

Por: *O.J.J. Cumbe*

Resolução do Exame de Matemática – 10^a classe – Ano 2022

Índice

1. Assinale por (V) verdadeira ou por (F) falsa as seguintes afirmações que se seguem.....2
2. Considere o triângulo [ABC]. Determine o valor x sabendo $AB=BC=2\text{cm}$.
3
3. Resolva as seguintes equações em $\mathbb{R}$ 4
4. Dos 120 funcionários de uma repartição pública, 60 leem a revista A, 80 leem a revista B e todos os funcionários leem pelo menos uma delas.4
5. Seja dada a função $f(x) = \log_5(x)$:.....5
6. Considere o gráfico da função $g(x)$:.....6
7. 12 alunos de uma escola, foram inquiridos sobre o número exato de irmãos de cada um deles e obteve-se os seguintes dados: 2, 1, 2, 3, 3, 2, 2, 1, 4, 2, 2, 3. Determine:.....8

1. Assinale por (V) verdadeira ou por (F) falsa as seguintes afirmações que se seguem.

a) $R \setminus R^- = R_0^+$

c) $\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{4}{64}\right) = 4$

b) $\cot 45^\circ > \tan 45^\circ$

d) $0,40 = 4\%$

Resolução:

a) $R \setminus R^- = R_0^+$

$R \setminus R^-$ Significa $R - R^-$ (Números reais diferentes de números reais negativos)
Sabemos que conjunto R é formado por números reais negativos (R^-), zero (0) e números positivos (R^+), isto é, $R = R^- \cup \{0\} \cup R^+$. Se tirarmos (R^-) teremos como resultado o (0) e (R^+), que formam o conjunto de números positivos incluindo o zero, chamados de números Reais Não Negativos (R_0^+).

$$R \setminus R^- = (R^- \cup \{0\} \cup R^+) - R^- = (\{0\} \cup R^+) = R_0^+$$

Logo: a afirmação é **verdadeira (V)**

b) $\cot 45^\circ > \tan 45^\circ$

Sabemos que $\tan 45^\circ = \cot 45^\circ = 1$, pois este é o ângulo cujo seno é igual a cosseno, e por conseguinte tangente é igual a cotangente e é sempre igual a 1.

Logo: a afirmação é **Falsa (F)**

c) $\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{4}{64}\right) = 4$

Demostraremos a resolução de duas formas, mas antes devemos **lembrar as componentes de um logaritmo**.

$$\log_b a = x$$

$$\log_b a = x \Leftrightarrow b^x = a$$

1ª Forma:

Sabemos que ao inverter a base o logaritmando o resultado (logaritmo) não

$$\text{altera: } \log_b a = \log_{\left(\frac{1}{b}\right)} \left(\frac{1}{a}\right) = x$$

$$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{4}{64}\right) = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{16}\right) = \log_2(16) = 4$$

$$\text{Então: } \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{4}{64}\right) = 4$$

Logo: a afirmação é **verdadeira (V)**

2ª Forma:

$$\text{Como } \log_b a = x \Leftrightarrow b^x = a$$

$$\text{Então } \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{4}{64}\right) = 4 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{4}{64} \Leftrightarrow \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{4:4}{64:4} \Leftrightarrow \frac{1}{16} = \frac{1}{16}$$

Logo: a afirmação é **verdadeira (V)**

d) 0,40=4%

$$0,40 = \frac{40}{100} = 40\% \text{ e é diferente de } 4\%$$

Logo: a afirmação é **Falsa (F)**

2. Considere o triângulo [ABC]. Determine o valor x sabendo AB=BC=2cm.

Vamos resolver de duas formas:

1ª Forma:

Já que [ABC] é um triângulo retângulo e AB=BC significa que trata-se de um triângulo retângulo isósceles: ângulo A = ângulo C = 45°

$$\text{Então } x = \text{ângulo C} = 45^\circ$$

1ª Forma:

Usando as razões trigonométricas temos:

$$\tan x = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Cateto adjacente}} = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{2} = 1$$

Sabemos que no intervalo de 0° a 90° o único ângulo cujo tangente é 1 é o ângulo de 45°: $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = 45^\circ$

3. Resolva as seguintes equações em R.

a) $3 \tan x - \sqrt{3} = 0$ para $x \in [0^\circ; 90^\circ]$

b) $9x^4 - 81 = 0$

c) $-x^2 + 3x \geq 0$

Resolução:

Lembre-se: resolver uma equação é determinar o valor da incógnita. Neste caso temos que determinar o valor de x .

a) $3 \tan x - \sqrt{3} = 0$

$$\Leftrightarrow 3 \tan x = 0 + \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 3 \tan x = \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = 45^\circ$$

