

Electrónica Analógica (II)

Jesús Arias

Índice general

1. El Amplificador Operacional (A. O.)	3
1.1. El amplificador operacional ideal. Circuitos básicos	3
1.1.1. Motivación del amplificador operacional	3
1.1.2. Circuitos básicos con amplificadores operacionales ideales	4
1.2. El Amplificador operacional Real (no idealidades I)	5
1.2.1. Ganancia finita	5
1.2.2. Impedancias de entrada y de salida	5
1.2.3. Rango de salida limitado	6
1.2.4. Rango de entrada en modo común limitado	6
1.2.5. Ancho de Banda finito	6
1.3. El Amplificador Operacional Real. Implementación	8
1.3.1. Etapas de Entrada	8
1.3.2. Etapas intermedias. Condensador de compensación	13
1.3.3. Etapas de salida.	14
1.4. El Amplificador operacional Real (no idealidades II)	17
1.4.1. Tensión de Offset en la entrada	17
1.4.2. Corriente de polarización en las entradas (Input Bias Current)	19
1.4.3. Slew-rate limitado	20
1.4.4. Estabilidad. Margen de fase	21
2. Circuitos lineales con amplificadores operacionales	23
2.1. Amplificadores	23
2.1.1. Amplificadores de ganancia programable (PGA)	23
2.1.2. Sumador	24
2.1.3. Amplificador diferencial	25
2.1.4. Amplificador de instrumentación	26
2.2. Fuentes de corriente / transconductores	26
2.2.1. Fuentes de corriente simples	27
2.2.2. Fuente Howland	27
2.3. Filtros activos	28
2.3.1. Integrador	29
2.3.2. Derivador	31
2.3.3. Derivador-integrador	34
2.3.4. Filtros Sallen-Key	35
2.3.5. Filtro activo universal / de variables de estado	37
2.3.6. Ejemplo de diseño de filtro activo	39
3. Circuitos no lineales	41
3.1. Comparador	41
3.1.1. Comparador con histéresis	42
3.2. Otros circuitos no lineales prácticos	44

3.2.1.	Rectificadores de precisión	44
3.2.2.	Detector de pico	46
3.2.3.	Amplificador de muestreo y retención (Sample & Hold)	47
3.2.4.	Amplificador logarítmico	47
4.	Generación de señal	50
4.1.	Osciladores de relajación	50
4.1.1.	El temporizador NE555	52
4.1.2.	Generadores de onda triangular y generadores de funciones	55
4.1.3.	Osciladores controlados por voltaje (VCO)	56
4.2.	Osciladores sinusoidales	57
4.2.1.	Oscilador de anillo	58
4.2.2.	Oscilador de puente de Wien	60
4.2.3.	Osciladores LC. Oscilador de Colpitts	61
4.2.4.	Osciladores de cristal de cuarzo	65

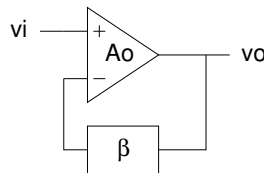
Capítulo 1

El Amplificador Operacional (A. O.)

1.1. El amplificador operacional ideal. Circuitos básicos

1.1.1. Motivación del amplificador operacional

La idea que subyace tras el desarrollo del amplificador operacional es la de poder construir amplificadores con una ganancia precisa. La precisión deseada se obtiene gracias a la *realimentación negativa* que hace que las características del circuito amplificador dependan sólo de los valores de los componentes pasivos (resistencias y condensadores) y no dependan apreciablemente del amplificador operacional utilizado.



Así, en el circuito de la figura tenemos un amplificador diferencial de ganancia elevada, A_0 , realimentado mediante una red de elementos pasivos (típicamente un divisor de tensión basado en resistencias), que hace que la tensión en la entrada negativa del amplificador sea βv_O (con $\beta < 1$). Podemos escribir entonces:

$$v_O = A_0(v_I - \beta v_O)$$

y despejando v_O/v_I obtenemos:

$$\frac{v_O}{v_I} = \frac{1}{\beta + 1/A_0} \quad (1.1)$$

En esta ecuación vemos que si A_0 es grande la ganancia del circuito realimentado va a depender muy poco de A_0 . Si hacemos $A_0 \rightarrow \infty$ tenemos $v_O/v_I \rightarrow 1/\beta$, donde vemos que la ganancia del circuito es el inverso de la atenuación de la red de realimentación.

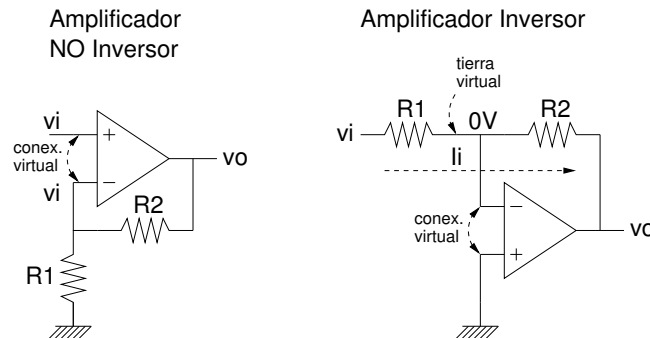
Otro resultado interesante es que si A_0 es infinito, pero v_O no lo es, forzosamente la tensión en la entrada del amplificador diferencial debe ser 0, esto implica que $v_{I+} = v_{I-}$, o lo que es lo mismo: existe una “conexión virtual” entre las dos entradas del amplificador diferencial. Con “conexión virtual” queremos destacar el hecho de que las dos entradas tienen la misma tensión, aunque no puede circular corriente entre ellas. Esta característica es una gran ayuda a la hora de analizar circuitos con amplificadores operacionales.

En resumen, un amplificador operacional va a ser un amplificador de tensión diferencial con una ganancia muy elevada que se va a utilizar siempre con realimentación negativa. Un amplificador operacional ideal (en el supuesto de que existiese) tendrá las siguientes características:

Parámetro		Valor
Ganancia	A_0	∞
Ancho de Banda	BW	∞
Impedancia de Entrada	Z_I	∞
Impedancia de Salida	Z_O	0
Rechazo del Modo Común	$CMRR$	∞

Obviamente, los amplificadores operacionales reales no tienen los valores de parámetros que se muestran en la tabla, aunque se aproximan a ellos en mayor o menor medida. Los efectos que pueden tener en los circuitos los valores no ideales de los amplificadores operacionales reales se estudiarán más adelante y serán una parte importante del capítulo.

1.1.2. Circuitos básicos con amplificadores operacionales ideales



En la figura se muestran las dos configuraciones básicas del amplificador operacional. En ambos casos la red de realimentación está formada por dos resistencias, R_1 y R_2 , y la realimentación es negativa (está conectada la salida con la entrada inversora a través de R_2). La mayor diferencia está en que en el circuito no inversor la entrada se conecta a la entrada positiva del A. O. mientras que en la configuración inversora se conecta a la resistencia R_1 . A continuación analizaremos ambos circuitos.

Amplificador No Inversor

La conexión virtual entre las entradas positiva y negativa del A. O. fuerza que la tensión v_I coincida con la de la salida del divisor de tensión formado por R_1 y R_2 . Tenemos entonces:

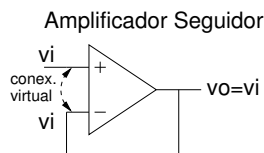
$$v_I = \beta v_O = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_O \quad ; \quad \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

y despejando obtenemos:

$$\frac{v_O}{v_I} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \quad (1.2)$$

Vemos que la ganancia del circuito es siempre positiva (no se cambia la fase de la señal de entrada) y mayor que 1.

Un caso particular se tiene cuando $R_2 = 0$ y $R_1 = \infty$, lo que resulta en el amplificador seguidor (también llamado buffer) de la figura:



La ganancia en este caso es la unidad, $v_O/v_I = 1$, al igual que el factor de realimentación, $\beta = 1$.

La impedancia de entrada de estos circuitos es infinita ya que por la entrada positiva del A. O. ideal no puede circular ninguna corriente ($i_I = 0$).

Amplificador inversor

En este caso la conexión virtual entre las entradas del A. O. hace que la tensión en la entrada negativa sea 0 (tierra virtual). Podemos entonces obtener fácilmente la corriente en la resistencia R_1 , que será: $i_I = v_I/R_1$. Esta corriente es la misma que circula por R_2 , ya que por la entrada negativa del A. O. no puede circular ninguna corriente. La tensión en la salida será por lo tanto $v_O = 0 - i_I R_2$, lo que nos da:

$$\frac{v_O}{v_I} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (1.3)$$

Donde vemos que la ganancia es negativa (cambio de fase de 180°) y podría ser menor que 1 en valor absoluto. En este circuito el factor de realimentación sigue siendo el del divisor de tensión formado por R_1 y R_2 :

$$v_{I-} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_I + \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_O = \alpha v_I + \beta v_O \quad \rightarrow \quad \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

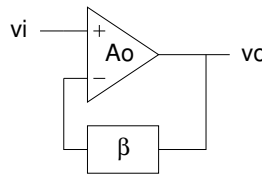
Por lo tanto vemos que en este amplificador la ganancia (en valor absoluto) no coincide con el inverso del factor de realimentación, aunque se aproxima cuando $R_2 \gg R_1$. Este detalle podrá tener su importancia cuando se estudie la respuesta en frecuencia del amplificador y su estabilidad.

La impedancia de entrada no es infinita ya que circula una corriente i_I desde la entrada, lo que da: $Z_I = R_1$.

1.2. El Amplificador operacional Real (no idealidades I)

El amplificador operacional ideal no deja de ser un modelo matemático sin equivalente físico. Los A. O. reales tienen unos valores para sus parámetros que no son ni infinito ni cero, y esto puede hacer que el comportamiento de los circuitos se aleje del esperado cuando se consideraba un A. O. ideal. Veamos a continuación una primera serie de efectos no ideales del A. O. real y cómo dichos efectos afectan a los circuitos. Pospondremos el resto de efectos no ideales hasta después de estudiar la estructura interna del A. O.

1.2.1. Ganancia finita



Si el amplificador de la figura tiene una ganancia, A_0 , finita, habíamos visto que daba lugar a una tensión en la salida:

$$\frac{v_O}{v_I} = \frac{1}{\beta + 1/A_0}$$

Si el amplificador fuese ideal la ganancia del circuito sería $1/\beta$. Luego, el error relativo debido a la ganancia finita del A. O. será:

$$error_{rel} \equiv \frac{v_O/v_I|_{IDEAL} - v_O/v_I|_{REAL}}{v_O/v_I|_{IDEAL}} = \frac{\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta + 1/A_0}}{\frac{1}{\beta}} = \frac{1}{\beta A_0 + 1} \approx \frac{1}{\beta A_0} = \frac{v_O/v_I|_{IDEAL}}{A_0}$$

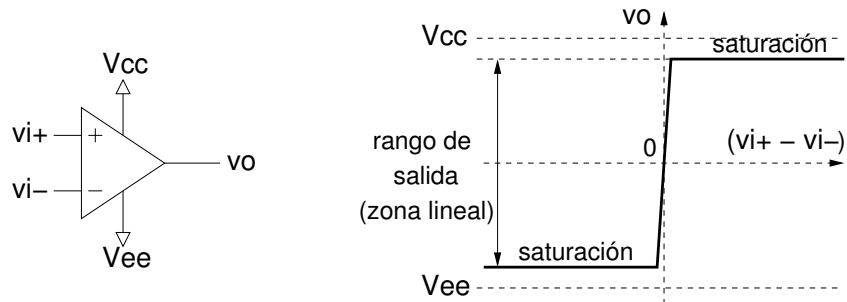
Los A. O. reales tienen ganancias del orden de 10^3 a 10^5 , de modo que el error relativo puede ser muy pequeño, especialmente cuando la ganancia del circuito realimentado es pequeña.

1.2.2. Impedancias de entrada y de salida

La impedancia de entrada de los A. O. basados en transistores bipolares suele ser del orden de 10^5 a $10^6 \Omega$, mientras que si en la entrada los transistores son de tipo FET la impedancia de entrada es mucho mayor (10^9 a $10^{11} \Omega$). Con estos valores la corriente en las entradas del A. O. se puede despreciar en la mayoría de los casos.

La impedancia de salida del A. O. limita la potencia que se puede entregar a una carga. Típicamente, en los A. O. normales la impedancia de salida es del orden de $10^2 \Omega$, lo que limita la potencia de salida a valores bastante inferiores al Watio. (Hay amplificadores capaces de entregar mucha más potencia, como el LM12: 80W)

1.2.3. Rango de salida limitado

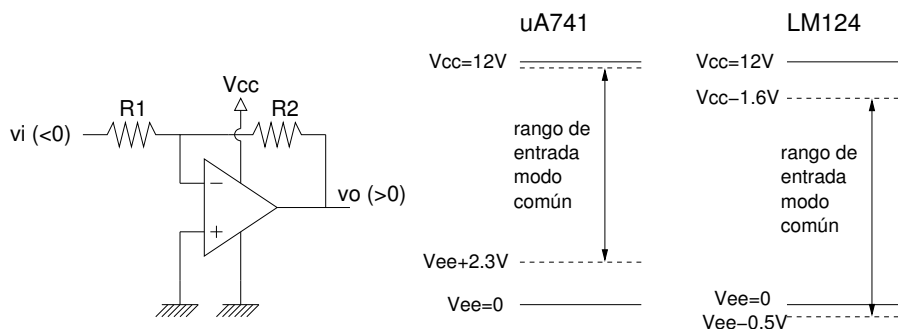


Un aspecto que muchas veces se pasa por alto es el hecho de que la tensión en la salida del A. O. tiene que estar acotada dentro de ciertos límites. En la figura se muestra la característica de transferencia del A. O. en lazo abierto donde se puede ver que la zona de funcionamiento lineal está comprendida entre las tensiones de alimentación V_{CC} y V_{EE} . Típicamente la salida del A. O. se satura unos 2V antes de alcanzar V_{CC} o V_{EE} , si bien este valor depende del modelo concreto de amplificador.

Cuando en un circuito realimentado el A. O. se satura desaparece la realimentación negativa (la tensión que llega a la entrada negativa es constante, no depende de v_I) y se rompe la conexión virtual entre las entradas ($v_{I+} \neq v_{I-}$).

1.2.4. Rango de entrada en modo común limitado

La conexión virtual entre las entradas del A. O. hace que la tensión diferencial en la entrada sea 0 (o al menos muy pequeña). Sin embargo la tensión en modo común (el promedio de la tensión en las entradas: $v_{ICM} = (v_{I+} + v_{I-})/2$) podría a priori tomar cualquier valor. En la práctica el rango de tensiones de modo común válidas está comprendido entre las tensiones de alimentación V_{CC} y V_{EE} . En algunos A. O. este rango puede llegar a incluir V_{EE} y en otros V_{CC} , pero nunca se pueden superar las tensiones de alimentación por un gran margen. Por poner un ejemplo, el A. O. uA741 tiene un rango de entrada en modo común que va desde $V_{EE} + 2,3V$ hasta $V_{CC} - 0,2V$.



En la figura se muestra un ejemplo en el que la especificación del rango de entrada en modo común del A. O. tiene mucha relevancia. En el circuito de la figura la alimentación V_{EE} del operacional se ha conectado a tierra. La tensión del modo común en la entrada es también de 0V, ya que la entrada positiva está conectada a tierra. Si como operacional utilizamos un uA741 no tenemos la tensión del modo común dentro del rango permitido y el circuito no funcionará. Si en cambio usamos un LM124, la tensión de tierra sí que está dentro del rango de entrada en modo común y el circuito funcionará tal como se espera. Los amplificadores que como el LM124 incluyen a V_{EE} dentro de su rango de entrada en modo común se suelen vender con la etiqueta de “single power supply”.

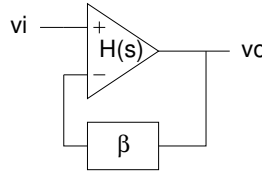
1.2.5. Ancho de Banda finito

El A. O. ideal tiene un ancho de banda infinito lo cual dista mucho de las características de los A. O. reales. Cuando la respuesta en frecuencia de un circuito basado en A. O. es un aspecto importante, el modelo de A. O. ideal es muy poco

apropiado. Una mejor aproximación a la realidad es la que considera que el A. O. en lazo abierto tiene un único polo en su función de transferencia y por lo tanto su respuesta en frecuencia presenta un ancho de banda finito que coincide con la frecuencia del polo, ω_0 (aproximación de polo dominante). La función de transferencia del A. O. en lazo abierto será:

$$H(s) = \frac{A_0}{1 + s/\omega_0} \quad (1.4)$$

donde A_0 es la ganancia para una frecuencia 0 (ganancia en DC) y ω_0 es la frecuencia angular (unidades: rad/s) del polo. Ahora consideremos que dicho amplificador se encuentra dentro del lazo de realimentación del circuito de la siguiente figura:



Donde β , el factor de realimentación, es una constante menor que 1 y no depende de la frecuencia. Podemos escribir entonces:

$$(v_I - \beta v_O)H(s) = v_O \quad \frac{v_O}{v_I} = \frac{H(s)}{1 + \beta H(s)}$$

siendo $H(s)$ la expresión de la ecuación 1.4. Sustituyendo se obtiene:

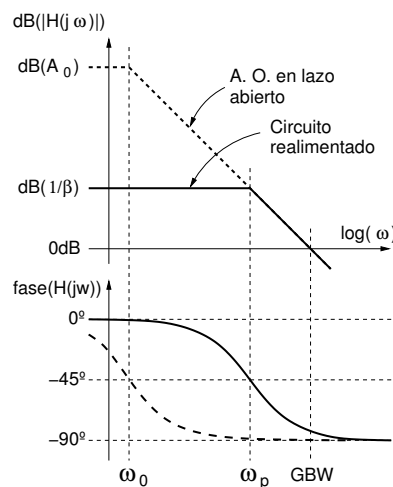
$$\frac{v_O}{v_I} = \frac{A_0}{(\beta A_0 + 1) + s/\omega_0} \approx \frac{A_0}{\beta A_0 + s/\omega_0}$$

La función de transferencia del circuito realimentado presenta una ganancia $1/\beta$ para frecuencias bajas ($s \rightarrow 0$), tal como se esperaba, y un polo a la frecuencia $\omega_P = \beta A_0 \omega_0$ (la frecuencia del polo es el valor de s que hace cero el denominador, pero sin signo). Una consecuencia interesante es que el producto de la ganancia en DC y el ancho de banda es el mismo en el amplificador operacional y en el circuito realimentado, tal y como podemos comprobar:

$$GBW_{A.O.} = A_0 \omega_0 \quad GBW_{circuito} = \frac{1}{\beta} \cdot \beta A_0 \omega_0 = A_0 \omega_0$$

Dado que el producto GBW se mantiene constante, independientemente del factor de realimentación, un circuito con mayor ganancia que otro dado ha de tener un menor ancho de banda. Asimismo, el producto GBW es un parámetro que nos ha de proporcionar el fabricante del A. O. (alrededor de 1MHz para el uA741).

Hay también que destacar que debido al gran valor de la ganancia en DC la frecuencia del polo dominante, ω_0 , del A. O. en lazo abierto suele ser muy baja (del orden de 10Hz en el uA741).



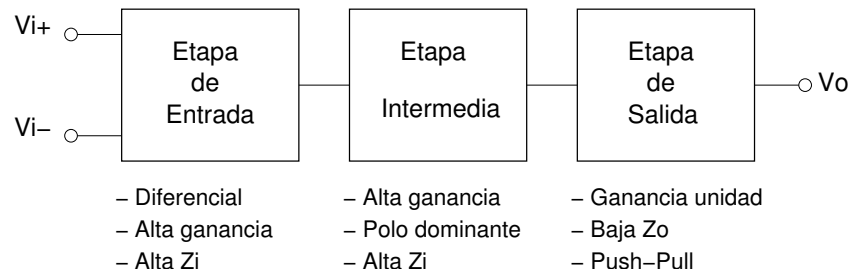
Los resultados discutidos se muestran en el diagrama de Bode de la figura en el que se representan la respuesta en frecuencia del A. O. en lazo abierto junto con la del circuito realimentado.

Por último, a título de ejemplo, veamos cuál es el ancho de banda de varios circuitos amplificadores construidos con el A. O. uA741 que tiene un producto GBW nominal de 1MHz:

Configuración	v_O/v_I	β	$BW=\beta \cdot GBW$
No inversora	10	1/10	100 kHz
No inversora	100	1/100	10 kHz
Inversora	-1	1/2	500 kHz
Inversora	-10	1/11	90.9 kHz

1.3. El Amplificador Operacional Real. Implementación

AMPLIFICADOR OPERACIONAL DE 3 ETAPAS



El amplificador operacional típico es un circuito integrado que consta de tres etapas tal y como se muestra en la figura. Cada etapa es a su vez un amplificador con unas características orientadas a obtener los parámetros deseados en el A. O. Así, la etapa de entrada ha de ser necesariamente un amplificador diferencial, con una elevada ganancia e impedancia de entrada. La etapa intermedia añade la ganancia que resta para obtener la ganancia total del A. O. y en ella se suele incluir algún condensador que será responsable del polo dominante del A. O. (condensador de compensación). Por último, la etapa de salida tiene como objeto reducir la impedancia de salida y transmitir una potencia apreciable a las cargas que se conecten a la salida. Esta última etapa suele recurrir a transistores en configuración de colector común (seguidor de emisor) que como sabemos tienen una ganancia de tensión próxima a la unidad.

A continuación analizaremos algunos ejemplos de los tres tipos de etapas que se pueden encontrar en los A. O. típicos.

1.3.1. Etapas de Entrada

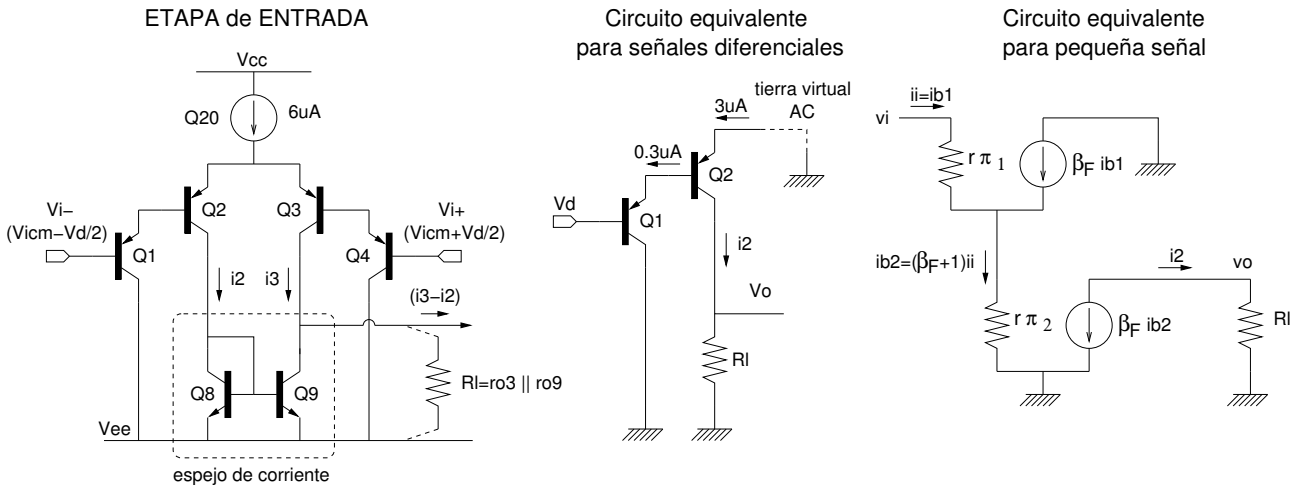
Muchas de las características del A. O. dependen de su etapa de entrada, así que vamos a analizar las etapas de entrada de tres A. O. distintos, dos de ellos de tipo bipolar y un tercero con entradas de tipo FET.

LM124

En el análisis de la etapa de entrada del A. O. LM124 vamos a usar los siguientes datos que hemos estimado para los transistores bipolares del circuito integrado:

Tipo	β_F	Tensión Early, $ V_A $
NPN	200	100 V
PNP	10	30 V

Como se puede comprobar, los transistores de tipo PNP tienen unas características mucho peores que los NPN. Ello se debe a su estructura horizontal que impide realizar un dopado adecuado de las zonas de emisor y colector, y es algo común en todos los circuitos integrados bipolares de la época (alrededor de 1970). La mala calidad de los transistores PNP ha condicionado muy notablemente el diseño de las etapas de entrada de los A. O. como el LM124 o el uA741.



En la figura se muestra en primer lugar la etapa de entrada del A. O. LM124. Está formada por un amplificador diferencial (Q2, Q3 y el espejo Q8, Q9) en el que cada entrada va precedida de un transistor en configuración de colector común (Q1 y Q4). El objeto de Q1 y Q4 es el de aumentar la impedancia de entrada, ya que el bajo valor de β_F de los transistores Q2 y Q3 va a resultar en una resistencia r_π pequeña y, en consecuencia, en una impedancia de entrada baja para el par diferencial. El espejo de corriente tiene como función el replicar la corriente i_2 en el colector de Q9, de modo que la corriente que circula hacia la salida es $(i_3 - i_2)$. Aunque no aparezca una resistencia de forma explícita en el circuito tenemos una resistencia de carga en la salida, R_L , que es el equivalente en paralelo de las resistencias de colector de los transistores Q3 y Q9. El valor de estas resistencias se puede obtener a partir de la corriente de colector de dichos transistores (unos $3\mu A$) y de sus respectivas tensiones de Early, obteniendo:

$$r_{o3} = \frac{V_{A3}}{I_{C3}} = 10M\Omega \quad r_{o9} = \frac{V_{A9}}{I_{C9}} = 33,3M\Omega \quad R_L = r_{o3} || r_{o9} = 7,7M\Omega$$

Por otra parte la corriente de base de Q2 será $I_{E2}/(\beta_F + 1) \approx 0,3\mu A$. Esta es a su vez la corriente de emisor de Q1, de modo que podemos calcular el valor de las resistencias r_π que aparecen en el circuito equivalente de pequeña señal, obteniendo:

$$r_{\pi1} = \beta_{F1} \frac{V_T}{I_{C1}} \approx 833K\Omega \quad r_{\pi2} \approx 83K\Omega$$

donde $V_T = (KT/q)$ es la tensión térmica que es proporcional a la temperatura (en Kelvin) y vale alrededor de $25 mV$ a temperatura ambiente ($\sim 300K$). Con estos datos ya podemos resolver el circuito equivalente de pequeña señal:

$$v_i = (\beta_F + 1)i_i r_{\pi2} + i_i r_{\pi1} \quad i_i = \frac{v_i}{(\beta_F + 1)r_{\pi2} + r_{\pi1}} \quad Z_i = (\beta_F + 1)r_{\pi2} + r_{\pi1}$$

Obtenemos una impedancia de entrada, Z_i , de $1.7 M\Omega$. Hay que destacar que esta es la impedancia que se ve en una sola de las entradas. Las señales diferenciales, al estar conectadas entre las dos entradas, verán el doble de impedancia. Por lo tanto, la impedancia de entrada en modo diferencial será de $3.5 M\Omega$.

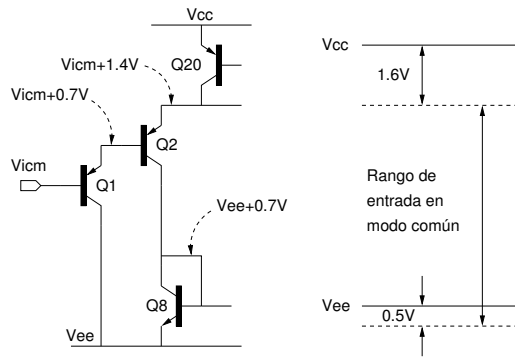
Veamos ahora la ganancia de la etapa:

$$i_2 = -\beta_F i_{b2} = -\beta_F (\beta_F + 1) i_i = \frac{-\beta_F (\beta_F + 1) v_i}{(\beta_F + 1) r_{\pi2} + r_{\pi1}} \quad v_o = i_2 R_L = \frac{-\beta_F (\beta_F + 1) v_i}{(\beta_F + 1) r_{\pi2} + r_{\pi1}} R_L$$

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{-R_L}{\frac{r_{\pi2}}{\beta_F} + \frac{r_{\pi1}}{\beta_F (\beta_F + 1)}} = \frac{-7,7M\Omega}{16K\Omega} = -480$$

Podemos ignorar el signo de la ganancia ya que bastaría con intercambiar las entradas para obtener una ganancia positiva. Por otro lado, la impedancia de salida será: $Z_o = R_L = 7,7 M\Omega$.

Un dato importante a obtener del análisis de la etapa de entrada es el rango de entrada en modo común, que podemos definir como el rango de tensiones en la entrada para las que todos los transistores de la etapa operan en la región activa, y esto también incluye al transistor que implementa la fuente de corriente del par diferencial, Q20.



En la figura se han destacado las tensiones que aparecen en los nodos del circuito en función de la tensión en modo común de la entrada, V_{ICM} . Se ha supuesto que la tensión base-emisor de todos los transistores es $|V_{BE}| = 0,7V$. Dado que V_{CC} y V_{EE} son tensiones fijas, cuando aumenta V_{ICM} aumenta $|V_{CE2}|$ pero disminuye $|V_{CE20}|$. Por lo tanto, la saturación del transistor Q2 nos indicará la tensión mínima de la entrada, mientras que la máxima la dictará la saturación de Q20. Suponiendo que la tensión de saturación de los transistores es de $0,2V$ obtenemos:

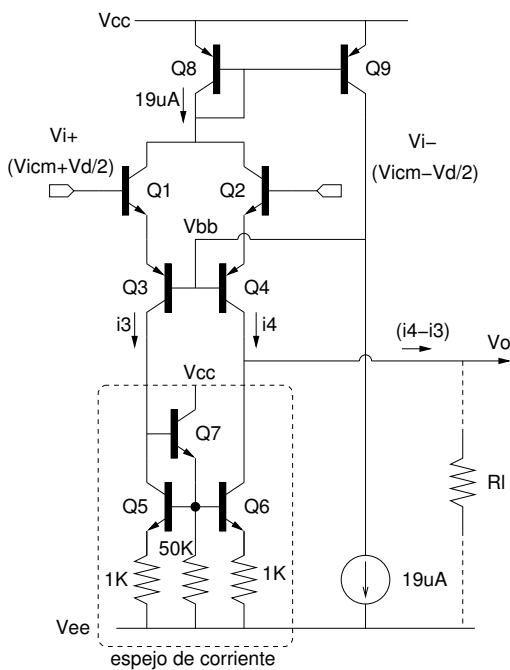
$$|V_{CE2}| = (V_{ICM,min} + 1,4V) - (V_{EE} + 0,7V) = 0,2V \quad \rightarrow \quad V_{ICM,min} = V_{EE} - 0,5V$$

$$|V_{CE20}| = V_{CC} - (V_{ICM,max} + 1,4V) = 0,2V \quad \rightarrow \quad V_{ICM,max} = V_{CC} - 1,6V$$

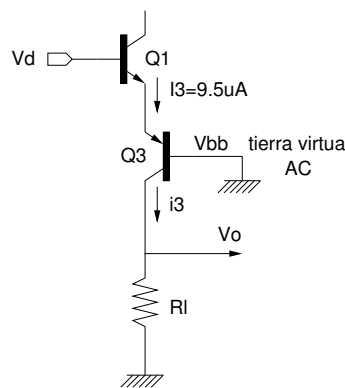
donde se ve que el rango de entrada en modo común incluye tensiones por debajo de V_{EE} . Este A. O. es por lo tanto adecuado para funcionar con una sólo fuente de alimentación ($V_{EE} = 0V$).

uA741

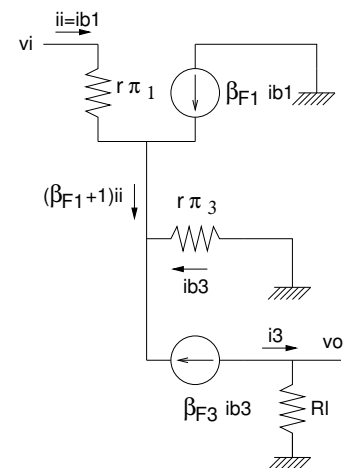
ETAPA de ENTRADA



Circuito equivalente para señales diferenciales



Circuito equivalente para pequeña señal



El A. O. uA741 (o LM741, dependiendo del fabricante) tiene una etapa de entrada muy diferente del LM124. El objetivo del diseñador (Dave Fullagar, inspirado en el LM101 de Robert Widlar, 1968) fue seguramente el utilizar en la entrada transistores de tipo NPN, de alta β_F , que permitirán obtener una impedancia de entrada alta aún con corrientes de colector relativamente grandes. Los transistores PNP (Q3, Q4) operan en la configuración de base común, la única en la que el valor de β_F tiene poco efecto en todos sus parámetros. Un ingenioso circuito de polarización formado por Q8, Q9 y la fuente de corriente de $19\mu A$, ajusta la tensión de las bases de Q3 y Q4 (V_{BB}) dependiendo del voltaje del modo común de la entrada (V_{ICM}), de modo que la suma de las corrientes I_3 e I_4 se mantiene constante e igual a $19\mu A$.

