinais de frequências diferentes. Uma situação comum aparece quando se analisa sinais cujas frequências diferem por uma relação de números inteiros. A Figura G.6 mostra alguns exemplos, nos quais o ângulo de fase denotado entre parênteses representa a fase do sinal Y com relação ao X.

Da Figura G.6 tem-se a impressão de que ela representa um método para determinar-se a relação entre as frequências de dois sinais, por exemplo, para ajustarmos um gerador oscilando com frequência  $f$  e outro com  $(5/3)f$ . Entretanto, na prática isto não é um problema tão simples porque, em primeiro lugar, os dois sinais podem não estar perfeitamente sincronizados e, em segundo lugar, as figuras que se formam podem ser complicadas demais para uma análise segura.

**Todas as figuras observadas na tela do osciloscópio no modo X-Y,**  
quando

$$X(t) = X_o \cos(\omega_1 t + \theta_1) \quad \text{e} \quad Y(t) = Y_o \cos(\omega_2 t + \theta_2), \quad (\text{G.4})$$

são denominadas  
**“Figuras de Lissajous”**

## Apêndice H

### Relações trigonométricas úteis

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta \quad (\text{H.1})$$

$$\operatorname{sen}(\alpha \pm \beta) = \operatorname{sen} \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \operatorname{sen} \beta \quad (\text{H.2})$$

$$\cos(\alpha \pm \pi/2) = \mp \operatorname{sen} \alpha \quad (\text{H.3})$$

$$\operatorname{sen}(\alpha \pm \pi/2) = \pm \cos \alpha \quad (\text{H.4})$$

$$\cos(\alpha \pm \pi) = -\cos \alpha \quad (\text{H.5})$$

$$\operatorname{sen}(\alpha \pm \pi) = -\operatorname{sen} \alpha \quad (\text{H.6})$$

$$A \cos \alpha \pm B \operatorname{sen} \alpha = C \cos(\alpha \mp \theta) \quad (\text{H.7})$$

$$C = \sqrt{A^2 + B^2} \quad \cos \theta = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad \operatorname{sen} \theta = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\text{se } A \cos \alpha + B \operatorname{sen} \alpha = 0 \text{ para qualquer } \alpha \text{ então } A = B = 0 \quad (\text{H.8})$$

## Apêndice I

# Nomenclatura e equivalência de componentes

Tabela I.1: Equivalência de componentes

<b>Estes componentes</b>	<b>podem ser substituídos por estes</b>
BC548	BC549, BC547, BC337
BC558	BC559, BC557, BC327
1N914	1N4148
MPF102	BF245

Tabela I.2: Abreviaturas de componentes

<b>Abreviatura</b>	<b>Componente</b>
Zener 3V3	1N4728
Zener 3V6	1N4739
Zener 3V9	1N4730
Zener 4V3	1N4731
Zener 4V7	1N4732
Zener 5V1	1N4733
Zener 5V6	1N4734
Zener 6V2	1N4735
Zener 6V8	1N4736
Zener 7V5	1N4737
Zener 8V2	1N4738
Zener 9V1	1N4739
Zener 10V	1N4740
Zener 11V	1N4741
Zener 12V	1N4742

# Apêndice J

## Exercícios

### J.1 Capítulo 3

1 - Assumindo a relação linear, em que temperatura a resistência de um fio de cobre será 10% maior que a sua resistência a 20°C?

2 - O coeficiente de temperatura de um filamento de tungstênio é  $4.5 \times 10^{-3}$  a 20°C. Quando se liga uma fonte de tensão constante nos terminais deste filamento se estabelece uma corrente inicial, que diminui até que o filamento atinge sua temperatura final de equilíbrio. A corrente final é de um quinto da corrente inicial. Qual a variação da temperatura do fio? Suponha que a resistividade aumenta linearmente com a temperatura de acordo com a equação 3.3.

