



openstax™

# Física

Universitaria

Volumen 2



# Física Universitaria

## Volumen 2

AUTORES PRINCIPALES

**SAMUEL J. LING, UNIVERSIDAD ESTATAL DE TRUMAN**

**JEFF SANNY, UNIVERSIDAD LOYOLA MARYMOUNT**

**WILLIAM MOEBS, ANTERIORMENTE DE LA UNIVERSIDAD LOYOLA MARYMOUNT**



## **OpenStax**

Rice University  
6100 Main Street MS-375  
Houston, Texas 77005

Para obtener más información sobre OpenStax, visite <https://openstax.org>.  
Pueden adquirirse copias impresas individuales y pedidos al por mayor a través de nuestro sitio web.

©2021 Rice University. El contenido de los libros de texto que produce OpenStax tiene una licencia de atribución internacional de Creative Commons 4.0 (CC BY 4.0). De conformidad con esta licencia, todo usuario de este libro de texto o de su contenido debe proporcionar la atribución adecuada de la siguiente manera:

- Si redistribuye este libro de texto en formato digital (lo que incluye, entre otros, PDF y HTML), entonces debe mantener en cada página la siguiente atribución:  
"Acceso gratuito en [openstax.org](https://openstax.org)".
- Si redistribuye este libro de texto en formato impreso, debe incluir en cada página física la siguiente atribución:  
"Acceso gratuito en [openstax.org](https://openstax.org)".
- Si redistribuye parte de este libro de texto, debe mantener en cada página de formato digital (lo que incluye, entre otros, PDF y HTML) y en cada página física impresa la siguiente atribución:  
"Acceso gratuito en [openstax.org](https://openstax.org)".
- Si utiliza este libro de texto como referencia bibliográfica, incluya <https://openstax.org/details/books/fisica-universitaria-volumen-2> en su cita.

Si tiene preguntas sobre esta licencia, póngase en contacto con [support@openstax.org](mailto:support@openstax.org).

### **Marcas registradas**

El nombre de OpenStax, el logotipo de OpenStax, las portadas de los libros de OpenStax, el nombre de OpenStax CNX, el logotipo de OpenStax CNX, el nombre de OpenStax Tutor, el logotipo de Openstax Tutor, el nombre de Connexions, el logotipo de Connexions, el nombre de Rice University y el logotipo de Rice University no están sujetos a la licencia y no se pueden reproducir sin el consentimiento previo y expreso por escrito de Rice University.

**VERSIÓN DE TAPA BLANDA ISBN-13**

**978-1-711494-64-7**

**VERSIÓN DIGITAL ISBN-13**

**978-1-951693-44-2**

**AÑO DE PUBLICACIÓN ORIGINAL**

**2021**

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 JAY 21

## OPENSTAX

OpenStax ofrece libros de texto gratuitos, revisados por expertos y con licencia abierta para cursos de introducción a la universidad y del programa Advanced Placement®, así como software didáctico personalizado de bajo costo que apoyan el aprendizaje de los estudiantes. Es una iniciativa de tecnología educativa sin fines de lucro con sede en Rice University (Universidad Rice), que se compromete a brindarle acceso a los estudiantes a las herramientas que necesitan para terminar sus cursos y alcanzar sus objetivos educativos.

## RICE UNIVERSITY

OpenStax, OpenStax CNX y OpenStax Tutor son iniciativas de Rice University. Como universidad líder en investigación con un compromiso particular con la educación de pregrado, Rice University aspira a una investigación pionera, una enseñanza insuperable y contribuciones para mejorar nuestro mundo. Su objetivo es cumplir esta misión y cultivar una comunidad diversa de aprendizaje y descubrimiento que forme líderes en todo el ámbito del esfuerzo humano.



---

## APOYO FILANTRÓPICO

OpenStax agradece a nuestros generosos socios filantrópicos, que apoyan nuestra visión de mejorar las oportunidades educativas para todos los estudiantes. Para ver el impacto de nuestra comunidad de colaboradores y nuestra lista más actualizada de socios, visite [openstax.org/impact](https://openstax.org/impact).

Arnold Ventures

Chan Zuckerberg Initiative

Chegg, Inc.

Arthur and Carlyse Ciocca Charitable Foundation

Digital Promise

Ann and John Doerr

Bill & Melinda Gates Foundation

Girard Foundation

Google Inc.

The William and Flora Hewlett Foundation

The Hewlett-Packard Company

Intel Inc.

Rusty and John Jagers

The Calvin K. Kazanjian Economics Foundation

Charles Koch Foundation

Leon Lowenstein Foundation, Inc.

The Maxfield Foundation

Burt and Deedee McMurtry

Michelson 20MM Foundation

National Science Foundation

The Open Society Foundations

Jumee Yhu and David E. Park III

Brian D. Patterson USA-International Foundation

The Bill and Stephanie Sick Fund

Steven L. Smith & Diana T. Go

Stand Together

Robin and Sandy Stuart Foundation

The Stuart Family Foundation

Tammy and Guillermo Treviño

Valhalla Charitable Foundation

White Star Education Foundation

Schmidt Futures

William Marsh Rice University



# Contenido

---

Prefacio 1

## UNIDAD 1 TERMODINÁMICA

---

### CAPÍTULO 1

#### Temperatura y calor 7

Introducción	7
1.1 Temperatura y equilibrio térmico	8
1.2 Termómetros y escalas de temperatura	9
1.3 Dilatación térmica	13
1.4 Transferencia de calor, calor específico y calorimetría	19
1.5 Cambios de fase	27
1.6 Mecanismos de transferencia de calor	36
Revisión Del Capítulo	54

### CAPÍTULO 2

#### Teoría cinética de los gases 69

Introducción	69
2.1 Modelo molecular de un gas ideal	70
2.2 Presión, temperatura y velocidad media cuadrática (rms)	80
2.3 Capacidad calorífica y equipartición de energía	91
2.4 Distribución de las velocidades moleculares	96
Revisión Del Capítulo	101

### CAPÍTULO 3

#### Primera ley de la termodinámica 111

Introducción	111
3.1 Sistemas termodinámicos	112
3.2 Trabajo, calor y energía interna	114
3.3 Primera ley de la termodinámica	118
3.4 Procesos termodinámicos	124
3.5 Capacidades térmicas de un gas ideal	128
3.6 Procesos adiabáticos para un gas ideal	129
Revisión Del Capítulo	134

### CAPÍTULO 4

#### Segunda ley de la termodinámica 145

Introducción	145
4.1 Procesos reversibles e irreversibles	146
4.2 Máquinas térmicas	148
4.3 Refrigeradores y bombas de calor	150
4.4 Enunciados de la segunda ley de la termodinámica	152
4.5 El ciclo de Carnot	155
4.6 Entropía	160

4.7 Entropía a escala microscópica	166
Revisión Del Capítulo	171

## UNIDAD 2 ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO

---

### CAPÍTULO 5

#### Cargas y campos eléctricos 181

Introducción	181
5.1 Carga eléctrica	182
5.2 Conductores, aislantes y carga por inducción	188
5.3 Ley de Coulomb	192
5.4 Campo eléctrico	197
5.5 Cálculo de los campos eléctricos de las distribuciones de carga	204
5.6 Líneas de campo eléctrico	212
5.7 Dipolos eléctricos	217
Revisión Del Capítulo	220

### CAPÍTULO 6

#### Ley de Gauss 235

Introducción	235
6.1 Flujo eléctrico	236
6.2 Explicar la ley de Gauss	244
6.3 Aplicación de la ley de Gauss	251
6.4 Conductores en equilibrio electrostático	264
Revisión Del Capítulo	273

### CAPÍTULO 7

#### Potencial eléctrico 285

Introducción	285
7.1 Energía potencial eléctrica	286
7.2 Potencial eléctrico y diferencia de potencial	293
7.3 Cálculo del potencial eléctrico	305
7.4 Determinación del campo a partir del potencial	316
7.5 Superficies Equipotenciales y Conductores	319
7.6 Aplicaciones de la electrostática	328
Revisión Del Capítulo	333

### CAPÍTULO 8

#### Capacitancia 345

Introducción	345
8.1 Condensadores y capacitancia	345
8.2 Condensadores en serie y en paralelo	355
8.3 Energía almacenada en un condensador	361
8.4 Condensador con dieléctrico	365
8.5 Modelo molecular de un dieléctrico	367
Revisión Del Capítulo	375

### CAPÍTULO 9

#### Corriente y resistencia 385



Introducción	385
9.1 Corriente eléctrica	386
9.2 Modelo de conducción en metales	391
9.3 Resistividad y resistencia	397
9.4 Ley de Ohm	406
9.5 Energía eléctrica y potencia	410
9.6 Superconductores	417
Revisión Del Capítulo	423

## CAPÍTULO 10

### Circuitos de corriente directa 433

Introducción	433
10.1 Fuerza electromotriz	434
10.2 Resistores en serie y en paralelo	441
10.3 Reglas de Kirchhoff	455
10.4 Instrumentos de medición eléctrica	467
10.5 Circuitos RC	470
10.6 Cableado doméstico y seguridad eléctrica	477
Revisión Del Capítulo	482

## CAPÍTULO 11

### Fuerzas y campos magnéticos 497

Introducción	497
11.1 El magnetismo y sus descubrimientos históricos	498
11.2 Campos y líneas magnéticas	500
11.3 Movimiento de una partícula cargada en un campo magnético	505
11.4 Fuerza magnética sobre un conductor portador de corriente	510
11.5 Fuerza y torque en un bucle de corriente	515
11.6 El efecto Hall	518
11.7 Aplicaciones de las fuerzas y campos magnéticos	521
Revisión Del Capítulo	526

## CAPÍTULO 12

### Fuentes de campos magnéticos 539

Introducción	539
12.1 La ley de Biot-Savart	540
12.2 Campo magnético debido a un cable recto delgado	544
12.3 Fuerza magnética entre dos corrientes paralelas	547
12.4 Campo magnético de un bucle de corriente	550
12.5 Ley de Ampère	553
12.6 Solenoides y toroides	559
12.7 El magnetismo en la materia	564
Revisión Del Capítulo	572

## CAPÍTULO 13

### Inducción electromagnética 585

Introducción	585
13.1 Ley de Faraday	586
13.2 Ley de Lenz	590

13.3 Fuerza electromotriz (emf) de movimiento	595
13.4 Campos eléctricos inducidos	603
13.5 Corrientes de Foucault	607
13.6 Generadores eléctricos y fuerza contraelectromotriz	612
13.7 Aplicaciones de la inducción electromagnética	619
Revisión Del Capítulo	621

## CAPÍTULO 14

### Inductancia

Introducción	635
14.1 Inductancia mutua	636
14.2 Autoinducción e inductores	639
14.3 Energía en un campo magnético	645
14.4 Circuitos RL	647
14.5 Oscilaciones en un circuito LC	652
14.6 Circuitos RLC en serie	656
Revisión Del Capítulo	658

## CAPÍTULO 15

### Circuitos de corriente alterna

Introducción	667
15.1 Fuentes de ac	668
15.2 Circuitos simples de ac	669
15.3 Circuitos en serie RLC con ac	675
15.4 Potencia en un circuito de ac	680
15.5 Resonancia en un circuito de ac	684
15.6 Transformadores	689
Revisión Del Capítulo	694

## CAPÍTULO 16

### Ondas electromagnéticas

Introducción	703
16.1 Ecuaciones de Maxwell y ondas electromagnéticas	704
16.2 Ondas electromagnéticas planas	710
16.3 Energía transportada por las ondas electromagnéticas	717
16.4 Momento y presión de radiación	722
16.5 El espectro electromagnético	727
Revisión Del Capítulo	735

**Apéndice A** Unidades 747

**Apéndice B** Factores de conversión 751

**Apéndice C** Constantes fundamentales 755

**Apéndice D** Datos astronómicos 757

**Apéndice E** Fórmulas matemáticas 759

**Apéndice F** Química 763

**Apéndice G** El alfabeto griego 765

Clave de Respuestas 767

Índice 815



# PREFACIO

---

Bienvenido a *Física Universitaria*, un recurso de OpenStax. Este libro de texto fue escrito para aumentar el acceso de los estudiantes a material de aprendizaje de alta calidad, a la vez que se mantienen los más altos estándares de rigor académico a bajo o ningún costo.

## Acerca de OpenStax

OpenStax es una organización sin ánimo de lucro con sede en la Universidad Rice. Nuestra misión es brindar a los estudiantes mayor acceso a la educación. Nuestro primer libro de texto universitario con licencia abierta se publicó en 2012. Desde entonces nuestra biblioteca se ha ampliado a más de 25 libros que consultan cientos de miles de estudiantes en todo el mundo. OpenStax Tutor, nuestra herramienta de aprendizaje personalizado de bajo costo, se utiliza en cursos universitarios de todo el país. La misión de OpenStax es posible gracias al generoso apoyo de fundaciones filantrópicas. A través de estas asociaciones y con la ayuda de recursos adicionales de bajo costo de nuestros socios de OpenStax, OpenStax rompe las barreras más comunes para el aprendizaje y otorga poder a los estudiantes e instructores para que triunfen.

## Sobre los recursos de OpenStax

### Personalización

*Física Universitaria* está autorizado conforme a la licencia Creative Commons Atribución 4.0 Internacional (CC BY 4.0), lo que significa que puede distribuir, mezclar y construir sobre el contenido, siempre y cuando proporcione la atribución a OpenStax y sus colaboradores de contenido.

Dado que nuestros libros tienen licencia abierta, usted es libre de utilizar todo el libro o de elegir las secciones que sean más relevantes para las necesidades de su curso. Puede mezclar el contenido en la asignación a sus estudiantes de ciertos capítulos y secciones en su programa de estudios en el orden que usted prefiera. Incluso puede proporcionar un enlace directo en su programa de estudios a las secciones en la vista web de su libro.

Los instructores también tienen la opción de crear una versión personalizada de su libro de OpenStax.

La versión personalizada puede ponerse a disposición de los estudiantes en formato impreso o digital de bajo costo a través de la librería de su campus. Visite la página de su libro en OpenStax.org para obtener más información.

### Errata

Todos los libros de texto de OpenStax se someten a un riguroso proceso de revisión. Sin embargo, al igual que cualquier libro de texto de nivel profesional, a veces se producen errores. Dado que nuestros libros se basan en la web, podemos realizar actualizaciones periódicas cuando se considere pedagógicamente necesario. Si tiene una corrección que sugerir, envíela a través del enlace de la página de su libro en OpenStax.org. Los expertos en la materia revisan todas las sugerencias de erratas. OpenStax se compromete a ser transparente en todas las actualizaciones, por lo que usted también encontrará una lista de los cambios de erratas anteriores en la página de su libro en OpenStax.org.

### Formato

Puede acceder a este libro de texto de forma gratuita en vista web o en PDF a través de OpenStax.org, y por un bajo costo en versión impresa.

## Acerca de *Física Universitaria*

*Física Universitaria* está diseñado para el curso de física de dos o tres semestres con base en cálculo. El texto ha sido desarrollado para cumplir con el alcance y la secuencia de la mayoría de los cursos universitarios de física y proporciona una base para una carrera en matemáticas, ciencias o ingeniería. El libro ofrece una importante oportunidad para que los estudiantes aprendan los conceptos básicos de la física y comprendan cómo esos conceptos se aplican a sus vidas y al mundo que los rodea.

Debido al carácter exhaustivo del material, ofrecemos el libro en tres volúmenes para mayor flexibilidad y eficacia.

### Cobertura y alcance

Nuestro libro de texto de *Física Universitaria* se adhiere al alcance y la secuencia de la mayoría de los cursos de física de dos y tres semestres de todo el país. Hemos trabajado para que la física sea interesante y accesible para los estudiantes, a la vez que se mantiene el rigor matemático inherente a la

asignatura. Con este objetivo en mente, el contenido de este libro de texto se ha desarrollado y organizado para proporcionar una progresión lógica desde los conceptos fundamentales hasta los más avanzados, con base en lo que los estudiantes ya han aprendido y haciendo hincapié en las conexiones entre los temas y entre la teoría y las aplicaciones. La meta de cada sección es que los estudiantes no solo reconozcan los conceptos, sino que trabajen con estos de forma que les resulten útiles en cursos posteriores y en sus futuras carreras. La organización y las características pedagógicas se desarrollaron y examinaron con los aportes de educadores científicos dedicados al proyecto.

## VOLUMEN I

### Unidad 1: Mecánica

- Capítulo 1: Unidades y medidas
- Capítulo 2: Vectores
- Capítulo 3: Movimiento rectilíneo
- Capítulo 4: Movimiento en dos y tres dimensiones
- Capítulo 5: Leyes del movimiento de Newton
- Capítulo 6: Aplicaciones de las leyes de Newton
- Capítulo 7: Trabajo y energía cinética
- Capítulo 8: Energía potencial y conservación de la energía
- Capítulo 9: Momento lineal y colisiones
- Capítulo 10: Rotación de eje fijo
- Capítulo 11: Momento angular
- Capítulo 12: Equilibrio estático y elasticidad
- Capítulo 13: Gravitación
- Capítulo 14: Mecánica de fluidos

### Unidad 2: Ondas y acústica

- Capítulo 15: Oscilaciones
- Capítulo 16: Ondas
- Capítulo 17: Sonido

## VOLUMEN II

### Unidad 1: Termodinámica

- Capítulo 1: Temperatura y calor
- Capítulo 2: La teoría cinética de los gases
- Capítulo 3: La primera ley de termodinámica
- Capítulo 4: La segunda ley de la termodinámica

### Unidad 2: Electricidad y magnetismo

- Capítulo 5: Cargas y campos eléctricos
- Capítulo 6: Ley de Gauss
- Capítulo 7: Potencial eléctrico
- Capítulo 8: Capacidad
- Capítulo 9: Corriente y resistencia

- Capítulo 10: Circuitos de corriente continua
- Capítulo 11: Fuerzas y campos magnéticos
- Capítulo 12: Fuentes de campos magnéticos
- Capítulo 13: Inducción electromagnética
- Capítulo 14: Inductancia
- Capítulo 15: Circuitos de corriente alterna
- Capítulo 16: Ondas electromagnéticas

## VOLUMEN III

### Unidad 1: Óptica

- Capítulo 1: La naturaleza de la luz
- Capítulo 2: Óptica geométrica y formación de imágenes
- Capítulo 3: Interferencia
- Capítulo 4: Difracción

### Unidad 2: Física moderna

- Capítulo 5: Relatividad
- Capítulo 6: Fotones y ondas de materia
- Capítulo 7: Mecánica cuántica
- Capítulo 8: Estructura atómica
- Capítulo 9: Física de la materia condensada
- Capítulo 10: Física nuclear
- Capítulo 11: Física de partículas y cosmología

### Fundamentos pedagógicos

En *Física Universitaria* encontrará derivaciones de conceptos que presentan ideas y técnicas clásicas, así como aplicaciones y métodos modernos. La mayoría de los capítulos comienzan con observaciones o experimentos que sitúan el material en un contexto de experiencia física. Las presentaciones y explicaciones se basan en años de experiencia en el aula por parte de profesores de física de larga trayectoria, que se esfuerzan por lograr un equilibrio de claridad y rigor que ha demostrado ser exitoso con sus estudiantes. En el texto, los enlaces permiten a los estudiantes repasar el material anterior y volver al planteamiento actual para reforzar las conexiones entre los temas. Las figuras históricas y los experimentos más importantes se analizan en el texto principal (en lugar de en recuadros o barras laterales), a la vez que se mantiene el enfoque en el desarrollo de la intuición física. Las ideas clave, las definiciones y las ecuaciones se destacan en el texto y se enumeran en forma de resumen al final de cada capítulo. Los ejemplos y las imágenes que abren los capítulos suelen incluir aplicaciones contemporáneas de la vida cotidiana o de la ciencia y la ingeniería modernas con las que los estudiantes pueden relacionarse: desde los teléfonos inteligentes hasta Internet o los dispositivos GPS.

### Evaluaciones que refuerzan los conceptos clave

Los **Ejemplos** que se encuentran en los capítulos siguen un formato de tres partes de estrategia, solución e importancia, para enfatizar cómo abordar un problema, cómo trabajar con las ecuaciones y cómo comprobar y generalizar el resultado. Los ejemplos van seguidos de preguntas y respuestas de **Compruebe lo aprendido** para que los estudiantes refuerzen las ideas importantes de los ejemplos. Las **Estrategias de resolución de problemas** de cada capítulo desglosan los métodos para abordar diversos tipos de problemas en pasos, que los estudiantes pueden seguir para orientarse. El libro también incluye ejercicios al final de cada capítulo, para que los estudiantes practiquen lo que han aprendido.

- Las **Preguntas conceptuales** no requieren cálculos, sino que ponen a prueba el aprendizaje de los conceptos clave por parte del estudiante.
- Los **Problemas** clasificados por secciones ponen a prueba las habilidades de los estudiantes para resolver problemas y la capacidad para aplicar las ideas a situaciones prácticas.
- Los **Problemas adicionales** aplican los conocimientos de todo el capítulo, lo cual obliga a los estudiantes a identificar qué conceptos y ecuaciones son apropiados para resolver determinados problemas. Al azar, en los problemas, hay ejercicios de **Resultados poco razonables**. Allí se pide a los estudiantes que evalúen la respuesta a un problema y expliquen por qué no es razonable y cuáles de las suposiciones que se hacen serían incorrectas.
- Los **Problemas de desafío** amplían las ideas del texto a situaciones interesantes, pero difíciles.

Las respuestas a los ejercicios seleccionados están disponibles en una **Clave de respuestas** al final del libro.

### Recursos adicionales

#### Recursos para estudiantes e instructores

Hemos recopilado recursos adicionales tanto para los estudiantes como para los instructores, tales como guías de inicio, láminas de PowerPoint y guías de respuestas y soluciones para instructores y estudiantes. Los recursos para instructores requieren una cuenta de instructor verificada, que puede solicitar al iniciar sesión o crear su cuenta en OpenStax.org. Aproveche estos recursos para complementar su libro de OpenStax.

### Centros comunitarios

OpenStax se asocia al Instituto para el Estudio de la Administración del Conocimiento en la Educación (Institute for the Study of Knowledge Management in Education, ISKME) para ofrecer centros comunitarios en OER Commons. Esta plataforma es para que los instructores compartan los recursos creados por la comunidad en apoyo de los libros de OpenStax, de forma gratuita. A través de nuestros centros comunitarios, los instructores pueden cargar sus propios materiales o descargar recursos para utilizarlos en sus propios cursos. Esto abarca anexos adicionales, material didáctico, multimedia y contenido relevante del curso. Animamos a los profesores a que se unan a los centros de los temas más relevantes para su docencia e investigación como una oportunidad, tanto para enriquecer sus cursos como para relacionarse con otros profesores.

Para ponerse en contacto con los centros comunitarios, visite [www.oercommons.org/hubs/OpenStax](http://www.oercommons.org/hubs/OpenStax) (<https://www.oercommons.org/hubs/OpenStax>).

### Recursos asociados

Los socios de OpenStax son nuestros aliados en la misión de hacer asequible y accesible el material de aprendizaje de alta calidad a los estudiantes e instructores de todo el mundo. Sus herramientas se integran perfectamente con nuestros títulos de OpenStax a un bajo costo. Para acceder a los recursos asociados a su texto, visite la página de su libro en OpenStax.org.

### Sobre los autores

#### Autores principales

##### **Samuel J. Ling, Universidad Estatal de Truman**

El Dr. Samuel Ling ha enseñado física introductoria y avanzada durante más de 25 años en la Universidad Estatal de Truman, donde actualmente es profesor de física y jefe del departamento. El Dr. Ling tiene dos doctorados por la Universidad de Boston, uno en Química y otro en Física, y fue becario de investigación en el Instituto Indio de Ciencias de Bangalore antes de incorporarse a Truman. El Dr. Ling también es autor de *Primer Curso en Vibraciones y Ondas (A First Course in Vibrations and Waves)*, publicado por Oxford University Press. El Dr. Ling tiene vasta experiencia en investigación en el campo de la educación en física y ha publicado investigaciones sobre métodos de aprendizaje colaborativo en la enseñanza de la física. Recibió una beca Truman y una beca Jepson en reconocimiento a sus innovadores métodos de

enseñanza. Las publicaciones de investigación del Dr. Ling abarcan la cosmología, la física del estado sólido y la óptica no lineal.

**Jeff Sanny, Universidad Loyola Marymount**

El Dr. Jeff Sanny se licenció en Física en el Colegio Universitario Harvey Mudd en 1974 y se doctoró en física del estado sólido en la Universidad de California, Los Ángeles, en 1980. Se incorporó al cuerpo docente de la Universidad Loyola Marymount en otoño de 1980. Durante su permanencia, ha desempeñado el cargo de jefe de departamento, así como el de decano asociado. El Dr. Sanny disfruta enseñando física introductoria en particular. También le apasiona proporcionar a los estudiantes experiencia en investigación y ha dirigido durante muchos años un activo grupo de investigación en física espacial, conformado por estudiantes universitarios.

**William Moebs, anteriormente de la Universidad Loyola Marymount**

El Dr. William Moebs se licenció y doctoró (1959 y 1965) en la Universidad de Michigan. Después se incorporó al personal como investigador asociado durante un año, donde continuó su investigación doctoral en física de partículas. En 1966, aceptó un nombramiento en el departamento de física de Indiana Purdue Fort Wayne (IPFW), donde ejerció como jefe de departamento de 1971 a 1979. En 1979 se trasladó a la Universidad Loyola Marymount (Loyola Marymount University, LMU), donde fue jefe del departamento de física de 1979 a 1986. Se retiró de la LMU en el 2000. Ha publicado investigaciones sobre física de partículas, cinética química, división celular, física atómica y enseñanza de la física.

**Autores colaboradores**

Stephen D. Druger

Alice Kolakowska, Universidad de Memphis

David Anderson, Colegio Universitario Albion

Daniel Bowman, Colegio Universitario Ferrum

Dedra Demaree, Universidad de Georgetown

Edw. S. Ginsberg, Universidad de Massachusetts

Joseph Trout, Colegio Universitario Richard Stockton

Kevin Wheelock, Colegio Universitario Bellevue

David Smith, Universidad de las Islas Vírgenes

Takashi Sato, Universidad Politécnica de Kwantlen

Gerald Friedman, Colegio Universitario Comunitario Santa Fe

Lev Gasparov, Universidad del Norte de Florida

Lee LaRue, Colegio Universitario Paris Junior

Mark Lattery, Universidad de Wisconsin

Richard Ludlow, Colegio Universitario Daniel

Webster

Patrick Motl, Universidad Kokomo de Indiana

Tao Pang, Universidad de Nevada, Las Vegas

Kenneth Podolak, Universidad Estatal de Plattsburgh

**Revisores**

Salameh Ahmad, Instituto de Tecnología Rochester, Dubai

John Aiken, Universidad de Colorado, Boulder

Raymond Bengel, Colegio Universitario del condado Tarrant

Gavin Buxton, Universidad Robert Morris

Erik Christensen, Colegio Universitario Estatal del Sur de Florida

Clifton Clark, Universidad Estatal Fort Hays

Nelson Coates, Academia Marítima de California

Herve Collin, Colegio Universitario Comunitario Kapi'olani

Carl Covatto, Universidad Estatal de Arizona

Alejandro Cozzani, Colegio Universitario Imperial Valley

Danielle Dalafave, Colegio Universitario de Nueva Jersey

Nicholas Darnton, Instituto de Tecnología de Georgia

Ethan Deneault, Universidad de Tampa

Kenneth DeNisco, Colegio Universitario Comunitario del Área de Harrisburg

Robert Edmonds, Colegio Universitario del condado de Tarrant

William Falls, Colegio Universitario Comunitario Erie

Stanley Forrester, Colegio Universitario Broward

Umesh Garg, Universidad de Notre Dame

Maurizio Giannotti, Universidad Barry

Bryan Gibbs, Colegio Universitario Comunitario del condado de Dallas

Lynn Gillette, Colegio Universitario Comunitario Pima, Campus Oeste

Mark Giroux, Universidad Estatal del Este de Tennessee

Matthew Griffiths, Universidad de New Haven

Alfonso Hinojosa, Universidad de Texas, Arlington

Steward Jensen, Colegio Universitario Alma

David Kagan, Universidad de Massachusetts

Sergei Katsev, Universidad de Minnesota, Duluth

Gregory Lapicki, Universidad del Este de Carolina

Jill Leggett, Colegio Universitario Comunitario Estatal de Florida, Jacksonville

Alfredo Louro, Universidad de Calgary

James Maclaren, Universidad Tulane

Ponn Maheswaranathan, Universidad Winthrop

Seth Major, Colegio Universitario Hamilton



Oleg Maksimov, Colegio Universitario Excelsior  
Aristides Marcano, Universidad Estatal de Delaware  
James McDonald, Universidad de Hartford  
Ralph McGrew, Colegio Universitario Comunitario  
SUNY–Broome  
Paul Miller, Universidad del Oeste de Virginia  
Tamar More, Universidad de Portland  
Farzaneh Najmabadi, Universidad de Phoenix  
Richard Olenick, Universidad de Dallas  
Christopher Porter, Universidad Estatal de Ohio  
Liza Pujji, Instituto de Tecnología Manakau  
Baishali Ray, Universidad Young Harris

Andrew Robinson, Universidad Carleton  
Aruvana Roy, Universidad Young Harris  
Gajendra Tulsian, Colegio Universitario Estatal de  
Daytona  
Adria Updike, Universidad Roger Williams  
Clark Vangilder, Universidad de Arizona Central  
Steven Wolf, Universidad Estatal de Texas  
Alexander Wurm, Universidad de Western New  
England  
Lei Zhang, Universidad Estatal Winston Salem  
Ulrich Zurcher, Universidad Estatal de Cleveland.



# CAPÍTULO 1

## Temperatura y calor



**Figura 1.1** Estas personas que se desplazan en raquetas de nieve en el monte Hood en Oregón están disfrutando del flujo de calor y de la luz provocada por las altas temperaturas. Los tres mecanismos de transferencia de calor son relevantes en esta imagen. El calor que sale del fuego también convierte la nieve sólida en agua líquida y vapor (créditos: modificación del trabajo de “Mt. Hood Territory”/Flickr).

### ESQUEMA DEL CAPITULO

- 1.1 Temperatura y equilibrio térmico**
- 1.2 Termómetros y escalas de temperatura**
- 1.3 Dilatación térmica**
- 1.4 Transferencia de calor, calor específico y calorimetría**
- 1.5 Cambios de fase**
- 1.6 Mecanismos de transferencia de calor**

**INTRODUCCIÓN** El calor y la temperatura son conceptos importantes para cada uno de nosotros todos los días. La forma en que nos vestimos por la mañana depende de si el día es caluroso o frío, y la mayor parte de lo que hacemos requiere energía que, en última instancia, proviene del Sol. El estudio del calor y la temperatura forma parte de un área de la física conocida como termodinámica. Las leyes de la termodinámica rigen el flujo de energía en todo el universo. Se estudian en todas las áreas de la ciencia y la ingeniería, desde Química hasta Biología y Ciencias Ambientales.

En este capítulo exploramos el calor y la temperatura. No siempre es fácil distinguir estos términos. El calor es el flujo de energía de un objeto a otro. Este flujo de energía se debe a una diferencia de temperatura. La transferencia de calor puede cambiar la temperatura, al igual que el trabajo, otro tipo de transferencia de energía que es fundamental para la termodinámica. Volveremos a estas ideas básicas varias veces a lo largo de los próximos cuatro capítulos, y verá que afectan todo, desde el comportamiento de los átomos y las moléculas hasta la cocina, pasando por nuestro clima en la Tierra y los ciclos vitales de las estrellas.

## 1.1 Temperatura y equilibrio térmico

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Definir temperatura y describirla cualitativamente.
- Explicar equilibrio térmico.
- Explicar la ley cero de termodinámica.

Para todos nosotros el calor es familiar. Podemos sentir el calor que entra en nuestro cuerpo por el sol del verano o por el café o el té caliente después de un paseo invernal. También podemos sentir que el calor sale de nuestro cuerpo cuando sentimos el frío de la noche o el efecto refrescante del sudor después del ejercicio.

¿Qué es el calor? ¿Cómo lo definimos y cómo está relacionado con la temperatura? ¿Cuáles son los efectos del calor y cómo fluye de un lugar a otro? Descubriremos que, a pesar de la riqueza de los fenómenos, un pequeño conjunto de principios físicos subyacentes une estos temas y los relaciona con otros campos. Comenzamos examinando la temperatura y cómo definirla y medirla.

### Temperatura

El concepto de temperatura ha evolucionado a partir de los conceptos comunes de frío y calor. La definición científica de temperatura explica algo más que nuestros sentidos del frío y el calor. Como ya habrá aprendido, muchas magnitudes físicas se definen únicamente en términos de cómo se observan o se miden, es decir, se definen *operacionalmente*. La **temperatura** se define operativamente como la cantidad de lo que medimos con un termómetro. Como veremos en detalle en un capítulo posterior sobre la teoría cinética de los gases, la temperatura es proporcional a la energía cinética promedio de traslación, hecho que proporciona una definición más física. Las diferencias de temperatura mantienen la transmisión térmica, o *transferencia de calor*, en todo el universo. La **transferencia de calor** es el movimiento de energía de un lugar o material a otro como consecuencia de una diferencia de temperatura (más adelante en este capítulo aprenderá más sobre transferencia de calor).

### Equilibrio térmico

Un concepto importante relacionado con la temperatura es el **equilibrio térmico**. Dos objetos están en equilibrio térmico si están en contacto estrecho que permite que cualquiera de ellos gane energía del otro, pero aun así, no se transfiere energía neta entre ellos. Incluso cuando no están en contacto, están en equilibrio térmico si, cuando se ponen en contacto, no se transfiere energía neta entre ellos. Si dos objetos permanecen en contacto durante mucho tiempo, suelen alcanzar el equilibrio. En otras palabras, dos objetos en equilibrio térmico no intercambian energía.

Experimentalmente, si el objeto *A* está en equilibrio con el objeto *B*, y el objeto *B* está en equilibrio con el objeto *C*, entonces (como ya habrá estimado) el objeto *A* está en equilibrio con el objeto *C*. Ese enunciado de transitividad se llama la **ley cero de termodinámica** (el número “cero” fue sugerido por el físico británico Ralph Fowler en la década de los años 30 del siglo XX. La primera, la segunda y la tercera leyes de la termodinámica ya tenían nombre y número entonces. La ley cero había sido enunciada pocas veces, pero es necesario debatir sobre ella antes que las otras, por lo que Fowler le dio un número menor). Consideremos el caso en el que *A* es un termómetro. La ley cero nos dice que si *A* lee una cierta temperatura cuando está en equilibrio con *B*, y luego se pone en contacto con *C*, no intercambiará energía con *C*; por lo tanto, su lectura de temperatura seguirá siendo la misma ([Figura 1.2](#)). En otras palabras, *si dos objetos están en equilibrio térmico, tienen la misma temperatura*.



**FIGURA 1.2** Si el termómetro *A* está en equilibrio térmico con el objeto *B*, y *B* está en equilibrio térmico con *C*, entonces *A* está en equilibrio térmico con *C*. Por lo tanto, la lectura en *A* permanece igual cuando *A* se mueve para hacer contacto con *C*.

Un termómetro mide su propia temperatura. Es a través de los conceptos de equilibrio térmico y de la ley cero de termodinámica que podemos decir que un termómetro mide la temperatura de *otra cosa*, y dar sentido al enunciado de que dos objetos están a la misma temperatura.

En el resto de este capítulo nos referiremos, a menudo, a “sistemas” en vez de a “objetos”. Al igual que en el capítulo sobre momento lineal y colisiones, un sistema está formado por uno o más objetos, pero en termodinámica requerimos que un sistema sea macroscópico, es decir, que esté formado por un número enorme (como  $10^{23}$ ) de moléculas. Entonces podemos decir que un sistema está en equilibrio térmico consigo mismo si todas sus partes están a la misma temperatura (volveremos a la definición de sistema termodinámico en el capítulo sobre la primera ley de la termodinámica).

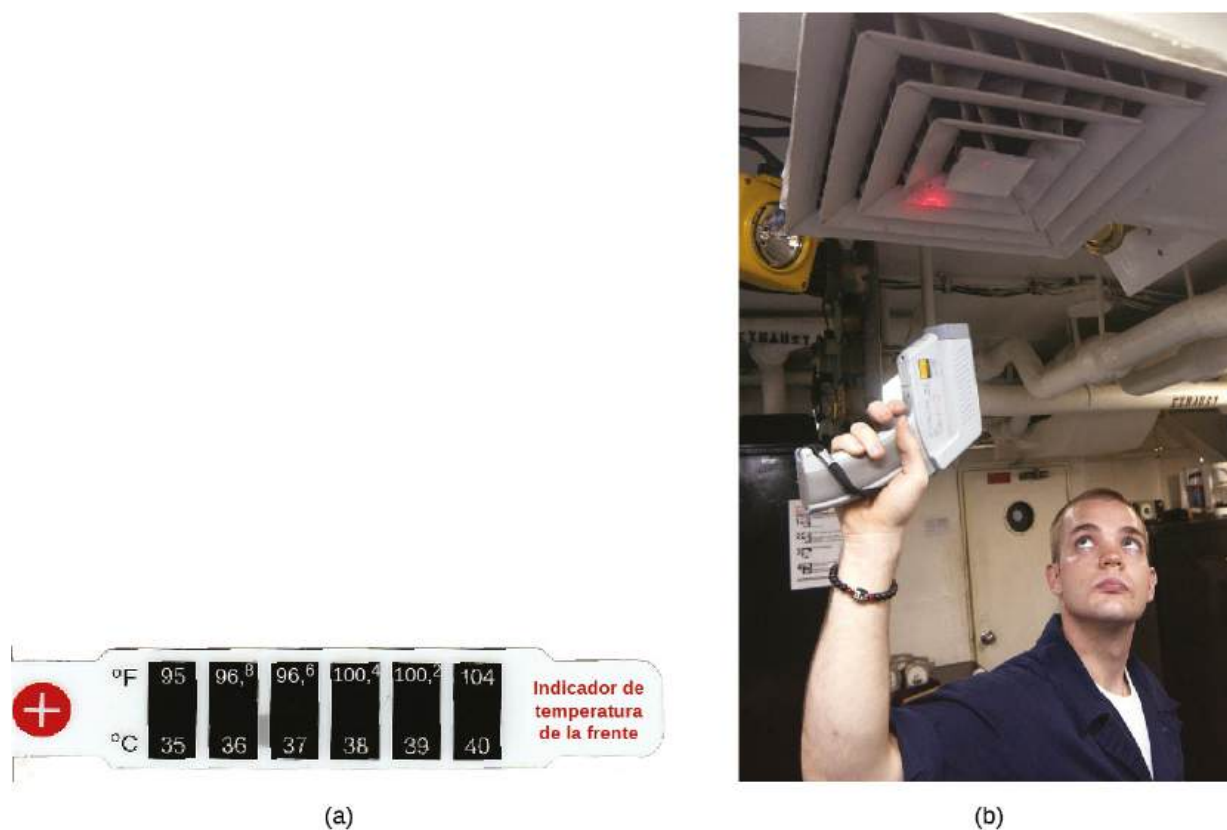
## 1.2 Termómetros y escalas de temperatura

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Describir los diferentes tipos de termómetros.
- Convertir temperaturas entre las escalas Celsius, Fahrenheit y kelvin.

Cualquier propiedad física que dependa de forma constante y reproducible de la temperatura se puede usar como base de un termómetro. Por ejemplo, el volumen aumenta con la temperatura para la mayoría de las sustancias. Esta propiedad es la base del termómetro de alcohol común y de los termómetros de mercurio originales. Otras propiedades utilizadas para medir la temperatura son resistencia eléctrica, color y emisión de radiación infrarroja ([Figura 1.3](#)).



**FIGURA 1.3** Dado que muchas propiedades físicas dependen de la temperatura, la variedad de termómetros es notable. (a) En este tipo común de termómetro, el alcohol, que contiene un colorante rojo, se expande más rápidamente que el vidrio que lo recubre. Cuando la temperatura del termómetro aumenta, el líquido del bulbo es forzado a entrar en el tubo estrecho, lo que produce un gran cambio en la longitud de la columna para un pequeño cambio de temperatura. (b) Cada uno de los seis recuadros de este termómetro de plástico (cristal líquido) contiene una capa de un material de cristal líquido sensible al calor diferente. Por debajo de 95 °F, los seis recuadros son negros. Cuando el termómetro de plástico se expone a una temperatura de 95 °F, el primer recuadro de cristal líquido cambia de color. Cuando la temperatura alcanza más de 96,8 °F, el segundo recuadro de cristal líquido también cambia de color, y así sucesivamente. (c) Un bombero usa un pirómetro para comprobar la temperatura del sistema de ventilación de un portaaviones. El pirómetro mide radiación infrarroja (cuya emisión varía con la temperatura) a partir del respiradero y produce rápidamente una lectura de la temperatura. Los termómetros de infrarrojos también se usan con frecuencia para medir la temperatura corporal poniéndolos suavemente en el canal auditivo. Estos termómetros son más precisos que los termómetros de alcohol que se ponen debajo de la lengua o en la axila (créditos b: modificación del trabajo de Tess Watson; créditos c: modificación del trabajo de Lamel J. Hinton, Armada de los EE. UU.).

Los termómetros miden la temperatura según escalas de medición bien definidas. Las tres escalas de temperatura más comunes son Fahrenheit, Celsius y kelvin. Las escalas de temperatura se crean identificando dos temperaturas reproducibles. Se suelen utilizar las temperaturas de congelación y ebullición del agua a presión atmosférica estándar.

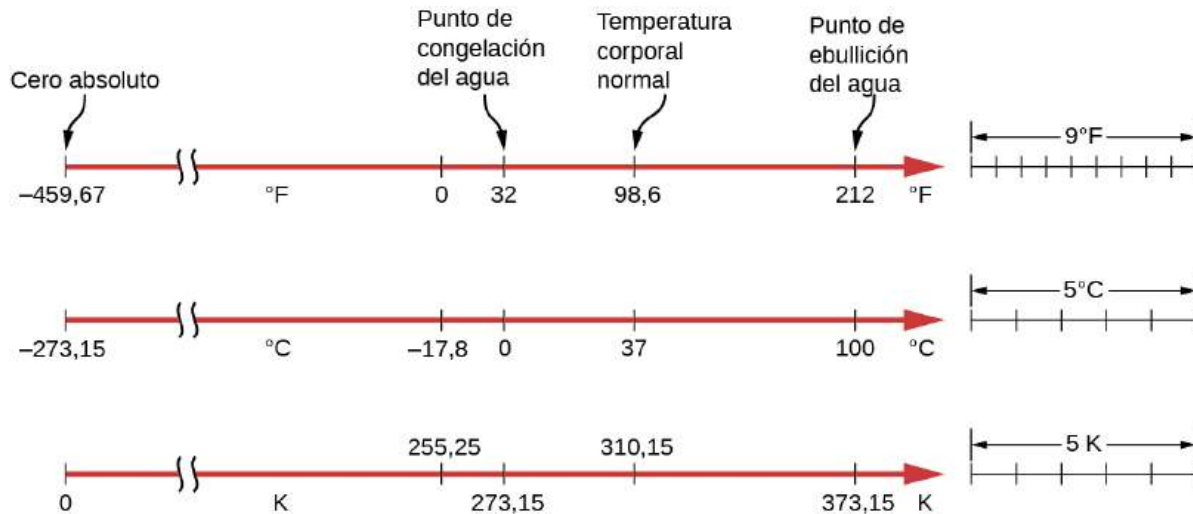
En la **escala Celsius**, el punto de congelación del agua es 0 °C y el punto de ebullición es 100 °C. La unidad de temperatura en esta escala es el **grado Celsius** (°C). La **escala Fahrenheit** (que sigue siendo la más utilizada para propósitos comunes en los Estados Unidos) tiene el punto de congelación del agua en 32 °F y el punto de ebullición en 212 °F. Su unidad es el **grado Fahrenheit** (°F). Puede ver que 100 grados Celsius abarcan el mismo rango que 180 grados Fahrenheit. Así, una diferencia de temperatura de un grado en la escala Celsius es 1,8 veces mayor que una diferencia de un grado en la escala Fahrenheit, o  $\Delta T_F = \frac{9}{5} \Delta T_C$ .

La definición de temperatura en términos de movimiento molecular sugiere que debería haber una

temperatura mínima posible, en la que la energía cinética promedio de las moléculas sea cero (o la mínima permitida por la mecánica cuántica). Los experimentos confirman la existencia de dicha temperatura, denominada **cero absoluto**. Una **escala de temperatura absoluta** es aquella cuyo punto cero es el cero absoluto. Estas escalas son convenientes en la ciencia porque varias magnitudes físicas, como el volumen de un gas ideal, están directamente relacionadas con la temperatura absoluta.

La **escala kelvin** es la escala de temperatura absoluta que se utiliza habitualmente en la ciencia. La unidad de temperatura del Sistema Internacional de Unidades (International System of Units, SI) es el *kelvin*, que se abrevia como K (no va acompañado del signo de grado). Por lo tanto, 0 K es el cero absoluto. Los puntos de congelación y de ebullición del agua son 273,15 K y 373,15 K, respectivamente. Por lo tanto, las diferencias de temperatura son las mismas en unidades de kelvin y grados Celsius, o  $\Delta T_C = \Delta T_K$ .

Las relaciones entre las tres escalas de temperatura habituales se muestran en la [Figura 1.4](#). Las temperaturas en estas escalas se pueden convertir utilizando las ecuaciones de la [Tabla 1.1](#).



**FIGURA 1.4** Se muestran las relaciones entre las escalas de temperatura Fahrenheit, Celsius y kelvin. También se muestran los tamaños relativos de las escalas.

Para convertir de	Use esta ecuación
Celsius a Fahrenheit	$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32$
Fahrenheit a Celsius	$T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32)$
Celsius a kelvin	$T_K = T_C + 273,15$
Kelvin a Celsius	$T_C = T_K - 273,15$
Fahrenheit a kelvin	$T_K = \frac{5}{9}(T_F - 32) + 273,15$
Kelvin a Fahrenheit	$T_F = \frac{9}{5}(T_K - 273,15) + 32$

**TABLA 1.1** Conversiones de temperatura

Para convertir entre Fahrenheit y kelvin, convierta a Celsius como paso intermedio.

## EJEMPLO 1.1

### Conversión entre escalas de temperatura: temperatura ambiente

La “temperatura ambiente” se define, generalmente, en la física como  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ . (a) ¿Cuál es la temperatura ambiente en  $^{\circ}\text{F}$ ? (b) ¿Cuál es en K?

#### Estrategia

Para responder estas preguntas basta con elegir las ecuaciones de conversión correctas y sustituir los valores conocidos.

#### Solución

Para convertir de  $^{\circ}\text{C}$  a  $^{\circ}\text{F}$ , use la ecuación

$$T_{\text{F}} = \frac{9}{5}T_{\text{C}} + 32.$$

Sustituya el valor conocido en la ecuación y despeje:

$$T_{\text{F}} = \frac{9}{5}(25\text{ }^{\circ}\text{C}) + 32 = 77\text{ }^{\circ}\text{F}.$$

Del mismo modo, hallamos que  $T_{\text{K}} = T_{\text{C}} + 273,15 = 298\text{ K}$ .

La escala kelvin forma parte del sistema de unidades del SI, por lo que su definición real es más complicada que la indicada anteriormente. Primero, no se define en términos de los puntos de congelación y ebullición del agua, sino en términos del **punto triple**. El punto triple es la combinación única de temperatura y presión en la que hielo, agua líquida y vapor de agua pueden coexistir de forma estable. Como se comentará en la sección de cambios de fase, la coexistencia se consigue bajando la presión y, en consecuencia, el punto de ebullición para alcanzar el punto de congelación. La temperatura del punto triple se define como  $273,16\text{ K}$ . Esta definición tiene la ventaja de que, aunque la temperatura de congelación y la de ebullición del agua dependen de la presión, solo existe una temperatura del punto triple.

Segundo, incluso con dos puntos de la escala definidos, diferentes termómetros dan resultados algo diferentes para otras temperaturas. Por lo tanto, se necesita un termómetro estándar. Los metrologos (expertos en la ciencia de la medición) han elegido el *termómetro de gas a volumen constante* para este propósito. Un recipiente de volumen constante lleno de gas se somete a cambios de temperatura, y la temperatura medida es proporcional al cambio de presión. Se usa “TP” para representar el punto triple,

$$T = \frac{p}{p_{\text{TP}}}T_{\text{TP}}.$$

Los resultados dependen un poco de la elección del gas, pero cuanto menos denso sea el gas en el bulbo, mejor coinciden los resultados para los diferentes gases. Si los resultados se extrapolan a la densidad cero, concuerdan bastante bien, ya que la presión cero corresponde a una temperatura de cero absoluto.

Los termómetros de gas a volumen constante son grandes y alcanzan el equilibrio lentamente, por lo que se utilizan principalmente como estándares para calibrar otros termómetros.

### INTERACTIVO

Visite este [sitio \(https://openstax.org/l/21consvolgasth\)](https://openstax.org/l/21consvolgasth) para obtener más información sobre el termómetro de gas a volumen constante.



## 1.3 Dilatación térmica

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Responder preguntas cualitativas sobre los efectos de la dilatación térmica.
- Resolver problemas de dilatación térmica, incluidos los de tensión térmica.

La expansión del alcohol en un termómetro es uno de los muchos ejemplos habituales de **dilatación térmica**, lo cual es el cambio de tamaño o volumen de un sistema determinado al cambiar su temperatura. El ejemplo más visible es la expansión del aire caliente. Cuando el aire se calienta, se expande y se vuelve menos denso que el aire circundante, que entonces ejerce una fuerza (ascendente) sobre el aire caliente y hace que el vapor de agua y el humo suban, los globos de aire caliente floten, etc. El mismo comportamiento se produce en todos los líquidos y gases, lo que impulsa la transferencia natural de calor hacia arriba en hogares, océanos y sistemas meteorológicos, como veremos en una próxima sección. Los sólidos también están sometidos a dilatación térmica. Las vías férreas y los puentes, por ejemplo, tienen juntas de expansión que les permiten expandirse y contraerse libremente con los cambios de temperatura, como se muestra en la [Figura 1.5](#).



**FIGURA 1.5** (a) Las juntas de dilatación térmica como estas en el (b) puente del puerto de Auckland, en Nueva Zelanda, permiten que los puentes cambien de longitud sin pandearse (créditos: modificación de trabajos de "ŠJŮ"/Wikimedia Commons).

¿Cuál es la causa subyacente de la dilatación térmica? Como se ha mencionado anteriormente, un aumento de la temperatura significa un aumento de la energía cinética de átomos individuales. En un sólido, a diferencia de un gas, las moléculas se mantienen en su lugar por las fuerzas de las moléculas vecinas; como vimos en la sección [Oscilaciones](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/15-introduccion) (<http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/15-introduccion>), las fuerzas se pueden modelar como en resortes armónicos descritos por el potencial de Lennard-Jones. En [Energía en movimiento armónico simple](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/15-2-energia-en-el-movimiento-armonico-simple) (<http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/15-2-energia-en-el-movimiento-armonico-simple>) se muestra que tales potenciales son asimétricos en el sentido de que la energía potencial aumenta de forma más pronunciada cuando las moléculas se acercan entre sí que cuando se alejan. Así, a una energía cinética determinada, la distancia recorrida es mayor cuando los vecinos se alejan unos de otros que cuando se acercan. El resultado es que el aumento de la energía cinética (aumento de temperatura) aumenta la distancia promedio entre las moléculas: la sustancia se expande.

Para la mayoría de las sustancias en condiciones ordinarias es una excelente aproximación que no exista una dirección preferida (es decir, que el sólido sea "isotrópico"), y un aumento de la temperatura aumenta el tamaño del sólido en una determinada fracción en cada dimensión. Por lo tanto, si el sólido es libre de

expandirse o contraerse, sus proporciones permanecen iguales; solo cambia su tamaño total.