Durante el análisis de esta etapa de entrada emplearemos para los transistores los siguientes datos que hemos encontrado en la bibliografía (Malik):

Tipo	β_F	Tensión Early, $ V_A $
NPN	250	130 V
PNP	50	52 V

La resistencia de salida, R_l será el equivalente en paralelo de la resistencia de colector de Q4 y la impedancia de salida del espejo de corriente. Hay que destacar que la resistencia de $1\text{ K}\Omega$ en serie con el emisor de Q6 tiene entre sus efectos el aumentar la impedancia de salida del espejo de corriente, de modo que en la práctica el valor de R_l va a estar determinado solamente por $r_{o4} \approx 5,5\text{ M}\Omega$. Las resistencias r_π de los transistores Q1 y Q3 van a ser $657\text{ K}\Omega$ y $132\text{ K}\Omega$, respectivamente. Para las señales diferenciales el nodo V_{BB} va a ser equivalente a una tierra de AC, lo que nos lleva al circuito equivalente de pequeña señal que se muestra en la figura, del que podemos escribir:

$$(\beta_{F1} + 1)i_i + i_{b3} = -\beta_{F3}i_{b3} \quad \rightarrow \quad i_{b3} = \frac{-i_i(\beta_{F1} + 1)}{(\beta_{F3} + 1)}$$

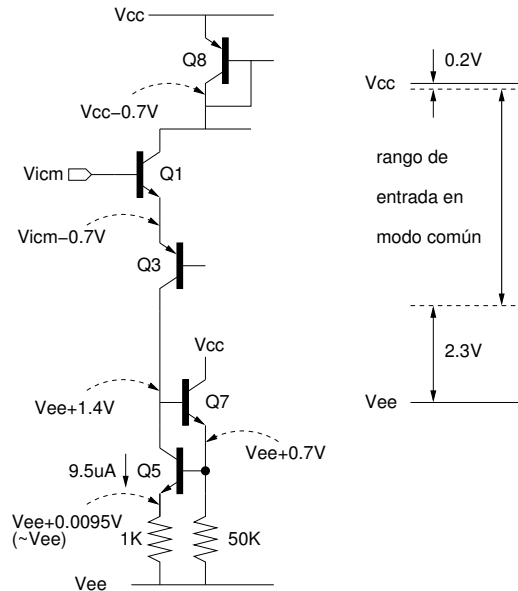
$$-i_{b3}r_{\pi3} + i_i r_{\pi1} = v_i \quad \rightarrow \quad i_i \frac{(\beta_{F1} + 1)}{(\beta_{F3} + 1)} r_{\pi3} + i_i r_{\pi1} = v_i$$

$$i_i Z_i = v_i \quad \rightarrow \quad Z_i = r_{\pi3} \frac{(\beta_{F1} + 1)}{(\beta_{F3} + 1)} + r_{\pi1} = 1,3\text{ M}\Omega$$

La impedancia de entrada diferencial será el doble, lo que nos da $Z_{I-dif} = 2,6\text{ M}\Omega$. respecto a la ganancia tenemos:

$$i_3 = -\beta_{F3}i_{B3} = \frac{\beta_{F3}(\beta_{F1} + 1)}{(\beta_{F3} + 1)} i_i = \frac{\beta_{F3}(\beta_{F1} + 1)}{(\beta_{F3} + 1)} \frac{v_i}{Z_i} = \frac{\beta_{F3}v_i}{r_{\pi3} + r_{\pi1} \frac{(\beta_{F3} + 1)}{(\beta_{F1} + 1)}}$$

$$v_o = i_3 R_l \quad \rightarrow \quad \frac{v_o}{v_i} = \frac{\beta_{F3} R_l}{r_{\pi3} + r_{\pi1} \frac{(\beta_{F3} + 1)}{(\beta_{F1} + 1)}} = 1036$$

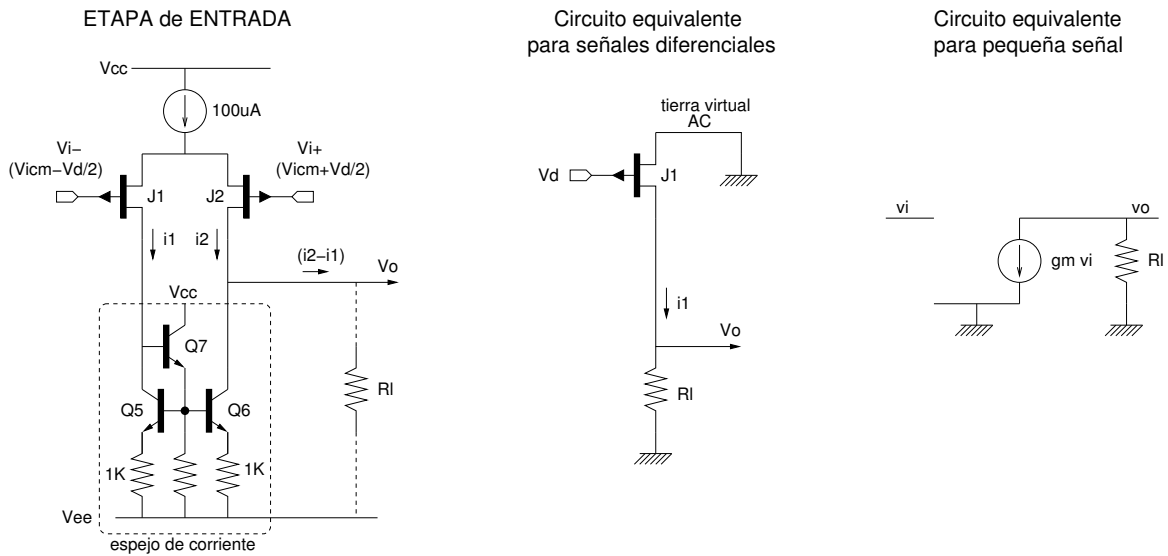


En cuanto al rango de entrada en modo común analicemos el circuito de la figura. Un aumento en la tensión V_{ICM} se traduce en una reducción de V_{CE1} , por lo que la saturación de Q1 va a imponer la tensión de entrada máxima. Por el contrario, una reducción de V_{ICM} da lugar a la disminución de $|V_{CE3}|$, así que la tensión de entrada mínima viene dada por la saturación de Q3. Tenemos entonces:

$$|V_{CE3}| = (V_{ICM-min} - 0,7V) - (V_{EE} + 1,4V) = 0,2V \quad \rightarrow \quad V_{ICM,min} = V_{EE} + 2,3V$$

$$V_{CE1} = (V_{CC} - 0,7V) - (V_{ICM,max} - 0,7V) = 0,2V \quad \rightarrow \quad V_{ICM,max} = V_{CC} - 0,2V$$

TL081



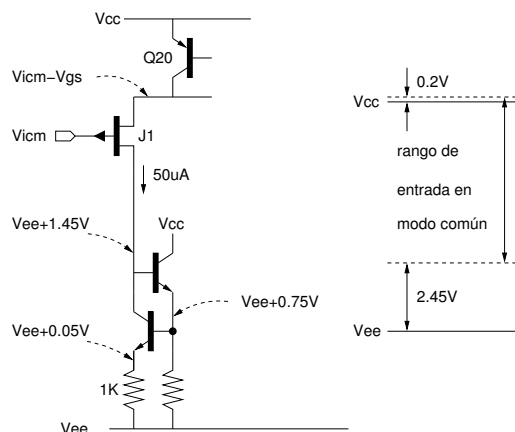
El A. O. TL081 tiene entradas de tipo J-FET, lo que le garantiza una muy elevada impedancia de entrada (infinita, en primera aproximación). Gracias a ello la etapa se reduce a un simple amplificador diferencial construido con J-FETs de canal P y un espejo de corriente. El circuito equivalente de pequeña señal es igualmente simple. En el próximo análisis supondremos que los transistores J-FET tienen las siguientes características:

Parámetro	Valor
V_P	1 V
β	$270 \mu A/V^2$
λ	$0.01 V^{-1}$

La resistencia de carga, R_I depende mayormente de la resistencia de drenador del transistor J2, ya que la impedancia de salida del espejo es seguramente mucho mayor. Esta resistencia será $R_I \approx r_{DS2} = 1/(I_{D2}\lambda) = 2 M\Omega$. Recordemos que en los transistores FET funcionando en saturación la corriente de drenador es: $I_D = \beta/2 (V_{GS} - V_P)^2$. Conocida la corriente de drenador ($50 \mu A$) podemos entonces despejar la tensión V_{GS} :

$$V_{GS} = -\sqrt{\frac{2I_D}{\beta}} + V_P = 0,4V$$

El signo menos que precede a la raíz se debe a que el transistor es de canal P y ha de tener una tensión de overdrive ($V_{OV} = V_{GS} - V_P$) negativa ($-0,6V$). La transconductancia del transistor será: $gm = \beta|V_{OV}| = 162 \mu A/V$ y la ganancia de la etapa es: $v_o/v_i = -gmR_I = -324$.



Para la obtención del rango de entrada en modo común analicemos el circuito de la figura. Si V_{ICM} aumenta disminuye $|V_{CE20}|$, lo que indica que la máxima tensión de entrada estará determinada por la saturación de Q20. Si por el contrario V_{ICM} disminuye lo que se reduce es la tensión $|V_{DS}|$ del transistor J1, de modo que la mínima tensión de entrada la tendremos cuando J1 pase a operar en su región triodo (o lineal), cosa que ocurre cuando $|V_{DS}| = |V_{OV}|$. Tenemos entonces:

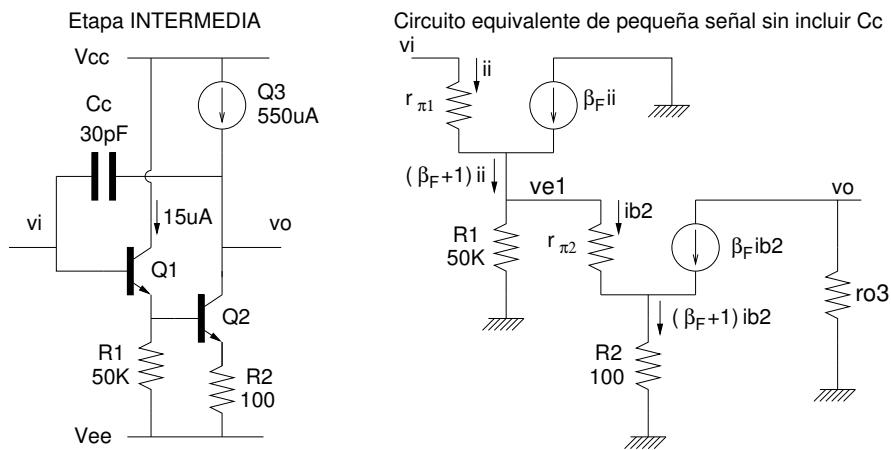
$$|V_{CE20}| = V_{CC} - (V_{ICM,max} - V_{GS1}) = 0,2V \quad \rightarrow \quad V_{ICM,max} = V_{CC} + V_{GS1} - 0,2V = V_{CC} + 0,2V$$

$$|V_{DS1}| = (V_{ICM,min} - V_{GS1}) - (V_{EE} + 1,45V) = |V_{OV1}| \quad \rightarrow \quad V_{ICM,min} = V_{EE} + 1,45V + V_{GS1} + |V_{OV1}| = V_{EE} + 2,45V$$

1.3.2. Etapas intermedias. Condensador de compensación

En la etapa intermedia se tiene una alta ganancia lo que, junto con la ganancia de la primera etapa, nos va a dar la ganancia total del A. O. También en esta etapa se suele incluir un condensador que limitará el ancho de banda del A. O. (condensador de compensación). El condensador es de pequeño valor, pero es equivalente a uno mucho mayor gracias al efecto Miller. Este condensador, junto con la alta impedancia de salida de la primera etapa, introduce un polo de baja frecuencia en la respuesta en frecuencia del A. O. (polo dominante).

A continuación analizaremos una etapa intermedia del tipo de la del uA741:



La etapa consta de dos transistores, Q1 y Q2. El primero está en configuración de colector común y tiene como función el obtener una alta impedancia de entrada. Esto es necesario ya que la impedancia de salida de la primera etapa era muy alta ($5,5M\Omega$) y si Z_I es mucho menor se tendría una gran pérdida de ganancia debida a la desadaptación de las impedancias. El transistor Q2 está en configuración de emisor común pero con degeneración de emisor debido a R_2 . El circuito equivalente de pequeña señal que se muestra en la figura no incluye el condensador C_c , cuyo efecto veremos más adelante, aunque sí que incorpora una resistencia de carga que estará constituida principalmente por la resistencia de colector del transistor de la fuente de corriente, Q3 (la resistencia r_{O2} es bastante mayor por ser el transistor de tipo NPN y se ve además aumentada debido a R_2).

La corriente que circula por Q2 es de $550\mu A$, y es fácil obtener la corriente de Q1 que resulta ser de $15\mu A$. Con estos datos obtenemos:

$$r_{\pi 1} = \beta_F \frac{V_T}{I_{C1}} = 416k\Omega \quad r_{\pi 2} = \beta_F \frac{V_T}{I_{C2}} = 11,4k\Omega \quad r_{O3} = \frac{V_{A,PNP}}{I_{C3}} = 94,5k\Omega$$

Pasamos, pues, a resolver el circuito equivalente. En primer lugar buscamos Z_i :

$$(\beta_F + 1)i_{b2}R_2 + i_{b2}r_{\pi 2} = v_{e1} = [(\beta_F + 1)i_i - i_{b2}]R_1 \quad \rightarrow \quad i_{b2}[(\beta_F + 1)R_2 + r_{\pi 2} + R_1] = i_i(\beta_F + 1)R_1$$

$$i_{b2} = i_i \frac{(\beta_F + 1)R_1}{(\beta_F + 1)R_2 + r_{\pi 2} + R_1} = 145 i_i$$

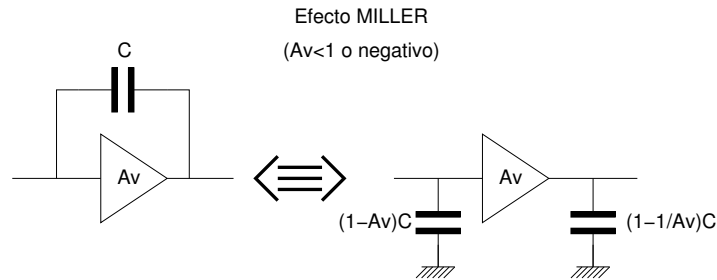
$$v_i = i_i r_{\pi 1} + v_{e1} = i_i r_{\pi 1} + [i_i (\beta_F + 1) - i_{b2}] R_1 = i_i (r_{\pi 1} + 106 R_1)$$

$$Z_i = r_{\pi 1} + 106 R_1 = 5,7 \text{ M}\Omega$$

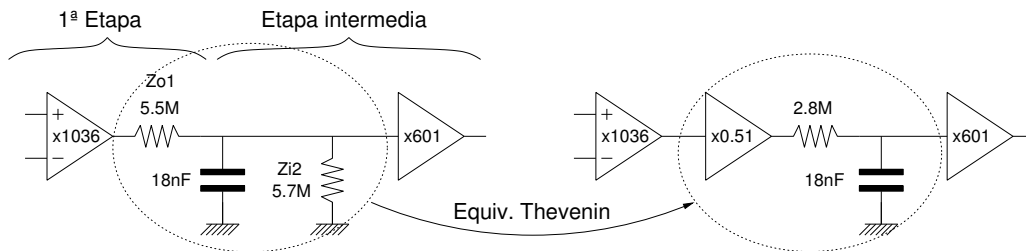
y busquemos ahora la ganancia:

$$v_o = -\beta_F i_{B2} r_{O3} = -\beta_F \cdot 145 i_i r_{O3} = -\beta_F \cdot 145 \frac{v_i}{Z_i} r_{O3} \quad \rightarrow \quad \frac{v_o}{v_i} = -601$$

Por último, la impedancia de salida es $Z_o = r_{O3} = 94,5 \text{ k}\Omega$



Ahora analizaremos el efecto de C_C . Este condensador está conectado entre la entrada y la salida del amplificador de la etapa intermedia. Esto da lugar al efecto Miller, de modo que si tenemos en cuenta que la ganancia de la etapa es negativa, tendremos una capacidad equivalente en la entrada que será $C_{eq} = 602 C_C = 18 \text{ nF}$. Este dato nos va a permitir analizar de una forma sencilla la interconexión de las dos primeras etapas:



Vemos que entre la impedancia de salida de la primera etapa y la impedancia de entrada de la segunda se forma un divisor de tensión. Si sustituimos este divisor por su equivalente de Thevenin llegamos al segundo esquema, del que podemos obtener fácilmente la ganancia total y la frecuencia del polo dominante:

$$A_0 = 1036 \times 0,51 \times 601 = 317000 \quad (110 \text{ dB})$$

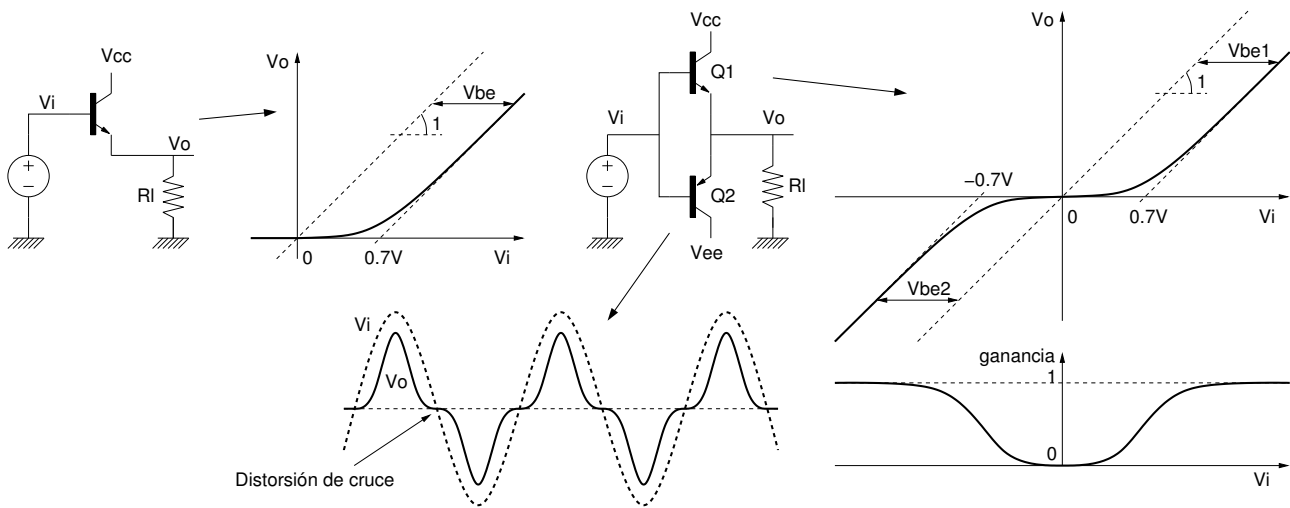
$$\omega_0 = \frac{1}{RC} = \frac{1}{2,8 \text{ M}\Omega \cdot 18 \text{ nF}} = 19,8 \text{ rad/s} \quad (3,16 \text{ Hz})$$

El producto de la ganancia por el ancho de banda es:

$$GBW = A_0 \omega_0 = 6,29 \text{ Mrad/s} \quad (1 \text{ MHz})$$

1.3.3. Etapas de salida.

Las etapas de salida de los A. O. tienen como objetivo el entregar una corriente grande a las cargas que se conecten a la salida del A. O. Se suelen basar en transistores en configuración de colector común (seguidor de emisor) que tienen una ganancia próxima a la unidad. También es muy común la estructura Push-Pull, en la que dos transistores alternan sus estados de conducción y corte por cada semiciclo de la señal de salida. Dado que la amplitud de la señal en la salida puede ser muy grande deberemos analizar en primer lugar el comportamiento de la configuración de colector común en gran señal, esto es, sin aproximar las características del transistor por tramos lineales (aproximación de pequeña señal).

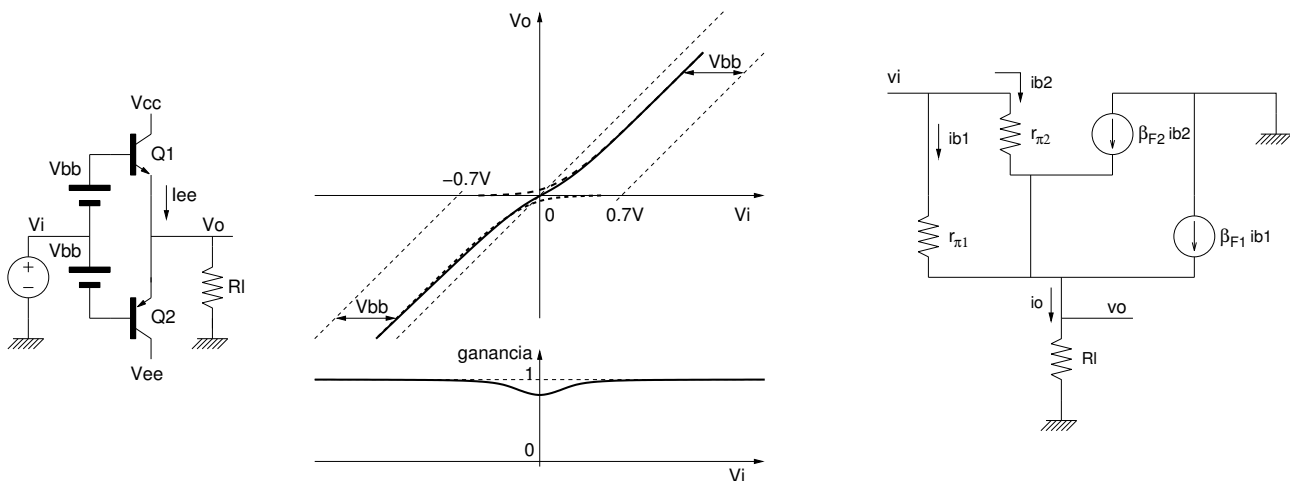


En primer lugar consideremos un seguidor de emisor sencillo como el que se muestra a la izquierda de la figura. Si la tensión V_I es positiva el transistor NPN estará en la región activa y la tensión en el emisor será simplemente $V_O = V_I - V_{BE}$. La tensión V_{BE} la solemos considerar constante y de valor en torno a los 0.7 V. Con esta aproximación la ganancia de la etapa sería la unidad, pero para $V_I < 0,7V$ el transistor estaría en corte y la tensión de salida sería 0V. En realidad el transistor pasa de corte a conducción de forma suave. Si tenemos en cuenta la dependencia exponencial de la corriente de emisor con la tensión V_{BE} podemos escribir:

$$I_O = I_E = I_S \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right) \quad \rightarrow \quad V_{BE} = V_T \ln\left(\frac{I_O}{I_S}\right) = V_T \ln\left(\frac{V_O}{I_S R_I}\right)$$

Donde vemos que la tensión V_{BE} aumenta de forma no lineal con la tensión en la salida, aunque si tenemos en cuenta que la función logaritmo crece despacio para valores grandes no tendremos una gran distorsión cuando la tensión en la salida es alta y la corriente en el transistor grande.

Un único transistor NPN sólo puede estar en conducción cuando la tensión de entrada es positiva. Añadiendo otro transistor de tipo PNP podemos obtener el amplificador de tipo PUSH-PULL de la figura. En este circuito el transistor Q1 conduce durante los semiciclos positivos de la señal de salida y Q2 durante los semiciclos negativos. La característica de transferencia de dicho amplificador es la que se muestra a la derecha. Vemos que aunque para tensiones de salida muy positivas o muy negativas la característica de transferencia es prácticamente una recta, los dos segmentos de recta distan mucho de unirse en el origen. La derivada de la función de transferencia, dV_O/dV_I nos da la ganancia de pequeña señal para cada tensión de entrada. Vemos que esta ganancia se hace prácticamente cero para $V_I = 0$, mientras que llega casi a la unidad cuando $|V_I|$ es grande. Esta variación de la ganancia con la tensión da lugar a distorsión, y puesto que la caída de la ganancia es máxima para $V_I = 0$, la distorsión de la etapa Push-Pull se denomina *distorsión de cruce*. En la anterior figura podemos apreciar el efecto que dicha distorsión tiene sobre una señal sinusoidal. Como podemos ver, la distorsión de cruce es un efecto indeseado que sería necesario reducir a valores más razonables.



El problema que da lugar a la distorsión de cruce es el hecho de que cuando V_I es próximo a 0 tanto Q1 como Q2 están en corte. Esto se podría evitar si añadiésemos unas fuentes de tensión, V_{BB} , en serie con las bases de los transistores, tal y

como se muestra en la figura. De este modo cuando $V_I = 0$ circulará una corriente de reposo, I_{EE} , por los transistores. En la práctica, debido a la dependencia exponencial de la corriente I_{EE} con la tensión V_{BB} que haría muy crítica la selección de esta tensión, se fuerza la corriente I_{EE} mediante algún circuito de polarización que proporciona el valor de V_{BB} adecuado para obtener precisamente I_{EE} . El efecto de V_{BB} en la función de transferencia es el de aproximar los dos tramos lineales hacia el origen, lo que nos da una función de transferencia con menos distorsión de cruce. Ahora la ganancia no llega a bajar a cero para $V_I = 0$. Podemos cuantificar la distorsión definiendola como $Dist = 1 - A_V(V_I = 0)$ (Una definición más rigurosa sería la de la distorsión armónica, pero es poco adecuada para nuestro análisis) de modo que podremos usar un circuito equivalente de pequeña señal para obtener $A_V(V_I = 0)$.

Cuando $V_I = 0$ la corriente que circula por ambos transistores es precisamente I_{EE} , de modo que podemos calcular las resistencias de emisor, $r_E = V_T/I_{EE}$, y $r_\pi = \beta_F r_E$ para ambos transistores. En el circuito equivalente las corrientes son:

$$i_{b1} = \frac{v_I - v_O}{r_{\pi 1}} \quad ; \quad i_{b2} = \frac{v_I - v_O}{r_{\pi 2}} \quad ; \quad i_O = (\beta_{F1} + 1)i_{b1} + (\beta_{F2} + 1)i_{b2} \simeq \frac{v_I - v_O}{r_{E1}} + \frac{v_I - v_O}{r_{E2}}$$

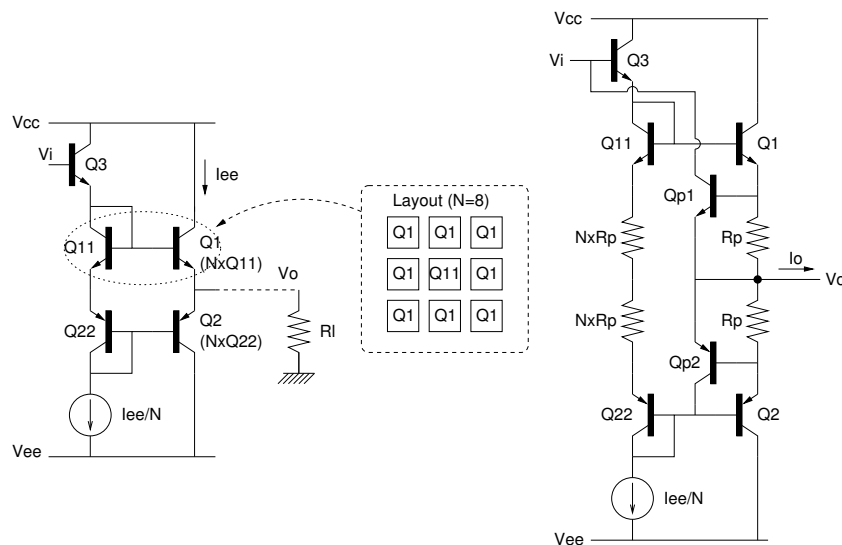
Podemos obtener v_O como:

$$v_O = i_O R_L \approx 2 \frac{v_I - v_O}{r_E} R_L \quad \rightarrow \quad \frac{v_O}{v_I} = \frac{2R_L}{2R_L + r_E} = \frac{2R_L}{2R_L + \frac{V_T}{I_{EE}}}$$

donde hemos aproximado $(\beta_F + 1)$ por β_F . Vemos que, efectivamente, valores mayores de I_{EE} dan lugar a ganancias más próximas a la unidad. Para mostrar el orden de magnitud de I_{EE} veamos unos ejemplos:

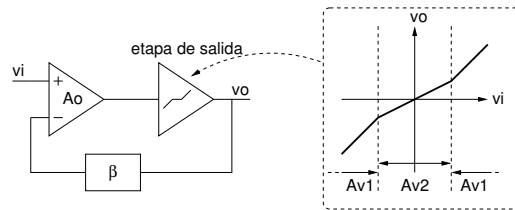
<i>Dist</i>	$A_V(V_I = 0)$	$I_{EE}, (R_L = 100\Omega)$
5 %	0.95	2.37 mA
1 %	0.99	12.4 mA

Una menor distorsión de cruce requiere una mayor corriente en reposo y, consecuentemente, un mayor consumo de potencia en el amplificador.



En la figura de la izquierda se muestra una posible solución para la polarización del amplificador Push-Pull. La caída de tensión V_{BE} es la misma en los transistores Q1 y Q11, ya que la densidad de corriente de emisor es la misma en ambos transistores. Si Q1 tiene un área de emisor N veces mayor que Q11, tendremos entonces que $I_{E1} = I_{EE} = N \times I_{E11}$, de modo que la corriente en reposo queda ajustada a la de la fuente de polarización de Q11 y Q22. Además, para que la polarización sea buena las temperaturas de Q11 y Q1 deben ser lo más parecidas posible. Este detalle tiene su importancia ya que en Q1 se puede disipar una potencia apreciable que dará lugar a un aumento de su temperatura con el consiguiente decremento de V_{BE1} , lo que podría afectar a I_{EE} . Una posible forma de minimizar las diferencias de temperatura es mediante un "layout" de los transistores como el que se muestra en la figura. Aquí N vale 8 y en lugar de construir Q1 como un único transistor con un área de emisor 8 veces mayor, se usan 8 transistores idénticos a Q11 que se conectan en paralelo y se distribuyen alrededor de Q11. De esta forma los cambios de temperatura debidos a Q1 también van a afectar a Q11 y el cociente de corrientes se va a mantener constante.

El circuito de la figura de la izquierda podría resultar dañado si se cortocircuitara la salida ya que no hay ningún dispositivo que limite la corriente. Para evitar que la etapa de salida del A. O. se dañe por los cortocircuitos se puede modificar tal y como se muestra en el circuito de la derecha. En este circuito las resistencias R_P sirven para medir la corriente en la salida, I_O . Mientras $|I_O| < 0,7V/R_P$ las tensiones $|V_{BE}|$ de los transistores de protección Qp1 y Qp2 son inferiores a 0.7 V y por lo tanto estos transistores estarán en corte. Cuando la corriente de salida es excesiva entrará en conducción bien Qp1 o Qp2 (depende del sentido de I_O), de modo que la tensión en la salida dejará de crecer (en valor absoluto) y la corriente quedará limitada a su valor máximo ($|I_{O,max}| = 0,7V/R_P$).



Para analizar el efecto que la distorsión de cruce de la etapa de salida puede tener en los circuitos en los que se utilice el A. O. consideremos el circuito de la figura. La etapa de salida puede tener dos ganancias distintas: A_{v1} o A_{v2} . Esto hace que la ganancia en lazo abierto del A. O. sea A_0A_{v1} o A_0A_{v2} , dependiendo del voltaje de la salida. Si suponemos que $A_0 = 10000$, $A_{v1} = 1$ y $A_{v2} = 0,5$ y calculamos las ganancias del circuito realimentado para distintos valores de β obtendremos:

$$\frac{v_O}{v_I} = \frac{1}{\beta + 1/A_0A_v}$$

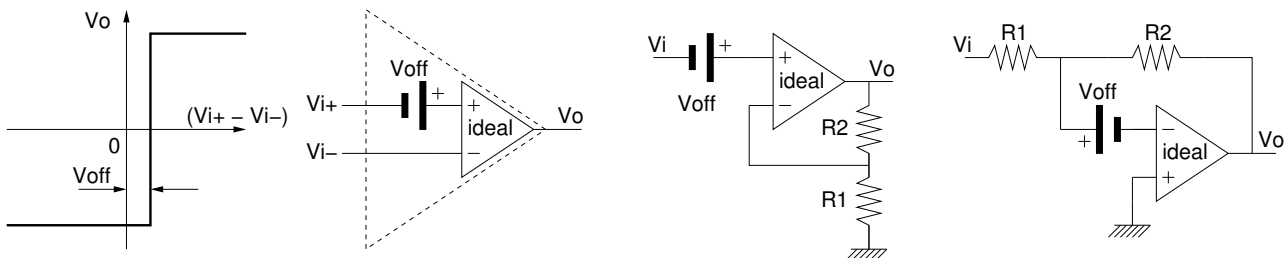
β	v_O/v_{I1}	v_O/v_{I2}	$Dist = 100 \times \frac{v_O/v_{I1} - v_O/v_{I2}}{v_O/v_{I1}}$
1	0.9999	0.9998	0.02 %
1/10	9.99	9.98	0.09 %
1/100	99.01	98.04	0.98 %
1/1000	909.1	833.3	8.3 %

Vemos que a pesar de la gran distorsión que hemos considerado para la etapa de salida, en el circuito realimentado se obtiene una distorsión mucho menor. Destacamos por lo tanto otra de las ventajas de los circuitos basados en amplificadores operacionales: La linealidad del circuito depende poco de la de A. O. (aunque depende mucho de la red de realimentación ésta suele ser pasiva y por lo tanto lineal).

1.4. El Amplificador operacional Real (no idealidades II)

Una vez analizada la estructura interna de los A. O. típicos podemos continuar con el estudio de otros efectos reales que apartan al A. O. de su modelo ideal.

1.4.1. Tensión de Offset en la entrada



La *tensión de offset* en la entrada aparece cuando la característica de transferencia del A. O. no pasa por el origen, tal y como se muestra a la izquierda de la figura. La tensión de offset se puede definir como el voltaje diferencial que hay que aplicar entre las entradas de A. O. para que su salida valga justamente 0. Este error se puede modelar simplemente añadiendo una fuente de tensión de valor constante en serie con una de las entradas del A. O. Puesto que esta tensión es constante su efecto en los circuitos va a ser tan sólo la aparición de una tensión de DC en la salida.

La tensión de offset se debe a asimetrías en los circuitos. Estas asimetrías pueden ser de tipo sistemático (por ejemplo las corrientes de base en un espejo de corriente) o aleatorio (mismatch entre los transistores del par diferencial, espejo de corriente, etc). En un A. O. típico la tensión de offset está dominada por las variaciones aleatorias (mismatch) y su valor suele ser de unos pocos milivoltios:

A. O.	Offset típico	Offset máximo	Comentarios
LM741	1 mV	5 mV	
LM124	1 mV	2 mV	
TL081	3 mV	15 mV	Entradas JFET
OP07	30 μV	75 μV	Ultra low offset

Veamos a continuación el efecto de la tensión de offset en los circuitos básicos del A. O. En la configuración no inversora la tensión de offset se suma a la tensión de la entrada y por lo tanto aparecerá en la salida multiplicada por la misma ganancia que ella:

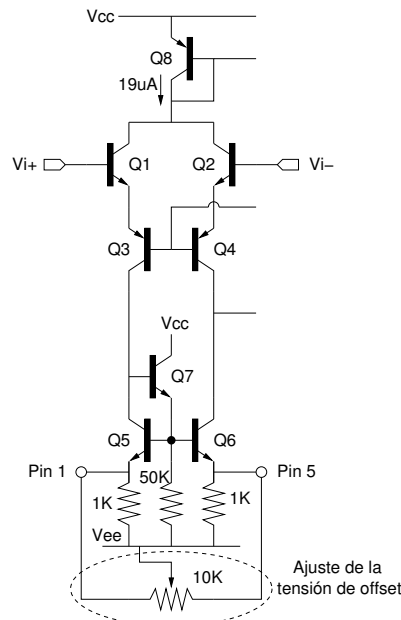
$$V_O = (V_I + V_{off}) * \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \quad \rightarrow \quad Error = V_{off} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

Si la ganancia del circuito es muy grande la tensión de salida debida al offset podría incluso llegar a saturar al operacional (ejemplo: TL081: $V_{off} = 15\text{ mV}$, $A_V = 1000 \rightarrow V_O = 15\text{ V}$). En casos menos extremos la tensión de offset reduce el rango de salida para las señales de AC y sobre todo nos da lugar a una tensión continua en la salida que puede enmascarar cualquier otra tensión continua en la entrada.