3 - Um fio condutor, de área da seção transversal  $A$ , comprimento  $L_1$ , resistividade  $\rho_1$  e coeficiente de temperatura da resistividade,  $\alpha_1$ , está ligado em série com um outro condutor com a mesma área da seção reta mas, com comprimento  $L_2$ , resistividade  $\rho_2$  e coeficiente de temperatura da resistividade,  $\alpha_2$ . Mostrar que (a) se tivermos  $\rho_1 L_1 \alpha_1 + \rho_2 L_2 \alpha_2 = 0$  a resistência total  $R$  não depende de pequenas variações da temperatura, (b) se um dos resistores for de carbono e o outro de cobre, determinar a razão dos respectivos comprimentos para que  $R$  seja aproximadamente independente da temperatura.

4 - A potência nominal de um resistor de carbono de 1 k $\Omega$ , utilizado em circuitos eletrônicos, é de um quarto de Watt, ou seja, 250 mW. (a) Qual a corrente máxima que o resistor suporta? (b) Qual a máxima voltagem que o resistor suporta?

5 - Um fio de *nichrome* (ver tabela 3.1) é utilizado para construir um aquecedor elétrico que vai ser conectado em 220 V. Depois de ligado, a temperatura final do aquecedor é de 60°C e a dissipação de potência corresponde a 7500 W. (a) Qual é o valor da corrente final no aquecedor? Qual o valor final da resistência total do fio? Qual seria o valor da resistência do fio a 20°C?

6 - Se o fio de *nichrome* do exercício anterior tiver um diâmetro de 0.4 mm, qual deveria ser o seu comprimento a 20°C?

7 - Um diodo pode ser considerado um “resistor não linear” já que a sua curva  $I$  vs.  $V$  é dada por

$$I = I_o \left( e^{(eV)/(kT)} - 1 \right) \quad (\text{J.1})$$

em que  $e$  é a carga do elétron,  $k$  é a constante de Boltzman,  $I_o = 10^{-9}$  A e  $T = 300$  K. Este assunto será estudado em detalhes no capítulo 8 mas, para adiantar, calcule (a) a resistência do diodo com  $V = 0.5$  V, (b) a resistência do diodo com  $V = 0.6$  V, (c) a resistência dinâmica do diodo com  $V = 0.5$  V, (d) a resistência dinâmica do diodo com  $V = 0.6$  V.

### J.2 Capítulo 4

1 - A diferença de potencial de uma bateria de automóvel de 12 V cai para 11 V quando ela fornece 50 A ao motor de arranque. Qual o valor da resistência interna da bateria?

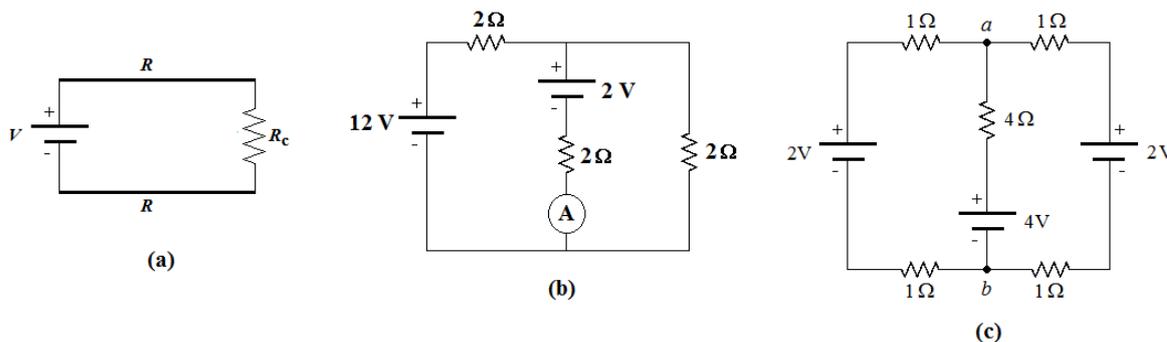


Figura J.1: Exercício 4.2, 4.3 e 4.4.