### Dilatación térmica lineal

Según los experimentos, la dependencia de la dilatación térmica de la temperatura, la sustancia y la longitud original se resume en la ecuación

$$\frac{dL}{dT} = \alpha L \quad 1.1$$

donde  $\frac{dL}{dT}$  es el cambio instantáneo de longitud por temperatura,  $L$  es la longitud y  $\alpha$  es el **coeficiente de dilatación lineal**, una propiedad del material que varía ligeramente con la temperatura. Como  $\alpha$  es casi constante y también muy pequeña, a efectos prácticos, usamos la aproximación lineal:

$$\Delta L = \alpha L \Delta T \quad 1.2$$

donde  $\Delta L$  es el cambio de longitud y  $\Delta T$  es el cambio de temperatura.

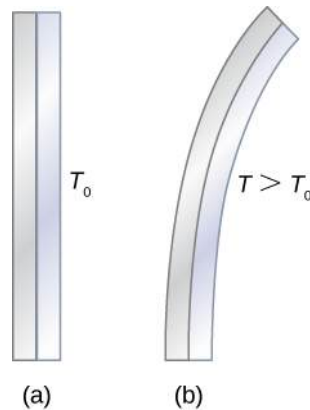
En la [Tabla 1.2](#) se enumeran los valores representativos del coeficiente de dilatación lineal. Como se ha señalado anteriormente,  $\Delta T$  es lo mismo si se expresa en unidades de grados Celsius o en unidades kelvin; así,  $\alpha$  puede tener unidades de  $1/^\circ\text{C}$  o  $1/\text{K}$  con el mismo valor en ambos casos. Aproximación a  $\alpha$  como constante es bastante precisa para pequeños cambios de temperatura y suficiente para la mayoría de los fines prácticos, incluso para grandes cambios de temperatura. Examinamos esta aproximación con más detalle en el siguiente ejemplo.

Material	Coeficiente de dilatación lineal $\alpha$ ( $1/^\circ\text{C}$ )	Coeficiente de expansión (dilatación) volumétrica $\beta$ ( $1/^\circ\text{C}$ )
<i>Sólidos</i>		
Aluminio	$25 \times 10^{-6}$	$75 \times 10^{-6}$
Latón	$19 \times 10^{-6}$	$56 \times 10^{-6}$
Cobre	$17 \times 10^{-6}$	$51 \times 10^{-6}$
Oro	$14 \times 10^{-6}$	$42 \times 10^{-6}$
Hierro o acero	$12 \times 10^{-6}$	$35 \times 10^{-6}$
Invar (aleación de níquel y hierro)	$0,9 \times 10^{-6}$	$2,7 \times 10^{-6}$
Plomo	$29 \times 10^{-6}$	$87 \times 10^{-6}$
Plata	$18 \times 10^{-6}$	$54 \times 10^{-6}$
Vidrio (ordinario)	$9 \times 10^{-6}$	$27 \times 10^{-6}$
Vidrio (Pyrex®)	$3 \times 10^{-6}$	$9 \times 10^{-6}$
Cuarzo	$0,4 \times 10^{-6}$	$1 \times 10^{-6}$
Hormigón, ladrillo	$\sim 12 \times 10^{-6}$	$\sim 36 \times 10^{-6}$

Material	Coefficiente de dilatación lineal $\alpha$ ( $1/^\circ\text{C}$ )	Coefficiente de expansión (dilatación) volumétrica $\beta$ ( $1/^\circ\text{C}$ )
Mármol (promedio)	$2,5 \times 10^{-6}$	$7,5 \times 10^{-6}$
<i>Líquidos</i>		
Éter		$1.650 \times 10^{-6}$
Alcohol etílico		$1.100 \times 10^{-6}$
Gasolina		$950 \times 10^{-6}$
Glicerina		$500 \times 10^{-6}$
Mercurio		$180 \times 10^{-6}$
Agua		$210 \times 10^{-6}$
<i>Gases</i>		
El aire y la mayoría de los gases a presión atmosférica		$3.400 \times 10^{-6}$

**TABLA 1.2** Coeficientes de dilatación térmica

La dilatación térmica se aprovecha en la banda bimetálica (Figura 1.6). Este dispositivo se puede usar como termómetro si la tira curva se une a un puntero de una balanza. También se puede usar para cerrar o abrir automáticamente un interruptor a una determinada temperatura, como en termostatos antiguos o analógicos.



**FIGURA 1.6** La curvatura de una tira bimetálica depende de la temperatura. (a) La tira está en línea recta con la temperatura inicial, donde sus dos componentes tienen la misma longitud. (b) A una temperatura más alta, esta tira se curva hacia la derecha, porque el metal de la izquierda se ha expandido más que el de la derecha. A una temperatura más baja, la tira se doblaría hacia la izquierda.

### EJEMPLO 1.2

#### Calcular la dilatación térmica lineal

El vano principal del puente Golden Gate de San Francisco tiene 1.275 m de longitud en su punto más frío. El

puede estar expuesto a temperaturas que oscilan entre  $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuál es su cambio de longitud entre estas temperaturas? Suponga que el puente es totalmente de acero.

### Estrategia

Use la ecuación de la dilatación térmica lineal  $\Delta L = \alpha L \Delta T$  para calcular el cambio de longitud,  $\Delta L$ . Use el coeficiente de dilatación lineal  $\alpha$  para el acero de la [Tabla 1.2](#) y note que el cambio de temperatura  $\Delta T$  es de  $55\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

### Solución

Sustituya todos los valores conocidos en la ecuación para despejar  $\Delta L$ :

$$\Delta L = \alpha L \Delta T = \left( \frac{12 \times 10^{-6}}{^{\circ}\text{C}} \right) (1.275 \text{ m}) (55\text{ }^{\circ}\text{C}) = 0,84 \text{ m}.$$

### Importancia

Aunque no es grande en comparación con la longitud del puente, este cambio de longitud es observable. Generalmente, se reparte en muchas juntas de expansión para que la expansión en cada junta sea pequeña.

## Dilatación térmica en dos y tres dimensiones

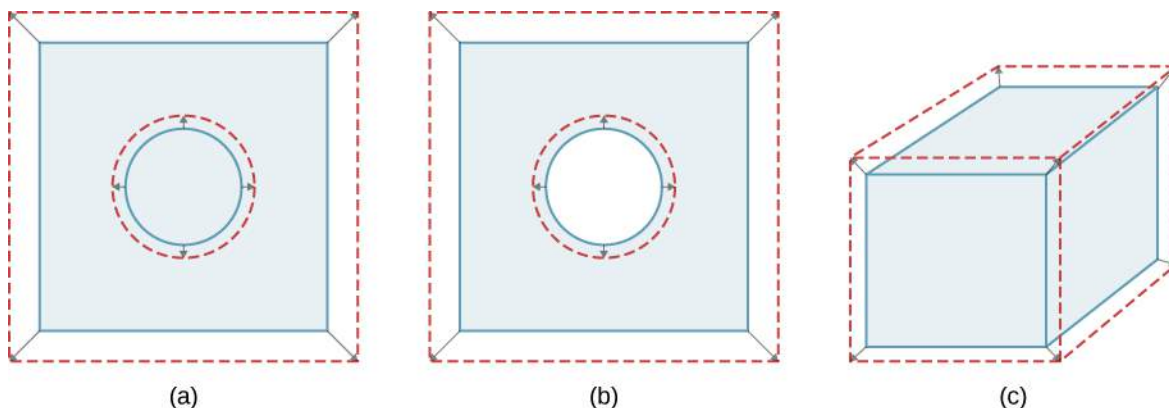
Los objetos sin restricciones se expanden en todas las dimensiones, como se ilustra en la [Figura 1.7](#). Es decir, sus áreas y volúmenes, así como sus longitudes, aumentan con la temperatura. Como las proporciones se mantienen, los agujeros y los volúmenes de los recipientes también aumentan con la temperatura. Si corta un agujero en una placa metálica, el material restante se expandirá exactamente igual que si la pieza que ha quitado siguiera en su sitio. La pieza se haría más grande, por lo que el agujero también debe hacerse más grande.

### Dilatación térmica en dos dimensiones

Para pequeños cambios de temperatura, el cambio en el área  $\Delta A$  viene dado por

$$\Delta A = 2\alpha A \Delta T \quad 1.3$$

donde  $\Delta A$  es el cambio en el área  $A$ ,  $\Delta T$  es el cambio de temperatura y  $\alpha$  es el coeficiente de dilatación lineal, que varía ligeramente con la temperatura (la derivación de esta ecuación es análoga a la de la ecuación más importante para tres dimensiones, que aparece a continuación).



**FIGURA 1.7** En general, los objetos se expanden en todas las direcciones al aumentar la temperatura. En estos dibujos, los límites originales de los objetos se muestran con líneas sólidas, y los límites ampliados con líneas discontinuas. (a) El área aumenta porque tanto la longitud como la anchura aumentan. El área de un tapón circular también aumenta. (b) Si se retira el tapón, el agujero que deja se hace más grande con el aumento de la temperatura, al igual que si el tapón en expansión sigue en su lugar. (c) El volumen también aumenta, ya que las tres

dimensiones aumentan.

### Dilatación térmica en tres dimensiones

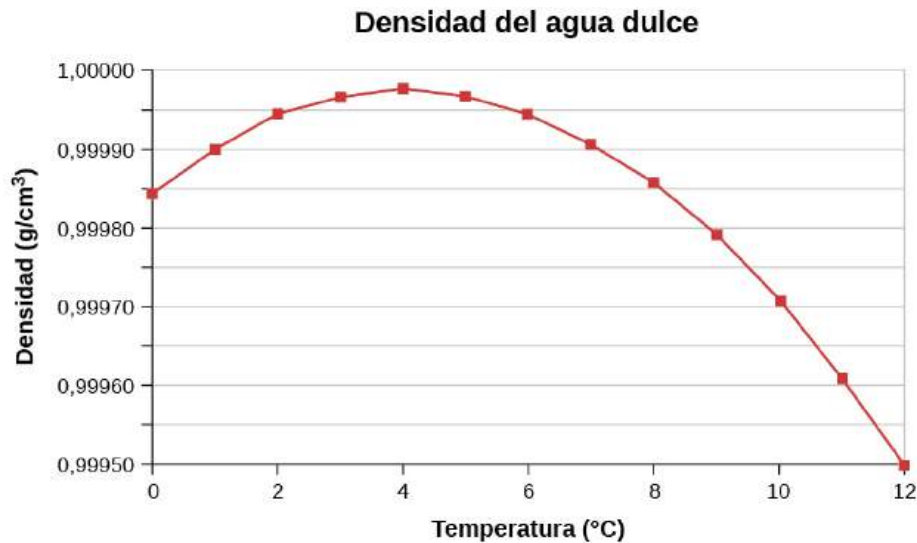
La relación entre volumen y temperatura  $\frac{dV}{dT}$  viene dada por  $\frac{dV}{dT} = \beta V$ , donde  $\beta$  es el **coeficiente de expansión (dilatación) volumétrica**. Como se puede ver en el [Ejercicio 1.60](#),  $\beta = 3\alpha$ . Esta ecuación suele escribirse como

$$\Delta V = \beta V \Delta T. \quad 1.4$$

Note que los valores de  $\beta$  en la [Tabla 1.2](#) son iguales a  $3\alpha$  excepto por el redondeo.

La expansión de volumen está definida para líquidos, pero no así la expansión lineal y de área, ya que los cambios de dimensiones lineales y de área de un líquido dependen de la forma de su recipiente. Así, la [Tabla 1.2](#) muestra los valores de los líquidos de  $\beta$  pero no  $\alpha$ .

En general, los objetos se expanden al aumentar la temperatura. El agua es la excepción más importante a esta regla. El agua se expande con el aumento de la temperatura (su densidad *disminuye*) a temperaturas superiores a 4 °C (40 °F). Sin embargo, es más densa en +4 °C y se expande con la *disminución* de la temperatura entre +4 °C y 0 °C (40 °F a 32 °F), como se muestra en la [Figura 1.8](#). Un efecto sorprendente de este fenómeno es la congelación del agua en un estanque. Cuando el agua cerca de la superficie se enfría a 4 °C, es más densa que el resto del agua y, por tanto, se hunde en el fondo. Esta “rotación” deja una capa de agua más caliente cerca de la superficie que luego se enfría. Sin embargo, si la temperatura en la capa superficial cae por debajo de 4 °C, esa agua es menos densa que el agua de abajo y, por lo tanto, se mantiene cerca de la parte superior. Como consecuencia, la superficie del estanque se puede congelar. La capa de hielo aísla el agua líquida que hay debajo de ella de las bajas temperaturas del aire. Los peces y otras formas de vida acuática pueden sobrevivir a 4 °C de agua bajo el hielo, debido a esta característica inusual del agua.



**FIGURA 1.8** Esta curva muestra la densidad del agua como una función de temperatura. Hay que tener en cuenta que la dilatación térmica a bajas temperaturas es muy pequeña. La densidad máxima a 4 °C es solo 0,0075% mayor que la densidad a 2 °C y 0,012% mayor que a 0 °C. La disminución de la densidad por debajo de 4 °C se produce porque el agua líquida se acerca a la forma de cristal sólido del hielo, que contiene más espacio vacío que el líquido.



### EJEMPLO 1.3

#### Calcular la dilatación térmica

Suponga que su tanque de gasolina de acero de 60,0 L (15,9 gal) está lleno de gas que está fresco porque acaba

de ser bombeado desde un depósito subterráneo. Ahora, tanto el tanque como la gasolina tienen una temperatura de  $15,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuánta gasolina se ha derramado para cuando se calienta a  $35,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ?

### Estrategia

El tanque y la gasolina aumentan de volumen, pero la gasolina aumenta más, por lo que la cantidad derramada es la diferencia de sus cambios de volumen. Podemos utilizar la ecuación de expansión de volumen para calcular el cambio de volumen de la gasolina y del tanque (el tanque de gasolina se puede tratar como acero sólido).

### Solución

1. Use la ecuación de expansión de volumen para calcular el aumento de volumen del tanque de acero:

$$\Delta V_s = \beta_s V_s \Delta T.$$

2. El aumento de volumen de la gasolina viene dado por esta ecuación:

$$\Delta V_{\text{gas}} = \beta_{\text{gas}} V_{\text{gas}} \Delta T.$$

3. Calcule la diferencia de volumen para determinar la cantidad derramada como

$$V_{\text{derrame}} = \Delta V_{\text{gas}} - \Delta V_s.$$

También podemos combinar estas tres ecuaciones en una sola (tenga en cuenta que los volúmenes originales son iguales).

$$\begin{aligned} V_{\text{derrame}} &= (\beta_{\text{gas}} - \beta_s) V \Delta T \\ &= [(950 - 35) \times 10^{-6} / ^{\circ}\text{C}] (60,0 \text{ L}) (20,0\text{ }^{\circ}\text{C}) \\ &= 1,10 \text{ L.} \end{aligned}$$

### Importancia

Esta cantidad es significativa, sobre todo para un tanque de 60,0 litros. El efecto es tan llamativo porque la gasolina y el acero se expanden rápidamente. La tasa de cambio de las propiedades térmicas se analiza más adelante en este capítulo.

Si intenta tapar el tanque con fuerza para evitar que se desborde, descubrirá que de todos modos tiene una fuga, ya sea alrededor del tapón o por una rotura. Constreñir el gas en expansión equivale a comprimirlo, y tanto los líquidos como los sólidos resisten la compresión con fuerzas extremadamente grandes. Para evitar la rotura de envases rígidos, estos tienen espacios de aire que les permiten expandirse y contraerse sin estresarlos.

## COMPRUEBE LO APRENDIDO 1.1

¿Una lectura determinada en un indicador de gasolina indica más gasolina en clima frío o en clima cálido, o la temperatura no importa?

## Tensión térmica

Si se modifica la temperatura de un objeto y se evita que se expanda o se contraiga, el objeto está sometido a un estrés que es de compresión si el objeto se expandiría en ausencia de restricción y de tracción si se contrajera. Este estrés resultante de los cambios de temperatura se conoce como **tensión térmica**. Puede ser bastante grande y puede causar daños.

Para evitar este estrés, los ingenieros pueden diseñar componentes de manera que puedan expandirse y contraerse libremente. Por ejemplo, en las autopistas se dejan deliberadamente espacios entre los bloques para evitar que se produzca tensión térmica. Cuando no se pueden dejar espacios, los ingenieros deben tener en cuenta la tensión térmica en sus diseños. Así, las varillas de refuerzo del hormigón son de acero porque el coeficiente de dilatación lineal del acero es casi igual al del hormigón.

Para calcular la tensión térmica en una varilla cuyos extremos están fijados rígidamente podemos pensar que

el estrés se desarrolla en dos pasos. Primero, deje que los extremos se expandan (o contraigan) libremente y calcule la expansión (o contracción). Segundo, calcule la tensión necesaria para comprimir (o extender) la varilla hasta su longitud original mediante los métodos que estudió en la sección [Equilibrio estático y elasticidad \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/12-introduccion\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/12-introduccion) sobre el equilibrio estático y la elasticidad. En otras palabras, la  $\Delta L$  de la dilatación térmica es igual a la  $\Delta L$  de la distorsión elástica (salvo que los signos son opuestos).

## EJEMPLO 1.4

### Calcular la tensión térmica

Se colocan bloques de hormigón uno al lado del otro en una autopista sin espacio entre ellos, por lo que no se pueden expandir. El equipo de construcción hizo el trabajo un día de invierno en el que la temperatura era  $5^\circ\text{C}$ . Calcule el estrés en los bloques en un día caluroso de verano cuando la temperatura es  $38^\circ\text{C}$ . El módulo de Young de compresión del hormigón es  $Y = 20 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ .

#### Estrategia

Según el capítulo de equilibrio estático y elasticidad, el estrés  $F/A$  viene dado por

$$\frac{F}{A} = Y \frac{\Delta L}{L_0},$$

donde  $Y$  es el módulo de Young del material: hormigón, en este caso. En la dilatación térmica,  $\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$ . Combinamos estas dos ecuaciones y notamos que las dos  $\Delta L$ 's son iguales, como ya se ha dicho. Porque no se nos da  $L_0$  o  $A$ , podemos obtener una respuesta numérica solo si ambas se anulan.

#### Solución

Sustituimos la ecuación de dilatación térmica en la ecuación de elasticidad para obtener

$$\frac{F}{A} = Y \frac{\alpha L_0 \Delta T}{L_0} = Y \alpha \Delta T,$$

y como esperábamos,  $L_0$  se anuló y  $A$  aparece solo en  $F/A$ , la notación de la cantidad que estamos calculando.

Ahora solo tenemos que insertar los números:

$$\frac{F}{A} = (20 \times 10^9 \text{ N/m}^2) (12 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}) (38^\circ\text{C} - 5^\circ\text{C}) = 7,9 \times 10^6 \text{ N/m}^2.$$

#### Importancia

La resistencia final a la compresión del hormigón es  $20 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ , para que los bloques no se rompan. Sin embargo, la resistencia final al corte del hormigón es solo  $2 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ , por lo que algunos podrían desprenderse.

## COMPRUEBE LO APRENDIDO 1.2

Dos objetos  $A$  y  $B$  tienen las mismas dimensiones y están limitados de forma idéntica.  $A$  está hecho de un material con un coeficiente de dilatación térmica mayor que el de  $B$ . Si los objetos se calientan de forma idéntica, ¿ $A$  sentirá un estrés mayor que  $B$ ?

## 1.4 Transferencia de calor, calor específico y calorimetría

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar fenómenos en los que interviene el calor como forma de transferencia de energía.
- Resolver problemas de transferencia de calor.

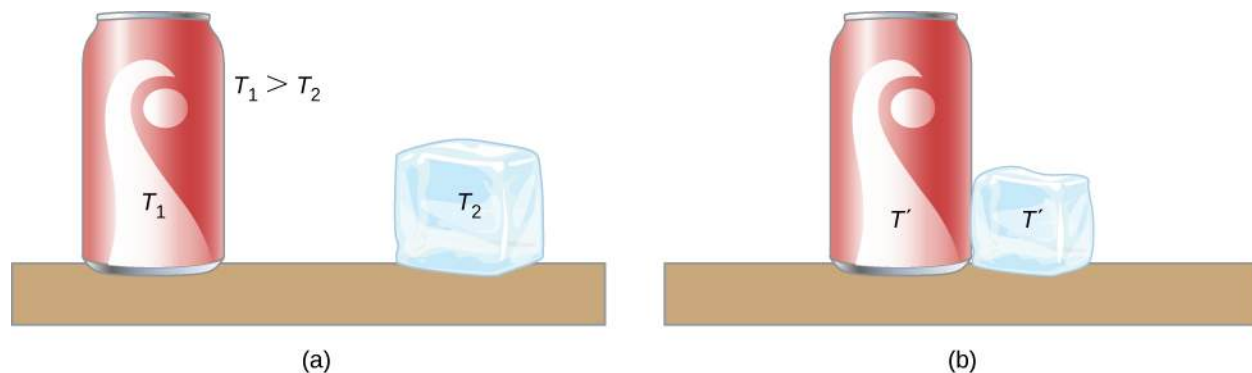
Hemos visto en los capítulos anteriores que la energía es uno de los conceptos fundamentales de la física. **El**

**calor** es un tipo de transferencia de energía que se produce por una diferencia de temperatura, y puede cambiar la temperatura de un objeto. Como hemos aprendido anteriormente en este capítulo, la transferencia de calor es el movimiento de energía de un lugar o material a otro como consecuencia de una diferencia de temperatura. La transferencia de calor es fundamental para actividades cotidianas como tener calefacción en casa y cocinar, así como para muchos procesos industriales. También sirve de base para los temas del resto de este capítulo.

También introducimos el concepto de energía interna, que puede aumentar o disminuir mediante transferencia de calor. Analizamos otra forma de cambiar la energía interna de un sistema, a saber, al realizar un trabajo sobre él. De este modo, iniciamos el estudio de la relación entre calor y trabajo, que es la base de motores y refrigeradores y el tema central (y el origen del nombre) de la termodinámica.

### Energía y calor internos

Un sistema térmico tiene *energía interna* (también llamada **energía térmica**), que es la suma de las energías mecánicas de sus moléculas. La energía interna de un sistema es proporcional a su temperatura. Como hemos visto anteriormente en este capítulo, si se ponen en contacto dos objetos a diferentes temperaturas, la energía se transfiere del objeto más caliente al más frío hasta que los cuerpos alcanzan el equilibrio térmico (es decir, están a la misma temperatura). Ninguno de los dos objetos realiza trabajo alguno porque no hay fuerza que actúe a través de la distancia (como ya comentamos en la sección [Trabajo y energía cinética](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/7-introduccion) (<http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/7-introduccion>)). Estas observaciones revelan que el calor es una energía que se transfiere espontáneamente debido a una diferencia de temperatura. En la [Figura 1.9](#) se muestra un ejemplo de transferencia de calor.



**FIGURA 1.9** (a) En este caso, la gaseosa tiene una temperatura más alta que el hielo, por lo que no están en equilibrio térmico. (b) Cuando se deja que el refresco y el hielo interactúen, el calor se transfiere de la bebida al hielo debido a la diferencia de temperaturas hasta que alcanzan la misma temperatura,  $T'$ , y se logra el equilibrio. De hecho, como la bebida gaseosa y el hielo están en contacto con el aire circundante y el banco, la temperatura final de equilibrio será la misma que la del entorno.

El significado de “calor” en física es diferente de su significado ordinario. Por ejemplo, en una conversación podemos decir “el calor era insoportable”, pero en física diríamos que la temperatura era alta. El calor es una forma de flujo de energía, mientras que la temperatura no lo es. Por cierto, el ser humano es más sensible a *flujo de calor* que a temperatura.

Como el calor es una forma de energía, su unidad en el SI es el julio (J). Otra unidad común de energía que se utiliza a menudo para el calor es la **caloría** (cal), definida como la energía necesaria para cambiar la temperatura de 1,00 g de agua en 1,00 °C, específicamente, entre 14,5 °C y 15,5 °C, ya que existe una ligera dependencia de la temperatura. También se suele utilizar la **kilocaloría** (kcal), que es la energía necesaria para cambiar la temperatura de 1,00 kg de agua en 1,00 °C. Dado que la masa se especifica más a menudo en kilogramos, la kilocaloría es conveniente. Las calorías de los alimentos (a veces llamadas “grandes calorías” [Cal]) son en realidad kilocalorías, un hecho que no se puede determinar fácilmente a partir de la etiqueta del envase.



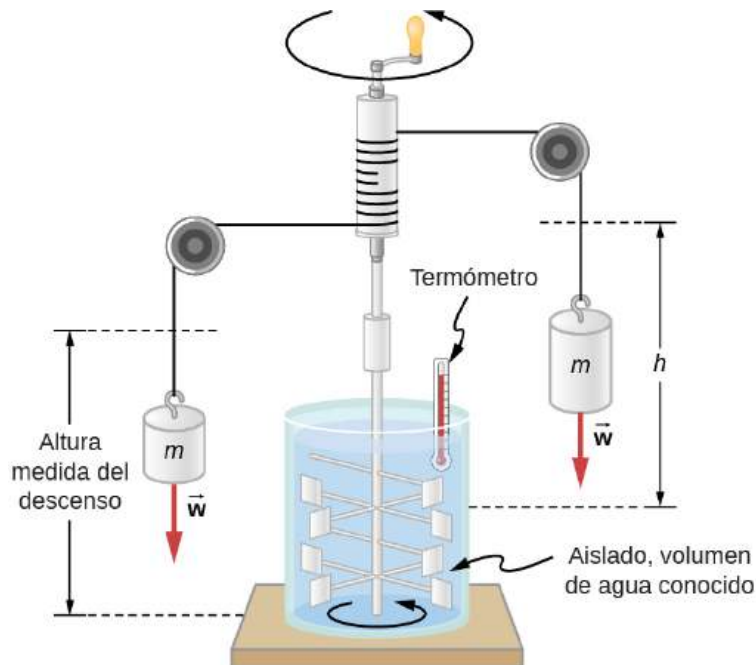
## Equivalente mecánico del calor

También es posible cambiar la temperatura de una sustancia realizando un trabajo, que transfiere energía hacia o desde un sistema. Esta constatación ayudó a establecer que el calor es una forma de energía. James Prescott Joule (1818-1889) realizó numerosos experimentos para establecer el **equivalente mecánico del calor**, es decir, el trabajo necesario para producir los mismos efectos que la transferencia de calor. En las unidades utilizadas para estas dos cantidades, el valor de esta equivalencia es

$$1,000 \text{ kcal} = 4.186 \text{ J.}$$

Consideramos que esta ecuación representa la conversión entre dos unidades de energía (otros números que puede ver se refieren a calorías definidas para rangos de temperatura diferentes a 14,5 °C a 15,5 °C).

En la [Figura 1.10](#) se muestra uno de los montajes experimentales más famosos de Joule para demostrar que el trabajo y el calor pueden producir los mismos efectos y medir el equivalente mecánico del calor. Esto ayudó a establecer el principio de conservación de la energía. La energía potencial gravitacional ( $U$ ) se convirtió en energía cinética ( $K$ ), y luego se aleatorizó por viscosidad y turbulencia en un aumento de la energía cinética promedio de átomos y moléculas del sistema, lo que produjo un aumento de la temperatura. Los aportes de Joule a la termodinámica fueron tan importantes que la unidad de energía del SI recibió su nombre.



**FIGURA 1.10** El experimento de Joule estableció la equivalencia entre calor y trabajo. A medida que las masas descendían, hacían trabajar a las palas,  $W = mgh$ , en el agua. El resultado fue un aumento de la temperatura,  $\Delta T$ , medido por el termómetro. Joule descubrió que  $\Delta T$  era proporcional a  $W$  y así se determinaba el equivalente mecánico del calor.

Aumentar la energía interna por transferencia de calor da el mismo resultado que aumentarla realizando trabajo. Por tanto, aunque un sistema tenga una energía interna bien definida, no podemos decir que tenga un determinado “contenido de calor” o “contenido de trabajo”. Una cantidad bien definida que depende solo del estado actual del sistema, y no de la historia de ese sistema, se conoce como *variable de estado*. La temperatura y la energía interna son variables de estado. Para resumir este párrafo, *calor y trabajo no son variables de estado*.

Por cierto, el aumento de la energía interna de un sistema no aumenta necesariamente su temperatura. Como veremos en la siguiente sección, la temperatura no cambia cuando una sustancia pasa de una fase a otra. Un ejemplo es el derretimiento del hielo, que se puede lograr al añadir calor o realizar un trabajo de fricción, como cuando se frota un cubo de hielo contra una superficie rugosa.

## Cambio de temperatura y capacidad calorífica

Hemos notado que la transferencia de calor suele provocar un cambio de temperatura. Los experimentos demuestran que sin cambio de fase y sin trabajo realizado en o por el sistema, el calor transferido suele ser directamente proporcional al cambio de temperatura y a la masa del sistema, con una buena aproximación (a continuación mostramos cómo manejar situaciones en las que la aproximación no es válida). La constante de proporcionalidad depende de la sustancia y de su fase, que puede ser gas, líquido o sólido. Omitimos la discusión de la cuarta fase, el plasma, porque aunque es la fase más común en el universo, es poco común y de corta duración en la Tierra.

Podemos entender los hechos experimentales al tomar en cuenta que el calor transferido es el cambio en la energía interna, la cual es la energía total de las moléculas. En condiciones típicas, la energía cinética total de las moléculas  $K_{\text{total}}$  es una fracción constante de la energía interna (por motivos y con excepciones que veremos en el próximo capítulo). La energía cinética promedio de una molécula  $K_{\text{ave}}$  es proporcional a la temperatura absoluta. Por lo tanto, el cambio en la energía interna de un sistema es típicamente proporcional al cambio en la temperatura y al número de moléculas,  $N$ . Matemáticamente,  $\Delta U \propto \Delta K_{\text{total}} = NK_{\text{ave}} \propto N\Delta T$ . La dependencia de la sustancia se debe en gran parte a las diferentes masas de átomos y moléculas. Estamos considerando su capacidad calorífica en función de su masa, pero como veremos en el próximo capítulo, en algunos casos, las capacidades caloríficas *por molécula* son similares para diferentes sustancias. La dependencia de la sustancia y la fase también se debe a las diferencias en la energía potencial asociada a interacciones entre átomos y moléculas.

### Transferencia de calor y cambio de temperatura

Una aproximación práctica para la relación entre transferencia de calor y cambio de temperatura es:

$$Q = mc\Delta T, \quad 1.5$$

donde  $Q$  es el símbolo de la transferencia de calor (“cantidad de calor”),  $m$  es la masa de la sustancia y  $\Delta T$  es el cambio de temperatura. El símbolo  $c$  representa el **calor específico** (también llamada “*capacidad calorífica específica*”) y depende del material y de la fase. El calor específico es numéricamente igual a la cantidad de calor necesaria para cambiar la temperatura de 1,00 kg de masa por 1,00 °C. La unidad del SI para calor específico es J/(kg × K) o J/(kg × °C). (recuerde que el cambio de temperatura  $\Delta T$  es lo mismo en unidades de kelvin y de grados Celsius).

En general, los valores del calor específico deben medirse, ya que no existe una forma sencilla de calcularlos con precisión. La [Tabla 1.3](#) enumera los valores representativos de calor específico de diversas sustancias. En esta tabla vemos que el calor específico del agua es cinco veces mayor que el del vidrio y 10 veces mayor que el del hierro, lo que significa que se necesita cinco veces más calor para elevar la temperatura del agua una cantidad determinada que la del vidrio, y 10 veces más que la del hierro. De hecho, el agua tiene uno de los mayores calores específicos de cualquier material, lo que es importante para mantener la vida en la Tierra.

Los calores específicos de los gases dependen de lo que se mantenga constante durante el calentamiento, normalmente el volumen o la presión. En la tabla, el primer valor de calor específico de cada gas se mide a volumen constante, y el segundo (entre paréntesis) se mide a presión constante. Volveremos a tratar este tema en el capítulo dedicado a la teoría cinética de los gases.

Sustancias	Calor específico( $c$ )	
<i>Sólidos</i>	J/kg · °C	kcal/kg · °C <sup>[2]</sup>
Aluminio	900	0,215
Amianto	800	0,19

Sustancias	Calor específico(c)	
Hormigón, granito (promedio)	840	0,20
Cobre	387	0,0924
Vidrio	840	0,20
Oro	129	0,0308
Cuerpo humano (promedio en 37 °C)	3.500	0,83
Hielo (promedio, -50 °C a 0 °C)	2.090	0,50
Hierro, acero	452	0,108
Plomo	128	0,0305
Plata	235	0,0562
Madera	1.700	0,40
<i>Líquidos</i>		
Benceno	1.740	0,415
Etanol	2.450	0,586
Glicerina	2.410	0,576
Mercurio	139	0,0333
Agua (15,0 °C)	4.186	1,000
<i>Gases<sup>[3]</sup></i>		
Aire (seco)	721 (1.015)	0,172 (0,242)
Amoníaco	1.670 (2.190)	0,399 (0,523)
Dióxido de carbono	638 (833)	0,152 (0,199)
Nitrógeno	739 (1.040)	0,177 (0,248)
Oxígeno	651 (913)	0,156 (0,218)
Vapor de agua (100 °C)	1.520 (2.020)	0,363 (0,482)

**TABLA 1.3** Calores específicos de diversas sustancias<sup>[1]</sup> <sup>[1]</sup>Los valores para sólidos y líquidos son a volumen constante y 25 °C, salvo que se indique de otra manera. <sup>[2]</sup>Estos valores son idénticos en unidades de cal/g · °C. <sup>[3]</sup>Calores específicos a volumen constante y a 20,0 °C, excepto cuando se indique, y a una presión de 1,00 atm. Los valores entre paréntesis son calores específicos a una presión constante de 1,00 atm.

En general, el calor específico también depende de la temperatura. Así, una definición precisa de  $c$  para una sustancia debe darse en términos de un cambio infinitesimal de temperatura. Para ello, notamos que  $c = \frac{1}{m} \frac{\Delta Q}{\Delta T}$  y reemplazar  $\Delta$  con  $d$ :

$$c = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT}.$$

Excepto en el caso de los gases, la dependencia de la temperatura y el volumen del calor específico de la mayoría de las sustancias es débil a temperaturas normales. Por lo tanto, en general, tomaremos los calores específicos como constantes en los valores indicados en la tabla.

## EJEMPLO 1.5

### Calcular el calor necesario

Una olla de aluminio de 0,500 kg en una estufa y 0,250 L de agua en ella se calientan de 20,0 °C a 80,0 °C. (a) ¿Cuánto calor se necesita? ¿Qué porcentaje del calor se utiliza para aumentar la temperatura de (b) la olla y (c) el agua?

### Estrategia

Podemos suponer que la olla y el agua están siempre a la misma temperatura. Al poner la olla en el fuego, la temperatura del agua y la de la olla aumentan en la misma medida. Utilizamos la ecuación de la transferencia de calor para el cambio de temperatura y la masa de agua y aluminio dados. Los valores del calor específico del agua y del aluminio se indican en la [Tabla 1.3](#).

### Solución

1. Calcule la diferencia de temperatura:

$$\Delta T = T_f - T_i = 60,0 \text{ °C}.$$

2. Calcule la masa de agua. Como la densidad del agua es 1.000 kg/m<sup>3</sup>, 1 L de agua tiene una masa de 1 kg, y la masa de 0,250 L de agua es  $m_w = 0,250$  kg.

3. Calcule el calor transferido al agua. Use el calor específico del agua en la [Tabla 1.3](#):

$$Q_w = m_w c_w \Delta T = (0,250 \text{ kg})(4186 \text{ J/kg °C})(60,0 \text{ °C}) = 62,8 \text{ kJ}.$$

4. Calcule el calor transferido al aluminio. Use el calor específico del aluminio en la [Tabla 1.3](#):

$$Q_{Al} = m_{Al} c_{Al} \Delta T = (0,500 \text{ kg})(900 \text{ J/kg °C})(60,0 \text{ °C}) = 27,0 \text{ kJ}.$$

5. Calcule el calor total transferido:

$$Q_{\text{Total}} = Q_w + Q_{Al} = 89,8 \text{ kJ}.$$

### Importancia

En este ejemplo, el calor transferido al recipiente es una fracción significativa del calor total transferido. Aunque la masa de la olla es el doble de la del agua, el calor específico del agua es más de cuatro veces el del aluminio. Por lo tanto, se necesita un poco más del doble de calor para lograr el cambio de temperatura dado para el agua que para la olla de aluminio.

El [Ejemplo 1.6](#) ilustra un aumento de temperatura causado por la realización de un trabajo (el resultado es el mismo que si se hubiera añadido la misma cantidad de energía con un soplete en vez de mecánicamente).

## EJEMPLO 1.6

### Calcular el aumento de temperatura a partir del trabajo realizado en una sustancia

Los frenos de los camiones utilizados para controlar la velocidad en una bajada realizan un trabajo, y convierten la energía potencial gravitacional en un aumento de la energía interna (mayor temperatura) del material de los frenos ([Figura 1.11](#)). Esta conversión evita que la energía potencial gravitacional se convierta en energía cinética del camión. Dado que la masa del camión es mucho mayor que la del material de los frenos

que absorbe la energía, el aumento de la temperatura se puede producir demasiado rápido para que se transfiera suficiente calor de los frenos al ambiente; en otras palabras, los frenos pueden sobrecalentarse.



**FIGURA 1.11** Los frenos humeantes de un camión que frena son una prueba visible del equivalente mecánico del calor.

Calcule el aumento de temperatura de 10 kg de material de freno con un calor específico promedio de  $800 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$  si el material retiene el 10 % de la energía de un camión de 10.000 kg que desciende 75,0 m (en desplazamiento vertical) a velocidad constante.

### Estrategia

Calculamos la energía potencial gravitacional ( $Mgh$ ) que pierde todo el camión en su descenso, la equiparamos con el aumento de la energía interna de los frenos y, a continuación, hallamos el aumento de temperatura producido solamente en el material de los frenos.

### Solución

Primero calculamos el cambio en la energía potencial gravitacional cuando el camión va cuesta abajo:

$$Mgh = (10.000 \text{ kg}) (9,80 \text{ m/s}^2) (75,0 \text{ m}) = 7,35 \times 10^6 \text{ J.}$$

Como la energía cinética del camión no cambia, la conservación de la energía nos dice que la energía potencial perdida se disipa, y suponemos que el 10 % de ella se transfiere a la energía interna de los frenos, por lo que tomamos  $Q = Mgh/10$ . A continuación, calculamos el cambio de temperatura a partir del calor transferido, mediante

$$\Delta T = \frac{Q}{mc},$$

donde  $m$  es la masa del material de freno. Inserte los valores dados para calcular

$$\Delta T = \frac{7,35 \times 10^5 \text{ J}}{(10 \text{ kg})(800 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})} = 92 \text{ } ^\circ\text{C.}$$

### Importancia

Si el camión ha estado viajando durante algún tiempo, justo antes del descenso, la temperatura de los frenos sería probablemente más alta que la temperatura ambiente. El aumento de temperatura en el descenso probablemente elevaría mucho la temperatura del material de los frenos, por lo que esta técnica no es práctica. En cambio, el camión utilizaría la técnica del freno motor. Una idea diferente subyace en la reciente tecnología de los automóviles híbridos y eléctricos, en los que la energía mecánica (energía potencial cinética y gravitacional) es convertida por los frenos en energía eléctrica en la batería, un proceso llamado frenado regenerativo.

En un tipo de problema común, se colocan objetos a diferentes temperaturas en contacto entre sí, pero aislados de todo lo demás, y se les permite entrar en equilibrio. Un recipiente que impide la transferencia de calor hacia dentro o hacia fuera se denomina **calorímetro**, y el uso de un calorímetro para realizar mediciones (normalmente de calor o capacidad calorífica específica) se denomina **calorimetría**.

Utilizaremos el término “problema de calorimetría” para referirnos a cualquier problema en el que los objetos en cuestión estén aislados térmicamente de su entorno. Una idea importante en la resolución de problemas de calorimetría es que durante una transferencia de calor entre objetos aislados de su entorno, el calor ganado por el objeto más frío debe ser igual al calor perdido por el objeto más caliente, debido a la conservación de energía:

$$Q_{\text{frío}} + Q_{\text{caliente}} = 0. \quad 1.6$$

Expresamos esta idea escribiendo que la suma de los calores es igual a cero, ya que el calor ganado suele considerarse positivo; el calor perdido, negativo.

### EJEMPLO 1.7

#### Calcular la temperatura final en calorimetría

Suponga que se vierten 0,250 kg de 20,0-°C agua (aproximadamente una taza) en una olla de aluminio de 0,500 kg fuera de la estufa con una temperatura de 150 °C. Suponga que no se produce ninguna transferencia de calor a nada más: la olla se coloca sobre una almohadilla aislante y la transferencia de calor al aire se desestima en el corto tiempo necesario para alcanzar el equilibrio. Por lo tanto, se trata de un problema de calorimetría, aunque no se especifique ningún recipiente aislante. Suponga también que una cantidad insignificante de agua hierve. ¿Cuál es la temperatura cuando el agua y la olla alcanzan el equilibrio térmico?

#### Estrategia

En principio, la olla y el agua no están en equilibrio térmico: La olla está a una temperatura más alta que el agua. La transferencia de calor restablece el equilibrio térmico una vez que el agua y la olla están en contacto; se detiene una vez que se alcanza el equilibrio térmico entre la olla y el agua. El calor perdido por la olla es igual al calor ganado por el agua, ese es el principio básico de la calorimetría.

#### Solución

1. Use la ecuación de la transferencia de calor  $Q = mc\Delta T$  para expresar el calor perdido por la olla de aluminio en términos de la masa de la olla, el calor específico del aluminio, la temperatura inicial de la olla y la temperatura final:

$$Q_{\text{caliente}} = m_{\text{Al}} c_{\text{Al}} (T_f - 150 \text{ }^\circ\text{C}).$$

2. Expresa el calor ganado por el agua en términos de su masa, calor específico, temperatura inicial y temperatura final:

$$Q_{\text{frío}} = m_{\text{w}} c_{\text{w}} (T_f - 20,0 \text{ }^\circ\text{C}).$$

3. Tome en cuenta que  $Q_{\text{caliente}} < 0$  y  $Q_{\text{frío}} > 0$  y que, como ya se ha dicho, deben sumar cero:

$$Q_{\text{frío}} + Q_{\text{caliente}} = 0$$

$$Q_{\text{frío}} = -Q_{\text{caliente}}$$

$$m_{\text{w}} c_{\text{w}} (T_f - 20,0 \text{ }^\circ\text{C}) = -m_{\text{Al}} c_{\text{Al}} (T_f - 150 \text{ }^\circ\text{C}).$$

4. Ubique todos los términos que impliquen  $T_f$  en el lado izquierdo y todos los demás términos en el lado derecho. Resuelva para  $T_f$ ,

$$T_f = \frac{m_{\text{Al}} c_{\text{Al}} (150 \text{ }^\circ\text{C}) + m_{\text{w}} c_{\text{w}} (20,0 \text{ }^\circ\text{C})}{m_{\text{Al}} c_{\text{Al}} + m_{\text{w}} c_{\text{w}}},$$

e inserte los valores numéricos:

$$T_f = \frac{(0,500 \text{ kg})(900 \text{ J/kg }^\circ\text{C})(150 \text{ }^\circ\text{C}) + (0,250 \text{ kg})(4186 \text{ J/kg }^\circ\text{C})(20,0 \text{ }^\circ\text{C})}{(0,500 \text{ kg})(900 \text{ J/kg }^\circ\text{C}) + (0,250 \text{ kg})(4186 \text{ J/kg }^\circ\text{C})} = 59,1 \text{ }^\circ\text{C}.$$

**Importancia**

¿Por qué la temperatura final está mucho más cerca de 20,0 °C que de 150 °C? Porque el agua tiene un calor específico mayor que el de la mayoría de las sustancias comunes y, por tanto, experimenta un cambio de temperatura menor para una determinada transferencia de calor. Una gran masa de agua, como un lago, requiere una gran cantidad de calor para aumentar su temperatura de forma apreciable. Esto explica por qué la temperatura de un lago se mantiene relativamente constante durante el día incluso cuando el cambio de temperatura del aire es grande. Sin embargo, la temperatura del agua sí que cambia en periodos más largos (p. ej., de verano a invierno).

**✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 1.3**

Si son necesarios 25 kJ para elevar la temperatura de una roca de 25 °C a 30 °C, ¿cuánto calor es necesario para calentar la roca de 45 °C a 50 °C?

**✿ EJEMPLO 1.8****Capacidad calorífica dependiente de temperatura**

A bajas temperaturas, los calores específicos de los sólidos suelen ser proporcionales a  $T^3$ . La primera comprensión de este comportamiento se debe al físico holandés Peter Debye, que en 1912 trató oscilaciones atómicas con la teoría cuántica que Max Planck había utilizado recientemente para radiación. Por ejemplo, una buena aproximación para el calor específico de la sal, NaCl, es  $c = 3,33 \times 10^4 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \left( \frac{T}{321 \text{ K}} \right)^3$ . La constante 321 K se denomina *temperatura de Debye* de NaCl,  $\Theta_D$ , y la fórmula funciona bien cuando  $T < 0,04\Theta_D$ . Con esta fórmula, ¿cuánto calor se necesita para elevar la temperatura de 24,0 g de NaCl de 5 K a 15 K?

**Solución**

Como la capacidad calorífica depende de la temperatura, tenemos que utilizar la ecuación

$$c = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT}.$$

Despejamos esta ecuación para  $Q$  al integrar ambos lados  $Q = m \int_{T_1}^{T_2} c dT$ .

A continuación, sustituimos los valores dados y evaluamos la integral:

$$Q = (0,024 \text{ kg}) \int_{T_1}^{T_2} 3,33 \times 10^{-6} \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \left( \frac{T}{321 \text{ K}} \right)^3 dT = \left( 6,04 \times 10^{-4} \frac{\text{J}}{\text{K}^4} \right) T^4 \Big|_{5 \text{ K}}^{15 \text{ K}} = 0,302 \text{ J}.$$

**Importancia**

Si hubiéramos usado la ecuación  $Q = mc\Delta T$  y el calor específico de la sal a temperatura ambiente, 880 J/kg · K, habríamos obtenido un valor muy diferente.

**1.5 Cambios de fase****OBJETIVOS DE APRENDIZAJE**

Al final de esta sección, podrá:

- Describir transiciones de fase y equilibrio entre fases.
- Resolver problemas relacionados con calor latente.
- Resolver problemas de calorimetría que impliquen cambios de fase.

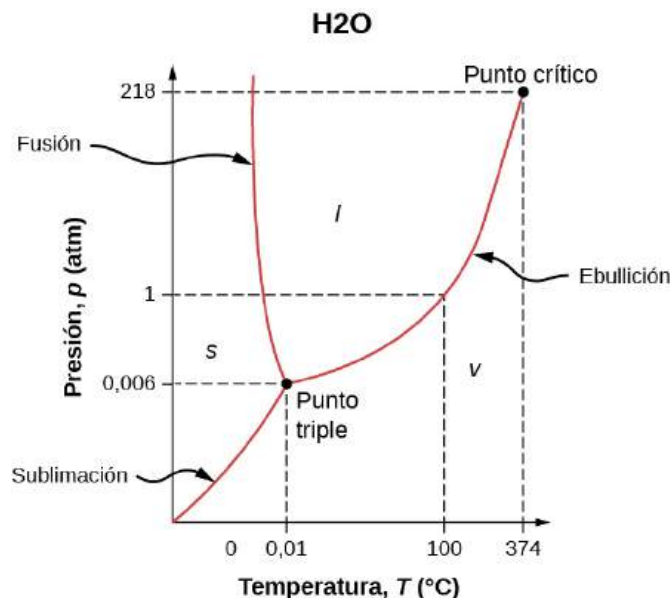
Las transiciones de fase desempeñan un importante papel teórico y práctico en el estudio del flujo de calor. En el derretimiento (o “fusión”), un sólido se convierte en líquido; el proceso contrario es la congelación. En la evaporación, un líquido se convierte en gas; el proceso contrario es la condensación.

Una sustancia se derrite o se congela a una temperatura llamada punto de fusión, y hierve (se evapora rápidamente) o se condensa en su punto de ebullición. Estas temperaturas dependen de la presión. La alta presión favorece la forma más densa, por lo que, normalmente, la alta presión aumenta el punto de fusión y el punto de ebullición, y la baja presión los disminuye. Por ejemplo, el punto de ebullición del agua es  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $1,00\text{ atm}$ . A mayor presión, el punto de ebullición es más alto, y a menor presión, es más bajo. La principal excepción es el derretimiento y la congelación del agua, lo cual se analiza en la siguiente sección.

## Diagramas de fase

La fase de una determinada sustancia depende de la presión y la temperatura. Por lo tanto, los trazados de presión versus temperatura que muestran la fase en cada región proporcionan un conocimiento considerable de las propiedades térmicas de las sustancias. Este gráfico  $pT$  se denomina **diagrama de fases**.

En la [Figura 1.12](#) se muestra el diagrama de fases del agua. Mediante el gráfico, si conoce la presión y la temperatura, puede determinar la fase del agua. Las curvas sólidas —límites entre fases— indican transiciones de fase, es decir, temperaturas y presiones a las que coexisten las fases. Por ejemplo, el punto de ebullición del agua es  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $1,00\text{ atm}$ . A medida que la presión aumenta, la temperatura de ebullición sube gradualmente hasta  $374\text{ }^{\circ}\text{C}$  a una presión de  $218\text{ atm}$ . Una olla a presión (o incluso una olla tapada) cocina los alimentos más rápido que una olla abierta, porque el agua puede existir como líquido a temperaturas superiores a  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  sin que todo hirviera (como veremos en la siguiente sección, el agua líquida conduce el calor mejor que el vapor de agua o el aire caliente). La curva del punto de ebullición termina en un punto determinado llamado **punto crítico**, es decir, una **temperatura crítica**, por encima de la cual no se pueden distinguir las fases líquida y gaseosa; la sustancia se denomina *fluido supercrítico*. A una presión suficientemente alta por encima del punto crítico, el gas tiene la densidad de un líquido, pero no se condensa. El dióxido de carbono, por ejemplo, es supercrítico a todas las temperaturas superiores a  $31,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . La **presión crítica** es la presión del punto crítico.



**FIGURA 1.12** El diagrama de fase (gráfico  $pT$ ) del agua muestra las fases sólida (s), líquida (l) y de vapor (v). A temperaturas y presiones superiores a las del punto crítico no hay distinción entre líquido y vapor. Fíjese que los ejes no son lineales y que el gráfico no está a escala. Este gráfico está simplificado: omite varias fases exóticas del hielo a presiones más altas. El diagrama de fases del agua es inusual porque la curva del punto de fusión tiene una pendiente negativa, lo que demuestra que se puede derretir el hielo *al aumentar* la presión.

Del mismo modo, la curva entre las regiones sólida y líquida en la [Figura 1.12](#) da la temperatura de fusión a distintas presiones. Por ejemplo, el punto de fusión es  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $1,00\text{ atm}$ , como se esperaba. El agua tiene la inusual propiedad de que el hielo es menos denso que el agua líquida en el punto de fusión, por lo que a una temperatura fija, se puede cambiar la fase de sólido (hielo) a líquido (agua) al aumentar la presión. Es decir, la temperatura de fusión del hielo desciende con el aumento de la presión, como muestra el diagrama de fase.



Por ejemplo, cuando se conduce un automóvil sobre la nieve el aumento de la presión de los neumáticos derrite los copos de nieve; después, el agua se vuelve a congelar y forma una capa de hielo.

Como aprendió en la sección anterior sobre termómetros y escalas de temperatura, el punto triple es la combinación de temperatura y presión en la que el hielo, el agua líquida y el vapor de agua pueden coexistir de forma estable, es decir, las tres fases existen en equilibrio. Para el agua, el punto triple se produce en 273,16 K (0,01 °C) y 611,2 Pa; es una temperatura de calibración más precisa que el punto de fusión del agua a 1,00 atm, o 273,15 K (0,0 °C).