En la configuración inversora nos aparece ahora una tensión V_{off} en lugar de 0V entre las resistencias R_1 y R_2 . Operando obtenemos:

$$I_I = (V_I - V_{off})/R_1 \quad ; \quad V_O = V_{off} - I_I R_2 \quad \rightarrow \quad V_O = -V_I \frac{R_2}{R_1} + V_{off} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

donde vemos que el error debido al offset tiene el mismo valor que en la configuración no inversora. Podemos concluir que la tensión de offset se ve en la salida multiplicada por la ganancia en lazo cerrado del circuito. Algunos A. O. permiten ajustar la tensión de offset mediante un potenciómetro externo al circuito integrado. El uA741 es uno de ellos:



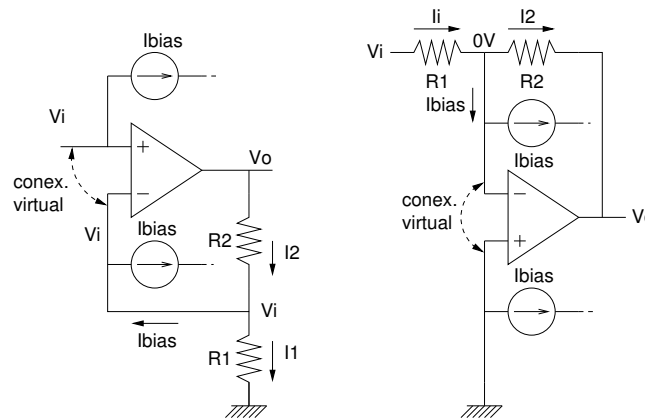
El potenciómetro externo hace que la resistencia equivalente en cada emisor del espejo de corriente sea variable, de modo que las diferencias en las corrientes para $(V_{I+} - V_{I-}) = 0$ se pueden compensar con la asimetría del espejo de corriente.

1.4.2. Corriente de polarización en las entradas (Input Bias Current)

Los A. O. con entradas basadas en transistores BJT necesitan que circule una corriente de polarización en las entradas que se corresponde con la corriente de base de los transistores que van directamente conectados a las entradas. El sentido y magnitud de dicha corriente depende del modelo de operacional. Así, en el caso del uA741 la corriente de polarización es positiva (la corriente va hacia las entradas) dado que los transistores de entrada son de tipo NPN mientras que en el LM124 es negativa (sale de las entradas) debido a los transistores PNP. En los A. O. con entradas de tipo FET la corriente de polarización es prácticamente nula. También en algunos A. O. bipolares esta corriente es muy pequeña gracias a que se suministra internamente en el circuito integrado la corriente de base que se necesita en las entradas (OP07):

A. O.	I_{BIAS} típica	I_{BIAS} máxima	Comentarios
LM741	30 nA	80 nA	
LM124	-20 nA	-50 nA	
OP07	$\pm 1,2\text{ nA}$	$\pm 4\text{ nA}$	Incluye cancelación de I_{BIAS}
TL081	30 pA	400 pA	Entradas JFET

Pasamos a analizar el efecto que las corrientes de polarización en las entradas tienen en los circuitos básicos del A. O.



En el circuito no inversor tenemos:

$$I_1 = \frac{V_I}{R_1} \quad ; \quad I_2 = \frac{V_O - V_I}{R_2} \quad ; \quad I_2 = I_1 + I_{BIAS}$$

$$V_O = V_I + I_2 R_2 \quad \rightarrow \quad V_O = V_I \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + I_{BIAS} R_2$$

Vemos que en la salida hay un voltaje de error: $I_{BIAS} R_2$ debido a la corriente de polarización. Analicemos ahora la configuración inversora:

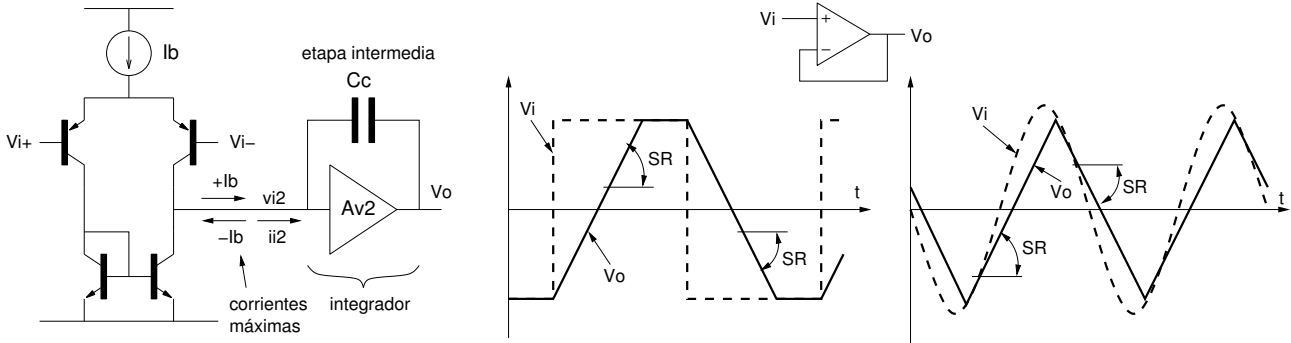
$$I_1 = \frac{V_I}{R_1} \quad ; \quad I_2 = I_1 - I_{BIAS} \quad ; \quad V_O = -I_2 R_2$$

$$V_O = -V_I \frac{R_2}{R_1} + I_{BIAS} R_2$$

También en este caso aparece un voltaje de error en la salida de valor $I_{BIAS} R_2$. El error es proporcional al valor de la resistencia R_2 (resistencia de realimentación), por lo que para disminuir este error conviene usar resistencias pequeñas en la red de realimentación, sobre todo si el A. O. tiene entradas basadas en BJTs. Si por ejemplo tenemos $R_2 = 1\text{ M}\Omega$ el voltaje de error puede llegar a ser de 80 mV si el A. O. es un LM741, mientras que para un TL081 con la misma R_2 el error sería de sólo $30\text{ }\mu\text{V}$.

1.4.3. Slew-rate limitado

Por “Slew-Rate” entendemos la velocidad con la que puede cambiar un voltaje. En particular nos referimos al voltaje en la salida del A. O. El “Slew-Rate” es por lo tanto la derivada del voltaje de salida del A. O. respecto del tiempo: $SR = dV_O/dt$. En el A. O. real el valor máximo del “slew-Rate” está limitado, lo que da lugar a la distorsión de señales de alta frecuencia y/o alta amplitud.



En la figura se han representado de forma muy esquemática las dos primeras etapas de un A. O. La etapa de entrada es básicamente un amplificador diferencial que distribuye la corriente I_B entre sus dos ramas de forma desigual dependiendo del voltaje diferencial en la entrada. Si este voltaje se hace suficientemente grande (unos 100 mV para BJTs) toda la corriente de la fuente circulará por una sólo rama, lo que nos da un valor máximo para la corriente de salida de la primera etapa de $\pm I_B$.

La segunda etapa se comporta como un integrador debido al condensador de compensación. Analizemos esta afirmación teniendo en cuenta que la ganancia de la etapa intermedia es bastante grande ($> 10^2$) y negativa:

$$v_{I2} = \frac{v_O}{A_{V2}} \quad ; \quad v_O = v_{I2} - i_{I2} \frac{1}{C_C s} = \frac{v_O}{A_{V2}} - \frac{i_{I2}}{C_C s}$$

$$\frac{-i_{I2}}{C_C s} = \left(1 - \frac{1}{A_{V2}}\right) v_O \approx v_O \quad \rightarrow \quad s v_O = \frac{-i_{I2}}{C_C} \quad \rightarrow \quad \frac{d v_O}{d t} = \frac{-i_{I2}}{C_C}$$

donde hemos tenido en cuenta que en el dominio de la transformada de Laplace multiplicar una variable por “s” es equivalente a derivarla en el dominio del tiempo. Si ahora consideramos que los valores máximos de i_{I2} son precisamente $\pm I_B$, obtendremos el límite del Slew-Rate del A. O.:

$$SR_{max} = \pm \frac{I_B}{C_C}$$

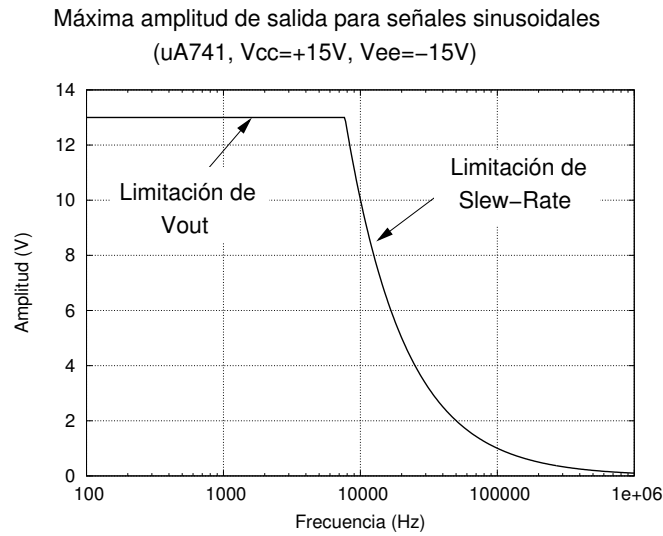
En el caso del uA741 la corriente de polarización de la primera etapa es de $19\text{ }\mu\text{A}$ y el condensador de compensación es de 30 pF . Esto nos da un SR máximo de $633 \cdot 10^3\text{ V/s}$ o de $0,63\text{ V}/\mu\text{s}$.

A la derecha de la anterior figura se muestra el efecto que la limitación del SR tiene sobre la señal de salida del A. O. Hemos considerado un buffer de ganancia unidad, de modo que idealmente la tensión de salida debería ser igual a la de entrada. Sin embargo, la limitación del SR da lugar a rampas de pendiente constante que transforman las ondas cuadradas en trapezoidales (o triangulares). El SR limitado también puede hacer que una onda sinusoidal se acabe convirtiendo en triangular, lo que supone una distorsión muy seria de la señal. Esto ocurre si la pendiente de la senoide es mayor que el SR máximo del A. O. La pendiente máxima de una senoide es:

$$SR_{sin} = A\omega$$

donde A es la amplitud y $\omega = 2\pi f$ es la frecuencia angular de la senoide. Supongamos que el A. O. de la figura es un uA741. Con un ancho de banda de 1 MHz una señal de 100 KHz debería pasar a la salida del buffer sin apenas atenuación. El rango de salida con alimentaciones de $\pm 15\text{ V}$ es de unos $\pm 13\text{ V}$. Sin embargo, el SR de una señal sinusoidal de 100 KHz y 13 V de amplitud es $SR = 13 \cdot 2\pi \cdot 100000 = 8,17\text{ V}/\mu\text{s}$, (¡más de un orden de magnitud mayor que el SR máximo del A. O.!) de modo que en la salida tendremos una onda triangular de amplitud mucho menor. El buffer sí que

funciona correctamente con señales sinusoidales de 100KHz, pero ¡sólo si su amplitud no supera 1 V! Este ejemplo nos demuestra que el rango de salida de un A. O. decrece al aumentar la frecuencia de la señal debido a su SR limitado. En la siguiente figura se representa la amplitud máxima de salida para señales sinusoidales en un uA741. Se observan dos zonas: para frecuencias bajas el SR es pequeño y la señal se limita cuando el voltaje de salida se aproxima a V_{CC} o V_{EE} . Por el contrario, para frecuencias por encima de unos 7 KHz, la limitación del SR es dominante y la amplitud máxima decrece al aumentar la frecuencia.

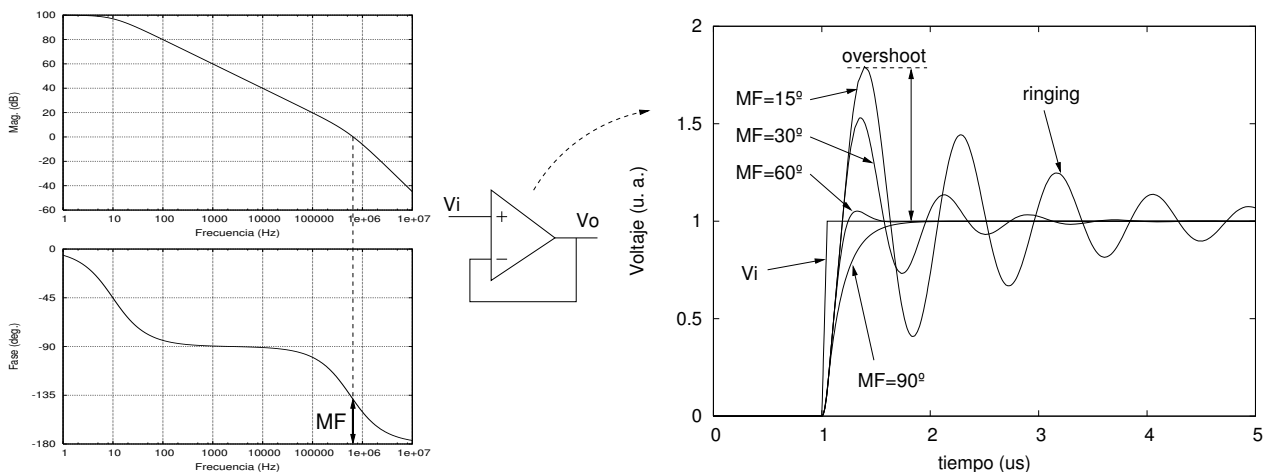


Cuando el SR en la salida de un A. O. está limitado se deja de cumplir que ($v_{I+} = v_{I-}$) ya que el circuito realimentado deja de ser lineal. Se pueden observar diferencias de tensión relativamente grandes en las entradas.

1.4.4. Estabilidad. Margen de fase

Desde el punto de vista de la estabilidad del A. O. en los circuitos realimentados sería deseable que no se introdujesen desfases grandes en la señal al pasar por el A. O. Recordemos que la realimentación ha de ser negativa. Un desfase de 180° puede convertir la realimentación de negativa a positiva para la frecuencia a la que se produce dicho desfase. Si a esa frecuencia la ganancia del A. O. es mayor que la unidad el circuito oscilará (o lo que es lo mismo: No es estable). En un A. O. ideal no hay ningún desfase y sus circuitos son siempre estables. En un A. O. con un único polo (polo dominante) es desfase máximo es de -90° y los circuitos realimentados siguen siendo estables. Desafortunadamente, los A. O. reales tienen más de un polo en su función de transferencia en lazo abierto, lo que podría ocasionar desfases superiores a los -180° ($+180^\circ$ y -180° son el mismo desfase) y problemas de estabilidad.

Para poder tener una estimación cuantitativa de la estabilidad de un A. O. se define el *Margen de Fase* como el desfase que falta para llegar a -180° a la frecuencia de ganancia unidad del A. O. en lazo abierto.



En la figura de la izquierda se muestra el diagrama de Bode de un A. O. en lazo abierto. El amplificador tiene un polo dominante a una frecuencia de 10 Hz, y además otro polo (no dominante) alrededor de 1 MHz. El polo no dominante afecta algo a la ganancia, pero sobre todo afecta a la fase de la función de transferencia en lazo abierto. En el diagrama

se ha indicado de forma gráfica cuál es el margen de fase de este amplificador en concreto que resulta ser de unos 40° , lo que indica que es estable.

Aunque cualquier A. O. con un MF positivo va a ser estable es de esperar que no van a comportarse igual un A. O. con un MF de 1° que uno con 60° . La estabilidad de un circuito realimentado se ve más comprometida cuanto mayor es el factor de realimentación, β , y por lo tanto el buffer es el circuito en el que las especificaciones del MF son más críticas ($\beta = 1$). En la figura de la derecha se representa la respuesta de un buffer a un escalón en la entrada para distintos MF del A. O. En primer lugar vemos que tras un tiempo suficientemente largo todos los amplificadores tienden a seguir a v_I , lo que indica que son estables. Pero también vemos que los A. O. con MF pequeños presentan unas oscilaciones amortiguadas en la salida que son en principio poco deseables. Estas oscilaciones (ringing) han desaparecido para un A. O. con $\text{MF} \geq 60^\circ$, aunque aún se observa un pequeño “overshoot” que suele ser tolerable (6 % del escalón). Un buen A. O. tiene un MF alrededor de 60° , y aunque el fabricante no especifique este dato sí que se puede inferir de forma indirecta a partir del overshoot (6 % overshoot $\cong 60^\circ$ de MF).

Los polos no dominantes de la respuesta en frecuencia del A. O. se deben principalmente a las capacidades parásitas de los transistores y no se pueden eliminar. Para conseguir que el A. O. sea estable se introduce el condensador de compensación lo que mejora el MF del A. O. a costa de reducir su ancho de banda. En algunos A. O. el condensador de compensación es externo (por ejemplo TL080). Esto permite encontrar el mejor compromiso entre estabilidad y ancho de banda para cada circuito particular. Cuando la ganancia del circuito realimentado es alta (β pequeña) se pueden usar capacidades de compensación menores lo que se traduce en un mayor ancho de banda y mayor slew-rate.

Capítulo 2

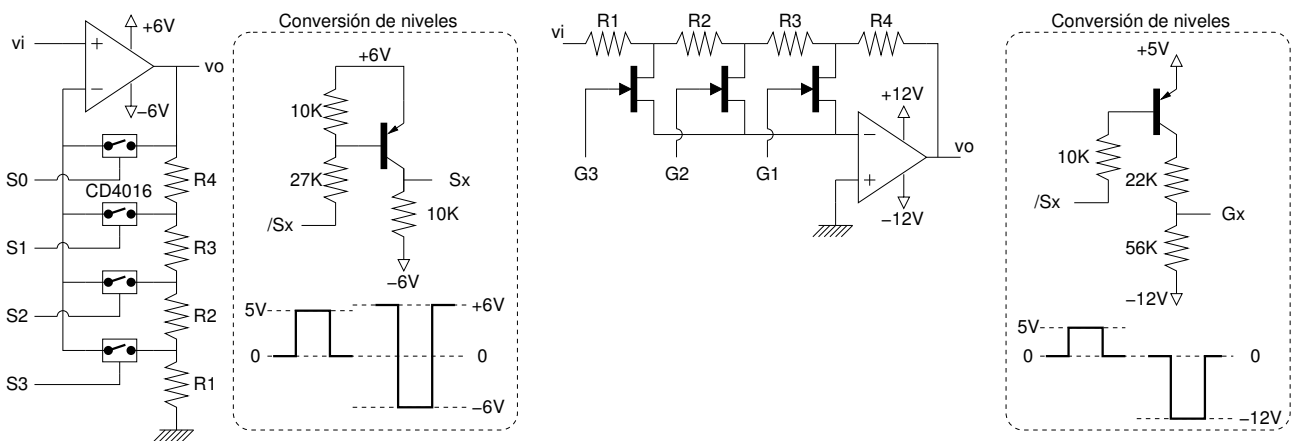
Circuitos lineales con amplificadores operacionales

2.1. Amplificadores

El A. O. puede usarse en circuitos amplificadores más sofisticados que las configuraciones básicas ya vistas (no inversora e inversora). A continuación veremos algunos ejemplos de estos circuitos amplificadores.

2.1.1. Amplificadores de ganancia programable (PGA)

Los amplificadores de ganancia programable se basan en el uso de interruptores que conmutan las resistencias de la red de realimentación del A. O. para obtener ganancias distintas dependiendo de qué interruptor es el que está cerrado. Los interruptores se controlan mediante señales digitales cuyos niveles eléctricos se han adaptado convenientemente a los requerimientos del interruptor. A continuación se muestran dos ejemplos de PGA, uno basado en la configuración no inversora del A. O. y otro en la inversora.



Analizamos en primer lugar el circuito de la figura de la izquierda. En él sólo uno de los cuatro interruptores ha de estar cerrado, lo que resulta en un circuito equivalente para cada caso que no es más que un A. O. en configuración no inversora. Las ganancias para cada caso y las resistencias en función de las ganancias son:

$$G_0 = 1$$

$$G_1 = \frac{R_1+R_2+R_3+R_4}{R_1+R_2+R_3} \quad R_1 + R_2 + R_3 = \frac{\Sigma R}{G_1} \quad R_1 = \frac{\Sigma R}{G_3}$$

$$G_2 = \frac{R_1+R_2+R_3+R_4}{R_1+R_2} \quad R_1 + R_2 = \frac{\Sigma R}{G_2} \quad R_2 = \frac{\Sigma R}{G_2} - \frac{\Sigma R}{G_3}$$

$$G_3 = \frac{R_1+R_2+R_3+R_4}{R_1} \quad R_1 = \frac{\Sigma R}{G_3} \quad R_3 = \frac{\Sigma R}{G_1} - \frac{\Sigma R}{G_2}$$

Si, por poner un ejemplo, las ganancias deseadas son: 1, 3, 10 y 30, y elegimos arbitrariamente $R_1 = 1k\Omega$, obtenemos: $\Sigma R = 30k\Omega$, $R_2 = 2k\Omega$, $R_3 = 7k\Omega$ y $R_4 = 20k\Omega$.

Por lo que respecta a los interruptores, el modelo elegido es un interruptor CMOS que soporta como mucho 18V entre sus terminales de alimentación. Esto ha condicionado la elección de las tensiones de alimentación del A. O. de modo que entre ellas sólo hay una caída de 12V, lo que entra dentro del rango de los interruptores. La señal de control de los interruptores deberá ser aproximadamente de +6V para que el interruptor esté cerrado y de -6V para que esté abierto. Como las señales digitales habituales tienen unos niveles lógicos de 0 y +5V será necesario incluir un circuito convertidor de niveles para generar la señal de control de cada interruptor. Un posible ejemplo se muestra en la figura.

En el PGA de la derecha el A. O. funciona en su configuración inversora y se utilizan transistores JFET como interruptores. Estos transistores se comportan como una resistencia de valor pequeño cuando $V_{GS} \approx 0V$ (región triodo o lineal) mientras que son prácticamente un circuito abierto cuando V_{GS} es muy negativa (región de corte). En la figura también se muestra un posible circuito para generar la tensión de puerta de cada JFET a partir de una señal digital convencional. Las ecuaciones para las tres posibles ganancias son:

$$G_1 = \frac{-R_4}{R_1 + R_2 + R_3} \quad G_2 = \frac{-(R_4 + R_3)}{R_1 + R_2} \quad G_3 = \frac{-(R_4 + R_3 + R_2)}{R_1}$$

A partir de estas expresiones llegamos al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} G_1 R_1 + G_1 R_2 + G_1 R_3 + R_4 = 0 \\ G_2 R_1 + G_2 R_2 + R_3 + R_4 = 0 \\ G_3 R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 0 \end{array} \right\}$$

Donde tenemos tres ecuaciones y cuatro incógnitas, así que deberemos asignar un valor arbitrario a una resistencia (por ejemplo R_1) y obtener el resto de resistencias resolviendo el sistema de ecuaciones, lo que nos da:

$$\text{Restando las dos últimas ecuaciones: } R_2 = -R_1 \frac{G_2 - G_3}{G_2 - 1}$$

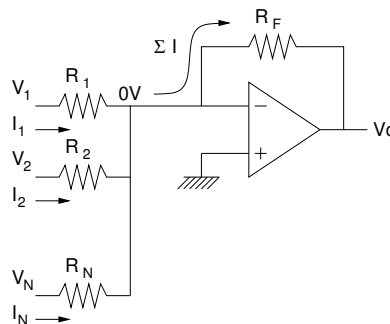
$$\text{Restando las dos primeras ecuaciones: } R_3 = -(R_1 + R_2) \frac{G_1 - G_2}{G_1 - 1}$$

$$\text{Y de la última ecuación obtenemos: } R_4 = -G_3 R_1 - R_2 - R_3$$

Si por ejemplo las ganancias son $G_1 = -10$, $G_2 = -33,3$ y $G_3 = -100$, si $R_1 = 1k\Omega$, obtenemos $R_2 = 1,94k\Omega$, $R_3 = 6,24k\Omega$ y $R_4 = 91,82k\Omega$.

Observemos por último que en ambos PGA los interruptores se han dispuesto de tal modo que no circula una corriente apreciable por ellos. Este aspecto está muy relacionado con la precisión de los PGA y su linealidad, ya que los interruptores presentan una resistencia r_{ON} del orden de las centenas de ohmios que además es muy poco lineal pues depende mucho del voltaje que se conmuta. Una corriente, incluso aunque sea no muy grande, que circule a través de un interruptor daría lugar a una caída de tensión que se traduciría en un error en la ganancia y en una distorsión apreciable.

2.1.2. Sumador



El circuito de la figura realiza la operación aritmética de la suma ponderada. Para verificarlo basta con tener en cuenta que en cada rama de entrada la corriente es $I_i = V_i/R_i$, que todas estas corrientes se suman y que dan una tensión en la salida de valor $V_O = -R_F \Sigma I_i$, de modo que obtenemos:

$$V_O = \frac{-R_F}{R_1} V_1 + \frac{-R_F}{R_2} V_2 + \dots + \frac{-R_F}{R_N} V_N$$

Donde vemos que el amplificador puede tener una ganancia distinta para cada entrada de valor $A_{Vi} = -R_F/R_i$.

El número de entradas no se puede incrementar de forma indefinida ya que por cada nueva entrada que se añade se reduce el ancho de banda del amplificador. Para clarificar este punto consideremos el valor del factor de realimentación, β , que representa la fracción de V_O que se realimenta hacia la entrada negativa del operacional. β se obtiene del divisor de tensión formado por R_F y la resistencia equivalente de la conexión en paralelo de todas las resistencias de las entradas:

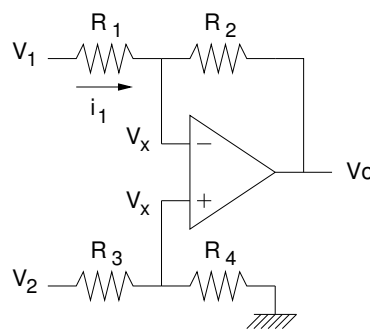
$$R_{eq} = \frac{1}{\sum \frac{1}{R_i}} \quad \beta = \frac{R_{eq}}{R_{eq} + R_F} = \frac{\frac{1}{\sum R_i}}{\frac{1}{\sum R_i} + R_F} = \frac{1}{1 + \sum \frac{R_F}{R_i}}$$

Si además tenemos en cuenta que la ganancia de cada entrada es $A_{Vi} = -R_F/R_i$ nos queda:

$$\beta = \frac{1}{1 + \sum |A_{Vi}|} \quad BW = \beta \cdot GBW = \frac{GBW}{1 + \sum |A_{Vi}|}$$

Donde podemos observar que el ancho de banda disminuye con la suma de todas las ganancias.

2.1.3. Amplificador diferencial



El circuito de la figura puede comportarse como un amplificador diferencial si los cocientes entre las resistencias tienen el valor adecuado. Analizaremos, pues, este circuito y deduciremos qué condición ha de cumplirse para que el circuito realmente sea un amplificador diferencial. Si el A. O. es ideal existirá una conexión virtual entre sus entradas de modo que en ambas tenemos la misma tensión v_X cuyo valor obtenemos del divisor de tensión formado por R_3 y R_4 . Obtenemos:

$$v_X = v_2 \frac{R_4}{R_3 + R_4} \quad i_1 = \frac{(v_1 - v_X)}{R_1} \quad v_O = v_X - i_1 R_2$$

$$v_O = v_2 \frac{R_4}{R_3 + R_4} - \frac{R_2}{R_1} \left(v_1 - v_2 \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) = v_2 \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) - v_1 \frac{R_2}{R_1}$$

Si el factor que multiplica a v_2 fuese el mismo que el que multiplica a v_1 podríamos sacarlo como factor común y la tensión de salida sería proporcional a la diferencia $(v_2 - v_1)$, lo que indicaría que tendríamos un amplificador diferencial. Para que esto se cumpla deberemos igualar ambos factores:

$$\frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = \frac{R_2}{R_1}$$

Lo que da:

$$R_4 R_1 + R_4 R_2 = R_3 R_2 + R_4 R_2 \quad \rightarrow \quad \frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1}$$

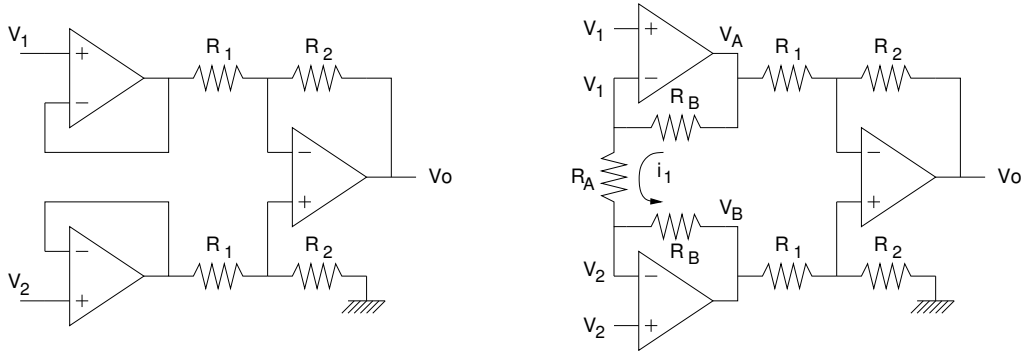
Si esta relación entre las resistencias se cumple tendremos que la tensión en la salida es:

$$v_O = \frac{R_2}{R_1} (v_2 - v_1)$$

Observemos que si las resistencias no son muy precisas el amplificador no va a ser complemente diferencial. Esto es: el rechazo de las señales en modo común va a ser malo. La ganancia para el modo común va a ser del orden del error relativo entre los cocientes R_2/R_1 y R_4/R_3 lo que daría un peor caso de alrededor de -20 dB (0.10) para resistencias de un 5 % de precisión.

2.1.4. Amplificador de instrumentación

El amplificador diferencial del apartado anterior tiene una impedancia de entrada baja. En aplicaciones de instrumentación esto puede ser un problema, pero se puede solucionar añadiendo unos amplificadores buffer en las entradas, lo que nos lleva al esquema de amplificador de instrumentación de la figura de la izquierda:



El inconveniente del circuito de la izquierda es que toda la ganancia se aporta tan sólo en el amplificador diferencial. Sería mejor que la ganancia se repartiese entre los amplificadores de entrada y el diferencial. Esto permitiría obtener un mayor ancho de banda. El circuito de la derecha permite este reparto de la ganancia. Comenzaremos su análisis obteniendo las tensiones v_A y v_B , suponiendo A. O. ideales con la correspondiente conexión virtual entre sus entradas. La corriente a través de R_A es $i_1 = (v_1 - v_2)/R_A$, lo que nos da:

$$v_A = v_1 + i_1 R_B = v_1 + \frac{R_B}{R_A} (v_1 - v_2)$$

$$v_B = v_2 - i_1 R_B = v_2 - \frac{R_B}{R_A} (v_1 - v_2)$$

La salida del amplificador diferencial será:

$$v_O = \frac{R_2}{R_1} (v_B - v_A) = \frac{R_2}{R_1} \left[v_2 - \frac{R_B}{R_A} (v_1 - v_2) - v_1 - \frac{R_B}{R_A} (v_1 - v_2) \right]$$

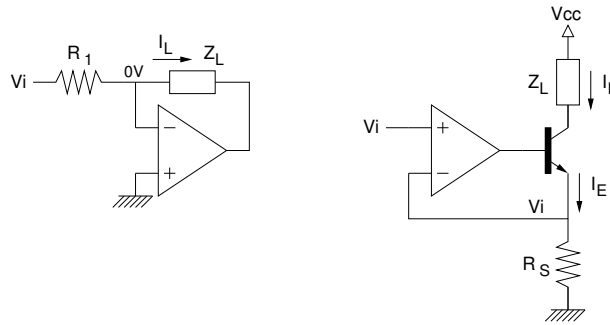
$$v_O = \frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{2R_B}{R_A} \right) (v_2 - v_1)$$

Donde podemos comprobar que la ganancia debida a la etapa de entrada es $(1 + 2R_B/R_A)$

2.2. Fuentes de corriente / transconductores

Una fuente de corriente es un circuito capaz de entregar una corriente constante a una impedancia de carga, Z_L . Dicha corriente no debe depender del valor de la impedancia. Si además, la corriente en la carga, i_L , es proporcional a un voltaje de entrada del circuito, la fuente se podría considerar como un transconductor. A continuación veremos algunos ejemplos de estos circuitos, todos ellos basados en A. O.

2.2.1. Fuentes de corriente simples



Si en un amplificador de tipo inversor sustituimos R_2 por la impedancia de carga ya tenemos una fuente de corriente. En el circuito de la izquierda la corriente i_L es la misma que la de la entrada, y vale $i_L = v_I/R_1$. A pesar de su simplicidad esta fuente tiene algunos problemas:

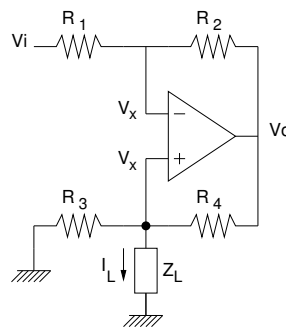
- La impedancia de carga debe tener sus dos terminales disponibles. Ninguno de ellos está conectado ni a tierra ni a las alimentaciones (carga flotante).
- Toda la corriente que circula por la carga debe proporcionarse desde la entrada.
- La corriente no debe superar el límite de corriente de salida del A. O. (unos 30mA para el uA741).

En el circuito de la derecha se solucionan algunos de estos problemas aunque se tienen otros. La principal ventaja es que ahora la corriente en la carga puede ser mucho mayor gracias a la ganancia, β_F , del transistor. Tampoco se consume corriente en la entrada. La corriente en el emisor es $i_E = v_I/R_S$. En el colector la corriente es ligeramente menor pues no incluye la corriente de base del transistor:

$$i_L = \alpha_F \frac{v_I}{R_S} \quad \left(\alpha_F = \frac{\beta_F}{\beta_F + 1} \right)$$

El efecto de α_F se puede despreciar en la mayoría de los casos. El mayor inconveniente de esta fuente es que es unidireccional, o lo que es lo mismo: que la corriente sólo puede circular en un sentido. Para tensiones de entrada negativas el transistor pasa a corte y el A. O. se satura.