**2** - Imagine que o circuito da figura J.1(a) representa um fonte de tensão fornecendo potência para um resistor de carga  $R_c$  através de fios de cobre de resistência  $R$ . Se  $V = 10\text{ V}$ , a carga é de  $5\ \Omega$ , o diâmetro dos fios é de  $0.5\text{ mm}$  e o comprimento é de  $100\text{ m}$ , calcule (a) a corrente no circuito, (b) a potência dissipada na carga, (c) a potência dissipada nos fios de cobre e (d) a voltagem através do resistor de carga.

**3** - No circuito da figura J.1(b), as resistências interna das baterias e do amperímetro são insignificantes. (a) Calcular a corrente que passa pelo amperímetro. (b) Calcular a energia fornecida pelas baterias durante 3 segundos. (c) Calcular a energia dissipada na forma de calor (por efeito Joule) em todos os resistores durante 3 segundos. (d) As respostas (b) e (c) são iguais? Se forem diferentes, explique o motivo da diferença. Se forem iguais explique também o motivo da igualdade!

**4** - Calcular, no circuito da figura J.1(c), a diferença de potencial entre os pontos a e b.

**5** - (a) No circuito da figura J.2(a) determine a resistência equivalente entre os pontos A e B. (b) No circuito da figura J.2(b) determine a resistência equivalente entre os pontos C e D. (c) No circuito da figura J.2(a), se a diferença de potencial entre os pontos A e B vale  $V_{AB} = 10\text{ V}$ , quanto vale a diferença de potencial entre os pontos C e D, isto é,  $V_{CD}$ ? Dados:  $R_1 = 54.4\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 324.6\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 495\text{ k}\Omega$ ,  $R_0 = 50\text{ k}\Omega$  e  $R_c = 200\text{ k}\Omega$ . Consulte o Apêndice F e tire a sua conclusão a respeito da utilidade deste circuito.

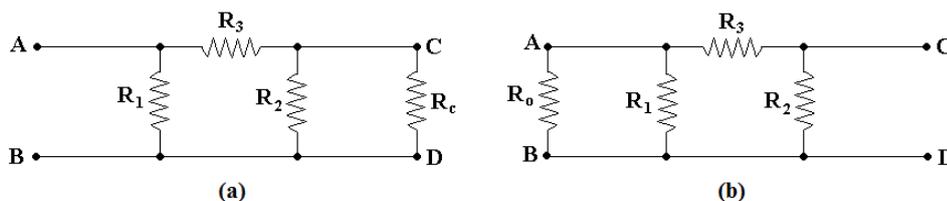


Figura J.2: Exercício 4.5.

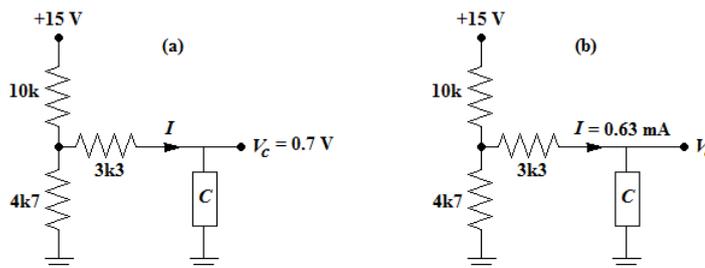


Figura J.3: Exercícios 4.6 e 4.7.

**6** - No circuito mostrado na figura J.3(a) o componente  $C$  apresenta uma queda de tensão de  $0.7\text{ V}$ . Utilize o teorema de Thévenin para simplificar o circuito e calcular a corrente  $I$ .

7 - A corrente no componente  $C$  no circuito mostrado na figura J.3(b) vale 0.63 mA. Utilize o teorema de Norton para simplificar o circuito e calcular a tensão  $V_C$ .