### INTERACTIVO

Mire este [video \(https://openstax.org/l/21triplepoint\)](https://openstax.org/l/21triplepoint) para observar una sustancia en su punto triple.

A presiones inferiores a la del punto triple no hay fase líquida; la sustancia puede existir como gas o como sólido. Para el agua, no hay fase líquida a presiones inferiores a 0,00600 atm. El cambio de fase de sólido a gas se llama **sublimación**. Quizá haya observado que la nieve puede desaparecer en el aire sin dejar rastro de agua líquida o que cubos de hielo pueden desaparecer en un congelador. Ambos son ejemplos de sublimación. También ocurre lo contrario: se puede formar escarcha en ventanas muy frías sin pasar por la fase líquida. En la [Figura 1.13](#) se muestra el resultado, así como un ejemplo conocido de sublimación. El dióxido de carbono no tiene fase líquida a presión atmosférica. Sólido  $\text{CO}_2$  se conoce como hielo seco porque en vez de fundirse, se sublima. Su temperatura de sublimación a presión atmosférica es  $-78\text{ °C}$ . Algunos ambientadores usan la sublimación de un sólido para rociar un perfume en una habitación. Algunos sólidos, como el tetróxido de osmio, son tan tóxicos que se deben conservar en recipientes sellados para evitar la exposición humana a sus vapores producidos por sublimación.



(a)



(b)

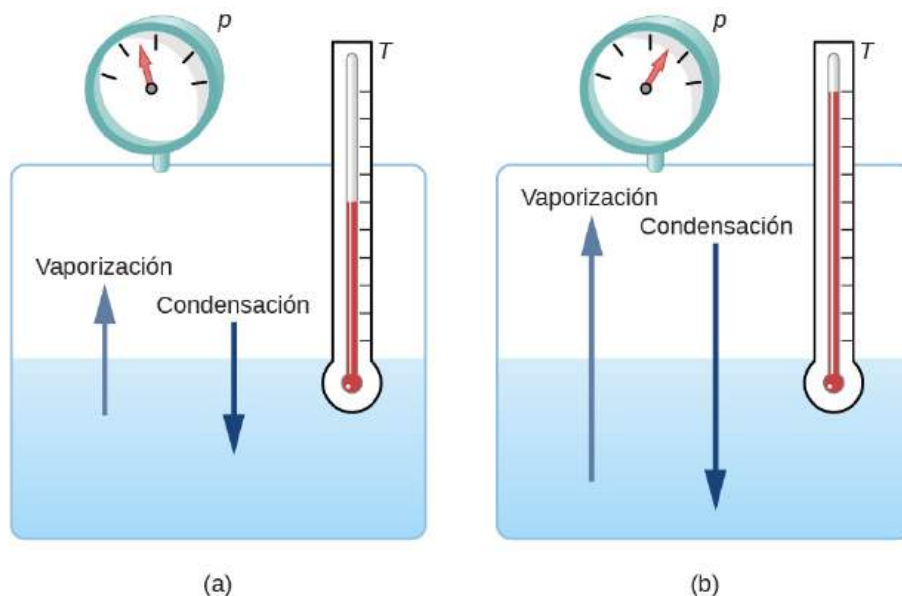
**FIGURA 1.13** Las transiciones directas entre sólido y vapor son comunes, a veces útiles e incluso hermosas. (a) El hielo seco se sublima directamente a gas de dióxido de carbono. El “humo” visible consiste en gotas de agua que se condensaron en el aire enfriado por el hielo seco. (b) La escarcha forma patrones en una ventana muy fría, un ejemplo de un sólido formado directamente a partir de un vapor (crédito a: modificación del trabajo de Windell Oskay; crédito b: modificación del trabajo de Liz West).

### Equilibrio

Las fases sólida y líquida están en equilibrio a la temperatura de fusión. Si se añade calor, parte del sólido se fundirá, y si se retira el calor, parte del líquido se congelará. La situación es algo más compleja para el equilibrio líquido-gas. En general, líquido y gas están en equilibrio a cualquier temperatura. Llamamos **vapor** a la fase gaseosa cuando existe a una temperatura inferior a la de ebullición, como ocurre con el agua a 20,0 °C. El líquido en un recipiente cerrado a una temperatura fija se evapora hasta que la presión del gas alcanza un determinado valor, llamado **presión de vapor**, que depende del gas y de la temperatura. En este equilibrio, si se añade calor, parte del líquido se evapora, y si se retira el calor, parte del gas se condensa; las

moléculas se unen al líquido o forman gotas en suspensión. Si no hay suficiente líquido para que el gas alcance la presión de vapor en el recipiente, todo el líquido acaba por evaporarse.

Si la presión de vapor del líquido es mayor que la presión ambiental *total*, incluida la del aire (u otro gas), el líquido se evapora rápidamente; en otras palabras, hierve. Así, el punto de ebullición de un líquido a una presión determinada es la temperatura a la que su presión de vapor es igual a la presión del ambiente. Las fases líquida y gaseosa están en equilibrio a la temperatura de ebullición (Figura 1.14). Si una sustancia está en un recipiente cerrado en el punto de ebullición, entonces el líquido está hirviendo y el gas se está condensando a la misma velocidad sin que haya un cambio neto en sus cantidades.



**FIGURA 1.14** Equilibrio entre líquido y gas en dos puntos de ebullición diferentes dentro de un recipiente cerrado. (a) Las tasas de ebullición y condensación son iguales en esta combinación de temperatura y presión, por lo que las fases líquida y gaseosa están en equilibrio. (b) A una temperatura más alta, la tasa de ebullición es más rápida, es decir, la tasa a la que las moléculas salen del líquido y entran en el gas es más rápida. Esto aumenta el número de moléculas en el gas, lo que aumenta la presión del gas, que a su vez aumenta la velocidad a la que las moléculas de gas se condensan y entran en el líquido. La presión deja de aumentar cuando alcanza el punto en el que la tasa de ebullición y la tasa de condensación son iguales. El gas y el líquido vuelven a estar en equilibrio a esta mayor temperatura y presión.

Para el agua,  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  es el punto de ebullición a  $1,00\text{ atm}$ , por lo que el agua y el vapor de agua deberían existir en equilibrio en estas condiciones. ¿Por qué una olla de agua destapada en  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  hierve por completo? El gas que rodea una olla destapada no es agua pura: está mezclado con aire. Si el agua pura y el vapor de agua están en un recipiente cerrado a  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  y  $1,00\text{ atm}$ , coexistirán, pero con el aire sobre la olla hay menos moléculas de agua para condensar y el agua hierve. Otra forma de verlo es que en el punto de ebullición, la presión de vapor es igual a la presión del ambiente. Sin embargo, parte de la presión del ambiente se debe al aire, por lo que la presión del vapor de agua es menor que la presión de vapor a esa temperatura, y la evaporación continúa. Por cierto, la presión de vapor de equilibrio de los sólidos no es cero, hecho que explica la sublimación.

#### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 1.4**

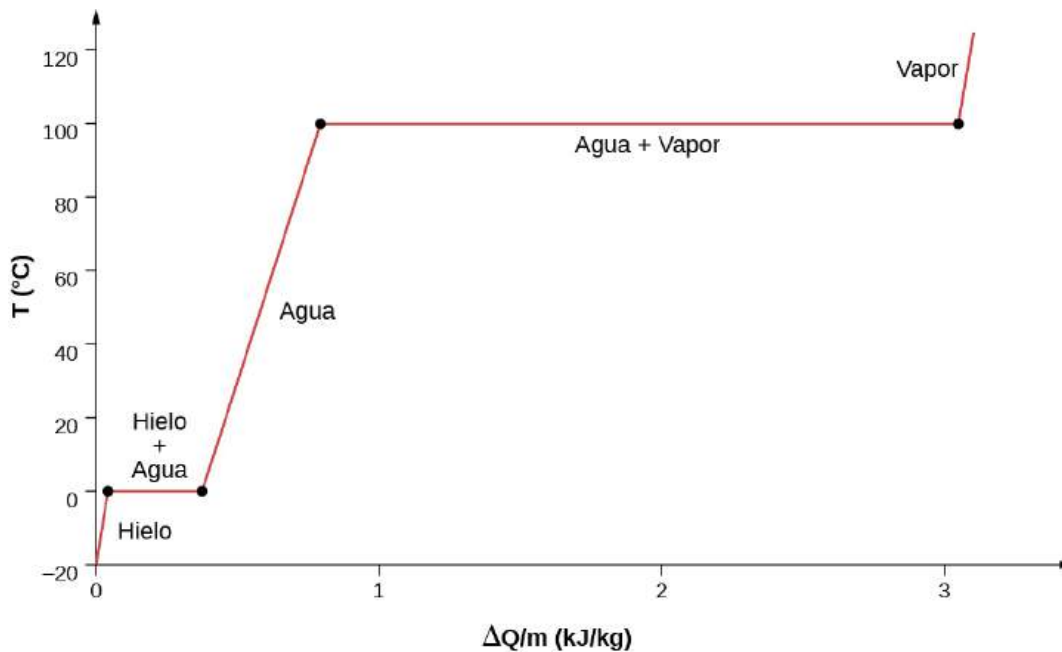
Explique por qué un vaso de agua (o de una gaseosa) con cubos de hielo se mantiene a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , incluso en un caluroso día de verano.

### Cambio de fase y calor latente

Hasta ahora, hemos hablado de transferencias de calor que provocan cambios de temperatura. Sin embargo,

en una transición de fase, la transferencia de calor no provoca ningún cambio de temperatura.

Para ver un ejemplo de cambios de fase, considere la adición de calor a una muestra de hielo a  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$  (Figura 1.15) y con presión atmosférica. La temperatura del hielo aumenta linealmente y absorbe calor a un ritmo constante de  $2090\text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$  hasta llegar a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Una vez a esta temperatura, el hielo comienza a derretirse y continúa hasta que se ha derretido todo, absorbiendo  $333\text{ kJ/kg}$  de calor. La temperatura se mantiene constante en  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  durante este cambio de fase. Una vez que todo el hielo se ha derretido, la temperatura del agua líquida aumenta y absorbe calor a un nuevo ritmo constante de  $4.186\text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$ . A  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ , el agua empieza a hervir. La temperatura también se mantiene constante durante este cambio de fase, mientras que el agua absorbe  $2.256\text{ kJ/kg}$  de calor y se convierte en vapor de agua. Cuando todo el líquido se ha convertido en vapor de agua, la temperatura vuelve a subir y absorbe calor a una tasa de  $2.020\text{ J/kg}\cdot^{\circ}\text{C}$ . Si empezamos con vapor de agua y lo enfriamos para que se condense en agua líquida y se congele en hielo, el proceso sería exactamente inverso, con la temperatura de nuevo constante durante cada transición de fase.



**FIGURA 1.15** Temperatura versus calor. El sistema está construido de forma que no se evapore el vapor mientras el hielo se calienta para convertirse en agua líquida, y para que, cuando se produzca la vaporización, el vapor permanezca en el sistema. Los largos tramos de temperaturas constantes en  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  y  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  reflejan las grandes cantidades de calor necesarias para provocar el derretimiento y la vaporización, respectivamente.

¿A dónde va el calor añadido durante el derretimiento o la ebullición teniendo en cuenta que la temperatura no cambia hasta que se completa la transición? Para fundir un sólido se necesita energía, ya que hay que romper las fuerzas de atracción entre las moléculas del sólido para que en el líquido las moléculas puedan desplazarse con energías cinéticas comparables; así, no hay aumento de temperatura. Se necesita energía para vaporizar un líquido por motivos similares. Por el contrario, el trabajo se realiza por fuerzas de atracción cuando las moléculas se juntan durante la congelación y la condensación. Esa energía se debe transferir fuera del sistema, generalmente en forma de calor, para permitir que las moléculas permanezcan juntas (Figura 1.18). Así, la condensación se produce en asociación con objetos fríos: el vaso en la Figura 1.16, por ejemplo.



**FIGURA 1.16** En este vaso de té helado se forma condensación porque se reduce la temperatura del aire cercano. El aire no puede retener tanta agua como a temperatura ambiente, por lo que el agua se condensa. La energía se libera cuando el agua se condensa y se acelera el derretimiento del hielo en el vaso (créditos: Jenny Downing).

La energía liberada cuando un líquido se congela es utilizada por productores de naranjas cuando la temperatura se acerca a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Los cultivadores rocían con agua los árboles para que el agua se congele y se libere calor a las naranjas en crecimiento. Así se evita que la temperatura del interior de la naranja descienda por debajo del punto de congelación, lo que dañaría la fruta ([Figura 1.17](#)).



**FIGURA 1.17** El hielo de estos árboles liberó grandes cantidades de energía cuando se congeló, lo que ayudó a evitar que la temperatura de los árboles cayera por debajo de  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . El agua se rocía intencionadamente en los huertos para ayudar a prevenir las fuertes heladas (créditos: Hermann Hammer).

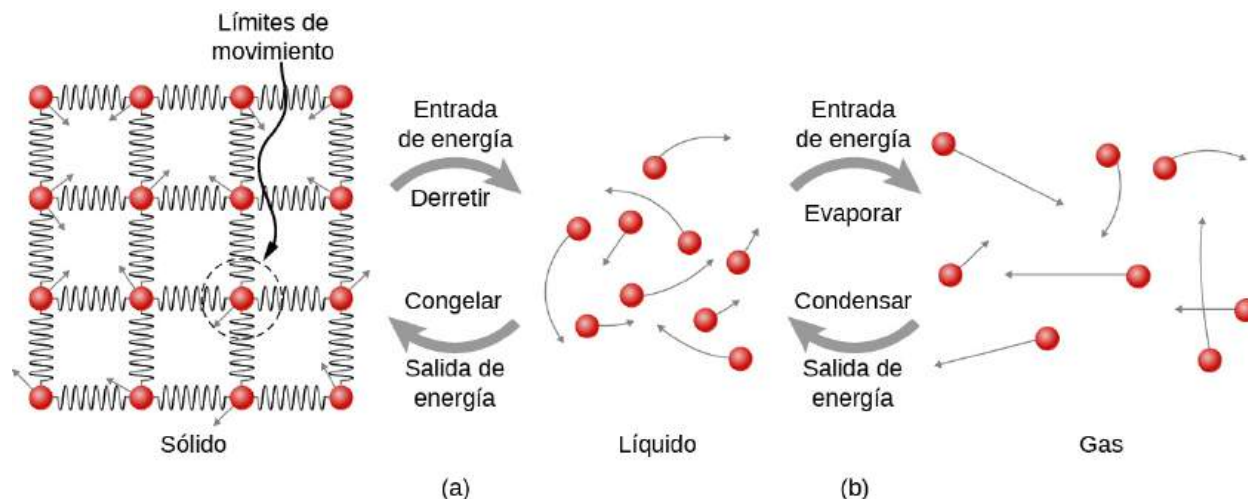
La energía implicada en un cambio de fase depende del número de enlaces o pares de fuerzas y de su resistencia. El número de enlaces es proporcional al número de moléculas y, por tanto, a la masa de la muestra. La energía por unidad de masa necesaria para que una sustancia pase de la fase sólida a la líquida, o que se libera cuando la sustancia pasa de líquida a sólida, se conoce como **calor de fusión**. La energía por unidad de masa necesaria para que una sustancia pase de la fase líquida a la fase de vapor se conoce como **calor de vaporización**. La resistencia de las fuerzas depende del tipo de moléculas. El calor  $Q$  absorbido o liberado en un cambio de fase en una muestra de masa  $m$  viene dado por

$$Q = mL_f(\text{derretimiento/congelación}) \quad 1.7$$

$$Q = mL_v(\text{vaporización/condensación}) \quad 1.8$$

donde el calor de fusión latente  $L_f$  y el calor de vaporización latente  $L_v$  son constantes fundamentales que se

determinan experimentalmente (los calores latentes también se denominan **coeficientes de calor latente** y calores de transformación). Estas constantes son “latentes”, u ocultas, porque en los cambios de fase, la energía entra o sale de un sistema sin provocar un cambio de temperatura en este, por lo que, en efecto, la energía está oculta.



**FIGURA 1.18** (a) Se necesita energía para superar parcialmente las fuerzas de atracción (modeladas como resortes) entre las moléculas de un sólido para formar un líquido. Esa misma energía se debe eliminar del líquido para que se produzca la congelación. (b) Las moléculas se separan por grandes distancias al pasar de líquido a vapor, lo que requiere una energía significativa para superar completamente la atracción molecular. Para que se produzca la condensación es necesario eliminar la misma energía del vapor.

La [Tabla 1.4](#) enumera los valores representativos de  $L_f$  y  $L_v$  en kJ/kg, junto con los puntos de fusión y ebullición. Fijese que, en general,  $L_v > L_f$ . La tabla muestra que las cantidades de energía implicadas en los cambios de fase pueden ser fácilmente comparables o mayores que las implicadas en los cambios de temperatura, como también se mostró en la [Figura 1.15](#) y el análisis que la acompaña.

Sustancia	Punto de fusión (°C)	$L_f$		Punto de ebullición (°C)	$L_v$	
		kJ/kg	kcal/kg		kJ/kg	kcal/kg
Helio <sup>[2]</sup>	-272,2 (0,95 K)	5,23	1,25	-268,9 (4,2 K)	20,9	4,99
Hidrógeno	-259,3 (13,9 K)	58,6	14,0	-252,9 (20,2 K)	452	108
Nitrógeno	-210,0 (63,2 K)	25,5	6,09	-195,8 (77,4 K)	201	48,0
Oxígeno	-218,8 (54,4 K)	13,8	3,30	-183,0 (90,2 K)	213	50,9
Etanol	-114	104	24,9	78,3	854	204
Amoníaco	-75	332	79,3	-33,4	1370	327
Mercurio	-38,9	11,8	2,82	357	272	65,0
Agua	0,00	334	79,8	100,0	2.256 <sup>[3]</sup>	539 <sup>[4]</sup>
Azufre	119	38,1	9,10	444,6	326	77,9

	$L_f$			$L_v$		
Plomo	327	24,5	5,85	1.750	871	208
Antimonio	631	165	39,4	1.440	561	134
Aluminio	660	380	90	2.450	11400	2.720
Plata	961	88,3	21,1	2.193	2.336	558
Oro	1.063	64,5	15,4	2.660	1.578	377
Cobre	1.083	134	32,0	2.595	5.069	1.211
Uranio	1.133	84	20	3.900	1.900	454
Tungsteno	3.410	184	44	5.900	4.810	1.150

**TABLA 1.4** Calores de fusión y vaporización<sup>[1]</sup> <sup>[1]</sup>Valores citados a las temperaturas normales de fusión y ebullición a la presión atmosférica estándar (1 atm). <sup>[2]</sup>El helio no tiene fase sólida a presión atmosférica. El punto de fusión indicado es a una presión de 2,5 MPa. <sup>[3]</sup>A 37,0 °C (temperatura corporal), el calor de vaporización  $L_v$  para el agua es de 2.430 kJ/kg o 580 kcal/kg. <sup>[4]</sup>A 37,0 °C (temperatura corporal), el calor de vaporización,  $L_v$  para el agua es de 2.430 kJ/kg o 580 kcal/kg.

Los cambios de fase pueden tener un fuerte efecto estabilizador a temperaturas que no están cerca de los puntos de fusión y ebullición, ya que la evaporación y la condensación se producen incluso a temperaturas inferiores al punto de ebullición. Por ejemplo, las temperaturas del aire en climas húmedos pocas veces superan los 38,0 °C, aproximadamente, ya que la mayor parte de la transferencia de calor se produce al evaporar el agua en el aire. Del mismo modo, las temperaturas en condiciones meteorológicas húmedas pocas veces caen por debajo del punto de rocío —la temperatura en la que se produce la condensación dada la concentración de vapor de agua en el aire— porque se libera mucho calor cuando el vapor de agua se condensa.

Se necesita más energía para evaporar el agua por debajo del punto de ebullición que en el punto de ebullición, ya que la energía cinética de las moléculas de agua a temperaturas inferiores a 100 °C es menor que a 100 °C, por lo que se dispone de menos energía de movimientos térmicos aleatorios. Por ejemplo, a la temperatura corporal, la evaporación del sudor de la piel requiere un aporte de calor de 2.428 kJ/kg, que es, aproximadamente, un 10 % superior al calor de vaporización latente a 100 °C. Este calor proviene de la piel, y este efecto de enfriamiento por evaporación de la sudoración ayuda a reducir la temperatura corporal cuando hace calor. Sin embargo, la alta humedad inhibe la evaporación, por lo que la temperatura corporal podría aumentar, mientras que el sudor no evaporado podría quedar en la frente.

### EJEMPLO 1.9

#### Calcular temperatura final a partir del cambio de fase

Se utilizan tres cubos de hielo para enfriar una gaseosa a 20 °C con masa  $m_{\text{gaseosa}} = 0,25$  kg. El hielo está a 0 °C y cada cubo de hielo tiene una masa de 6,0 g. Suponga que la gaseosa se mantiene en un recipiente aislante para conservar la temperatura para ignorar la pérdida de calor, y que la gaseosa tiene el mismo calor específico que el agua. Calcule la temperatura final cuando todo el hielo se haya derretido.

#### Estrategia

Los cubos de hielo están a la temperatura de fusión de 0 °C. El calor se transfiere de la gaseosa al hielo para

que se derrita. La fusión produce agua a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , por lo que se transfiere más calor de la gaseosa a esta agua hasta que el sistema de agua más gaseosa alcanza el equilibrio térmico.

La transferencia de calor al hielo es

$$Q_{\text{hielo}} = m_{\text{hielo}} L_f + m_{\text{hielo}} c_W (T_f - 0\text{ }^{\circ}\text{C}).$$

El calor que desprende la gaseosa es

$$Q_{\text{gaseosa}} = m_{\text{gaseosa}} c_W (T_f - 20\text{ }^{\circ}\text{C}).$$

Ya que no se pierde calor,  $Q_{\text{hielo}} = -Q_{\text{gaseosa}}$ , como en el [Ejemplo 1.7](#), de modo que

$$m_{\text{hielo}} L_f + m_{\text{hielo}} c_W (T_f - 0\text{ }^{\circ}\text{C}) = -m_{\text{gaseosa}} c_W (T_f - 20\text{ }^{\circ}\text{C}).$$

Despeje la incógnita  $T_f$ :

$$T_f = \frac{m_{\text{gaseosa}} c_W (20\text{ }^{\circ}\text{C}) - m_{\text{hielo}} L_f}{(m_{\text{gaseosa}} + m_{\text{hielo}}) c_W}.$$

### Solución

Primero identificamos las cantidades conocidas. La masa de hielo es  $m_{\text{hielo}} = 3 \times 6,0\text{ g} = 0,018\text{ kg}$  y la masa de la gaseosa es  $m_{\text{gaseosa}} = 0,25\text{ kg}$ . A continuación, calculamos la temperatura final:

$$T_f = \frac{20.930\text{ J} - 6.012\text{ J}}{1.122\text{ J}/^{\circ}\text{C}} = 13\text{ }^{\circ}\text{C}.$$

### Importancia

Este ejemplo ilustra las grandes energías implicadas durante un cambio de fase. La masa de hielo es, aproximadamente, el 7 % de la masa de la gaseosa, pero provoca un cambio notable en su temperatura. Aunque asumimos que el hielo estaba a la temperatura de congelación, esto no es realista para el hielo recién salido de un congelador: La temperatura típica es  $-6\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Sin embargo, esta corrección no supone un cambio significativo en el resultado que hemos hallado. ¿Puede explicar por qué?

Al igual que las transiciones sólido-líquido y líquido-vapor, las transiciones directas sólido-vapor o sublimaciones involucran calor. La energía transferida viene dada por la ecuación  $Q = mL_s$ , donde  $L_s$  es el **calor de sublimación**, análogo a  $L_f$  y  $L_v$ . El calor de sublimación a una temperatura determinada es igual al calor de fusión más el calor de vaporización a esa temperatura.

Ahora podemos calcular cualquier número de efectos relacionados con temperatura y cambio de fase. En cada caso, es necesario identificar qué cambios de temperatura y de fase se están produciendo. Tenga en cuenta que transferencia de calor y trabajo pueden provocar tanto cambios de temperatura como de fase.



## ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

### Los efectos de la transferencia de calor

1. Examinar la situación para determinar que hay un cambio de temperatura o de fase. ¿Hay transferencia de calor dentro o fuera del sistema? Cuando no es evidente si se produce un cambio de fase o no, se puede resolver primero el problema como si no hubiera cambios de fase, y examinar el cambio de temperatura obtenido. Si es suficiente para llevarlo más allá de un punto de ebullición o de fusión, debe volver a hacer el problema por pasos: cambio de temperatura, cambio de fase, cambio de temperatura posterior y así sucesivamente.
2. Identifique y enumere todos los objetos que cambian de temperatura o de fase.
3. Identifique exactamente lo que hay que determinar en el problema (identifique las incógnitas). Una lista escrita es útil.
4. Haga una lista de lo que se da o lo que se puede deducir del problema tal y como está planteado (identifique los aspectos conocidos). Si hay un cambio de temperatura, el calor transferido depende del

calor específico de la sustancia ([Transferencia de calor, calor específico y calorimetría](#)), y si hay un cambio de fase, el calor transferido depende del calor latente de la sustancia ([Tabla 1.4](#)).

5. Despeje la ecuación apropiada para la cantidad a determinar (la incógnita).
6. Sustituya los aspectos conocidos junto con sus unidades en la ecuación apropiada y obtenga soluciones numéricas completas con unidades. Es posible que tenga que hacerlo por pasos si hay más de un estado en el proceso, como un cambio de temperatura seguido de un cambio de fase. Sin embargo, en un problema de calorimetría, cada paso corresponde a un término de la ecuación única  $Q_{\text{caliente}} + Q_{\text{frío}} = 0$ .
7. Compruebe la respuesta para ver si es razonable. ¿Tiene sentido? Por ejemplo, asegúrese de que cualquier cambio de temperatura no provoque también un cambio de fase que no haya tenido en cuenta.

## ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 1.5**

¿Por qué la nieve suele permanecer incluso cuando las temperaturas diurnas son superiores a la temperatura de congelación?

## 1.6 Mecanismos de transferencia de calor

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar algunos fenómenos que implican transferencia de calor conductiva, convectiva y por radiación.
- Resolver problemas sobre las relaciones entre transferencia de calor, tiempo y tasa de transferencia de calor.
- Resolver problemas mediante las fórmulas de conducción y radiación.

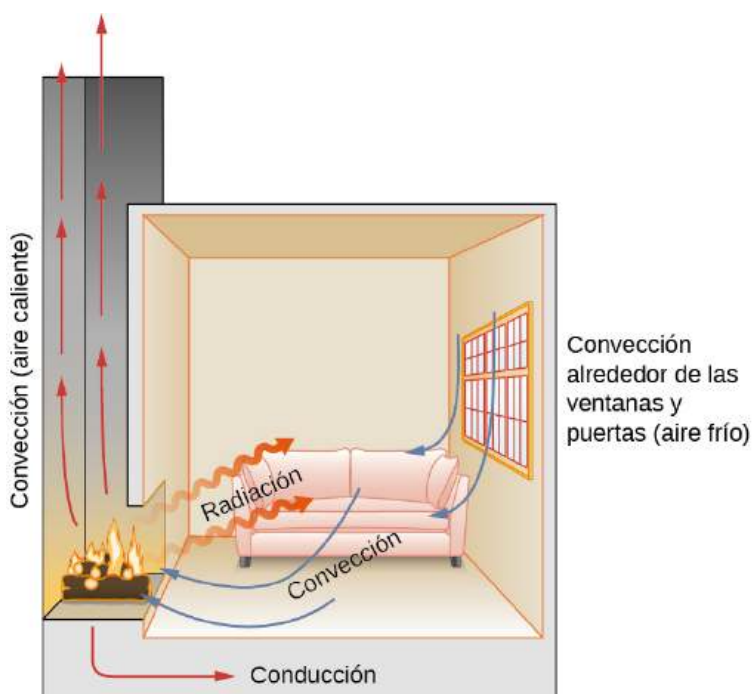
Tan interesantes como los efectos de la transferencia de calor en un sistema son los métodos por los cuales se produce. Siempre que hay una diferencia de temperatura, se produce una transferencia de calor. Puede ocurrir rápidamente, como a través de una sartén, o lentamente, como a través de las paredes de un enfriador para ir de pícnic. Hay tantos procesos que implican transferencia de calor que es difícil imaginar una situación en la que no se produzca. Sin embargo, todas las transferencias de calor ocurren por tres métodos solamente:

1. **Conducción**, que es transferencia de calor a través de materia inmóvil por contacto físico (la materia es estacionaria a escala macroscópica: sabemos que el movimiento térmico de los átomos y las moléculas se produce a cualquier temperatura por encima del cero absoluto). El calor que se transfiere desde el quemador de una estufa a través del fondo de una sartén a los alimentos que están en esta se transfiere por conducción.
2. **Convección**, que es la transferencia de calor por el movimiento macroscópico de un fluido. Este tipo de transferencia se produce, por ejemplo, en una caldera de aire forzado y en sistemas de climatización.
3. La transferencia de calor por **radiación** se produce cuando se emiten o absorben microondas, radiación infrarroja, luz visible u otra forma de radiación electromagnética. Un ejemplo obvio es el calentamiento de la Tierra por el Sol. Un ejemplo menos evidente es la radiación térmica del cuerpo humano.

En la ilustración del principio de este capítulo se muestra cómo el fuego calienta la cara de las personas que usan raquetas de nieve en gran medida por radiación. La convección transporta algo de calor hacia ellos, pero la mayor parte del flujo de aire del fuego es hacia arriba (lo que crea la conocida forma de las llamas), y lleva el calor a los alimentos que se cocinan y hacia el cielo. Los que usan raquetas de nieve llevan ropa diseñada con baja conductividad para evitar que el calor salga del cuerpo.

En esta sección examinamos estos métodos con cierto detalle. Cada método tiene características únicas e interesantes, pero los tres tienen dos cosas en común: Transmiten calor únicamente por una diferencia de temperatura, y cuanto mayor sea la diferencia de temperatura, más rápida será la transferencia de calor ([Figura 1.19](#)).





**FIGURA 1.19** En una chimenea, la transferencia de calor se produce por los tres métodos: conducción, convección y radiación. La radiación es responsable de la mayor parte del calor que se transfiere a la habitación. La transferencia de calor también se produce por conducción en la habitación, pero mucho más lentamente. La transferencia de calor por convección también se produce a través del aire frío que entra en la habitación alrededor de las ventanas y el aire caliente que sale de la habitación subiendo por la chimenea.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 1.6**

Nombre un ejemplo de la vida cotidiana (diferente al del texto) para cada mecanismo de transferencia de calor.

#### Conducción

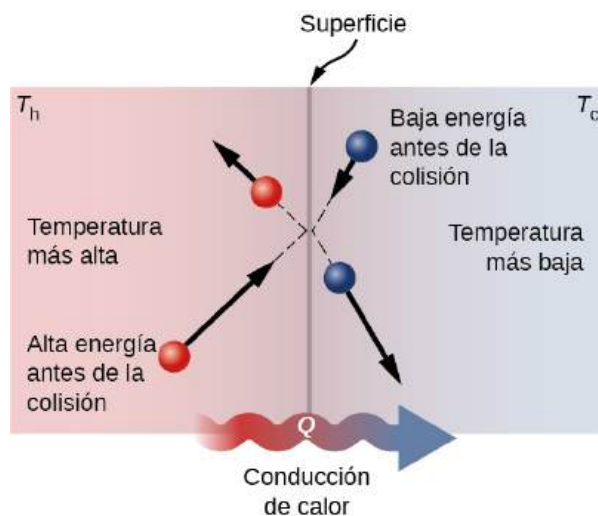
Cuando camina descalzo por la alfombra del salón en una casa fría y luego pisa el suelo de baldosas de la cocina, sus pies se sienten más fríos sobre la baldosa. Este resultado es intrigante, ya que tanto la alfombra como el suelo de baldosas están a la misma temperatura. La sensación diferente se explica por las distintas tasas de transferencia de calor: la pérdida de calor es más rápida para la piel en contacto con las baldosas que con la alfombra, por lo que la sensación de frío es más intensa.

Algunos materiales conducen la energía térmica más rápidamente que otros. La [Figura 1.20](#) muestra un material que conduce el calor lentamente —es un buen aislante térmico, o un mal conductor del calor— utilizado para reducir el flujo de calor dentro y fuera de una casa.



**FIGURA 1.20** El aislamiento sirve para limitar la conducción del calor del interior al exterior (en invierno) y del exterior al interior (en verano) (créditos: Giles Douglas).

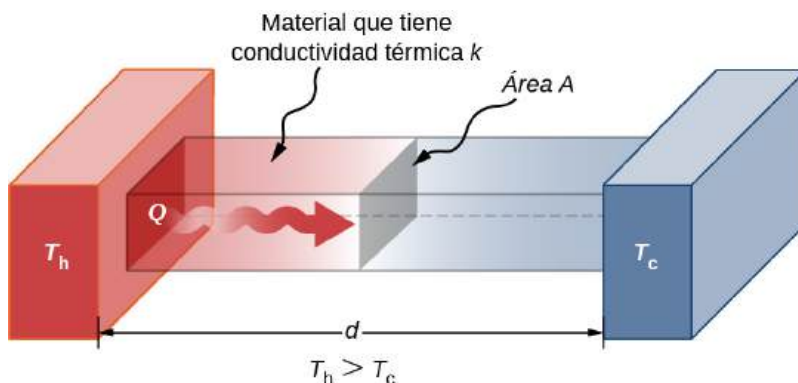
Una imagen molecular de la conducción del calor ayudará a justificar la ecuación que la describe. La [Figura 1.21](#) muestra las moléculas de dos cuerpos a diferentes temperaturas,  $T_h$  y  $T_c$ , para “caliente” y “frío”. La energía cinética promedio de una molécula en el cuerpo caliente es mayor que en el cuerpo más frío. Si dos moléculas chocan, la energía se transfiere de la molécula de alta energía a la de baja energía. En un metal, la imagen incluiría también electrones de valencia libres que colisionan entre sí y con átomos, lo cual igualmente transfiere energía. El efecto acumulativo de todas las colisiones es un flujo neto de calor desde el cuerpo más caliente hacia el más frío. Así, la tasa de transferencia de calor aumenta con el incremento de la diferencia de temperatura  $\Delta T = T_h - T_c$ . Si las temperaturas son las mismas, la tasa neta de transferencia de calor es cero. Dado que el número de colisiones aumenta con el incremento del área, la conducción de calor es proporcional al área de la sección transversal, un segundo factor en la ecuación.



**FIGURA 1.21** Las moléculas de dos cuerpos a diferentes temperaturas tienen energías cinéticas promedio diferentes. Las colisiones que se producen en la superficie de contacto tienden a transferir energía de las regiones de alta temperatura a las de baja temperatura. En esta ilustración, una molécula en la región de baja temperatura

(lado derecho) tiene una energía baja antes de la colisión, pero su energía aumenta después de colisionar con una molécula de alta energía en la superficie de contacto. Por el contrario, una molécula en la región de mayor temperatura (lado izquierdo) tiene una energía elevada antes de la colisión, pero su energía disminuye después de colisionar con una molécula de baja energía en la superficie de contacto.

Una tercera cantidad que afecta la velocidad de conducción es el espesor del material a través del cual se transfiere el calor. En la [Figura 1.22](#) se muestra una losa de material con una temperatura más alta a la izquierda que a la derecha. El calor se transfiere de la izquierda a la derecha mediante una serie de colisiones moleculares. Cuanto mayor sea la distancia entre el calor y el frío, más tiempo tardará el material en transferir la misma cantidad de calor.



**FIGURA 1.22** La conducción del calor se produce a través de cualquier material, representado aquí por una barra rectangular, ya sea el vidrio de una ventana o la grasa de una morsa.

Estas cuatro magnitudes aparecen en una sencilla ecuación deducida y confirmada por experimentos. La **tasa de transferencia de calor por conducción** a través de una losa de material, como la que aparece en la [Figura 1.22](#), viene dada por

$$P = \frac{dQ}{dt} = \frac{kA(T_h - T_c)}{d} \quad 1.9$$

donde  $P$  es la potencia o tasa de transferencia de calor en vatios o en kilocalorías por segundo,  $A$  y  $d$  son su superficie y su espesor, como se muestra en la [Figura 1.22](#),  $T_h - T_c$  es la diferencia de temperatura a través de la losa y  $k$  es la **conductividad térmica** del material. En la [Tabla 1.5](#) se dan valores representativos de conductividad térmica.

De forma más general, podemos escribir

$$P = -kA \frac{dT}{dx},$$

donde  $x$  es la coordenada en la dirección del flujo de calor. Como en la [Figura 1.22](#) la potencia y el área son constantes,  $dT/dx$  es constante, y la temperatura disminuye linealmente de  $T_h$  a  $T_c$ .

Sustancia	Conductividad térmica $k$ (W/m · °C)
Diamante	2.000
Plata	420
Cobre	390
Oro	318

Sustancia	Conductividad térmica $k$ (W/m · °C)
Aluminio	220
Hierro de acero	80
Acero (inoxidable)	14
Hielo	2,2
Vidrio (promedio)	0,84
Ladrillo de hormigón	0,84
Agua	0,6
Tejido graso (sin sangre)	0,2
Amianto	0,16
Plancha de yeso	0,16
Madera	0,08-0,16
Nieve (seca)	0,10
Corcho	0,042
Lana de vidrio	0,042
Lana	0,04
Plumones	0,025
Aire	0,023
Espuma de poliestireno	0,010

**TABLA 1.5** Conductividad térmica de sustancias comunes. Los valores se dan para temperaturas cercanas a 0 °C.



### EJEMPLO 1.10

#### Calcular transferencia de calor por conducción

Una hielera de espuma de poliestireno tiene una superficie total de  $0,950 \text{ m}^2$  y paredes con un grosor medio de 2,50 cm. La caja contiene hielo, agua y bebidas enlatadas a 0 °C. El interior de la caja se mantiene frío gracias al hielo derretido. ¿Cuánto hielo se derrite en un día si la hielera se guarda en el maletero de un automóvil a 35,0 °C?

#### Estrategia

Esta pregunta implica tanto el calor para un cambio de fase (derretimiento del hielo) como la transferencia de

calor por conducción. Para calcular la cantidad de hielo derretido, debemos calcular el calor neto transferido. Este valor se puede obtener al calcular la tasa de transferencia de calor por conducción y multiplicándola por el tiempo.

### Solución

Primero identificamos los aspectos conocidos.

$k = 0,010 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$  para la espuma de poliestireno;  $A = 0,950 \text{ m}^2$ ;  $d = 2,50 \text{ cm} = 0,0250 \text{ m}$ ;  $T_c = 0^\circ\text{C}$ ;  $T_h = 35,0^\circ\text{C}$ ;  $t = 1 \text{ día} = 24 \text{ horas} = 86.400 \text{ s}$ .

A continuación, identificamos las incógnitas. Tenemos que despejar la masa del hielo,  $m$ . También tenemos que despejar el calor neto transferido para derretir el hielo,  $Q$ . La tasa de transferencia de calor por conducción viene dada por

$$P = \frac{dQ}{dt} = \frac{kA(T_h - T_c)}{d}$$

El calor utilizado para derretir el hielo es  $Q = mL_f$ . Insertamos los valores conocidos:

$$P = \frac{(0,010 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C})(0,950 \text{ m}^2)(35,0^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C})}{0,0250 \text{ m}} = 13,3 \text{ W}$$

Al multiplicar la tasa de transferencia de calor por el tiempo obtenemos

$$Q = Pt = (13,3 \text{ W})(86,400 \text{ s}) = 1,15 \times 10^6 \text{ J}$$

Lo establecemos igual al calor transferido para derretir el hielo,  $Q = mL_f$ , y despejar la masa  $m$ :

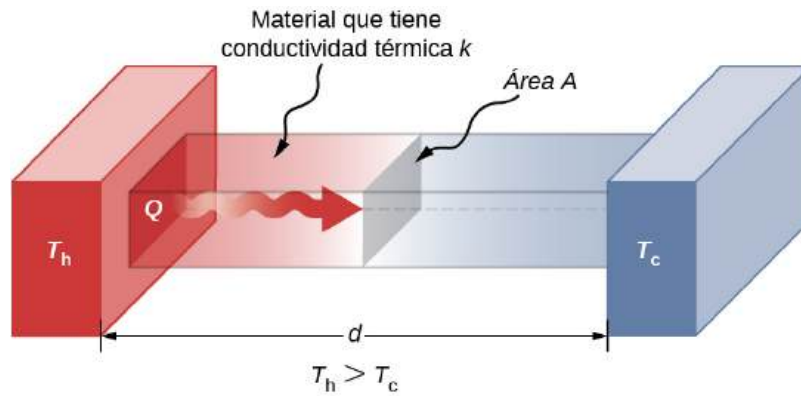
$$m = \frac{Q}{L_f} = \frac{1,15 \times 10^6 \text{ J}}{334 \times 10^3 \text{ J/kg}} = 3,44 \text{ kg}$$

### Importancia

El resultado de 3,44 kg, o 7,6 lb aproximadamente, parece correcto, según la experiencia. Es posible que gaste una bolsa de hielo de 4 kg (7-10 lb) al día. Se necesita un poco más de hielo si se añade algún alimento o bebida caliente.

En la [Tabla 1.5](#) se muestra que la espuma de poliestireno es un conductor muy deficiente y, por tanto, un buen aislante. Otros buenos aislantes son fibra de vidrio, lana y plumas de ganso. Al igual que la espuma de poliestireno, todas ellas contienen muchas pequeñas bolsas de aire y aprovechan la escasa conductividad térmica del aire.

En el desarrollo del aislamiento, cuanto menor sea la conductividad  $k$  y mayor sea el espesor  $d$ , mejor. Así, la relación  $d/k$ , llamada *factor R* es grande para un buen aislante. La tasa de transferencia de calor por conducción es inversamente proporcional a  $R$ . Los factores  $R$  son los más indicados para aislamientos domésticos, refrigeradores y similares. Desafortunadamente, en los Estados Unidos, *la R* sigue estando en unidades que no pertenecen al sistema métrico decimal:  $\text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F} \cdot \text{h/Btu}$ , aunque la unidad no se suele indicar (1 unidad térmica británica [British thermal unit, Btu] es la cantidad de energía necesaria para cambiar la temperatura de 1,0 lb de agua en  $1,0^\circ\text{F}$ , que es de 1055,1 J). Un par de valores representativos son un factor  $R$  de 11 para paneles de fibra de vidrio de 3,5 pulgadas de espesor (piezas) de aislamiento y un factor  $R$  de 19 para paneles de fibra de vidrio de 6,5 pulgadas de espesor ([Figura 1.23](#)). En los Estados Unidos, las paredes suelen estar aisladas con paneles de 3,5 pulgadas, mientras que los techos suelen estarlo con paneles de 6,5 pulgadas. En climas fríos, se pueden utilizar paneles más gruesos.



**FIGURA 1.23** El panel de fibra de vidrio se usa para aislamiento de paredes y techos para evitar la transferencia de calor entre el interior de la construcción y el ambiente exterior (créditos: Tracey Nicholls).

Note que en la [Tabla 1.5](#) la mayoría de los mejores conductores térmicos —plata, cobre, oro y aluminio— son también los mejores conductores eléctricos, ya que contienen muchos electrones libres que pueden transportar energía térmica (el diamante, un aislante eléctrico, conduce el calor mediante vibraciones atómicas). Los utensilios de cocina suelen estar hechos de buenos conductores, pero los mangos de los que se utilizan en la cocina están hechos de buenos aislantes (conductores deficientes).



### EJEMPLO 1.11

#### Dos conductores de extremo a extremo

Una varilla de acero y una varilla de aluminio, cada una de ellas de 1,00 cm de diámetro y 25,0 cm de longitud, se sueldan extremo a extremo. Un extremo de la varilla de acero se coloca en un gran tanque de agua hirviendo a 100 °C, mientras que el extremo más alejado de la varilla de aluminio se coloca en un gran tanque de agua a 20 °C. Las varillas están aisladas para que no se escape el calor de su superficie. ¿Cuál es la temperatura en la unión y cuál es la velocidad de conducción del calor a través de esta varilla compuesta?

#### Estrategia

El calor que entra en la varilla de acero desde el agua hirviendo no tiene otro lugar a donde ir que a través de la varilla de acero, luego va a través de la varilla de aluminio hasta el agua fría. Por lo tanto, podemos equiparar la velocidad de conducción a través del acero con la velocidad de conducción a través del aluminio.

Repetimos el cálculo con un segundo método, en el que utilizamos la resistencia térmica  $R$  de la varilla, ya que simplemente se suma cuando dos varillas se unen extremo a extremo (usaremos un método similar en el capítulo sobre circuitos de corriente continua).

#### Solución

1. Identifique los aspectos conocidos y conviértalos a unidades del SI.

La longitud de cada varilla es  $L_{A1} = L_{\text{acero}} = 0,25$  m, el área de la sección transversal de cada varilla es  $A_{A1} = A_{\text{acero}} = 7,85 \times 10^{-5}$  m<sup>2</sup>, la conductividad térmica del aluminio es  $k_{A1} = 220$  W/m · °C, la conductividad térmica del acero es  $k_{\text{acero}} = 80$  W/m · °C, la temperatura en el extremo caliente es  $T = 100$  °C y la temperatura en el extremo frío es  $T = 20$  °C.

2. Calcule la tasa de conducción de calor a través de la varilla de acero y la tasa de conducción de calor a través de la varilla de aluminio en términos de la temperatura desconocida  $T$  en la unión:

$$\begin{aligned} P_{\text{acero}} &= \frac{k_{\text{acero}} A_{\text{acero}} \Delta T_{\text{acero}}}{L_{\text{acero}}} \\ &= \frac{(80 \text{ W/m} \cdot \text{°C})(7,85 \times 10^{-5} \text{ m}^2)(100 \text{ °C} - T)}{0,25 \text{ m}} \\ &= (0,0251 \text{ W/°C})(100 \text{ °C} - T); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{Al} &= \frac{k_{Al} A_{Al} \Delta T_{Al}}{L_{Al}} \\
 &= \frac{(220 \text{ W/m}\cdot\text{C})(7,85 \times 10^{-5} \text{ m}^2)(T - 20 \text{ }^\circ\text{C})}{0,25 \text{ m}} \\
 &= (0,0691 \text{ W/}^\circ\text{C})(T - 20 \text{ }^\circ\text{C}).
 \end{aligned}$$

3. Iguale las dos tasas y halle la temperatura desconocida:

$$\begin{aligned}
 (0,0691 \text{ W/}^\circ\text{C})(T - 20 \text{ }^\circ\text{C}) &= (0,0251 \text{ W/}^\circ\text{C})(100 \text{ }^\circ\text{C} - T) \\
 T &= 41,3 \text{ }^\circ\text{C}.
 \end{aligned}$$

4. Calcule cualquiera de las dos tasas:

$$P_{\text{acero}} = (0,0251 \text{ W/}^\circ\text{C})(100 \text{ }^\circ\text{C} - 41,3 \text{ }^\circ\text{C}) = 1,47 \text{ W}.$$

5. Si lo desea, compruebe su respuesta mediante el cálculo de la otra tasa.

### Solución

1. Recuerde que  $R = L/k$ . Ahora,  $P = A\Delta T/R$ , o  $\Delta T = PR/A$ .

2. Sabemos que  $\Delta T_{\text{acero}} + \Delta T_{Al} = 100 \text{ }^\circ\text{C} - 20 \text{ }^\circ\text{C} = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ . También sabemos que  $P_{\text{acero}} = P_{Al}$ , y denotamos esa tasa de flujo de calor por  $P$ . Combine las ecuaciones:

$$\frac{PR_{\text{acero}}}{A} + \frac{PR_{Al}}{A} = 80 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Por lo tanto, podemos añadir simplemente los factores  $R$ . Ahora,  $P = \frac{80 \text{ }^\circ\text{C}}{A(R_{\text{acero}} + R_{Al})}$ .

3. Calcule el  $R_s$  de las cantidades conocidas:

$$R_{\text{acero}} = 3,13 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{ }^\circ\text{C/W}$$

y

$$R_{Al} = 1,14 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{ }^\circ\text{C/W}.$$

4. Sustituya estos valores para calcular  $P = 1,47 \text{ W}$  como se hizo anteriormente.

5. Determine  $\Delta T$  para la varilla de aluminio (o para la varilla de acero) y úsela para calcular  $la T$  en la unión.

$$\Delta T_{Al} = \frac{PR_{Al}}{A} = \frac{(1,47 \text{ W})(1,14 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{ }^\circ\text{C/W})}{7,85 \times 10^{-5} \text{ m}^2} = 21,3 \text{ }^\circ\text{C},$$

así que  $T = 20 \text{ }^\circ\text{C} + 21,3 \text{ }^\circ\text{C} = 41,3 \text{ }^\circ\text{C}$ , como en la solución 1.

6. Si lo desea, compruebe al determinar  $\Delta T$  para la otra varilla.

### Importancia

En la práctica, es habitual añadir valores  $R$ , como en el cálculo del valor  $R$  de una pared aislada. En la situación análoga de la electrónica, la resistencia corresponde a  $AR$  en este problema y es aditiva incluso cuando las áreas son desiguales, como es común en la electrónica. Nuestra ecuación para la conducción de calor solamente se puede usar cuando las áreas son iguales; de lo contrario, tendríamos un problema en el flujo de calor tridimensional, que está fuera de nuestro alcance.

### ☑ COMPRUEBE LO APRENDIDO 1.7

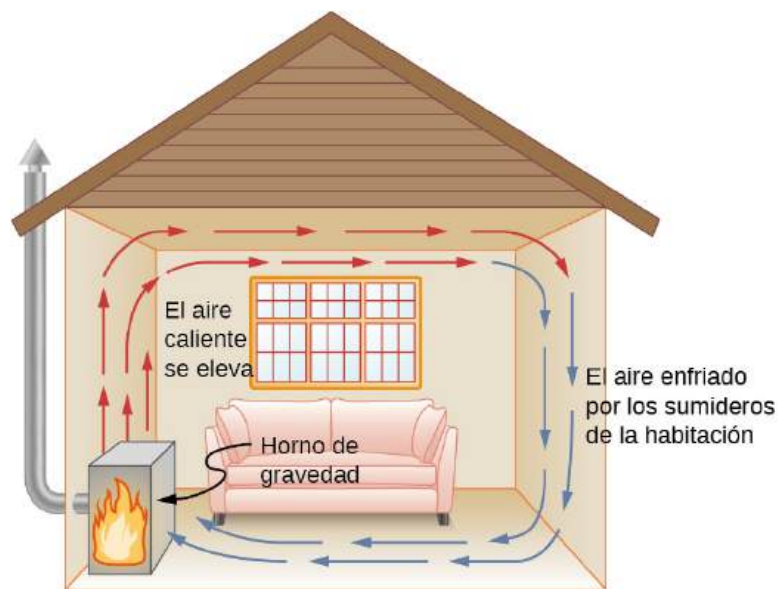
¿Cómo la velocidad de transferencia de calor por conducción cambia cuando se duplican todas las dimensiones espaciales?

La conducción se debe al movimiento aleatorio de átomos y moléculas. Como tal, es un mecanismo ineficaz para el transporte de calor en distancias macroscópicas y tiempos cortos. Por ejemplo, la temperatura en la Tierra sería insoportablemente fría durante la noche y extremadamente caliente durante el día si el transporte de calor en la atmósfera fuera solo por conducción. Además, los motores de los automóviles se sobrecalentarían, a menos que hubiera una forma más eficiente de eliminar el exceso de calor de los pistones. En el siguiente módulo se analiza el importante mecanismo de transferencia de calor en estas situaciones.