2.2.2. Fuente Howland



La fuente de Howland es capaz de entregar una corriente proporcional a la tensión de entrada a una impedancia de carga con uno de sus extremos conectado a tierra. Esta corriente además puede ser bidireccional. Para conseguir esto las resistencias del circuito de la figura deben guardar la relación adecuada. En nuestro análisis encontraremos qué relación es la correcta y el factor de proporcionalidad de la corriente.

Un primer obstáculo que aparece en el análisis del circuito es el hecho de tener una realimentación hacia la entrada positiva del A. O. además de hacia la entrada negativa. Si la fracción de v_O que llega a la entrada positiva es mayor que la correspondiente a la entrada negativa, la realimentación sería positiva y el circuito no se comportaría como una fuente de corriente. Así que vamos a suponer que la realimentación negativa es la dominante durante el análisis y luego lo verificaremos. La realimentación negativa en un A. O. ideal nos garantiza el tener la misma tensión en ambas entradas, v_x . Esta tensión se puede calcular en las dos ramas y luego igualarse, lo que nos va a relacionar v_O con v_I :

$$\left\{ \begin{array}{l} v_X = \frac{R_3 \parallel Z_L}{R_3 \parallel Z_L + R_4} v_O = \frac{\frac{R_3 Z_L}{R_3 + Z_L}}{\frac{R_3 Z_L}{R_3 + Z_L} + R_4} v_O = \frac{R_3 Z_L}{R_3 Z_L + R_4 R_3 + R_4 Z_L} v_O \\ v_X = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_I + \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_O \end{array} \right.$$

$$v_O \left(\frac{R_3 Z_L}{R_3 Z_L + R_4 R_3 + R_4 Z_L} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = v_I \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$v_O = \frac{R_2 (R_3 Z_L + R_4 R_3 + R_4 Z_L)}{R_3 Z_L R_2 - R_4 R_3 R_1 - R_4 Z_L R_1} v_I$$

Ahora bien, lo que buscamos es la corriente en Z_L , que puede calcularse como $i_L = v_X / Z_L$, donde v_X puede expresarse como función de v_O mediante la primera de las ecuaciones:

$$i_L = \frac{R_2 (R_3 Z_L + R_4 R_3 + R_4 Z_L)}{R_3 Z_L R_2 - R_4 R_3 R_1 - R_4 Z_L R_1} \times \frac{R_3 Z_L}{R_3 Z_L + R_4 R_3 + R_4 Z_L} \times \frac{v_I}{Z_L}$$

$$i_L = \frac{R_2 R_3}{R_3 Z_L R_2 - R_4 R_3 R_1 - R_4 Z_L R_1} v_I$$

Para que el circuito sea una fuente de corriente i_L no debe depender de Z_L , de modo que los términos del denominador en los que aparece Z_L se deben cancelar. Esto nos lleva a obtener la condición necesaria para que el circuito se comporte como fuente de corriente:

$$R_3 Z_L R_2 - R_4 Z_L R_1 = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$$

Si se cumple esta condición la corriente será:

$$i_L = \frac{-R_2}{R_4 R_1} v_I = \frac{-v_I}{R_3}$$

Además ahora estamos en condiciones de verificar la suposición de que la realimentación era realmente negativa. Vemos que si $R_4/R_3 = R_2/R_1$ y hacemos $Z_L = \infty$, la realimentación positiva va a ser igual a la negativa. Aunque esta es una situación de inestabilidad el problema desaparece en cuanto se conecte una carga, Z_L , finita, pues al quedar conectada en paralelo con R_3 va a crear una mayor atenuación en la entrada positiva del A. O. de modo que la realimentación negativa va a ser la dominante.

Otro aspecto que conviene tener en cuenta es que aunque i_L no dependa de Z_L , v_O sí que lo hace. Si la tensión en la salida del A. O. llega a saturarse, el circuito va a dejar de comportarse como una fuente de corriente. Para evitar este posible problema convendría hacer la ganancia v_O/v_I pequeña. Esta ganancia es:

$$\frac{v_O}{v_I} = \frac{-R_2}{R_1} \left(1 + \frac{Z_L}{R_4} + \frac{Z_L}{R_3} \right) = \frac{-R_2}{R_1} \left(1 + \frac{Z_L}{R_4 \parallel R_3} \right)$$

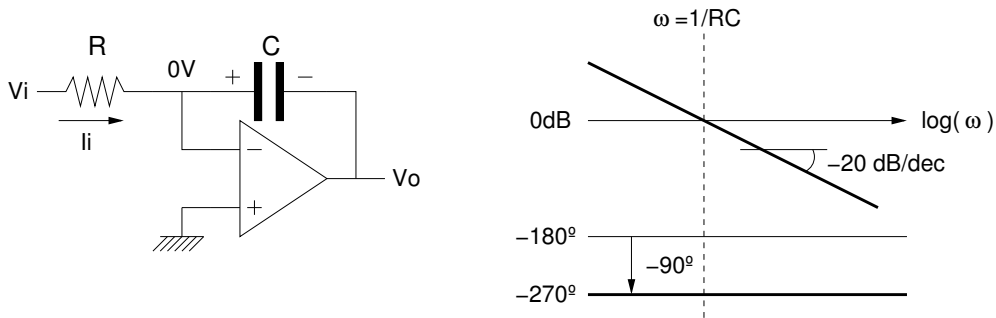
Una vez conocida R_3 , se debería elegir el cociente R_2/R_1 de manera que v_O esté dentro del rango de salida del A. O. para el valor máximo de v_I y de Z_L .

2.3. Filtros activos

Los circuitos que analizaremos a continuación tienen una respuesta en frecuencia controlada por los elementos pasivos de la red de realimentación del A. O. Para conseguir esto se han empleado elementos reactivos, en particular, condensadores.

2.3.1. Integrador

El integrador es un circuito muy común en los sistemas analógicos. Se consigue sustituyendo la resistencia R_2 del amplificador inversor por un condensador.



La corriente en la entrada será $i_I = v_I/R$. La tensión en la salida es $v_O = -v_C = -q_C/C$, donde q_C es la carga almacenada en el condensador. La carga se puede poner como la integral de la corriente que entra al condensador, que no es otra que i_I , de modo que se obtiene:

$$v_O = \frac{-1}{RC} \int v_I dt$$

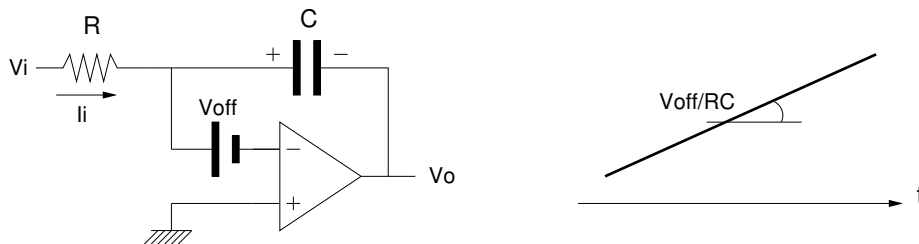
Desde el punto de vista de la transformada de Laplace hubiésemos obtenido:

$$\frac{v_O}{v_I} = \frac{-Z_C}{R} = \frac{-1/Cs}{R} = \frac{-1}{RC} \times \frac{1}{s}$$

En la función de transferencia un factor $1/s$ equivale a una integral en el dominio del tiempo, así que el circuito es un integrador con una ganancia $-1/RC$.

El diagrama de Bode del integrador ideal se muestra también en la figura. La ganancia decrece con la frecuencia a razón de 20 dB por cada década y vale 1 (0 dB) para una frecuencia $\omega = 1/RC$. La fase está fija en -270° ($=+90^\circ$) ya que el polo en el origen introduce un desfase de -90° a todas las frecuencias y el circuito es inversor (signo - en la función de transferencia).

Observemos que la ganancia del integrador ideal se hace infinita para $\omega = 0$. A frecuencia cero los condensadores se comportan como circuitos abiertos y el operacional no tiene realimentación. El integrador es por lo tanto un circuito inestable para frecuencia cero y eso va a dar lugar a problemas con las señales de continua. En particular, las tensiones de offset de los A. O. reales y las corrientes de polarización en las entradas dan lugar a rampas de tensión en la salida que pueden saturar al A. O. en cuestión de unos pocos segundos.



En el circuito de la figura consideramos el efecto de la tensión de offset.

La corriente en la entrada será: $i_I = (v_I - V_{off})/R$

Y la tensión en la salida: $v_O = V_{off} - i_I/Cs$

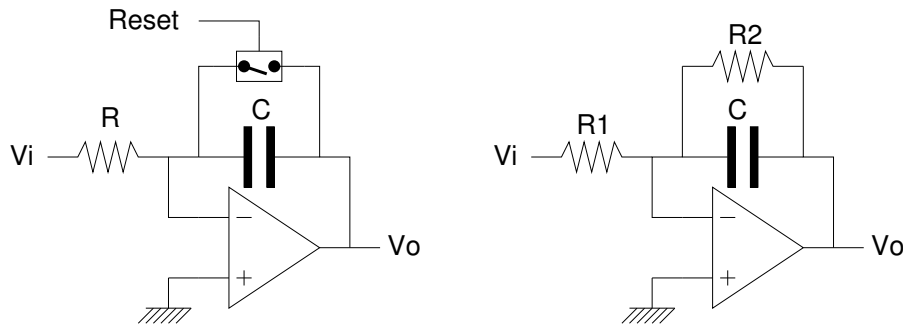
Lo que nos da:

$$v_O = \frac{-v_I}{RCs} + V_{off} + \frac{V_{off}}{RCs}$$

Vemos que la tensión de offset da lugar a un error que incluye la integral de la propia tensión de offset. Puesto que esta tensión es constante su integral será una rampa de pendiente V_{off}/RC .

Si analizamos un ejemplo en el que el integrador tiene una ganancia de $1/RC = 1000 \cdot 2\pi \text{ rad/s}$, y una tensión de offset de 1mV , obtenemos una pendiente en la rampa de 6.3 V/s , lo que implica que si $v_I = 0$, en un tiempo máximo de 5s la salida del A. O. se ha saturado pues la tensión de salida está limitada por la alimentación a $\pm 15\text{V}$.

La corriente de polarización en las entradas (I_{BIAS}) también se integra, lo que da lugar a una rampa de pendiente I_{BIAS}/C en la salida. en un integrador con $C=15 \text{ nF}$ e $I_{BIAS}=30 \text{ nA}$, se obtiene una rampa de 2V/s que acabaría saturando el A. O. en un tiempo máximo de 15s .



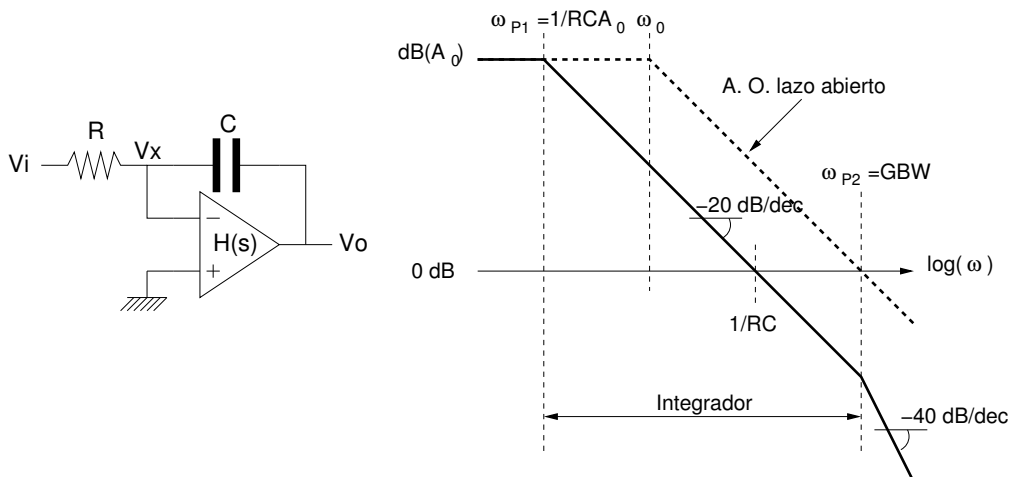
En la figura se muestran dos posibles soluciones para evitar la saturación del A. O. en el integrador. En la primera se descarga el condensador mediante un interruptor, lo que fuerza $v_O = 0$. El interruptor se cerrará de forma periódica antes que los efectos de las señales de DC saturen el operacional. En el segundo caso se ha reducido la ganancia en DC al añadir una segunda resistencia en paralelo con el condensador (integrador con pérdidas), lo que nos da una función de transferencia:

$$\frac{v_O}{v_I} = \frac{-(R_2 \parallel 1/Cs)}{R_1} = \frac{-1}{R_1} \frac{1}{1/R_2 + Cs} = \frac{-R_2}{R_1} \frac{1}{1 + R_2Cs}$$

Donde observamos que el polo ya no se tiene a frecuencia cero sino a $\omega_p = 1/R_2C$. Para frecuencias inferiores a ω_p el circuito se comporta como un amplificador de ganancia $-R_2/R_1$ en lugar de como un integrador. Por lo tanto la resistencia R_2 ha de ser de valor elevado para que el circuito se comporte como integrador para frecuencias bajas. La tensión de DC en la salida es:

$$V_O = |V_{off}| \frac{R_2}{R_1} + I_{BIAS}R_2$$

Vemos que un valor grande de R_2 se traduce en un aumento de la tensión DC en la salida, de modo que será necesario buscar un compromiso entre el rango de frecuencia de integración y la tensión DC en la salida.



Consideremos ahora el efecto del ancho de banda finito del A. O. en la respuesta en frecuencia del integrador. En el circuito de la figura el A. O. tiene una función de transferencia:

$$H(s) = \frac{A_0}{1 + s/\omega_0}$$

Podemos entonces escribir:

$$v_x = \frac{-v_O}{H(s)} \quad i_I = (v_I - v_x) \frac{1}{R} = \frac{v_I}{R} + \frac{v_O}{RH(s)}$$

$$v_O = v_x - i_I/Cs = \frac{-v_O}{H(s)} - \frac{v_I}{RCs} - \frac{v_O}{RCsH(s)}$$

$$\frac{v_O}{v_I} = \frac{-1}{RCs + \frac{RCs}{H(s)} + \frac{1}{H(s)}}$$

Sustituyendo $H(s)$ se obtiene:

$$\frac{v_O}{v_I} = \frac{-1}{\frac{RC}{A_0\omega_0}s^2 + \left(RC + \frac{RC}{A_0} + \frac{1}{A_0\omega_0} \right) s + \frac{1}{A_0}}$$

$$\frac{v_O}{v_I} \approx \frac{-1}{\frac{RC}{GBW}s^2 + RCs + \frac{1}{A_0}}$$

Donde hemos tenido en cuenta el gran valor de la ganancia en lazo abierto del A. O. (A_0) a la hora de obtener el resultado aproximado de la última ecuación. Se obtiene un sistema de segundo orden con dos polos (el denominador es un polinomio de s de grado 2). Dado que esperamos un comportamiento próximo al ideal para frecuencias intermedias es de esperar que un polo aparezca a frecuencias muy bajas debido a la ganancia finita del A. O. y otro a frecuencias altas debido a su GBW limitado. Como los polos están muy separados se puede simplificar el denominador dependiendo de la frecuencia. Así, para frecuencias bajas podemos eliminar el término s^2 , lo que nos da un polo a la frecuencia $\omega_{p1} = 1/A_0RC$.

Para frecuencias altas podemos despreciar el término s^0 , quedando:

$$\frac{v_O}{v_I} = \frac{-1}{\left(\frac{RC}{GBW}s + RC \right) s}$$

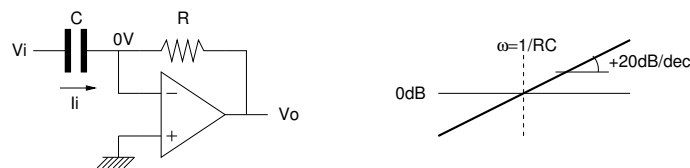
Esta función de transferencia tiene un polo en DC (que se correspondería con el del integrador ideal) y otro a una frecuencia que coincide con el producto GBW del A. O.: $\omega_{p2} = GBW$

Para frecuencias intermedias podremos despreciar tanto los términos s^0 como s^2 , y obtenemos $v_O/v_I = -1/RCs$, la función de transferencia de un integrador ideal.

El diagrama de Bode del integrador con A. O. real se ha dibujado en la figura anterior (sólo la magnitud, falta la fase). El rango de frecuencias para las que el circuito se comporta como un integrador es el que está comprendido entre $1/RC A_0$ y GBW .

2.3.2. Derivador

El derivador es el circuito complementario del integrador y se obtiene intercambiando las posiciones de la resistencia y del condensador en el circuito.

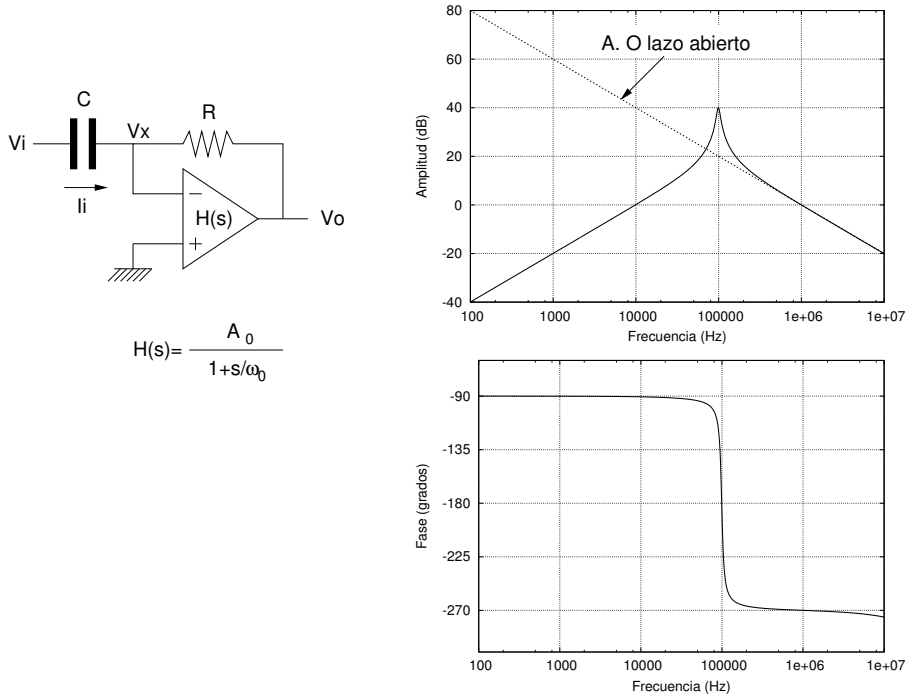


Si el A. O. es ideal tendremos una tierra virtual en su entrada negativa, de modo que podemos escribir:

$$i_I = \frac{v_I}{1/Cs} = v_I Cs \quad v_O = -i_I R \quad \rightarrow \quad \frac{v_O}{v_I} = -RCs$$

El derivador tiene un cero en el origen, lo que da lugar a una pendiente en la ganancia de +20dB/dec. La ganancia vale 1 (0 dB) para $\omega = 1/RC$, y sigue subiendo para frecuencias más altas. El desfase es constante e igual a $\Delta\phi = -180^\circ + 90^\circ = -90^\circ$.

Es previsible que cuando consideremos un A. O. real la ganancia no podrá seguir creciendo para las frecuencias altas de forma indefinida, ya que la ganancia el lazo abierto del A. O. decrece con la frecuencia. En un análisis más detallado habría que considerar la respuesta en frecuencia del A. O. real. Supongamos que el A. O. tiene tan sólo un polo en su función de transferencia (aprox. del polo dominante):



En el circuito de la figura podemos poner:

$$v_x = \frac{-v_O}{H(s)} \quad i_I = (v_I - v_x)Cs = v_I Cs + v_O \frac{Cs}{H(s)}$$

$$v_O = v_x - i_I R \quad \rightarrow \quad \frac{v_O}{v_I} = \frac{-RCs}{1 + \frac{1}{H(s)} + \frac{RCs}{H(s)}}$$

y sustituyendo la expresión de $H(s)$ obtenemos:

$$\frac{v_O}{v_I} = \frac{-RCs}{1 + \frac{1+s/\omega_0}{A_0} + \frac{RCs(1+s/\omega_0)}{A_0}} = \frac{-RCs}{\frac{RC}{A_0\omega_0}s^2 + \left(\frac{1}{A_0\omega_0} + \frac{RC}{A_0}\right)s + (1 + 1/A_0)}$$

$$\frac{v_O}{v_I} \approx \frac{-RCs}{\frac{RC}{GBW}s^2 + \frac{1}{GBW}s + 1}$$

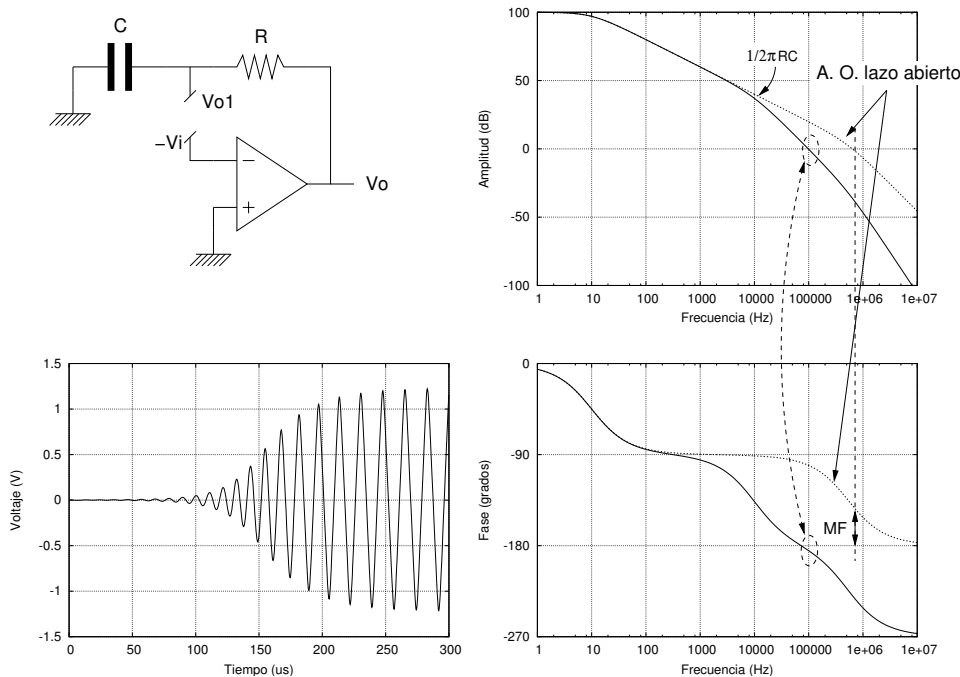
Donde hemos despreciado los términos RC/A_0 y $1/A_0$. Obtenemos una función de transferencia con un cero en el origen y dos polos. Los polos pueden ser complejos conjugados, y en caso de que lo fuesen el denominador de la función de transferencia ha de ser del tipo: $(s^2/\omega_p^2 + s/Q\omega_p + 1)$, donde ω_p es la frecuencia de resonancia del sistema y Q es su factor de calidad. Los polos son complejos conjugados si $Q > 0,5$. Identificando términos obtenemos:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{GBW}{RC}}$$

$$\frac{1}{Q\omega_p} = \frac{1}{GBW} \quad \rightarrow \quad Q = \sqrt{RC \cdot GBW}$$

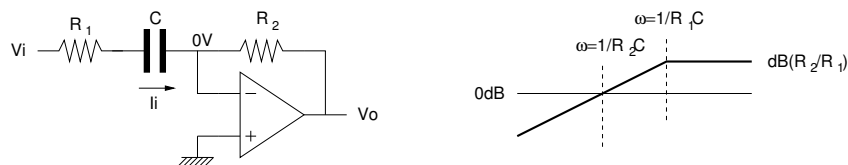
Para analizar un caso concreto supongamos un derivador en el que $R = 10\text{k}\Omega$ y $C = 1,6\text{nF}$. En este circuito la ganancia pasa por 0 dB a una frecuencia $\omega = 1/RC = 62,5\text{krad/s}$ ($\sim 10\text{kHz}$). La frecuencia de resonancia es $\omega_P = 626\text{krad/s}$ ($\sim 100\text{kHz}$) y el factor de calidad resulta ser $Q = 10$. Este valor tan grande de Q nos indica que vamos a tener una resonancia aguda en 100 kHz, tal y como se puede comprobar en el diagrama de Bode de la figura. En este diagrama también podemos observar que la resonancia se produce a la frecuencia en la que la ganancia del derivador (ideal) alcanza a la ganancia del A. O. en lazo abierto (en el ejemplo 100 kHz).

La resonancia aguda que se obtiene en el derivador nos está indicando que el circuito es sólo marginalmente estable y que se encuentra al borde de la oscilación. Si el A. O. es real y tiene algún polo no dominante en su función de transferencia en lazo abierto la oscilación puede dejar de ser un problema potencial para convertirse en algo real. Para analizar desde un punto de vista cualitativo este problema de estabilidad consideremos el circuito de la siguiente figura en el que hemos abierto la realimentación. Observemos que la señal que se realimenta a la entrada negativa del A. O. no proviene directamente de la salida del A. O. sino que antes pasa por una red RC que añade un polo adicional a la frecuencia $\omega = 1/RC$ a la respuesta del A. O. en lazo abierto.



Si el A. O. tiene de partida un margen de fase malo, como el que se muestra en la figura que es de sólo unos 40° , el margen de fase del circuito completo puede hacerse cero o incluso negativo, lo que indica que estamos ante un oscilador. En una simulación en el dominio del tiempo podemos comprobar que, efectivamente, la tensión en la salida del derivador presenta unas oscilaciones que aumentan de amplitud exponencialmente hasta que el A. O. se satura (en la figura la saturación es debida al slew-rate limitado del A. O.)

El problema de estabilidad del derivador puede mitigarse si reducimos la ganancia para las frecuencias altas. Esto puede lograrse añadiendo una resistencia en serie con la entrada:



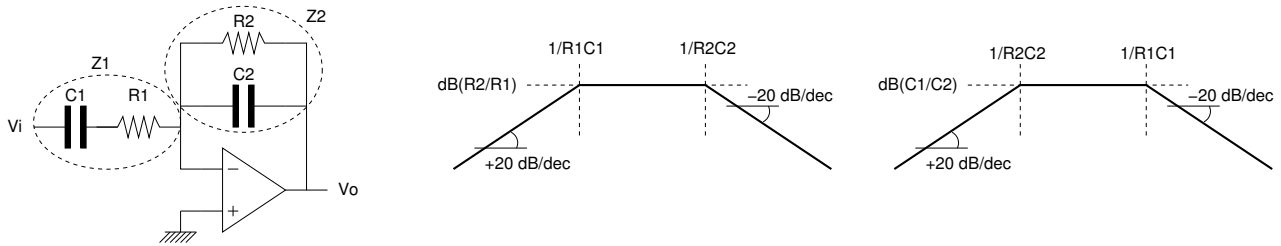
La función de transferencia es ahora:

$$\frac{v_O}{v_I} = \frac{-R_2}{R_1 + 1/Cs} = \frac{-R_2Cs}{1 + R_1Cs}$$

Donde tenemos un polo además del cero en el origen. Este polo aparece a la frecuencia $1/R_1C$, y para frecuencias mayores la ganancia queda constante e igual a $-R_2/R_1$. El circuito sólo se comporta como un derivador para frecuencias inferiores a $1/R_1C$. El polo que introduce R_1 en la respuesta en frecuencia debe estar por debajo de la frecuencia de resonancia del derivador ($1/R_1C < \sqrt{GBW/R_2C}$) para que R_1 realmente mejore la estabilidad.

2.3.3. Derivador-integrador

Combinando un integrador con pérdidas y un derivador con ganancia limitada obtenemos un derivador-integrador que es un circuito que también puede considerarse un filtro pasa-banda.



Para el análisis vamos a utilizar las impedancias equivalentes de R_1 y C_1 en serie y R_2 y C_2 en paralelo, que son:

$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{C_1 s} = \frac{1 + R_1 C_1 s}{C_1 s} \quad Z_2 = \frac{1}{1/R_2 + C_2 s} = \frac{R_2}{1 + R_2 C_2 s}$$

La función de transferencia del circuito es:

$$\frac{v_O}{v_I} = \frac{-Z_2}{Z_1} = \frac{-R_2 C_1 s}{(1 + R_1 C_1 s) \cdot (1 + R_2 C_2 s)}$$

Donde podemos observar que hay un cero en el origen y dos polos reales (el denominador está factorizado). Las frecuencias de los polos son:

$$\omega_{p1} = 1/R_1 C_1 \quad \omega_{p2} = 1/R_2 C_2$$

Dependiendo de qué polo se de a la frecuencia más baja podemos tener dos casos posibles:

Si $1/R_1 C_1 < 1/R_2 C_2$, para las frecuencias comprendidas entre ambos polos se puede hacer la siguiente aproximación:

$$\frac{v_O}{v_I} \approx \frac{-R_2 C_1 s}{(R_1 C_1 s) \cdot (1)} = \frac{-R_2}{R_1}$$

Donde vemos que la ganancia en la banda de paso queda determinada por los valores de las resistencias.

Si por el contrario tenemos $1/R_1 C_1 > 1/R_2 C_2$, la aproximación a realizar sería:

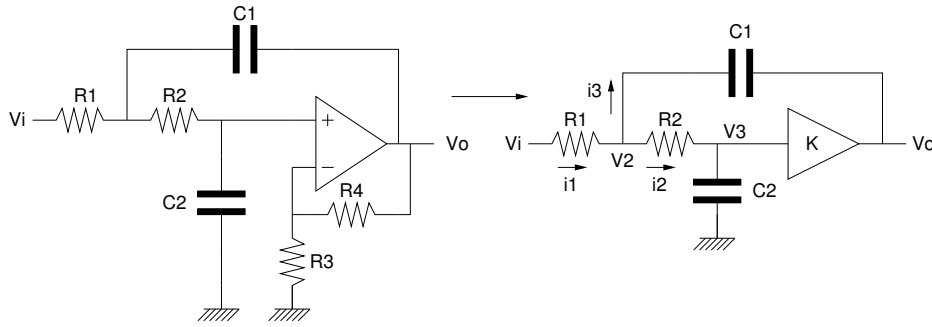
$$\frac{v_O}{v_I} \approx \frac{-R_2 C_1 s}{(1) \cdot (R_2 C_2 s)} = \frac{-C_1}{C_2}$$

En este caso la ganancia en la banda de paso depende del cociente de los condensadores. Ambos casos se han dibujado en los diagramas de Bode que acompañan a la figura del circuito.

Observemos también que con este circuito no es posible conseguir polos complejos conjugados, y por tanto su utilidad en el diseño de filtros es limitada.

2.3.4. Filtros Sallen-Key

Los filtros de tipo Sallen-Key son sistemas de segundo orden con dos polos en su función de transferencia que pueden ser complejos conjugados. El esquema del filtro SK de tipo pasa bajos se muestra en la siguiente figura:



El circuito consta de un amplificador no inversor de ganancia $K = (1 + R_4/R_3)$, dos resistencias y dos condensadores. A continuación vamos a encontrar su función de transferencia.

En primer lugar vamos a poner v_2 y v_3 en función de v_O :

$$v_3 = \frac{v_O}{K} \quad v_3 = v_2 \frac{1/C_2s}{1/C_2s + R_2} = \frac{v_2}{1 + R_2C_2s} \quad \rightarrow \quad v_2 = \frac{1 + R_2C_2s}{K} v_O$$

Ahora hacemos un balance de corrientes en el nodo v_2 : $i_1 = i_2 + i_3$, y desarrollamos esta ecuación:

$$\frac{v_I - v_2}{R_1} = \frac{v_2 - v_3}{R_2} + \frac{v_2 - v_O}{1/C_1s} \quad \rightarrow \quad \frac{v_I}{R_1} = v_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + C_1s \right) - \frac{v_3}{R_2} - v_O C_1s$$

Sustituyendo las expresiones de v_2 y v_3 obtenemos:

$$v_I = v_O \left[\frac{1}{K} \left(1 + \frac{R_1}{R_2} + R_1C_1s \right) (1 + R_2C_2s) - \frac{R_1}{KR_2} - R_1C_1s \right]$$

$$\frac{v_O}{v_I} = \frac{K}{R_1R_2C_1C_2s^2 + (R_1C_1 + R_2C_2 + R_1C_2 - KR_1C_1)s + 1}$$

Esta función de transferencia tiene un denominador del tipo $(s^2/\omega_0^2 + s/Q\omega_0 + 1)$, así que identificando términos obtenemos:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1C_1R_2C_2}}$$

$$\frac{1}{Q\omega_0} = R_1C_1 + R_2C_2 + R_1C_2 - KR_1C_1 \quad \rightarrow \quad Q = \frac{\sqrt{R_1C_1R_2C_2}}{R_1C_1 + R_2C_2 + R_1C_2 - KR_1C_1}$$

Estas expresiones aún son demasiado complejas, pero podrían simplificarse más para ciertos casos particulares. Así, si consideramos:

$R_1 = R_2 = R$	Obtenemos:	$\omega_0 = \frac{1}{RC}$
$C_1 = C_2 = C$		$Q = \frac{1}{3-K}$
K ajustable		

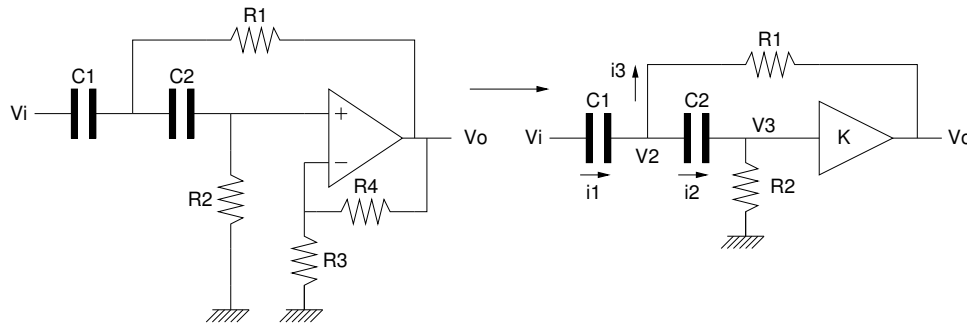
Donde podemos ver que si $K = 3$ obtenemos un valor de Q infinito. Esto nos indica que el filtro es inestable para $K \geq 3$, por lo que el valor preciso de la ganancia es fundamental para garantizar la estabilidad del filtro.

