

# Guião de correção do exame de Matemática 12<sup>a</sup> classe 2024 - Primeira Época

## Guião de correcção do exame de Matemática 12<sup>a</sup> classe 2024–Primeira Época

1. Sendo  $x$  e  $y$  dois números reais quaisquer, qual das opções é correta?

A  $|x + y| = |x| + |y|$

C  $|x + y| \geq |x| + |y|$

B  $|x|^2 = x^2$

D  $\sqrt{x} = |x|$

**Resposta:** B

**Explicação:** Analizando as alternativas

A  $|x + y| = |x| + |y|$

*Falsa*, pois essa igualdade só é verdadeira quando  $x$  e  $y$  têm o mesmo sinal (ou um deles é zero). Caso contrário, vale a desigualdade triangular:  $|x + y| \leq |x| + |y|$ .

B  $|x|^2 = x^2$

*Verdadeira*, pois o valor absoluto de  $x$ , quando elevado ao quadrado, é sempre igual ao quadrado de  $x$ . Isso ocorre porque o quadrado elimina o efeito do sinal.

C  $|x + y| \geq |x| + |y|$

*Falsa*, pois isso contradiz a desigualdade triangular, que afirma que  $|x + y| \leq |x| + |y|$ .

D  $\sqrt{x} = |x|$

*Falsa*, pois  $\sqrt{x}$  só é definida para  $x \geq 0$ , enquanto  $|x|$  é definida para todos os números reais.

2. Qual é o valor de  $|\sqrt{7} - 4|$ ?

A  $-\sqrt{7} - \sqrt{4}$

C  $\sqrt{7} + 4$

B  $-\sqrt{7} - 4$

D  $-\sqrt{7} + 4$

**Resposta:** D

**Explicação:** Ao resolver o módulo  $|\sqrt{7} - 4|$ , obtemos exatamente  $4 - \sqrt{7}$ , que é a simplificação dessa expressão.

3. A distância entre os pontos de abscissas  $-5$  e  $1$  é de...

A 4 unidades

C 6 unidades

B 5 unidades

D 7 unidades

**Resposta:** C

**Explicação:** A distância entre os pontos de abscissas  $-5$  e  $1$  é calculada pela fórmula:

$$d = |a - b|$$

Substituímos os valores  $a = -5$  e  $b = 1$ :

$$d = |-5 - 1| = |-6| = 6$$

Portanto, a distância entre os pontos é:

6 unidades.

4. Como se escreve, algebricamente, "abscissas cujos pontos se encontram a uma distância de 5 unidades de 1"?

A  $|x - 5| = 1$

C  $|x - 1| = 5$

B  $|5 + x| = 1$

D  $|1 + x| = 5$

**Resposta:** C

**Explicação:** A distância entre os pontos  $x$  e  $1$  na recta é dada pela expressão:

$$|x - 1|$$

Queremos que essa distância seja exatamente 5. Assim:

$$|x - 1| = 5$$

5. Qual é a solução da equação  $|2x - 4| - 2 = 0$ ?

A  $x = \{-1, 3\}$

C  $x = \{1, 3\}$

B  $x = \{-3, 1\}$

D  $x = \{-3, -1\}$

**Resposta:** C

**Explicação:** Aqui é aplicado o definição de módulo

$$|2x - 4| - 2 = 0 \Rightarrow |2x - 4| = 2$$

Sabemos que pela definição:

$$|A| = B \Rightarrow A = B \text{ ou } A = -B$$

Aplicando isso:

$$2x - 4 = 2 \text{ ou } 2x - 4 = -2$$

$$2x = 2 + 4 \text{ ou } 2x = -2 + 4$$

$$2x = 6 \text{ ou } 2x = 2$$

$$x = \frac{6}{2} = 3 \text{ ou } x = \frac{2}{2} = 1$$

$$x = \{1, 3\}$$

6. Que valores  $k$  pode tomar, para que a equação  $|x - 2| = k - 4$  tenha solução?

A  $k \in ]-\infty; -4]$

C  $k \in [4; +\infty[$

B  $k \in ]-\infty; -4[$

D  $k \in ]-\infty; 4]$

**Resposta:** C

**Explicação:** Aplicação da definição de módulo. A equação  $|x - 2| = k - 4$  só possui solução se:

$$k - 4 \geq 0$$

Isso ocorre porque o valor absoluto ( $|x - 2|$ ) nunca pode ser negativo.