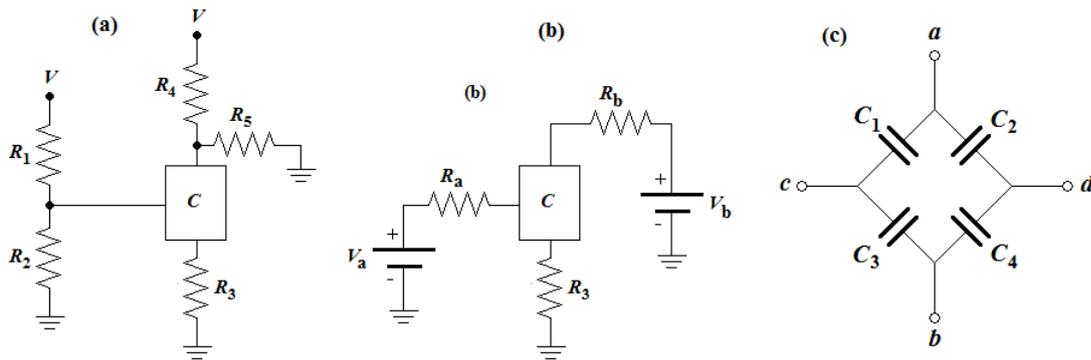


Figura J.4: Exercício 4.8 e 4.9.

8 - O componente  $C$  no circuito da figura J.4(a) possui três terminais. Utilizando o teorema de Thévenin o circuito pode ser simplificado conforme mostra a figura J.4(b). A partir dos valores de  $V$  e  $R_1 \dots R_5$  determine os equivalentes  $V_a, V_b, R_a$  e  $R_b$ .

9 - A figura J.4(c) é um esquema de um circuito com quatro capacitores, conhecido como “ponte de capacitores”. Inicialmente, os capacitores estão descarregados. Qual deve ser a relação entre as quatro capacitâncias para que o potencial entre  $c$  e  $d$  seja nulo quando houver uma voltagem  $V$  entre  $a$  e  $b$ ?

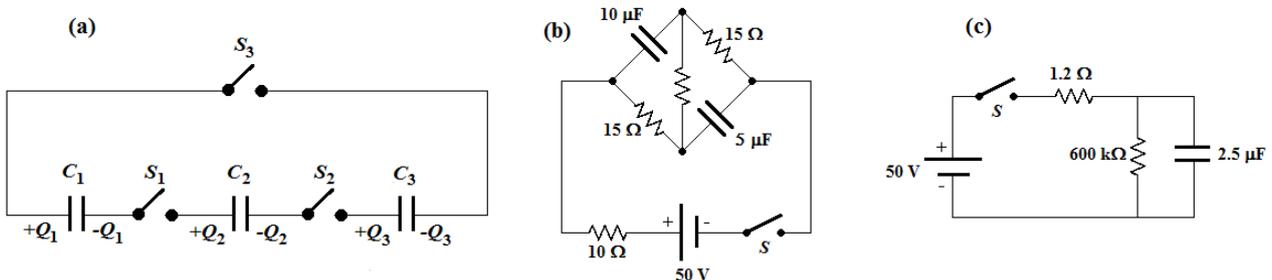


Figura J.5: Exercício 4.10, 4.12 e 4.13.

10 - Três capacitores em paralelo,  $C_1 = 1 \mu\text{F}$ ,  $C_2 = 2 \mu\text{F}$  e  $C_3 = 3 \mu\text{F}$ , são carregados a 150 V por uma mesma fonte. As ligações com a fonte e entre os capacitores são desfeitas e os três são religados como mostra o esquema da figura J.5(a). (a) Qual a voltagem em cada capacitor com as chaves  $S_1$  e  $S_2$  fechadas e a chave  $S_3$  aberta? (b) Depois de a chave  $S_3$  ser fechada, qual a carga em cada capacitor? (c) Dê a voltagem em cada capacitor depois de a chave  $S_3$  ser fechada.

11 - Um experimentador conectou um capacitor de  $100 \mu\text{F}$  entre a tensão de alimentação e o terra de um circuito que ele estava testando. Acontece que ele fez essa alteração com a fonte de alimentação ligada. O resultado foi a queima imediata do fusível de saída da fonte. Você poderia me explicar porque o fusível queimou? O que ele deveria ter feito para não queimar o fusível?