Otro caso particular interesante es el siguiente:

$R_1 = R_2 = R$	Obtenemos:	$\omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1C_2}}$
$C_1 \neq C_2$		$Q = \frac{1}{2}\sqrt{C_1/C_2}$
$K = 1$ (seguidor)		

En este caso el filtro va a ser siempre estable y el valor de Q se controla con el cociente de los condensadores. En particular, si $C_1 = 2C_2$ obtenemos $Q = 1/\sqrt{2} = 0,707$, que resultará en un sistema con amortiguamiento crítico o un filtro pasa-bajos de Butterworth de orden 2.

El filtro analizado es de tipo pasa-bajos. Intercambiando condensadores por resistencias obtenemos el filtro Sallen-Key pasa-altos. Este filtro ha de tener dos ceros en el origen.



Iniciamos el análisis poniendo v_2 y v_3 en función de v_O :

$$v_3 = \frac{v_O}{K} \quad v_3 = v_2 \frac{R_2}{R_2 + 1/C_2s} = v_2 \frac{R_2 C_2 s}{1 + R_2 C_2 s} \quad \rightarrow \quad v_2 = v_O \frac{1 + R_2 C_2 s}{K R_2 C_2 s}$$

Y hacemos un balance de corrientes en el nodo v_2 : $i_1 = i_2 + i_3$, que una vez desarrollado resulta:

$$(v_I - v_2)C_1s = (v_2 - v_3)C_2s + (v_2 - v_O)/R_1 \quad \rightarrow \quad v_I C_1 s = v_2 \left(C_1 s + C_2 s + \frac{1}{R_1} \right) - v_3 C_2 s - \frac{v_O}{R_1}$$

$$v_I = v_O \frac{1}{C_1 s} \left[\frac{1 + R_2 C_2 s}{K R_2 C_2 s} \left(C_1 s + C_2 s + \frac{1}{R_1} \right) - \frac{C_2 s}{K} - \frac{1}{R_1} \right]$$

$$\frac{v_O}{v_I} = \frac{K R_1 R_2 C_1 C_2 s^2}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2 - K R_2 C_2) s + 1}$$

De nuevo vemos que el denominador es de segundo grado mientras que en el numerador aparece el factor s^2 . Para frecuencias altas podemos despreciar los términos s^1 y s^0 del denominador y obtenemos $v_O/v_I = K$, como era de esperar para un filtro pasa altos.

Identificando los términos del denominador obtenemos:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$$

$$\frac{1}{Q\omega_0} = R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2 - K R_2 C_2 \quad \rightarrow \quad Q = \frac{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}{R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2 - K R_2 C_2}$$

De nuevo podemos considerar dos casos particulares. En el primero tenemos:

$R_1 = R_2 = R$
$C_1 = C_2 = C$
K ajustable

Y obtenemos:

$\omega_0 = \frac{1}{RC}$
$Q = \frac{1}{3-K}$

Donde vemos que hemos obtenido las mismas expresiones que para el filtro pasa-bajos. Otro caso particular interesante es el siguiente:

$R_1 \neq R_2$
$C_1 = C_2 = C$
$K = 1$ (seguidor)

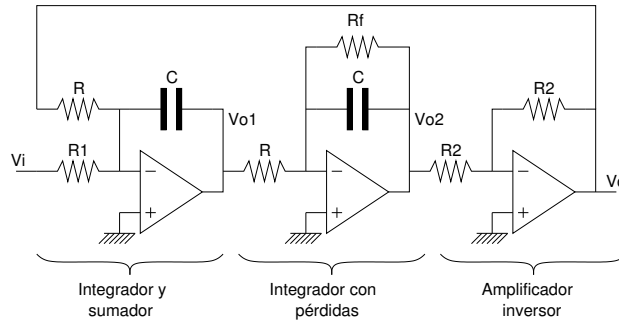
Donde obtenemos:

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2} C}$
$Q = \frac{1}{2} \sqrt{R_2/R_1}$

Aquí, a diferencia del filtro pasa-bajos, mantenemos los condensadores iguales y con el cociente de las resistencias controlamos el valor de Q

2.3.5. Filtro activo universal / de variables de estado

Los filtros de tipo Sallen-Key tienen el inconveniente de que no se pueden variar sus parámetros de forma individual pues tanto ω_0 como Q dependen de todas las resistencias y condensadores del filtro. Un control más individualizado se puede conseguir usando un filtro universal (o biquadrático) como el de la figura:



El filtro se puede a su vez dividir en tres bloques, cada uno de ellos con un A. O. El primero de ellos combina un amplificador sumador con un integrador. la tensión en su salida será:

$$v_{O1} = \frac{-v_I}{R_1 C s} + \frac{-v_O}{R C s}$$

El segundo integrador nos da:

$$v_{O2} = \frac{-R_F || C}{R} v_{O1} = \frac{-\frac{1}{1/R_F + Cs}}{R} v_{O1} = \frac{-R_F/R}{1 + R_F C s} v_{O1}$$

El último bloque es un simple amplificador inversor con ganancia -1: $v_O = -v_{O2}$

Podemos entonces escribir:

$$v_O = - \left(\frac{-R_F/R}{1 + R_F C s} \right) \left(\frac{-v_I}{R_1 C s} + \frac{-v_O}{R C s} \right)$$

$$v_O \left(1 + \frac{R_F/R}{R C s (1 + R_F C s)} \right) = -v_I \frac{R_F/R}{R_1 C s (1 + R_F C s)}$$

$$v_O \left(R C s (1 + R_F C s) + \frac{R_F}{R} \right) = -v_I \frac{R_F}{R_1}$$

$$\frac{v_O}{v_I} = \frac{-R/R_1}{R^2 C^2 s^2 + \frac{R^2}{R_F} C s + 1}$$

Identificando términos encontramos:

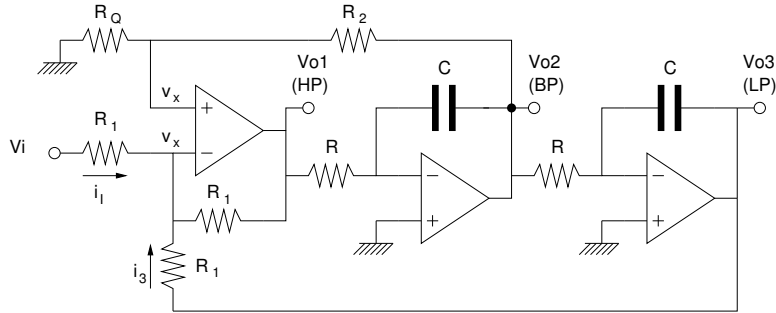
$K = \frac{-R}{R_1}$	
$\frac{1}{\omega_0^2} = R^2 C^2$	$\rightarrow \omega_0 = \frac{1}{RC}$
$\frac{1}{Q\omega_0} = \frac{R^2 C}{R_F}$	$\rightarrow Q = \frac{R_F}{R}$

Vemos que una vez establecido un valor arbitrario para R el resto de los parámetros del filtro dependen sólo de uno de los componentes:

- La frecuencia de resonancia, ω_0 , se controla con el valor de los condensadores, C .
- El factor de calidad, Q , se ajusta con R_F .
- La ganancia, K , se ajusta con R_1 .

El circuito montado con A. O. reales puede volverse inestable para valores de Q altos y oscilar. Ello se debe al efecto que los polos de cada bloque tienen en el desfase total a lo largo del bucle del circuito. Los integradores tienen un segundo polo a la frecuencia del GBW del A. O. y el inversor tiene un polo a $GBW/2$. Estos polos hacen que el desfase para ω_0 sea ligeramente mayor que el esperado y se puede llegar a tener una Q infinita (oscilación) con valores de R_F grandes aunque finitos.

Una ligera modificación del circuito anterior nos lleva al filtro de variables de estado que se muestra en la siguiente figura. La principal diferencia es que ahora se obtienen tres salidas simultáneas, LP, BP y HP, que se corresponden con sistemas de segundo orden de tipo pasa-bajos, pasa-banda y pasa-altos, respectivamente. Las tres funciones de transferencia van a tener el mismo denominador y sólo van a diferir en el número de ceros en el origen.



Si consideramos los A. O. ideales, tenemos la misma tensión en sus dos entradas de modo que podemos escribir:

$$v_X = v_{O2} \frac{R_Q}{R_Q + R_2} \quad i_I = \frac{v_I - v_X}{R_1} \quad i_3 = \frac{v_{O3} - v_X}{R_1}$$

$$v_{O1} = v_X - (i_I + i_3)R_1 = v_X - (v_I - v_X) - (v_{O3} - v_X) = 3v_X - v_I - v_{O3}$$

$$v_{O1} = 3 \frac{R_Q}{R_Q + R_2} v_{O2} - v_{O3} - v_I$$

Las salidas v_{O2} y v_{O3} se obtienen de sendos integradores, de modo que serán:

$$v_{O2} = \frac{-1}{RCs} v_{O1} \quad v_{O3} = \frac{1}{R^2C^2s^2} v_{O1}$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación anterior queda:

$$v_{O1} = -3 \frac{R_Q}{R_Q + R_2} \frac{1}{RCs} v_{O1} - \frac{1}{R^2C^2s^2} v_{O1} - v_I$$

$$\frac{v_{O1}}{v_I} = \frac{-1}{1 + 3 \frac{R_Q}{R_Q + R_2} \frac{1}{RCs} + \frac{1}{R^2C^2s^2}} = \frac{-R^2C^2s^2}{R^2C^2s^2 + 3 \frac{R_Q}{R_Q + R_2} RCs + 1}$$

Las otras dos funciones de transferencia son:

$$\frac{v_{O2}}{v_I} = \frac{RCs}{R^2C^2s^2 + 3 \frac{R_Q}{R_Q + R_2} RCs + 1}$$

$$\frac{v_{O3}}{v_I} = \frac{-1}{R^2C^2s^2 + 3 \frac{R_Q}{R_Q + R_2} RCs + 1}$$

La primera función tiene dos ceros en el origen y por lo tanto se corresponde con el filtro pasa-altos. La segunda será un filtro pasa-banda y finalmente la tercera es la función de transferencia de un filtro pasa-bajos. Todas estas funciones tienen

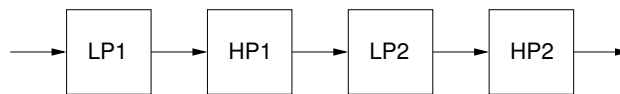
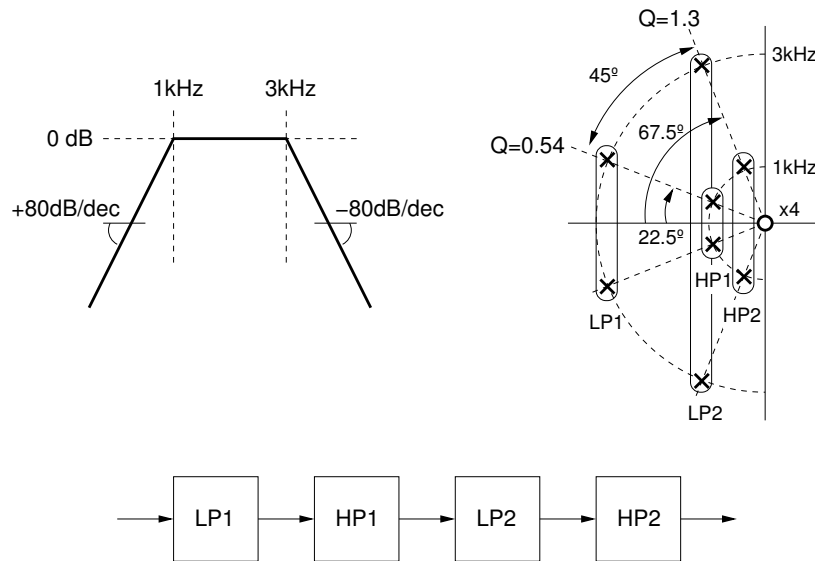
el mismo denominador, que es de segundo orden y dará dos polos, posiblemente complejos conjugados. Identificando términos obtenemos:

$$\frac{1}{\omega_0^2} = R^2 C^2 \quad \rightarrow \quad \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$\frac{1}{Q\omega_0} = 3 \frac{R_Q}{R_Q + R_2} RC \quad \rightarrow \quad Q = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{R_2}{R_Q} \right)$$

2.3.6. Ejemplo de diseño de filtro activo

Concluiremos este capítulo mostrando un ejemplo de diseño de un filtro basado en etapas de tipo Sallen-Key. El filtro es de tipo Butterworth, pasa-banda, y de octavo orden. En la figura se muestra la ganancia en función de la frecuencia y la posición de sus polos y ceros en el plano s .



Los filtros de tipo Butterworth tienen sus polos distribuidos equiespaciadamente sobre semicircunferencias en el plano s . El filtro en cuestión tiene 4 polos sobre la semicircunferencia de 3 kHz y otros 4 en la semicircunferencia de 1 kHz. Además hay 4 ceros en el origen. El filtro total se puede descomponer en un filtro pasa-bajos de orden 4 y una frecuencia de corte de 3 kHz seguido de un pasa-altos de orden 4 y frecuencia de corte en 1 kHz. Estos filtros a su vez se descompondrán en dos etapas de tipo Sallen-Key que aportarán dos polos complejos conjugados cada una, y dos ceros en el origen si son de tipo pasa-altos. El orden en el que se conecten las etapas no va a afectar a la función de transferencia del filtro así que en el ejemplo hemos optado por entrelazar las etapas del filtro pasa-bajos y del pasa-altos.

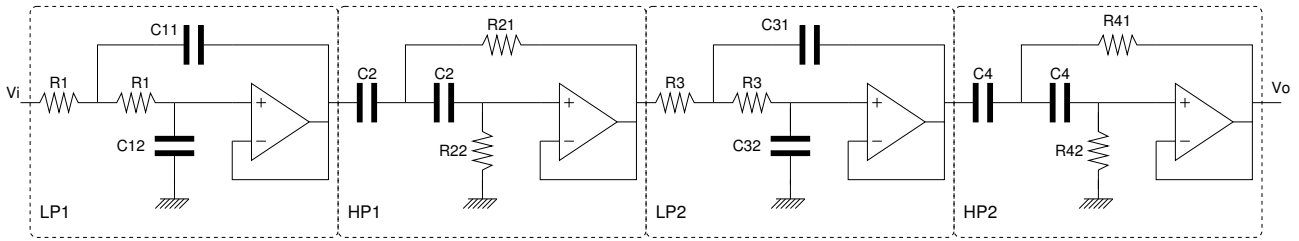
Una vez conocida la frecuencia de resonancia de los pares de polos complejos conjugados (3 kHz y 1 kHz) falta por determinar su factor de calidad. En el plano s la distancia del polo complejo conjugado al eje imaginario es $\omega_0/2Q$, mientras que la distancia al origen es ω_0 , de modo que podemos escribir:

$$\frac{1}{2Q} = \cos(\alpha) \quad \rightarrow \quad Q = \frac{1}{2\cos(\alpha)}$$

Donde α es el ángulo que forma la recta que pasa por el polo con el eje real. En nuestro caso hay dos posibles valores de α (22.5° y 67.5°), lo que resulta en dos valores para los factores de calidad (0,54 y 1,3).

Podemos entonces especificar las características de cada una de las 4 etapas Sallen-Key:

	Tipo	Ganancia	$\omega_0/2\pi$	Q
LP1	pasa-bajos	1	3 kHz	0.54
LP2	pasa-bajos	1	3 kHz	1.3
HP1	pasa-altos	1	1 kHz	0.54
HP2	pasa-altos	1	1 kHz	1.3



En la figura se muestra el esquema del filtro completo con sus 4 etapas Sallen-Key. Como en todas las etapas la ganancia es 1 hemos optado por usar un amplificador seguidor y controlar el valor de Q mediante los cocientes de las resistencias o condensadores. En los filtros de tipo pasa-bajos teníamos:

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_{n1}}{C_{n2}}} \rightarrow \frac{C_{n1}}{C_{n2}} = 4Q^2$$

$$\omega_0 = \frac{1}{R_n \sqrt{C_{n1} C_{n2}}} \rightarrow 2Q\omega_0 = \frac{1}{R_n C_{n2}}$$

De modo que eligiendo un valor arbitrario para R_n podemos despejar C_{n2} de la segunda ecuación y luego obtener C_{n1} de la primera. En los filtros pasa-altos las ecuaciones son:

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_{n2}}{R_{n1}}} \rightarrow \frac{R_{n2}}{R_{n1}} = 4Q^2$$

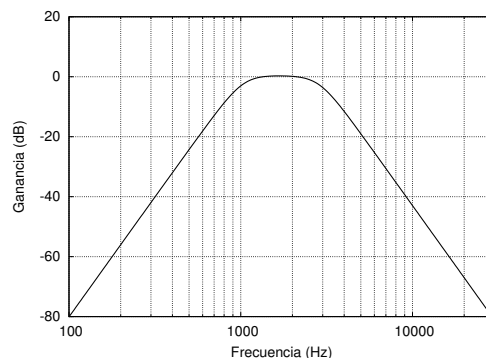
$$\omega_0 = \frac{1}{C_n \sqrt{R_{n1} R_{n2}}} \rightarrow 2Q\omega_0 = \frac{1}{R_{n1} C_n}$$

En este caso es mejor fijar arbitrariamente el valor de C_n y despejar de la segunda ecuación R_{n1} . Luego se obtiene R_{n2} despejando en la primera ecuación.

Tras un poco de tanteo se han encontrado los siguientes valores aproximados para las resistencias y condensadores del filtro:

LP1	$R_1 = 15k\Omega$	$C_{11} = 3,9nF$	$C_{12} = 3,3nF$
HP1	$C_2 = 10nF$	$R_{21} = 15k\Omega$	$R_{22} = 18k\Omega$
LP2	$R_3 = 12k\Omega$	$C_{31} = 12nF$	$C_{32} = 1,8nF$
HP2	$C_4 = 22nF$	$R_{41} = 2,7k\Omega$	$R_{42} = 18k\Omega$

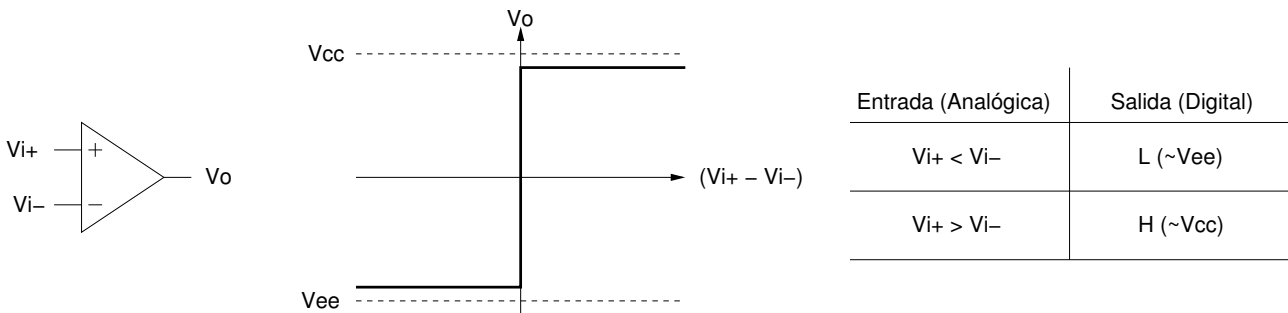
La respuesta en frecuencia del filtro diseñado se ha obtenido por simulación y se representa en la siguiente figura:



Capítulo 3

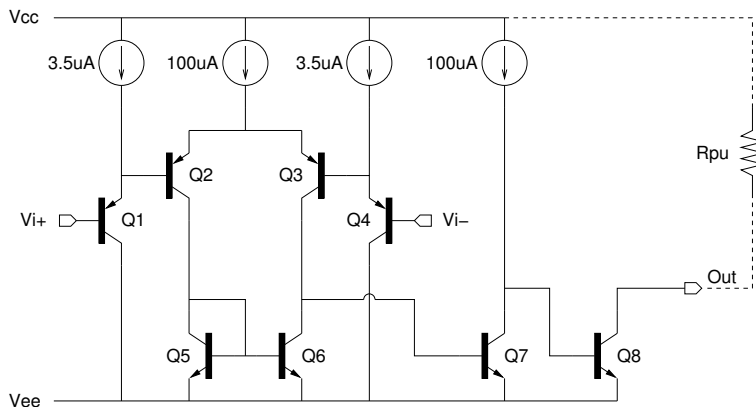
Circuitos no lineales

3.1. Comparador



Hasta ahora habíamos visto siempre el A. O. en circuitos con realimentación negativa. Si pretendemos usar el amplificador en lazo abierto vemos que, en la práctica, en la salida sólo podemos tener dos voltajes posibles (tensión alta o tensión baja), ya que la gran ganancia del amplificador hace que la salida se sature en cuanto la tensión diferencial en la entrada supere unas pocas decenas de microvoltios. Podemos considerar por lo tanto la salida del A. O. como una señal digital que dará un nivel lógico alto si la tensión analógica en la entrada V_{I+} es mayor que la de V_{I-} . En resumen, el circuito se comporta como un comparador para las tensiones analógicas de las entradas.

Cualquier A. O. puede usarse como comparador, aunque sólo cuando la velocidad de conmutación no es elevada. Ello se debe a que el condensador de compensación del A. O. limita el slew-rate en la salida lo que se traduce en tiempos de conmutación largos. Por ejemplo, un uA741 alimentado con $\pm 15V$ tardaría en cambiar su salida un tiempo $\Delta t = \Delta V / SR = 30 V / 0,6 (V/\mu s) = 50 \mu s$. Sin embargo el condensador de compensación no es necesario en un comparador pues al no haber realimentación no hay problemas de estabilidad. Hay en el mercado circuitos integrados diseñados para ser utilizados como comparadores que no incluyen el condensador de compensación y que tienen unos tiempos de conmutación mucho menores. Estos circuitos no deben utilizarse con realimentación negativa pues pueden no ser estables. Como ejemplo veremos el comparador LM339 cuyo esquema simplificado se muestra en la figura:



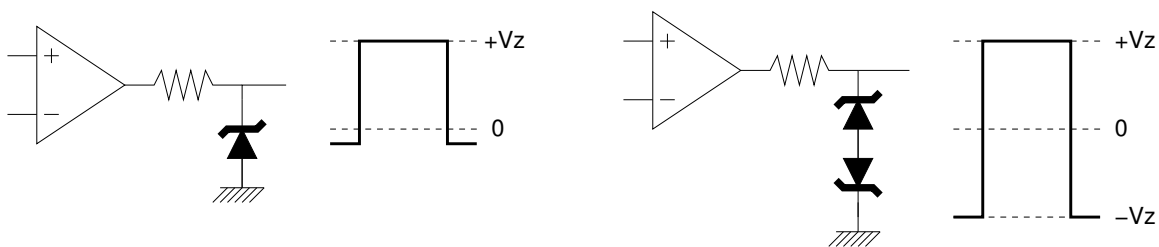
Este comparador presenta un gran parecido con el A. O. LM124, al menos en su etapa de entrada. El rango de entrada en modo común también incluye V_{EE} , con lo que en muchas ocasiones V_{EE} se conecta a tierra. La salida, por el contrario,

es de colector abierto. Q8 estará en corte para $V_{I+} > V_{I-}$ y en saturación en caso contrario. Esto nos obliga a conectar una resistencia de pull-up externa, R_{PU} , entre la salida y V_{CC} para generar la tensión de salida. La salida de colector abierto facilita la interconexión del comparador con los circuitos digitales de diferentes familias lógicas. Las principales características de este comparador se muestran en la siguiente tabla:

Tiempo de respuesta (pequeña señal)	$1,3\mu s$
Tiempo de respuesta (gran señal)	$0,3\mu s$
Ganancia ($R_{PU} = 15 k\Omega$)	200000
Rango de entrada en modo común	V_{EE} hasta $V_{CC} - 1,5 V$
Corriente de salida máxima	$16 mA$
Voltaje de offset en la entrada	$2 mV$
Corriente de polarización en las entradas	$25 nA$

Observamos que el tiempo de respuesta es mucho menor que en el caso del A. O. También vemos que el comparador tarda más tiempo en conmutar cuando el cambio de tensión en la entrada es pequeño.

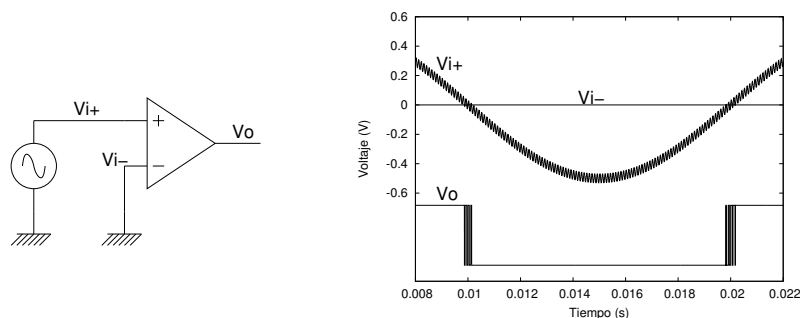
En ocasiones los niveles de tensión en la salida de los comparadores son excesivos. Estos niveles se pueden reducir usando simples divisores de tensión, o por ejemplo, mediante limitadores basados en diodos zéner:



El circuito de la izquierda podría utilizarse para adaptar los niveles de tensión a los de los circuitos digitales si el diodo zéner tiene una tensión de ruptura de unos 5V. El circuito de la derecha incluye un limitador simétrico (siempre que los dos diodos sean iguales) Las tensiones de salida incluyen la tensión de ruptura zéner y la caída en directa de uno de los diodos ($V_Z = V_{Zener} + V_D$)

3.1.1. Comparador con histéresis

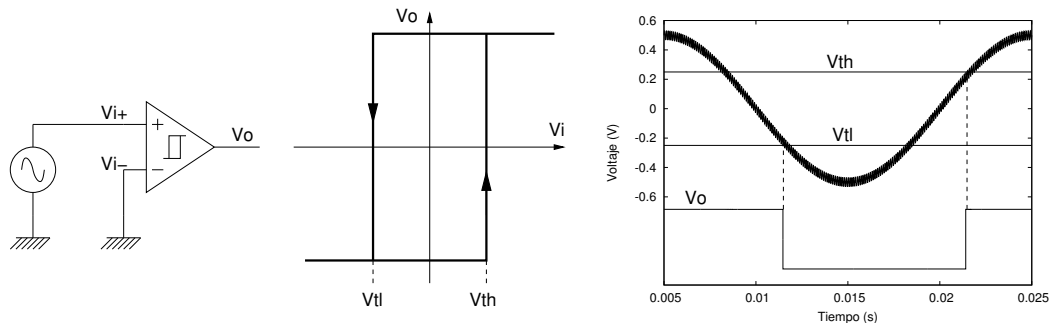
Una posible aplicación del comparador sería la generación de ondas cuadradas a partir de señales sinusoidales. Las ondas cuadradas a su vez se podrían usar como señales de reloj en circuitos digitales. Para ello basta con comparar la tensión sinusoidal con la tensión de la tierra (0V), tal como se muestra en la figura:



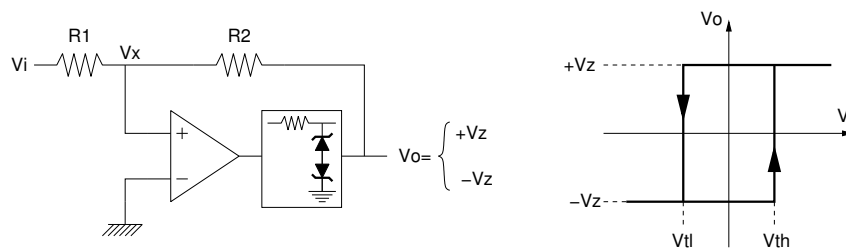
Sin embargo este circuito tiene el inconveniente de ser muy sensible al ruido. Si la señal sinusoidal está degradada por pequeñas amplitudes de ruido se obtiene en la salida una señal con “glitches” en los flancos, tal y como podemos comprobar en la gráfica adjunta. Esta señal de salida no podría utilizarse como reloj ya que un circuito digital interpretaría cada uno de los glitches como un pulso de reloj completo (Los circuitos digitales suelen ser mucho más rápidos que los comparadores típicos).

El problema expuesto en el circuito anterior podría solucionarse si el comparador tiene histéresis. La histéresis puede interpretarse como una resistencia que presenta el comparador a cambiar el estado de su salida, de modo que para llevarla a nivel bajo habría que llevar la entrada por debajo de una tensión umbral negativa, mientras que para cambiar la salida a

nivel alto habría que superar una tensión umbral positiva. Estas tensiones umbrales definen el ancho del ciclo de histéresis que se observa en la característica de transferencia. Si la amplitud del ruido no supera los umbrales del ciclo de histéresis se obtendrá en la salida una onda cuadrada limpia de “glitches”:



La histéresis se consigue mediante una realimentación positiva a frecuencia nula (DC). Esta realimentación puede estar presente en el interior del comparador o se puede añadir externamente, lo que nos permitirá controlar las características del ciclo de histéresis. En el siguiente circuito tenemos un ejemplo de comparador con histéresis no inversor:



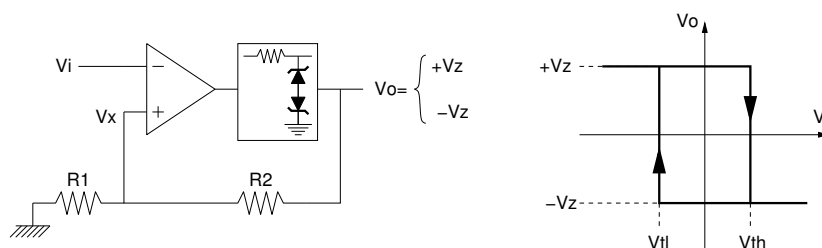
En el esquema hemos incluido un circuito limitador que en algunos casos podría no estar presente. Observemos que se trata de un comparador y no de un amplificador ya que la realimentación se hace hacia la entrada positiva. Para analizar estos circuitos y encontrar los umbrales de su ciclo de histéresis, V_{TH} y V_{TL} , partimos de considerar que en la salida sólo podemos tener dos tensiones posibles, que serán $+V_Z$ y $-V_Z$, e intentaremos encontrar la tensión en la entrada, V_I , que hace que la entrada positiva, V_X , tenga la misma tensión que la entrada negativa (en este caso 0V), ya que esta es justo la tensión a la que cambiará la salida del circuito.

$$V_X = V_I \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_O \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0 \quad \rightarrow \quad V_I = \frac{-R_1}{R_2} V_O$$

$$V_{TH} = \frac{R_1}{R_2} V_Z$$

$$V_{TL} = \frac{-R_1}{R_2} V_Z$$

En la siguiente figura se muestra el esquema de un comparador con histéresis inversor. De nuevo observamos la realimentación positiva que lo diferencia de un amplificador no inversor. En este caso la salida conmutará cuando la tensión V_I coincida con la tensión V_X que a su vez dependerá del voltaje en la salida.



$$V_I = V_X = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_O$$

$$V_{TH} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_Z$$

$$V_{TL} = \frac{-R_1}{R_1 + R_2} V_Z$$

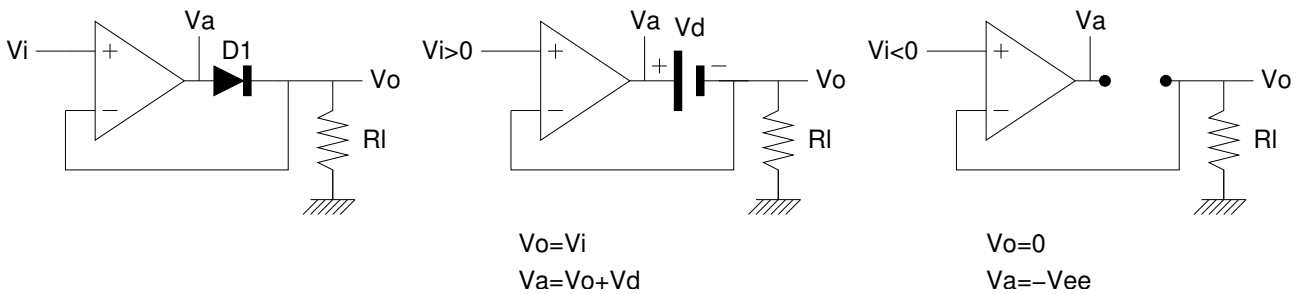
Los comparadores con histéresis tienen múltiples aplicaciones dentro de los circuitos analógicos, entre las que cabe destacar su uso en los osciladores de relajación.

3.2. Otros circuitos no lineales prácticos

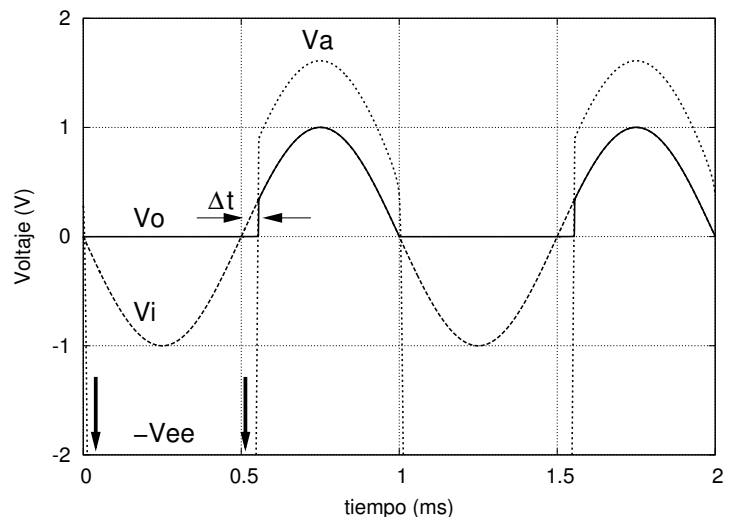
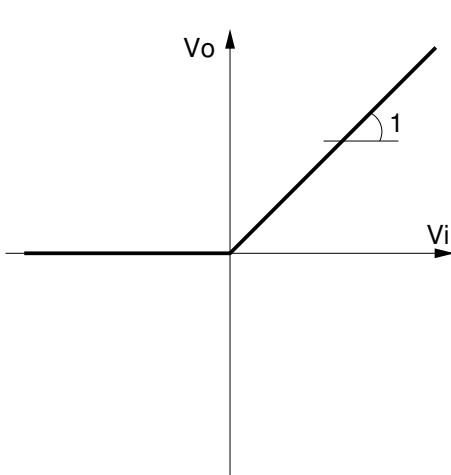
A continuación presentamos un conjunto de circuitos no lineales que basan su funcionamiento en el A. O.