$$k - 4 \geq 0 \Rightarrow k \geq 4$$

Logo,  $k$  pertence ao intervalo:

$$k \in [4, +\infty[$$

7. Qual das afirmações é verdadeira?

A  $6! = 6$

C  $1! \cdot 1! = 1!$

B  $3! + 2! = 5!$

D  $0! = 1$

**Resposta:** D

**Explicação:** Por definição temos:

$$0! = 1$$

8. Se  $(n-1)! = (n-2)!$ , então:

A  $n = 3$

C  $n = 1$

B  $n = 2$

D  $n = 0$

**Resposta:** C

**Explicação:** Aplicação do conceito de factorial.

$$(n-1)! = (n-2)!$$

Sabendo que o fatorial de  $k$  pode ser expresso como:

$$k! = k \times (k-1)!$$

$$(n-1) \times (n-2)! = (n-2)!$$

$$\frac{(n-1) \times (n-2)!}{(n-2)!} = \frac{(n-2)!}{(n-2)!}$$

$$\frac{(n-1) \times \cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}} = \frac{\cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}}$$

$$n-1 = 1$$

$$n-1 = 1 \Rightarrow \boxed{n = 2}$$

9. Quantos termos tem o desenvolvimento de  $(a+b)^7$ ?

A 6

C 8

B 7

D 9

**Resposta:** C

**Explicação:** O número de termos no desenvolvimento de  $(a+b)^7$  pode ser determinado pelo Teorema do Binômio de Newton, que nos dá uma expressão com  $n+1$  termos, onde  $n$  é o expoente da potência. Neste caso, temos:

$$n = 7 \Rightarrow \text{Número de termos} = 7 + 1 = 8$$

10. Uma montadora de automóveis apresenta um carro com quatro modelos diferentes e em cinco cores diferentes. Quantas opções tem o consumidor que quiser adquirir um veículo?

A 45

C 13

B 20

D 9

**Resposta:** B

**Explicação:** Podemos usar o principio fundamental de contagem, sabendo que a montadora apresenta 4 modelos diferentes e 5 cores diferentes. O número total de opções que o consumidor pode escolher é dado pelo produto do número de modelos pelo número de cores:

$$\text{Número total de opções} = (\text{Número de modelos}) \times (\text{Número de cores})$$

Logo:

$$\text{Número total de opções} = 4 \times 5 = 20$$

11. Quantos triângulos ficam determinados pelos pontos distintos  $A, B, C, D, E$  da circunferência representada?

A 25

C 15

B 20

D 10

**Resposta: D**

**Explicação:** Para formar um triângulo, precisamos escolher 3 pontos distintos. Assim, o problema é calcular quantos subconjuntos de 3 pontos podem ser formados a partir de 5 pontos. O número de triângulos que podem ser formados pelos pontos  $A, B, C, D$  e  $E$  é dado pela quantidade de maneiras de escolher 3 pontos distintos de um conjunto de 5 pontos. Isso é dado pelo coeficiente binomial:

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

12. Numa experiência, *Acontecimento* é um subconjunto do espaço amostral. Diz-se que um *Acontecimento* é elementar se é constituído por:

A Um único resultado.

C Todos os elementos.

B Mais do que um resultado.

D Nenhum elemento.

**Resposta: A**

**Explicação:** Um Acontecimento elementar é definido como aquele que contém apenas um único elemento do espaço amostral. Ele representa um único resultado possível de um experimento aleatório.

13. Quantos elementos terá o espaço amostral de uma experiência que consiste em lançar três dados diferentes e registar os resultados obtidos nas faces superiores?

A 124

C 432

B 216

D 648

**Resposta: B**

Para determinar o número de elementos no espaço amostral de uma experiência que consiste em lançar três dados diferentes, consideramos que cada dado possui 6 resultados possíveis (os números de 1 a 6).