Solução: $x = \{45^\circ\}$

b) $9x^4 - 81 = 0$

$$\Leftrightarrow 9x^4 = 0 + 81$$

$$\Leftrightarrow x^4 = \frac{81}{9} \Leftrightarrow x^4 = 9$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \sqrt[4]{9}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \sqrt{3}$$

Solução: $x = \{-\sqrt{3}; +\sqrt{3}\}$

c) $\Leftrightarrow -x^2 + 3x \geq 0$

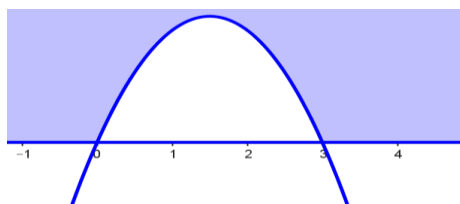
$$\Leftrightarrow -x^2 + 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(-x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } -x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } -x = -3$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 3$$



Solução: $x \in]-\infty; 0] \cup [3; +\infty[$

d) $\log_4(2 - 3x) = \log_4(x - 3)$

$$\Leftrightarrow 2 - 3x = x - 3$$

$$\Leftrightarrow -3x - x = -3 - 2$$

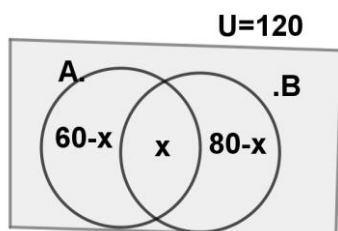
$$\Leftrightarrow -4x = -5 \Leftrightarrow 4x = 5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{4} \text{ Solução: } x = \left\{\frac{5}{4}\right\}$$

4. Dos 120 funcionários de uma repartição pública, 60 leem a revista A, 80 leem a revista B e todos os funcionários leem pelo menos uma delas.

a) Represente os dados num diagrama de Venn.

Resolução:



b) Determine o número de funcionários que leem as duas revistas.

Resolução: $x=?$

$$\Leftrightarrow (60 - x) + x + (80 - x) = 120 \quad \Leftrightarrow -x = 120 - 140$$

$$\Leftrightarrow 60 - x + x + 80 - x = 120 \quad \Leftrightarrow -x = -20$$

$$\Leftrightarrow 60 + 80 - x = 120 \quad \Leftrightarrow x = 20$$

$$\Leftrightarrow 140 - x = 120$$

Resposta: o número de funcionários que leem as duas revistas é 20.

c) Quantos funcionários leem somente a revista B?

Resolução: $80-x=?$

$$\Leftrightarrow 80 - x = 80 - 20 = 60$$

Resposta: os funcionários que leem somente a revista B são 60.

d) Quantos funcionários leem somente a revista A?

Resolução: $60-x=?$

$$\Leftrightarrow 60 - x = 60 - 20 = 40$$

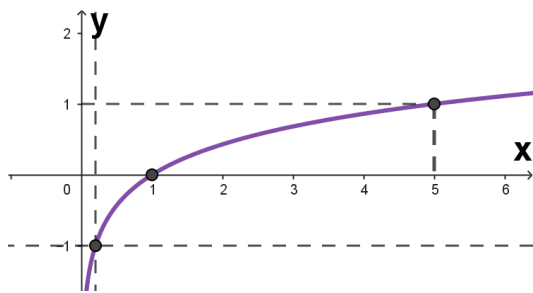
Resposta: os funcionários que leem somente a revista A são 40.

5. Seja dada a função $f(x) = \log_5(x)$:

a) Represente graficamente a função $f(x)$.

O gráfico de uma função logarítmica do tipo $f(x) = \log_a x$ é uma curva que passa pelos pontos: $(a; 1)$; $(1; 0)$; $(\frac{1}{a}; -1)$

Então o gráfico de $f(x) = \log_5 x$ é uma curva que passa pelos pontos:
 $(5; 1)$; $(1; 0)$; $(\frac{1}{5}; -1)$



b) Qual é o contradomínio da função $f(x)$?

Observe que o gráfico começa da parte negativa do y até a parte positiva toda, então o contradomínio desta função é todo o conjunto $\mathbb{R}$.