3.2.1. Rectificadores de precisión

Los circuitos rectificadores de precisión tienen como objeto el obtener una señal que sólo contenga los semiciclos positivos (o negativos) de la señal de entrada y evitando la caída de tensión que se tiene en los rectificadores convencionales basados en diodos. Estos circuitos siguen empleando diodos pero también incluyen amplificadores operacionales. En la siguiente figura se muestra un ejemplo:



El circuito es básicamente un amplificador seguidor al que se ha añadido un diodo en serie con la salida del A. O. En las figuras del centro y la derecha se muestra el circuito equivalente para los semiciclos positivos y negativos de la señal de entrada. Durante los semiciclos positivos el diodo está polarizado en directa. La caída de tensión del diodo, $V_D \approx 0,7V$, no afecta a la salida, ya que la realimentación del A. O. fuerza $V_O = V_I$, de modo que en la salida del A. O. tendremos una tensión $V_A = V_O + V_D$. Durante los semiciclos negativos el diodo está polarizado en inversa lo que nos da el circuito equivalente de la derecha. No hay realimentación, así que el A. O. se comporta como un comparador lo que da una salida muy negativa en el A. O.: $V_A \approx -V_{EE}$. La tensión en la salida es de 0V gracias a la resistencia R_L .



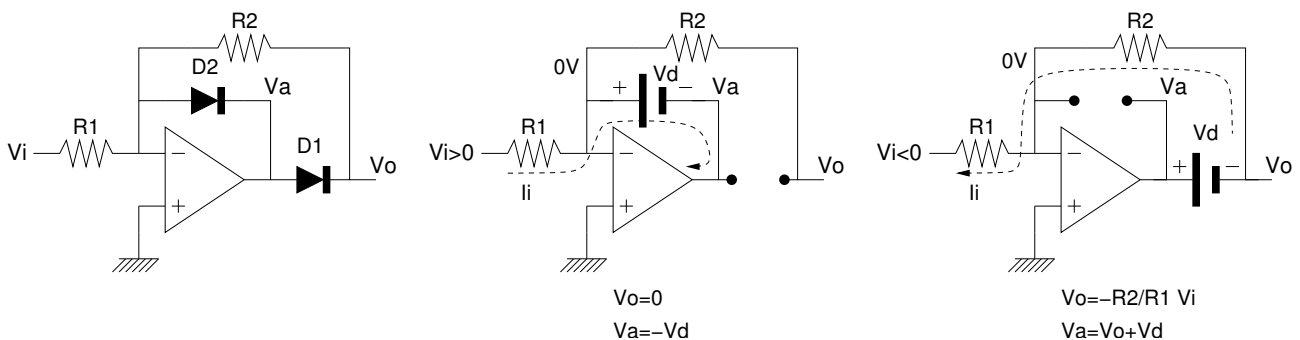
En la figura se ha dibujado la característica de transferencia del rectificador de precisión anterior junto con un cronograma obtenido por simulación para dicho circuito. Vemos que, efectivamente, la salida es cero durante los semiciclos negativos y se sigue a la señal de entrada durante los positivos. Sin embargo también observamos que hay un cierto retraso en la salida al comienzo de los semiciclos positivos lo que se traduce en un error en la forma de onda en la salida. Este retraso se debe al slew-rate limitado del A. O. y al hecho de que cuando comienza el semiciclo positivo la tensión de salida del amplificador debe subir desde $-V_{EE}$ hasta $+V_D$, lo que supone un cambio de tensión muy grande. El retardo será:

$$\Delta t = \frac{\Delta V_A}{SR} \quad ; \quad \Delta t_{741} = \frac{15V}{0,6V/\mu s} = 25\mu s$$

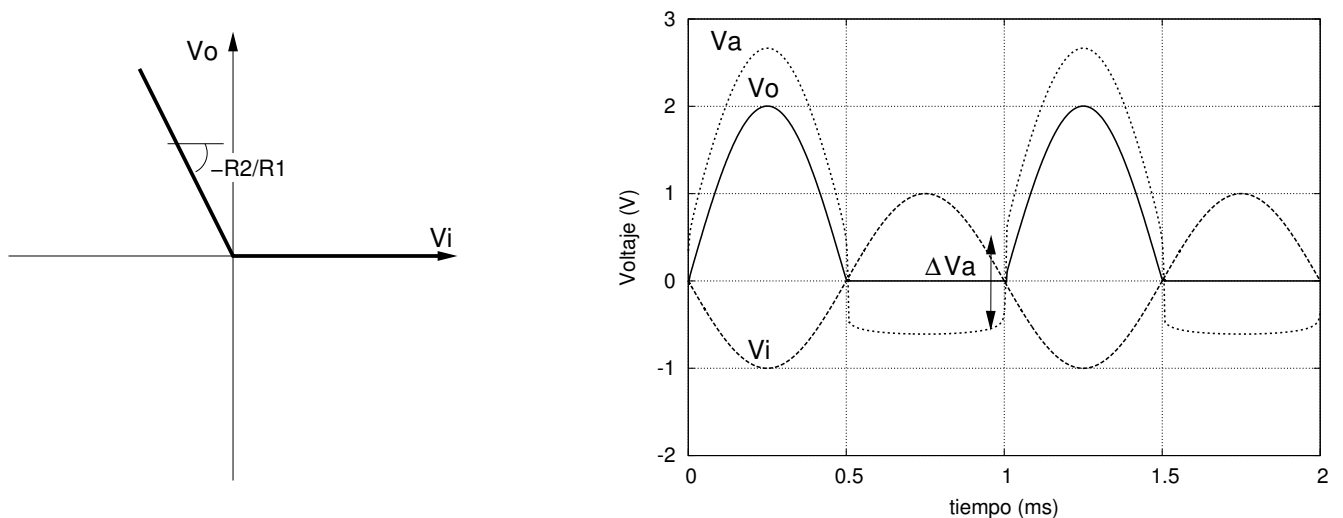
Este retardo en la conmutación será importante sobre todo para señales de periodo corto (alta frecuencia). Comparando el retardo con el periodo podemos obtener un error relativo para el circuito:

$$error = \frac{\Delta t}{T} = \Delta t \cdot f = f \frac{V_{EE}}{SR}$$

Para un A. O. 741 con una alimentación de $\pm 15V$ y una señal de 10 kHz el error llega a ser del 25%. Por lo tanto, el circuito anterior sólo sería adecuado cuando la frecuencia de la señal sea baja (de menos de 1 kHz). Afortunadamente tenemos otro circuito distinto que no experimenta el problema anterior de forma tan acusada:



El circuito emplea un A. O. en su configuración inversora y dos diodos. Durante los semiciclos positivos de la entrada la salida del A. O. es negativa de modo que el diodo D1 estará en inversa y el D2 en directa. Esto nos da el circuito equivalente del centro de la figura, donde podemos comprobar que la tensión en salida será de 0V mientras que en la salida del operacional tenemos $V_A = -V_D \approx -0,7V$, una tensión negativa pero mucho menor en valor absoluto que la alimentación. Durante los semiciclos negativos el diodo D1 está en directa y el D2 en inversa. En la derecha de la figura se muestra el circuito equivalente correspondiente. La tensión de salida es la de un amplificador inversor, esto es: $V_O = -(R_2/R_1)V_I$. En la salida del operacional la tensión será un poco mayor para incluir la caída en directa del diodo D1.

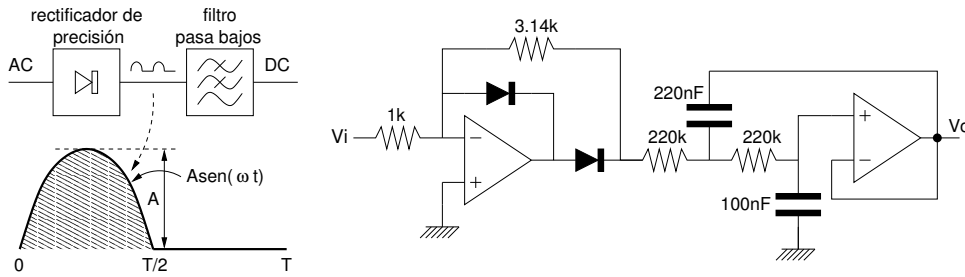


En la figura se muestra la característica de transferencia del nuevo rectificador de precisión junto con los resultados de simulación para $R_2 = 2R_1$. El retardo de conmutación apenas es perceptible en esta gráfica, puesto que ahora sería:

$$\Delta t = \frac{\Delta V_A}{SR} = \frac{2V_D}{SR} \approx \frac{1,4V}{SR} \quad \Delta t_{741} = 2,3\mu s$$

Este retardo, que ahora no depende de V_{EE} , es un orden de magnitud menor que en el circuito anterior, lo que permitiría usar este rectificador de precisión con señales de frecuencias hasta 10 veces mayores. Además, el último circuito permite amplificar la señal rectificadora por el factor R_2/R_1 , lo que lo hace muy adecuado para la detección de señales de poca amplitud.

En la salida de un rectificador de media onda no se tiene sólo una señal DC, sino que también aparece una componente AC importante además de numerosos armónicos de la señal sinusoidal original. Las componentes de alterna se pueden atenuar mucho mediante un filtro pasa bajos, obteniéndose finalmente una señal DC con muy poco rizado.



En la figura se muestra un ejemplo de rectificador de precisión de media onda seguido de un filtro pasa bajo de tipo Sallen-Key de segundo orden. El filtro tiene una frecuencia de corte de unos 5 Hz, un factor de calidad de 0,7 (lo que equivale a un filtro de Butterworth) y una ganancia unidad. Sólo nos resta por obtener la relación que hay entre la amplitud de la señal sinusoidal en la entrada y el nivel de continua en la salida. El nivel de DC de una señal periódica es:

$$V_{DC} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt$$

En el caso de la salida de un rectificador de media onda queda:

$$V_{DC} = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} A \sin(\omega t) dt$$

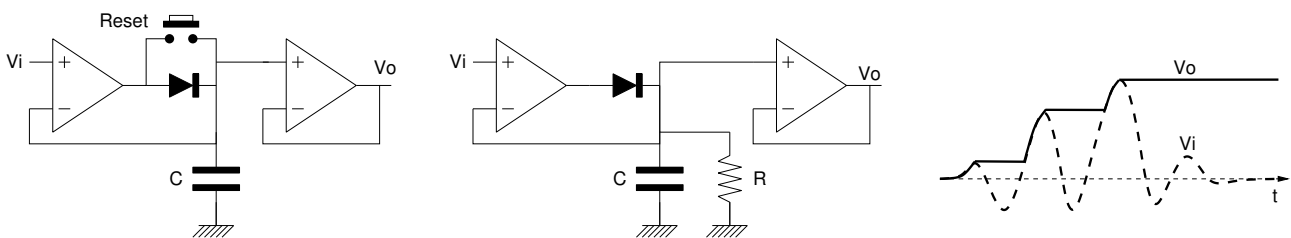
$$V_{DC} = \frac{A}{T\omega} \left[\cos(0) - \cos\left(\omega \frac{T}{2}\right) \right] = \frac{2A}{T\omega}$$

y si tenemos en cuenta que $\omega = 2\pi/T$, obtenemos:

$$V_{DC} = \frac{A}{\pi} = 0,318 \cdot A$$

Para un rectificador de onda completa en nivel de continua sería el doble ($V_{DC} = 2A/\pi = 0,637 \cdot A$). En el circuito de la figura el rectificador tiene una ganancia π , de modo que tras el filtrado el nivel de DC en la salida coincide con la amplitud de la señal sinusoidal de la entrada.

3.2.2. Detector de pico

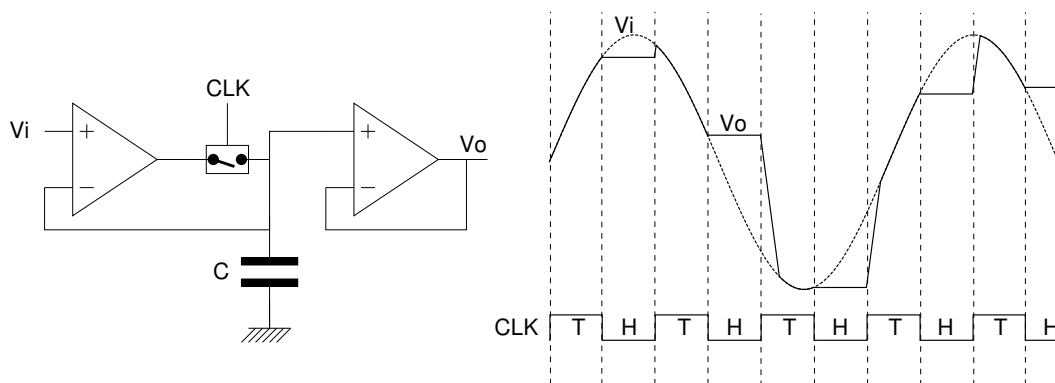


El circuito del detector de pico consta de un A. O. en configuración de seguidor con un diodo en serie con la salida y un condensador. El condensador memoriza el voltaje del pico anterior de modo que mientras la tensión de la entrada no

supere dicho valor la salida del A. O. dará un voltaje negativo y el diodo estará en inversa. Cuando la tensión de la entrada sube por encima del voltaje del último pico el diodo pasa a directa y se cierra el lazo de realimentación en el A. O. con lo que la tensión en el condensador sigue a la de la entrada. El buffer en la salida es necesario pues cualquier corriente que circulase hacia el condensador daría lugar a un cambio en la tensión de pico memorizada. Por este mismo motivo sería muy recomendable que el A. O. empleado en el buffer tenga una corriente de polarización en las entradas lo más baja posible (A. O. con entradas FET, por ejemplo).

Los circuitos mostrados en la figura difieren sólo en la forma en la que se descarga el condensador. La descarga es necesaria para poder detectar de nuevo picos de nivel inferior al último memorizado. En el primer circuito la descarga se hace de forma manual al cortocircuitar el diodo mediante un pulsador, lo que hace que la tensión en el condensador se iguale con la que haya en ese momento en la entrada. En el segundo circuito se ha conectado una resistencia de valor elevado en paralelo con el condensador lo que hace que éste se descargue lentamente tras la detección de un pico.

3.2.3. Amplificador de muestreo y retención (Sample & Hold)



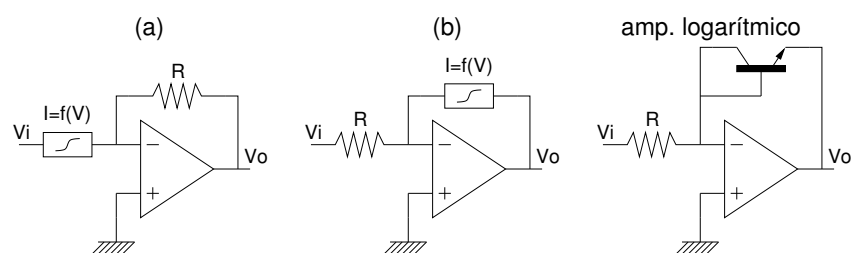
Sustituyendo el diodo del detector de pico por un interruptor controlado por una señal digital de reloj obtenemos un amplificador de muestreo y retención (sample & hold). Durante la fase de reloj en la que el interruptor está cerrado tenemos en la salida la misma tensión que en la entrada por lo que ésta será la fase de seguimiento (Track). En la fase contraria el interruptor está abierto y el condensador memoriza la última tensión presente durante la fase de seguimiento. Durante esta fase la tensión de salida se mantiene constante (fase de Hold).

Observemos que durante la fase de seguimiento pueden aparecer rampas en la salida debidas al slew-rate limitado de los A. O. Estas rampas introducen distorsión en la señal de salida. Sin embargo, si sólo se considera válida la salida durante la fase de mantenimiento no hay distorsión. La tensión durante esta fase es una muestra de la señal de entrada que se ha tomado en el instante en que cambia la fase de seguimiento a la de retención (flancos de bajada en la figura), y el muestreo de las señales no genera una distorsión irreversible siempre y cuando se cumpla el teorema de Shannon, esto es: que la frecuencia de muestreo sea al menos el doble de la componente de frecuencia más alta de la señal.

Los amplificadores de muestreo y retención son un bloque fundamental en los sistemas de procesamiento de señal de tiempo discreto, que incluyen entre otros a los convertidores analógico-digitales y por extensión a todos los sistemas de procesamiento digital de señal.

3.2.4. Amplificador logarítmico

Cuando en la red de realimentación de un amplificador operacional se introduce un dispositivo con una característica de transferencia no lineal se obtiene un amplificador con una no linealidad explícita. En la figura se muestran dos posibilidades ('(a)' y '(b)') para un A. O. en configuración inversora:



En el caso '(a)' el dispositivo no lineal está en la entrada. Como en el nodo de la entrada negativa del operacional tenemos una tierra virtual la corriente en la entrada es $I_I = f(V_I)$, siendo $f(V)$ la característica del dispositivo. La tensión en la salida es por lo tanto $V_O = -Rf(V_I)$.

En el caso '(b)' la corriente en la entrada es $I_I = V_I/R$, esta corriente a de ser igual que la que pasa por el dispositivo no lineal: $V_I/R = I_I = f(-V_O)$, por lo que la tensión en la salida es: $V_O = -f^{-1}(V_I/R)$. Por lo tanto se obtiene la función inversa del dispositivo como característica de transferencia del circuito.

En la siguiente tabla resumimos los tipos de funciones posibles y los dispositivos involucrados:

Dispositivo	$f(V)$	$f^{-1}(I)$
Diodo	exponencial	logaritmo
BJT	exponencial	logaritmo
FET	cuadrado	raíz cuadrada

De estas posibles funciones sin duda la más común es el logaritmo. En el circuito de la figura de la derecha se muestra un posible amplificador logarítmico empleando un BJT. El transistor es preferible al diodo ya que su característica se aproxima más a una exponencial que la del diodo. La corriente de emisor del BJT se puede poner como:

$$I_E = I_S \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right)$$

donde I_S es la corriente inversa de saturación que depende del área de emisor del transistor y $V_T = KT/q$ es la tensión proporcional a la temperatura absoluta ($V_T \approx 25mV$ a temperatura ambiente)

Dado que $V_{BE} = -V_O$ podemos escribir:

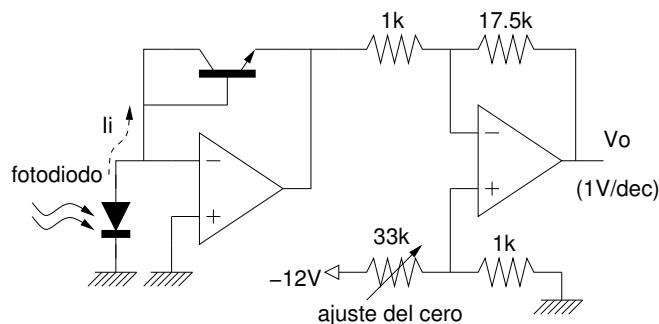
$$\frac{V_I}{R} = I_S \exp\left(\frac{-V_O}{V_T}\right)$$

$$V_O = -V_T \ln\left(\frac{V_I}{I_S R}\right)$$

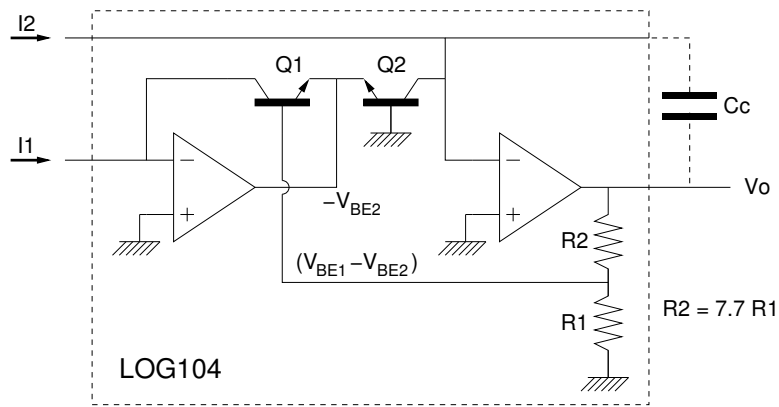
Vemos que efectivamente se sigue una función de tipo logaritmo, aunque la tensión de salida va a depender del tipo de transistor empleado pues I_S aparece en la expresión de V_O . Si la tensión de entrada se multiplica por 10 la tensión de salida cambia en:

$$V'_O = -V_T \ln\left(\frac{10V_I}{I_S R}\right) = -V_T \ln\left(\frac{V_I}{I_S R}\right) - V_T \ln(10) \quad \rightarrow \quad \Delta V_O = V_T \ln(10) \approx 57mV$$

Vemos que la ganancia del amplificador logarítmico es de $57mV/decada$, un valor bastante pequeño que seguramente obligaría a incluir alguna amplificación adicional, tal y como se muestra en el ejemplo de la siguiente figura: un fotómetro en el que la salida del amplificador logarítmico se multiplica por 17.5 para obtener una ganancia de $1V/decada$. Nótese además que la señal de entrada es una corriente por lo que hemos prescindido de la resistencia del amplificador logarítmico.



Un amplificador logarítmico más sofisticado es el que se presenta en la siguiente figura. El circuito integrado LOG104 tiene dos entradas de corriente y genera una salida proporcional al logaritmo del cociente de las dos corrientes de entrada. El condensador C_C se incluye para mejorar la estabilidad y no va a afectar al análisis.



Observemos que entre las dos resistencias vamos a tener la tensión $V_{BE1} - V_{BE2}$, y si despreciamos las corriente de base de Q1 entonces la tensión en la salida ha de ser:

$$V_O = (V_{BE1} - V_{BE2}) \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

Las tensiones V_{BE} son:

$$\left. \begin{aligned} V_{BE1} &= V_T \ln \left(\frac{I_1}{I_S} \right) \\ V_{BE2} &= V_T \ln \left(\frac{I_2}{I_S} \right) \end{aligned} \right\} \rightarrow (V_{BE1} - V_{BE2}) = V_T \ln \left(\frac{I_1}{I_2} \right)$$

Dado que los transistores Q1 y Q2 son idénticos las corrientes I_S también lo son y se cancelan. La tensión de salida es:

$$V_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) V_T \ln \left(\frac{I_1}{I_2} \right)$$

$$V_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) V_T \ln(10) \log_{10} \left(\frac{I_1}{I_2} \right) = 500 \text{ mV} \cdot \log_{10} \left(\frac{I_1}{I_2} \right)$$

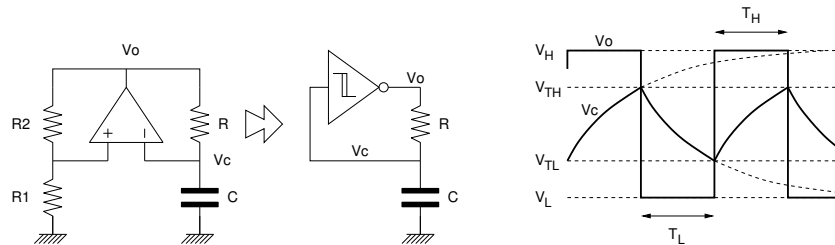
El amplificador da por lo tanto una salida que crece 500 mV por cada década y que es nula cuando las dos corrientes de entrada son iguales.

Capítulo 4

Generación de señal

4.1. Osciladores de relajación

Estos circuitos basan su funcionamiento en la carga y descarga cíclica de un condensador. Tienen una salida digital con dos tensiones de salida posibles en la que se obtiene una onda cuadrada, y en el condensador se pueden obtener otras formas de onda como las triangulares o de diente de sierra. Un primer ejemplo de oscilador de relajación es el de la siguiente figura, que utiliza un comparador inversor con histéresis realimentado mediante una red RC:



En este circuito, cuando la salida del comparador está en alto ($V_O = V_H$) el condensador C se carga a través de la resistencia R hasta que su tensión llega al límite superior del ciclo de histéresis del comparador, V_{TH} . Entonces la salida conmuta y pasa a ser $V_O = V_L$. A partir de este momento el condensador se descarga hasta que su tensión llega al límite inferior del ciclo de histéresis, V_{TL} , momento en el que el comparador conmuta su salida a nivel alto, $V_O = V_H$ y el ciclo se repite. Analizaremos a continuación cuál es el periodo de la oscilación.

Cuando un condensador se carga o descarga a través de una resistencia su voltaje varía con el tiempo de forma exponencial. Cualquier forma de onda de este tipo se puede ajustar a la siguiente ecuación:

$$v_C(t) = V_\infty + (V_0 - V_\infty) \exp\left(\frac{-t}{RC}\right) \quad (4.1)$$

Donde V_∞ es el voltaje final al que tiende asintóticamente el condensador y que se alcanzaría transcurrido un tiempo infinito si el circuito no conmutase. V_0 es el voltaje inicial para $t = 0$ y el producto RC es la llamada constante de tiempo del circuito, pues tiene dimensiones de tiempo. Comenzamos calculando el tiempo T_H , que es el que dura la carga del condensador. En este caso tenemos:

$$V_0 = V_{TL} \quad ; \quad V_\infty = V_H \quad \rightarrow \quad v_C(t) = V_H + (V_{TL} - V_H) \exp\left(\frac{-t}{RC}\right)$$

El final de la fase de carga ocurre cuando $v_C(T_H) = V_{TH}$:

$$V_{TH} = V_H + (V_{TL} - V_H) \exp\left(\frac{-T_H}{RC}\right) \quad \rightarrow \quad \frac{V_H - V_{TH}}{V_H - V_{TL}} = \exp\left(\frac{-T_H}{RC}\right)$$

$$T_H = RC \ln\left(\frac{V_H - V_{TL}}{V_H - V_{TH}}\right)$$

Durante la fase de descarga tenemos:

$$V_0 = V_{TH} \quad ; \quad V_\infty = V_L \quad \rightarrow \quad v_C(t) = V_L + (V_{TH} - V_L) \exp\left(\frac{-t}{RC}\right)$$

$$V_{TL} = V_L + (V_{TH} - V_L) \exp\left(\frac{-T_L}{RC}\right) \quad \rightarrow \quad \frac{V_{TL} - V_L}{V_{TH} - V_L} = \exp\left(\frac{-T_L}{RC}\right)$$

$$T_L = RC \ln\left(\frac{V_{TH} - V_L}{V_{TL} - V_L}\right)$$

El periodo de la oscilación será la suma del tiempo de las dos fases: $T = T_H + T_L$. Asimismo se puede definir el 'Duty-Cycle' como la fracción del tiempo en el que la salida está en alto: $D = T_H/T = T_H/(T_H + T_L)$. Esta fracción es adimensional y se suele indicar en tanto por ciento ($D = 50\%$ para ondas cuadradas).

Consideremos ahora los datos del comparador inversor con histéresis. Suponiendo una alimentación simétrica teníamos:

$$\begin{aligned} V_H &= V_Z & V_{TH} &= V_Z \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\ V_L &= -V_Z & V_{TL} &= -V_Z \frac{R_1}{R_1 + R_2} \end{aligned}$$

Sustituyendo estos valores en los tiempos anteriores obtenemos:

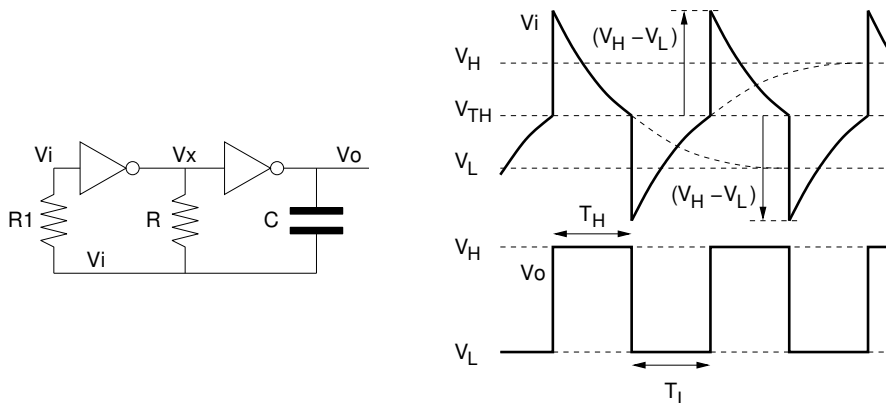
$$T_H = RC \ln\left(\frac{V_Z + V_Z \frac{R_1}{R_1 + R_2}}{V_Z - V_Z \frac{R_1}{R_1 + R_2}}\right) = RC \ln\left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right)$$

$$T_L = RC \ln\left(\frac{V_Z \frac{R_1}{R_1 + R_2} + V_Z}{-V_Z \frac{R_1}{R_1 + R_2} + V_Z}\right) = RC \ln\left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right)$$

Como hemos obtenido $T_H = T_L$, la salida será una onda cuadrada de periodo:

$$T = T_H + T_L = 2RC \ln\left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right)$$

Otro oscilador de relajación bastante común es el que se muestra en la siguiente figura. En este circuito se emplean dos inversores CMOS junto con una red RC. El condensador está conectado entre la salida y la entrada y proporciona una realimentación positiva para frecuencias altas. La resistencia R_1 se ha puesto como protección contra sobretensiones y no debería circular una corriente apreciable por ella ya que suele ser bastante mayor que R .



Para analizar cualitativamente este circuito consideraremos a los dos inversores como un comparador que da una salida baja, V_L , para tensiones de entrada inferiores a la tensión umbral V_{TH} y una salida alta para voltajes de entrada mayores que V_{TH} . Si partimos de un estado con la salida en tensión baja, el nodo V_X tendrá una tensión alta y esto hará que el condensador se cargue y V_I aumente hasta alcanzar la tensión umbral, V_{TH} . Entonces la salida cambia bruscamente de bajo a alto debido a la realimentación positiva: un aumento de V_O provoca otro aumento en V_I que a su vez da lugar a un

aumento mayor de V_O . El cambio de tensión, $(V_H - V_L)$, en V_O se tiene también en V_I ya que el condensador no se puede descargar instantáneamente, de modo que la tensión en V_I pasa a ser $V_I = V_{TH} + (V_H - V_L)$, mayor que la alimentación positiva. Ahora tenemos una tensión baja en V_X , de modo que el condensador se descarga hasta llegar de nuevo a tener $V_I = V_{TH}$, momento en el que la salida V_O conmuta bruscamente a nivel bajo. El cambio de tensión en V_O da lugar a que V_I baje hasta $V_I = V_{TH} - (V_H - V_L)$, que es una tensión inferior a V_L . A partir de este momento el condensador comienza de nuevo a cargarse repitiendo el ciclo.

El hecho de que la tensión en la entrada pueda superar las tensiones de alimentación podría hacer que entrasen en conducción los diodos de protección antiestática de las entradas CMOS y que circulase una corriente bastante grande hacia la entrada. La resistencia R_1 limita dicha corriente a valores lo suficientemente pequeños como para que no suponga un riesgo para el inversor y para no alterar los ciclos de carga y descarga del condensador de forma apreciable.

En los inversores CMOS típicos solemos tener:

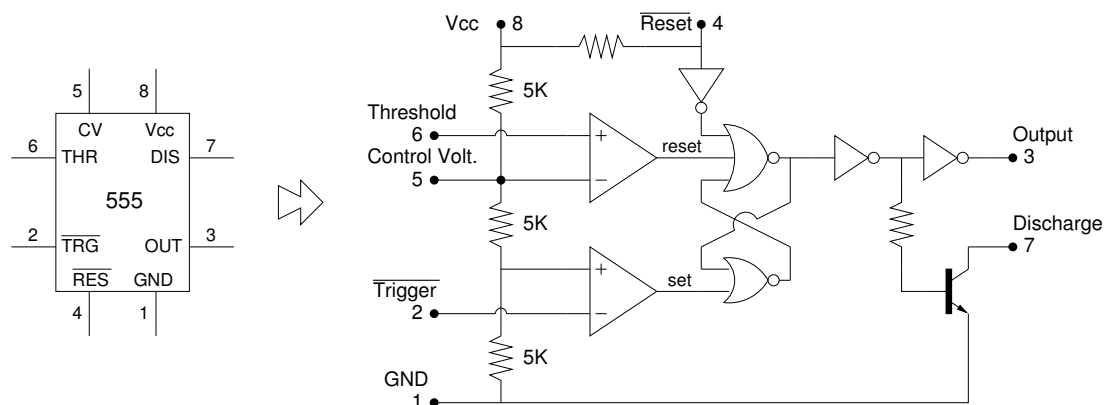
$$V_H = V_{CC} \quad V_L = 0 \quad V_{TH} \approx \frac{1}{2}V_{CC}$$

Con estos datos es fácil obtener $T_H = T_L = RC \ln(3)$, con lo que el periodo de la oscilación es:

$$T = 2,2 RC$$

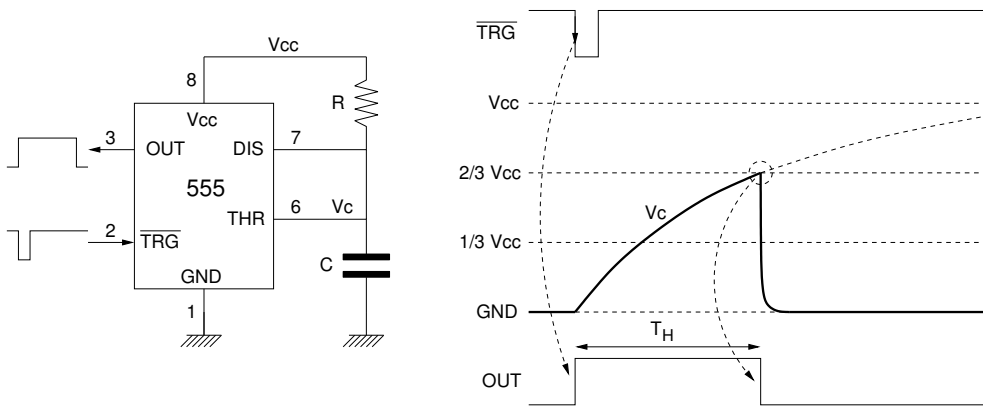
4.1.1. El temporizador NE555

El circuito integrado NE555 fue diseñado por Hans Camenzind para la empresa Signetics como un temporizador de precisión de propósito general en 1968. Hoy, 40 años después, este integrado sigue siendo fabricado por numerosas empresas tanto en su versión bipolar (xx555) como CMOS (xx7555). A pesar que este integrado entró en producción como una iniciativa particular de su diseñador y sin un análisis de mercado previo el 555 ha resultado ser el circuito integrado más vendido de todos los tiempos. En la siguiente figura se muestra su diagrama de bloques.