Assim, o número total de elementos no espaço amostral é dado por:

$$6 \times 6 \times 6 = 216$$

14. A probabilidade de ganhar uma bicicleta numa rifa de 100 bilhetes da qual você comprou 4 é...:

A  $\frac{1}{100}$ C  $\frac{1}{25}$ B  $\frac{1}{50}$ D  $\frac{1}{10}$ **Resposta: C**

**Explicação:** Sabemos que o total de bilhetes é 100, e a quantidade de bilhetes comprados é 4. A probabilidade de ganhar é dada pela razão entre o número de bilhetes comprados e o total de bilhetes:

$$P = \frac{\text{número de bilhetes comprados}}{\text{total de bilhetes}} = \frac{4}{100}.$$

Simplificando a fração:

$$P = \frac{1}{25}.$$

15. Qual é a probabilidade de obter pelo menos uma cara no lançamento de três moedas?

A  $\frac{7}{8}$ C  $\frac{3}{8}$ B  $\frac{5}{8}$ D  $\frac{1}{8}$ **Resposta: A**

Para calcular a probabilidade de obter pelo menos uma cara, consideramos o complemento: a probabilidade de não obter nenhuma cara (ou seja, obter apenas coroas).

- Cada moeda tem duas possibilidades: cara (C) ou coroa (K).
- A probabilidade de obter coroa em um único lançamento é  $\frac{1}{2}$ .
- Para três moedas, a probabilidade de obter apenas coroas é:

$$P(\text{todas coroas}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$

- Assim, a probabilidade de obter pelo menos uma cara é o complemento:

$$P(\text{pelo menos uma cara}) = 1 - P(\text{todas coroas}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}.$$

16. Numa sucessão de termo geral  $a_n$ , é estritamente crescente se para  $\forall n \in \mathbb{N}$ :

A  $a_{n+1} > a_n$

C  $a_{n+1} = a_n$

B  $a_{n+1} < a_n$

D  $a_{n+1} \leq a_n$

**Resposta:** A

Uma sucessão é dita **estritamente crescente** se, para todo  $n \in \mathbb{N}$ , o termo seguinte é maior do que o termo anterior. Isso é representado matematicamente pela condição:

$$a_{n+1} > a_n.$$

17. Qual é o termo geral de uma progressão geométrica cuja razão é 2 e  $u_2 = 3$ ?

A  $U_n = 3 \cdot 2^{n-1}$

C  $U_n = 3 \cdot 2^{n-2}$

B  $U_n = 2 \cdot 3^{n-1}$

D  $U_n = 2 \cdot 3^{n-2}$

**Resposta:** C

**Explicação:**

Sabemos que o termo geral de uma Progressão Geométrica (P.G.) é dado pela fórmula:

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1},$$

onde  $u_1$  é o primeiro termo,  $q$  é a razão, e  $n$  é o índice do termo.

Dado que a razão  $q = 2$  e que  $u_2 = 3$ , podemos usar a fórmula para o segundo termo da P.G.:

$$u_2 = u_1 \cdot q^{2-1}.$$

Substituímos os valores conhecidos:

$$3 = u_1 \cdot 2$$

Resolvendo para  $u_1$ :

$$u_1 = \frac{3}{2}$$

Agora, substituímos  $u_1$  e  $q$  na fórmula geral da P.G.:

$$u_n = \frac{3}{2} \cdot 2^{n-1}$$

Simplificando:

$$u_n = 3 \cdot 2^{n-2}$$

Portanto, o termo geral da progressão geométrica é:

$$u_n = 3 \cdot 2^{n-2}$$

18. Quais são os primeiros seis termos da sucessão  $u_n = 2n - 1$ ?

A 2, 4, 6, 8, 10, 12

C 2, 3, 4, 5, 6, 7

B 1, 3, 5, 7, 9, 11

D 1, 2, 4, 8, 16, 32

**Resposta:** B

**Explicação:** A fórmula do termo geral da sucessão é dada por:

$$u_n = 2n - 1$$

Substituímos os valores de  $n$  de 1 a 6 para calcular os primeiros seis termos:

$$u_1 = 2(1) - 1 = 1$$

$$u_2 = 2(2) - 1 = 3$$

$$u_3 = 2(3) - 1 = 5$$

$$u_4 = 2(4) - 1 = 7$$

$$u_5 = 2(5) - 1 = 9$$

$$u_6 = 2(6) - 1 = 11$$

Portanto, os primeiros seis termos da sucessão são:

1, 3, 5, 7, 9, 11

19. Numa sucessão de termo geral  $a_n = \frac{2n^2 + 5}{5}$ , o décimo termo é:

A 40

C 42

B 41

D 43

**Resposta:** B

Para encontrar o décimo termo, substituímos  $n = 10$  na fórmula do termo geral:

$$a_{10} = \frac{2(10)^2 + 5}{5}$$

Calculando o valor dentro da expressão:

$$a_{10} = \frac{2(100) + 5}{5} = \frac{200 + 5}{5} = \frac{205}{5} = 41$$

20. Qual é o 4º termo de uma Progressão Geométrica, cujo primeiro termo é  $-4$  e a razão é 2?

A -128

C -32

B -64

D -16

**Resposta:** C

**explicação:** O termo geral de uma Progressão Geométrica (P.G.) é dado pela fórmula:

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1},$$

onde  $u_1$  é o primeiro termo,  $q$  é a razão, e  $n$  é o índice do termo.

Dado que o primeiro termo  $u_1 = -4$  e a razão  $q = 2$ , queremos calcular o 4º termo ( $n = 4$ ):

$$u_4 = -4 \cdot 2^{4-1} = -4 \cdot 2^3 = -4 \cdot 8 = -32$$

21. Qual é a razão de uma progressão geométrica crescente em que o 4º e 6º termos são, respectivamente, 32 e 128?

A 2

C 6

B 4

D 8

**Resposta:** A**Explicação:** O termo geral de uma Progressão Geométrica (P.G.) é dado por:

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1},$$

onde  $u_1$  é o primeiro termo,  $q$  é a razão, e  $n$  é o índice do termo.Sabemos que o 4º termo ( $u_4 = 32$ ) e o 6º termo ( $u_6 = 128$ ) da P.G. são dados. Usamos a fórmula para calcular a razão  $q$ .Primeiro, expressamos os termos  $u_4$  e  $u_6$  em termos de  $u_1$  e  $q$ :

$$u_4 = u_1 \cdot q^3 = 32$$

$$u_6 = u_1 \cdot q^5 = 128$$

Dividindo a equação para  $u_6$  pela equação para  $u_4$ , obtemos:

$$\frac{u_6}{u_4} = \frac{u_1 \cdot q^5}{u_1 \cdot q^3} = \frac{128}{32},$$

$$q^2 = \frac{128}{32} = 4$$

Agora, resolvemos para  $q$ :

$$q = \sqrt{4} = 2$$

22. Qual é a razão da Progressão Geométrica ( $2\sqrt{2}, 4\sqrt{6}, 8\sqrt{18}, \dots$ )?A  $\sqrt{2}$ C  $2\sqrt{3}$ B  $\sqrt{3}$ D  $3\sqrt{2}$ **Resposta:** CEm uma Progressão Geométrica (P.G.), a razão  $q$  é dada pela razão entre dois termos consecutivos. Vamos calcular a razão entre o segundo termo e o primeiro termo:

Os termos dados são:

$$u_1 = 2\sqrt{2}, \quad u_2 = 4\sqrt{6}.$$

A razão  $q$  é dada por:

$$q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{4\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}$$

Simplificando a expressão:

$$q = \frac{4}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{6}{2}} = 2 \cdot \sqrt{3}$$

23. Considere uma sucessão  $u_n = n!$ . Qual das seguintes sucessões é convergente?A  $u_n = 5^{-n}$ C  $u_n = -3^n$ B  $u_n = 6n$ D  $u_n = n^4$ **Resposta:** A**Explicação:**  $u_n = 5^{-n}$ : Esta sucessão é uma progressão geométrica com razão  $q = \frac{1}{5}$ , que é menor que 1. Sabemos que uma P.G. com razão absoluta menor que 1 é convergente, e tende a 0. Portanto, esta sucessão é convergente. Para uma análise mais detalhada sobre a convergência das sucessões, podemos utilizar o critério do limite das sucessões, ou seja, verificar o comportamento de cada sucessão à medida que  $n \rightarrow \infty$ .24. A sequência  $-35, -29, -23, -17, -11, -5, \dots$  é uma sucessão infinitamente:

- A Grande positiva  
B Grande negativa

- C Grande em módulo  
D Pequena

**Resposta:** C

25. Se  $\frac{1}{C_n} \rightarrow 0$  e  $C_n \rightarrow \infty$ , então  $C_n$  tem como termo geral:

A  $C_n = n^{\frac{3}{8}}$

C  $C_n = (\frac{2}{3})^n$

B  $C_n = 10 - \frac{7}{4n}$

D  $C_n = \frac{5}{n-1}$

**Resposta:** A A condição dada,  $\frac{1}{C_n} \rightarrow 0$  e  $C_n \rightarrow \infty$ , nos diz que  $C_n$  tende para o infinito conforme  $n \rightarrow \infty$ , ou seja, os termos de  $C_n$  devem crescer sem limites à medida que  $n$  aumenta.  $C_n = n \cdot \frac{3}{8}$ : O termo  $C_n$  é diretamente proporcional a  $n$ , ou seja,  $C_n \rightarrow \infty$  à medida que  $n$  cresce. Isso está de acordo com a condição dada, já que, para  $n \rightarrow \infty$ ,  $C_n$  tende ao infinito.

26. Qual é a soma dos termos da Progressão Aritmética  $(-16, -14, -12, \dots, 84)$ ?

A 1734

C 1347

B 1473

D 1247

**Resposta:** A

Esta é uma Progressão Aritmética (PA) com:

$$a_1 = -16, \quad a_n = 84, \quad r = 2$$

O número de termos é:

$$a_n = a_1 + (n-1)r \Rightarrow 84 = -16 + (n-1) \cdot 2 \Rightarrow n = 51$$

A soma dos termos é:

$$S_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n) \Rightarrow S_{51} = \frac{51}{2} \cdot (-16 + 84) = 1734$$

27. No primeiro dia de um certo mês, uma capoeira produziu 1 ovo, no segundo 9, no terceiro 27 e assim sucessivamente. Ao fim de um mês, a capoeira produziu 729 ovos começou a comercialização. Em que dia do mês ela começou a comercialização?

A 4º dia

C 6º dia

B 5º dia

D 7º dia

**Resposta:** A

A sequência dos ovos é uma PG com:

$$a_1 = 1, \quad q = 9, \quad a_n = 729$$

O termo geral é:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow 729 = 1 \cdot 9^{n-1}$$

Como  $729 = 9^3$ , temos:

$$n-1 = 3 \Rightarrow n = 4$$

28. Pedro criou uma conta numa rede social. Nesse mesmo dia, três pessoas começaram a segui-lo. Após 1 dia, já tinha 20 seguidores e após 2 dias, já eram 37 seguidores. Pedro percebeu que, a cada novo dia, ele ganhava 17 seguidores. Considerando que o crescimento dos seguidores acontece de maneira constante, quantos dias levará para atingir 666 seguidores?



A 30

C 60

B 40

D 80

**Resposta: B**

A sequência dos seguidores forma uma Progressão Aritmética (PA), onde:

$$a_1 = 3, \quad r = 17, \quad a_n = 666$$

A fórmula do termo geral de uma PA é:

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

Substituindo os valores fornecidos:

$$666 = 3 + (n - 1) \cdot 17$$

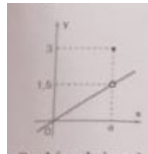
Resolvendo para  $n$ :

$$666 - 3 = (n - 1) \cdot 17 \Rightarrow 663 = 17(n - 1)$$

$$n - 1 = \frac{663}{17} \Rightarrow n - 1 = 39$$

$$n = 40$$

29. O gráfico abaixo mostra uma função real de variável real representada na figura e  $a$  um ponto de seu domínio. Neste caso é correto afirmar que  $f$  é :

B Continua à direita de  $a$ .C Descontinua em  $a$ .D Descontinuidade eliminável em  $a$ .A Continua à esquerda de  $a$ .**Resposta: C**

30. Qual é a abscissa do ponto de descontinuidade eliminável do gráfico da função  $f(x) = \frac{x-3}{(x-3)(x-2)}$ ?

A  $x = -3$ C  $x = 2$ B  $x = -2$ D  $x = 3$ **Resposta: D**Para a função  $f(x) = \frac{x-3}{(x-3)(x-2)}$ , simplificamos:

$$f(x) = \frac{1}{x-2}, \quad x \neq 3.$$

O ponto  $x = 3$  é uma descontinuidade eliminável.