12 - Os capacitores da figura J.5(b) estão inicialmente sem carga. (a) Qual o valor inicial da corrente na bateria quando a chave  $S$  é fechada? (b) Qual a corrente na bateria depois de um intervalo de tempo muito longo? (c) Quais as cargas finais nos capacitores?

13 - No circuito da figura J.5(c) (a) qual a corrente inicial da bateria, imediatamente após a chave  $S$  ser fechada? (b) Qual a corrente da bateria muito tempo depois de a chave  $S$  estar fechada? (c) Se a chave for mantida fechada durante um tempo muito longo e depois for aberta, determinar a corrente no resistor de  $600 \Omega$  em função do tempo.

### J.3 Capítulo 5

1 - O circuito da figura J.6(a) mostra um galvanômetro com resistência interna  $R_m = 1000 \Omega$  e fundo de escala de  $I_m = 50 \mu\text{A}$ . A intenção é construir um amperímetro com fundos de escala em (1) 10 mA, (2) 100 mA, (3) 1 A e (4) 10 A. Para isso utilizou-se uma chave seletora associada a um *Ayrton shunt* formado pelos resistores  $R_1 \dots R_4$ . Determine os valores dos resistores.

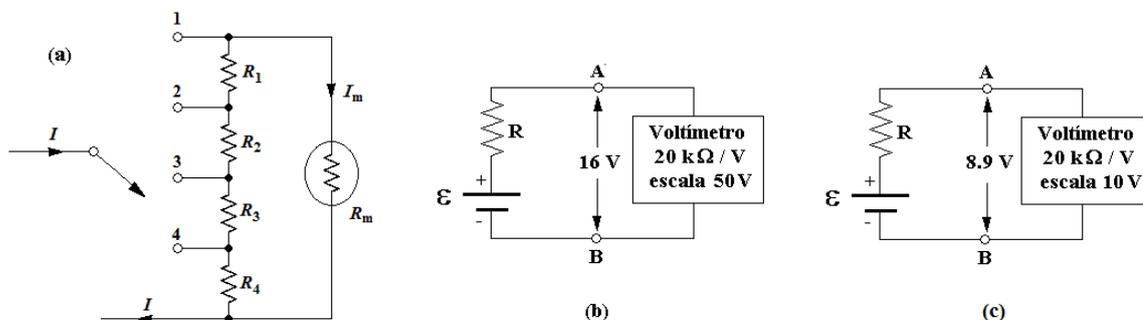


Figura J.6: Exercício 5.1 e 5.2.

2 - A voltagem em um elemento de um circuito, medida por um voltímetro analógico especificado por  $20 \text{ k}\Omega/\text{V}$  na escala de 50 V, foi de 16 V. A voltagem no mesmo elemento, medida pelo mesmo voltímetro, porem na escala de 10 V, foi de 8.9 V. Qual deve ser a voltagem verdadeira neste elemento de circuito? (ver figura J.6(b,c))

3 - O circuito da figura J.7(a) é o de uma ponte de Weatstone. É usado para se determinar a resistência  $R_x$  em termos das resistências  $R_1, R_2$  e  $R_o$ . As resistências  $R_1$  e  $R_2$  constituem um fio metálico uniforme de 1 m de comprimento. O ponto  $a$  é um contato móvel que desliza sobre o fio e altera as duas resistências parciais  $R_1$  e  $R_2$ . A resistência  $R_1$  é proporcional ao comprimento do fio entre o início (identificado por “0 cm” e o ponto  $a$ , e  $R_2$  é proporcional ao comprimento do fio entre  $a$  e a outra extremidade identificada por “100 cm”. A soma de  $R_1$  com  $R_2$  permanece constante. Quando os pontos  $a$  e  $b$  estiverem num mesmo potencial, não há corrente no galvanômetro e se diz que a ponte está equilibrada. Como o galvanômetro é usado somente detectar a presença de corrente, ele é apenas um instrumento para “medida de corrente nula”, portanto, sua resistência interna não interessa. Imaginemos que a resistência fixa  $R_o$  seja de  $200 \Omega$ . Determinar a resistência  $R_x$ , quando a ponte fica equilibrada com o ponto  $a$  (a) em 18 cm, (b) em 60 cm e (c) em 95 cm.