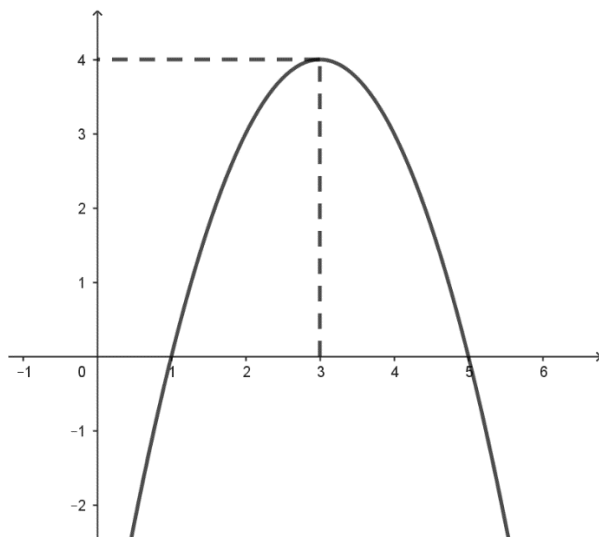
$$D'f \in \mathbb{R}$$

c) Qual é a variação do sinal da função no intervalo de $]0;1[$?

No intervalo de $]0;1[$ o gráfico está em baixo do eixo x então a função é negativa:

Em $x \in]0;1[$ $f(x)$ é negativa.

6. Considere o gráfico da função $g(x)$:



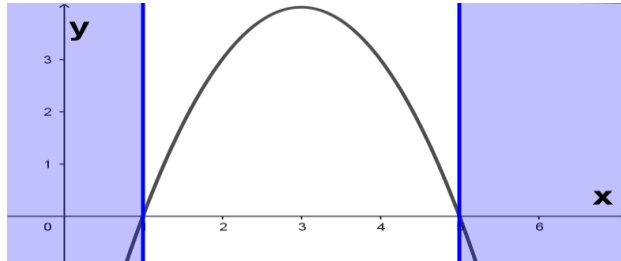
a) Quais são os zeros da função?

Os zeros de uma função são os valores de x onde a função é nula, ou seja, onde o gráfico intercepta (corta) o eixo das abscissas (eixo x)

b) Para que valores de x , $g(x) \leq 0$?

Aqui queremos os valores de x que fazem com que o Gráfico esteja em baixo do eixo das abcissas (eixo x).

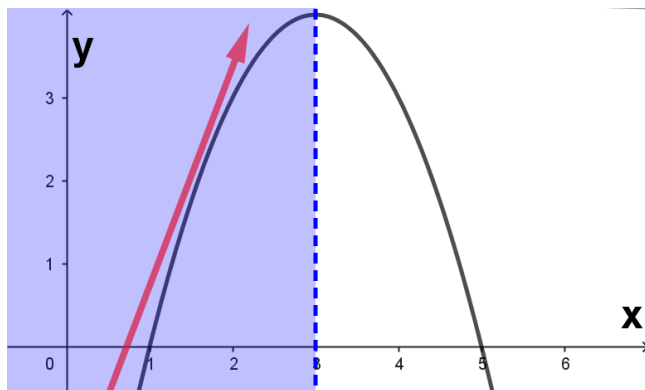
Observe



$$x \in]-\infty; 1[\cup]5; +\infty[$$

c) Qual é a variação da função $g(x)$ no intervalo de

Queremos saber se no intervalo de $] -\infty; 3[$ a função cresce ou decresce:



Observe que representando uma reta seguindo o gráfico nesta área veremos que a função está a crescer. Logo em $x \in]-\infty; 3[$ a função é crescente

d) Determine a expressão analítica da função.

Resolução:

Dados: $x_1 = 1$ e $x_2 = 5$ Ponto $P(3;4)$

$$y = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\Leftrightarrow 4 = a(3 - 1)(3 - 5)$$

$$\Leftrightarrow -4a = 4 \quad \Leftrightarrow 4a = -4$$

$$\Leftrightarrow 4 = a(2)(-2)$$

$$\Leftrightarrow a = -\frac{4}{4} \quad \Leftrightarrow a = -1$$

$$\Leftrightarrow 4 = -4a$$

$$\Leftrightarrow y = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\Leftrightarrow y = -1(x - 1)(x - 5)$$

$$\Leftrightarrow y = -1(x^2 - 6x + 5)$$

$$\Leftrightarrow y = -x^2 + 6x - 5$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -x^2 + 6x - 5$$

Resposta: a expressão analítica da função é $f(x) = -x^2 + 6x - 5$

7. 12 alunos de uma escola, foram inquiridos sobre o número exato de irmãos de cada um deles e obteve-se os seguintes dados: 2, 1, 2, 3, 3, 2, 2, 1, 4, 2, 2, 3.

Determine:

- a) a moda:
- b) a média aritmética:

Resolução:

- a) A moda:

Resposta: A moda é o elemento mais repetido, então $Mo=2$

- b) A média aritmética:

Temos: 1; 1; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 4.

$$\bar{x} = \frac{2 \times 1 + 6 \times 2 + 3 \times 3 + 1 \times 4}{12} = \frac{27}{12} 2,25 \approx 2$$

Resposta: a média aritmética é de 2.

FIM