31. Qual é o valor de  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - 2x)$ ?

A  $-\infty$ 

C 2

B -2

D  $+\infty$ **Resposta: A**

32. O valor de  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x-3}$  é:

A 0

C 6

B 2

D  $\infty$ **Resposta: C**

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)}, \quad x \neq 3$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} (x+3) = 6$$

33. Qual é o valor de  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x-1} - \sqrt{x})$ ?

A  $-\infty$ 

C 1

B 0

D  $+\infty$ **Resposta:** B**Explicação:**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x-1} - \sqrt{x})$$

Para simplificar, racionalizamos a expressão, multiplicando e dividindo pelo conjugado  $\sqrt{x-1} + \sqrt{x}$ :

$$\sqrt{x-1} - \sqrt{x} = \frac{(\sqrt{x-1} - \sqrt{x})(\sqrt{x-1} + \sqrt{x})}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x}}.$$

O numerador é:

$$(\sqrt{x-1} - \sqrt{x})(\sqrt{x-1} + \sqrt{x}) = (x-1) - x = -1$$

Portanto, a expressão se torna:

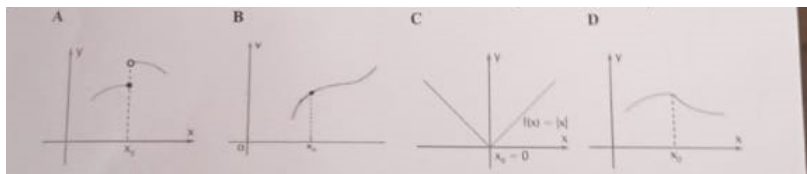
$$\frac{-1}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x}}$$

Quando  $x \rightarrow \infty$ , o denominador  $\sqrt{x-1} + \sqrt{x}$  se aproxima de  $2\sqrt{x}$ , pois  $\sqrt{x-1} \approx \sqrt{x}$  para valores muito grandes de  $x$ . Assim:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-1}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-1}{2\sqrt{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-1}{2\sqrt{x}} = 0$$

34. Considere os gráficos abaixo. Qual das funções admite derivada no ponto de abscissa  $x_0$ ?

**Resposta:** B

35. Sejam  $f(x)$  e  $g(x)$  funções definidas em  $\mathbb{R}$ . A derivada da diferença de duas funções é dada por:

A  $f'(x) - g(x) = f(x) - g(x).$

C  $f'(x) - g(x) = g'(x) - f'(x).$

B  $f'(x) - g(x) = g(x) - f(x).$

D  $f'(x) - g(x) = f'(x) - g'(x).$

**Resposta:** D

**Explicação:** Para resolver essa questão, aplicamos a regra da derivada da diferença de funções. Sabemos que a derivada de uma diferença de funções é dada pela fórmula:

$$\frac{d}{dx} (f(x) - g(x)) = f'(x) - g'(x).$$

A questão está pedindo a derivada da diferença das funções  $f(x)$  e  $g(x)$ . Sabemos que a derivada de  $f(x) - g(x)$  é  $f'(x) - g'(x)$ , ou seja:

$$\frac{d}{dx} (f(x) - g(x)) = f'(x) - g'(x).$$

36. A primeira derivada de  $f(x) = x^7 - x^5 + 9x$  é:

A  $f'(x) = 7x^6 + 5x^4 - 9$

C  $f'(x) = 7x^7 + 5x^5 + 9$

B  $f'(x) = 7x^6 - 5x^4 + 9$

D  $f'(x) = 7x^7 + 5x^5 - 9$

**Resposta:** B

**Explicação:** A derivada da função  $f(x) = x^7 - x^5 + 9x$  é calculada da seguinte forma:

A regra da derivada de potências é:

$$\frac{d}{dx}(x^n) = n \cdot x^{n-1}$$

Aplicamos a regra para cada termo da função:

$$f'(x) = \frac{d}{dx}(x^7) - \frac{d}{dx}(x^5) + \frac{d}{dx}(9x)$$

$$\frac{d}{dx}(x^7) = 7x^6, \quad \frac{d}{dx}(x^5) = 5x^4, \quad \frac{d}{dx}(9x) = 9$$

$$f'(x) = 7x^6 - 5x^4 + 9$$

37. Qual é a primeira derivada da função  $f(x) = 2x^3 - x + 5$  no ponto de abscissa  $x = 1$ ?

A 5

C 7

B 6

D 8

**Resposta:** A

**Explicação:** A derivada de  $f(x)$  é:

$$f'(x) = \frac{d}{dx}(2x^3) - \frac{d}{dx}(x) + \frac{d}{dx}(6)$$

Calculando termo a termo:

$$\frac{d}{dx}(2x^3) = 6x^2, \quad \frac{d}{dx}(x) = 1, \quad \frac{d}{dx}(6) = 0$$

$$f'(x) = 6x^2 - 1$$

Avaliação da derivada no ponto  $x = 1$ , substituímos  $x = 1$  em  $f'(x)$ :

$$f'(1) = 6(1)^2 - 1 = 6 - 1 = 5$$

38. Qual é a primeira derivada de  $g(x) = \frac{7-x}{x+1}$ ?

A  $g'(x) = -\frac{7}{(x-1)^2}$

C  $g'(x) = -\frac{8}{(x+1)^2}$

B  $g'(x) = \frac{7}{(x+1)^2}$

D  $g'(x) = \frac{8}{(x-1)^2}$

**Resposta:** C

**Explicação:** Utilizamos a regra do quociente:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{u(x)}{v(x)} \right) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{[v(x)]^2},$$

onde:

$$u(x) = 7 - x, \quad v(x) = x + 1.$$

Derivadas de  $u(x)$  e  $v(x)$ :

$$u'(x) = \frac{d}{dx}(7 - x) = -1, \quad v'(x) = \frac{d}{dx}(x + 1) = 1.$$

Aplicação da regra do quociente, substituímos na fórmula da derivada:

$$g'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}.$$

Substituímos  $u(x) = 7 - x$ ,  $u'(x) = -1$ ,  $v(x) = x + 1$ , e  $v'(x) = 1$ :

$$g'(x) = \frac{(-1)(x+1) - (7-x)(1)}{(x+1)^2}.$$

$$g'(x) = \frac{-x-1-(7-x)}{(x+1)^2}$$

$$g'(x) = \frac{-x-1-7+x}{(x+1)^2}$$

$$g'(x) = \frac{-8}{(x+1)^2}$$

39. A segunda derivada de  $f(x) = x^2(x+a)^4$  é um polinômio de grau...

A 3

C 5

B 4

D 6

**Resposta:** B

**Explicação:** Dada a função:

$$f(x) = x^2(x+a)^4,$$

A função  $f(x)$  é o produto de  $x^2$  com  $(x+a)^4$ . O grau de  $f(x)$  é dado pela soma dos graus dos dois fatores:

$$\text{grau de } f(x) = 2 + 4 = 6$$

Cada derivada reduz o grau do polinômio em 1:

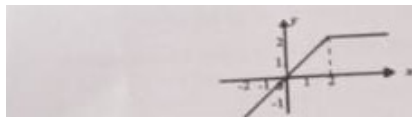
- A **primeira derivada** de  $f(x)$  tem grau:

$$\text{grau de } f'(x) = 6 - 1 = 5$$

- A **segunda derivada** de  $f(x)$  tem grau:

$$\text{grau de } f''(x) = 5 - 1 = 4$$

40. A figura abaixo representa o gráfico da função  $f(x)$



Para que valores de  $x$ ,  $f'(x) = 0$ ?

A  $x \in ]-\infty; 2[$

C  $x \in ]-\infty; 0[$

B  $x \in ]0; 2[$

D  $x \in ]2; +\infty[$

**Resposta:** D