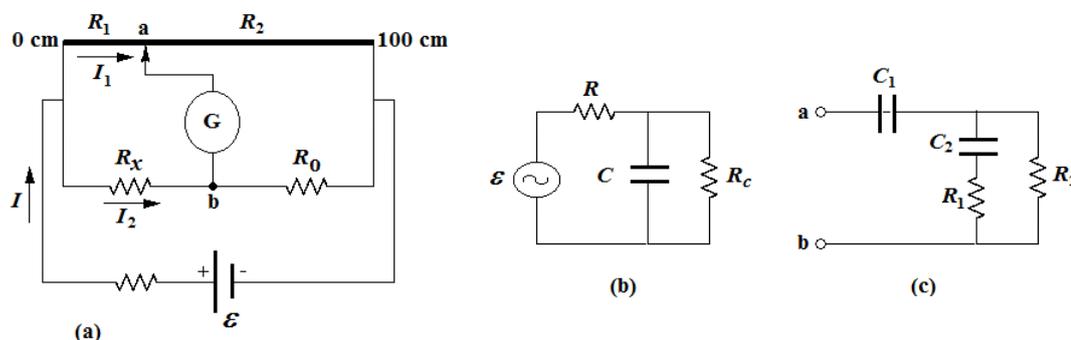


Figura J.7: Exercício 5.3, 5.4, 6.3 e 6.5.

4 - No circuito da ponte mostrado no exercício anterior a ponte equilibra-se no ponto de 98 cm quando  $R_o = 200 \Omega$ . (a) Qual o valor da resistência desconhecida? (b) Que efeito teria sobre a medida um erro de 2 mm na posição do ponto de equilíbrio da ponte? Como deveria ser escolhida a resistência  $R_o$  para que o ponto de equilíbrio estivesse tão próximo quanto possível de 50 cm? Qual a importância da escolha do material do fio metálico?

## J.4 Capítulo 6

**1** - Um chuveiro elétrico de 5 kW funciona com 220 Vrms. (a) Determine o valor de  $I_{rms}$ . (b) Determine o valor de  $I_{max}$ . (c) Se o chuveiro ficar ligado durante 10 minutos e a tarifa for 1 R\$/kWh, quanto você vai pagar? (d) Quanta energia o chuveiro consome durante 10 minutos? (e) Considere que um litro de gasolina corresponde a 8.9 kWh e que esta energia pode ser totalmente transformada em eletricidade. Quanta energia, em Joules, está contida em um litro de gasolina? (f) Quanto tempo o chuveiro pode ficar ligado se ele utilizar exclusivamente a energia elétrica proveniente de 1 litro de gasolina?

**2** - As impedâncias de motores, transformadores e eletroímãs são mais indutivas do que capacitivas. Suponha que o ângulo de fase da impedância total de uma grande indústria seja  $25^\circ$  quando todas as máquinas estão funcionando e consumindo 2.3 MW de potência. A energia elétrica é fornecida por uma subestação situada a 4.5 km da fábrica; a linha de transmissão trabalha com 40000 Vrms e 60 Hz e tem uma resistência de  $5.2 \Omega$ . O preço do quilowatt-hora é 7 centavos. A indústria paga apenas pela energia consumida. (a) Quais são a resistência e a reatância indutiva da carga total da fábrica? (b) Qual é a corrente nas linhas de transmissão e qual deve ser o valor rms da tensão na subestação para que a tensão que chega à fábrica seja no mínimo de 40000 V? (c) Qual é o valor da potência perdida na linha de transmissão? (d) Suponha que o ângulo de fase da impedância da fábrica seja reduzido para  $18^\circ$  pela inclusão de um banco de capacitores em série com a carga. Qual será a economia durante um mês de operação, supondo que ela funcione a plena capacidade durante 16 h por dia? (e) Qual deve ser a capacitância total do banco de capacitores? *Observação: circuitos RLC não estão incluídos na apostila deste curso, mas, foi matéria em Física III ... vocês deveriam saber ... ou não?*