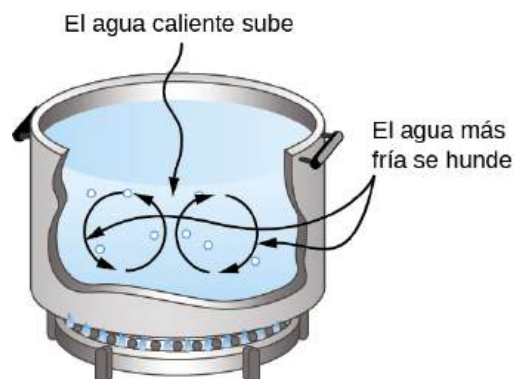
## Convección

En la convección, la energía térmica es transportada por el flujo de materia a gran escala. Se puede dividir en dos tipos. En *convección forzada* el flujo lo impulsan ventiladores, bombas y similares. Un ejemplo sencillo es el de un ventilador soplando enfrente de usted en un entorno caluroso que lo refresca al sustituir el aire calentado por su cuerpo por aire más fresco. Un ejemplo más complicado es el sistema de refrigeración de un automóvil típico, en el que una bomba mueve el refrigerante a través del radiador y el motor para enfriar el motor y un ventilador sopla aire para enfriar el radiador.

En el caso de flujos *libres* o *convección natural* el flujo es impulsado por fuerzas de flotación: el fluido caliente sube y el fluido frío se hunde porque la densidad disminuye al aumentar la temperatura. La casa que se muestra en la [Figura 1.24](#) se mantiene caliente por convección natural, al igual que la olla de agua en la [Figura 1.25](#). Las corrientes oceánicas y la circulación atmosférica a gran escala, que resultan de la flotabilidad del aire caliente y del agua, transfieren el aire caliente de los trópicos hacia los polos y el aire frío de los polos hacia los trópicos (la rotación de la Tierra interactúa con esos flujos, lo que causa el flujo de aire observado hacia el este en las zonas templadas).



**FIGURA 1.24** El aire calentado por una caldera llamada de gravedad se expande, sube forma un bucle convectivo que transfiere energía a otras partes de la habitación. A medida que el aire se enfría en el techo y en las paredes exteriores, se contrae, para finalmente ser más denso que el aire de la habitación y hundirse en el suelo. Un sistema de calefacción correctamente diseñado que use convección natural, como este, puede calentar una casa con bastante eficacia.



**FIGURA 1.25** La convección natural juega un papel importante en la transferencia de calor dentro de esta olla de agua. Una vez conducido al interior, la transferencia de calor a otras partes de la olla se produce principalmente por convección. El agua más caliente se expande, disminuye su densidad y sube para transferir el calor a otras regiones

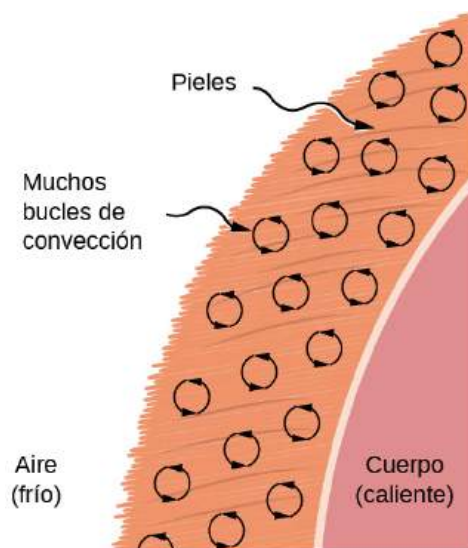


del agua, mientras que el agua más fría se hunde en el fondo. Este proceso se repite una y otra vez.

## INTERACTIVO

La convección natural, como la de la [Figura 1.24](#) y la [Figura 1.25](#), pero actuando sobre la roca del manto terrestre, impulsa [placas tectónicas \(https://openstax.org/l/21platetecton\)](https://openstax.org/l/21platetecton), que son los movimientos que han dado forma a la superficie de la Tierra.

La convección suele ser más complicada que la conducción. Más allá de señalar que la tasa de convección suele ser proporcional a la diferencia de temperatura, aproximadamente, no haremos ningún trabajo cuantitativo comparable a la fórmula de la conducción. Sin embargo, podemos describir la convección cualitativamente y relacionar las tasas de convección con calor y tiempo. El aire es un conductor deficiente, por lo que la convección domina la transferencia de calor por aire. Por lo tanto, la cantidad de espacio disponible para el flujo de aire determina si el aire transfiere el calor rápida o lentamente. Hay poca transferencia de calor en un espacio lleno de aire con una pequeña cantidad de otro material que impide el flujo. El espacio entre las paredes interiores y exteriores de una casa típica estadounidense, por ejemplo, es de unos 9 cm (3,5 pulgadas), lo suficientemente grande para que la convección funcione eficazmente. La adición de aislamiento en las paredes impide el flujo de aire, por lo que la pérdida (o ganancia) de calor disminuye. Por otro lado, el espacio entre los dos paneles de una ventana de doble vidrio es de 1 cm aproximadamente, lo que evita en gran medida la convección y aprovecha la baja conductividad del aire para reducir la pérdida de calor. La piel, la tela y la fibra de vidrio también aprovechan la baja conductividad del aire atrapándolo en espacios demasiado pequeños para soportar la convección ([Figura 1.26](#)).



**FIGURA 1.26** La piel se llena de aire y se rompe en muchas bolsas pequeñas. La convección es muy lenta aquí, porque los bucles son muy pequeños. La baja conductividad del aire hace que la piel sea un muy buen aislante ligero.

Cuando la convección va acompañada de un cambio de fase se producen algunos fenómenos interesantes. Esta combinación nos permite refrescarnos mediante el sudor aunque la temperatura del aire circundante supere la temperatura corporal. El calor de la piel es necesario para que el sudor se evapore de la piel, pero sin flujo de aire, el aire se satura y la evaporación se detiene. El flujo de aire causado por la convección sustituye el aire saturado por aire seco y la evaporación continúa.

## EJEMPLO 1.12

### Calcular el flujo de masa durante la convección

Una persona promedio produce calor a una de 120 W aproximadamente cuando está en reposo. ¿A qué velocidad debe evaporarse el agua del cuerpo para deshacerse de toda esta energía? (Para simplificar, suponemos que esta evaporación se produce cuando una persona está sentada a la sombra y las temperaturas circundantes son las mismas que la temperatura de la piel, lo que elimina la transferencia de calor por otros métodos).

#### Estrategia

Se necesita energía para este cambio de fase ( $Q = mL_v$ ). Así, la pérdida de energía por unidad de tiempo es

$$\frac{Q}{t} = \frac{mL_v}{t} = 120 \text{ W} = 120 \text{ J/s}.$$

Dividimos ambos lados de la ecuación entre  $L_v$  para calcular que la masa evaporada por unidad de tiempo es

$$\frac{m}{t} = \frac{120 \text{ J/s}}{L_v}.$$

#### Solución

Introduzca el valor del calor latente de la [Tabla 1.4](#),  $L_v = 2.430 \text{ kJ/kg} = 2.430 \text{ J/g}$ . Esto produce

$$\frac{m}{t} = \frac{120 \text{ J/s}}{2.430 \text{ J/g}} = 0,0494 \text{ g/s} = 2,96 \text{ g/min}.$$

#### Importancia

Evaporar unos 3 g/min parece razonable. Esto supondría alrededor de 180 g (unas 7 onzas) por hora. Si el aire es muy seco, el sudor puede evaporarse sin que se note. También se produce una cantidad importante de evaporación en los pulmones y en las vías respiratorias.

Otro ejemplo importante de la combinación de cambio de fase y convección se produce cuando el agua se evapora de los océanos. El calor se elimina del océano cuando el agua se evapora. Si el vapor de agua se condensa en gotas líquidas al formarse las nubes, posiblemente lejos del océano, se libera calor en la atmósfera. Así, se produce una transferencia global de calor del océano a la atmósfera. Este proceso es lo que les da potencia a las cabezas de trueno, esos grandes cúmulos que se elevan hasta 20,0 km en la estratosfera ([Figura 1.27](#)). El vapor de agua arrastrado por la convección se condensa y libera enormes cantidades de energía. Esta energía hace que el aire se expanda y se eleve a altitudes más frías. En estas regiones se produce más condensación, lo que a su vez hace que la nube se eleve aun más. Este mecanismo es un ejemplo de realimentación positiva, ya que el proceso se refuerza y acelera a sí mismo. A veces, produce tormentas violentas, con rayos y granizo. El mismo mecanismo impulsa los huracanes.

### INTERACTIVO

Este [video de cámara rápida \(https://openstax.org/l/21convthuncurr\)](https://openstax.org/l/21convthuncurr) muestra las corrientes de convección en una tormenta eléctrica, incluido el movimiento “rodante” similar al del agua hirviendo.



**FIGURA 1.27** Los cúmulos son causados por el vapor de agua que se eleva debido a la convección. El aumento de las nubes está impulsado por un mecanismo de realimentación positiva (créditos: “Amada44”/Wikimedia Commons).

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 1.8**

Explique por qué usar un ventilador en verano resulta refrescante.

## Radiación

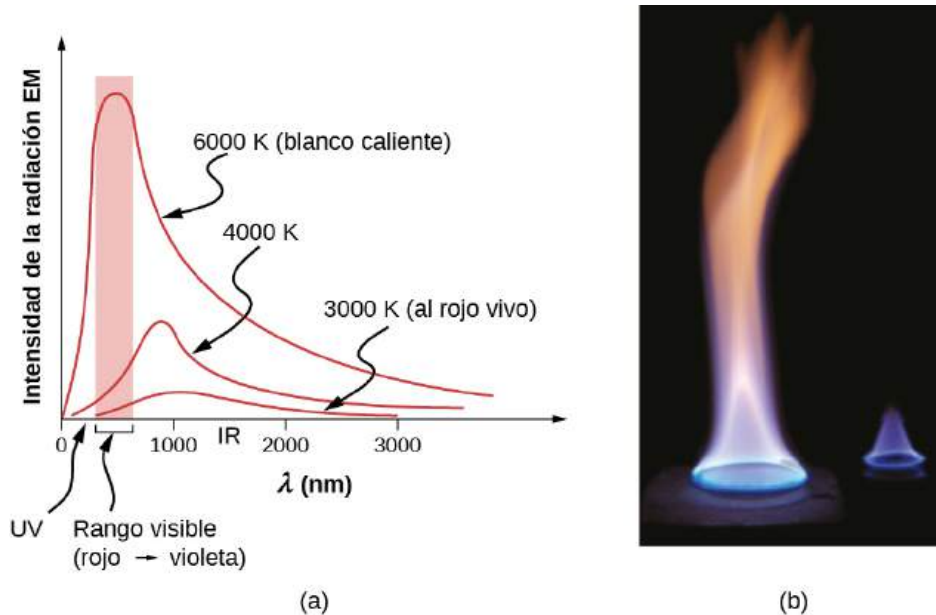
Puede sentir la transferencia de calor del Sol. El espacio entre la Tierra y el Sol está en gran parte vacío, por lo que el Sol nos calienta sin posibilidad de transferencia de calor por convección ni conducción. Del mismo modo, a veces, se puede saber que el horno está caliente sin tocar la puerta ni mirar en su interior: puede que simplemente usted se caliente al pasar por el frente. En estos ejemplos, el calor se transfiere por radiación ([Figura 1.28](#)). Es decir, el cuerpo caliente emite ondas electromagnéticas que la piel absorbe. No se necesita ningún medio para que las ondas electromagnéticas se propaguen. Las ondas electromagnéticas de diferentes longitudes de onda reciben distintos nombres: ondas de radio, microondas, radiación infrarroja, luz visible, radiación ultravioleta, rayos X y rayos gamma.



**FIGURA 1.28** La mayor parte de la transferencia de calor de este fuego a los observadores se produce a través de radiación infrarroja. La luz visible, aunque dramática, transfiere relativamente poca energía térmica. La convección transfiere la energía lejos de los observadores a medida que el aire caliente sube, mientras que la conducción es insignificante en este caso. La piel es muy sensible a la radiación infrarroja, por lo que se puede percibir la presencia de un fuego sin mirarlo directamente (créditos: Daniel O’Neil).

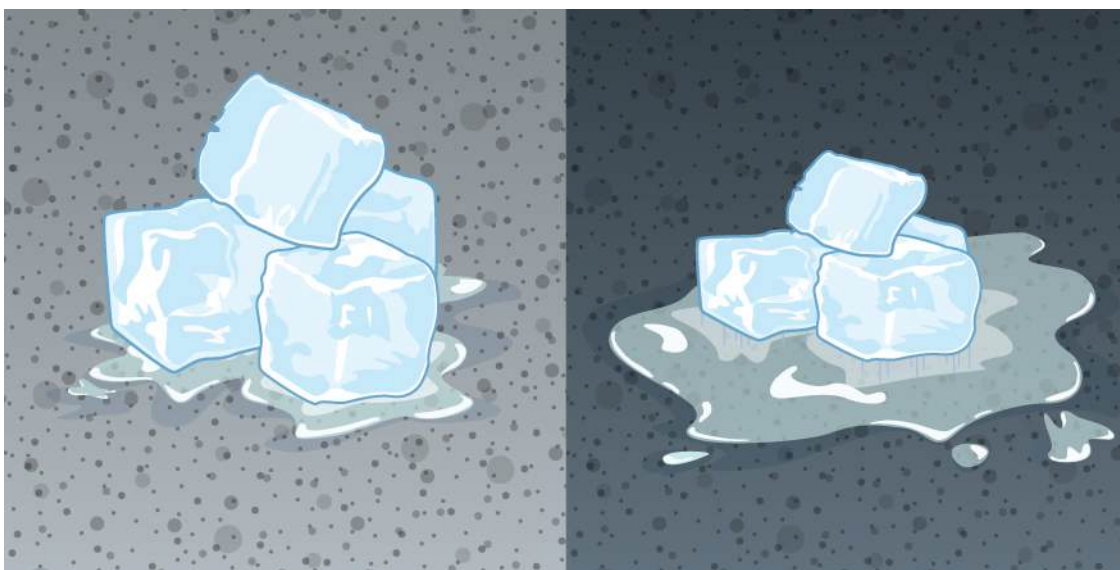
La energía de la radiación electromagnética varía en un amplio rango, dependiendo de la longitud de onda: una longitud de onda más corta (o una mayor frecuencia) corresponde a una mayor energía. Como se irradia más calor a mayor temperatura, las temperaturas más altas producen más intensidad en todas las longitudes de onda, pero especialmente en las más cortas. En la luz visible, la longitud de onda determina el color —el rojo tiene la longitud de onda más larga y el violeta la más corta—, por lo que un cambio de temperatura va

acompañado de un cambio de color. Por ejemplo, una resistencia eléctrica en una estufa brilla de rojo a naranja, mientras que el acero a alta temperatura en un alto horno brilla de amarillo a blanco. La radiación infrarroja es la forma predominante que irradian los objetos más fríos que el elemento eléctrico y el acero. La energía radiada como una función de longitud de onda depende de su intensidad, la cual se representa en la [Figura 1.29](#) por la altura de la distribución (en la sección [Ondas electromagnéticas](#) se explica más sobre el espectro electromagnético, y en la sección [Fotones y ondas de materia](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/6-introduccion) (<http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/6-introduccion>) se explica por qué la disminución de la longitud de onda corresponde a un aumento de la energía).

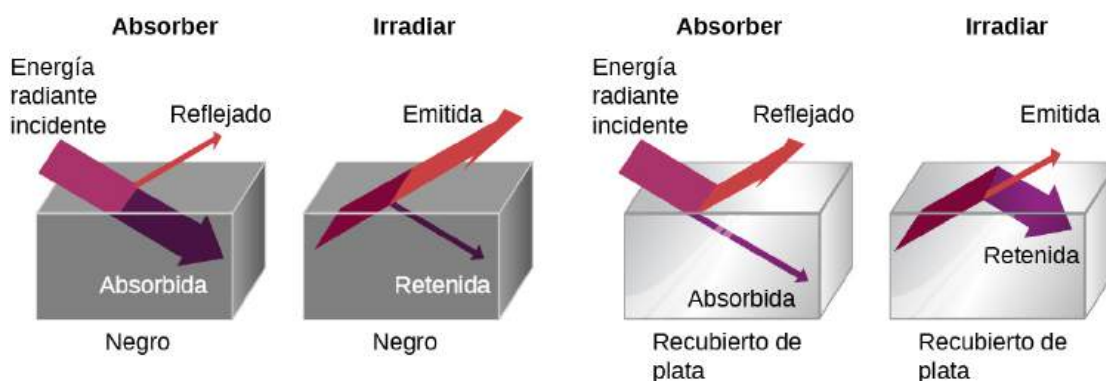


**FIGURA 1.29** a) Gráfico del espectro de las ondas electromagnéticas emitidas por un radiador ideal a tres temperaturas diferentes. La intensidad o tasa de emisión de la radiación aumenta drásticamente con la temperatura, y el espectro desciende en longitud de onda hacia las partes visibles y ultravioletas del espectro. La parte sombreada indica la parte visible del espectro. Es evidente que el desplazamiento hacia el ultravioleta con la temperatura hace que el aspecto visible pase del rojo al blanco y al azul a medida que aumenta la temperatura. (b) Fíjese en las variaciones de color correspondientes a las variaciones de la temperatura de la llama.

La tasa de transferencia de calor por radiación también depende del color del objeto. El negro es el más eficaz, y el blanco es el menos eficaz. En un día claro de verano, el asfalto negro de un estacionamiento está más caliente que la acera gris adyacente, porque el negro absorbe mejor que el gris ([Figura 1.30](#)). Lo contrario también es cierto: el negro irradia mejor que el gris. Así, en una noche clara de verano, el asfalto es más frío que la acera gris, porque el negro irradia la energía más rápidamente que el gris. Un objeto perfectamente negro sería un *radiador ideal* y un *absorbente ideal*, ya que captaría toda la radiación que cae sobre él. Por el contrario, un objeto perfectamente blanco o un espejo perfecto reflejaría toda la radiación, y un objeto perfectamente transparente la transmitiría toda ([Figura 1.31](#)). Dichos objetos no emitirían ninguna radiación. Matemáticamente, el color está representado por la **emisividad**  $e$ . Un radiador de “cuerpo negro” tendría  $e = 1$ , mientras que un reflector o transmisor perfecto tendría  $e = 0$ . Como ejemplos reales, los filamentos de las bombillas de tungsteno tienen una  $e$  de 0,5 aproximadamente, y el negro de humo (un material utilizado en el tóner de las impresoras) tiene una emisividad de 0,95 aproximadamente.



**FIGURA 1.30** El pavimento más oscuro está más caliente que el más claro (se ha derretido mucha más cantidad de hielo a la derecha), aunque ambos han estado a la luz del sol durante el mismo tiempo. Las conductividades térmicas de los pavimentos son las mismas.



**FIGURA 1.31** Un objeto negro es buen absorbente y radiador, mientras que un objeto blanco, claro o plateado es mal absorbente y radiador.

Para verlo, considere un objeto plateado y un objeto negro que pueden intercambiar calor por radiación y están en equilibrio térmico. Sabemos por experiencia que se mantendrán en equilibrio (resultado de un principio que se analizará ampliamente en la sección [Segunda ley de la termodinámica](#)). Para que la temperatura del objeto negro se mantenga constante debe emitir tanta radiación como la energía que absorbe, por lo que debe ser tan bueno radiando como absorbiendo. Consideraciones similares muestran que el objeto de plata debe irradiar tan poco como lo que absorbe. Así, una propiedad, emisividad, controla tanto radiación como absorción.

Por último, el calor irradiado es proporcional a la superficie del objeto, ya que cada parte de la superficie irradia. Si se desmenuzan las brasas de una hoguera, la radiación aumenta notablemente debido al incremento de la superficie radiante.

La tasa de transferencia de calor por radiación emitida se describe mediante la **ley de Stefan-Boltzmann de radiación**:

$$P = \sigma A e T^4,$$

donde  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ J/s} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^4$  es la constante de Stefan-Boltzmann, una combinación de constantes fundamentales de la naturaleza;  $A$  es la superficie del objeto; y  $T$  es su temperatura en kelvins.

La proporcionalidad a la *cuarta potencia* de la temperatura absoluta es una dependencia de la temperatura

notablemente fuerte. Permite detectar incluso pequeñas variaciones de temperatura. Las imágenes denominadas *termógrafos* se pueden usar en la medicina para detectar regiones de temperatura anormalmente alta en el cuerpo, tal vez indicativas de enfermedad. Técnicas similares se pueden usar para detectar fugas de calor en hogares (Figura 1.32), optimizar el rendimiento de altos hornos, mejorar niveles de confort en ambientes de trabajo e incluso hacer un perfil de temperatura de la Tierra de forma remota.



**FIGURA 1.32** Una termografía de parte de un edificio muestra las variaciones de temperatura, e indica dónde es más intensa la transferencia de calor al exterior. Las ventanas son una de las principales regiones de transferencia de calor al exterior de las viviendas (créditos: Ejército de los EE. UU.).

La ecuación de Stefan-Boltzmann solo necesita un ligero refinamiento para tratar un caso sencillo de absorción de radiación de un objeto de su entorno. Suponiendo que un objeto con una temperatura  $T_1$  está rodeado de un ambiente con temperatura uniforme  $T_2$ , la **tasa neta de transferencia de calor por radiación** es

$$P_{\text{neta}} = \sigma e A (T_2^4 - T_1^4), \quad 1.10$$

donde  $e$  es la emisividad del objeto solo. En otras palabras, no importa si el entorno es blanco, gris o negro: el equilibrio de la radiación que entra y sale del objeto depende de su capacidad de emisión y absorción. Cuando  $T_2 > T_1$ , la cantidad  $P_{\text{neta}}$  es positiva, es decir, la transferencia de calor neta es de caliente a frío.

Antes de hacer un ejemplo, tenemos que discutir una complicación: diferentes emisividades a diferentes longitudes de onda. Si la fracción de radiación incidente que refleja un objeto es la misma en todas las longitudes de onda visibles, el objeto es gris; si la fracción depende de la longitud de onda, el objeto tiene algún otro color. Por ejemplo, un objeto rojo o rojizo refleja la luz roja con más intensidad que otras longitudes de onda visibles. Como absorbe menos rojo, irradia menos rojo cuando está caliente. La reflexión y absorción diferencial de longitudes de onda fuera del rango visible no tiene ningún efecto sobre lo que vemos, pero pueden tener efectos físicamente importantes. La piel es un buen absorbente y emisor de radiación infrarroja, con una emisividad de 0,97 en el espectro infrarrojo. Así, a pesar de las evidentes variaciones en el color de la piel, todos somos casi negros en el infrarrojo. Esta alta emisividad infrarroja es la razón por la que podemos sentir tan fácilmente la radiación en nuestra piel. También es la base de la eficacia de los visores nocturnos que utilizan las fuerzas del orden y los militares para detectar seres humanos.



## EJEMPLO 1.13

### Calcular la transferencia de calor neta de una persona

¿Cuál es la tasa de transferencia de calor por radiación de una persona sin ropa de pie en una habitación oscura cuya temperatura ambiente es  $22,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ? La persona tiene una temperatura de la piel normal de  $33,0\text{ }^{\circ}\text{C}$  y una superficie de  $1,50\text{ m}^2$ . La emisividad de la piel es de 0,97 en el infrarrojo, la parte del espectro donde se produce la radiación.

#### Estrategia

Podemos resolverlo mediante la ecuación de la tasa de transferencia de calor por radiación.

#### Solución

Introduzca los valores de temperatura  $T_2 = 295\text{ K}$  y  $T_1 = 306\text{ K}$ , de modo que

$$\begin{aligned}\frac{Q}{t} &= \sigma e A (T_2^4 - T_1^4) \\ &= (5,67 \times 10^{-8}\text{ J/s} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^4) (0,97) (1,50\text{ m}^2) [(295\text{ K})^4 - (306\text{ K})^4] \\ &= -99\text{ J/s} = -99\text{ W}.\end{aligned}$$

#### Importancia

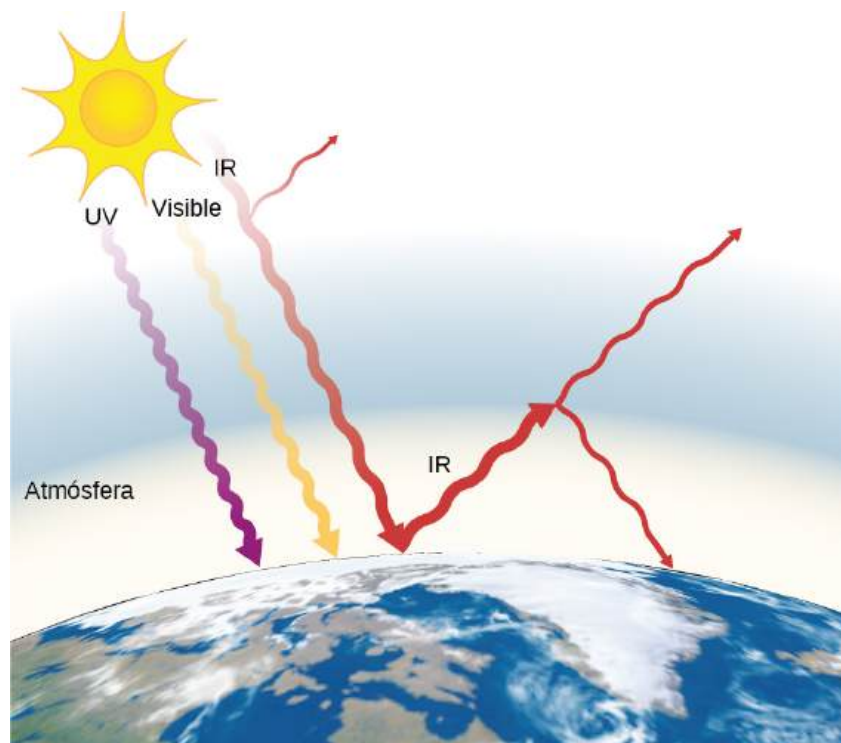
Este valor es una tasa de transferencia de calor al ambiente importante (note el signo de menos), teniendo en cuenta que una persona en reposo puede producir energía a razón de  $125\text{ W}$  y que la conducción y la convección también están transfiriendo energía al ambiente. De hecho, probablemente esperaríamos que esta persona sintiera frío. La ropa reduce significativamente la transferencia de calor al ambiente por todos los mecanismos, ya que la ropa ralentiza tanto la conducción como la convección y tiene una menor emisividad (especialmente si es de color claro) que la piel.

La temperatura promedio de la Tierra es objeto de un gran debate en la actualidad. La Tierra está en contacto por radiación tanto con el Sol como con el espacio oscuro, por lo que no podemos utilizar la ecuación para un ambiente a temperatura uniforme. La Tierra recibe casi toda su energía de la radiación del Sol y refleja parte de ella hacia el espacio exterior. Por el contrario, el espacio oscuro es muy frío, unos  $3\text{ K}$ , de modo que la Tierra irradia energía hacia el cielo oscuro. La velocidad de transferencia de calor desde el suelo y las praderas puede ser tan rápida que se puede producir escarcha en las tardes claras de verano, incluso en latitudes cálidas.

La temperatura promedio de la Tierra está determinada por su balance energético. En una primera aproximación, es la temperatura a la que la Tierra irradia calor al espacio con la misma rapidez con la que recibe energía del Sol.

Un parámetro importante para calcular la temperatura de la Tierra es su emisividad ( $e$ ). En promedio, es de 0,65 aproximadamente, pero el cálculo de este valor se complica por la gran variación diaria de la cobertura nubosa altamente reflectante. Dado que las nubes tienen una menor emisividad que los océanos o las masas terrestres reflejan parte de la radiación hacia la superficie, lo que reduce en gran medida la transferencia de calor hacia el espacio oscuro, al igual que reduce en gran medida la transferencia de calor hacia la atmósfera durante el día. Existe una realimentación negativa (en la que un cambio produce un efecto que se opone a ese cambio) entre las nubes y la transferencia de calor; las temperaturas más altas evaporan más agua para formar más nubes, las cuales reflejan más radiación hacia el espacio, lo que reduce la temperatura.

El tan mencionado **efecto invernadero** está directamente relacionado con la variación de la emisividad de la Tierra con la longitud de onda ([Figura 1.33](#)). El efecto invernadero es un fenómeno natural responsable de proporcionar temperaturas adecuadas para la vida en la Tierra y de hacer que Venus sea inadecuado para la vida humana. La mayor parte de la radiación infrarroja emitida por la Tierra la absorben el dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) y el agua ( $\text{H}_2\text{O}$ ) en la atmósfera y luego se irradia al espacio exterior o de vuelta a la Tierra. La radiación de vuelta hacia la Tierra mantiene la temperatura de su superficie alrededor de  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$  más alto de lo que sería si no hubiera atmósfera (las paredes y el techo de vidrio de un invernadero aumentan la temperatura interior al bloquear las pérdidas de calor por convección, no por radiación).



**FIGURA 1.33** El efecto invernadero es el nombre que recibe el aumento de la temperatura de la Tierra debido a la absorción de radiación en la atmósfera. La atmósfera es transparente a la radiación visible entrante y a la mayor parte de la infrarroja del Sol. La Tierra absorbe esa energía y la reemite. Como la temperatura de la Tierra es mucho más baja que la del Sol, reemite la energía a longitudes de onda mucho más largas, en la infrarroja. La atmósfera absorbe gran parte de esa radiación infrarroja e irradia alrededor de la mitad de la energía hacia abajo, lo que mantiene a la Tierra más caliente de lo que sería de otro modo. La cantidad de atrapamiento depende de las concentraciones de gases traza, como el dióxido de carbono, y un aumento de la concentración de estos gases incrementa la temperatura de la superficie de la Tierra.

El efecto invernadero es fundamental en el debate sobre el calentamiento global debido a la emisión de dióxido de carbono y metano (y otros gases de efecto invernadero) a la atmósfera terrestre por parte de la industria, el transporte y la agricultura. Los cambios en el clima global podrían provocar tormentas más intensas, cambios en las precipitaciones (que afectan a la agricultura), reducción de la biodiversidad de la selva tropical y aumento del nivel del mar.

### INTERACTIVO

Puede explorar [una simulación del efecto invernadero \(https://openstax.org/l/21simgreeneff\\_es\)](https://openstax.org/l/21simgreeneff_es) que adopta el punto de vista de que la atmósfera dispersa (redirige) la radiación infrarroja en vez de absorberla y retransmitirla. Es posible que desee realizar la simulación primero sin gases de efecto invernadero en la atmósfera y luego observar cómo la adición de gases de efecto invernadero afecta la radiación infrarroja y la temperatura de la Tierra.



## ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

### Efectos de la transferencia de calor

1. Examine la situación para determinar qué tipo de transferencia de calor se produce.
2. Identifique el tipo de transferencia de calor: conducción, convección o radiación.
3. Identifique exactamente lo que hay que determinar en el problema (identifique las incógnitas). Una lista escrita es útil.



4. Haga una lista de lo que se da o lo que se puede inferir del problema como se indica (identifique lo conocido).
  5. Despeje la ecuación apropiada para la cantidad a determinar (la incógnita).
  6. Para conducción, use la ecuación  $P = \frac{kA\Delta T}{d}$ . En la [Tabla 1.5](#) se indican las conductividades térmicas. Para convección, determine la cantidad de materia movida y la ecuación  $Q = mc\Delta T$ , junto con  $Q = mL_f$  o  $Q = mL_v$  si una sustancia cambia de fase. Para radiación, la ecuación  $P_{\text{neto}} = \sigma eA (T_2^4 - T_1^4)$  da la tasa neta de transferencia de calor.
  7. Sustituya los aspectos conocidos junto con sus unidades en la ecuación apropiada y obtenga soluciones numéricas completas con unidades.
  8. Compruebe la respuesta para ver si es razonable. ¿Tiene sentido?
- 

### **COMPRUEBE LO APRENDIDO 1.9**

¿Cuánto mayor es la tasa de radiación de calor cuando un cuerpo está a temperatura de 40 °C que cuando está a temperatura de 20 °C?

---

## Revisión Del Capítulo

### Términos Clave

**calor** energía transferida únicamente por una diferencia de temperatura

**calor de fusión** energía por unidad de masa necesaria para que una sustancia pase de la fase sólida a la fase líquida, o que se libera cuando la sustancia pasa de líquida a sólida

**calor de sublimación** energía por unidad de masa necesaria para que una sustancia pase de la fase sólida a la fase vapor

**calor de vaporización** energía por unidad de masa necesaria para que una sustancia pase de la fase líquida a la fase vapor

**calor específico** cantidad de calor necesaria para cambiar la temperatura de 1,00 kg de una sustancia en 1,00 °C; también llamada “capacidad de calor específico”

**caloría (cal)** energía necesaria para cambiar la temperatura de 1,00 g de agua en 1,00 °C

**calorimetría** estudio de la transferencia de calor dentro de un recipiente impermeable al calor

**calorímetro** recipiente que impide transferencia de calor hacia dentro o hacia fuera

**cero absoluto** temperatura a la que la energía cinética promedio de las moléculas es cero

**coeficiente de calor latente** término general para los calores de fusión, vaporización y sublimación

**coeficiente de dilatación lineal** ( $\alpha$ ) propiedad del material que da el cambio de longitud, por unidad de longitud, por 1-°C cambio de temperatura; constante utilizada en el cálculo de la dilatación lineal; el coeficiente de dilatación lineal depende en cierta medida de la temperatura del material

**coeficiente de expansión (dilatación)**

**volumétrica** ( $\beta$ ) similar a  $\alpha$  pero da el cambio de volumen, por unidad de volumen, por 1-°C cambio de temperatura

**conducción** transferencia de calor a través de materia estacionaria por contacto físico

**conductividad térmica** propiedad de un material que describe su capacidad para conducir calor

**convección** transferencia de calor por el movimiento macroscópico del fluido

**diagrama de fase** gráfico de presión versus temperatura de una sustancia determinada, que muestra a qué presiones y temperaturas se producen las fases de la sustancia

**dilatación térmica** cambio de tamaño o volumen de un objeto con el cambio de temperatura

**efecto invernadero** el calentamiento de la Tierra que se debe a gases como el dióxido de carbono y

el metano que absorben la radiación infrarroja de la superficie de la Tierra y la diseminan en todas las direcciones, lo que envía parte de ella de regreso a la Tierra

**emisividad** medida de lo bien que irradia un objeto

**equilibrio térmico** condición en la que el calor ya no fluye entre dos objetos que están en contacto; los dos objetos tienen la misma temperatura

**equivalente mecánico del calor** trabajo necesario para producir los mismos efectos que la transferencia de calor

**escala Celsius** escala de temperatura en la que el punto de congelación del agua es 0 °C y el punto de ebullición del agua es 100 °C

**escala de temperatura absoluta** escala, como la kelvin, con un punto cero que es el cero absoluto

**escala Fahrenheit** escala de temperatura en la que el punto de congelación del agua es 32 °F y el punto de ebullición del agua es 212 °F

**escala kelvin (K)** escala de temperatura en la que 0 K es la temperatura más baja posible y representa el cero absoluto

**grado Celsius** (°C) unidad en la escala de temperatura Celsius

**grado Fahrenheit** (°F) unidad en la escala de temperatura Fahrenheit

**kilocaloría (kcal)** energía necesaria para cambiar la temperatura de 1,00 kg de agua entre 14,5 °C y 15,5 °C

**ley cero de termodinámica** ley que establece que si dos objetos están en equilibrio térmico, y un tercer objeto está en equilibrio térmico con uno de esos objetos, también está en equilibrio térmico con el otro objeto

**ley de Stefan-Boltzmann de la radiación**

$$P = \sigma A e T^4, \text{ donde}$$

$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ J/s} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^4$  es la constante de Stefan-Boltzmann,  $A$  es la superficie del objeto,  $T$  es la temperatura absoluta y  $e$  es la emisividad

**presión crítica** presión en el punto crítico

**presión de vapor** presión a la que un gas coexiste con su fase sólida o líquida

**punto crítico** para una sustancia determinada, la combinación de temperatura y presión por encima de la cual las fases líquida y gaseosa son indistinguibles

**punto triple** presión y temperatura a las que una sustancia existe en equilibrio como sólido, líquido y gas

**radiación** energía transferida por las ondas

electromagnéticas directamente como consecuencia de una diferencia de temperatura

**sublimación** cambio de fase de sólido a gas

**tasa de transferencia de calor por conducción** tasa de transferencia de calor de un material a otro

**tasa neta de transferencia de calor por radiación**

$$P_{\text{neta}} = \sigma e A (T_2^4 - T_1^4)$$

**temperatura** cantidad medida por un termómetro, la cual refleja la energía mecánica de las

moléculas de un sistema

**temperatura crítica** temperatura en el punto crítico

**tensión térmica** estrés causado por contracción o dilatación térmica

**transferencia de calor** movimiento de energía de un lugar o material a otro como consecuencia de una diferencia de temperatura

**vapor** gas a una temperatura inferior a la de ebullición

## Ecuaciones Clave

Dilatación térmica lineal

$$\Delta L = \alpha L \Delta T$$

Dilatación térmica en dos dimensiones

$$\Delta A = 2\alpha A \Delta T$$

Dilatación térmica en tres dimensiones

$$\Delta V = \beta V \Delta T$$

Transferencia de calor

$$Q = mc\Delta T$$

Transferencia de calor en un calorímetro

$$Q_{\text{frío}} + Q_{\text{caliente}} = 0$$

Calor por cambio de fase (fusión y congelación)

$$Q = mL_f$$

Calor por cambio de fase (evaporación y condensación)

$$Q = mL_v$$

Tasa de transferencia de calor por conducción

$$P = \frac{kA(T_h - T_c)}{d}$$

Tasa neta de transferencia de calor por radiación

$$P_{\text{neta}} = \sigma e A (T_2^4 - T_1^4)$$

## Resumen

### 1.1 Temperatura y equilibrio térmico

- La temperatura se define operativamente como la cantidad medida por un termómetro. Es proporcional a la energía cinética promedio de los átomos y moléculas de un sistema.
- El equilibrio térmico se produce cuando dos cuerpos están en contacto y pueden intercambiar energía libremente. Los sistemas están en equilibrio térmico cuando tienen la misma temperatura.
- La ley cero de termodinámica establece que cuando dos sistemas, *A* y *B*, están en equilibrio térmico entre sí, y *B* está en equilibrio térmico con un tercer sistema *C*, entonces *A* también está en equilibrio térmico con *C*.

### 1.2 Termómetros y escalas de temperatura

- Hay tres tipos de termómetros: de alcohol, de cristal líquido y de radiación infrarroja (pirómetro).
- Las tres principales escalas de temperatura son Celsius, Fahrenheit y kelvin. Las temperaturas se pueden convertir de una escala a otra mediante ecuaciones de conversión de temperatura.
- Las tres fases del agua (hielo, agua líquida y vapor de agua) pueden coexistir a una misma presión y temperatura conocida como punto triple.

### 1.3 Dilatación térmica

- La dilatación térmica es el aumento del tamaño (longitud, área o volumen) de un cuerpo debido

a un cambio de temperatura, generalmente un aumento. La contracción térmica es la disminución de tamaño debido a un cambio de temperatura, generalmente por su descenso.

- La tensión térmica se crea cuando se limita la contracción dilatación térmica.

#### 1.4 Transferencia de calor, calor específico y calorimetría

- El calor y el trabajo son los dos métodos distintos de transferencia de energía.
- La transferencia de calor a un objeto cuando su temperatura cambia suele aproximarse bien mediante  $Q = mc\Delta T$ , donde  $m$  es la masa del objeto y  $c$  es el calor específico de la sustancia.

#### 1.5 Cambios de fase

- La mayoría de las sustancias tienen tres fases distintas (en condiciones ordinarias en la Tierra), y dependen de la temperatura y la presión.
- Dos fases coexisten (es decir, están en equilibrio térmico) a un conjunto de presiones y temperaturas.
- Los cambios de fase se producen a temperaturas fijas para una sustancia dada a una presión determinada, y estas temperaturas se denominan puntos de ebullición, congelación (o fusión) y sublimación.

#### 1.6 Mecanismos de transferencia de calor

- El calor se transfiere por tres métodos diferentes: conducción, convección y radiación.
- La conducción de calor es la transferencia de calor entre dos objetos en contacto directo.
- La tasa de transferencia de calor  $P$  (energía por

unidad de tiempo) es proporcional a la diferencia de temperatura  $T_h - T_c$  y el área de contacto  $A$  e inversamente proporcional a la distancia  $d$  entre los objetos.

- La convección es la transferencia de calor por el movimiento macroscópico de la masa. La convección puede ser natural o forzada, y generalmente transfiere la energía térmica más rápidamente que la conducción. La convección que se produce junto con un cambio de fase puede transferir energía de las regiones frías a las calientes.
- La radiación es la transferencia de calor mediante la emisión o absorción de ondas electromagnéticas.
- La tasa de transferencia de calor por radiación es proporcional a la emisividad  $e$ . Para un cuerpo negro perfecto,  $e = 1$ , mientras que un cuerpo perfectamente blanco, claro o reflectante tiene  $e = 0$ , con objetos reales que tienen valores de  $e$  entre 1 y 0.
- La tasa de transferencia de calor depende de la superficie y de la cuarta potencia de la temperatura absoluta:

$$P = \sigma e A T^4,$$

donde  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ J/s} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^4$  es la constante de Stefan-Boltzmann y  $e$  es la emisividad del cuerpo. La tasa neta de transferencia de calor de un objeto por radiación es

$$\frac{Q_{\text{neta}}}{t} = \sigma e A (T_2^4 - T_1^4),$$

donde  $T_1$  es la temperatura del objeto rodeado por un ambiente con temperatura uniforme  $T_2$  y  $e$  es la emisividad del objeto.

## Preguntas Conceptuales

### 1.1 Temperatura y equilibrio térmico

1. ¿Qué significa decir que dos sistemas están en equilibrio térmico?
2. Dé un ejemplo en el que  $A$  tenga algún tipo de relación de equilibrio no térmico con  $B$ , y  $B$  tenga la misma relación con  $C$ , pero  $A$  no tenga esa relación con  $C$ .

### 1.2 Termómetros y escalas de temperatura

3. Si se deja que un termómetro esté en equilibrio con el aire, y un vaso de agua no está en equilibrio con el aire, ¿qué ocurrirá con la lectura del termómetro cuando se ponga en el agua?

4. Dé un ejemplo de una propiedad física que varía con la temperatura y describa cómo se utiliza para medir la temperatura.

### 1.3 Dilatación térmica

5. Verter agua fría en un utensilio de cocina de vidrio o cerámica caliente puede romperlo fácilmente. ¿Cuál es la causa de la rotura? Explique por qué el Pyrex®, un vidrio con un pequeño coeficiente de dilatación lineal, es menos susceptible.
6. Un método para conseguir un ajuste firme, por ejemplo de una clavija metálica en un agujero de un bloque metálico, es fabricar la clavija

ligeramente más grande que el agujero. La clavija se inserta entonces cuando está a una temperatura diferente de la del bloque. ¿El bloque debe estar más caliente o más frío que la clavija durante la inserción? Explique su respuesta.

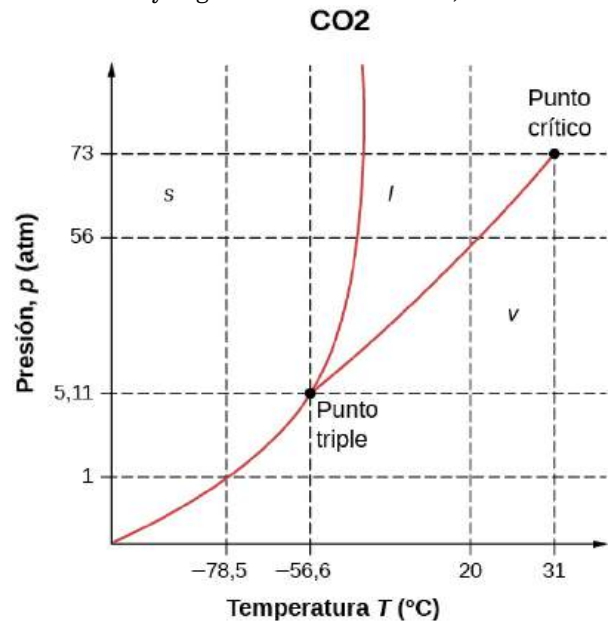
7. ¿Sirve de algo pasar agua caliente sobre una tapa metálica hermética de un tarro de vidrio antes de intentar abrirlo? Explique su respuesta.
8. Cuando se coloca un termómetro de alcohol frío en un líquido caliente, la columna de alcohol *baja* ligeramente antes de subir. Explique por qué.
9. Calcule la longitud de una varilla de 1 metro de un material con coeficiente de dilatación térmica  $\alpha$  cuando la temperatura se eleva de 300 K a 600 K. Tome su respuesta como la nueva longitud inicial y calcule la longitud después de que la varilla se enfríe de nuevo a 300 K. ¿Su respuesta es 1 metro? ¿Debería serlo? ¿Cómo puede explicar el resultado que obtuvo?
10. Al notar las grandes tensiones que puede provocar la dilatación térmica, un inventor de armas aficionado decide utilizarla para fabricar un nuevo tipo de pistola. Planea atascar una bala contra una varilla de aluminio dentro de un tubo de invar cerrado. Al calentar el tubo, la varilla se expandirá más que el tubo y se acumulará una fuerza muy potente. Luego, mediante un método aún por determinar, abrirá el tubo en una fracción de segundo y dejará que la fuerza de la varilla lance la bala a gran velocidad. ¿Qué está pasando por alto?

#### 1.4 Transferencia de calor, calor específico y calorimetría

11. ¿Cómo se relaciona transferencia de calor con temperatura?
12. Describa una situación en la que se produce transferencia de calor.
13. Cuando el calor se transfiere a un sistema, ¿la energía se almacena en forma de calor? Explique brevemente.
14. Los frenos de un automóvil aumentan su temperatura en  $\Delta T$  al llevar el automóvil a reposo desde una velocidad  $v$ . ¿Cuánto mayor sería  $\Delta T$  si el automóvil tuviera inicialmente el doble de velocidad? Puede suponer que el automóvil se detiene lo suficientemente rápido como para que no se transfiera el calor de los frenos.

#### 1.5 Cambios de fase

15. Una olla a presión contiene agua y vapor de agua en equilibrio a una presión superior a la atmosférica. ¿Cómo esta mayor presión aumenta la velocidad de cocción?
16. Como se muestra a continuación, lo cual es el diagrama de fases del dióxido de carbono, ¿cuál es la presión de vapor del dióxido de carbono sólido (hielo seco) a  $-78,5^\circ\text{C}$ ? (Note que los ejes de la figura no son lineales y el gráfico no está a escala).



17. ¿Se puede licuar el dióxido de carbono a temperatura ambiente ( $20^\circ\text{C}$ )? Si es así, ¿cómo? Si no, ¿por qué no? (Vea el diagrama de fases en el problema anterior).
18. ¿Cuál es la diferencia entre gas y vapor?
19. La transferencia de calor puede provocar cambios de temperatura y de fase. ¿Qué más puede causar estos cambios?
20. ¿Cómo el calor de fusión latente del agua contribuye a ralentizar el descenso de la temperatura del aire e impide, quizás, que las temperaturas caigan significativamente por debajo de  $0^\circ\text{C}$ , en las proximidades de grandes masas de agua?
21. ¿Cuál es la temperatura del hielo justo después de formarse por la congelación del agua?
22. Si coloca hielo a  $0^\circ\text{C}$  en agua a  $0^\circ\text{C}$  en un recipiente aislado, ¿cuál será el resultado neto? ¿Habrá menos hielo y más agua líquida, o más hielo y menos agua líquida, o se mantendrán las mismas cantidades?
23. ¿Qué efecto tiene la condensación en un vaso de agua helada sobre la velocidad de fusión del hielo? ¿La condensación acelerará el proceso de

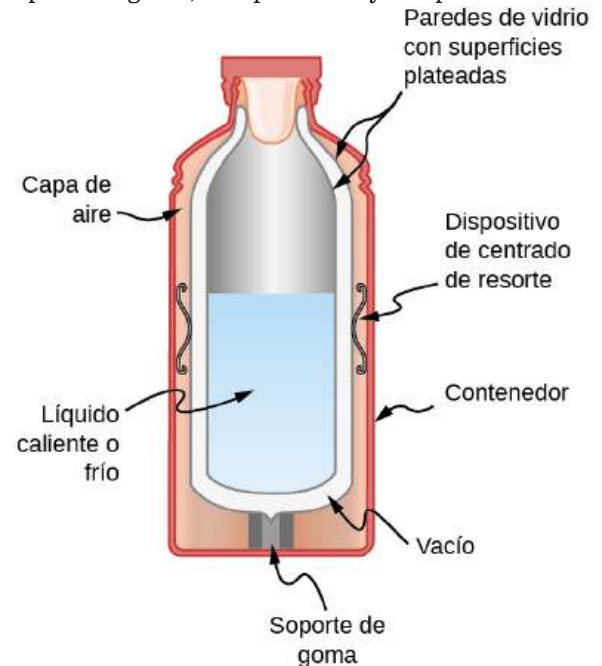
fusión o lo retrasará?

24. En Miami, Florida, que tiene un clima muy húmedo y numerosas masas de agua cercanas, es inusual que las temperaturas suban más de  $38\text{ }^{\circ}\text{C}$  ( $100\text{ }^{\circ}\text{F}$ ). Sin embargo, en el clima desértico de Phoenix, Arizona, las temperaturas superan esa cifra casi todos los días de julio y agosto. Explique cómo la evaporación del agua ayuda a limitar las altas temperaturas en climas húmedos.
25. En invierno, suele hacer más calor en San Francisco que en Sacramento, a 150 km hacia el interior. En verano, casi siempre hace más calor en Sacramento. Explique cómo las masas de agua que rodean San Francisco moderan sus temperaturas extremas.
26. Los alimentos liofilizados se han deshidratado al vacío. Durante el proceso, los alimentos se congelan y deben calentarse para facilitar la deshidratación. Explique cómo el vacío acelera la deshidratación y por qué los alimentos se congelan como consecuencia.
27. En una demostración en el aula de física un instructor infla un globo con la boca y luego lo enfría en nitrógeno líquido. Cuando está frío, el globo encogido tiene una pequeña cantidad de líquido azul claro en su interior, así como algunos cristales parecidos a la nieve. A medida que se calienta, el líquido hierve y parte de los cristales se subliman, con algunos cristales que permanecen durante un tiempo y luego producen un líquido. Identifique el líquido azul y los dos sólidos en el globo frío. Justifique sus identificaciones utilizando los datos de la [Tabla 1.4](#).

### 1.6 Mecanismos de transferencia de calor

28. ¿Cuáles son los principales métodos de transferencia de calor del núcleo caliente de la Tierra a su superficie? ¿Y de la superficie de la Tierra al espacio exterior?
29. Cuando nuestro cuerpo se calienta demasiado responde sudando y aumentando la circulación sanguínea hacia la superficie para transferir la energía térmica fuera del núcleo. ¿Qué efecto tendrán esos procesos en una persona en un jacuzzi a  $40,0\text{-}^{\circ}\text{C}$ ?
30. A continuación se muestra un dibujo de corte de una botella termo (también conocida como frasco de Dewar), que es un dispositivo diseñado específicamente para ralentizar todas las formas de transferencia de calor. Explique las funciones de las distintas partes, como el vacío, el plateado de las

paredes, el cuello de vidrio largo de paredes finas, el soporte de goma, la capa de aire y el tapón.



31. Algunas estufas eléctricas tienen una superficie plana de cerámica con elementos calefactores ocultos debajo. Una olla colocada sobre un elemento calefactor se calentará, mientras que la superficie que se encuentra a unos pocos centímetros de distancia es segura de tocar. ¿Por qué la cerámica, con una conductividad menor que la de un metal pero mayor que la de un buen aislante, es una opción ideal para la placa de la estufa?
32. La ropa blanca holgada que cubre la mayor parte del cuerpo, mostrada a continuación, es ideal para los habitantes del desierto, tanto en el caluroso sol como en las frías noches. Explique cómo esa ropa es ventajosa tanto de día como de noche.