El 555 es un circuito integrado de 8 pines que incorpora dos comparadores, un divisor de tensión resistivo para generar las tensiones de referencia de dichos comparadores, un biestable con una entrada de reset adicional y dos salidas, una de ellas de tipo de colector abierto capaz de absorber hasta 15mA. En muchas aplicaciones los pines de *Reset* (pin 4) y *Control Voltage* (pin 5) se dejan sin conectar. En estos casos la entrada de reset queda inactiva gracias a un pull-up interno y las tensiones de comparación serían de $\frac{2}{3}V_{CC}$ y $\frac{1}{3}V_{CC}$.

El temporizador 555 puede funcionar básicamente de dos modos distintos: como temporizador monoestable o como oscilador astable. En la configuración de monoestable el circuito genera un pulso en la salida tras ser disparado a través de la entrada \overline{TRG} (pin 2). La duración de dicho pulso es proporcional a la constante de tiempo RC.



En la figura vemos el esquema del monoestable. La salida puede permanecer indefinidamente en nivel bajo y el condensador descargado (estado estable). Cuando disparamos el monoestable, haciendo que por unos instantes la tensión en la entrada \overline{TRG} sea inferior a $\frac{1}{3} V_{CC}$, la salida pasa a nivel alto y el transistor del pin 7 (*Discharge*) pasa a corte. En este estado el condensador comienza a cargarse a través de la resistencia. Cuando la tensión del condensador llega a $\frac{2}{3} V_{CC}$ se hace un reset del biestable interno del 555. La salida pasa a nivel bajo y el transistor del pin 7 descarga rápidamente el condensador. El circuito vuelve a su estado estable y queda listo para volver a ser disparado.

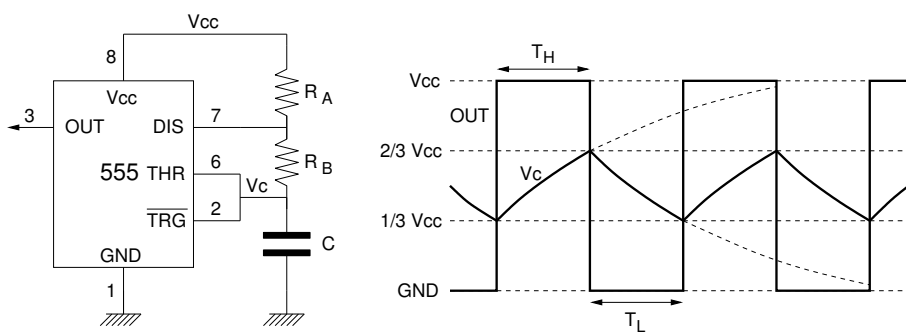
La duración del pulso de salida del monoestable puede calcularse considerando que al final de dicho pulso la tensión en el condensador es justamente $\frac{2}{3} V_{CC}$:

$$v_C(t) = V_{\infty} + (V_0 - V_{\infty}) \exp\left(\frac{-t}{RC}\right) \quad \begin{cases} V_0 = 0 \\ V_{\infty} = V_{CC} \end{cases}$$

$$\frac{2}{3} V_{CC} = V_{CC} - V_{CC} \exp\left(\frac{-T_H}{RC}\right)$$

$$T_H = RC \ln(3) \approx RC$$

En el modo de funcionamiento astable los pines 2 (\overline{TRG}) y 6 (THR) están unidos juntos, de modo que cuando la tensión en el condensador baja se hace un 'set' del biestable y cuando sube se hace un 'reset'. Por lo tanto ninguno de los dos estados posibles de la salida es estable ya que conmutará al estado contrario al cabo de un cierto tiempo.



Durante la fase de carga el transistor del pin 7 está en corte y el condensador se carga a través de R_A y R_B en serie. Tenemos:

$$v_C(t) = V_{\infty} + (V_0 - V_{\infty}) \exp\left(\frac{-t}{(R_A + R_B)C}\right) \quad \begin{cases} V_0 = \frac{1}{3} V_{CC} \\ V_{\infty} = V_{CC} \end{cases}$$

$$\frac{2}{3} V_{CC} = V_{CC} + \left(\frac{1}{3} V_{CC} - V_{CC}\right) \exp\left(\frac{-T_H}{(R_A + R_B)C}\right)$$

$$T_H = (R_A + R_B)C \ln(2)$$

Durante la fase de descarga el transistor del pin 7 se satura con lo que dicho pin queda conectado a tierra (la tensión de saturación del transistor se puede despreciar). El condensador se descarga por lo tanto sólo a través de R_B :

$$v_C(t) = V_\infty + (V_0 - V_\infty) \exp\left(\frac{-t}{R_B C}\right) \quad \begin{cases} V_0 = \frac{2}{3} V_{CC} \\ V_\infty = 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{3} V_{CC} = \frac{2}{3} V_{CC} \exp\left(\frac{-T_L}{R_B C}\right)$$

$$T_L = R_B C \ln(2)$$

El periodo de la oscilación es: $T = T_H + T_L = (R_A + 2R_B)C \ln(2)$
y la frecuencia se puede poner como:

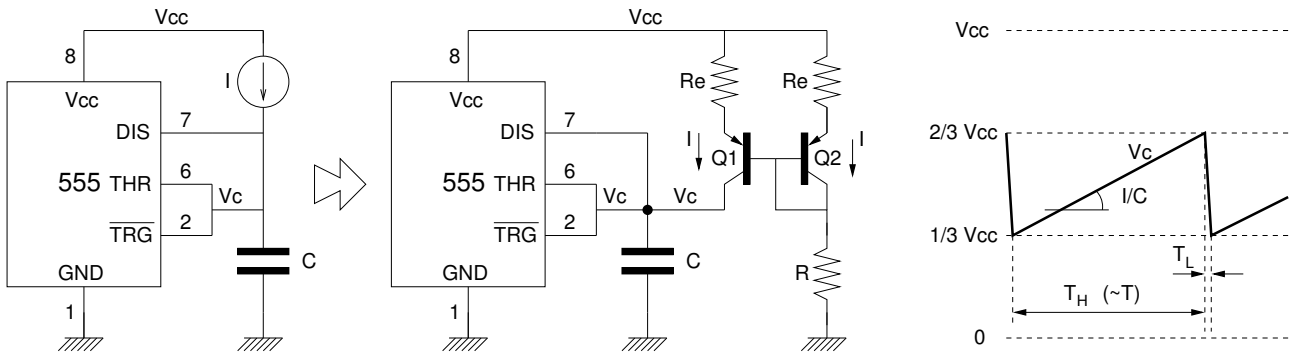
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1,44}{(R_A + 2R_B)C}$$

La onda obtenida no es cuadrada. Su duty-cycle es:

$$D = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{R_A + R_B}{R_A + 2R_B} = \frac{1 + R_A/R_B}{2 + R_A/R_B}$$

El duty-cycle es siempre mayor que 1/2, pero se aproxima a este valor si la resistencia R_A es mucho menor que R_B ($D = 52,4\%$ si $R_A = R_B/10$).

El circuito integrado 555 se puede emplear como bloque funcional en el diseño de otros tipos de osciladores. A título de ejemplo se muestra el circuito de la siguiente figura que es un generador de onda de diente de sierra:



El funcionamiento del oscilador es como sigue: cuando la salida está en alto el pin *Discharge* está en alta impedancia. El condensador se carga con una corriente constante proporcionada por la fuente de corriente lo que da lugar a una rampa de tensión entre sus terminales. Cuando la tensión alcanza el límite superior ($2/3 V_{CC}$) la salida pasa a nivel bajo y el transistor del pin *Discharge* entra en conducción. Este transistor es capaz de absorber una corriente mucho mayor que la que proporciona la fuente y hace que el condensador se descargue en un tiempo muy corto. De este modo se obtiene una onda con rampas de subida lentas y de bajada rápidas, que habitualmente se denomina onda de “diente de sierra”. El periodo de la onda casi coincide con el tiempo de subida, T_H , dada la gran asimetría del diente de sierra. Este tiempo es:

$$T \approx T_H = \frac{\Delta V}{\frac{dV}{dt}} = \frac{1/3 V_{CC}}{I/C} = \frac{V_{CC} C}{3I}$$

En el circuito de la figura la fuente de corriente se ha implementado mediante un espejo de corriente con degeneración en los emisores. Las resistencias R_E son necesarias para evitar que los mismatches de los transistores discretos afecten

mucho a la corriente de salida del espejo. Además estas resistencias aumentan la impedancia de salida de la fuente. Sin embargo, hay que evitar los valores grandes de R_E pues darían lugar a una caída de tensión grande y el transistor Q1 podría pasar a saturación (La tensión de colector sube hasta $2/3 V_{CC}$). La corriente de la fuente es:

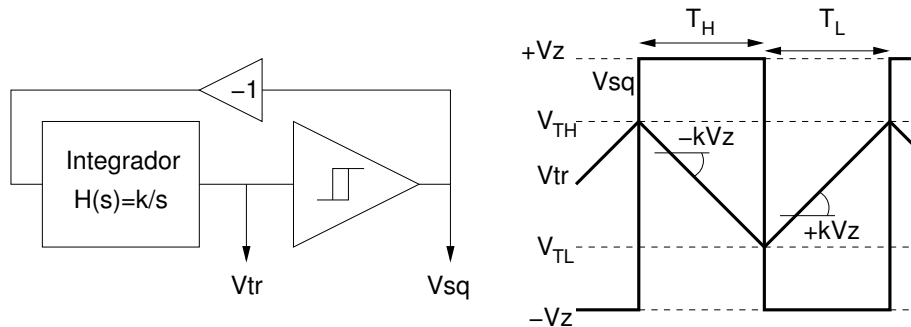
$$I = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R + R_E}$$

Si despreciamos V_{BE} ($V_{CC} \gg 0,7V$) y sustituimos el valor de la corriente en la ecuación anterior obtenemos:

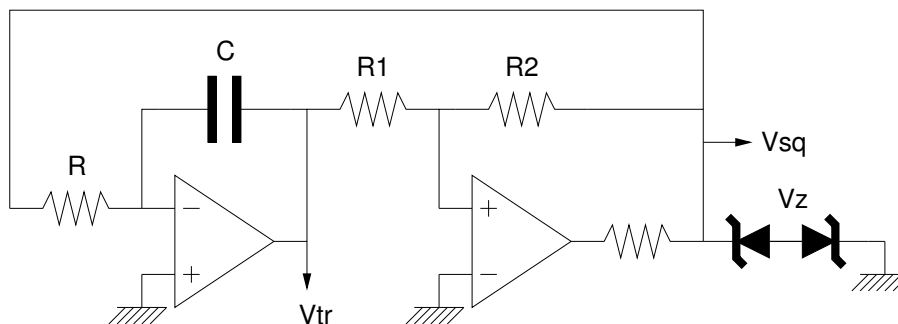
$$T \approx \frac{1}{3}(R + R_E)C$$

4.1.2. Generadores de onda triángular y generadores de funciones

La forma de onda triángular puede generarse mediante un oscilador con el diagrama de bloques de la figura:



El circuito consta de un lazo que incluye un integrador y un comparador con histéresis. En el lazo debe haber un número impar de inversiones de modo que si el integrador es inversor el comparador no debería serlo para evitar tener que incluir un inversor de forma explícita. En la siguiente figura se muestra una implementación práctica de dicho circuito:



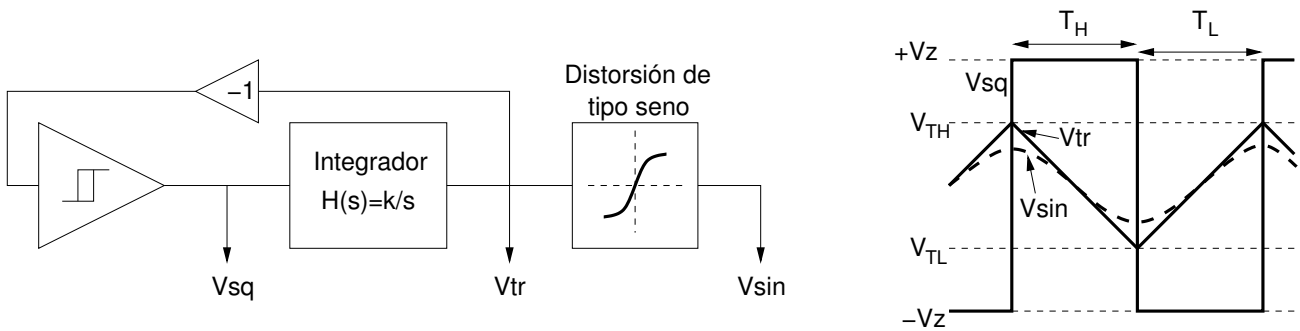
El circuito consta de un integrador inversor y de un comparador con histéresis no inversor. La tensión de salida del comparador está limitada a $\pm V_Z$, y las tensiones umbrales de su ciclo de histéresis son: $V_{TH} = +V_Z \frac{R_1}{R_2}$ y $V_{TL} = -V_Z \frac{R_1}{R_2}$. La ganancia del integrador es $k = \frac{-1}{RC}$, lo que da lugar a rampas en su salida de pendiente $\frac{dV_{TR}}{dt} = \mp \frac{V_Z}{RC}$. La duración de cada rampa es:

$$T_H = T_L = \frac{\Delta V}{\frac{dV_{TR}}{dt}} = \frac{2V_Z \frac{R_1}{R_2}}{\frac{V_Z}{RC}} = 2 \frac{R_1}{R_2} RC$$

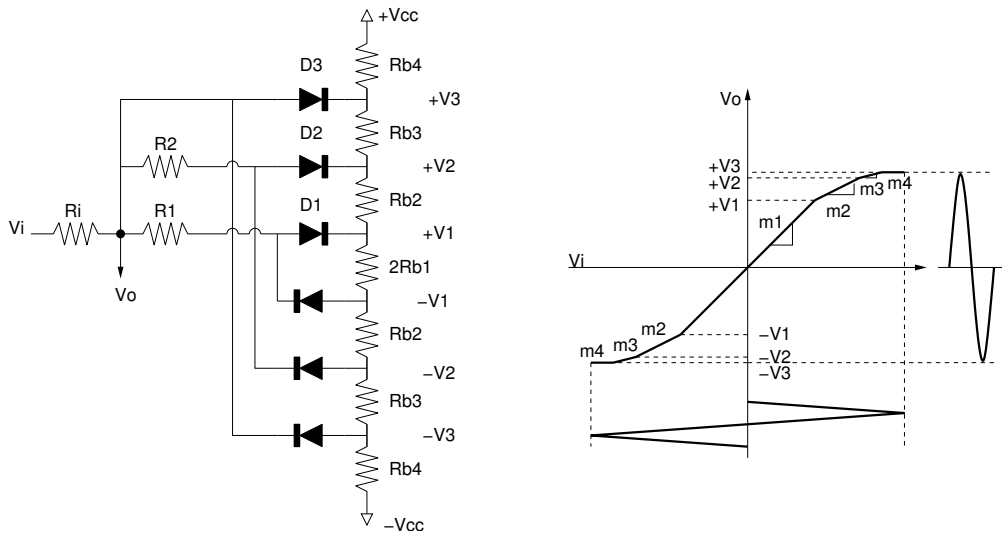
y el periodo de la onda es:

$$T = T_H + T_L = 4 \frac{R_1}{R_2} RC$$

La forma de onda triángular se puede usar para obtener a partir de ella una señal sinusoidal por medio de un circuito no lineal con una característica de transferencia de tipo seno. Añadiendo éste último bloque al diagrama del generador de onda triángular obtenemos un generador de funciones capaz de producir tanto ondas cuadradas como triángulares como sinusoidales:



La calidad de la señal sinusoidal depende en gran medida del circuito de distorsión. Lo habitual es aproximar la función de transferencia de tipo seno por otra de tipo lineal a tramos e implementar el circuito de distorsión como una red de resistencias y diodos (o transistores), tal y como se hace en el generador de funciones ICL8038. En la siguiente figura se muestra un ejemplo simplificado de uno de estos circuitos:



Suponiendo que los diodos son ideales, y que las resistencias R_{Bx} son mucho menores que R_I , R_1 y R_2 , podemos obtener las tensiones en cada nodo de la cadena de resistencias R_{Bx} :

$$V_1 = V_{CC} \frac{R_{B1}}{R_{B1} + R_{B2} + R_{B3} + R_{B4}} \quad ; \quad V_2 = V_{CC} \frac{R_{B1} + R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2} + R_{B3} + R_{B4}} \quad \dots$$

Para valores de V_I positivos e inferiores a V_1 , todos los diodos están en corte, no circula corriente por R_I y tenemos $V_O = V_I$, es decir $m_1 = 1$.

Para tensiones de salida comprendidas entre V_1 y V_2 el diodo D_1 está en conducción. La pendiente de la característica de transferencia será:

$$m_2 = \frac{R_1}{R_I + R_1}$$

Asimismo, las pendientes en los siguiente tramos serán:

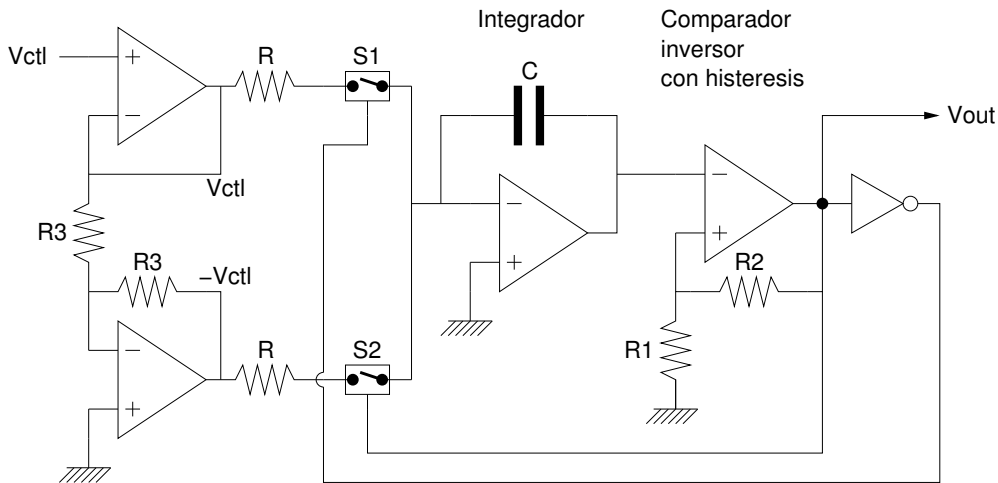
$$m_3 = \frac{(R_1 || R_2)}{R_I + (R_1 || R_2)} \quad ; \quad m_4 = 0$$

Eligiendo adecuadamente los voltajes V_x y las pendientes m_x se puede minimizar el contenido armónico en la salida para un número de tramos dado.

4.1.3. Osciladores controlados por voltaje (VCO)

En muchas ocasiones se necesita un oscilador cuya frecuencia (o periodo) se pueda variar de acuerdo con una tensión de control (oscilador VCO). Un oscilador de estas características puede obtenerse a partir de un oscilador de onda trián-

gular en el que hacemos la pendiente de las rampas de integración proporcional a la tensión de control, tal y como se ha hecho en el VCO de la siguiente figura:



Considerando que V_{CTL} sólo debería tener valores positivos pasemos a analizar el comportamiento del circuito. Suponiendo que partimos de un estado con el interruptor S1 cerrado el integrador dará una rampa decreciente en la salida de pendiente $-V_{CTL}/RC$. Llegará un momento en el que el comparador conmutará su salida a nivel alto (el comparador es inversor), con lo que se cerrará el interruptor S2 en lugar del S1 y en el integrador comenzará una rampa de subida hasta que conmute de nuevo el comparador y se repita el ciclo. El ancho del ciclo de histéresis del comparador es:

$$\Delta V = 2V_{CC} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

La duración de un semiperiodo es por lo tanto:

$$\frac{T}{2} = \frac{\Delta V}{\frac{dV}{dt}} = \frac{2V_{CC} \frac{R_1}{R_1 + R_2}}{\frac{V_{CTL}}{RC}} = \frac{2V_{CC}}{V_{CTL}} RC \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

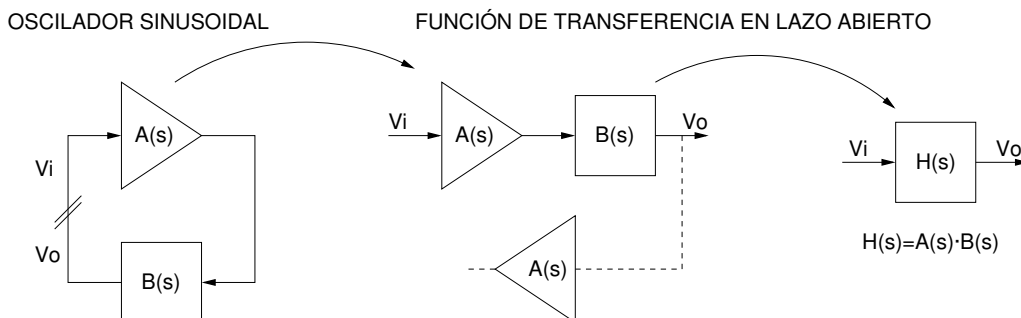
La frecuencia de la oscilación es:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{V_{CTL}(1 + R_2/R_1)}{4V_{CC}RC}$$

Donde podemos observar que la frecuencia de oscilación es proporcional a la tensión de control V_{CTL} . Este es un tipo de dependencia muy deseable en cualquier VCO, especialmente si va a utilizarse dentro de un lazo de enganche de fase (PLL).

4.2. Osciladores sinusoidales

Los osciladores sinusoidales están basados en amplificadores realimentados. El análisis de estos circuitos pasa en primer lugar por la obtención de la función de transferencia en lazo abierto del oscilador sobre la que posteriormente se aplicará el criterio de oscilación de Barkhausen para ver si el circuito puede oscilar o no.



En la figura de la izquierda se muestra un diagrama muy general de un oscilador que incluye un amplificador, $A(s)$, y una red de realimentación, $B(s)$. Para la obtención de la función de transferencia en lazo abierto hay que romper la realimentación por alguna parte del lazo del oscilador. El nodo que se abre puede ser a priori cualquiera, pero no hemos de olvidar el efecto que la impedancia del nodo que consideramos como entrada tendría en la función de transferencia en la salida. Por ello en la figura del centro se incluye un segundo amplificador cuya impedancia de entrada actúa como carga en la salida de $B(s)$. Tras el análisis del oscilador en lazo abierto obtenemos la función de transferencia $H(s)$.

Criterio de Barkhausen

El criterio de Barkhausen nos dice que un sistema es capaz de mantener una oscilación si existe una frecuencia no nula, ω_0 , para la cual la función de transferencia en lazo abierto es la unidad:

$$H(j\omega_0) = 1$$

Dado que las funciones de transferencia son complejas este criterio se puede dividir en dos partes:

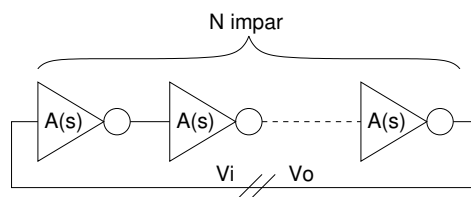
1. La fase de la función de transferencia en lazo abierto a la frecuencia de oscilación ha de ser de 0° : $\varphi(H(j\omega_0)) = 0$
2. La ganancia de la función de transferencia en lazo abierto a la frecuencia de oscilación ha de ser la unidad: $|H(j\omega_0)| = 1$

La validez de este criterio se puede verificar considerando que cuando se cumple tenemos en la salida una onda sinusoidal que tiene la misma amplitud y fase que la que se aplica en la entrada del oscilador en lazo abierto. Si ahora cerramos la realimentación sustituyendo el generador de señal de la entrada por la propia salida, la oscilación se mantendrá de forma indefinida.

En la práctica es imposible asegurar que la ganancia en lazo abierto sea exactamente la unidad. Si la ganancia es inferior a la unidad las oscilaciones decrecen de amplitud de forma exponencial hasta atenuarse completamente. Por el contrario, si la ganancia es mayor que la unidad la amplitud de las oscilaciones crece de forma exponencial hasta que se limita debido a las no linealidades de los circuitos (el amplificador se satura). Todos los osciladores prácticos tienen una ganancia en lazo abierto mayor que la unidad para garantizar el arranque de la oscilación.

A continuación analizaremos algunos ejemplos de circuitos osciladores y veremos que condiciones han de cumplir para que oscilen basándonos en el criterio de Barkhausen.

4.2.1. Oscilador de anillo



El oscilador de anillo está formado por un número impar de amplificadores inversores conectados formando un anillo. El número mínimo de inversores en el anillo es 3. Los inversores pueden ser de todo tipo, incluyendo desde las puertas lógicas (este tipo de oscilador se suele emplear como estructura de test para medir los retardos de propagación de las puertas lógicas) a los amplificadores diferenciales (en este caso N podría ser también par). Consideremos que tenemos sólo tres inversores en el anillo, cada uno de ellos con una función de transferencia del tipo:

$$A(s) = \frac{-A_0}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$$

Donde A_0 será la ganancia en DC del inversor y ω_p la frecuencia del polo dominante de su respuesta en frecuencia. La función de transferencia en lazo abierto del oscilador será:

$$H(s) = A^3(s) = \frac{-A_0^3}{\left(1 + \frac{s}{\omega_p}\right)^3} = \frac{-A_0^3}{\frac{s^3}{\omega_p^3} + 3\frac{s^2}{\omega_p^2} + 3\frac{s}{\omega_p} + 1}$$

$$H(j\omega) = \frac{-A_0^3}{-j\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^3 - 3\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2 + 3j\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right) + 1}$$

Para que se cumpla el primer punto del criterio de Barkhausen (fase = 0°), debe existir una frecuencia, ω_0 , para la que el denominador de $H(j\omega_0)$ no tiene parte imaginaria. Esto se cumple si:

$$-j\left(\frac{\omega_0}{\omega_p}\right)^3 + 3j\left(\frac{\omega_0}{\omega_p}\right) = 0 \quad \rightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{3}\omega_p$$

La segunda parte del criterio de Barkhausen nos exige que la ganancia del lazo a la frecuencia de la oscilación sea la unidad. Esta ganancia es:

$$H(j\omega_0) = \frac{-A_0^3}{-3\left(\frac{\omega_0}{\omega_p}\right)^2 + 1} = \frac{A_0^3}{8} = 1 \quad \rightarrow \quad A_0 = 2$$

En resumen, para que el oscilador de anillo de 3 inversores oscile la ganancia de cada inversor ha de ser de al menos 2.

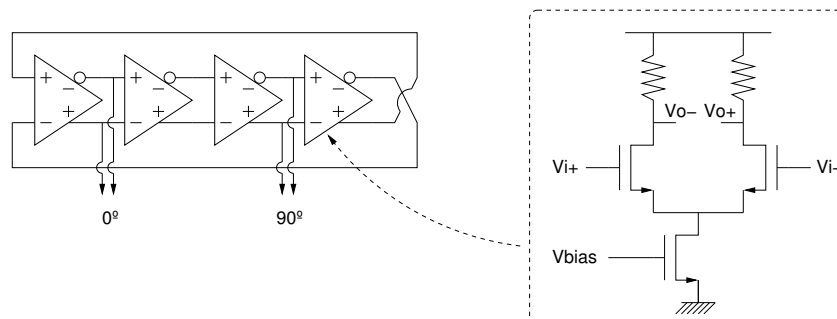
Trataremos ahora de extender este análisis desde un punto de vista diferente al caso general del anillo de N inversores. Para frecuencias bajas el desfase del anillo es de 180° ya que tenemos un número impar de inversiones. Los 180° de desfase adicional que faltan para que al final del anillo la señal salga en fase con la entrada se repartirán de manera equitativa entre los inversores, por lo que cada inversor deberá aportar un desfase adicional de $\Delta\phi = \pi/N$. Como suponemos que el inversor tiene un único polo este desfase se tiene para la frecuencia:

$$\arctan\left(\frac{\omega_0}{\omega_p}\right) = \frac{\pi}{N} \quad \rightarrow \quad \omega_0 = \omega_p \tan\left(\frac{\pi}{N}\right)$$

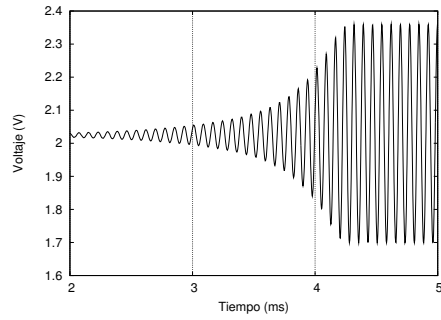
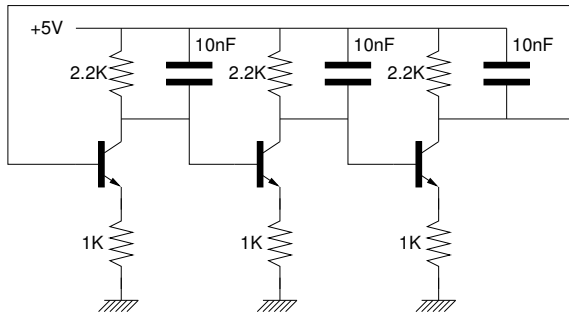
Para esta frecuencia la ganancia de cada inversor debe ser la unidad para así tener una ganancia total unidad:

$$|A(j\omega_0)| = \frac{A_0}{\sqrt{1 + \frac{\omega_0^2}{\omega_p^2}}} = \frac{A_0}{\sqrt{1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{N}\right)}} = 1 \quad \rightarrow \quad A_0 = \sqrt{1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{N}\right)}$$

En la siguiente figura se muestra un oscilador de anillo con un número par (4) de inversores diferenciales. Hay que tener en cuenta que en este circuito en realidad hay 5 inversiones ya que el hecho de intercambiar las señales positivas y negativas en un circuito diferencial equivale a un cambio de signo. Cada inversor aporta 45° de desfase por lo que podemos obtener salidas en cuadratura (desfase de 90°). Este es un tipo de oscilador bastante común en los circuitos integrados digitales, donde se usa como generador de reloj en circuitos PLL.



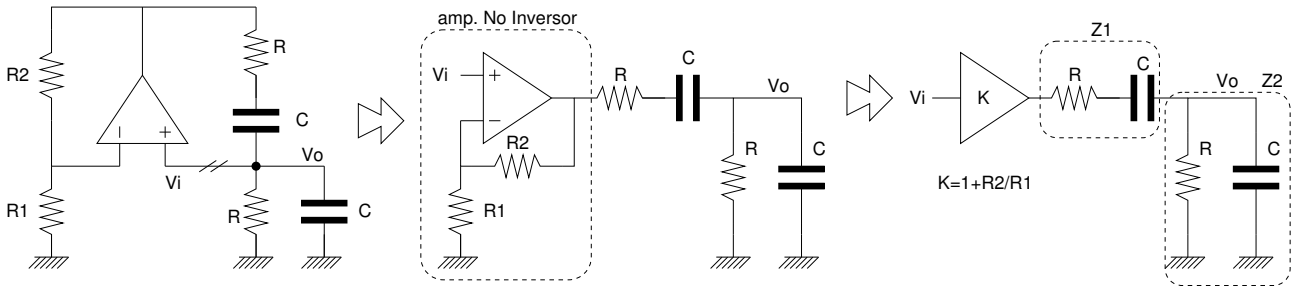
A título de ejemplo se ha simulado el oscilador de anillo de 3 inversores de la siguiente figura. Cada inversor tiene una ganancia, $A_0 = 2,16$, ligeramente mayor que la necesaria para la oscilación ($A_0 = 2$), y un polo a una frecuencia $\omega_p = 2\pi \cdot 7234 \text{ rad/s}$. La frecuencia de oscilación será por lo tanto $\omega_0 = \sqrt{3}\omega_p = 2\pi \cdot 12530 \text{ rad/s}$.



En la figura se muestra el arranque de la oscilación. Como podemos ver la amplitud crece de forma exponencial hasta que pasados unos 4,2 ms la distorsión de los inversores limita la ganancia y la amplitud deja de aumentar. Una vez que la amplitud es constante se obtiene una onda sinusoidal con algo de distorsión y una frecuencia ligeramente distinta de la que se tenía durante el arranque. Gracias a que la ganancia de los inversores es sólo un poco mayor que la mínima necesaria para la oscilación se puede obtener una onda con poca distorsión. Si la ganancia fuese mucho mayor que 2 la onda en el estado estacionario sería prácticamente cuadrada, de mayor amplitud, y de una frecuencia bastante distinta de la inicial.

4.2.2. Oscilador de puente de Wien

El oscilador de puente de Wien es un ejemplo típico de oscilador sinusoidal de baja frecuencia. Se basa en un amplificador operacional y en un puente de resistencias y condensadores como el que se muestra en la figura:



En la figura también se muestra el lazo del oscilador abierto donde podemos identificar un amplificador no inversor. En la figura de la derecha finalmente tenemos el circuito equivalente en lazo abierto que utilizaremos para obtener la función de transferencia, $H(s) = v_O/v_I$, y luego comprobaremos que se cumpla el criterio de Barkhausen. Comenzamos obteniendo las impedancias que se muestran en la figura:

$$Z_1 = R + \frac{1}{Cs} = \frac{1 + RCs}{Cs} \quad ; \quad Z_2 = \frac{1}{1/R + Cs} = \frac{R}{1 + RCs}$$

La función de transferencia en lazo abierto será:

$$H(s) = \frac{v_O}{v_I} = K \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = K \frac{\frac{R}{1 + RCs}}{\frac{1 + RCs}{Cs} + \frac{R}{1 + RCs}} = K \frac{RCs}{RCs + (1 + RCs)^2}$$

$$H(s) = K \frac{RCs}{R^2C^2s^2 + 3RCs + 1}$$

$$H(j\omega) = K \frac{jRC\omega}{-R^2C^2\omega^2 + j3RC\omega + 1}$$

Según el criterio de Barkhausen debe existir una frecuencia, ω_0 , a la que la fase de $H(j\omega_0)$ sea 0. Dado que el numerador de $H(j\omega)$ es imaginario el denominador también debería serlo para que $H(j\omega_0)$ sea real, o lo que es lo mismo:

$$-R^2C^2\omega_0^2 + 1 = 0 \quad \rightarrow \quad \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

A esta frecuencia la ganancia de $H(j\omega)$ debe ser la unidad:

$$H(j\omega_0) = \frac{K}{3} = 1 \quad \rightarrow \quad K = 3 \quad \rightarrow \quad R_2 = 2R_1$$

La ganancia del amplificador no inversor ha de ser 3 para mantener la amplitud de las oscilaciones. Si esta ganancia es sustancialmente mayor se obtiene una onda con mucha distorsión pues la amplitud crece hasta que el A. O. se satura. Por el contrario, si la ganancia no llega a 3 el circuito no oscila, así que el valor R_2/R_1 es bastante crítico.