**3** - A figura J.7(b) mostra um resistor de carga  $R_c = 20 \Omega$  ligado a um filtro passa-alta constituído por um capacitor  $C = 8 \mu\text{F}$  e um resistor  $R = 4 \Omega$ . A tensão de entrada é  $\varepsilon = 100 \cos(2\pi f t)$  (em Volts). Determine os valores rms das correntes em  $R$ ,  $C$  e  $R_c$  para (a)  $f = 500 \text{ Hz}$  (b)  $f = 2000 \text{ Hz}$ . Que fração da potência total fornecida pela fonte de tensão é dissipada no resistor de carga se a frequência é 500 Hz e se a frequência é 2000 Hz?

**4** - Um certo aparelho elétrico consome um corrente de 10 A(rms) e uma potência de 720 W quando ligado a uma linha de alimentação de 120 V(rms), 60 Hz. (a) Qual é a impedância do aparelho? (b) O aparelho é equivalente a que combinação em série de resistência e reatância? (c) Se a corrente está adiantada em relação à tensão, a reatância é indutiva ou capacitiva?

**5** - Calcule a impedância equivalente entre os pontos  $a$  e  $b$  do circuito mostrado na figura J.7(c). O termo reativo da impedância é capacitivo ou indutivo?

**6** - Resolva cuidadosamente o circuito da ponte de Wien mostrada e discutida na figura 7.20.

**7** - Resolva cuidadosamente o circuito da ponte de *bridge-T* mostrada e discutida na figura 7.22.

**8** - Resolva cuidadosamente o circuito da ponte de *twin-T* mostrada e discutida na figura 7.22.

# Apêndice K

## Exercícios-2

### K.1 Capítulo 10

1 - No circuito da Figura 10.14(b) considere que  $R_c = 1k$ ,  $R_o = 220\Omega$  e  $\beta = 220$ .

a) Estime o valor máximo da corrente no coletor (denominada por corrente de saturação), que ocorre quando  $V_{ce} \approx 0.2$  V. b) Qual o valor mínimo da corrente na base necessária para produzir esta máxima corrente no coletor? c) Qual o valor da voltagem de saída,  $V_o$ , quando o transistor está saturado? d) Qual o valor da voltagem de saída,  $V_o$ , quando o transistor está em corte? Transistor em corte significa que  $I_b = 0$ . e) Qual o valor da voltagem de saída,  $V_o$ , correspondente ao centro da região ativa? f) Na situação em (e), calcule a corrente no coletor. g) Na situação em (e), calcule a corrente na base.

### K.2 Capítulo 14

1 - Sabendo que a corrente no resistor de 18k é 0.3 mA, determine as voltagens de entrada e saída no circuito abaixo. Considere que o amplificador operacional é ideal.

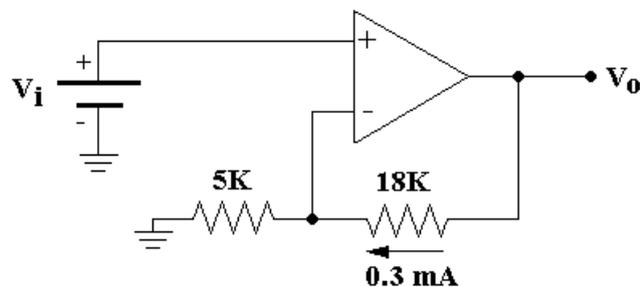


Figura K.1: Exercício 1.

