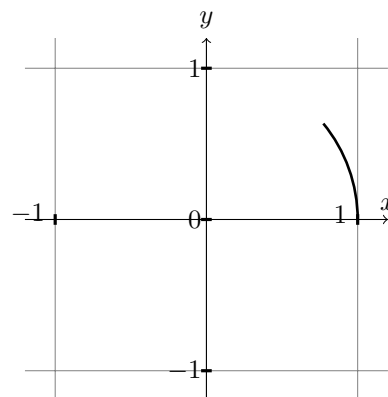


FICHE D'APPRENTISSAGE DE LA TRIGONOMETRIE

1 CERCLE TRIGONOMETRIQUE

- trigonométrie de base: $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta =$
- donc : $\cos^2 \theta - 1 =$
- $a \equiv b[2\pi]$ signifie (attention à bien quantifier, et au bon endroit). Ainsi, les fonctions sinus et cosinus sont

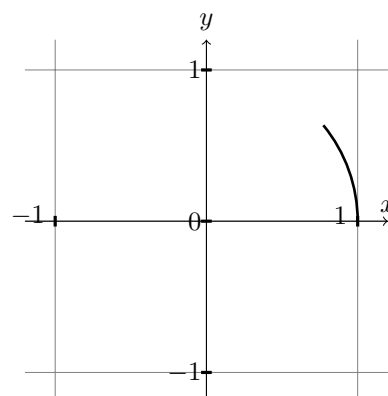
- Tracer le cercle trigonométrique, et un point M_θ pour un angle θ petit (environ 10°).
- Identifier $\cos \theta$ et $\sin \theta$.
- Placer les points $M(-\theta)$, $M(\pi - \theta)$, $M(\frac{\pi}{2} - \theta)$, $M(\pi + \theta)$.
- $\cos(-\theta) = \cos(\theta)$ et $\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$
- $\cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = \sin(\theta)$ et $\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = \cos(\theta)$
- $\cos(\frac{\pi}{2} + \theta) = -\sin(\theta)$ et $\sin(\frac{\pi}{2} + \theta) = \cos(\theta)$ (se déduit des deux précédents)
- $\cos(\pi - \theta) = -\cos(\theta)$ et $\sin(\pi - \theta) = \sin(\theta)$
- $\cos(\pi + \theta) = -\cos(\theta)$ et $\sin(\pi + \theta) = -\sin(\theta)$
- si $n \in \mathbb{Z}$, $\cos(\theta + n\pi) = (-1)^n \cos(\theta)$ et $\sin(\theta + n\pi) = (-1)^n \sin(\theta)$



- Tracer le cercle trigonométrique, placer les points correspondants aux angles $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$. Il faut s'habituer à tracer et à lire les autres angles.
- Compléter seulement 5 valeurs du tableau suivant (vous devez savoir les valeurs individuellement, et pas seulement les unes par rapport aux autres).

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos(\theta)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin(\theta)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

- $\cos(\frac{7\pi}{6}) =$ et $\sin(\frac{7\pi}{6}) =$
- $\sin(\frac{2\pi}{3}) =$ et $\cos(\frac{2\pi}{3}) =$
- $\cos(-\frac{\pi}{3}) =$ et $\sin(-\frac{\pi}{3}) =$
- $\cos 0 =$, $\sin 0 =$, $\cos \frac{\pi}{2} =$, $\sin \frac{\pi}{2} =$,
 $\cos \pi =$, $\sin \pi =$, $\cos(-\frac{\pi}{2}) =$, $\sin(-\frac{\pi}{2}) =$.



Equations trigonométriques:

Compléter, et faire un cercle trigo si besoin:

$$\cos \alpha = \cos \beta \iff \begin{cases} \exists k \in \mathbb{Z}, \alpha = \beta + 2k\pi \\ \text{ou } \exists k \in \mathbb{Z}, \alpha = -\beta + 2k\pi \end{cases}$$

$$\sin \alpha = \sin \beta \iff \begin{cases} \exists k \in \mathbb{Z}, \alpha = \beta + 2k\pi \\ \text{ou } \exists k \in \mathbb{Z}, \alpha = \pi - \beta + 2k\pi \end{cases}$$

Bonus qui revient svtt: $\cos x = 0 \iff \dots$

et $\sin x = 0 \iff \dots$

Formules trigonométriques

- (ne pas oublier: $\sin(a - b)$ commence toujours par $\sin a \dots$)

$$\begin{cases} \cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \\ \cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \\ \sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a \\ \sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a \end{cases}$$

- Par demi somme et demi différence des précédentes: (s'habituer à visualiser)

$$\begin{cases} \cos a \cos b = \frac{1}{2} (\cos(a + b) + \cos(a - b)) \\ \sin a \sin b = \frac{1}{2} (\cos(a - b) - \cos(a + b)) \\ \sin a \cos b = \frac{1}{2} (\sin(a + b) + \sin(a - b)) \end{cases}$$

- Utilité des formules de linéarisation? ...