33. Una forma de hacer que una chimenea sea más eficiente energéticamente es hacer que el aire de la habitación circule por el exterior de la caja de fuego y vuelva a la habitación. Detalle los métodos de transferencia de calor implicados.
34. En las noches frías y despejadas los caballos duermen al amparo de grandes árboles. ¿Cómo los ayuda esto a mantenerse calientes?
35. Al ver un circo durante el día en una carpa grande y de color oscuro se percibe una importante transferencia de calor desde la carpa. Explique por qué ocurre esto.
36. Los satélites diseñados para observar la radiación del espacio oscuro y frío (3 K) tienen sensores que están a la sombra del Sol, de la Tierra y de la Luna y se enfrían a temperaturas muy bajas. ¿Por qué los sensores deben estar a baja temperatura?

## Problemas

### 1.2 Termómetros y escalas de temperatura

43. Mientras viaja fuera de los Estados Unidos, usted se siente mal. Un compañero le consigue un termómetro, el cual indica que su temperatura es de 39. ¿En qué escala está eso? ¿Cuál es su temperatura Fahrenheit? ¿Debe buscar ayuda médica?
44. ¿Cuáles son las siguientes temperaturas en la escala kelvin?
  - (a) 68,0 °F, una temperatura interior a veces recomendada para la conservación de energía

37. ¿Por qué los termómetros que se utilizan en las estaciones meteorológicas están protegidos de la luz del sol? ¿Qué mide un termómetro si está protegido de los rayos del sol? ¿Qué mide si no es así?
38. Poner una tapa en una olla hirviendo reduce en gran medida la transferencia de calor necesaria para mantener el hervor. Explique por qué.
39. Su casa va a estar vacía durante un tiempo en el que hace frío, y quiere ahorrar energía y dinero. ¿Debe bajar el termostato al nivel más bajo que proteja la casa de daños como congelación de tuberías o dejarlo a la temperatura normal? (Si no le gusta volver a una casa fría, imagine que un temporizador controla el sistema de calefacción para que la casa esté caliente cuando vuelva). Explique su respuesta.
40. Usted sirve el café en una taza sin tapa, con la intención de beberlo 5 minutos después. Se puede añadir crema al servir la taza o justo antes de beberlo (la crema está a la misma temperatura de cualquier manera. Suponga que la crema y el café entran en equilibrio térmico entre sí muy rápidamente). ¿Qué manera le dará un café más caliente? ¿Qué característica de esta pregunta es diferente de la anterior?
41. Asar a la parrilla es un método de cocción por radiación que produce resultados algo diferentes a los de la cocción por conducción o convección. Una llama de gas o una resistencia eléctrica producen una temperatura muy alta cerca de los alimentos y *por encima* de ellos. ¿Por qué la radiación es el método de transferencia de calor dominante en esta situación?
42. En una fría mañana de invierno, ¿por qué el metal de una bicicleta se siente más frío que la madera de un porche?

en invierno.

- (b) 134 °F, una de las temperaturas atmosféricas más altas jamás registradas en la Tierra (Death Valley, California, 1913).
- (c) 9.890 °F, la temperatura de la superficie del Sol.

45. (a) Suponga que un frente frío entra en su localidad y hace descender la temperatura en 40,0 grados Fahrenheit. ¿Cuántos grados Celsius disminuye la temperatura cuando se reduce en 40,0 °F? (b) Demuestre que cualquier

cambio de temperatura en grados Fahrenheit es nueve quintos del cambio en grados Celsius.

46. Un artículo de Associated Press sobre el cambio climático decía: “Parte de la desaparición de la plataforma de hielo se produjo probablemente en épocas en las que el planeta tenía entre 36 grados Fahrenheit (2 grados Celsius) y 37 grados Fahrenheit (3 grados Celsius) más calientes que hoy”. ¿Qué error cometió el periodista?
47. (a) ¿A qué temperatura tienen el mismo valor numérico las escalas Fahrenheit y Celsius? (b) ¿A qué temperatura tienen el mismo valor numérico las escalas Fahrenheit y kelvin?
48. Una persona que toma la lectura de la temperatura de un congelador en Celsius comete dos errores: primero omite el signo negativo y luego piensa que la temperatura es Fahrenheit. Es decir, la persona lee  $-x$  °C como  $x$  °F. Curiosamente, el resultado es la temperatura Fahrenheit correcta. ¿Cuál es la lectura original en Celsius? Redondee su respuesta a tres cifras significativas.

### 1.3 Dilatación térmica

49. La altura del Monumento a Washington mide 170,00 m un día en que la temperatura es 35,0 °C. ¿Cuál será su altura un día en que la temperatura descienda a  $-10,0$  °C? Aunque el monumento es de piedra caliza, suponga que su coeficiente de dilatación térmica es el mismo que el del mármol. Indique su respuesta con cinco cifras significativas.
50. ¿Cuánto mide la Torre Eiffel al final del día cuando la temperatura ha aumentado en 15 °C? Su altura original es de 321 m y se puede suponer que es de acero.
51. ¿Cuál es el cambio de longitud de una columna de mercurio de 3,00 cm de longitud si su temperatura cambia de 37,0 °C a 40,0 °C, suponiendo que el mercurio está restringido a un cilindro pero sin restricción de longitud? Su respuesta mostrará por qué los termómetros contienen bulbos en la parte inferior en vez de simples columnas de líquido.
52. ¿Qué tamaño de la junta de dilatación se debe dejar entre los rieles de acero del ferrocarril si pueden alcanzar una temperatura máxima 35,0 °C mayor que cuando se pusieron? Su longitud original es de 10,0 m.
53. Quiere comprar un pequeño terreno en Hong Kong. El precio es de “solo” 60.000 dólares por metro cuadrado. El título de propiedad dice que las dimensiones son 20 m  $\times$  30 m. ¿Cuánto cambiaría el precio total si se midiera la parcela con una cinta métrica de acero un día en que la temperatura fuera 20 °C por encima de la temperatura para la que fue diseñada la cinta métrica? Las dimensiones del terreno no cambian.
54. El calentamiento global producirá un aumento del nivel del mar, en parte por el derretimiento de las capas de hielo y en parte por la expansión del agua al aumentar las temperaturas promedio del océano. Para hacerse una idea de la magnitud de este efecto calcule el cambio de longitud de una columna de agua de 1,00 km de altura para un aumento de temperatura de 1,00 °C. Suponga que la columna no es libre de expandirse lateralmente. Como modelo del océano, es una aproximación razonable, ya que solo las partes del océano muy cercanas a la superficie pueden expandirse lateralmente hacia la tierra, y solo en un grado limitado. Como otra aproximación, desestime que el calentamiento de los océanos no es uniforme con la profundidad.
55. (a) Suponga que una vara para medir en metros de acero y otra de aluminio tienen la misma longitud a 0°C. ¿Cuál es su diferencia de longitud en 22,0 °C? (b) Repita el cálculo para dos cintas métricas de 30,0 m de longitud.
56. (a) Si un vaso de precipitado de 500 ml se llena hasta el borde con alcohol etílico a una temperatura de 5,00 °C, cuánto se desbordará cuando la temperatura del alcohol alcance la temperatura ambiente de 22,0 °C? (b) ¿Cuánto menos agua se desbordaría en las mismas condiciones?
57. La mayoría de los automóviles tienen un depósito de refrigerante para recoger el líquido del radiador que puede rebosar cuando el motor está caliente. Un radiador está hecho de cobre y se llena hasta su capacidad de 16,0 L cuando a 10,0 °C. ¿Qué volumen de líquido del radiador rebosará cuando el radiador y el líquido alcancen una temperatura de 95,0 °C, dado que el coeficiente de dilatación volumétrica del fluido es  $\beta = 400 \times 10^{-6}/\text{°C}$ ? (Su respuesta será una estimación conservadora, ya que la mayoría de los radiadores de los automóviles tienen temperaturas de funcionamiento superiores a 95,0 °C).
58. Un físico prepara una taza de café instantáneo y observa que, al enfriarse el café, su nivel desciende 3,00 mm en la taza de vidrio.



Demuestre que esta disminución no se puede deber a la contracción térmica al calcular la disminución del nivel si los  $350 \text{ cm}^3$  de café se encuentran en una taza de  $7,00 \text{ cm}$  de diámetro y disminuye la temperatura de  $95,0 \text{ }^\circ\text{C}$  a  $45,0 \text{ }^\circ\text{C}$ . (la mayor parte de la bajada de nivel se debe en realidad al escape de burbujas de aire).

- 59.** La densidad del agua a  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  está muy cerca de  $1.000 \text{ kg/m}^3$  (en realidad es  $999,84 \text{ kg/m}^3$ ), mientras que la densidad del hielo a  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  es de  $917 \text{ kg/m}^3$ . Calcule la presión necesaria para que el hielo no se expanda al congelarse y desestime el efecto que una presión tan grande tendría sobre la temperatura de congelación (este problema solo le da una indicación de la magnitud de las fuerzas asociadas a la congelación del agua).
- 60.** Demostrar que  $\beta = 3\alpha$ , al calcular el cambio infinitesimal del volumen  $dV$  de un cubo con lados de longitud  $L$  cuando la temperatura cambia en  $dT$ .

#### 1.4 Transferencia de calor, calor específico y calorimetría

- 61.** En un día caluroso, la temperatura de una piscina de  $80.000 \text{ L}$  aumenta en  $1,50 \text{ }^\circ\text{C}$ . ¿Cuál es la transferencia neta de calor durante este calentamiento? Ignore cualquier complicación, como pérdida de agua por evaporación.
- 62.** Para esterilizar un biberón de vidrio de  $50,0 \text{ g}$  debemos elevar su temperatura de  $22,0 \text{ }^\circ\text{C}$  a  $95,0 \text{ }^\circ\text{C}$ . ¿Cuánta transferencia de calor se necesita?
- 63.** La misma transferencia de calor a masas idénticas de diferentes sustancias produce diferentes cambios de temperatura. Calcule la temperatura final cuando  $1,00 \text{ kcal}$  de calor se transfiere a  $1,00 \text{ kg}$  de lo siguiente, originalmente a  $20,0 \text{ }^\circ\text{C}$ : (a) agua; (b) hormigón; (c) acero; y (d) mercurio.
- 64.** Frotarse las manos las calienta al convertir el trabajo en energía térmica. Si una mujer se frota las manos de un lado a otro durante un total de  $20$  roces, a una distancia de  $7,50 \text{ cm}$  por fricción y con una fuerza de fricción promedio de  $40,0 \text{ N}$ , ¿cuál es el aumento de temperatura? La masa de tejidos calentados es de solo  $0,100 \text{ kg}$ , principalmente en las palmas y los dedos.
- 65.** Un bloque de  $0,250 \text{ kg}$  de un material puro se calienta de  $20,0 \text{ }^\circ\text{C}$  a  $65,0 \text{ }^\circ\text{C}$  por la adición de  $4,35 \text{ kJ}$  de energía. Calcule su calor específico e identifique la sustancia de la que probablemente esté compuesto.
- 66.** Suponga que cantidades idénticas de calor se transfieren a diferentes masas de cobre y agua, lo que provoca idénticos cambios de temperatura. ¿Cuál es la relación entre la masa de cobre y la de agua?
- 67.** (a) El número de kilocalorías de los alimentos se determina mediante técnicas de calorimetría en las que se queman los alimentos y se mide la cantidad de transferencia de calor. ¿Cuántas kilocalorías por gramo hay en un cacahuete de  $5,00 \text{ g}$  si la energía de su combustión se transfiere a  $0,500 \text{ kg}$  de agua mantenida en un vaso de aluminio de  $0,100 \text{ kg}$  que provoca  $54,9\text{-}^\circ\text{C}$  de aumento de temperatura? Suponga que el proceso ocurre en un calorímetro ideal, es decir, en un recipiente perfectamente aislado. (b) Compare su respuesta con la siguiente información de la etiqueta que se encuentra en un paquete de cacahuets secos tostados: una ración de  $33 \text{ g}$  contiene  $200$  calorías. Comente si los valores son coherentes.
- 68.** Tras un ejercicio vigoroso, la temperatura corporal de una persona de  $80,0 \text{ kg}$  es  $40,0 \text{ }^\circ\text{C}$ . ¿A qué velocidad en vatios la persona debe transferir energía térmica para reducir la temperatura del cuerpo a  $37,0 \text{ }^\circ\text{C}$  en  $30,0 \text{ min}$ , suponiendo que el cuerpo sigue produciendo energía a un ritmo de  $150 \text{ W}$ ? ( $1 \text{ vatios} = 1 \text{ julio/segundo}$  o  $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$ )
- 69.** En un estudio de hombres jóvenes sanos<sup>1</sup>, al hacer  $20$  flexiones en  $1$  minuto se quemó una cantidad de energía por  $\text{kg}$  que para un hombre de  $70,0 \text{ kg}$  corresponde a  $8,06$  calorías (kcal). ¿Cuánto aumentaría la temperatura de un hombre de  $70,0 \text{ kg}$  si no perdiera calor durante ese tiempo?
- 70.** Una muestra de  $1,28 \text{ kg}$  de agua a  $10,0 \text{ }^\circ\text{C}$  está en un calorímetro. Se deja caer una pieza de acero con una masa de  $0,385 \text{ kg}$  a  $215 \text{ }^\circ\text{C}$  en él. Después de que el chisporroteo disminuya, ¿cuál es la temperatura de equilibrio final? (Haga las suposiciones razonables de que cualquier vapor de agua producido se condensa en agua líquida durante el proceso de equilibrio y que la evaporación y la condensación no

<sup>1</sup> J. W. Vezina: "An examination of the differences between two methods of estimating energy expenditure in resistance training activities", *Journal of Strength and Conditioning Research*, 28 de abril de 2014, <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/24402448>

afectan el resultado, como veremos en la siguiente sección).

71. Repita el problema anterior suponiendo que el agua está en un vaso de precipitado con una masa de 0,200 kg que a su vez está en un calorímetro. El vaso de precipitado está inicialmente a la misma temperatura que el agua. Antes de hacer el problema, ¿la respuesta debe ser mayor o menor que la anterior? Al comparar la masa y el calor específico del vaso de precipitado con los del agua, ¿cree que el vaso hará mucha diferencia?

### 1.5 Cambios de fase

72. ¿Cuánta transferencia de calor (en kilocalorías) se necesita para descongelar un paquete de 0,450 kg de vegetales congelados originalmente a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  si su calor de fusión es el mismo que el del agua?
73. Una bolsa que contiene hielo a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  es mucho más eficaz en la absorción de energía que una que contenga la misma cantidad de agua a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . (a) ¿Cuánta transferencia de calor es necesaria para elevar la temperatura de 0,800 kg de agua de  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $30,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ? (b) ¿Cuánta transferencia de calor se necesita para fundir primero 0,800 kg de hielo a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  y luego aumentar su temperatura? (c) Explique cómo su respuesta apoya la afirmación de que el hielo es más eficaz.
74. (a) ¿Cuánta transferencia de calor es necesaria para elevar la temperatura de una olla de aluminio de 0,750 kg que contiene 2,50 kg de agua desde  $30,0\text{ }^{\circ}\text{C}$  hasta el punto de ebullición y, a continuación, hervir 0,750 kg de agua? (b) ¿Cuánto tiempo se tarda si la tasa de transferencia de calor es de 500 W?
75. La condensación en un vaso de agua helada hace que el hielo se derrita más rápido de lo que lo haría de otro modo. Si se condensan 8,00 g de vapor en un vaso que contiene agua y 200 g de hielo, ¿cuántos gramos del hielo se derretirán? Suponga que no se produce ninguna otra transferencia de calor. Use  $L_v$  para el agua a  $37\text{ }^{\circ}\text{C}$  como una mejor aproximación que  $L_v$  para el agua a  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
76. En un viaje, se da cuenta de que una bolsa de hielo de 3,50 kg dura un promedio de un día en su enfriador. ¿Cuál es la potencia media en vatios que entra en el hielo si comienza en  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  y se funde completamente en  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  de agua en exactamente un día?
77. En un determinado día seco y soleado, la temperatura de una piscina aumentaría en  $1,50\text{ }^{\circ}\text{C}$  si no es por la evaporación. ¿Qué fracción del agua debe evaporarse para llevarse precisamente la energía suficiente para mantener la temperatura constante?
78. (a) ¿Cuánta transferencia de calor es necesaria para elevar la temperatura de un trozo de hielo de 0,200 kg de  $-20,0\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $130,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , incluida la energía necesaria para cambios de fase? (b) ¿Cuánto tiempo se requiere para cada etapa, suponiendo una tasa de transferencia de calor constante de 20,0 kJ/s? (c) Haga un gráfico de temperatura versus tiempo para este proceso.
79. En 1986, un enorme iceberg se desprendió de la plataforma de hielo de Ross, en la Antártida. Era un prisma rectangular de 160 km de largo, 40,0 km de ancho y 250 m de espesor aproximadamente. (a) ¿Cuál es la masa de este iceberg, dado que la densidad del hielo es  $917\text{ kg/m}^3$ ? (b) ¿Cuánta transferencia de calor (en julios) se necesita para derretirlo? (c) ¿Cuántos años de luz solar solamente se necesitarían para fundir hielo de este grosor, si el hielo absorbe un promedio de  $100\text{ W/m}^2$ , 12,00 h al día?
80. ¿Cuántos gramos de café deben evaporarse de 350 g de café en una taza de vidrio de 100 g para enfriar el café y la taza de  $95,0\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $45,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ? Suponga que el café tiene las mismas propiedades térmicas que el agua y que el calor de vaporización promedio es de 2.340 kJ/kg (560 kcal/g). Desestime las pérdidas de calor por procesos distintos a la evaporación, así como el cambio de masa del café al enfriarse. ¿Las dos últimas suposiciones hacen que su respuesta sea mayor o menor que la verdadera?
81. a) Es difícil extinguir un incendio en un tanque petrolero porque cada litro de crudo libera  $2,80 \times 10^7\text{ J}$  de energía al quemarse. Para ilustrar esta dificultad, calcule el número de litros de agua que se deben gastar para absorber la energía liberada al quemar 1,00 L de petróleo crudo, si la temperatura del agua aumenta de  $20,0\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ , hierve, y la temperatura del vapor de agua resultante se eleva a  $300\text{ }^{\circ}\text{C}$  a presión constante. (b) Analice las complicaciones adicionales causadas por el hecho de que el petróleo crudo es menos denso que el agua.
82. La energía liberada por la condensación en las tormentas puede ser muy grande. Calcule la energía liberada a la atmósfera para una pequeña tormenta de 1 km de radio,

suponiendo que se precipitan 1,0 cm de lluvia de forma uniforme sobre esta zona.

- 83.** Para ayudar a prevenir daños por las heladas, se rocían 4,00 kg de agua a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  sobre un árbol frutal. (a) ¿Cuánto calor se transfiere al congelarse el agua? (b) ¿Cuánto disminuiría la temperatura del árbol de 200 kg si se le transfiriera esta cantidad de calor del árbol? Tomemos que el calor específico es  $3,35\text{ kJ/kg} \cdot ^{\circ}\text{C}$ , y se supone que no se produce ningún cambio de fase en el árbol.
- 84.** Un bol de aluminio de 0,250 kg que contiene 0,800 kg de sopa a  $25,0\text{ }^{\circ}\text{C}$  se coloca en un congelador. ¿Cuál es la temperatura final si se transfieren 388 kJ de energía desde el bol y la sopa, suponiendo que las propiedades térmicas de la sopa son las mismas que las del agua?
- 85.** Un cubo de hielo de 0,0500 kg a  $-30,0\text{ }^{\circ}\text{C}$  se coloca en 0,400 kg de agua a  $35,0\text{ }^{\circ}\text{C}$  en un recipiente muy bien aislado. ¿Cuál es la temperatura final?
- 86.** Si se vierten 0,0100 kg de agua a  $20,0\text{ }^{\circ}\text{C}$  sobre un bloque de hielo de 1,20 kg (que inicialmente está a  $-15,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), ¿cuál es la temperatura final? Se puede suponer que el agua se enfría tan rápidamente que los efectos del entorno son insignificantes.
- 87.** Los indígenas a veces cocinan en cestas herméticas colocando piedras calientes en el agua para hacerla hervir. ¿Qué masa de granito a  $500\text{ }^{\circ}\text{C}$  se debe colocar en 4,00 kg de agua a  $15,0\text{ }^{\circ}\text{C}$  para llevar su temperatura a  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ , si 0,0250 kg de agua escapan en forma de vapor del chisporroteo inicial? Puede desestimar los efectos del entorno.
- 88.** ¿Cuál sería la temperatura final de la olla y del agua en el [Ejemplo 1.7](#) si se colocan 0,260 kg de agua en la olla y 0,0100 kg del agua se evaporan inmediatamente, dejando que el resto llegue a una temperatura común con la olla?

### 1.6 Mecanismos de transferencia de calor

- 89.** (a) Calcule la velocidad de conducción de calor a través de las paredes de la casa que tienen un grosor de 13,0 cm y una conductividad térmica promedio dos veces superior a la de la lana de vidrio. Suponga que no hay ventanas ni puertas. La superficie de las paredes es  $120\text{ m}^2$  y su superficie interior está a  $18,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , mientras que su superficie exterior está a  $5,00\text{ }^{\circ}\text{C}$ . (b) ¿Cuántos calefactores de ambiente de 1 kW serían necesarios para equilibrar la transferencia de calor por conducción?
- 90.** La velocidad de conducción del calor por una ventana en un día de invierno es lo suficientemente rápida como para enfriar el aire que se encuentra junto a ella. Para ver la rapidez con la que las ventanas transfieren calor por conducción calcule la tasa de conducción en vatios a través de una ventana de  $3,00\text{ m}^2$  de 0,634 cm de espesor (1/4 in) si las temperaturas de las superficies interior y exterior son  $5,00\text{ }^{\circ}\text{C}$  y  $-10,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , respectivamente. (este ritmo rápido no se mantendrá: la superficie interior se enfriará, incluso hasta la formación de escarcha).
- 91.** Calcule la tasa de conducción de calor fuera del cuerpo humano, suponiendo que la temperatura interna del núcleo es  $37,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , la temperatura de la piel es  $34,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , el grosor de los tejidos grasos entre el núcleo y la piel es de 1,00 cm en promedio y la superficie es  $1,40\text{ m}^2$ .
- 92.** Suponga que usted está de pie con un pie en un suelo de cerámica y el otro en una alfombra de lana, y hace contacto en una superficie de  $80,0\text{ cm}^2$  con cada pie. Tanto la cerámica como la alfombra tienen un grosor de 2,00 cm y tienen  $10,0\text{ }^{\circ}\text{C}$  en sus lados inferiores. ¿A qué velocidad debe producirse la transferencia de calor de cada pie para mantener la parte superior de la cerámica y la alfombra a  $33,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ?
- 93.** Un hombre consume 3.000 kcal de alimentos en un día, y convierte la mayor parte en energía térmica para mantener la temperatura corporal. Si pierde la mitad de esta energía evaporando agua (a través de la respiración y el sudor), ¿cuántos kilogramos de agua se evaporan?
- 94.** Un caminante del fuego corre por un lecho de carbón caliente sin sufrir quemaduras. Calcule el calor transferido por conducción a la planta de un pie de un caminante del fuego, dado que la planta del pie es un callo de 3,00 mm de espesor con una conductividad en el extremo inferior del rango para madera y su densidad es de  $300\text{ kg/m}^3$ . El área de contacto es  $25,0\text{ cm}^2$ , la temperatura de las brasas es  $700\text{ }^{\circ}\text{C}$  y el tiempo de contacto es de 1,00 s. Ignore el enfriamiento por evaporación del sudor.
- 95.** (a) ¿Cuál es la tasa de conducción de calor a través del pelaje de 3,00 cm de espesor de un animal grande que tiene una superficie de  $1,40\text{ m}^2$ ? Suponga que la temperatura de la piel del animal es  $32,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , que la temperatura del aire es  $-5,00\text{ }^{\circ}\text{C}$  y que el pelaje tiene la misma conductividad térmica que el aire. (b) ¿Qué

- ingesta de alimentos necesitará el animal en un día para sustituir esta transferencia de calor?
- 96.** Una morsa transfiere energía por conducción a través de su grasa a una tasa de 150 W cuando se sumerge en agua a  $-1,00\text{ }^{\circ}\text{C}$ . La temperatura interna de la morsa es  $37,0\text{ }^{\circ}\text{C}$  y tiene una superficie de  $2,00\text{ m}^2$ . ¿Cuál es el grosor promedio de su grasa, la cual tiene la conductividad de tejidos grasos sin sangre?
- 97.** Compare la velocidad de conducción del calor a través de una pared de 13,0 cm de espesor que tiene un área de  $10,0\text{ m}^2$  y una conductividad térmica dos veces superior a la de lana de vidrio con la tasa de conducción de calor a través de una ventana de 0,750 cm de espesor que tiene un área de  $2,00\text{ m}^2$ , suponiendo la misma diferencia de temperatura en cada una de ellas.
- 98.** Suponga que una persona está cubierta de pies a cabeza por ropa de lana con un grosor medio de 2,00 cm y que transfiere energía por conducción a través de la ropa a razón de 50,0 W. ¿Cuál es la diferencia de temperatura a través de la ropa, dado que la superficie es  $1,40\text{ m}^2$ ?
- 99.** Algunas encimeras son de cerámica lisa para facilitar la limpieza. Si la cerámica tiene un grosor de 0,600 cm y la conducción de calor se produce a través de la misma área y a la misma velocidad calculada en el [Ejemplo 1.11](#), ¿cuál es la diferencia de temperatura a través de ella? La cerámica tiene la misma conductividad térmica

### Problemas Adicionales

- 102.** En 1701, el astrónomo danés Ole Rømer propuso una escala de temperatura con dos puntos fijos, el agua helada a 7,5 grados y el agua hirviendo a 60,0 grados. ¿Cuál es el punto de ebullición del oxígeno, 90,2 K, en la escala de Rømer?
- 103.** ¿Cuál es el porcentaje de error de pensar que el punto de fusión del tungsteno es  $3.695\text{ }^{\circ}\text{C}$  en vez del valor correcto de 3.695 K?
- 104.** Un ingeniero quiere diseñar una estructura en la que la diferencia de longitud entre una viga de acero y una de aluminio se mantenga en 0,500 m independientemente de la temperatura, para temperaturas ordinarias. ¿Cuáles deben ser las longitudes de las vigas?
- 105.** ¿Cuánta tensión se crea en una viga de acero si su temperatura cambia de  $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$  pero no puede expandirse? Para el acero, el módulo de Young  $Y = 210 \times 10^9\text{ N/m}^2$  de la sección
- que el vidrio y el ladrillo.
- 100.** Una forma sencilla de reducir costos de calefacción (y refrigeración) es añadir aislamiento adicional en el ático de una casa. Suponga que una casa cúbica de una sola planta ya tiene 15 cm de aislamiento de fibra de vidrio en el ático y en todas las superficies exteriores. Si se añaden 8,0 cm más de fibra de vidrio al ático, ¿en qué porcentaje disminuiría el costo de calefacción de la casa? La casa debe tener unas dimensiones de 10 m por 15 m por 3,0 m. Ignore infiltraciones de aire y pérdidas de calor a través de ventanas y puertas, y asuma que el interior está uniformemente a una temperatura y el exterior a otra.
- 101.** Muchas decisiones se toman con base en el periodo de amortización: el tiempo que tardará el ahorro en igualar el costo de capital de una inversión. Los tiempos de amortización aceptables dependen del negocio o la filosofía que se tenga (en algunos sectores, el periodo de amortización es de tan solo 2 años). Suponga que desea instalar el aislamiento adicional que se indicó en el problema anterior. Si el costo de la energía era de 1,00 dólar por millón de julios y el aislamiento era de 4,00 dólares por metro cuadrado, entonces calcule el tiempo de amortización simple. Tome el promedio  $\Delta T$  para que la temporada de calefacción de 120 días sea de  $15,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

### [Estrés, tensión y módulo elástico](#)

(<http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/12-3-estres-tension-y-modulo-elastico>) (ignore el cambio de área resultante de la expansión).

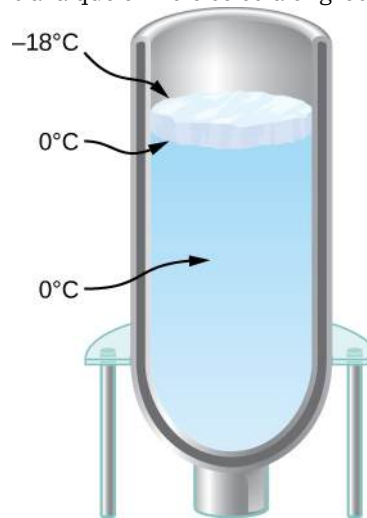
- 106.** Una varilla de latón ( $Y = 90 \times 10^9\text{ N/m}^2$ ), con un diámetro de 0,800 cm y una longitud de 1,20 m cuando la temperatura es  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ , se fija en ambos extremos. ¿A qué temperatura es la fuerza en él a 36.000 N?
- 107.** Un termómetro de mercurio que todavía se utiliza en meteorología tiene un bulbo con un volumen de  $0,780\text{ cm}^3$  y un tubo para que el mercurio se expanda en su interior de 0,130 mm de diámetro. (a) Desestimando la dilatación térmica del vidrio, ¿cuál es la distancia entre marcas de  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ ? (b) Si el termómetro es de vidrio ordinario (no es una buena idea), ¿cuál es la separación?

- 108.** Incluso cuando está apagado tras un periodo de uso normal, un gran reactor nuclear comercial transfiere energía térmica a una tasa de 150 MW por el decaimiento radiactivo de productos de fisión. Esta transferencia de calor provoca un rápido aumento de la temperatura si el sistema de refrigeración cae (1 vatios = 1 julio/segundo o  $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$  y  $1 \text{ MW} = 1 \text{ megavatio}$ ). (a) Calcule la tasa de aumento de la temperatura en grados Celsius por segundo ( $^{\circ}\text{C/s}$ ) si la masa del núcleo del reactor es  $1,60 \times 10^5 \text{ kg}$  y tiene un calor específico promedio de  $0,3349 \text{ kJ/kg} \cdot ^{\circ}\text{C}$ . (b) ¿Cuánto tiempo se necesita para obtener un aumento de temperatura de  $2.000^{\circ}\text{C}$ , lo que podría provocar la fusión de algunos metales que contienen materiales radiactivos? (La tasa inicial de aumento de la temperatura sería mayor que la calculada aquí porque la transferencia de calor se concentra en una masa más pequeña. Sin embargo, más tarde, el aumento de la temperatura se ralentizaría porque el recipiente de contención de acero de  $500.000 \text{ kg}$  también comenzaría a calentarse).
- 109.** Usted deja un pastelito en un plato en el refrigerador y le pide a su compañero de vivienda que lo saque antes de que llegue a casa para poder comerlo a temperatura ambiente, como a usted le gusta. En cambio, su compañero de vivienda juega videojuegos durante horas. Cuando vuelve, se da cuenta de que el pastel sigue frío, pero la videoconsola se ha calentado. Molesto, y sabiendo que el pastelito no estará bueno si se calienta en el microondas, calienta el hojaldre en la consola desenchufada y le pone una bolsa de basura limpia (que actúa como un perfecto calorímetro) con el pastelito en el plato. Después de un rato, se da cuenta de que la temperatura de equilibrio es una agradable y cálida  $38,3^{\circ}\text{C}$ . Sabe que la videoconsola tiene una masa de  $2,1 \text{ kg}$ . Aproxima que tiene una temperatura inicial uniforme de  $45^{\circ}\text{C}$ . El pastelito tiene una masa de  $0,16 \text{ kg}$  y un calor específico de  $3,0 \text{ kJ/(kg} \cdot ^{\circ}\text{C)}$ , y se está a una temperatura inicial uniforme de  $4,0^{\circ}\text{C}$ . El plato está a la misma temperatura y tiene una masa de  $0,24 \text{ kg}$  y un calor específico de  $0,90 \text{ kJ/(kg} \cdot ^{\circ}\text{C)}$ . ¿Cuál es el calor específico de la consola?
- 110.** Dos esferas sólidas, A y B, del mismo material, están a temperaturas de  $0^{\circ}\text{C}$  y  $100^{\circ}\text{C}$ , respectivamente. Las esferas se colocan en contacto térmico en un calorímetro ideal y alcanzan una temperatura de equilibrio de  $20^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuál es la esfera más grande? ¿Cuál es la relación de sus diámetros?
- 111.** En algunos países se usa nitrógeno líquido en camiones lecheros en vez de refrigeradores mecánicos. Un viaje de entrega de 3 horas requiere  $200 \text{ L}$  de nitrógeno líquido, el cual tiene una densidad de  $808 \text{ kg/m}^3$ . (a) Calcule la transferencia de calor necesaria para evaporar esta cantidad de nitrógeno líquido y elevar su temperatura a  $3,00^{\circ}\text{C}$ . (use  $c_p$  y suponga que es constante a lo largo del rango de temperaturas). Este valor es la cantidad de refrigeración que proporciona el nitrógeno líquido. (b) ¿Cuál es esta tasa de transferencia de calor en kilovatios-hora? (c) Compare la cantidad de refrigeración obtenida al fundir una masa idéntica de hielo a  $0^{\circ}\text{C}$  con la de la evaporación del nitrógeno líquido.
- 112.** Algunos aficionados a las armas fabrican sus propias balas, lo que implica fundir el plomo y vaciarlo en proyectiles de plomo. ¿Cuánta transferencia de calor se necesita para elevar la temperatura y fundir  $0,500 \text{ kg}$  de plomo, partiendo de  $25,0^{\circ}\text{C}$ ?
- 113.** Un cilindro de hierro de  $0,800 \text{ kg}$  a una temperatura de  $1,00 \times 10^3^{\circ}\text{C}$  se deja caer en un cofre aislado con  $1,00 \text{ kg}$  de hielo en su punto de fusión. ¿Cuál es la temperatura final y cuánto hielo se ha derretido?
- 114.** Repita el problema anterior con  $2,00 \text{ kg}$  de hielo en vez de  $1,00 \text{ kg}$ .
- 115.** Repita el problema anterior con  $0,500 \text{ kg}$  de hielo, suponiendo que el hielo está inicialmente en un recipiente de cobre con una masa de  $1,50 \text{ kg}$  en equilibrio con el hielo.
- 116.** Un cubo de hielo de  $30,0 \text{ g}$  en su punto de fusión se deja caer en un calorímetro de aluminio con una masa de  $100,0 \text{ g}$  en equilibrio a  $24,0^{\circ}\text{C}$  con  $300,0 \text{ g}$  de un líquido desconocido. La temperatura final es  $4,0^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuál es la capacidad calorífica del líquido?
- 117.** (a) Calcule la tasa de conducción de calor a través de una ventana de doble paneles de vidrio que tiene un área de  $1,50 \text{ m}^2$  y está formada por dos paneles de vidrio de  $0,800 \text{ cm}$  de grosor separados por un espacio de aire de  $1,00 \text{ cm}$ . La temperatura de la superficie interior es  $15,0^{\circ}\text{C}$ , mientras que la del exterior es  $-10,0^{\circ}\text{C}$ . (Pista: Las caídas de temperatura son idénticas en los dos paneles de vidrios. Primero calcule estos y luego la

caída de temperatura a través del espacio de aire. Este problema ignora el aumento de la transferencia de calor en el espacio de aire debido a convección). b) Calcule la tasa de conducción de calor a través de una ventana de 1,60 cm de espesor de la misma área y con las mismas temperaturas. Compare su respuesta con la de la parte (a).

- 118.** a) Una pared exterior de una casa tiene 3 m de altura y 10 m de ancho. Consiste en una capa de paneles de yeso con un factor  $R$  de 0,56, una capa de 3,5 pulgadas de espesor rellena de paneles de fibra de vidrio y una capa de revestimiento aislante con un factor  $R$  de 2,6. La pared está tan bien construida que no hay fugas de aire a través de esta. Cuando el interior de la pared está en  $22\text{ }^\circ\text{C}$  y el exterior está a  $-2\text{ }^\circ\text{C}$ , ¿cuál es la tasa de flujo de calor a través de la pared? (b) De manera más realista, el espacio de 3,5 pulgadas también contiene montantes de 2 por 4, es decir, tablas de madera de 1,5 pulgadas por 3,5 pulgadas orientadas de manera que la dimensión de 3,5 pulgadas se extiende desde el panel de yeso hasta el revestimiento. Están “en centros de 16 pulgadas”, es decir, los centros de los montantes están a 16 pulgadas de distancia. ¿Cuál es la corriente de calor en esta situación? No se preocupe por un perno de más o de menos.
- 119.** Para el cuerpo humano, ¿cuál es la tasa de transferencia de calor por conducción a través del tejido del cuerpo con las siguientes condiciones: el espesor del tejido es de 3,00 cm, la diferencia de temperatura es  $2,00\text{ }^\circ\text{C}$  y el área de la piel es  $1,50\text{ m}^2$ . ¿Cómo se compara esto con la tasa promedio de transferencia de calor al cuerpo resultante de una ingesta energética de unas 2.400 kcal al día? (No se incluye el ejercicio).
- 120.** Tiene un frasco de Dewar (un termo de vacío de laboratorio) que tiene la parte superior abierta y los lados rectos, como se muestra más adelante. Lo llena de agua y lo mete en el

congelador. Se trata de un aislante perfecto que bloquea toda transferencia de calor, excepto en la parte superior. Al cabo de un tiempo, se forma hielo en la superficie del agua. El agua líquida y la superficie inferior del hielo, en contacto con el agua líquida, están a  $0\text{ }^\circ\text{C}$ . La superficie de arriba del hielo está a la misma temperatura que el aire del congelador,  $-18\text{ }^\circ\text{C}$ . Establezca la tasa de flujo de calor a través del hielo igual a la tasa de pérdida de calor de fusión a medida que el agua se congela. Cuando la capa de hielo tenga un grosor de 0,700 cm, calcule la velocidad en m/s a la que el hielo se está engrosando.



- 121.** Un calefactor de infrarrojos para un sauna tiene una superficie de  $0,050\text{ m}^2$  y una emisividad de 0,84. ¿A qué temperatura debe funcionar si la potencia necesaria es de 360 W? Desestime la temperatura del ambiente.
- 122.** (a) Determine la potencia de la radiación del Sol y tome en cuenta que la intensidad de la radiación a la distancia de la Tierra es  $1,370\text{ W/m}^2$ . *Pista:* Esa intensidad se calculará en todas partes de una superficie esférica con radio igual al de la órbita de la Tierra. (b) Suponiendo que la temperatura del Sol es de 5.780 K y que su emisividad es 1, calcule su radio.

## Problemas De Desafío

- 123.** Un péndulo está formado por una varilla de longitud  $L$  y masa insignificante, pero con capacidad de dilatación térmica y un peso de tamaño insignificante. (a) Demuestre que cuando la temperatura aumenta en  $dT$ , el periodo del péndulo aumenta en una fracción  $\alpha LdT/2$ . (b) Un reloj controlado por un

péndulo de latón mantiene la hora correctamente a  $10\text{ }^\circ\text{C}$ . Si la temperatura ambiente es  $30\text{ }^\circ\text{C}$ , ¿el reloj va más rápido o más lento? ¿Cuál es su error en segundos por día?

- 124.** A temperaturas de unos cientos de kelvins, la capacidad de calor específico del cobre sigue

aproximadamente la fórmula empírica  
 $c = \alpha + \beta T + \delta T^{-2}$ , donde  $\alpha = 349 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ ,  
 $\beta = 0,107 \text{ J/kg} \cdot \text{K}^2$ , y

$\delta = 4,58 \times 10^5 \text{ J} \cdot \text{kg} \cdot \text{K}$ . ¿Cuánto calor se necesita para elevar la temperatura de una pieza de cobre de 2,00 kg de  $20^\circ\text{C}$  a  $250^\circ\text{C}$ ?

- 125.** En un calorímetro de capacidad calorífica insignificante, 200 g de vapor de agua a  $150^\circ\text{C}$  y 100 g de hielo a  $-40^\circ\text{C}$  están mezclados. La presión se mantiene en 1 atm. ¿Cuál es la temperatura final y qué cantidad de vapor de agua, hielo y agua hay?
- 126.** Un astronauta que realiza una actividad fuera del vehículo (paseo espacial) a la sombra del Sol lleva un traje espacial que puede aproximarse como perfectamente blanco ( $e = 0$ ) excepto un parche de  $5 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$  con la forma de la bandera nacional del astronauta. El parche tiene una emisividad de 0,300. El traje espacial debajo del parche tiene un grosor de 0,500 cm, con una conductividad térmica  $k = 0,0600 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ , y su superficie interior está a una temperatura de  $20,0^\circ\text{C}$ . ¿Cuál es la temperatura del parche y cuál es la tasa de pérdida de calor a través de él? Suponga que el parche es tan fino que su superficie exterior está a la misma temperatura que la superficie exterior del traje espacial que tiene debajo. Asuma también que la temperatura del espacio exterior es de 0 K. Obtendrá una ecuación muy difícil de resolver en forma cerrada, por lo que puede resolverla numéricamente con una calculadora gráfica, con un software o incluso por ensayo y error con una calculadora.
- 127.** Calcule el crecimiento de una capa de hielo como una función de tiempo en un frasco de Dewar como se ve en el [Ejercicio 1.120](#). Llame al espesor de la capa de hielo  $L$ . (a) Derive una ecuación para  $dL/dt$  en términos de  $L$ , la temperatura  $T$  sobre el hielo y las propiedades del hielo (que puede dejar en forma simbólica en vez de sustituir los números). (b) Despeje esta ecuación diferencial suponiendo que en  $t = 0$ , tiene  $L = 0$ . Si ha estudiado ecuaciones diferenciales, entonces conoce una técnica para despejar ecuaciones de este tipo: manipular la ecuación para obtener  $dL/dt$  multiplicado por una función (muy simple) de  $L$  en un lado e integrar ambos lados con respecto al tiempo. Como alternativa, puede usar sus conocimientos sobre las derivadas de varias funciones para estimar la solución, que

tiene una dependencia simple de  $t$ . (c)

¿Finalmente se congelará el agua en el fondo del termo?

- 128.** Como primer rudimento de la climatología, estime la temperatura de la Tierra. Suponga que es una esfera perfecta y que su temperatura es uniforme. Ignore el efecto invernadero. La radiación térmica del Sol tiene una intensidad (la “constante solar”  $S$ ) de aproximadamente  $1.370 \text{ W/m}^2$  en el radio de la órbita de la Tierra. (a) Suponiendo que los rayos del Sol son paralelos, ¿por qué área debe multiplicarse  $S$  para obtener la radiación total interceptada por la Tierra? Lo más fácil será responder en términos del radio de la Tierra,  $R$ . (b) Suponga que la Tierra refleja el 30 % de la energía solar que intercepta aproximadamente. En otras palabras, la Tierra tiene un albedo con un valor de  $A = 0,3$ . En términos de  $S$ ,  $A$  y  $R$ , ¿cuál es la tasa a la que la Tierra absorbe energía del Sol? (c) Halle la temperatura a la que la Tierra irradia energía a la misma tasa. Suponga que en las longitudes de onda infrarrojas en las que irradia la emisividad  $e$  es 1. ¿Su resultado muestra que el efecto invernadero es importante? (d) ¿Cómo depende su respuesta del área de la Tierra?
- 129.** Vamos a dejar de ignorar el efecto invernadero e incorporémoslo al problema anterior de forma muy aproximada. Suponga que la atmósfera es una sola capa, una cáscara esférica alrededor de la Tierra, con una emisividad  $e = 0,77$  (elegido simplemente para dar la respuesta correcta) en las longitudes de onda infrarrojas emitidas por la Tierra y por la atmósfera. Sin embargo, la atmósfera es transparente a la radiación del Sol (es decir, se supone que la radiación es en longitudes de onda visibles sin infrarrojas), por lo que la radiación del Sol llega a la superficie. El efecto invernadero proviene de la diferencia entre la transmisión de la luz visible por parte de la atmósfera y su absorción bastante fuerte de infrarrojos. Note que el radio de la atmósfera no es significativamente diferente del de la Tierra, pero como la atmósfera es una capa por encima de la Tierra, emite radiación tanto hacia arriba como hacia abajo, por lo que tiene el doble de superficie que la Tierra. En este problema hay tres transferencias de energía de radiación: la solar absorbida por la

superficie de la Tierra; la infrarroja de la superficie, que es absorbida por la atmósfera según su emisividad; y la infrarroja de la atmósfera, la mitad de la cual es absorbida por la Tierra y la otra mitad sale al espacio.

Aplique el método del problema anterior para obtener una ecuación para la superficie de la Tierra y otra para la atmósfera, y despéjelas para las dos temperaturas desconocidas, superficie y atmósfera.

- a. En términos del radio de la Tierra, la constante  $\sigma$  y la temperatura desconocida  $T_s$  de la superficie, ¿cuál es la potencia de la radiación infrarroja de la superficie?
- b. ¿Cuál es la potencia de la radiación terrestre que la atmósfera absorbe?
- c. En cuanto a la temperatura desconocida  $T_e$  de la atmósfera, ¿cuál es la potencia radiada por la atmósfera?
- d. Escriba una ecuación que diga que la potencia de la radiación que la atmósfera absorbe de la Tierra es igual a la potencia de la radiación que emite.
- e. La mitad de la potencia radiada por la atmósfera llega a la Tierra. Escriba una ecuación que diga que la potencia que la Tierra absorbe de la atmósfera y del Sol es igual a la energía que emite.
- f. Despeje sus dos ecuaciones para la temperatura desconocida de la Tierra.



# CAPÍTULO 2

## Teoría cinética de los gases



**Figura 2.1** Una erupción volcánica libera toneladas de gas y polvo a la atmósfera. La mayor parte del gas es vapor de agua, pero otros gases son comunes, incluidos gases de efecto invernadero como el dióxido de carbono y contaminantes ácidos como el dióxido de azufre. Sin embargo, la emisión de gas volcánico no es del todo perjudicial: muchos geólogos creen que en las primeras etapas de la formación de la Tierra las emisiones volcánicas formaron la atmósfera primitiva (créditos: modificación de la obra de “Boaworm”/Wikimedia Commons).

### ESQUEMA DEL CAPITULO

- 2.1 Modelo molecular de un gas ideal**
- 2.2 Presión, temperatura y velocidad media cuadrática (rms)**
- 2.3 Capacidad calorífica y equipartición de energía**
- 2.4 Distribución de las velocidades moleculares**

**INTRODUCCIÓN** Los gases están literalmente a nuestro alrededor: el aire que respiramos es una mezcla de gases. Otros gases son los que hacen que los panes y pasteles sean blandos, los que hacen que las bebidas sean efervescentes y los que se queman para calentar muchos hogares. Los motores y los refrigeradores dependen del comportamiento de los gases, como veremos en capítulos posteriores.

Como hemos comentado en el capítulo anterior, el estudio del calor y la temperatura forma parte de un área de la física conocida como termodinámica, en la que se requiere que un sistema sea *macroscópico*, es decir, que esté formado por un número enorme (como  $10^{23}$ ) de moléculas. Comenzamos considerando algunas propiedades macroscópicas de los gases: volumen, presión y temperatura. El sencillo modelo de un hipotético “gas ideal” describe con gran precisión estas propiedades de un gas en muchas condiciones. Pasamos del modelo de gas ideal a una aproximación más aplicable, denominada modelo de van der Waals.

Para comprender aun mejor los gases, también debemos observarlos a la escala *microscópica* de las moléculas. En los gases, las moléculas interactúan débilmente, por lo que el comportamiento microscópico de los gases es relativamente sencillo, y sirven como una buena introducción a sistemas de muchas moléculas. El

modelo molecular de los gases se denomina teoría cinética de los gases y es uno de los ejemplos clásicos de modelo molecular que explica el comportamiento cotidiano.

## 2.1 Modelo molecular de un gas ideal

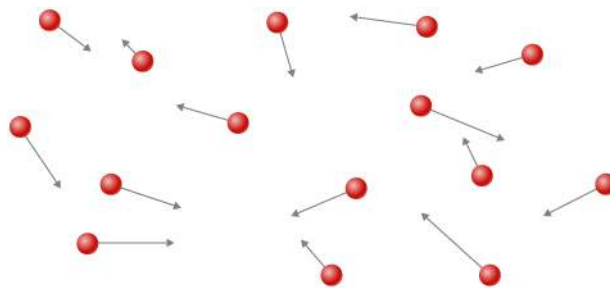
### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Aplicar la ley de los gases ideales a situaciones relacionadas con la presión, el volumen, la temperatura y el número de moléculas de un gas.
- Utilizar la unidad de moles en relación con el número de moléculas y las masas moleculares y macroscópicas.
- Explicar la ley de los gases ideales en términos de moles y no de número de moléculas.
- Aplicar la ley del gas de van der Waals a situaciones en las que la ley de los gases ideales es inadecuada.

En esta sección exploramos el comportamiento térmico de los gases. Nuestra palabra “gas” proviene del término flamenco que significa “caos”, utilizado por primera vez para los vapores por el químico del siglo XVII J. B. van Helmont. El término era más apropiado de lo que él sabía, ya que los gases están formados por moléculas que se mueven y chocan entre sí al azar. Esta aleatoriedad hace que la conexión entre los dominios microscópicos y macroscópicos sea más sencilla para gases que para líquidos o sólidos.

¿En qué se diferencian los gases de los sólidos y los líquidos? En condiciones ordinarias, como las del aire que nos rodea, la diferencia es que las moléculas de los gases están mucho más separadas que las de los sólidos y líquidos. Dado que las distancias típicas entre las moléculas son grandes en comparación con el tamaño de una molécula, como se ilustra en la [Figura 2.2](#), las fuerzas entre ellas se consideran insignificantes, excepto cuando entran en contacto entre sí durante colisiones. Además, a temperaturas muy superiores a la de ebullición, el movimiento de las moléculas es rápido y los gases se expanden rápidamente para ocupar todo el volumen accesible. En cambio, en líquidos y sólidos, las moléculas están más juntas y su comportamiento está muy condicionado por las interacciones entre ellas. Las propiedades macroscópicas de estas sustancias dependen en gran medida de las fuerzas entre las moléculas y, dado que muchas moléculas interactúan, los “problemas de muchos cuerpos” resultantes pueden ser extremadamente complicados (vea la sección [Física de la materia condensada](#) (<http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/9-introduccion>)).



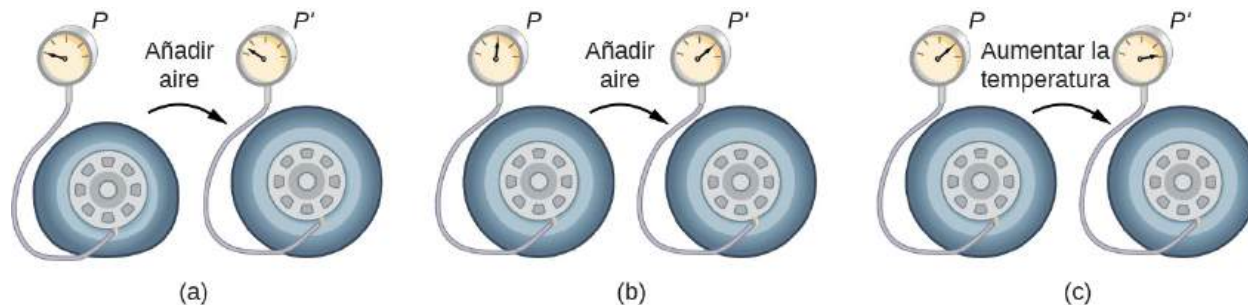
**FIGURA 2.2** Los átomos y las moléculas de un gas suelen estar muy separados. Como las fuerzas entre ellos son bastante débiles a estas distancias, las propiedades de un gas dependen más del número de átomos por unidad de volumen y de la temperatura que del tipo de átomo.