2 - O amplificador operacional é utilizado para colocar corrente em um resistor de carga  $R_c$ . (a) No circuito (A), qual é o valor da corrente  $I_c$ ? (b) Para o circuito (B), escreva uma equação para a corrente  $I_c$  em termos de  $V_i$ ,  $R_c$  e  $R_s$ . Calcule o valor de  $I_c$  para os valores dados. (c) No circuito (B), se o valor do resistor de carga variar em 10%, enquanto que o valor do resistor *shunt*,  $R_s$ , se mantiver constante, qual será a variação do valor da corrente  $I_c$ ? (d) Com base nos itens anteriores, imagine uma aplicação para o circuito (B).

3 - Determinar a diferença de potencial medida pelo osciloscópio. Considere que o amplificador operacional é ideal e que a resistência interna do osciloscópio é 1 M $\Omega$ .

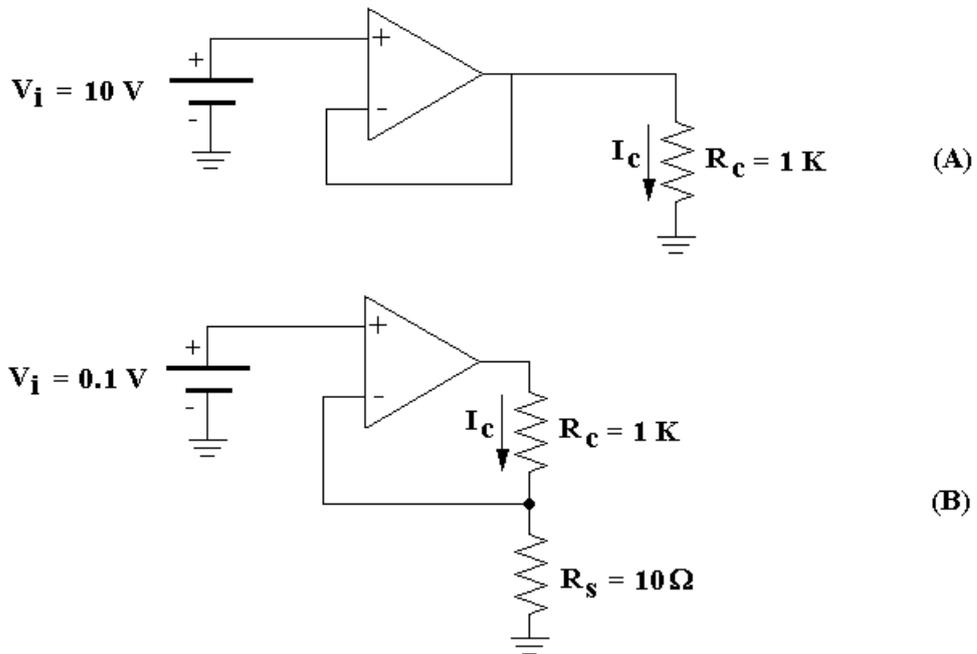


Figura K.2: Exercício 2.

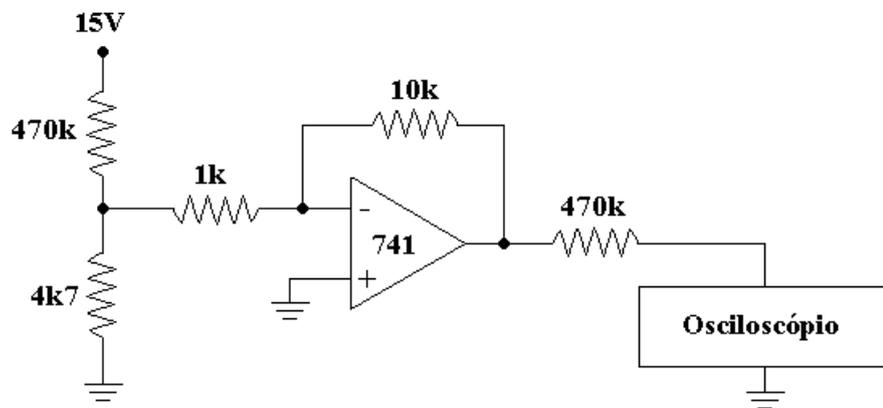


Figura K.3: Exercício 3.