Una solución ingeniosa fue propuesta por Bill Hewlett y Dave Packard (fundadores de HP) en su oscilador de audio HP-200: La resistencia R_1 fue sustituida por una bombilla. La resistencia del filamento de la bombilla aumenta mucho con su temperatura y esta dependencia ayuda a limitar la amplitud de las oscilaciones sin generar distorsión. El principio del funcionamiento es como sigue:

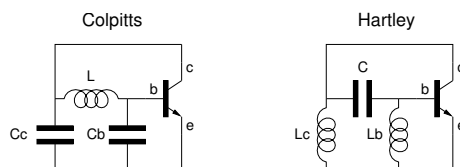
- Al encender el oscilador el filamento está frío y su resistencia es baja. Esto da una ganancia alta para el amplificador que garantiza el arranque de las oscilaciones.
- Cuando la amplitud de las oscilaciones crece aparece una tensión de alterna entre los terminales de la bombilla. El filamento se calienta por efecto Joule.
- Al calentarse el filamento aumenta la resistencia de la bombilla y se reduce la ganancia del amplificador. Las oscilaciones dejan de crecer de amplitud.
- Se alcanza una situación estable en la que el valor de la resistencia de la bombilla es el justo para que la ganancia del lazo del oscilador sea exactamente la unidad. La forma de onda en la salida es una senoide pura, prácticamente libre de armónicos, de una amplitud que cabe dentro del rango de salida del amplificador.

Normalmente la tensión de alterna en la bombilla no es suficiente como para que su filamento llegue a ponerse incandescente, con lo que ésta no suele fundirse nunca. En la foto se muestra un oscilador HP-200, que fue el primer producto de la firma HP y que fue utilizado por Walt Disney durante el rodaje de la película “Fantasía”, en particular, para la certificación de los equipos de audio de las salas en las que se iba a proyectar dicha película.



4.2.3. Osciladores LC. Oscilador de Colpitts

Para generar señales sinusoidales de alta frecuencia se suelen emplear osciladores basados en circuitos resonantes LC, entre los que destacan los osciladores de Colpitts y de Hartley:



Los esquemas de la figura serían circuitos equivalentes de AC muy simplificados. El oscilador de Colpitts emplea dos condensadores y una autoinducción y su frecuencia de oscilación está próxima a la frecuencia de resonancia de L en paralelo con el equivalente en serie de C_C y C_B :

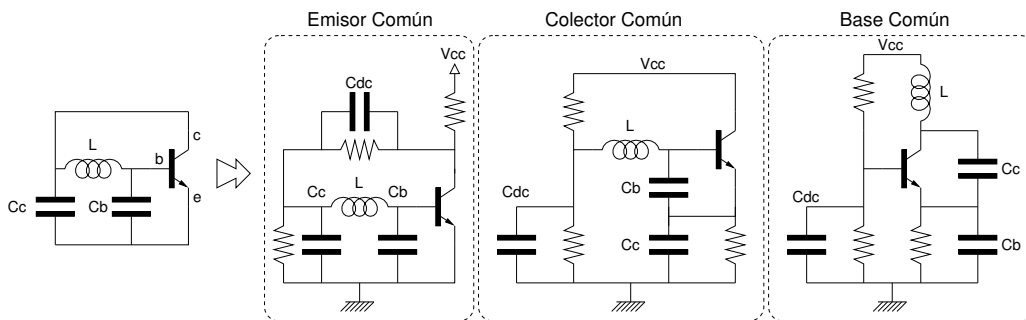
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \frac{C_C C_B}{C_C + C_B}}}$$

Por el contrario, el oscilador de Hartley emplea dos autoinducciones y un sólo condensador. Se puede considerar como el circuito complementario del oscilador de Colpitts. Su frecuencia de oscilación será aproximadamente:

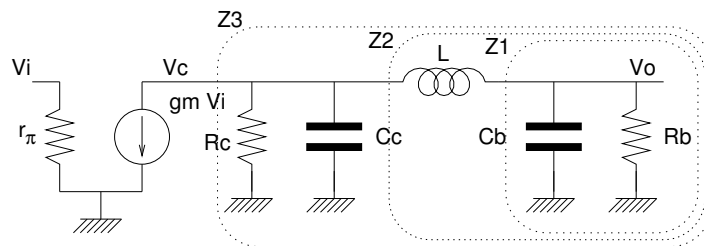
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{(L_C + L_B)C}}$$

En la práctica los osciladores de Hartley se suelen construir usando una única autoinducción con una toma intermedia, de modo que habría que considerar la inductancia mutua entre L_C y L_B que nos dará una autoinducción equivalente en serie mayor que $(L_B + L_C)$

Analizaremos a continuación sólo el oscilador de Colpitts, ya que para el caso del oscilador de Hartley el análisis va a ser similar.



En la figura se muestran tres posibles implementaciones del oscilador de Colpitts, cada una de ellas con una configuración distinta del transistor e incluyendo los elementos de polarización necesarios. Todos estos circuitos son equivalentes ya que sólo se diferencian en qué terminal del transistor se ha elegido como tierra (sin considerar de momento los circuitos de polarización), y la elección de un origen de potencial (tierra) es siempre arbitraria. La configuración de base común es una de las más habituales. Aunque nosotros vamos a analizar un oscilador con el transistor en emisor común los resultados serán aplicables para los tres casos.



En la figura anterior se muestra el circuito equivalente de pequeña señal de oscilador de colpitts de emisor común en lazo abierto (abierto en el terminal de base del transistor). Las resistencias R_C y R_B representan las cargas resistivas presentes en los terminales de colector y de base respectivamente. R_C incluiría el equivalente en paralelo de la resistencia de salida del transistor, r_O , resistencias de carga en la salida, resistencias de polarización (depende del circuito) y parte de la resistencia paralelo interna de la autoinducción. Por su parte R_B incluiría la resistencia de base del transistor, r_π , posibles resistencias de polarización y el resto de la resistencia paralelo de la autoinducción. Hemos considerado usar un modelo de transconductancia para el transistor BJT con la intención de extender este análisis también a osciladores basados en FETs. Para obtener la función de transferencia en lazo abierto partimos de la tensión en el colector, v_C :

$$v_C = -g_m v_I Z_3 \quad \rightarrow \quad v_O = v_C \frac{Z_1}{Z_1 + Ls} \quad \rightarrow \quad H(s) = \frac{v_O}{v_I} = -g_m Z_3 \frac{Z_1}{Z_1 + Ls}$$

Donde las impedancias son:

$$Z_1 = \frac{1}{C_B s + 1/R_B} = \frac{R_B}{1 + R_B C_B s}$$

$$Z_2 = Z_1 + Ls = \frac{R_B + Ls + R_B C_B L s^2}{1 + R_B C_B s}$$

$$Z_3 = \frac{1}{\frac{1}{R_C} + C_C s + \frac{1}{Z_2}}$$

Obtenemos, por lo tanto:

$$H(s) = \frac{-g_m}{\frac{1}{R_C} + C_C s + \frac{1}{Z_1 + Ls}} \cdot \frac{Z_1}{Z_1 + Ls} = \frac{-g_m \frac{R_B}{1 + R_B C_B s}}{\left(\frac{1}{R_C} + C_C s\right) \frac{R_B + Ls + R_B C_B L s^2}{1 + R_B C_B s} + 1} = \frac{-g_m R_B}{\left(\frac{1}{R_C} + C_C s\right) (R_B + Ls + R_B C_B L s^2) + (1 + R_B C_B s)}$$

$$H(s) = \frac{-g_m R_B}{R_B C_B C_C L s^3 + \left(\frac{R_B}{R_C} C_B L + C_C L\right) s^2 + \left(\frac{L}{R_C} + R_B (C_B + C_C)\right) s + \left(1 + \frac{R_B}{R_C}\right)}$$

$$H(j\omega) = \frac{-g_m R_B}{-j R_B C_B C_C L \omega^3 - \left(\frac{R_B}{R_C} C_B L + C_C L\right) \omega^2 + j \left(\frac{L}{R_C} + R_B (C_B + C_C)\right) \omega + \left(1 + \frac{R_B}{R_C}\right)}$$

Aplicando el criterio de Barkhausen, $H(j\omega_0)$ ha de ser real para tener un desfase nulo a la frecuencia de oscilación, ω_0 . Por lo tanto, la parte imaginaria del denominador habrá de ser cero:

$$-j R_B C_B C_C L \omega_0^3 + j \left(\frac{L}{R_C} + R_B (C_B + C_C)\right) \omega_0 = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{L}{R_C} + R_B (C_B + C_C) = R_B C_B C_C L \omega_0^2$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{R_B R_C C_B C_C} + \frac{C_B + C_C}{C_B C_C L} = \frac{1}{R_B R_C C_B C_C} + \frac{1}{C_{eq} L}$$

Donde $C_{eq} = \frac{C_B C_C}{C_B + C_C}$ es la capacidad equivalente de C_B y C_C en serie. La frecuencia de oscilación es por lo tanto:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{R_B R_C C_B C_C} + \frac{1}{C_{eq} L}} \approx \frac{1}{\sqrt{C_{eq} L}}$$

La frecuencia de oscilación ha de ser próxima a la frecuencia de resonancia LC, así que el primer sumando de la raíz se puede despreciar. Ahora, siguiendo con el criterio de Barkhausen, la ganancia ha de ser la unidad a la frecuencia de oscilación para que se puedan mantener las oscilaciones:

$$H(j\omega_0) = \frac{-g_m R_B}{-\left(\frac{R_B}{R_C} C_B L + C_C L\right) \omega_0^2 + \left(1 + \frac{R_B}{R_C}\right)} = 1$$

$$g_m = \frac{C_B L}{R_C} \omega_0^2 + \frac{C_C L}{R_B} \omega_0^2 - \frac{1}{R_B} - \frac{1}{R_C}$$

Obtenemos por lo tanto el valor mínimo de la transconductancia del transistor para mantener la oscilación. Sin embargo esta expresión no resulta fácil de interpretar. Para intentar simplificarla consideremos que a la frecuencia de resonancia (que es próxima a la de oscilación) las reactancias de L , y de C_B y C_C en serie han de ser iguales:

$$L\omega_0 = X_L = X_C = \frac{1}{C_{eq}\omega_0} = \frac{C_B + C_C}{C_B C_C \omega_0}$$

Podemos poner g_m como:

$$g_m = X_L \left(\frac{C_B}{R_C} \omega_0 + \frac{C_C}{R_B} \omega_0 \right) - \frac{1}{R_B} - \frac{1}{R_C} = \frac{C_B + C_C}{C_B C_C \omega_0} \left(\frac{C_B}{R_C} \omega_0 + \frac{C_C}{R_B} \omega_0 \right) - \frac{1}{R_B} - \frac{1}{R_C}$$

$$g_m = \frac{C_B + C_C}{C_C} \cdot \frac{1}{R_C} + \frac{C_B + C_C}{C_B} \cdot \frac{1}{R_B} - \frac{1}{R_B} - \frac{1}{R_C}$$

$$g_m = \frac{C_B}{C_C} \cdot \frac{1}{R_C} + \frac{C_C}{C_B} \cdot \frac{1}{R_B}$$

Obtenemos finalmente una expresión para la transconductancia mínima que depende sólo de las resistencias y capacidades del circuito.

A título de ejemplo resumimos los datos de un posible oscilador de Colpitts:

C_B	50 pF	$\omega_0 = 1/\sqrt{LC_{eq}}$ (aprox.)	$2\pi \cdot 10,06 \text{ Mrad/s}$
C_C	50 pF	$\omega_0 = \sqrt{1/R_B R_C C_B C_C + 1/LC_{eq}}$ (exacta)	$2\pi \cdot 10,26 \text{ Mrad/s}$
C_{eq}	25 pF	$X_L = L\omega_0$	645 Ω
L	10 μH	$g_m = \frac{C_B}{C_C} \cdot \frac{1}{R_C} + \frac{C_C}{C_B} \cdot \frac{1}{R_B}$ (mínima)	1,4 mA/V
R_B	2500 Ω	(BJT) $I_C = g_m V_T$ (mínima)	35 μA
R_C	1000 Ω	(FET) $I_D = \frac{1}{2} g_m V_{OV}$ (mínima)	

Analizando estos datos vemos en primer lugar que el error cometido al aproximar la frecuencia de oscilación por la de resonancia es sólo de un 2%. La transconductancia mínima obtenida está relacionada con la corriente de polarización. En los transistores BJT la transconductancia no depende del tipo del transistor pues la tensión $V_T = KT/q$ es la misma para todos (sólo depende de la temperatura absoluta). En cambio, en los transistores de tipo FET la transconductancia sí que depende del tipo del transistor además de la corriente, ya que la corriente y la tensión de 'overdrive', V_{OV} , están relacionadas: $I_D = \frac{1}{2} \beta V_{OV}^2$ y β depende del tipo de transistor.

Merece la pena destacar algunos aspectos prácticos acerca del diseño de este tipo de osciladores. En primer lugar habría que considerar las capacidades parásitas del transistor durante el cálculo, ya que pueden ser comparables e incluso mayores que los condensadores C_B y C_C . En un BJT la mayor capacidad se tiene entre la base y el emisor (C_π). Esta capacidad aumenta con la corriente de polarización y puede llegar a ser del orden de las decenas de picofaradios en los transistores de señal de propósito general. La capacidad C_π queda en paralelo con C_B y por lo tanto habría que restarla de C_B para evitar que la frecuencia de la oscilación disminuya. La otra capacidad significativa está entre la base y el colector (C_μ). C_μ disminuye con la tensión de polarización V_{BC} (efecto varactor) y suele ser del orden de unos pocos picofaradios. En el circuito de pequeña señal C_μ quedaría en paralelo con la autoinducción, lo que resultará en una capacidad efectiva algo mayor que la esperada y una frecuencia de oscilación más baja. Si consideramos las capacidades parásitas del transistor la capacidad equivalente total será:

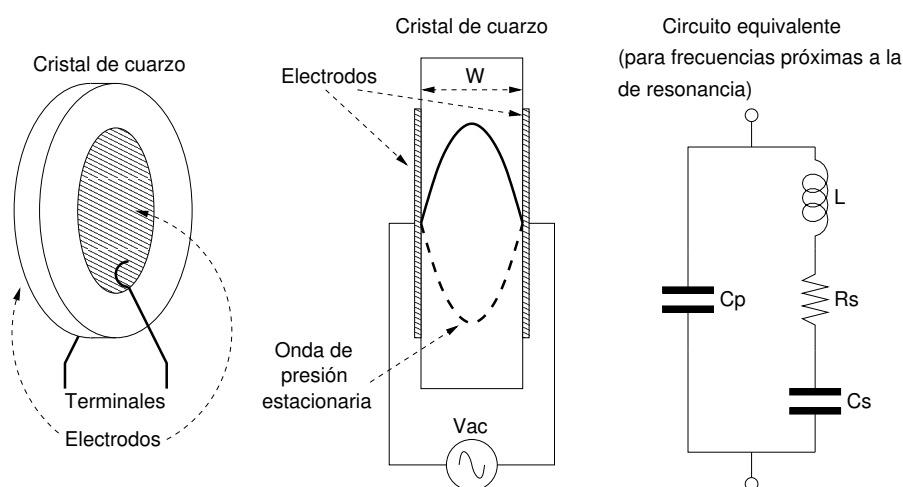
$$C_{eq} = \frac{(C_B + C_\pi)C_C}{(C_B + C_\pi) + C_C} + C_\mu$$

Otro detalle que merece nuestra atención es la autoinducción. Aunque los condensadores se suelen considerar casi siempre ideales en los circuitos no ocurre lo mismo con las autoinducciones. Las autoinducciones presentan una resistencia en serie debida a la resistividad del hilo con el que se fabrican, que además se ve aumentada a frecuencias altas debido al efecto 'piel' (En alta frecuencia la corriente en un conductor circula preferentemente cerca de su superficie). La resistencia serie define el factor de calidad de la autoinducción que es: $Q = X_L/R_S = L\omega/R_S$. Las autoinducciones prácticas suelen tener valores de Q máximos del orden de las decenas. En el circuito equivalente es mejor modelar la autoinducción a la frecuencia de oscilación con una resistencia en paralelo. Ésta resistencia, $R_P = Q^2 R_S$, se puede dividir en dos partes, $R_P = R_{PB} + R_{PC}$, inversamente proporcionales a las capacidades C_B y C_C ($R_{PB} = R_P C_C / (C_B + C_C)$, $R_{PC} = R_P C_B / (C_B + C_C)$), que quedarían en paralelo con las resistencias R_B y R_C , respectivamente, lo que aumentará la transconconductancia mínima necesaria para la oscilación. Además la autoinducción tiene una capacidad parásita en paralelo que da lugar a la autoresonancia, lo que limita la frecuencia superior del oscilador construido con dicha autoinducción.

Por último cabe considerar cuál va a ser el estado estacionario tras el arranque del oscilador. Cuando la amplitud de la oscilación es grande el transistor se puede considerar como un simple interruptor que deja pasar al colector pulsos de corriente de amplitud proporcional a la corriente de polarización en DC. En el colector se observa una impedancia puramente resistiva pues a la frecuencia de oscilación (que es próxima a la de resonancia) las componentes reactivas se cancelan. La impedancia en el colector es: $R_{eq} = R_C | [(C_B/C_C)^2 R_B]$. La amplitud de la oscilación será: $A = \alpha I_C R_{eq}$, donde I_C es la corriente en DC en el colector y α es un factor de proporcionalidad con valores típicos entre 1 y 2.

4.2.4. Osciladores de cristal de cuarzo

Cuando se requiere una señal de frecuencia precisa y estable ésta se puede generar mediante un oscilador de cristal de cuarzo. El componente crucial de estos osciladores es un resonador electromecánico construido con una lámina de dióxido de silicio (cuarzo) monocristalino. El cuarzo manifiesta el fenómeno de la piezoelectricidad que hace que el cristal se comprima o se expanda cuando se aplica un campo eléctrico en su interior. El signo y la magnitud de la compresión depende del ángulo formado entre el vector del campo eléctrico y los ejes cristalográficos del cristal. Si por el contrario se comprime de forma mecánica el cristal se induce un campo eléctrico que se manifiesta como un voltaje entre las dos caras de la lámina.



El resonador de cristal de cuarzo no es más que una lámina delgada de cuarzo monocristalino sobre la que se han grabado dos electrodos metálicos en las caras opuestas. Cuando se aplica un voltaje entre los electrodos el cristal se comprime o se expande dependiendo de la polaridad. Si se aplica una tensión alterna el cristal experimenta pulsaciones a la misma frecuencia que la de la señal aplicada. A una determinada frecuencia el cristal experimenta una resonancia muy aguda. Esta es la frecuencia más baja a la que se forma una onda acústica estacionaria dentro del cristal:

$$f_0 = \frac{c}{2W}$$

donde c es la velocidad del sonido en el cuarzo (5740 m/s) y W es el espesor de la lámina de cuarzo. Así, una lámina de 0,5 mm de espesor dará una resonancia a una frecuencia de 5,74 MHz. El espesor de los electrodos de metal también afecta algo a la frecuencia de resonancia y gracias a ello se puede hacer un ajuste fino de dicha frecuencia en fábrica: se deposita metal en los electrodos hasta que la frecuencia de resonancia baja hasta su valor nominal. La frecuencia de resonancia de los cristales de cuarzo se suele dar con 4 dígitos, lo que nos da una idea de su precisión. El rango de valores típicos para esta frecuencia está comprendido entre 1 y 30 MHz.

El comportamiento eléctrico del cristal de cuarzo queda descrito por el circuito equivalente de la figura. La rama $L - R_S - C_S$ da cuenta de la resonancia mecánica del cristal mientras que C_P representa la capacidad que aparece entre los electrodos. Este circuito equivalente es sólo válido para frecuencias próximas a la frecuencia de resonancia del cristal. Para un cristal típico de 10 MHz tenemos (modelo Spice):

C_P	C_S	R_S	L	$Q = L\omega_0/R_S$
24,8 pF	0,1 pF	6,4 Ω	2,533 mH	25000

Observemos el pequeño valor de R_S que es responsable en gran medida de gran valor de Q obtenido. Estos factores de calidad tan altos son los que hacen a los osciladores de cristal de cuarzo tan estables: Un valor de Q grande significa que se tiene un gran cambio en el desfase para cambios pequeños de la frecuencia de modo que el oscilador puede acomodar cambios sustanciales de los valores de las reactancias (capacidades) sin alterar apreciablemente su frecuencia de oscilación. Analizaremos ahora cómo depende la impedancia del cristal con la frecuencia. La impedancia del circuito equivalente es:

$$\frac{1}{Z_X} = \frac{1}{L_S + R_S + 1/C_S S} + C_P S$$

$$Z_X = \frac{1}{C_P S} \cdot \frac{LC_S S^2 + R_S C_S S + 1}{C_P L_S^2 + C_P R_S S + \left(1 + \frac{C_P}{C_S}\right)} = \frac{1}{C_P S} \cdot \frac{C_{eq}}{C_P} \cdot \frac{LC_S S^2 + R_S C_S S + 1}{C_{eq} L_S^2 + C_{eq} R_S S + 1}$$

donde $C_{eq} = C_S C_P / (C_S + C_P)$ es el equivalente en serie de las dos capacidades, C_S y C_P . Si tenemos en cuenta que C_P es mucho mayor que C_S veremos que C_{eq} es sólo ligeramente menor que C_S .

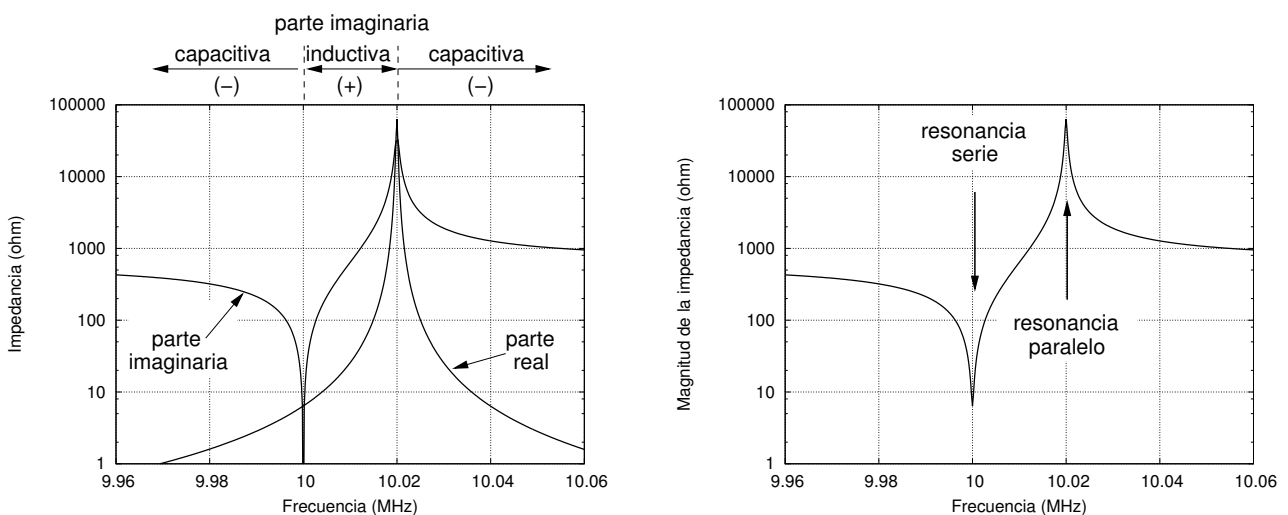
La expresión de la impedancia tiene un cero y un polo, ambos de tipo complejo conjugado, a las frecuencias:

$$\omega_S = \frac{1}{\sqrt{LC_S}} \quad ; \quad \omega_P = \frac{1}{\sqrt{LC_{eq}}}$$

Dado que C_{eq} es sólo ligeramente menor que C_S la frecuencia de resonancia paralelo, ω_P , es algo mayor que la frecuencia de resonancia en serie, ω_S , aunque sus valores son muy similares. Para el cristal del ejemplo estas frecuencias resultan ser $\omega_S = 2\pi \cdot 10,000 \text{ Mrad/s}$ y $\omega_P = 2\pi \cdot 10,020 \text{ Mrad/s}$. Como podemos comprobar ambas frecuencias están separadas sólo 20 kHz para frecuencias de unos 10 MHz . Las impedancias que presenta el cristal a sus dos frecuencias de resonancia son:

$$Z_{XS} = \frac{1}{C_P S} \parallel R_S \approx R_S \quad ; \quad Z_{XP} = \frac{X_{C_P}^2}{R_S} = \frac{1}{C_P^2 S^2 R_S} = \frac{1}{C_P S} + R_S Q^2 \left(\frac{C_{eq}}{C_P}\right)^2 \approx R_S Q^2 \left(\frac{C_S}{C_P}\right)^2$$

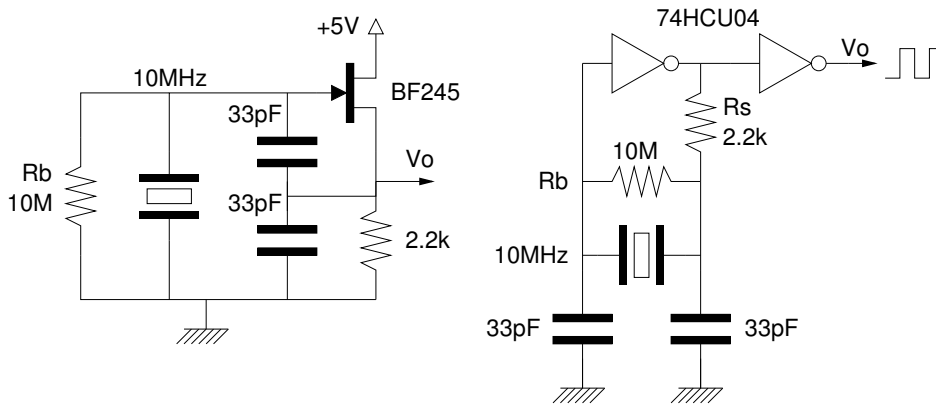
Para el cristal de 10 MHz del ejemplo anterior obtenemos $Z_{XS} = 6,4 \Omega$, $Z_{XP} = 65 \text{ k}\Omega$. Vemos, pues, que a la frecuencia de resonancia serie el cristal se comporta casi como un cortocircuito, mientras que a la frecuencia de resonancia en paralelo su impedancia es tan grande que se aproxima a un circuito abierto.



En la figura de la izquierda se han representado la parte real e imaginaria de la impedancia del cristal en función de la frecuencia. vemos que el signo de la parte imaginaria (reactancia) es negativo para frecuencias inferiores a ω_S o superiores a ω_P , lo que equivale a un comportamiento capacitivo. Sin embargo para frecuencias intermedias la reactancia del cristal es positiva, de modo que el cristal se comporta como una autoinducción.

Los osciladores de cristal de cuarzo suelen ser simples osciladores de tipo Colpitts en los que la autoinducción se ha sustituido por el cristal de cuarzo. El circuito oscilará a la frecuencia a la que la reactancia del cristal (inductiva) cancela la de los condensadores del oscilador. Puesto que la impedancia del cristal sólo es inductiva para el rango de frecuencias

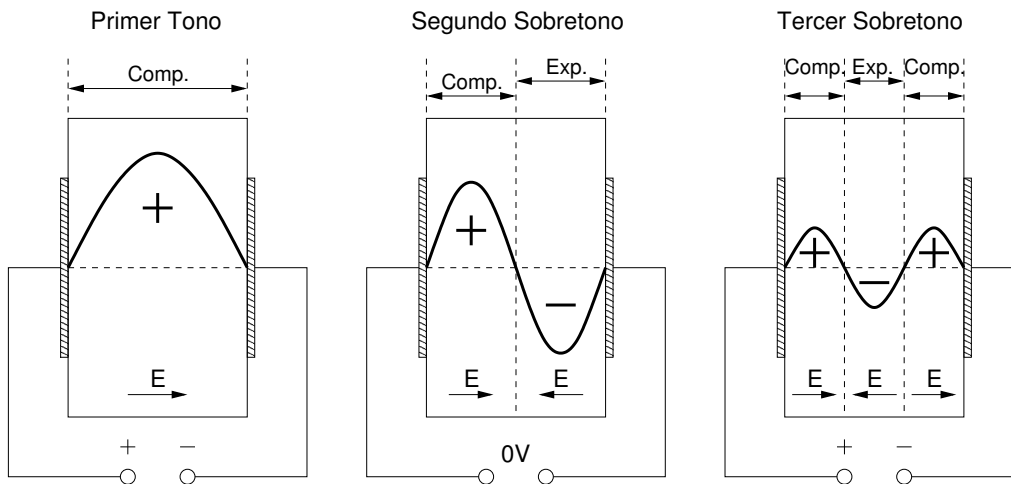
comprendidas entre ω_S y ω_P , podemos afirmar que la frecuencia de la oscilación va a estar también dentro de este rango. El fabricante del cristal suele especificar una capacidad de carga que es precisamente la que debe presentar la red capacitiva del oscilador para que se obtenga la frecuencia de oscilación nominal.



En la figura se muestran dos ejemplos de osciladores con cristal de cuarzo prácticos. Ambos son osciladores de Colpitts modificados. El primero emplea como amplificador un transistor JFET y genera una salida casi sinusoidal. El segundo usa inversores CMOS y es un circuito muy típico para la generación de señales de reloj en los circuitos digitales. Las resistencias R_B garantizan una polarización en DC adecuada en ambos circuitos. La resistencia R_S en el segundo oscilador es opcional pudiendo ser un simple cortocircuito. Ajustando el valor de R_S se puede reducir el consumo de corriente del oscilador CMOS.

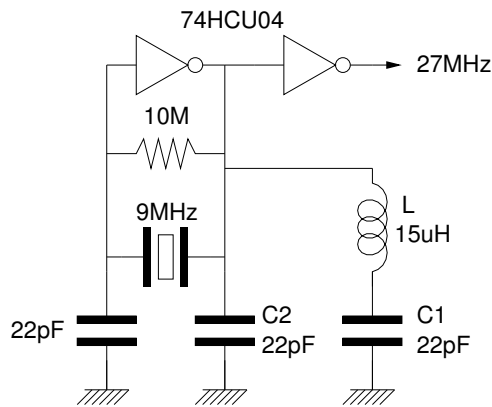
Sobretonos

En un cristal de cuarzo se pueden tener ondas estacionarias a frecuencias que son múltiplos aproximados de la frecuencia de resonancia fundamental del cristal. Estas frecuencias se denominan sobretonos (el término sobretono no debe confundirse con armónico. Los armónicos son múltiplos exactos de la frecuencia fundamental). En la figura se muestran algunos ejemplos:



Como podemos observar los sobretonos pares no generan tensión en los terminales pues dentro del cuarzo hay el mismo número de zonas con compresión que con expansión, lo que resulta en un voltaje total nulo. Sin embargo, los sobretonos impares sí que generan un voltaje neto en los terminales, y por lo tanto tendremos también una resonancia acusada a dichas frecuencias, aunque no tanto como la resonancia de la frecuencia fundamental. Son muchos los cristales que se fabrican para ser utilizados en su tercer sobretono, consiguiéndose con ello una frecuencia de oscilación triple para el mismo espesor de la lámina de cuarzo. Sin embargo, si no se modifican los osciladores, el cristal va a tener preferencia por oscilar en su tono fundamental.

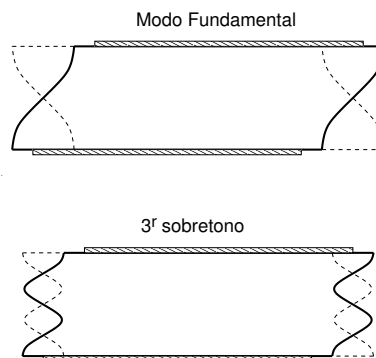
Para evitar que el oscilador funcione en el tono fundamental del cristal hay que reducir la ganancia del amplificador a dicha frecuencia. En el circuito de la siguiente figura esto se consigue gracias a C_1 y L , cuya impedancia en serie es casi un cortocircuito a la frecuencia de 9 MHz. Sin embargo, a la frecuencia triple la impedancia que se observa es principalmente la de C_2 , de modo que el circuito equivalente a 27 MHz es un oscilador de Colpitts normal.



Los cristales de cuarzo para frecuencias bajas no son del tipo descrito anteriormente. El cristal típico de 32768 Hz está cortado en forma de diapasón y sus modos de oscilación no tienen nada que ver con los mostrados. En este tipo de cristales no resulta fácil obtener modos de oscilación distintos del fundamental.

Nota acerca de los modos de vibración.

Las formas en la que un cristal de cuarzo puede vibrar son muy variadas. En los ejemplos precedentes se menciona una vibración en el espesor del cristal. Este modo no se suele utilizar en la práctica aunque es posible (modo extensional). En su lugar la mayoría de los cristales vibran en una dirección paralela a su superficie (deformación de tipo cizalla o “thickness shear”). Los cristales con corte de tipo AT vibran de este modo. El corte de tipo AT es muy común pues la frecuencia de oscilación del cristal tiene un coeficiente de temperatura nulo. En la figura se muestra la oscilación de uno de estos cristales en el modo fundamental y en su tercer sobretono.



Resonadores cerámicos

Los cristales de cuarzo son dispositivos relativamente caros. En aplicaciones en las que la precisión de la frecuencia no es muy crítica se pueden sustituir dichos cristales por resonadores cerámicos de menor coste. Los resonadores cerámicos emplean otros materiales piezoeléctricos distintos del cuarzo, normalmente policristalinos, y tienen unas características similares a los cristales aunque con factores de calidad más bajos. Los circuitos de los osciladores son básicamente los mismos aunque en algunos casos no lo parezca pues el resonador puede incluir las capacidades de carga (resonador de 3 terminales). Conviene consultar las hojas de datos del fabricante para obtener las capacidades de carga adecuadas para cada resonador. En la siguiente tabla se resumen las características de un resonador cerámico típico de 1 MHz (Murata CSBLA1M00J58-B0).

$\omega_s/2\pi = 979 \text{ kHz}$	$C_p = 78,9 \text{ pF}$
$\omega_p/2\pi = 1009 \text{ kHz}$	$R_s = 13,13 \Omega$
$L = 4,3343 \text{ mH}$	$X_{res}@1\text{MHz} = 2660 \Omega$
$C_s = 6,0987 \text{ pF}$	$Q = 2074$

Como podemos observar, el factor de calidad, Q, es un orden de magnitud menor que en el caso de los cristales de cuarzo. El resonador presenta una reactancia de +2660 Ω a la frecuencia de oscilación nominal (1 MHz), lo que equivale a una autoinducción de 423 uH. Esto implica que la capacidad de carga ha de ser de 59 pF para obtener la frecuencia de oscilación nominal.