### Las leyes de los gases

En el capítulo anterior vimos una consecuencia del gran espacio intermolecular en los gases: los gases se comprimen fácilmente. En la [Tabla 1.2](#) se muestra que los gases tienen mayores coeficientes de dilatación volumétrica que los sólidos o los líquidos. Estos grandes coeficientes significan que los gases se expanden y se contraen muy rápidamente con los cambios de temperatura. También vimos (en la sección sobre dilatación térmica) que la mayoría de los gases se expanden a la misma velocidad o tienen el mismo coeficiente de expansión (dilatación) volumétrica,  $\beta$ . Esto plantea una pregunta: ¿por qué todos los gases actúan casi de la misma manera, cuando todos los líquidos y sólidos tienen tasas de expansión muy diferentes?

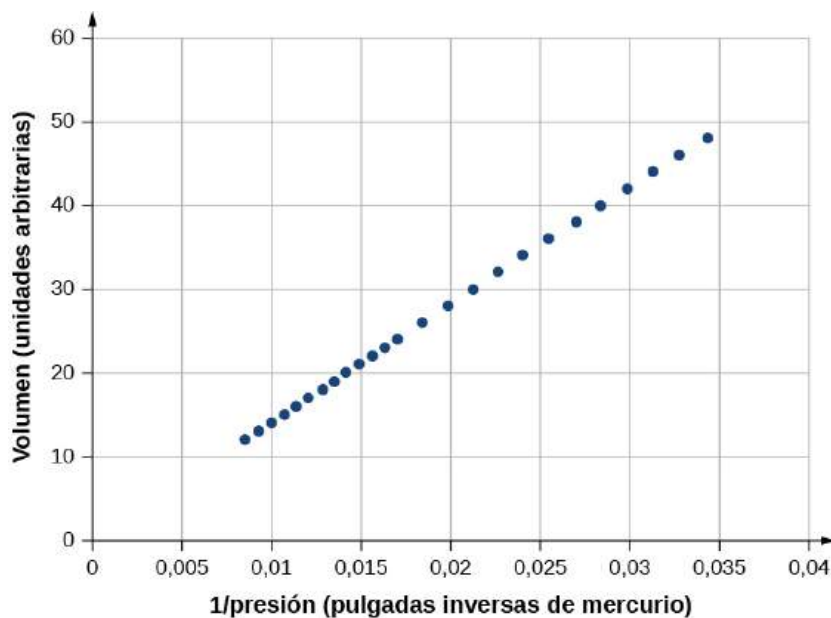
Para estudiar cómo se relacionan la presión, la temperatura y el volumen de un gas considere lo que ocurre cuando bombea aire en un neumático de automóvil desinflado. El volumen del neumático aumenta primero en proporción directa a la cantidad de aire inyectado, sin que aumente mucho la presión del neumático. Una vez

que el neumático se ha expandido hasta casi su tamaño total, las paredes del neumático limitan su expansión de volumen. Si seguimos bombeando aire en el neumático, la presión aumenta. Cuando el automóvil se pone en marcha y los neumáticos se flexionan, su temperatura aumenta y, por tanto, la presión aumenta aun más (Figura 2.3).



**FIGURA 2.3** (a) Cuando se bombea aire en un neumático desinflado, su volumen aumenta primero sin que aumente mucho la presión. (b) Cuando el neumático se llena hasta cierto punto, las paredes del neumático se resisten a seguir expandiéndose y la presión aumenta con más aire. (c) Una vez que el neumático está inflado, su presión aumenta con la temperatura.

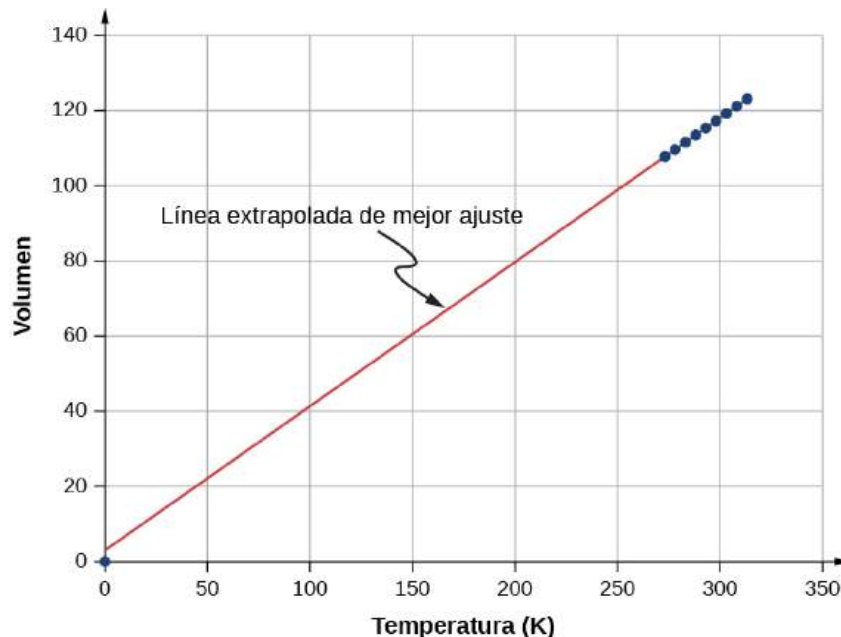
En la Figura 2.4 se muestran datos de los experimentos de Robert Boyle (1627-1691) que ilustran lo que hoy se llama la ley de Boyle: a temperatura y número de moléculas constantes, la presión absoluta de un gas y su volumen son inversamente proporcionales (recordemos de la sección [Mecánica de fluidos](#) (<http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/14-introduccion>) que la presión absoluta es la presión real y la presión manométrica es la presión absoluta menos la presión ambiental, normalmente la presión atmosférica). El gráfico de la Figura 2.4 muestra esta relación como una proporcionalidad inversa del volumen a la presión.



**FIGURA 2.4** Robert Boyle y su ayudante descubrieron que el volumen y la presión son inversamente proporcionales. Aquí sus datos se trazan como  $V$  versus  $1/p$ ; la linealidad del gráfico muestra la proporcionalidad inversa. El número que aparece como volumen es en realidad la altura en pulgadas del aire en un tubo de vidrio cilíndrico. El volumen real era esa altura multiplicada por el área de la sección transversal del tubo, lo cual Boyle no publicó. Los datos proceden del libro de Boyle *A Defence of the Doctrine Touching the Spring and Weight of the Air...*, p. 60.<sup>1</sup>

1 <http://bvppb.mcu.es/en/consulta/registro.cmd?id=406806>

La [Figura 2.5](#) muestra datos experimentales que ilustran la llamada ley de Charles, en honor a Jacques Charles (1746-1823). La ley de Charles establece que a presión y número de moléculas constantes, el volumen de un gas es proporcional a su temperatura absoluta.



**FIGURA 2.5** Datos experimentales que demuestran que, a presión constante, el volumen es aproximadamente proporcional a la temperatura. La línea de mejor ajuste pasa aproximadamente por el origen.<sup>2</sup>

Algo parecido ocurre con la ley de Amontón o ley de Gay-Lussac, la cual establece que a volumen y número de moléculas constantes, la presión es proporcional a la temperatura. Esta ley es la base del termómetro de gas a volumen constante, del que se habló en el capítulo anterior (Las historias de estas leyes y el crédito apropiado para ellas son más complicadas de lo que se puede analizar aquí).

Se sabe experimentalmente que para gases a baja densidad (de manera que sus moléculas ocupan una fracción insignificante del volumen total) y a temperaturas muy superiores al punto de ebullición estas proporciones se mantienen con una buena aproximación. No es de extrañar que, manteniendo constantes las demás magnitudes, la presión o el volumen sean proporcionales al número de moléculas. Y lo que es más sorprendente, cuando las proporcionalidades se combinan en una sola ecuación, la constante de proporcionalidad es independiente de la composición del gas. La ecuación resultante para todos los gases se aplica en el límite de baja densidad y alta temperatura; es la misma para el oxígeno que para el helio o el hexafluoruro de uranio. Un gas en ese límite se llama **gas ideal**; obedece a la **ley de los gases ideales**, que también se llama ecuación de estado de un gas ideal.

### Ley de los gases ideales

La ley de los gases ideales establece que

$$pV = Nk_B T, \quad 2.1$$

donde  $p$  es la presión absoluta de un gas,  $V$  es el volumen que ocupa,  $N$  es el número de moléculas del gas y  $T$  es su temperatura absoluta.

La constante  $k_B$  se denomina **constante de Boltzmann** en honor al físico austriaco Ludwig Boltzmann (1844-1906) y tiene el valor

$$k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K.}$$

<sup>2</sup> <http://chemed.chem.purdue.edu/genchem/history/charles.html>

La ley de los gases ideales describe el comportamiento de cualquier gas real cuando su densidad es lo suficientemente baja o su temperatura lo suficientemente alta como para estar lejos de la licuefacción. Esto abarca muchas situaciones prácticas. En la siguiente sección veremos por qué es independiente del tipo de gas.

En muchas situaciones, la ley de los gases ideales se aplica a una muestra de gas con un número constante de moléculas; por ejemplo, el gas puede estar en un recipiente sellado. Si  $N$  es constante, entonces la resolución de  $N$  muestra que  $pV/T$  es constante. Podemos escribir este hecho en una forma conveniente:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}, \quad 2.2$$

donde los subíndices 1 y 2 se refieren a dos estados cualesquiera del gas en momentos diferentes. De nuevo, la temperatura debe expresarse en kelvin y la presión debe ser la presión absoluta, que es la suma de la presión manométrica y la presión atmosférica.

## EJEMPLO 2.1

### Calcular cambios de presión debido a cambios de temperatura

Suponga que el neumático de su bicicleta está totalmente inflado, con una presión absoluta de  $7,00 \times 10^5$  Pa (una presión manométrica de algo menos de  $90,0$  lb/in.<sup>2</sup>) a una temperatura de  $18,0$  °C. ¿Cuál es la presión después de que su temperatura haya subido a  $35,0$  °C en un día caluroso? Suponga que no hay fugas apreciables ni cambios de volumen.

#### Estrategia

La presión en el neumático cambia solamente por los cambios de temperatura. Conocemos la presión inicial  $p_0 = 7,00 \times 10^5$  Pa, la temperatura inicial  $T_0 = 18,0$  °C, y la temperatura final  $T_f = 35,0$  °C. Debemos calcular la presión final  $p_f$ . Como el número de moléculas es constante, podemos utilizar la ecuación

$$\frac{p_f V_f}{T_f} = \frac{p_0 V_0}{T_0}.$$

Como el volumen es constante,  $V_f$  y  $V_0$  son los mismos y se dividen. Por lo tanto,

$$\frac{p_f}{T_f} = \frac{p_0}{T_0}.$$

Podemos entonces reordenar esto para despejar  $p_f$  :

$$p_f = p_0 \frac{T_f}{T_0},$$

donde la temperatura debe estar en kelvin.

#### Solución

- Convertir temperaturas de grados Celsius a kelvin

$$T_0 = (18,0 + 273)\text{K} = 291 \text{ K},$$

$$T_f = (35,0 + 273)\text{K} = 308 \text{ K}.$$

- Sustituya los valores conocidos en la ecuación,

$$p_f = p_0 \frac{T_f}{T_0} = 7,00 \times 10^5 \text{ Pa} \left( \frac{308 \text{ K}}{291 \text{ K}} \right) = 7,41 \times 10^5 \text{ Pa}.$$

#### Importancia

La temperatura final es cerca de 6% mayor que la temperatura original, por lo que la presión final es cerca de 6% mayor también. Tome en cuenta que en la ley de los gases ideales hay que utilizar la *presión absoluta* (ver [Mecánica de fluidos \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/14-introduccion\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/14-introduccion)) y la

temperatura absoluta (ver [Temperatura y calor](#)).

## EJEMPLO 2.2

### Calcular el número de moléculas en un metro cúbico de gas

¿Cuántas moléculas hay en un objeto típico, como el gas en un neumático o el agua en un vaso? Este cálculo puede darnos una idea de lo grande que suele ser  $N$ . Calculemos el número de moléculas en el aire que un adulto joven y sano típico inhala en una respiración, con un volumen de 500 mL, a *temperatura y presión estándar* (STP), que se define como  $0^\circ\text{C}$  y presión atmosférica (nuestro joven adulto está aparentemente afuera en invierno).

#### Estrategia

Como la presión, el volumen y la temperatura están especificados, podemos utilizar la ley de los gases ideales,  $pV = Nk_B T$ , para calcular a  $N$ .

#### Solución

1. Identifique los aspectos conocidos.

$$T = 0^\circ\text{C} = 273\text{ K}, p = 1,01 \times 10^5\text{ Pa}, V = 500\text{ mL} = 5 \times 10^{-4}\text{ m}^3, k_B = 1,38 \times 10^{-23}\text{ J/K}$$

2. Sustituya los valores conocidos en la ecuación y despeje  $N$ .

$$N = \frac{pV}{k_B T} = \frac{(1,01 \times 10^5\text{ Pa})(5 \times 10^{-4}\text{ m}^3)}{(1,38 \times 10^{-23}\text{ J/K})(273\text{ K})} = 1,34 \times 10^{22}\text{ moléculas}$$

#### Importancia

$N$  es enorme, incluso en volúmenes pequeños. Por ejemplo,  $1\text{ cm}^3$  de un gas a STP contiene  $2,68 \times 10^{19}$  moléculas. Una vez más, note que nuestro resultado para  $N$  es el mismo para todos los tipos de gases, incluidas las mezclas.

Como observamos en el capítulo sobre mecánica de fluidos, los pascuales son  $\text{N/m}^2$ , así que  $\text{Pa} \cdot \text{m}^3 = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$ . Así, nuestro resultado para  $N$  es adimensional, un número puro que se podría obtener contando (en principio) en vez de midiendo. Como se trata del número de moléculas, ponemos “moléculas” después del número, teniendo en cuenta que es una ayuda para la comunicación más que una unidad.

## Moles y número de Avogadro

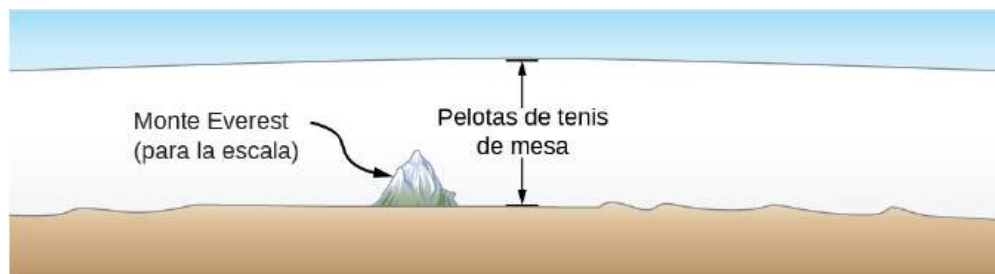
A menudo es conveniente medir la cantidad de sustancia con una unidad a escala más humana que las moléculas. La unidad del SI para este fin fue desarrollada por el científico italiano Amedeo Avogadro (1776-1856) (trabajó a partir de la hipótesis de que volúmenes iguales de gas a igual presión y temperatura contienen igual número de moléculas, independientemente del tipo de gas. Como se ha mencionado anteriormente, esta hipótesis se ha confirmado cuando se aplica la aproximación del gas ideal). Un **mol** se define como la cantidad de cualquier sustancia que contiene tantas moléculas como átomos hay en exactamente 12 gramos (0,012 kg) de carbono-12 (técnicamente, deberíamos decir “unidades de fórmula”, no “moléculas”, pero esta distinción es irrelevante para nuestros fines). El número de moléculas en un mol se llama **número de Avogadro** ( $N_A$ ), y ahora se sabe que el valor del número de Avogadro es

$$N_A = 6,02 \times 10^{23}\text{ mol}^{-1}.$$

Ahora podemos escribir  $N = N_A n$ , donde  $n$  representa el número de moles de una sustancia.

El número de Avogadro relaciona la masa de una cantidad de sustancia en gramos con el número de protones y neutrones de un átomo o molécula (12 para un átomo de carbono-12), que determinan aproximadamente su masa. Es natural definir una unidad de masa tal que la masa de un átomo sea aproximadamente igual a su número de neutrones y protones. La unidad de este tipo aceptada para su uso con el SI es la *unidad de masa atómica unificada* (u), también llamada *dalton*. En concreto, un átomo de carbono-12 tiene una masa de

exactamente 12 u, de modo que su masa molar  $M$  en gramos por mol es numéricamente igual a la masa de un átomo de carbono-12 en u. Esa igualdad es válida para cualquier sustancia. En otras palabras,  $N_A$  no es solo la conversión de números de moléculas a moles, sino también la conversión de u a gramos:  $6,02 \times 10^{23} \text{ u} = 1 \text{ g}$ . Vea la [Figura 2.6](#).



**FIGURA 2.6** ¿Qué tamaño tiene un mol? A nivel macroscópico, el número de pelotas de tenis de mesa de Avogadro cubriría la Tierra hasta una profundidad de unos 40 km.

Ahora, dejando que  $m_s$  represente la masa de una muestra de una sustancia, tenemos  $m_s = nM$ . Si  $m$  representa la masa de una molécula, tenemos  $M = N_A m$ .

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 2.1**

La cantidad diaria recomendada de vitamina B<sub>3</sub>, o niacina, C<sub>6</sub>NH<sub>5</sub>O<sub>2</sub>, para mujeres que no están embarazadas ni amamantando, es de 14 mg. Calcule el número de moléculas de niacina en esa cantidad.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 2.2**

La densidad del aire en un aula ( $p = 1,00 \text{ atm}$  y  $T = 20 \text{ °C}$ ) es de  $1,28 \text{ kg/m}^3$ . ¿A qué presión es la densidad  $0,600 \text{ kg/m}^3$  si la temperatura se mantiene constante?

## La ley de los gases ideales reformulada con uso de moles

Una expresión muy común de la ley de los gases ideales utiliza el número de moles en una muestra,  $n$ , en vez del número de moléculas,  $N$ . Partimos de la ley de los gases ideales,

$$pV = Nk_B T,$$

y de multiplicar y dividir el lado derecho de la ecuación por y entre el número de Avogadro  $N_A$ . Esto nos da

$$pV = \frac{N}{N_A} N_A k_B T.$$

Tome en cuenta que  $n = N/N_A$  es el número de moles. Definimos la **constante universal de los gases** como  $R = N_A k_B$ , y obtenemos la ley de los gases ideales en términos de moles.

### Ley de los gases ideales (en términos de moles)

En términos de número de moles  $n$ , la ley de los gases ideales se escribe como

$$pV = nRT. \quad 2.3$$

En unidades del SI,

$$R = N_A k_B = (6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}) \left( 1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \right) = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}.$$

En otras unidades,

$$R = 1,99 \frac{\text{cal}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = 0,0821 \frac{\text{L} \cdot \text{atm}}{\text{mol} \cdot \text{K}}.$$

Se puede utilizar cualquier valor de  $R$  que sea más conveniente para un problema específico.

### EJEMPLO 2.3

#### Densidad del aire a STP y en un globo aerostático

Calcule la densidad del aire seco (a) en condiciones estándar y (b) en un globo de aire caliente a una temperatura de 120 °C. El aire seco es, aproximadamente, 78% N<sub>2</sub>, 21% O<sub>2</sub>, y 1% Ar.

#### Estrategia y solución

- a. Se nos pide que hallemos la densidad, o masa por metro cúbico. Podemos empezar por calcular la masa molar. Si tenemos cien moléculas, de las cuales 78 son de nitrógeno, 21 de oxígeno y 1 de argón, la masa molecular promedio es  $\frac{78 m_{\text{N}_2} + 21 m_{\text{O}_2} + m_{\text{Ar}}}{100}$ , o la masa de cada constituyente multiplicada por su porcentaje. Lo mismo ocurre con la masa molar, que por tanto es

$$M = 0,78 M_{\text{N}_2} + 0,21 M_{\text{O}_2} + 0,01 M_{\text{Ar}} = 29,0 \text{ g/mol}.$$

Ahora podemos calcular el número de moles por metro cúbico. Usamos la ley de los gases ideales en términos de moles,  $pV = nRT$ , con  $p = 1,00 \text{ atm}$ ,  $T = 273 \text{ K}$ ,  $V = 1 \text{ m}^3$  y  $R = 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$ . La opción más conveniente para  $R$  en este caso es  $R = 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$  porque las cantidades conocidas están en unidades del SI:

$$n = \frac{pV}{RT} = \frac{(1,00 \times 10^5 \text{ Pa})(1 \text{ m}^3)}{(8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K})(273 \text{ K})} = 44,1 \text{ mol}.$$

Entonces, la masa  $m_s$  de ese aire es

$$m_s = nM = (44,1 \text{ mol})(29,0 \text{ g/mol}) = 1.290 \text{ g} = 1,28 \text{ kg}.$$

Finalmente la densidad del aire a STP es

$$\rho = \frac{m_s}{V} = \frac{1,28 \text{ kg}}{1 \text{ m}^3} = 1,28 \text{ kg/m}^3.$$

- b. La presión del aire en el interior del globo sigue siendo de 1 atm porque el fondo del globo está abierto a la atmósfera. El cálculo es el mismo, salvo que utilizamos una temperatura de 120 °C, que es 393 K. Podemos repetir el cálculo en (a), o simplemente observar que la densidad es proporcional al número de moles, que es inversamente proporcional a la temperatura. Entonces, utilizando los subíndices 1 para el aire a STP y 2 para el aire caliente, tenemos

$$\rho_2 = \frac{T_1}{T_2} \rho_1 = \frac{273 \text{ K}}{393 \text{ K}} (1,28 \text{ kg/m}^3) = 0,889 \text{ kg/m}^3.$$

#### Importancia

Utilizando los métodos del [Principio de Arquímedes y flotabilidad \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/14-4-principio-de-arquimedes-y-flotabilidad\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/14-4-principio-de-arquimedes-y-flotabilidad), podemos calcular que la fuerza neta sobre 2.200 m<sup>3</sup> de aire a 120 °C es de  $F_b - F_g = \rho_{\text{atmósfera}} Vg - \rho_{\text{aire caliente}} Vg = 8,49 \times 10^3 \text{ N}$ , o suficiente para levantar unos 867 kg. La densidad de masa y la densidad molar del aire a STP, halladas anteriormente, son, a menudo, números útiles. A partir de la densidad molar, podemos determinar fácilmente otro número útil, el volumen de un mol de cualquier gas ideal a STP, que es 22,4 L.

### COMPRUEBE LO APRENDIDO 2.3

Los líquidos y los sólidos tienen densidades sobre el orden de 1.000 veces mayores que los gases. Explique cómo esto implica que las distancias entre las moléculas de los gases son sobre el orden de 10 veces mayores



que el tamaño de sus moléculas.

La ley de los gases ideales está estrechamente relacionada con la energía: las unidades en ambos lados de la ecuación son julios. El lado derecho de la ecuación de la ley de los gases ideales es  $Nk_{\text{B}}T$ . Este término es aproximadamente la energía cinética traslacional total (que, al hablar de gases, se refiere a la energía traslacional de una molécula, no a la vibracional de sus átomos ni a la rotacional) de  $N$  moléculas a una temperatura absoluta  $T$ , como veremos formalmente en la siguiente sección. El lado izquierdo de la ecuación de la ley de los gases ideales es  $pV$ . Como se mencionó en el ejemplo sobre el número de moléculas de un gas ideal, la presión multiplicada por el volumen tiene unidades de energía. La energía de un gas puede modificarse cuando el gas realiza un trabajo al aumentar su volumen, algo que exploramos en el capítulo anterior, y la cantidad de trabajo está relacionada con la presión. Este es el proceso que se produce en motores y turbinas de gasolina o de vapor, como veremos en el próximo capítulo.



## ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

### Ley de los gases ideales

**Paso 1.** Examine la situación para determinar que se trata de un gas ideal. La mayoría de los gases son casi ideales, a menos que estén cerca del punto de ebullición o a presiones muy superiores a la atmosférica.

**Paso 2.** Haga una lista de las cantidades que se dan o pueden deducirse del problema tal y como está planteado (identifique las cantidades conocidas).

**Paso 3.** Identifique exactamente lo que hay que determinar en el problema (identifique las cantidades desconocidas). Una lista escrita es útil.

**Paso 4.** Determine si se conoce o se pide el número de moléculas o el número de moles para decidir si se utiliza la ley de los gases ideales como  $pV = Nk_{\text{B}}T$ , donde  $N$  es el número de moléculas, o  $pV = nRT$ , donde  $n$  es el número de moles.

**Paso 5.** Convierta los valores conocidos en unidades adecuadas del SI (K para temperatura, Pa para presión,  $\text{m}^3$  para volumen, moléculas para  $N$  y moles para  $n$ ). Si las unidades de los aspectos conocidos son coherentes con uno de los valores que no son de SI de  $R$ , puede dejarlos en esas unidades. Asegúrese de utilizar temperatura y presión absolutas.

**Paso 6.** Despeje la ley de los gases ideales para la cantidad a determinar (la cantidad desconocida). Es posible que tenga que tomar una relación entre los estados finales y los estados iniciales para eliminar las cantidades desconocidas que se mantienen fijas.

**Paso 7.** Sustituya las cantidades conocidas, junto con sus unidades, en la ecuación apropiada y obtenga soluciones numéricas completas con unidades.

**Paso 8.** Compruebe la respuesta para ver si es razonable: ¿tiene sentido?

### Ecuación de estado de van der Waals

Hemos señalado repetidamente que la ley de los gases ideales es una aproximación. ¿Cómo se puede mejorar? La **ecuación de estado de van der Waals** (llamada así por el físico holandés Johannes van der Waals, 1837-1923) la mejora teniendo en cuenta dos factores. Primero, las fuerzas de atracción entre las moléculas, que son más fuertes a mayor densidad y reducen la presión, se tienen en cuenta y añaden a la presión un término igual al cuadrado de la densidad molar multiplicado por un coeficiente positivo  $a$ . Segundo, el volumen de las moléculas está representado por una constante positiva  $b$ , que puede considerarse como el volumen de un mol de moléculas. Esto se resta del volumen total para obtener el volumen remanente en el que pueden moverse las moléculas. Las constantes  $a$  y  $b$  se determinan experimentalmente para cada gas. La ecuación resultante es

$$\left[ p + a \left( \frac{n}{V} \right)^2 \right] (V - nb) = nRT. \quad 2.4$$

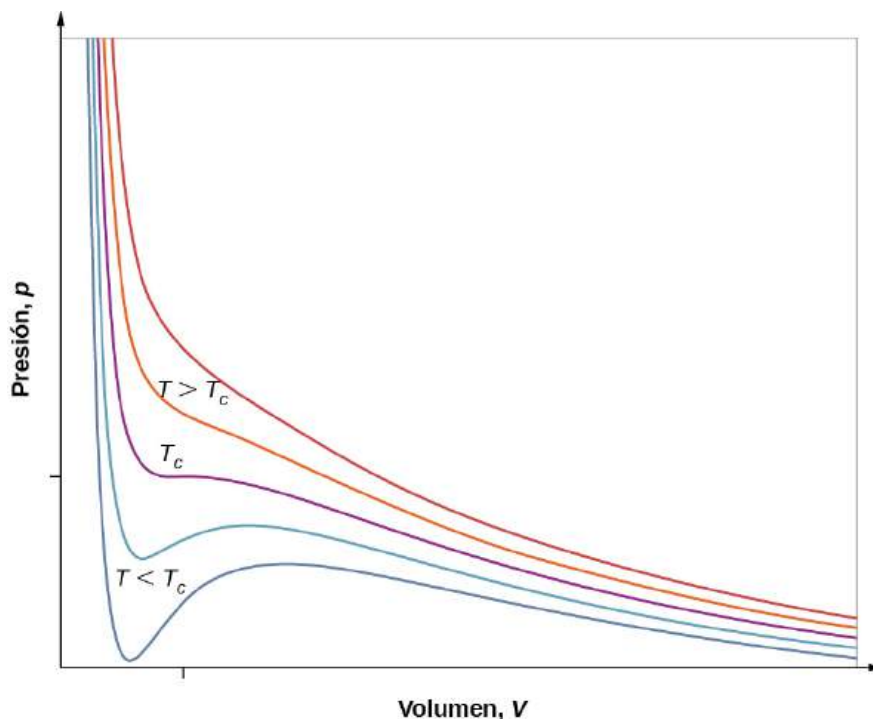
En el límite de baja densidad ( $n$  pequeña), los términos  $a$  y  $b$  son insignificantes, y tenemos la ley de los gases ideales como deberíamos para la baja densidad. Por otro lado, si  $V - nb$  es pequeña, lo que significa que las moléculas están muy juntas, la presión debe ser mayor para dar la misma  $nRT$ , como esperaríamos en la situación de un gas muy comprimido. Sin embargo, el aumento de la presión es menor de lo que sugiere ese argumento porque a alta densidad el término  $(n/V)^2$  es significativo. Como es positivo, provoca una presión menor para dar la misma  $nRT$ .

La ecuación de estado de van der Waals funciona bien para la mayoría de los gases en una amplia variedad de condiciones. Como veremos en el siguiente módulo, incluso predice la transición gas-líquido.

### Diagramas $pV$

Podemos examinar aspectos del comportamiento de una sustancia trazando un **diagrama  $pV$** , que es un gráfico de presión versus volumen. Cuando la sustancia se comporta como un gas ideal, la ley de los gases ideales  $pV = nRT$  describe la relación entre su presión y su volumen. En un diagrama  $pV$  es común trazar una *isoterma*, que es una curva que muestra  $p$  como una función de  $V$  con el número de moléculas y la temperatura fijos. Entonces, para un gas ideal,  $pV = \text{constante}$ . Por ejemplo, el volumen del gas disminuye al aumentar la presión. El gráfico resultante es una hipérbola.

Sin embargo, si asumimos la ecuación de estado de van der Waals, las isotermas se vuelven más interesantes, como se muestra en la [Figura 2.7](#). A altas temperaturas, las curvas son hipérbolas aproximadas, y representan un comportamiento aproximadamente ideal a varias temperaturas fijas. A temperaturas más bajas, las curvas se parecen cada vez menos a las hipérbolas, es decir, el gas no se comporta de forma ideal. Hay una **temperatura crítica**  $T_c$  en la que la curva tiene un punto con pendiente cero. Por debajo de esa temperatura, las curvas no disminuyen de forma monótona, sino que cada una de ellas tiene una “joroba”, lo que significa que, para un determinado rango de volumen, el aumento de este incrementa la presión.

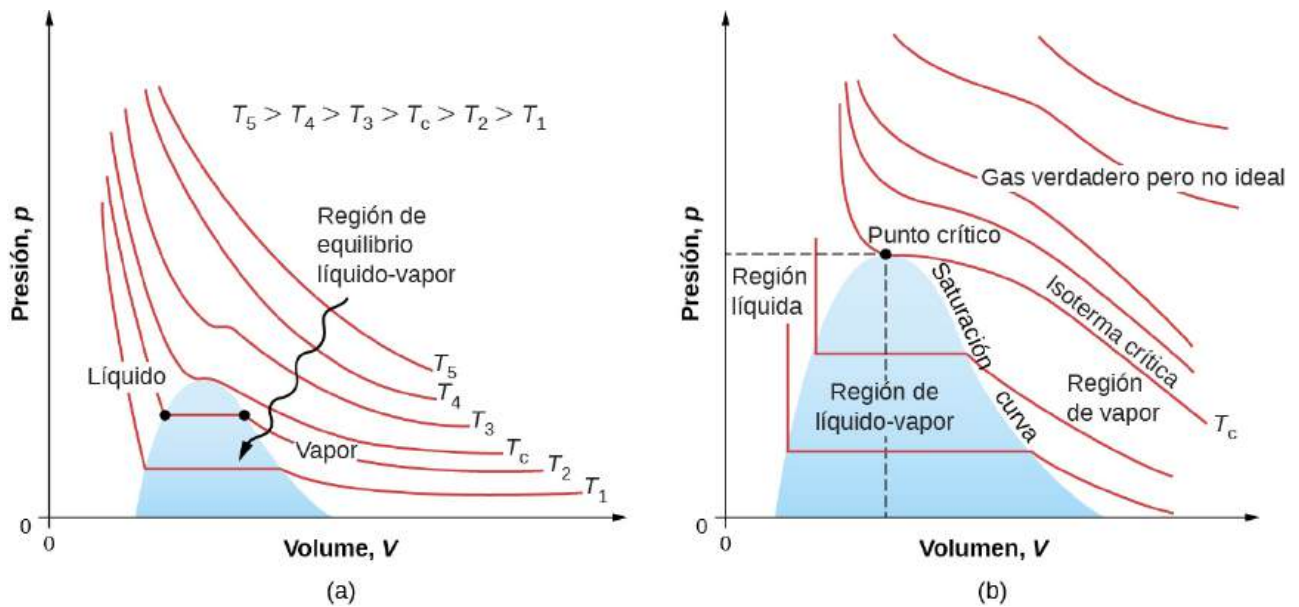


**FIGURA 2.7** Diagrama  $pV$  para un gas de van der Waals a distintas temperaturas. Las curvas rojas se calculan a temperaturas superiores a la temperatura crítica y las azules a temperaturas inferiores. Las curvas azules tienen una oscilación en la que el volumen ( $V$ ) aumenta con el aumento de la temperatura ( $T$ ), una situación imposible, por

lo que deben corregirse como en la [Figura 2.8](#) (créditos: “Eman”/Wikimedia Commons).

Tal comportamiento no sería físico. En cambio, se entiende que las curvas describen una transición de fase líquido-gas. La parte oscilante de la curva se sustituye por una línea horizontal, lo que muestra que a medida que el volumen aumenta a temperatura constante, la presión se mantiene constante. Este comportamiento se corresponde con la ebullición y la condensación; cuando una sustancia está a su temperatura de ebullición para una presión determinada, puede aumentar su volumen a medida que parte del líquido se convierte en gas, o disminuir a medida que parte del gas se convierte en líquido, sin que cambie la temperatura ni la presión.

En la [Figura 2.8](#) se muestran isoterma similares que son más realistas que las basadas en la ecuación de van der Waals. Las partes empinadas de las curvas a la izquierda de la región de transición muestran la fase líquida, que es casi incompresible: una ligera disminución del volumen requiere un gran aumento de presión. Las partes planas muestran la transición líquido-gas; las regiones azules que definen representan combinaciones de presión y volumen en las que pueden coexistir líquido y gas.



**FIGURA 2.8** Diagramas  $pV$ . (a) Cada curva (isoterma) representa la relación entre  $p$  y  $V$  a una temperatura fija; las curvas superiores son a temperaturas más altas. Las curvas inferiores no son hipérbolas porque el gas ya no es un gas ideal. (b) Una porción expandida del diagrama  $pV$  para bajas temperaturas, donde la fase puede cambiar de gas a líquido. El término “vapor” se refiere a la fase gaseosa cuando existe a una temperatura inferior a la de ebullición.

Las isoterma anteriores  $T_c$  no pasan por la transición líquido-gas. Por lo tanto, el líquido no puede existir por encima de esa temperatura, que es la temperatura crítica (descrita en el capítulo sobre temperatura y calor). A una presión suficientemente baja por encima de esa temperatura, el gas tiene la densidad de un líquido pero no se condensa; se dice que el gas es **supercrítico**. A mayor presión, es sólido. El dióxido de carbono, por ejemplo, no tiene fase líquida a una temperatura superior a  $31,0\text{ °C}$ . La presión crítica es la presión máxima a la que puede existir el líquido. El punto en el diagrama  $pV$  a presión y temperatura críticas es el punto crítico (que aprendió en el capítulo sobre temperatura y calor). En la [Tabla 2.1](#) se enumeran temperaturas y presiones críticas representativas.

Sustancia	Temperatura crítica		Presión crítica	
	K	°C	Pa	atm
Agua	647,4	374,3	$22,12 \times 10^6$	219,0

Sustancia	Temperatura crítica		Presión crítica	
Dióxido de azufre	430,7	157,6	$7,88 \times 10^6$	78,0
Amoníaco	405,5	132,4	$11,28 \times 10^6$	111,7
Dióxido de carbono	304,2	31,1	$7,39 \times 10^6$	73,2
Oxígeno	154,8	-118,4	$5,08 \times 10^6$	50,3
Nitrógeno	126,2	-146,9	$3,39 \times 10^6$	33,6
Hidrógeno	33,3	-239,9	$1,30 \times 10^6$	12,9
Helio	5,3	-267,9	$0,229 \times 10^6$	2,27

**TABLA 2.1** Temperaturas y presiones críticas para diversas sustancias

## 2.2 Presión, temperatura y velocidad media cuadrática (rms)

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar las relaciones entre magnitudes microscópicas y macroscópicas en un gas.
- Resolver problemas de mezclas de gases.
- Resolver problemas que impliquen la distancia y el tiempo entre colisiones de una molécula de gas.

Hemos examinado la presión y la temperatura a partir de sus definiciones macroscópicas. La presión es la fuerza dividida entre el área sobre la que se ejerce la fuerza, y la temperatura se mide con un termómetro. Podemos entender mejor la presión y la temperatura a partir de la **teoría cinética de los gases**, la teoría que relaciona las propiedades macroscópicas de los gases con el movimiento de las moléculas que los componen. Primero, hacemos dos suposiciones sobre las moléculas en un gas ideal.

1. Hay un número muy grande  $N$  de moléculas, todas idénticas y cada una con una masa  $m$ .
2. Las moléculas obedecen las leyes de Newton y están en movimiento continuo, que es aleatorio e isotrópico, es decir, igual en todas las direcciones.

Para derivar la ley de los gases ideales y la conexión entre cantidades microscópicas, como la energía de una molécula típica, y cantidades macroscópicas, como la temperatura, analizamos una muestra de un gas ideal en un recipiente rígido sobre el que hacemos dos suposiciones más:

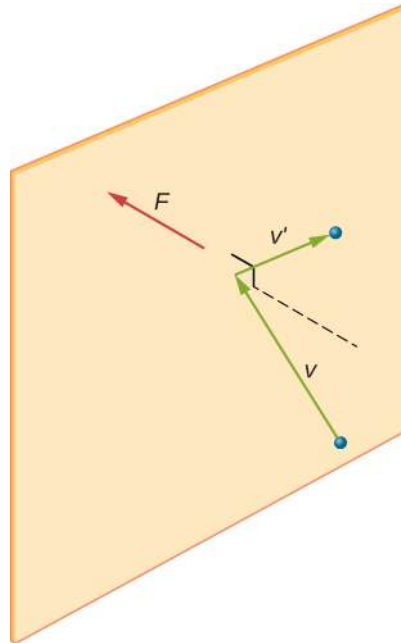
3. Las moléculas son mucho más pequeñas que la distancia promedio entre ellas, por lo que su volumen total es mucho menor que el de su recipiente (que tiene un volumen  $V$ ). En otras palabras, consideramos la constante  $b$  de van der Waals, el volumen de un mol de moléculas de gas es insignificante en comparación con el volumen de un mol de gas en el recipiente.
4. Las moléculas chocan de forma perfectamente elástica con las paredes del recipiente y entre sí. Otras fuerzas sobre ellas, incluidas la gravedad y las atracciones representadas por la constante  $a$  de van der Waals, son insignificantes (como es necesario para la suposición de isotropía).

Las colisiones entre moléculas no aparecen en la derivación de la ley de los gases ideales. Tampoco perturban la derivación, ya que las colisiones entre moléculas que se mueven con velocidades aleatorias dan nuevas velocidades aleatorias. Además, si las velocidades de las moléculas de gas en un recipiente no son inicialmente aleatorias e isotropas, las colisiones moleculares son las que las hacen aleatorias e isotropas.

Hacemos otras suposiciones que simplifican los cálculos pero que no afectan el resultado. Primero, suponemos que el recipiente sea un recuadro rectangular. Segundo, empezamos por considerar los gases

*monoatómicos*, aquellos cuyas moléculas están formadas por átomos individuales, como el helio. Entonces, podemos suponer que los átomos no tienen energía, excepto su energía cinética traslacional; por ejemplo, no tienen energía rotacional ni vibracional (más adelante, discutiremos sobre la validez de esta suposición para gases monoatómicos reales y prescindiremos de ella para considerar gases diatómicos y poliatómicos).

La [Figura 2.9](#) muestra la colisión de una molécula de gas con la pared de un recipiente, de forma que ejerce una fuerza sobre la pared (según la tercera ley de Newton). Estas colisiones son la fuente de la presión en un gas. A medida que aumenta el número de moléculas, aumenta el número de colisiones y, por tanto, la presión. Del mismo modo, si la velocidad media de las moléculas es mayor, la presión del gas es mayor.



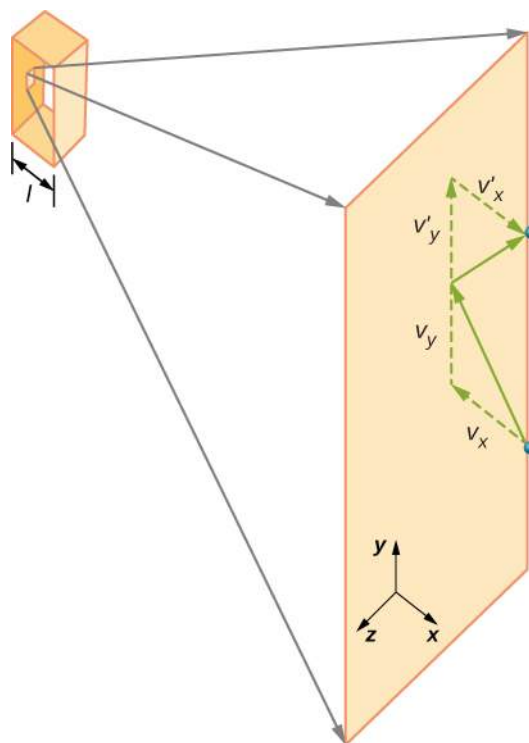
**FIGURA 2.9** Cuando una molécula choca con una pared rígida, el componente de su momento perpendicular a la pared se invierte. De este modo, se ejerce una fuerza sobre la pared y se crea una presión.

En una muestra de gas en un recipiente la aleatoriedad del movimiento molecular hace que fluctúe el número de colisiones de las moléculas con cualquier parte de la pared en un tiempo determinado. Sin embargo, debido a que un gran número de moléculas chocan con la pared en un corto periodo, el número de colisiones en las escalas de tiempo y espacio que medimos fluctúa solo en una fracción diminuta, generalmente inobservable, del promedio. Podemos comparar esta situación con la de un casino, donde los resultados de las apuestas son aleatorios y la recaudación del casino fluctúa por minutos y horas. Sin embargo, en periodos largos, como un año, la recaudación del casino se acerca mucho a los promedios esperados de las probabilidades. Un tanque de gasolina tiene muchísimas más moléculas que las que tiene un casino en un año, y las moléculas hacen muchísimas más colisiones en un segundo que las que tiene un casino en sus apuestas.

El cálculo de la fuerza promedio ejercida por las moléculas sobre las paredes del recuadro nos lleva a la ley de los gases ideales y a la conexión entre temperatura y energía cinética molecular (de hecho, tomaremos dos promedios: uno a lo largo del tiempo para obtener la fuerza promedio ejercida por una molécula con una velocidad determinada, y luego otro promedio sobre moléculas con diferentes velocidades). Este enfoque fue desarrollado por Daniel Bernoulli (1700-1782), más conocido en física por sus trabajos sobre la circulación de fluidos (hidrodinámica). Sorprendentemente, Bernoulli hizo este trabajo antes de que Dalton estableciera la idea de que la materia está formada por átomos.

La [Figura 2.10](#) muestra un recipiente lleno de gas y una vista ampliada de una colisión elástica de una molécula de gas con una pared del recipiente desglosada en componentes. Hemos asumido que una molécula es pequeña comparada con la separación de las moléculas en el gas y que su interacción con otras moléculas puede ser ignorada. En estas condiciones, la ley de los gases ideales es válida experimentalmente. Como también hemos asumido que la pared es rígida y las partículas son puntuales, la colisión es elástica (por

conservación de la energía: la energía cinética de una partícula no tiene dónde ir). Por lo tanto, la energía cinética de la molécula permanece constante y, por lo tanto, su velocidad y la magnitud de su momento también permanecen constantes. Esta suposición no siempre es válida, y los resultados del resto de este módulo también se obtienen en modelos que permiten a las moléculas intercambiar energía y momento con la pared.



**FIGURA 2.10** El gas en una caja ejerce una presión hacia afuera en sus paredes. Una molécula que colisiona con una pared rígida tiene su velocidad y momento en la dirección  $x$  invertida. Esta dirección es perpendicular a la pared. Las componentes de su momento de velocidad en las direcciones  $y$  y  $z$  no se modifican, lo que significa que no hay ninguna fuerza paralela a la pared.

Si la velocidad de la molécula cambia en la dirección  $x$ , su momento cambia de  $-mv_x$  a  $+mv_x$ . Por lo tanto, su cambio de momento es  $\Delta mv = +mv_x - (-mv_x) = 2mv_x$ . Según el teorema del momento-impulso dado en el capítulo sobre momento lineal y colisiones, la fuerza ejercida sobre la  $i$ -ésima molécula, donde  $i$  identifica las moléculas de 1 a  $N$ , viene dada por

$$F_i = \frac{\Delta p_i}{\Delta t} = \frac{2mv_{ix}}{\Delta t}.$$

(solo en esta ecuación,  $p$  representa el momento, no la presión). No hay ninguna fuerza entre la pared y la molécula, excepto mientras la molécula está tocando la pared. Durante el corto tiempo de la colisión, la fuerza entre la molécula y la pared es relativamente grande, pero esa no es la fuerza que buscamos. Estamos buscando la fuerza promedio, así que tomamos  $\Delta t$  para ser el tiempo promedio entre colisiones de la molécula dada con esta pared, que es el tiempo en el que esperamos calcular una colisión. Supongamos que  $l$  represente la longitud de la caja en la dirección  $x$ . Entonces,  $\Delta t$  es el tiempo que la molécula tardaría en atravesar la caja y volver, una distancia  $2l$ , a una velocidad de  $v_x$ . Así que  $\Delta t = 2l/v_x$ , y la expresión de la fuerza se convierte en

$$F_i = \frac{2mv_{ix}}{2l/v_{ix}} = \frac{mv_{ix}^2}{l}.$$

Esta fuerza se debe a una molécula. Para calcular la fuerza total sobre la pared,  $F$ , necesitamos sumar los aportes de todas las moléculas  $N$ :

$$F = \sum_{i=1}^N F_i = \sum_{i=1}^N \frac{mv_{ix}^2}{l} = \frac{m}{l} \sum_{i=1}^N v_{ix}^2.$$

Ahora usamos la definición del promedio, que denotamos con una barra, para calcular la fuerza:

$$F = N \frac{m}{l} \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_{ix}^2 \right) = N \frac{m \bar{v}_x^2}{l}.$$

Queremos la fuerza en términos de la velocidad  $v$ , en vez del componente  $x$  de la velocidad. Tome en cuenta que la velocidad total al cuadrado es la suma de los cuadrados de sus componentes, por lo que

$$\bar{v}^2 = \bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2 + \bar{v}_z^2.$$

Con la suposición de isotropía, los tres promedios del lado derecho son iguales, por lo que

$$\bar{v}^2 = 3\bar{v}_x^2.$$

Al sustituir esto en la expresión de  $F$  se obtiene

$$F = N \frac{m \bar{v}^2}{3l}.$$

La presión es  $F/A$ , por lo que obtenemos

$$p = \frac{F}{A} = N \frac{m \bar{v}^2}{3Al} = \frac{Nm \bar{v}^2}{3V},$$

donde usamos  $V = Al$  para el volumen. Esto da el importante resultado

$$pV = \frac{1}{3} Nm \bar{v}^2. \quad 2.5$$

Al combinar esta ecuación con  $pV = Nk_B T$  da

$$\frac{1}{3} Nm \bar{v}^2 = Nk_B T.$$

Podemos obtener la energía cinética promedio de una molécula,  $\frac{1}{2} m \bar{v}^2$ , del lado izquierdo de la ecuación al dividir  $N$  y multiplicar por  $3/2$ .

### Energía cinética promedio por molécula

La energía cinética promedio de una molécula es directamente proporcional a su temperatura absoluta:

$$\bar{K} = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} k_B T. \quad 2.6$$

La ecuación  $\bar{K} = \frac{3}{2} k_B T$  es la energía cinética promedio por molécula. Tome en cuenta, en particular, que nada de lo contenido en esta ecuación depende de la masa molecular (ni de cualquier otra propiedad) del gas, de la presión ni de cualquier otra cosa que no sea la temperatura. Si unas muestras de gas de helio y xenón con masas moleculares muy diferentes están a la misma temperatura, las moléculas tienen la misma energía cinética promedio.

La **energía interna** de un sistema termodinámico es la suma de las energías mecánicas de todas las moléculas que lo componen. Ahora podemos dar una ecuación para la energía interna de un gas ideal monoatómico. En un gas así, la única energía de las moléculas es su energía cinética traslacional. Por lo tanto, al denotar la energía interna por  $E_{\text{int}}$ , simplemente tenemos  $E_{\text{int}} = N\bar{K}$ , o

$$E_{\text{int}} = \frac{3}{2} N k_{\text{B}} T. \quad 2.7$$

A menudo, nos gustaría usar esta ecuación en términos de moles:

$$E_{\text{int}} = \frac{3}{2} nRT.$$

Podemos despejar  $\bar{K} = \frac{1}{2} m\bar{v}^2 = \frac{3}{2} k_{\text{B}} T$  para una rapidez típica de una molécula en un gas ideal en términos de temperatura para determinar lo que se conoce como *velocidad media cuadrática (rms)* de una molécula.

### Velocidad rms de una molécula

La **velocidad media cuadrática (rms)** de una molécula, o la raíz cuadrada del promedio del cuadrado de la velocidad  $\bar{v}^2$ , es

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3k_{\text{B}}T}{m}}. \quad 2.8$$

La velocidad rms no es el promedio ni la rapidez más probable de las moléculas, como veremos en la sección [Distribución de las velocidades moleculares](#), pero proporciona una estimación fácilmente calculable de la velocidad de las moléculas que está relacionada con su energía cinética. De nuevo podemos escribir esta ecuación en términos de la constante de los gases  $R$  y la masa molar  $M$  en kg/mol:

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \quad 2.9$$

Hacemos un paréntesis para responder una pregunta que tal vez se le haya ocurrido: cuando aplicamos el modelo a átomos en vez de a partículas puntuales teóricas, ¿la energía cinética rotacional cambia nuestros resultados? Para responder esta pregunta tenemos que recurrir a la mecánica cuántica. En la mecánica cuántica la energía cinética rotacional no puede tomar cualquier valor; está limitada a un conjunto discreto de valores, y el valor más pequeño es inversamente proporcional a la inercia rotacional. La inercia rotacional de un átomo es minúscula porque casi toda su masa está en el núcleo, el cual suele tener un radio inferior a  $10^{-14}$  m. Así, la energía rotacional mínima de un átomo es mucho más que  $\frac{1}{2} k_{\text{B}} T$  para cualquier temperatura alcanzable, y la energía disponible no es suficiente para hacer girar un átomo. Volveremos a este punto cuando hablemos de gases diatómicos y poliatómicos en la siguiente sección.

## EJEMPLO 2.4

### Calcular la energía cinética y la rapidez de una molécula de gas

(a) ¿Cuál es la energía cinética promedio de una molécula de gas a  $20,0^\circ\text{C}$  (temperatura ambiente)? (b) Calcule la velocidad rms de una molécula de nitrógeno ( $\text{N}_2$ ) a esta temperatura.