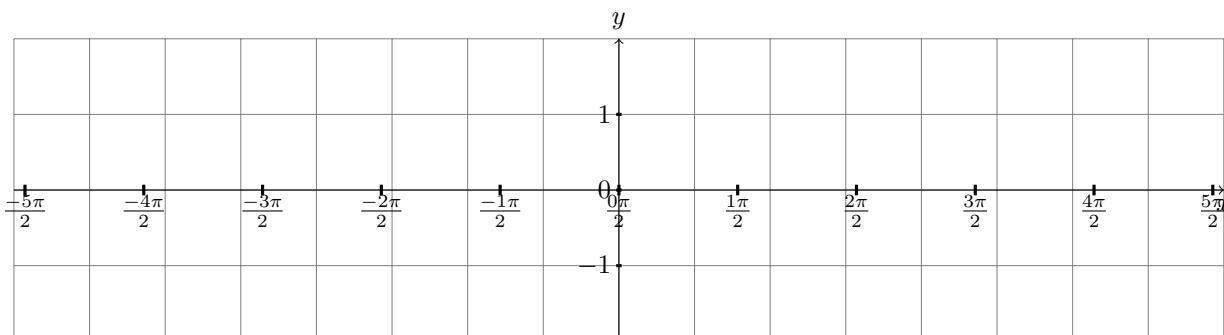
- Linéariser: $\cos^2(a) =$ et $\sin^2(a) =$

- $2 \sin a \cos a =$ et $\cos(2a) =$

Fonctions et graphe:

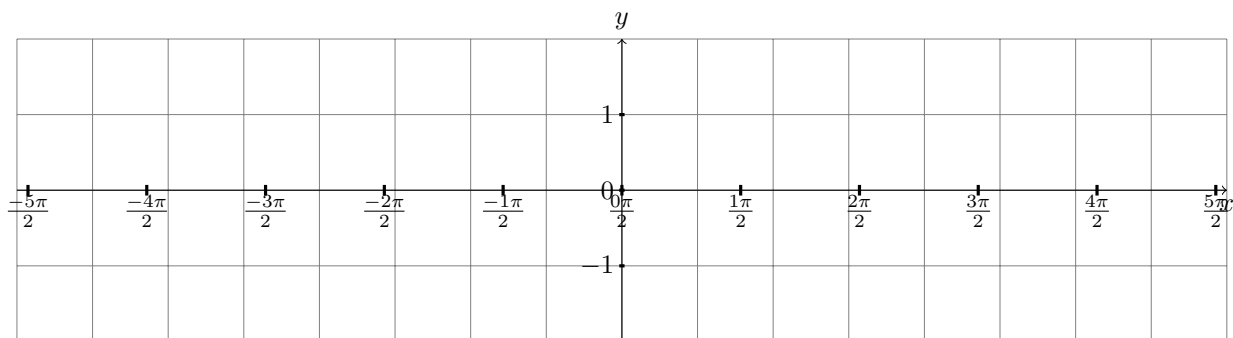
- Fonction sinus: domaine de définition, de dérivabilité, périodicité, parité, dérivée.

Graphe: **faire un repère orthonormé avec les tangentes pour préparer le tracé de la courbe.**



- Fonction cosinus: domaine de définition, de dérivabilité, périodicité, parité, dérivée.

Graphe:



- Inégalité classique de sin : ...

La fonction tangente

- Définition de la fonction tangente, domaine de définition.

- Lorsque cela a un sens,

$$1 + \tan^2 \theta =$$

$$\text{donc } \cos^2(\theta) =$$

- Interprétation dans la géométrie d'un triangle rectangle. (si possible interprétation sur le cercle trigo)

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\tan(\theta)$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\times$

- Résolution d'équations:

$$\tan \alpha = \tan \beta \iff \exists k \in \mathbb{Z}, \alpha = \beta + k\pi$$

$$\bullet \tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

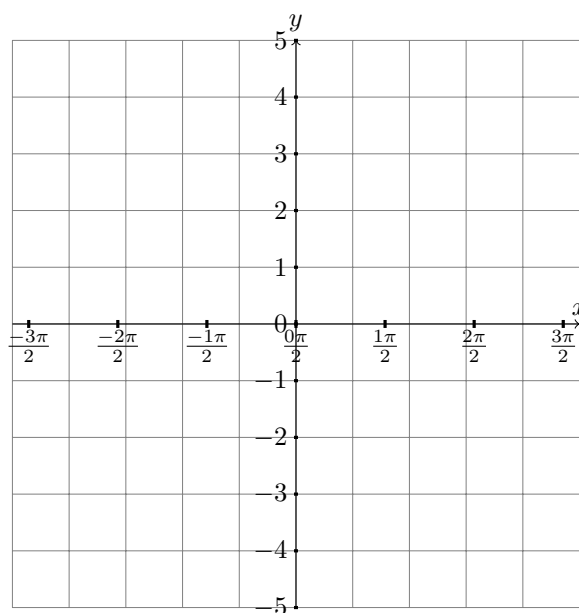
$$\bullet \tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

- Si $t = \tan(\theta/2)$, alors

$$\cos(\theta) = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

$$\sin(\theta) = \frac{2t}{1+t^2}$$

- Etude de la fonction tangente: domaine de définition, dérivabilité, parité, périodicité, dérivée.



- graphe (ne pas oublier la tgte et la périodicité)

Factorisation de $a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t)$

- Savoir que l'on peut mettre le résultat sous la forme: (faire apparaitre amplitude et phase)

$$a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t) =$$

- Principe: on factorise par:

- Vérification sur deux exemples: $\cos x - \sin x =$

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x =.$$

Formules de factorisation:

A savoir par coeur (sans les confondre avec les autres), ou à retrouver à l'aide des complexes.

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \sin p + \sin q & = & 2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right) \\ \sin p - \sin q & = & 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right) \\ \cos p + \cos q & = & 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right) \\ \cos p - \cos q & = & -2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right) \end{array} \right.$$

et dans le désordre avec d'autres notations?

- $\cos a + \cos b =$
- $\sin \theta - \sin \varphi =$
- $\cos u - \cos v =$
- $\sin x + \sin y =$