#### Estrategia

(a) Lo conocido en la ecuación de la energía cinética promedio es la temperatura:

$$\bar{K} = \frac{1}{2} m\bar{v}^2 = \frac{3}{2} k_{\text{B}} T.$$

Antes de sustituir valores en esta ecuación debemos convertir la temperatura dada en kelvin:

$T = (20,0 + 273) \text{ K} = 293 \text{ K}$ . Podemos calcular la velocidad rms de una molécula de nitrógeno mediante la ecuación



$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3k_{\text{B}}T}{m}},$$

pero primero debemos hallar la masa de una molécula de nitrógeno. Al obtener la masa molar del nitrógeno  $\text{N}_2$  de la tabla periódica, hallamos

$$m = \frac{M}{N_{\text{A}}} = \frac{2(14,0067) \times 10^{-3} \text{ kg/mol}}{6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}} = 4,65 \times 10^{-26} \text{ kg}.$$

### Solución

- a. La temperatura por sí sola es suficiente para calcular la energía cinética traslacional promedio. Al sustituir la temperatura en la ecuación de la energía cinética traslacional se obtiene

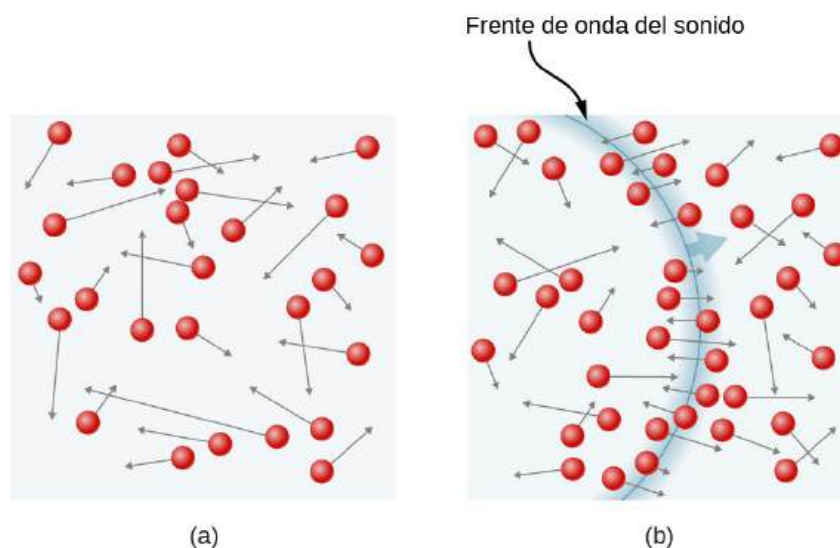
$$\bar{K} = \frac{3}{2} k_{\text{B}}T = \frac{3}{2}(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(293 \text{ K}) = 6,07 \times 10^{-21} \text{ J}.$$

- b. Al sustituir esta masa y el valor de  $k_{\text{B}}$  en la ecuación de  $v_{\text{rms}}$  produce

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3k_{\text{B}}T}{m}} = \sqrt{\frac{3(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(293 \text{ K})}{4,65 \times 10^{-26} \text{ kg}}} = 511 \text{ m/s}.$$

### Importancia

Note que la energía cinética promedio de la molécula es independiente del tipo de molécula. La energía cinética traslacional promedio solo depende de la temperatura absoluta. La energía cinética es muy pequeña en comparación con las energías macroscópicas, por lo que no sentimos cuando una molécula de aire golpea nuestra piel. Por otro lado, es mucho mayor que la típica diferencia de energía potencial gravitacional cuando una molécula se mueve, por ejemplo, de la parte superior a la inferior de una habitación, por lo que nuestra desestimación de la gravitación está justificada en situaciones típicas del mundo real. La velocidad rms de la molécula de nitrógeno es sorprendentemente grande. Estas grandes velocidades moleculares no producen el movimiento macroscópico del aire, ya que las moléculas se mueven en todas las direcciones con igual probabilidad. La *trayectoria libre media* (la distancia que una molécula recorre en promedio entre colisiones, que se analiza un poco más adelante en esta sección) de las moléculas en el aire es muy pequeña, por lo que las moléculas se mueven rápidamente pero no llegan muy lejos en un segundo. El alto valor de la velocidad rms se refleja en la velocidad del sonido, que es de unos 340 m/s a temperatura ambiente. Cuanto mayor sea la velocidad rms de las moléculas de aire, más rápido se podrán transmitir las vibraciones sonoras a través del aire. La velocidad del sonido aumenta con la temperatura y es mayor en los gases con masas moleculares pequeñas, como el helio (vea la [Figura 2.11](#)).



**FIGURA 2.11** (a) En un gas ordinario, tantas moléculas se mueven tan rápido que chocan miles de millones de veces cada segundo. (b) Las moléculas individuales no se mueven muy lejos en una pequeña cantidad de tiempo,

pero perturbaciones como las ondas sonoras se transmiten a velocidades relacionadas con las velocidades moleculares.

## EJEMPLO 2.5

### Calcular la temperatura: Velocidad de escape de átomos de helio

Para escapar de la gravedad de la Tierra, un objeto cercano a la cima de la atmósfera (a una altitud de 100 km) debe alejarse de la Tierra a 11,1 km/s. Esta velocidad se denomina *velocidad de escape*. ¿A qué temperatura los átomos de helio tendrían una velocidad rms igual a la velocidad de escape?

#### Estrategia

Identifique las incógnitas y los aspectos conocidos y determine qué ecuaciones usar para resolver el problema.

#### Solución

- Identifique los aspectos conocidos:  $v$  es la velocidad de escape, 11,1 km/s.
- Identifique las incógnitas: Tenemos que hallar la temperatura,  $T$ . También tenemos que hallar la masa  $m$  del átomo de helio.
- Determine qué ecuaciones son necesarias.
  - Para obtener la masa  $m$  del átomo de helio, podemos usar la información de la tabla periódica:

$$m = \frac{M}{N_A}$$

- Para hallar la temperatura  $T$ , podemos reordenar

$$\frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} k_B T$$

para producir

$$T = \frac{m \overline{v^2}}{3k_B}$$

- Sustituya los valores conocidos en las ecuaciones y despeje las incógnitas,

$$m = \frac{M}{N_A} = \frac{4,0026 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}}{6,02 \times 10^{23} \text{ mol}} = 6,65 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

y

$$T = \frac{(6,65 \times 10^{-27} \text{ kg}) (11,1 \times 10^3 \text{ m/s})^2}{3 (1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})} = 1,98 \times 10^4 \text{ K.}$$

#### Importancia

Esta temperatura es mucho más alta que la temperatura atmosférica, que es de 250 K aproximadamente ( $-25^\circ\text{C}$  o  $-10^\circ\text{F}$ ) a gran elevación. Quedan muy pocos átomos de helio en la atmósfera, pero muchos estaban presentes cuando se formó la atmósfera y siempre se crean más por decaimiento radiactivo (vea el capítulo sobre física nuclear). La justificación de la pérdida de átomos de helio es que un pequeño número de átomos de helio tiene velocidades superiores a la velocidad de escape de la Tierra incluso a temperaturas normales. La velocidad de un átomo de helio cambia de una colisión a otra, de modo que en cualquier instante existe una pequeña posibilidad, pero que no llega a ser cero, de que la velocidad del átomo sea mayor que la velocidad de escape. La probabilidad es lo suficientemente alta como para que, a lo largo de la vida de la Tierra, casi todos los átomos de helio que han estado en la atmósfera hayan alcanzado la velocidad de escape a gran altura y hayan escapado de la atracción gravitacional de la Tierra. Las moléculas más pesadas, como las del oxígeno, del nitrógeno y del agua, tienen velocidades rms menores, por lo que es mucho menos probable que alguna de ellas tenga velocidades superiores a la de escape. De hecho, la probabilidad es tan pequeña que se necesitan miles de millones de años para perder cantidades significativas de moléculas más pesadas de la atmósfera. La [Figura 2.12](#) muestra el efecto de la falta de atmósfera en la Luna. Como la atracción gravitacional

de la Luna es mucho más débil, ha perdido casi toda su atmósfera. En ejercicios de este capítulo se comparan las atmósferas de la Tierra y de otros cuerpos.



**FIGURA 2.12** Esta fotografía del comandante del Apolo 17, Eugene Cernan, conduciendo el rover lunar en la Luna en 1972, parece haber sido tomada de noche con un gran foco. De hecho, la luz viene del Sol. Como la aceleración debido a la gravedad en la Luna es tan baja (aproximadamente 1/6 de la de la Tierra), la velocidad de escape de la Luna es mucho menor. Por ello, las moléculas de gas se escapan muy fácilmente de la Luna, dejándola prácticamente sin atmósfera. Incluso durante el día, el cielo es negro porque no hay gas que disperse la luz solar (créditos: Harrison H. Schmitt/Administración Nacional de Aeronáutica y Espacio [National Aeronautics and Space Administration, NASA]).

#### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 2.4**

Si considera un objeto muy pequeño, como un grano de polen, en un gas, entonces el número de moléculas que golpean su superficie también sería relativamente pequeño. ¿Esperaría que el grano de polen experimentara alguna fluctuación de presión debido a fluctuaciones estadísticas del número de moléculas de gas que lo golpean en un tiempo determinado?

### Presión de vapor, presión parcial y ley de Dalton

La presión que crearía un gas si ocupara el volumen total disponible se llama **presión parcial** del gas. Si dos o más gases se mezclan, llegarán a equilibrio térmico como consecuencia de colisiones entre moléculas; el proceso es análogo a la conducción del calor descrita en el capítulo sobre temperatura y calor. Como hemos visto en la teoría cinética, cuando los gases tienen la misma temperatura sus moléculas tienen la misma energía cinética promedio. Así, cada gas obedece a la ley de los gases ideales por separado y ejerce sobre las paredes de un recipiente la misma presión que ejercería si estuviera solo. Por lo tanto, en una mezcla de gases, *la presión total es la suma de las presiones parciales de los gases componentes*, suponiendo un comportamiento ideal de los gases y sin reacciones químicas entre los componentes. Esta ley se conoce como **ley de presiones parciales de Dalton**, en honor al científico inglés John Dalton (1766-1844) que la propuso. La ley de Dalton es coherente con el hecho de que las presiones se suman según el principio de Pascal.

En una mezcla de gases ideales en equilibrio térmico, el número de moléculas de cada gas es proporcional a su presión parcial. Este resultado se desprende de la aplicación de la ley de los gases ideales a cada uno de ellos en la forma  $p/n = RT/V$ . Dado que el lado derecho es el mismo para cualquier gas a una temperatura

determinada en un recipiente de un volumen determinado, el lado izquierdo también es el mismo.

- La presión parcial es la presión que crearía un gas si existiera solo.
- La ley de Dalton establece que la presión total es la suma de las presiones parciales de todos los gases presentes.
- Para dos gases cualesquiera (identificados como 1 y 2) en equilibrio en un recipiente,  $\frac{p_1}{n_1} = \frac{p_2}{n_2}$ .

Una aplicación importante de la presión parcial es que, en química, funciona como la concentración de un gas para determinar la tasa de una reacción. Aquí solo mencionamos que la presión parcial de oxígeno en los pulmones de una persona es fundamental para la vida y la salud. Respirar aire con una presión parcial de oxígeno inferior a 0,16 atm puede perjudicar la coordinación y el juicio, especialmente en personas no aclimatadas a una gran altura. Presiones parciales más bajas de  $O_2$  tienen efectos más graves; las presiones parciales inferiores a 0,06 atm pueden ser rápidamente mortales, y es probable que se produzcan daños permanentes incluso si se rescata a la persona. Sin embargo, la sensación de necesidad de respirar, como cuando se aguanta la respiración, está causada mucho más por las altas concentraciones de dióxido de carbono en la sangre que por las bajas concentraciones de oxígeno. Así, si una pequeña habitación o un armario se llenan de aire con una baja concentración de oxígeno, quizás porque se almacena allí una bombona con fugas de algún gas comprimido, una persona no sentirá ninguna sensación de “asfixia” y puede sufrir convulsiones o perder el conocimiento sin notar nada malo. Los ingenieros de seguridad prestan mucha atención a este peligro.

Otra aplicación importante de la presión parcial es la **presión de vapor**, que es la presión parcial de un vapor en la que está en equilibrio con la fase líquida (o sólida, en el caso de la sublimación) de la misma sustancia. A cualquier temperatura, la presión parcial del agua en el aire no puede superar la presión de vapor del agua a esa temperatura, ya que siempre que la presión parcial alcanza la presión de vapor, el agua se condensa fuera del aire. El rocío es un ejemplo de esta condensación. La temperatura a la que se produce la condensación de una muestra de aire se denomina *punto de rocío*. Se mide fácilmente al enfriar lentamente una bola de metal; el punto de rocío es la temperatura a la que aparece la condensación por primera vez en la bola.

Las presiones de vapor del agua a algunas temperaturas de interés para la meteorología se indican en la [Tabla 2.2](#).

$T$ (°C)	Presión de vapor (Pa)
0	610,5
3	757,9
5	872,3
8	1.073
10	1.228
13	1.497
15	1.705
18	2.063
20	2.338
23	2.809

$T$ (°C)	Presión de vapor (Pa)
25	3.167
30	4.243
35	5.623
40	7.376

**TABLA 2.2** Presión de vapor del agua a distintas temperaturas

La *humedad relativa* (HR) a una temperatura  $T$  se define por

$$\text{HR} = \frac{\text{Presión parcial de vapor de agua a } T}{\text{Presión de vapor del agua a } T} \times 100\%.$$

Una humedad relativa de 100% significa que la presión parcial del agua es igual a la presión de vapor; en otras palabras, el aire está saturado de agua.

## EJEMPLO 2.6

### Calcular la humedad relativa

¿Cuál es la humedad relativa cuando la temperatura del aire es 25 °C y el punto de rocío es 15 °C?

#### Estrategia

Simplemente buscamos la presión de vapor a la temperatura dada y la del punto de rocío y hallamos la relación.

#### Solución

$$\text{HR} = \frac{\text{Presión parcial de vapor de agua a } 15\text{ °C}}{\text{Presión parcial de vapor de agua a } 25\text{ °C}} \times 100\% = \frac{1.705\text{ Pa}}{3167\text{ Pa}} \times 100\% = 53,8\%.$$

#### Importancia

La HR es importante para nuestra comodidad. El valor de 53,8% está dentro del rango de 40% a 60% recomendado para la comodidad en espacios interiores.

Como se ha señalado en el capítulo sobre temperatura y calor, la temperatura casi nunca desciende por debajo del punto de rocío, ya que cuando alcanza el punto de rocío o de congelación el agua se condensa y libera una cantidad relativamente grande de calor de vaporización latente.

## Trayectoria libre media y tiempo libre medio

Ahora consideramos las colisiones explícitamente. El primer paso habitual (que es el único que daremos) es calcular la **trayectoria libre media**,  $\lambda$ , la distancia promedio que recorre una molécula entre colisiones con otras moléculas y el *tiempo libre medio*  $\tau$ , el tiempo promedio entre las colisiones de una molécula. Si suponemos que todas las moléculas son esferas con un radio  $r$ , entonces una molécula colisionará con otra si sus centros están a una distancia de  $2r$  entre sí. Para una partícula dada, decimos que el área de un círculo con ese radio,  $4\pi r^2$ , es la “sección transversal” de las colisiones. A medida que la partícula se desplaza traza un cilindro con esa área de sección transversal. La trayectoria libre media es la longitud  $\lambda$  tal que el número esperado de otras moléculas en un cilindro de longitud  $\lambda$  y sección transversal  $4\pi r^2$  es 1. Si ignoramos temporalmente el movimiento de las moléculas distintas de la que estamos viendo, el número esperado es la densidad numérica de moléculas,  $N/V$ , por el volumen, y el volumen es  $4\pi r^2 \lambda$ , por lo que tenemos  $(N/V)4\pi r^2 \lambda = 1$ , o

$$\lambda = \frac{V}{4\pi r^2 N}.$$

Tener en cuenta el movimiento de todas las moléculas dificulta mucho el cálculo, pero el único cambio es un factor de  $\sqrt{2}$ . El resultado es

$$\lambda = \frac{V}{4\sqrt{2}\pi r^2 N}. \quad 2.10$$

En un gas ideal podemos sustituir  $V/N = k_B T/p$  para obtener

$$\lambda = \frac{k_B T}{4\sqrt{2}\pi r^2 p}. \quad 2.11$$

El **tiempo libre medio**  $\tau$  es simplemente la trayectoria libre media dividida entre una velocidad típica, y la elección habitual es la velocidad rms. Entonces,

$$\tau = \frac{k_B T}{4\sqrt{2}\pi r^2 p v_{\text{rms}}}. \quad 2.12$$



## EJEMPLO 2.7

### Calcular el tiempo libre medio

Calcule el tiempo libre medio de los átomos de argón ( $M = 39,9$  g/mol) a una temperatura de  $0^\circ\text{C}$  y una presión de  $1,00$  atm. Tomemos que el radio de un átomo de argón es  $1,70 \times 10^{-10}$  m.

#### Solución

1. Identifique los aspectos conocidos y conviértalos en unidades del SI. Sabemos que la masa molar es  $0,0399$  kg/mol, la temperatura es  $273$  K, la presión es  $1,01 \times 10^5$  Pa, y el radio es  $1,70 \times 10^{-10}$  m.
2. Calcule la velocidad rms:  $v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = 413 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .
3. Sustituir en la ecuación para el tiempo libre medio:

$$\tau = \frac{k_B T}{4\sqrt{2}\pi r^2 p v_{\text{rms}}} = \frac{(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(273 \text{ K})}{4\sqrt{2}\pi(1,70 \times 10^{-10} \text{ m})^2(1,01 \times 10^5 \text{ Pa})(413 \text{ m/s})} = 1,76 \times 10^{-10} \text{ s}.$$

#### Importancia

Apenas podemos comparar este resultado con nuestra intuición sobre las moléculas de los gases, pero nos da una imagen de moléculas que chocan con una frecuencia extremadamente alta.



## COMPRUEBE LO APRENDIDO 2.5

¿Qué tiene una trayectoria libre media más larga, el agua líquida o el vapor de agua en el aire?

## 2.3 Capacidad calorífica y equipartición de energía

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Resolver problemas de transferencia de calor hacia y desde gases monoatómicos ideales cuyos volúmenes se mantienen constantes.
- Resolver problemas similares para gases ideales no monoatómicos basados en el número de grados de libertad de una molécula.
- Estimar las capacidades caloríficas de metales mediante un modelo basado en grados de libertad.

En el capítulo sobre temperatura y calor definimos la capacidad calorífica específica con la ecuación  $Q = mc\Delta T$ , o  $c = (1/m)Q/\Delta T$ . Sin embargo, las propiedades de un gas ideal dependen directamente del número de moles en una muestra, por lo que aquí definimos la capacidad calorífica específica en términos del número de moles, no de la masa. Además, al hablar de sólidos y líquidos, ignoramos los cambios de volumen y presión con los cambios de temperatura: una buena aproximación para sólidos y líquidos, pero para los gases tenemos que poner alguna condición a los cambios de volumen o presión. Aquí nos centramos en la capacidad calorífica y el volumen se mantiene constante. Podemos calcularlo para un gas ideal.

### Capacidad calorífica de un gas monoatómico ideal a volumen constante

Definimos la *capacidad calorífica molar a volumen constante*  $C_V$  dado que

$$C_V = \frac{1}{n} \frac{Q}{\Delta T}, \text{ con } V \text{ que se mantiene constante.}$$

Esto se expresa a menudo de la forma

$$Q = nC_V \Delta T. \quad 2.13$$

Si el volumen no cambia, no hay desplazamiento global, por lo que no se realiza trabajo, y el único cambio en la energía interna se debe al flujo de calor  $\Delta E_{\text{int}} = Q$ . (este enunciado se analiza con más detalle en el siguiente capítulo). Utilizamos la ecuación  $E_{\text{int}} = 3nRT/2$  para escribir  $\Delta E_{\text{int}} = 3nR\Delta T/2$  y sustituir  $\Delta E$  para  $Q$  para calcular  $Q = 3nR\Delta T/2$ , lo que da el siguiente resultado simple para un gas ideal monoatómico:

$$C_V = \frac{3}{2}R.$$

Es independiente de la temperatura, lo que justifica que utilicemos diferencias finitas en vez de una derivada. Esta fórmula coincide con resultados experimentales.

En el siguiente capítulo tratamos el calor específico molar a presión constante  $C_p$ , que siempre es mayor que  $C_V$ .



### EJEMPLO 2.8

#### Calcular la temperatura

Una muestra de 0,125 kg de xenón está contenida en un cilindro metálico rígido, lo suficientemente grande como para que el xenón se pueda modelar como un gas ideal, a una temperatura de 20,0 °C. El cilindro se traslada al exterior en un día caluroso de verano. A medida que el xenón entra en equilibrio al alcanzar la temperatura de su entorno, se le conducen 180 J de calor a través de las paredes del cilindro. ¿Cuál es la temperatura de equilibrio? Ignore la expansión del cilindro metálico.

#### Solución

1. Identifique los aspectos conocidos: Sabemos que la temperatura inicial  $T_1$  es de 20,0 °C, el calor  $Q$  es de 180 J y la masa  $m$  del xenón es de 0,125 kg.
2. Identifique la incógnita. Necesitamos la temperatura final, por lo que necesitaremos  $\Delta T$ .
3. Determine cuáles ecuaciones son necesarias. Como el gas xenón es monoatómico, podemos utilizar

$Q = 3nR\Delta T/2$ . Entonces necesitamos el número de moles,  $n = m/M$ .

4. Sustituya los valores conocidos en las ecuaciones y despeje las incógnitas.

La masa molar del xenón es de 131,3 g, por lo que obtenemos

$$n = \frac{125 \text{ g}}{131,3 \text{ g/mol}} = 0,952 \text{ mol},$$

$$\Delta T = \frac{2Q}{3nR} = \frac{2(180 \text{ J})}{3(0,952 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol} \cdot ^\circ\text{C})} = 15,2 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Por lo tanto, la temperatura final es 35,2 °C. El problema se podría resolver igualmente en kelvin; como un kelvin es del mismo tamaño que un grado Celsius de cambio de temperatura, se obtendría  $\Delta T = 15,2 \text{ K}$ .

### Importancia

El calentamiento de un gas ideal o casi ideal a volumen constante es importante en los motores de los automóviles y en muchos otros sistemas prácticos.

## ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 2.6

Suponga que se mezclan 2 moles de gas helio a 200 K con 2 moles de gas criptón a 400 K en un calorímetro. ¿Cuál es la temperatura final?

Nos gustaría generalizar nuestros resultados a gases ideales con más de un átomo por molécula. En estos sistemas, las moléculas pueden tener otras formas de energía además de la energía cinética traslacional, como la energía cinética rotacional y las energías vibracional cinética y potencial. Veremos que una regla sencilla nos permite determinar las energías promedio presentes en estas formas y resolver problemas de forma muy parecida a como lo hemos hecho con gases monoatómicos.

### Grados de libertad

En la sección anterior hemos comprobado que  $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}k_B T$  y  $v^2 = 3v_x^2$ , de lo que se deduce que  $\frac{1}{2}mv_x^2 = \frac{1}{2}k_B T$ . La misma ecuación es válida para  $v_y^2$  y para  $v_z^2$ . Por lo tanto, podemos ver nuestra energía de  $\frac{3}{2}k_B T$  como la suma de los aportes de  $\frac{1}{2}k_B T$  de cada una de las tres dimensiones del movimiento de traslación. Pasando al gas en su conjunto, vemos que el 3 de la fórmula  $C_V = \frac{3}{2}R$  también refleja esas tres dimensiones. Definimos un **grado de libertad** como un movimiento posible e independiente de una molécula, como cada una de las tres dimensiones de traslación. Entonces, dejando que  $d$  represente el número de grados de libertad, la capacidad calorífica molar a volumen constante de un gas ideal monoatómico es  $C_V = \frac{d}{2}R$ , donde  $d = 3$ .

La rama de la física llamada *mecánica estadística* nos dice, y la experiencia lo confirma, que  $C_V$  de cualquier gas ideal viene dada por esta ecuación, independientemente del número de grados de libertad. Este hecho se desprende de un resultado más general, el **teorema de equipartición**, que se mantiene en la termodinámica clásica (no cuántica) para sistemas en equilibrio térmico en condiciones técnicas que están fuera de nuestro alcance. Aquí solo mencionamos que en un sistema la energía se reparte entre los grados de libertad mediante colisiones.

### Teorema de equipartición

La energía de un sistema termodinámico en equilibrio se reparte por igual entre sus grados de libertad. En consecuencia, la capacidad calorífica molar de un gas ideal es proporcional a su número de grados de libertad,  $d$ :

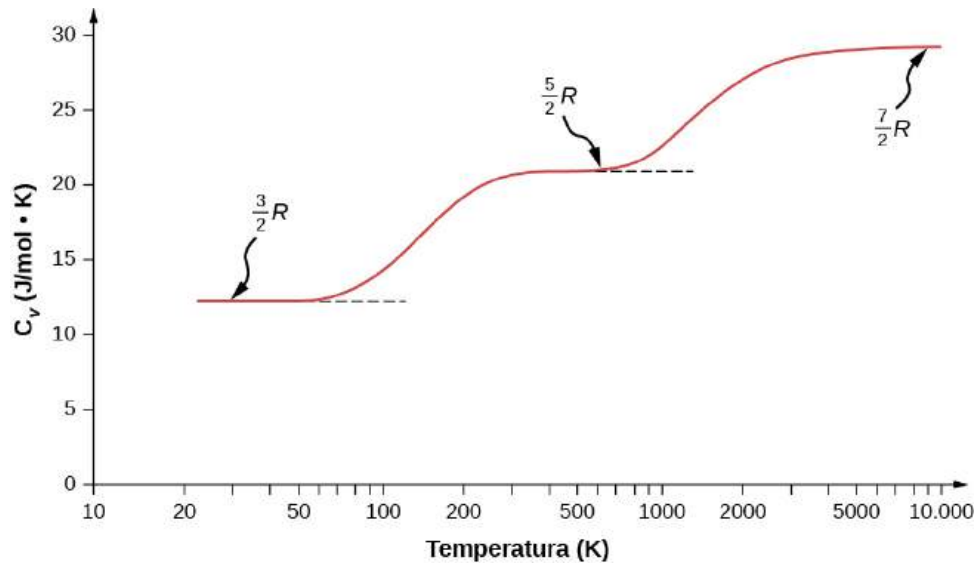
$$C_V = \frac{d}{2}R. \quad 2.14$$



Este resultado se debe al físico escocés James Clerk Maxwell (1831-1871), cuyo nombre aparecerá varias veces más en este libro.

Por ejemplo, considere un gas ideal diatómico (un buen modelo para el nitrógeno,  $N_2$ , y el oxígeno,  $O_2$ ). Un gas así tiene más grados de libertad que un gas monoatómico. Además de los tres grados de libertad para la traslación, tiene dos grados de libertad para la rotación perpendicular a su eje. Además, la molécula puede vibrar a lo largo de su eje. Este movimiento se suele modelar imaginando un resorte que conecta los dos átomos, y sabemos por el movimiento armónico simple que dicho movimiento tiene energía cinética y potencial. Cada una de estas formas de energía corresponde a un grado de libertad, lo que da dos más.

Podríamos esperar que para un gas diatómico deberíamos utilizar 7 como número de grados de libertad; clásicamente, si las moléculas de un gas solo tuvieran energía cinética traslacional, las colisiones entre moléculas pronto las harían girar y vibrar. Sin embargo, como se explicó en el módulo anterior, la mecánica cuántica controla qué grados de libertad están activos. El resultado se muestra en la [Figura 2.13](#). Tanto las energías rotacionales como las vibracionales están limitadas a valores discretos. Para temperaturas inferiores a unos 60 K, las energías de las moléculas de hidrógeno son demasiado bajas para que una colisión lleve el estado rotacional o el estado vibracional de una molécula de la energía más baja a la segunda más baja, por lo que la única forma de energía es la energía cinética traslacional, y  $d = 3$  o  $C_V = 3R/2$  como en un gas monoatómico. Por encima de esa temperatura, los dos grados de libertad rotacionales comienzan a aportar, es decir, algunas moléculas se excitan al estado rotacional con la segunda energía más baja (esta temperatura es mucho más baja que aquella a la que aportan las rotaciones de los gases monoatómicos porque las moléculas diatómicas tienen inercias rotacionales mucho más altas y, por tanto, energías rotacionales mucho más bajas). Desde la temperatura ambiente (un poco menos de 300 K) hasta alrededor de 600 K, los grados de libertad rotacionales están totalmente activos, pero los vibracionales no, y  $d = 5$ . Finalmente, por encima de alrededor de 3.000 K, los grados de libertad vibracionales están totalmente activos, y  $d = 7$  como predecía la teoría clásica.



**FIGURA 2.13** La capacidad calorífica molar del hidrógeno como una función de temperatura (en una escala logarítmica). Las tres “fases” o “mesetas” muestran diferentes números de grados de libertad que las energías típicas de las moléculas deben alcanzar para activarse. La energía cinética traslacional corresponde a tres grados de libertad, la rotacional a otros dos y la vibracional a otros dos.

Las moléculas poliatómicas suelen tener un grado de libertad rotacional adicional a temperatura ambiente, ya que tienen momentos de inercia comparables alrededor de cualquier eje. Así, a temperatura ambiente, tienen  $d = 6$ , y a alta temperatura,  $d = 8$ . Solemos suponer que los gases a temperatura ambiente tienen los valores teóricos de  $d$ .

Como se muestra en la [Tabla 2.3](#), los resultados concuerdan bien con los experimentos para muchos gases monoatómicos y diatómicos, pero la concordancia para los gases triatómicos es solo justa. Las diferencias

surgen de las interacciones que hemos ignorado entre y dentro de las moléculas.

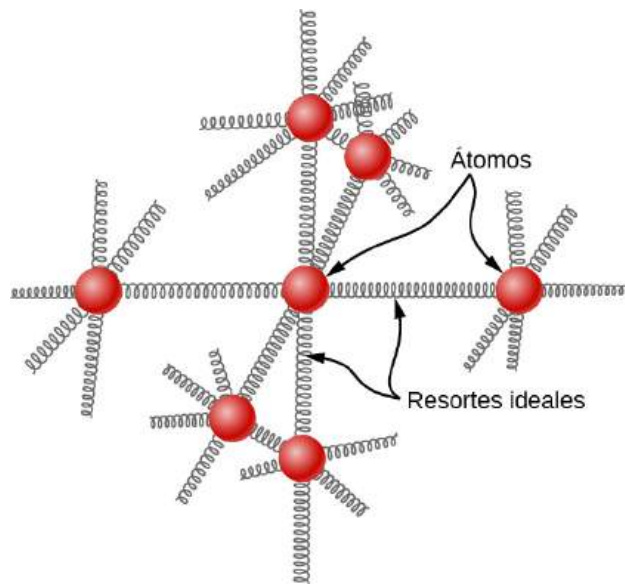
Gas	$C_V/R$ a 25 °C y 1 atm
Ar	1,50
He	1,50
Ne	1,50
CO	2,50
H <sub>2</sub>	2,47
N <sub>2</sub>	2,50
O <sub>2</sub>	2,53
F <sub>2</sub>	2,8
CO <sub>2</sub>	3,48
H <sub>2</sub> S	3,13
N <sub>2</sub> O	3,66

**TABLA 2.3**  $C_V/R$  para varios gases monoatómicos, diatómicos y triatómicos

¿Y qué pasa con la energía interna de los gases diatómicos y poliatómicos? Para esos gases,  $C_V$  es una función de temperatura ([Figura 2.13](#)), por lo que no tenemos el tipo de resultado simple que tenemos para gases ideales monoatómicos.

### Capacidad calorífica molar de elementos sólidos

La idea de equipartición conduce a una estimación de la capacidad calorífica molar de los elementos sólidos a temperaturas ordinarias. Podemos modelar los átomos de un sólido como si estuvieran unidos a los átomos vecinos mediante resortes ([Figura 2.14](#)).



**FIGURA 2.14** En un modelo sencillo de un elemento sólido, cada átomo está unido a otros por seis resortes, dos para cada movimiento posible:  $x$ ,  $y$  y  $z$ . Cada uno de los tres movimientos corresponde a dos grados de libertad, uno de energía cinética y otro de energía potencial. Así,  $d = 6$ .

De forma análoga a la discusión de la vibración en el módulo anterior, cada átomo tiene seis grados de libertad: uno cinético y uno potencial para cada una de las direcciones  $x$ ,  $y$  y  $z$ . En consecuencia, el calor específico molar de un metal debe ser  $3R$ . Este resultado, conocido como la Ley de Dulong y Petit, funciona bastante bien experimentalmente a temperatura ambiente (para cada elemento, falla a bajas temperaturas por razones de mecánica cuántica. Dado que los efectos cuánticos son especialmente importantes para partículas de baja masa, la Ley de Dulong y Petit ya falla a temperatura ambiente para algunos elementos ligeros, como el berilio y el carbono. También falla para algunos elementos más pesados por varias razones más allá de lo que podemos cubrir).



## ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

### Capacidad calorífica y equipartición

La estrategia para resolver estos problemas es la misma que la que vimos en la sección [Cambios de fase](#) para los efectos de la transferencia de calor. La única novedad es que debe determinar si el caso que acabamos de presentar —gases ideales a volumen constante— se aplica al problema (para los elementos sólidos, buscar la capacidad calorífica específica es, generalmente, mejor que estimarla a partir de la Ley de Dulong y Petit). En el caso de un gas ideal, determine el número  $d$  de grados de libertad a partir del número de átomos de la molécula del gas y utilícelo para calcular  $C_V$  (o use  $C_V$  para despejar  $d$ ).



## EJEMPLO 2.9

### Calcular la temperatura: calorimetría con un gas ideal

Un trozo de 300 g de galio sólido (un metal utilizado en dispositivos semiconductores) en su punto de fusión de solo  $30,0\text{ °C}$  está en contacto con 12,0 moles de aire (que se suponen diatómicos) a  $95,0\text{ °C}$  en un recipiente aislado. Cuando el aire alcanza el equilibrio con el galio, 202 g de galio se han fundido. Según estos datos, ¿cuál es el calor de fusión del galio? Suponga que el volumen del aire no cambia y que no hay otras transferencias de calor.

#### Estrategia

Usaremos la ecuación  $Q_{\text{caliente}} + Q_{\text{frío}} = 0$ . Como parte del galio no se funde, sabemos que la temperatura

final sigue siendo el punto de fusión. Entonces el único  $Q_{\text{caliente}}$  es el calor que se pierde al enfriar el aire,  $Q_{\text{caliente}} = n_{\text{aire}} C_V \Delta T$ , donde  $C_V = 5R/2$ . El único  $Q_{\text{frío}}$  es el calor de fusión latente del galio,  $Q_{\text{frío}} = m_{\text{Ga}} L_f$ . Es positivo porque el calor fluye hacia el galio.

### Solución

1. Plantee la ecuación:

$$n_{\text{aire}} C_V \Delta T + m_{\text{Ga}} L_f = 0.$$

2. Sustituya los valores conocidos y despeje:

$$(12,0 \text{ mol}) \left( \frac{5}{2} \right) \left( 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot ^\circ\text{C}} \right) (30,0 ^\circ\text{C} - 95,0 ^\circ\text{C}) + (0,202 \text{ kg}) L_f = 0.$$

Despejamos para hallar que el calor de fusión del galio es de 80,2 kJ/kg.

## 2.4 Distribución de las velocidades moleculares

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

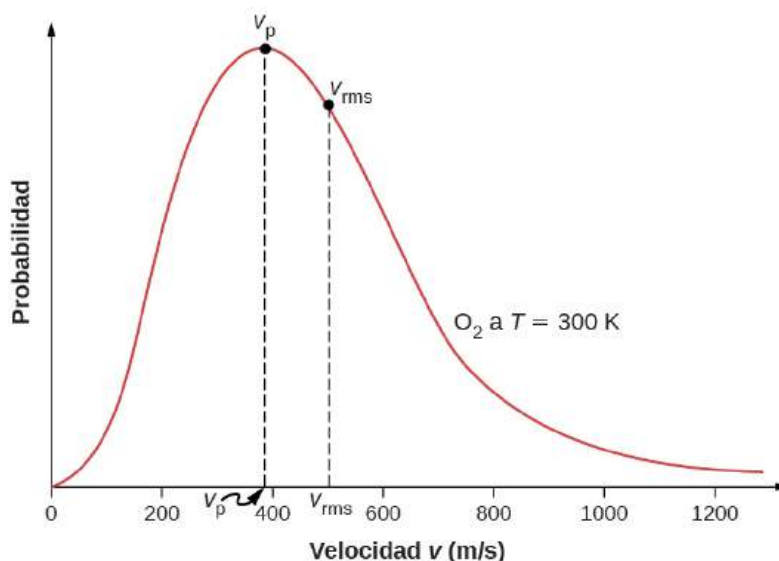
- Describir la distribución de las velocidades moleculares en un gas ideal.
- Calcular las velocidades moleculares medias y más probable en un gas ideal.

Las partículas de un gas ideal se desplazan todas a velocidades relativamente altas, pero no con la misma rapidez. La velocidad rms es un tipo de promedio, pero muchas partículas se mueven más rápido y otras más lento. La distribución real de las velocidades tiene varias implicaciones interesantes para otras áreas de la física, como veremos en capítulos posteriores.

### La distribución de Maxwell-Boltzmann

El movimiento de las moléculas en un gas es aleatorio en magnitud y dirección para moléculas individuales, pero un gas de muchas moléculas tiene una distribución predecible de velocidades moleculares. Esta distribución predecible de las velocidades moleculares se conoce como **distribución de Maxwell-Boltzmann**, en honor a sus creadores, que la calcularon basándose en la teoría cinética, y desde entonces se ha confirmado experimentalmente (Figura 2.15).

Para entender esta figura, debemos definir una función de distribución de las velocidades moleculares, ya que, con un número finito de moléculas, la probabilidad de que una molécula tenga exactamente una velocidad determinada es 0.



**FIGURA 2.15** La distribución de Maxwell-Boltzmann de velocidades moleculares en un gas ideal. La velocidad más

probable  $v_p$  es menor que la velocidad rms  $v_{\text{rms}}$ . Aunque es posible alcanzar velocidades muy altas, solo una pequeña fracción de las moléculas tiene velocidades de un orden de magnitud superior a  $v_{\text{rms}}$ .

Definimos la función de distribución  $f(v)$  diciendo que el número esperado  $N(v_1, v_2)$  de partículas con velocidades entre  $v_1$  y  $v_2$  viene dado por

$$N(v_1, v_2) = N \int_{v_1}^{v_2} f(v) dv.$$

(Como  $N$  es adimensional, la unidad de  $f(v)$  es el segundo por metro). Podemos escribir esta ecuación convenientemente en forma diferencial:

$$dN = N f(v) dv.$$

En esta forma, podemos entender la ecuación como que el número de moléculas con velocidades entre  $v$  y  $v + dv$  es el número total de moléculas de la muestra por  $f(v)$  por  $dv$ . Es decir, la probabilidad de que la velocidad de una molécula esté entre  $v$  y  $v + dv$  es  $f(v)dv$ .

Ahora podemos citar el resultado de Maxwell, aunque la demostración está fuera de nuestro alcance.

### Distribución de velocidades de Maxwell-Boltzmann

La función de distribución para las velocidades de las partículas en un gas ideal a temperatura  $T$  es

$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/(2k_B T)}. \quad 2.15$$

Los factores antes de la  $v^2$  son una constante de normalización; aseguran que  $N(0, \infty) = N$  asegurándose de que  $\int_0^{\infty} f(v) dv = 1$ . Centrémonos en la dependencia de  $v$ . El factor de  $v^2$  significa que  $f(0) = 0$  y para una  $v$  pequeña, la curva parece una parábola. El factor de  $e^{-m_0 v^2/2k_B T}$  significa que  $\lim_{v \rightarrow \infty} f(v) = 0$  y el gráfico tiene

una cola exponencial, lo que indica que unas pocas moléculas pueden moverse a varias veces la velocidad rms. La interacción de estos factores da a la función la forma de pico único que se muestra en la figura.



### EJEMPLO 2.10

#### Calcular la relación de números de moléculas cerca de velocidades dadas

En una muestra de nitrógeno ( $\text{N}_2$ , con una masa molar de 28,0 g/mol) a una temperatura de 273 °C, calcule la relación entre el número de moléculas con una velocidad muy cercana a 300 m/s y el número con una velocidad muy cercana a 100 m/s.

#### Estrategia

Como estamos viendo un rango pequeño, podemos aproximar el número de moléculas cerca de 100 m/s como  $dN_{100} = f(100 \text{ m/s}) dv$ . Entonces la relación que queremos es

$$\frac{dN_{300}}{dN_{100}} = \frac{f(300 \text{ m/s}) dv}{f(100 \text{ m/s}) dv} = \frac{f(300 \text{ m/s})}{f(100 \text{ m/s})}.$$

Todo lo que tenemos que hacer es tomar la relación de los dos valores de  $f$ .

#### Solución

1. Identifique los aspectos conocidos y conviértalos a unidades del SI de ser necesario.

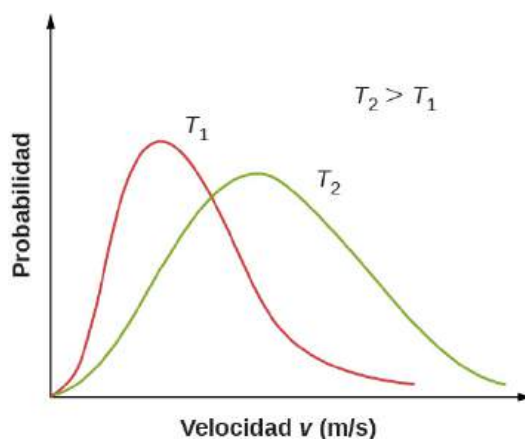
$$T = 300 \text{ K}, \quad k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$M = 0,0280 \text{ kg/mol así que } m = 4,65 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

2. Sustituya los valores y resuelva.

$$\begin{aligned} \frac{f(300 \text{ m/s})}{f(100 \text{ m/s})} &= \frac{\frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2k_B T} \right)^{3/2} (300 \text{ m/s})^2 \exp[-m(300 \text{ m/s})^2/2k_B T]}{\frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2k_B T} \right)^{3/2} (100 \text{ m/s})^2 \exp[-m(100 \text{ m/s})^2/2k_B T]} \\ &= \frac{(300 \text{ m/s})^2 \exp[-(4,65 \times 10^{-26} \text{ kg})(300 \text{ m/s})^2/2(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(300 \text{ K})]}{(100 \text{ m/s})^2 \exp[-(4,65 \times 10^{-26} \text{ kg})(100 \text{ m/s})^2/2(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(300 \text{ K})]} \\ &= 3^2 \exp \left[ -\frac{(4,65 \times 10^{-26} \text{ kg})[(300 \text{ m/s})^2 - (100 \text{ m/s})^2]}{2(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(300 \text{ K})} \right] \\ &= 5,74 \end{aligned}$$

En la [Figura 2.16](#) se muestra que la curva se desplaza hacia velocidades más altas a temperaturas más elevadas, con un rango de velocidades más amplio.



**FIGURA 2.16** La distribución de Maxwell-Boltzmann se desplaza a velocidades más altas y se ensancha a temperaturas más altas.

### INTERACTIVO

Con un número relativamente pequeño de moléculas, la distribución de velocidades fluctúa en torno a la distribución de Maxwell-Boltzmann. Sin embargo, puede observar esta [simulación \(https://openstax.org/l/21maxboltzdisim\)](https://openstax.org/l/21maxboltzdisim) para ver las características esenciales de que las moléculas más masivas se mueven más lentamente y tienen una distribución más estrecha. Use la configuración “2 gases, velocidades aleatorias”. Fíjese en la pantalla de la parte inferior que compara histogramas de las distribuciones de velocidad con las curvas teóricas.

Podemos utilizar una distribución de probabilidad para calcular los valores medios al multiplicar la función de distribución por la cantidad media e integrar el producto sobre todas las velocidades posibles (esto es análogo al cálculo de medias de distribuciones discretas, donde se multiplica cada valor por el número de veces que se produce, se suman los resultados y se dividen entre el número de valores. La integral es análoga a los dos primeros pasos, y la normalización es análoga a dividir entre el número de valores). Así, la velocidad media es

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v f(v) dv = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{RT}{M}}. \quad 2.16$$

De la misma manera,

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\int_0^{\infty} v^2 f(v) dv} = \sqrt{\frac{3k_{\text{B}}T}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

como en la sección [Presión, temperatura y velocidad media cuadrática \(rms\)](#). La **rapidez más probable**, también llamada **velocidad máxima**  $v_p$ , es la velocidad en el pico de la distribución de la velocidad (en estadística se llamaría la moda). Es menor que la velocidad  $v_{\text{rms}}$ . La rapidez más probable se puede calcular por el método más conocido de establecer la derivada de la función de distribución, con respecto a  $v$ , igual a 0. El resultado es

$$v_p = \sqrt{\frac{2k_{\text{B}}T}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, \quad 2.17$$

que es menor que  $v_{\text{rms}}$ . De hecho, la velocidad rms es mayor que la rapidez más probable y la rapidez media.

La velocidad máxima proporciona una forma a veces más conveniente de escribir la función de distribución de Maxwell-Boltzmann:

$$f(v) = \frac{4v^2}{\sqrt{\pi}v_p^3} e^{-v^2/v_p^2} \quad 2.18$$

En el factor  $e^{-mv^2/2k_{\text{B}}T}$ , es fácil reconocer la energía cinética traslacional. Por lo tanto, esa expresión es igual a  $e^{-K/k_{\text{B}}T}$ . La distribución  $f(v)$  se puede transformar en una distribución de energía cinética al requerir que  $f(K)dK = f(v)dv$ . Boltzmann demostró que la fórmula resultante es mucho más aplicable en general si sustituimos la energía cinética de traslación por la energía mecánica total  $E$ . El resultado de Boltzmann es

$$f(E) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (k_{\text{B}}T)^{-3/2} \sqrt{E} e^{-E/k_{\text{B}}T} = \frac{2}{\sqrt{\pi} (k_{\text{B}}T)^{3/2}} \frac{\sqrt{E}}{e^{E/k_{\text{B}}T}}$$

La primera parte de esta ecuación, con el exponencial negativo, es la forma habitual de escribirla. Damos la segunda parte solo para comentar que  $e^{E/k_{\text{B}}T}$  en el denominador es omnipresente tanto en la mecánica estadística cuántica como en la clásica.



## ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

### Distribución de rapidez

**Paso 1.** Examine la situación para determinar que se relaciona con la distribución de las velocidades moleculares.

**Paso 2.** Haga una lista de las cantidades que se dan o pueden deducirse del problema tal y como está planteado (identifique las cantidades conocidas).

**Paso 3.** Identifique exactamente lo que hay que determinar en el problema (identifique las cantidades desconocidas). Una lista escrita es útil.

**Paso 4.** Convierta los valores conocidos en unidades adecuadas del SI (K para temperatura, Pa para presión,  $\text{m}^3$  para volumen, moléculas para  $N$  y moles para  $n$ ). Sin embargo, en muchos casos, usar  $R$  y la masa molar será más conveniente que usar  $k_{\text{B}}$  y la masa molecular.

**Paso 5.** Determine si necesita la función de distribución de la velocidad o la de la energía, y si usa una fórmula para una de las velocidades características (media, más probable o rms), halle una relación de valores de la función de distribución, o aproxime una integral.

**Paso 6.** Despeje la ecuación apropiada de la ley de los gases ideales para la cantidad a determinar (la cantidad desconocida). Note que si está tomando una relación de valores de la función de distribución, los factores de normalización se dividen. O si se trata de aproximar una integral, use el método que se pide en el problema.

**Paso 7.** Sustituya las cantidades conocidas, junto con sus unidades, en la ecuación apropiada y obtenga soluciones numéricas completas con unidades.

---

Ahora podemos comprender cualitativamente un enigma sobre la composición de la atmósfera terrestre. El hidrógeno es, por mucho, el elemento más común del universo, y el helio es, por mucho, el segundo más común. Además, el helio se produce constantemente en la Tierra por decaimiento radiactivo. ¿Por qué esos elementos son tan poco comunes en nuestra atmósfera? La respuesta es que las moléculas de gas que alcanzan velocidades superiores a la velocidad de escape de la Tierra, unos 11 km/s, pueden escapar de la atmósfera al espacio. Debido a la menor masa de las moléculas de hidrógeno y helio, se mueven a mayor velocidad que las moléculas de otros gases, como el nitrógeno y el oxígeno. Solo unas pocas superan la velocidad de escape, pero muchas menos moléculas más pesadas lo hacen. Así, a lo largo de los miles de millones de años que ha existido la Tierra, se han escapado de la atmósfera muchas más moléculas de hidrógeno y helio que de otras moléculas, y en la actualidad apenas hay ninguna de ellas.

Ahora también podemos echar un vistazo a la refrigeración por evaporación, de la que hablamos en el capítulo sobre la temperatura y el calor. Los líquidos, como los gases, tienen una distribución de energías moleculares. Las moléculas de mayor energía son las que pueden escapar de las atracciones intermoleculares del líquido. Así, cuando un líquido se evapora, las moléculas que quedan tienen una energía promedio más baja, y el líquido tiene una temperatura más baja.



## Revisión Del Capítulo

### Términos Clave

**constante de Boltzmann**  $k_B$ , una constante física que relaciona energía con temperatura y que aparece en la ley de los gases ideales  
 $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$

**constante universal de los gases**  $R$ , la constante que aparece en la ley de los gases ideales expresada en términos de moles, dada por  
 $R = N_A k_B$

**diagrama  $pV$**  gráfico de presión vs. volumen

**distribución de Maxwell-Boltzmann** función que se puede integrar para obtener la probabilidad de calcular moléculas de gas ideal con velocidades en el rango entre los límites de integración

**ecuación de estado de van der Waals** ecuación, normalmente aproximada, que relaciona la presión y el volumen de un gas con el número de moléculas de gas o el número de moles de gas y la temperatura del gas

**energía interna** suma de las energías mecánicas de todas las moléculas que lo componen

**gas ideal** gas en el límite de baja densidad y alta temperatura

**grado de libertad** tipo de movimiento independiente que posee energía, como la energía cinética del movimiento en una de las tres direcciones espaciales ortogonales

**ley de los gases ideales** ley física que relaciona la presión y el volumen de un gas, lejos de la licuefacción, con el número de moléculas de gas o el número de moles de gas y la temperatura del gas

**ley de presiones parciales de Dalton** ley física que establece que la presión total de un gas es la suma de las presiones parciales de los gases componentes

**mol** cantidad de una sustancia cuya masa (en gramos) es igual a su masa molecular

**número de Avogadro**  $N_A$ , el número de moléculas en un mol de una sustancia;  $N_A = 6,02 \times 10^{23}$  partículas/mol

**presión de vapor** presión parcial de un vapor que está en equilibrio con la fase líquida (o sólida, en el caso de la sublimación) de la misma sustancia

**presión parcial** presión que crearía un gas si ocupara el volumen total del espacio disponible

**rapidez más probable** velocidad cerca de la cual se encuentran las velocidades de la mayoría de las moléculas, el pico de la función de distribución de la velocidad

**supercrítico** condición de un fluido que se encuentra a una temperatura y presión tan altas que la fase líquida no puede existir

**temperatura crítica**  $T_c$  en la que la isoterma tiene un punto con pendiente cero

**teorema de equipartición** teorema que indica que la energía de un sistema termodinámico clásico se reparte por igual entre sus grados de libertad

**teoría cinética de los gases** teoría que deduce las propiedades macroscópicas de los gases a partir del movimiento de las moléculas que los componen

**tiempo libre medio** tiempo promedio entre colisiones de una partícula

**trayectoria libre media** distancia promedio entre colisiones de una partícula

**velocidad máxima** lo mismo que la “rapidez más probable”

**velocidad media cuadrática (rms)** raíz cuadrada del promedio del cuadrado (de una cantidad)

### Ecuaciones Clave

Ley de los gases ideales en términos de moléculas

$$pV = Nk_B T$$

Relaciones de la ley de los gases ideales si la cantidad de gas es constante

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Ley de los gases ideales en términos de moles

$$pV = nRT$$

Ecuación de van der Waals

$$\left[ p + a \left( \frac{n}{V} \right)^2 \right] (V - nb) = nRT$$

Presión, volumen y velocidad molecular

$$pV = \frac{1}{3} N m \overline{v^2}$$

Velocidad media cuadrática

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3k_{\text{B}}T}{m}}$$

Trayectoria libre media

$$\lambda = \frac{V}{4\sqrt{2}\pi r^2 N} = \frac{k_{\text{B}}T}{4\sqrt{2}\pi r^2 p}$$

Tiempo libre medio

$$\tau = \frac{k_{\text{B}}T}{4\sqrt{2}\pi r^2 p v_{\text{rms}}}$$

Las dos ecuaciones siguientes solo se aplican a un gas ideal monoatómico:

Energía cinética promedio de una molécula

$$\bar{K} = \frac{3}{2}k_{\text{B}}T$$

Energía interna

$$E_{\text{int}} = \frac{3}{2}Nk_{\text{B}}T.$$

Calor en términos de capacidad calorífica molar a volumen constante

$$Q = nC_V \Delta T$$

Capacidad calorífica molar a volumen constante para un gas ideal con  $d$  grados de libertad

$$C_V = \frac{d}{2}R$$

Distribución de velocidad de Maxwell-Boltzmann

$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2k_{\text{B}}T} \right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2k_{\text{B}}T}$$

Velocidad media de una molécula

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{k_{\text{B}}T}{m}} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{RT}{M}}$$

Velocidad máxima de una molécula

$$v_p = \sqrt{\frac{2k_{\text{B}}T}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$$

## Resumen

### 2.1 Modelo molecular de un gas ideal

- La ley de los gases ideales relaciona la presión y el volumen de un gas con el número de moléculas del gas y su temperatura.
- Un mol de cualquier sustancia tiene un número de moléculas igual al número de átomos de una muestra de 12 g de carbono-12. El número de moléculas en un mol se llama número de Avogadro  $N_{\text{A}}$ ,

$$N_{\text{A}} = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}.$$

- Un mol de cualquier sustancia tiene una masa en gramos numéricamente igual a su masa molecular en unidades de masa unificada, la cual se puede determinar a partir de la tabla periódica de elementos. La ley de los gases ideales también se puede escribir y despejar en términos del número de moles del gas:

$$pV = nRT,$$

donde  $n$  es el número de moles y  $R$  es la constante universal de los gases,

$$R = 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}.$$

- La ley de los gases ideales suele ser válida a temperaturas muy superiores a la de ebullición.
- La ecuación de estado de van der Waals para los gases es válida más cerca del punto de ebullición que la ley de los gases ideales.
- Por encima de la temperatura y la presión críticas para una sustancia determinada, la fase líquida no existe y la muestra es “supercrítica”.

### 2.2 Presión, temperatura y velocidad media cuadrática (rms)

- La teoría cinética es la descripción atómica de los gases, así como de los líquidos y los sólidos. Modela las propiedades de la materia en términos de movimiento aleatorio continuo de

las moléculas.

- La ley de los gases ideales se puede expresar en términos de la masa de las moléculas del gas y  $\overline{v^2}$ , el promedio de la velocidad molecular al cuadrado, en vez de la temperatura.
- La temperatura de los gases es proporcional a la energía cinética traslacional promedio de las moléculas. Por lo tanto, la velocidad típica de las moléculas de gas  $v_{\text{rms}}$  es proporcional a la raíz cuadrada de la temperatura e inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la masa molecular.
- En una mezcla de gases cada gas ejerce una presión igual a la presión total por la fracción de la mezcla que el gas constituye.
- La trayectoria libre media (la distancia promedio entre colisiones) y el tiempo libre medio de las moléculas de gas son proporcionales a la temperatura e inversamente proporcionales a la densidad molar y al área de la sección transversal de las moléculas.

### 2.3 Capacidad calorífica y equipartición de energía

- Cada grado de libertad de un gas ideal aporta  $\frac{1}{2}k_{\text{B}}T$  por átomo o molécula a sus cambios de

## Preguntas Conceptuales

### 2.1 Modelo molecular de un gas ideal

1. Dos moléculas  $\text{H}_2$  pueden reaccionar con una molécula  $\text{O}_2$  para producir dos moléculas  $\text{H}_2\text{O}$ . ¿Cuántos moles de moléculas de hidrógeno se necesitan para reaccionar con un mol de moléculas de oxígeno?
2. ¿En qué circunstancias esperarías que un gas se comportara de forma significativamente diferente a la predicha por la ley de los gases ideales?
3. Un termómetro de gas a volumen constante contiene una cantidad fija de gas. ¿Qué propiedad del gas se mide para indicar su temperatura?
4. Infle un globo a temperatura ambiente. Deje el globo inflado en el refrigerador durante toda la noche. ¿Qué pasa con el globo y por qué?
5. En el capítulo anterior se explicó la convección libre como consecuencia de fuerzas de flotación sobre fluidos calientes. Explique el movimiento ascendente del aire en las llamas basándose en la ley de los gases ideales.

energía interna.

- Cada grado de libertad aporta  $\frac{1}{2}R$  a su capacidad calorífica molar a volumen constante  $C_V$ .
- Los grados de libertad no aportan si la temperatura es demasiado baja para excitar la energía mínima del grado de libertad según lo que indica la mecánica cuántica. Por lo tanto, a temperaturas ordinarias,  $d = 3$  para gases monoatómicos,  $d = 5$  para gases diatómicos y  $d \approx 6$  para gases poliatómicos.

### 2.4 Distribución de las velocidades moleculares

- El movimiento de las moléculas individuales en un gas es aleatorio en magnitud y dirección. Sin embargo, un gas de muchas moléculas tiene una distribución predecible de velocidades moleculares, conocida como la distribución de Maxwell-Boltzmann.
- Las velocidades media y más probable de las moléculas que tienen la distribución de velocidad de Maxwell-Boltzmann, así como la velocidad rms, se pueden calcular a partir de la temperatura y la masa molecular.

### 2.2 Presión, temperatura y velocidad media cuadrática (rms)

6. ¿Cómo se relaciona el momento con la presión ejercida por un gas? Explique a nivel molecular y considere el comportamiento de las moléculas.
7. Si un tipo de molécula tiene el doble de radio que otra y ocho veces más masa, ¿cómo se comparan sus trayectorias libres medias en las mismas condiciones? ¿Cómo se comparan sus tiempos libres medios?
8. ¿Cuál es la *velocidad* media de las moléculas de aire en la habitación en la que se encuentra en este momento?
9. ¿Por qué las atmósferas de Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno, planetas mucho más masivos y alejados del Sol que la Tierra, contienen grandes cantidades de hidrógeno y helio?
10. La mecánica estadística dice que en un gas que se mantiene a una temperatura constante mediante el contacto térmico con un sistema mayor (un “depósito”) a esa temperatura, las fluctuaciones de la energía interna suelen ser una fracción  $1/\sqrt{N}$  de la energía interna. Como fracción de la energía interna total de un mol de

gas, ¿qué magnitud tienen las fluctuaciones de la energía interna? ¿Está justificado que los ignoremos?

11. ¿Qué es más peligroso, un armario donde se almacenan tanques de nitrógeno o uno donde se almacenan tanques de dióxido de carbono?

### 2.3 Capacidad calorífica y equipartición de energía

12. Experimentalmente, parece que los grados de libertad vibracionales de muchas moléculas poliatómicas pueden aportar en cierta medida a su energía a temperatura ambiente. ¿Esperaría que ese hecho aumentara o disminuyera su capacidad calorífica a partir del valor  $R$ ? Explique.
13. Se podría pensar que la energía interna de los gases diatómicos viene dada por  $E_{\text{int}} = 5RT/2$ . ¿Los gases diatómicos cercanos a la temperatura ambiente tienen más o menos energía interna que esta? *Pista:* Su energía interna incluye la energía total añadida al elevar la temperatura desde el punto de ebullición (muy bajo) hasta la temperatura ambiente.
14. Se mezclan 5 moles de  $\text{H}_2$  a 300 K con 5 moles

de He a 360 K en un calorímetro perfectamente aislado. ¿La temperatura final es superior o inferior a 330 K?

### 2.4 Distribución de las velocidades moleculares

15. Un cilindro contiene gas helio y otro contiene gas criptón a la misma temperatura. Marque cada uno de estos enunciados como verdadero, falso o imposible de determinar a partir de la información dada. (a) Las velocidades rms de los átomos en los dos gases son las mismas. (b) Las energías cinéticas promedio de los átomos en los dos gases son las mismas. (c) Las energías internas de 1 mol de gas en cada cilindro son las mismas. (d) Las presiones en los dos cilindros son las mismas.
16. Repita la pregunta anterior si uno de los gases sigue siendo helio pero el otro se cambia por flúor,  $\text{F}_2$ .
17. Un gas ideal está a una temperatura de 300 K. Para duplicar la rapidez media de sus moléculas, ¿a qué temperatura hay que cambiar?

## Problemas

### 2.1 Modelo molecular de un gas ideal

18. La presión manométrica de los neumáticos de su automóvil es  $2,50 \times 10^5 \text{ N/m}^2$  a una temperatura de  $35,0^\circ\text{C}$  cuando lo mete en un barco en Los Ángeles para que lo envíen a Alaska. ¿Cuál es su presión manométrica en una noche en Alaska cuando su temperatura ha bajado a  $-40,0^\circ\text{C}$ ? Suponga que los neumáticos no han ganado ni perdido aire.
19. Suponga que una bombilla incandescente llena de gas se fabrica de manera que el gas de su interior está a presión atmosférica cuando la bombilla tiene una temperatura de  $20,0^\circ\text{C}$ . (a) Calcule la presión manométrica dentro de dicha bombilla cuando está caliente, suponiendo que su temperatura promedio es  $60,0^\circ\text{C}$  (una aproximación) y desestime cualquier cambio de volumen debido a dilatación térmica o a fugas de gas. (b) La presión final real de la bombilla será menor que la calculada en la parte (a) porque el vidrio de la bombilla se expandirá. ¿Este efecto es significativo?
20. Las personas que compran alimentos en bolsas selladas en zonas altas suelen notar que las bolsas están hinchadas porque el aire de su

interior se ha expandido. Una bolsa de pretzels se envasó a una presión de 1,00 atm y a una temperatura de  $22,0^\circ\text{C}$ . Cuando se abrió en un pícnic de verano en Santa Fe, Nuevo México, a una temperatura de  $32,0^\circ\text{C}$ , el volumen del aire en la bolsa es 1,38 veces su volumen original. ¿Cuál es la presión del aire?

21. ¿Cuántos moles hay en (a) 0,0500 g de  $\text{N}_2$  gas ( $M = 28,0 \text{ g/mol}$ )? b) 10,0 g de  $\text{CO}_2$  gas ( $M = 44,0 \text{ g/mol}$ )? (c) ¿Cuántas moléculas hay en cada caso?
22. Un recipiente cúbico de volumen 2,00 L contiene 0,500 mol de gas nitrógeno a una temperatura de  $25,0^\circ\text{C}$ . ¿Cuál es la fuerza neta debido al nitrógeno sobre una de las paredes del recipiente? Compare esa fuerza con el peso de la muestra.
23. Calcule el número de moles en el volumen de aire de 2,00 L de los pulmones de una persona promedio. Tome en cuenta que el aire está a  $37,0^\circ\text{C}$  (temperatura corporal) y que el volumen total en los pulmones es varias veces superior a la cantidad inhalada en una respiración típica, como se indica en el [Ejemplo 2.2](#).
24. Un pasajero de avión tiene  $100 \text{ cm}^3$  de aire en

- su estómago justo antes de que el avión despegue de un aeropuerto a nivel del mar. ¿Qué volumen tendrá el aire a la altitud de crucero si la presión de la cabina baja a  $7,50 \times 10^4 \text{ N/m}^2$ ?
- 25.** Una compañía anuncia que suministra helio a una presión manométrica de  $1,72 \times 10^7 \text{ Pa}$  en un cilindro de volumen 43,8 L. ¿Cuántos globos se pueden inflar hasta un volumen de 4,00 L con esa cantidad de helio? Suponga que la presión dentro de los globos es  $1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$  y la temperatura en el cilindro y los globos es  $25,0^\circ\text{C}$ .
- 26.** Según <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/solar/venusenv.html>, la atmósfera de Venus está compuesta de, aproximadamente, 96,5%  $\text{CO}_2$  y 3,5%  $\text{N}_2$  por volumen. En la superficie, donde la temperatura es de unos 750 K y la presión es de unas 90 atm, ¿cuál es la densidad de la atmósfera?
- 27.** Un sistema de vacío costoso puede alcanzar una presión tan baja como  $1,00 \times 10^{-7} \text{ N/m}^2$  a  $20,0^\circ\text{C}$ . ¿Cuántas moléculas hay en un centímetro cúbico a esta presión y temperatura?
- 28.** La densidad numérica  $N/V$  de las moléculas de gas en un lugar determinado del espacio sobre nuestro planeta es de, aproximadamente,  $1,00 \times 10^{11} \text{ m}^{-3}$ , y la presión es  $2,75 \times 10^{-10} \text{ N/m}^2$  en este espacio. ¿Cuál es la temperatura allí?
- 29.** Un neumático de bicicleta contiene 2,00 L de gas a una presión absoluta de  $7,00 \times 10^5 \text{ N/m}^2$  y una temperatura de  $18,0^\circ\text{C}$ . ¿Cuál será su presión si se deja salir una cantidad de aire que tiene un volumen de  $100 \text{ cm}^3$  a presión atmosférica? Suponga que la temperatura y el volumen del neumático permanecen constantes.
- 30.** En una demostración común, se calienta una botella y se tapa con un huevo sancochado que es un poco más grande que el cuello de la botella. Cuando la botella se enfría, la diferencia de presión entre el interior y el exterior fuerza al huevo a entrar en la botella. Suponga que la botella tiene un volumen de 0,500 L y la temperatura en su interior se eleva a  $80,0^\circ\text{C}$  mientras la presión se mantiene constante en 1,00 atm porque la botella está abierta. (a) ¿Cuántos moles de aire hay dentro? (b) Ahora se coloca el huevo y sella la botella. ¿Cuál es la presión manométrica en el interior después de que el aire se enfríe de nuevo a la temperatura ambiente de  $25^\circ\text{C}$  pero antes de forzar el huevo en la botella?
- 31.** Un cilindro de gas de alta presión contiene 50,0 L de gas tóxico a una presión de  $1,40 \times 10^7 \text{ N/m}^2$  y una temperatura de  $25,0^\circ\text{C}$ . El cilindro se enfría a la temperatura del hielo seco ( $-78,5^\circ\text{C}$ ) para reducir la tasa de fuga y la presión de modo que se pueda reparar con seguridad. (a) ¿Cuál es la presión final en el tanque, suponiendo que una cantidad insignificante de gas se escapa mientras se enfría y que no hay cambio de fase? (b) ¿Cuál es la presión final si se escapa una décima parte del gas? (c) ¿A qué temperatura se debe enfriar el tanque para reducir la presión a 1,00 atm (suponga que el gas no cambia de fase y que no hay fugas durante el enfriamiento)? (d) ¿Parece que enfriar el tanque como en la parte (c) es una solución práctica?
- 32.** Calcule el número de moles en 2,00 L de gas a  $35,0^\circ\text{C}$  y con  $7,41 \times 10^7 \text{ N/m}^2$  de presión.
- 33.** Calcule la profundidad a la que el número de Avogadro de pelotas de tenis de mesa cubriría la Tierra. Cada pelota tiene un diámetro de 3,75 cm. Suponga que el espacio entre las pelotas añade un 25,0% a su volumen y asuma que no son aplastadas por su propio peso.
- 34.** (a) ¿Cuál es la presión manométrica en un neumático de automóvil a  $25,0^\circ\text{C}$  que contiene 3,60 mol de gas en un volumen de 30,0 L? (b) ¿Cuál será su presión manométrica si se añade 1,00 L de gas originalmente a presión atmosférica y  $25,0^\circ\text{C}$ ? Suponga que la temperatura se mantiene en  $25,0^\circ\text{C}$  y el volumen se mantiene constante.

## 2.2 Presión, temperatura y velocidad media cuadrática (rms)

En los problemas de esta sección suponga que todos los gases son ideales.

- 35.** Una persona golpea una pelota de tenis con una masa de 0,058 kg contra una pared. El componente promedio de la velocidad de la pelota perpendicular a la pared es de 11 m/s, la pelota golpea la pared cada 2,1 s en promedio y rebota con el componente perpendicular opuesto de la velocidad. (a) ¿Cuál es la fuerza promedio ejercida sobre la pared? (b) Si la parte de la pared que golpea la persona tiene un área de  $3,0 \text{ m}^2$ , ¿cuál es la presión promedio en esa área?
- 36.** Una persona se encuentra en una habitación

- cerrada (una pista de ráquetbol) con  $V = 453 \text{ m}^3$  y está golpeando una pelota ( $m = 42,0 \text{ g}$ ) al azar y sin pausas. La energía cinética promedio de la pelota es de  $2,30 \text{ J}$ . (a) ¿Cuál es el valor promedio de  $v_x^2$ ? ¿Importa la dirección que se tome como  $x$ ? (b) Al aplicar los métodos de este capítulo, halle la presión promedio en las paredes. (c) Aparte de la presencia de una sola “molécula” en este problema, ¿cuál es la principal suposición de la sección [Presión, temperatura y velocidad media cuadrática \(rms\)](#) que no se aplica aquí?
37. Cinco ciclistas circulan a las siguientes velocidades:  $5,4 \text{ m/s}$ ;  $5,7 \text{ m/s}$ ;  $5,8 \text{ m/s}$ ;  $6,0 \text{ m/s}$  y  $6,5 \text{ m/s}$ . (a) ¿Cuál es su rapidez media? (b) ¿Cuál es su velocidad rms?
  38. Algunas bombillas incandescentes están llenas de gas argón. ¿Cuál es la  $v_{\text{rms}}$  para los átomos de argón cerca del filamento, suponiendo que su temperatura es de  $2.500 \text{ K}$ ?
  39. Velocidades moleculares típicas ( $v_{\text{rms}}$ ) son grandes, incluso a bajas temperaturas. ¿Cuál es la  $v_{\text{rms}}$  para átomos de helio a  $5,00 \text{ K}$ , menos de un grado por encima de la temperatura de licuefacción del helio?
  40. ¿Cuál es la energía cinética promedio en julios de los átomos de hidrógeno a los  $5.500 \text{ }^\circ\text{C}$  en la superficie del Sol? (b) ¿Cuál es la energía cinética promedio de los átomos de helio en una región de la corona solar donde la temperatura es  $6,00 \times 10^5 \text{ K}$ ?
  41. ¿Cuál es la relación entre la energía cinética traslacional promedio de una molécula de nitrógeno a una temperatura de  $300 \text{ K}$  y la energía potencial gravitacional de un sistema nitrógeno-molécula-Tierra en el techo de una habitación de  $3 \text{ m}$  de altura con respecto al mismo sistema con la molécula en el suelo?
  42. ¿Cuál es la energía cinética traslacional total de las moléculas de aire en una habitación de volumen  $23 \text{ m}^3$  si la presión es  $9,5 \times 10^4 \text{ Pa}$  (la habitación está a bastante elevación) y la temperatura es  $21 \text{ }^\circ\text{C}$ ? ¿Hay algún dato innecesario para la solución?
  43. El producto de la presión y el volumen de una muestra de gas hidrógeno a  $0,00 \text{ }^\circ\text{C}$  es de  $80,0 \text{ J}$ . (a) ¿Cuántos moles de hidrógeno hay? (b) ¿Cuál es la energía cinética traslacional promedio de las moléculas de hidrógeno? (c) ¿Cuál es el valor del producto de presión y volumen a  $200 \text{ }^\circ\text{C}$ ?
  44. ¿Cuál es la presión manométrica dentro de un tanque de  $4,86 \times 10^4 \text{ mol}$  de nitrógeno comprimido con un volumen de  $6,56 \text{ m}^3$  si la velocidad rms es de  $514 \text{ m/s}$ ?
  45. Si la velocidad rms de las moléculas de oxígeno dentro de un refrigerador con un volumen de  $22,0 \text{ ft}^3$  es de  $465 \text{ m/s}$ , ¿cuál es la presión parcial del oxígeno? Hay  $5,71$  moles de oxígeno en el refrigerador, y la masa molar del oxígeno es de  $32,0 \text{ g/mol}$ .
  46. La velocidad de escape de cualquier objeto desde la Tierra es de  $11,1 \text{ km/s}$ . ¿A qué temperatura las moléculas de oxígeno (cuya masa molar es igual a  $32,0 \text{ g/mol}$ ) tendrían una velocidad media cuadrática  $v_{\text{rms}}$  igual a la velocidad de escape de la Tierra de  $11,1 \text{ km/s}$ ?
  47. La velocidad de escape de la Luna es mucho menor que la de la Tierra, solo  $2,38 \text{ km/s}$ . ¿A qué temperatura las moléculas de hidrógeno (cuya masa molar es igual a  $2,016 \text{ g/mol}$ ) tendrían una velocidad media cuadrática  $v_{\text{rms}}$  igual a la velocidad de escape de la Luna?
  48. Fusión nuclear, fuente de energía del Sol, bombas de hidrógeno y reactores de fusión se producen mucho más fácilmente cuando la energía cinética promedio de los átomos es alta, es decir, a altas temperaturas. Suponga que quiere que los átomos de su experimento de fusión tengan energías cinéticas promedio de  $6,40 \times 10^{-14} \text{ J}$ . ¿Qué temperatura se necesita?
  49. Suponga que la velocidad típica ( $v_{\text{rms}}$ ) de moléculas de dióxido de carbono (cuya masa molar es de  $44,0 \text{ g/mol}$ ) en una llama es de  $1.350 \text{ m/s}$ . ¿Qué temperatura indica esto?
  50. (a) Las moléculas de hidrógeno (cuya masa molar es igual a  $2,016 \text{ g/mol}$ ) tienen  $v_{\text{rms}}$  igual a  $193 \text{ m/s}$ . ¿Cuál es la temperatura? (b) Gran parte del gas cercano al Sol es hidrógeno atómico (H en vez de  $\text{H}_2$ ). Su temperatura tendría que ser  $1,5 \times 10^7 \text{ K}$  para la velocidad rms  $v_{\text{rms}}$  para igualar la velocidad de escape del Sol. ¿Cuál es esa velocidad?
  51. Hay dos isótopos importantes de uranio,  $^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}$ ; estos isótopos son casi idénticos químicamente, pero tienen masas atómicas diferentes. Solo  $^{235}\text{U}$  es muy útil en reactores nucleares. La separación de los isótopos se denomina enriquecimiento de uranio (y suele ser noticia a partir de esto debido a la preocupación de que algunos países estén enriqueciendo uranio con la meta de fabricar armas nucleares). Una de las técnicas de enriquecimiento, la difusión gaseosa, se basa en las diferentes velocidades moleculares del gas hexafluoruro de uranio,  $\text{UF}_6$ . (a) Las masas molares de  $^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}$  son  $349,0 \text{ g/mol}$  y

- 352,0 g/mol, respectivamente. ¿Cuál es la relación de sus velocidades típicas  $v_{\text{rms}}$ ? (b) ¿A qué temperatura diferirían sus velocidades típicas en 1,00 m/s? (c) ¿Sus respuestas en este problema implican que esta técnica puede ser difícil?
- 52.** La presión parcial de dióxido de carbono en los pulmones es de 470 Pa, aproximadamente, cuando la presión total en los pulmones es de 1,0 atm. ¿Qué porcentaje de las moléculas de aire en los pulmones es dióxido de carbono? Compare su respuesta con el porcentaje de dióxido de carbono en la atmósfera, alrededor del 0,033 %.
- 53.** El aire seco se compone de aproximadamente 78% nitrógeno, 21% oxígeno, y 1% argón por mol, con trazas de otros gases. Un tanque de aire seco comprimido tiene un volumen de 1,76 pies cúbicos a una presión manométrica de 2.200 libras por pulgada cuadrada y una temperatura de 293 K. ¿Cuánto oxígeno contiene en moles?
- 54.** (a) Con los datos del problema anterior calcule la masa de nitrógeno, oxígeno y argón en 1 mol de aire seco. La masa molar de  $\text{N}_2$  es de 28,0 g/mol, la de  $\text{O}_2$  es de 32,0 g/mol y la del argón es de 39,9 g/mol. (b) El aire seco se mezcla con pentano ( $\text{C}_5\text{H}_{12}$ , masa molar 72,2 g/mol), un importante constituyente de la gasolina, en una relación aire-combustible de 15:1 en masa (aproximadamente la típica de los motores de los automóviles). Calcule la presión parcial del pentano en esta mezcla a una presión global de 1,00 atm.
- 55.** (a) Dado que el aire es 21% oxígeno, calcule la presión atmosférica mínima que da una presión parcial de oxígeno relativamente segura de 0,16 atm. (b) ¿Cuál es la presión mínima que da una presión parcial de oxígeno por encima del nivel rápidamente mortal de 0,06 atm? (c) La presión atmosférica en la cumbre del monte Everest (8.848 m) es de 0,334 atm. ¿Por qué algunas personas lo han escalado sin oxígeno, mientras que otras que lo han intentado, a pesar de haberse entrenado a gran altura, han tenido que dar marcha atrás?
- 56.** (a) Si la presión parcial del vapor de agua es de 8,05 torr, ¿cuál es el punto de rocío? (760 torr = 1 atm = 101,325 Pa) b) En un día cálido en el que la temperatura del aire es 35 °C y el punto de rocío es 25 °C, ¿cuál es la presión parcial del agua en el aire y la humedad relativa?
- 2.3 Capacidad calorífica y equipartición de energía**
- 57.** Para que un átomo de helio tenga un momento angular diferente a cero se necesitan unos 21,2 eV de energía (es decir, 21,2 eV es la diferencia entre las energías del estado de menor energía o estado fundamental y el estado de menor energía con momento angular). El electronvoltio o eV se define como  $1,60 \times 10^{-19}$  J. Calcule la temperatura  $T$  donde esta cantidad de energía es igual a  $k_B T/2$ . ¿Esto explica por qué podemos ignorar la energía rotacional del helio para la mayoría de los propósitos? (Los resultados para otros gases monoatómicos, y para gases diatómicos que giran alrededor del eje que une los dos átomos, tienen órdenes de magnitud comparables).
- 58.** (a) ¿Cuánto calor hay que añadir para elevar la temperatura de 1,5 mol de aire de 25,0 °C a 33,0 °C a volumen constante? Suponga que el aire es completamente diatómico. (b) Repita el problema para el mismo número de moles de xenón, Xe.
- 59.** Un recipiente rígido y cerrado con 0,560 moles de un gas ideal desconocido a una temperatura de 30,0 °C se enfría a -40,0 °C. En el proceso, se eliminan 980 J de calor del gas. ¿El gas es monoatómico, diatómico o poliatómico?
- 60.** Una muestra de gas neón (Ne, masa molar  $M = 20,2$  g/mol) a una temperatura de 13,0 °C se pone en un recipiente de acero con una masa de 47,2 g que está a una temperatura de -40,0 °C. La temperatura final es -28,0 °C (no se intercambia calor con el entorno y se puede desestimar cualquier cambio en el volumen del recipiente). ¿Cuál es la masa de la muestra de neón?
- 61.** Un recipiente de acero con una masa de 135 g contiene 24,0 g de amoníaco,  $\text{NH}_3$ , que tiene una masa molar de 17,0 g/mol. El recipiente y el gas están en equilibrio a 12,0 °C ¿Cuánto calor hay que eliminar para alcanzar una temperatura de -20,0 °C? Ignore el cambio de volumen del acero.
- 62.** Una habitación cerrada tiene un volumen de 24 m<sup>3</sup> Está llena de aire, que puede suponerse diatómico, a una temperatura de 24 °C y una presión de  $9,83 \times 10^4$  Pa. Se coloca un bloque de hielo de 1,00 kg en su punto de fusión. Suponga que las paredes de la habitación no transfieren calor. ¿Cuál es la temperatura de equilibrio?
- 63.** El heliox, una mezcla de helio y oxígeno, se administra a veces a pacientes hospitalizados

que tienen problemas para respirar, ya que la baja masa del helio hace que sea más fácil de respirar que el aire. Suponga que el helio a 25 °C se mezcla con oxígeno a 35 °C para hacer una mezcla que sea 70% helio por mol. ¿Cuál es la temperatura final? Ignore cualquier flujo de calor hacia o desde los entornos, y asuma que el volumen final es la suma de los volúmenes iniciales.

64. Los buzos profesionales, a veces, usan heliox, que está compuesto de 79% de helio y 21% de oxígeno por mol. Suponga que un tanque de buceo perfectamente rígido con un volumen de 11 L contiene heliox a una presión absoluta de  $2,1 \times 10^7$  Pa a una temperatura de 31 °C. (a) ¿Cuántos moles de helio y cuántos de oxígeno hay en el tanque? (b) El buceador desciende hasta un punto donde la temperatura del océano es 27 °C y usa una cantidad insignificante de la mezcla. Cuando el gas del tanque alcanza esta nueva temperatura, ¿cuánto calor se le quita?
65. En las carreras de automóviles, una de las ventajas de mezclar óxido nitroso líquido ( $\text{N}_2\text{O}$ ) con aire es que la ebullición del “nitroso” absorbe el calor de vaporización latente y, por tanto, enfría el aire y, finalmente, la mezcla de combustible y aire, lo que permite que entre más mezcla de combustible y aire en cada cilindro. Como una mirada muy aproximada a este proceso, suponga 1,0 mol de gas de óxido nitroso en su punto de ebullición,  $-88$  °C, se mezcla con 4,0 moles de aire (que se suponen diatómicos) a 30 °C. ¿Cuál es la temperatura final de la mezcla? Use la capacidad térmica medida de  $\text{N}_2\text{O}$  a 25 °C, que es  $30,4$  J/mol °C (la principal ventaja del óxido nitroso es que está compuesto por 1/3 de oxígeno, que es más de lo que contiene el aire, por lo que suministra más oxígeno para quemar el combustible. Otra ventaja es que su descomposición en nitrógeno y oxígeno libera energía en el cilindro).

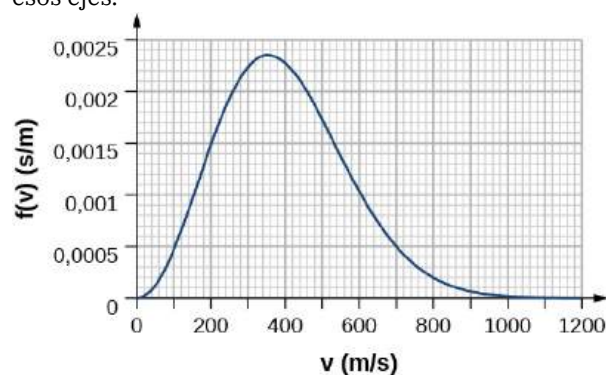
#### 2.4 Distribución de las velocidades moleculares

66. En una muestra de sulfuro de hidrógeno ( $M = 34,1$  g/mol) a una temperatura de  $3,00 \times 10^2$  K, estime la relación del número de moléculas que tienen velocidades muy cercanas a  $v_{\text{rms}}$  al número que tiene velocidades muy cercanas a  $2v_{\text{rms}}$ .
67. Mediante la aproximación

$$\int_{v_1}^{v_1+\Delta v} f(v)dv \approx f(v_1)\Delta v \text{ para } \Delta v \text{ pequeño,}$$

estime la fracción de moléculas de nitrógeno a una temperatura de  $3,00 \times 10^2$  K que tienen velocidades entre 290 m/s y 291 m/s.

68. Use el método del problema anterior y estime la fracción de moléculas de óxido nítrico (NO) a una temperatura de 250 K que tienen energías entre  $3,45 \times 10^{-21}$  J y  $3,50 \times 10^{-21}$  J.
69. Cuente los cuadrados de la siguiente figura y estime la fracción de átomos de argón a  $T = 300$  K que tienen velocidades entre 600 m/s y 800 m/s. La curva está correctamente normalizada. El valor de un cuadrado es su longitud medida en el eje  $x$  por su altura medida en el eje  $y$ , con las unidades dadas en esos ejes.



70. Use un método de integración numérica como la regla de Simpson y calcule la fracción de moléculas en una muestra de gas oxígeno a una temperatura de 250 K que tienen velocidades entre 100 m/s y 150 m/s. La masa molar del oxígeno ( $\text{O}_2$ ) es de 32,0 g/mol. Una precisión de dos dígitos significativos es suficiente.
71. Calcule (a) la rapidez más probable, (b) la rapidez media y (c) la velocidad rms para moléculas de nitrógeno a 295 K.
72. Repita el problema anterior para las moléculas de nitrógeno a 2.950 K.
73. ¿A qué temperatura es la rapidez media de moléculas de dióxido de carbono ( $M = 44,0$  g/mol) de 510 m/s?
74. La rapidez más probable para las moléculas de un gas a 296 K es de 263 m/s. ¿Cuál es la masa molar del gas? (Puede que le interese averiguar cuál es la probabilidad de que el gas se convierta en algo así).
75. a) ¿A qué temperatura moléculas de oxígeno tienen la misma rapidez media que los átomos de helio que ( $M = 4,00$  g/mol) tienen 300 K? b) ¿Cuál es la respuesta a la misma pregunta sobre rapidez más probable? c) ¿Cuál es la respuesta a la misma pregunta sobre velocidades rms?



## Problemas Adicionales

- 76.** En el espacio profundo entre las galaxias la densidad de las moléculas (que son en su mayoría átomos individuales) puede ser tan baja como  $10^6$  átomos/m<sup>3</sup>, y la temperatura es de unos gélidos 2,7 K. ¿Cuál es la presión? (b) ¿Qué volumen (en m<sup>3</sup>) está ocupado por 1 mol de gas? (c) Si este volumen es un cubo, ¿cuál es la longitud de sus lados en kilómetros?
- 77.** (a) Calcule la densidad en unidades del SI del aire a una presión de 1,00 atm y una temperatura de 20 °C, asumiendo que el aire es 78% N<sub>2</sub>, 21% O<sub>2</sub>, y 1% Ar, (b) Calcule la densidad de la atmósfera en Venus, suponiendo que es 96% CO<sub>2</sub> y 4% N<sub>2</sub>, con una temperatura de 737 K y una presión de 92,0 atm.
- 78.** El aire del interior de un globo aerostático tiene una temperatura de 370 K y una presión de 101,3 kPa, la misma que la del aire exterior. Use la composición del aire como 78% N<sub>2</sub>, 21% O<sub>2</sub>, y 1% Ar, y calcule la densidad del aire dentro del globo.
- 79.** Cuando una burbuja de aire sube desde el fondo hasta la cima de un lago de agua dulce su volumen aumenta en 80%. Si las temperaturas en el fondo y en la parte superior del lago son de 4,0 y 10 °C, respectivamente, ¿qué profundidad tiene el lago?
- 80.** (a) Use la ecuación de los gases ideales para estimar la temperatura a la que 1,00 kg de vapor de agua (masa molar  $M = 18,0$  g/mol) a una presión de  $1,50 \times 10^6$  Pa ocupa un volumen de 0,220 m<sup>3</sup>. (b) Las constantes de van der Waals para el agua son  $a = 0,5537$  Pa · m<sup>6</sup>/mol<sup>2</sup> y  $b = 3,049 \times 10^{-5}$  m<sup>3</sup>/mol. Use la ecuación de estado de van der Waals para estimar la temperatura en las mismas condiciones. (c) La temperatura real es de 779 K. ¿Cuál estimación es mejor?
- 81.** Un proceso para descafeinar el café utiliza dióxido de carbono ( $M = 44,0$  g/mol) a una densidad molar de, aproximadamente, 14.600 mol/m<sup>3</sup> y una temperatura de, aproximadamente, 60 °C. (a) ¿El CO<sub>2</sub> es un sólido, un líquido, un gas o un fluido supercrítico en esas condiciones? (b) Las constantes de van der Waals para el dióxido de carbono son  $a = 0,3658$  Pa · m<sup>6</sup>/mol<sup>2</sup> y  $b = 4,286 \times 10^{-5}$  m<sup>3</sup>/mol. Use la ecuación de van der Waals y estime la presión de CO<sub>2</sub> a esa temperatura y densidad.
- 82.** En un día de invierno, cuando la temperatura del aire es 0 °C, la humedad relativa es 50%. El aire exterior entra en el interior y se calienta hasta alcanzar una temperatura ambiente de 20 °C. ¿Cuál es la humedad relativa del aire dentro de la habitación? (¿Este problema muestra por qué el aire interior es tan seco en invierno?).
- 83.** En un día cálido en el que la temperatura del aire es 30 °C, una lata de metal se enfría lentamente añadiendo trozos de hielo al agua líquida que contiene. La condensación aparece por primera vez cuando la lata alcanza 15 °C. ¿Cuál es la humedad relativa del aire?
- 84.** (a) La gente suele pensar que el aire húmedo es “pesado”. Compare las densidades del aire con 0% de humedad relativa y 100% de humedad relativa cuando ambos están a 1 atm y 30 °C. Suponga que el aire seco es un gas ideal compuesto por moléculas con una masa molar de 29,0 g/mol y que el aire húmedo es el mismo gas mezclado con vapor de agua. (b) Como se analizó en el capítulo sobre las aplicaciones de las leyes de Newton, la resistencia del aire que sienten proyectiles como pelotas de béisbol y de golf es, aproximadamente,  $F_D = C\rho Av^2/2$ , donde  $\rho$  es la densidad de masa del aire,  $A$  es el área de la sección transversal del proyectil y  $C$  es el coeficiente de arrastre del proyectil. Para una presión atmosférica fija, describa cualitativamente cómo cambia el alcance de un proyectil con la humedad relativa. (c) Cuando se avecina una tormenta, normalmente la humedad es alta y la presión atmosférica es baja. ¿Esas condiciones dan ventaja o desventaja a los jonroneros?
- 85.** La trayectoria libre media del helio a una determinada temperatura y presión es  $2,10 \times 10^{-7}$  m. El radio de un átomo de helio puede tomarse como  $1,10 \times 10^{-11}$  m. ¿Cuál es la medida de la densidad del helio en esas condiciones (a) en moléculas por metro cúbico y (b) en moles por metro cúbico?
- 86.** La trayectoria libre media del metano a una temperatura de 269 K y una presión de  $1,11 \times 10^5$  Pa es de  $4,81 \times 10^{-8}$  m. Calcule el radio efectivo  $r$  de la molécula de metano.
- 87.** En el capítulo sobre mecánica de fluidos, la ecuación de Bernoulli para el flujo de fluidos incompresibles se explicó en términos de cambios que afectan a un pequeño volumen  $dV$  de fluido. Dichos volúmenes son una idea

fundamental en el estudio de la circulación de fluidos compresibles como los gases también. Para que se apliquen las ecuaciones de la hidrodinámica, la trayectoria libre media debe ser mucho menor que el tamaño lineal de dicho volumen,  $a \approx dV^{1/3}$ . Para el aire en la estratosfera a una temperatura de 220 K y una presión de 5,8 kPa, ¿qué tamaño debe tener  $a$  para que sea 100 veces la trayectoria libre media? Tome que el radio efectivo de las moléculas de aire es  $1,88 \times 10^{-11}$  m, que es más o menos correcto para  $N_2$ .

- 88.** Calcule el número total de colisiones entre moléculas en 1,00 s en 1,00 L de gas nitrógeno a temperatura y presión estándar (0 °C, 1,00 atm). Use  $1,88 \times 10^{-10}$  m como el radio efectivo de una molécula de nitrógeno (el número de colisiones por segundo es el recíproco del tiempo de colisión). Hay que tener en cuenta que cada colisión involucra dos moléculas, por lo que si una molécula colisiona una vez en un determinado periodo, no se puede contar la colisión de la molécula con la que chocó.
- 89.** (a) Estimar la capacidad calorífica específica del sodio a partir de la ley de Dulong y Petit. La masa molar del sodio es de 23,0 g/mol. (b) ¿Cuál

es el error porcentual de su estimación respecto al valor conocido?  $1.230 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ ?

- 90.** Un recipiente sellado y perfectamente aislado contiene 0,630 mol de aire a 20,0 °C y una barra agitadora de hierro con 40,0 g de masa. La barra agitadora se acciona magnéticamente hasta alcanzar una energía cinética de 50,0 J y se deja frenar por la resistencia del aire. ¿Cuál es la temperatura de equilibrio?
- 91.** Calcule la relación  $f(v_p)/f(v_{\text{rms}})$  para gas hidrógeno ( $M = 2,02 \text{ g/mol}$ ) a una temperatura de 77,0 K.
- 92. Resultados poco razonables.** (a) Calcule la temperatura de 0,360 kg de agua, modelada como un gas ideal, a una presión de  $1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$  si tiene un volumen de  $0,615 \text{ m}^3$ . (b) ¿Qué hay de poco razonable en esta respuesta? ¿Cómo podría obtener una respuesta mejor?
- 93. Resultados poco razonables.** (a) Calcule la rapidez media de moléculas de sulfuro de hidrógeno,  $H_2S$ , a una temperatura de 250 K. Su masa molar es de 34,1 g/mol (b) El resultado no es muy irracional, pero ¿por qué es menos fiable que los de, por ejemplo, el neón o el nitrógeno?

## Problemas De Desafío

- 94.** Un dispensador hermético de agua potable es  $25 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$  en dimensiones horizontales y 20 cm de altura. Tiene un grifo de volumen insignificante que se abre a la altura del fondo del dispensador. Inicialmente, contiene agua hasta un nivel a 3,0 cm de la parte superior y aire a la presión ambiente, 1,00 atm, desde ahí hasta la parte superior. Al abrir el grifo, el agua saldrá hasta que la presión manométrica en el fondo del dispensador, y por tanto en la apertura del grifo, sea 0. ¿Qué volumen de agua sale? Suponga que la temperatura es constante, que el dispensador es perfectamente rígido y que el agua tiene una densidad constante de  $1.000 \text{ kg/m}^3$ .
- 95.** Ocho carritos chocones, con una masa de 322 kg cada uno, circulan por una pista de 21,0 m de largo y 13,0 m de ancho. No tienen controladores, así que van dando tumbos por su cuenta. La velocidad rms de los carritos es de 2,50 m/s. Repita los argumentos de la sección [Presión, temperatura y velocidad media cuadrática \(rms\)](#) y calcule la fuerza promedio

por unidad de longitud (análoga a la presión) que los carritos ejercen sobre los bordes de la pista.

- 96.** Verifique que  $v_p = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$ .
- 97.** Verifique la ecuación de normalización  $\int_0^\infty f(v)dv = 1$ . Al hacer la integral, primero hay que hacer la sustitución  $u = \sqrt{\frac{m}{2k_B T}}v = \frac{v}{v_p}$ . Esta transformación de “escala” le da todas las características de la respuesta excepto la integral, que es un factor numérico adimensional. Necesitará la fórmula  $\int_0^\infty x^2 e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4}$  para calcular el factor numérico y verificar la normalización.
- 98.** Verifique que  $\bar{v} = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{k_B T}{m}}$ . Haga la misma transformación de escala que en el problema anterior.
- 99.** Verifique que  $v_{\text{rms}} = \sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$ .

## CAPÍTULO 3

# Primera ley de la termodinámica



**Figura 3.1** Un débil frente de aire frío empuja toda la niebla tóxica del noreste de China hacia un gigantesco manto de niebla tóxica sobre el mar Amarillo, tal como lo captó el satélite Terra de la NASA en 2012. Para entender los cambios en el tiempo y el clima, como el acontecimiento que se muestra aquí, se necesita un conocimiento profundo de la termodinámica (créditos: modificación del trabajo de la NASA).

### ESQUEMA DEL CAPITULO

#### 3.1 Sistemas termodinámicos

#### 3.2 Trabajo, calor y energía interna

#### 3.3 Primera ley de la termodinámica

#### 3.4 Procesos termodinámicos

#### 3.5 Capacidades térmicas de un gas ideal

#### 3.6 Procesos adiabáticos para un gas ideal

**INTRODUCCIÓN** El calor es la transferencia de energía debido a una diferencia de temperatura entre dos sistemas. El calor describe el proceso de conversión de una forma de energía en otra. El motor de un automóvil, por ejemplo, quema gasolina. El calor se produce cuando el combustible quemado se transforma químicamente en su mayoría en  $\text{CO}_2$  y  $\text{H}_2\text{O}$ , que son gases a la temperatura de combustión. Estos gases ejercen una fuerza sobre un pistón a través de un desplazamiento, realizan un trabajo y convierten la energía cinética del pistón en una variedad de otras formas: en energía cinética del automóvil; en energía eléctrica para hacer funcionar las bujías, la radio y las luces; y de nuevo en energía almacenada en la batería del automóvil.

La energía se conserva en todos los procesos, incluidos los asociados a los sistemas termodinámicos. Las funciones de la transferencia de calor y el cambio de energía interna varían de un proceso a otro y afectan el trabajo que realiza el sistema en ese proceso. Veremos que la primera ley de la termodinámica explica que un cambio en la energía interna de un sistema proviene de cambios en el calor o en el trabajo. Por tanto,

comprender las leyes que rigen los procesos termodinámicos y la relación entre el sistema y su entorno es primordial para adquirir conocimientos científicos sobre la energía y su consumo.

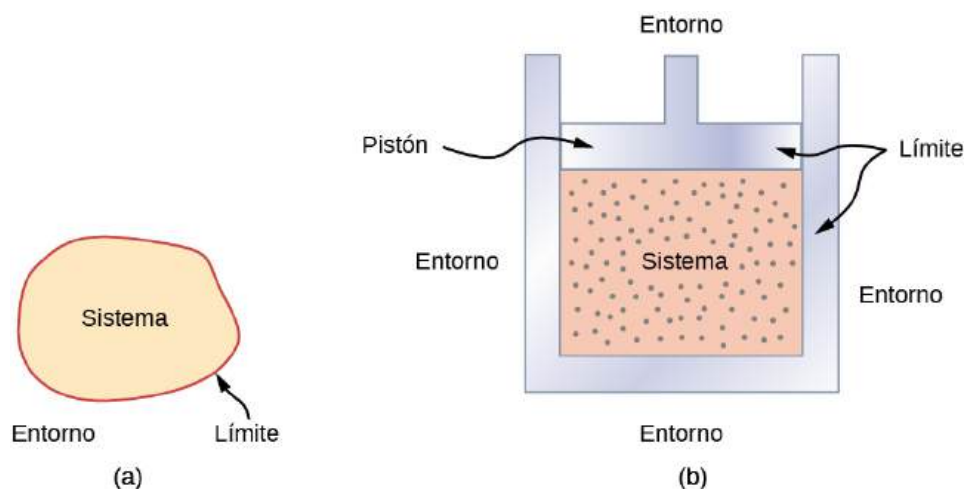
### 3.1 Sistemas termodinámicos

#### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Definir un sistema termodinámico, su límite y su entorno.
- Explicar las funciones de todos los componentes que intervienen en la termodinámica.
- Definir equilibrio térmico y temperatura termodinámica.
- Vincular una ecuación de estado a un sistema.

Un **sistema termodinámico** incluye cualquier cosa cuyas propiedades termodinámicas sean de interés. Está incrustado en su **entorno** o **ambiente**; puede intercambiar calor con su ambiente y realizar trabajo sobre él a través de un **límite**, que es la pared imaginaria que separa el sistema y el ambiente (Figura 3.2). En realidad, el entorno inmediato del sistema interactúa directamente con él y, por tanto, influye mucho más en su comportamiento y propiedades. Por ejemplo, si estudiamos el motor de un automóvil, la gasolina que se quema dentro del cilindro del motor es el sistema termodinámico; el pistón, el sistema de escape, el radiador y el aire del exterior forman el entorno del sistema. El límite está formado por las superficies interiores del cilindro y del pistón.



**FIGURA 3.2** (a) Un sistema, que puede incluir cualquier proceso o valor relevante, es autónomo en un área. El entorno también puede tener información relevante; sin embargo, solo es importante para estudiar si la situación es un sistema abierto. (b) La gasolina que se quema en el cilindro de un motor de automóvil es un ejemplo de sistema termodinámico.

Normalmente, un sistema debe tener algunas interacciones con su entorno. Un sistema se denomina aislado y **sistema cerrado** si está completamente separado de su ambiente; por ejemplo, un gas que está rodeado de paredes inamovibles y térmicamente aislantes. En realidad, un sistema cerrado no existe, a menos que se trate todo el universo como el sistema, o se use como modelo de un sistema real que tenga interacciones mínimas con su ambiente. La mayoría de los sistemas se conocen como **sistema abierto**, que pueden intercambiar energía o materia con su entorno (Figura 3.3).



**FIGURA 3.3** (a) Esta tetera hirviendo es un sistema termodinámico abierto. Transfiere calor y materia (vapor de agua) a su entorno. (b) Una olla a presión es una buena aproximación a un sistema cerrado. Un poco de vapor de agua se escapa por la válvula superior para evitar la explosión (crédito a: modificación del trabajo de Gina Hamilton; crédito b: modificación del trabajo de Jane Whitney).

Cuando examinamos un sistema termodinámico, ignoramos la diferencia de comportamiento de un lugar a otro dentro del sistema para un momento dado. En otras palabras, nos concentramos en las propiedades macroscópicas del sistema, que son los promedios de las propiedades microscópicas de todas las moléculas o entidades del sistema. Por lo tanto, cualquier sistema termodinámico se trata como un continuo que tiene el mismo comportamiento en todas las partes de su interior. Suponemos que el sistema está en **equilibrio**. Podría tener, por ejemplo, un gradiente de temperatura a través del sistema. Sin embargo, cuando hablamos de un sistema termodinámico en este capítulo estudiamos aquellos que tienen propiedades uniformes en todo el sistema.

Antes de poder llevar a cabo cualquier estudio sobre un sistema termodinámico necesitamos una caracterización fundamental del sistema. Cuando estudiamos un sistema mecánico nos centramos en las fuerzas y los torques del sistema, y sus balances dictan el equilibrio mecánico del sistema. Del mismo modo, deberíamos examinar la transferencia de calor entre un sistema termodinámico y su ambiente o entre las diferentes partes del sistema, y su equilibrio debería dictar el equilibrio térmico del sistema. Intuitivamente, dicho equilibrio se alcanza si la temperatura pasa a ser la misma para los distintos objetos o partes del sistema en contacto térmico, y la transferencia de calor neta en el tiempo pasa a ser cero.

Así, cuando decimos que dos objetos (un sistema termodinámico y su ambiente, por ejemplo) están en equilibrio térmico, nos referimos a que están a la misma temperatura, tal y como comentamos en la sección [Temperatura y calor](#). Consideremos tres objetos a temperaturas  $T_1$ ,  $T_2$ , y  $T_3$ , respectivamente. ¿Cómo sabemos si están en equilibrio térmico? El principio que rige en este caso es la ley cero de termodinámica, tal y como se describe en la sección [Temperatura y calor](#) sobre la temperatura y el calor:

*Si el objeto 1 está en equilibrio térmico con los objetos 2 y 3, respectivamente, entonces los objetos 2 y 3 también deben estar en equilibrio térmico.*

Matemáticamente, podemos escribir simplemente la ley cero de termodinámica como

$$\text{Si } T_1 = T_2 \text{ y } T_1 = T_3, \text{ entonces } T_2 = T_3. \quad 3.1$$

Esta es la forma más fundamental de definir la temperatura: dos objetos deben estar a la misma temperatura termodinámicamente si la transferencia de calor neta entre ellos es cero cuando se ponen en contacto térmico y han alcanzado un equilibrio térmico.

La ley cero de termodinámica es igualmente aplicable a las diferentes partes de un sistema cerrado y requiere que la temperatura en todas partes dentro del sistema sea la misma si el sistema ha alcanzado un equilibrio térmico. Para simplificar nuestra discusión, suponemos que el sistema es uniforme con un solo tipo de

material, por ejemplo, agua en un tanque. Las propiedades medibles del sistema incluyen, al menos, su volumen, presión y temperatura. El rango de variables específicas relevantes depende del sistema. Por ejemplo, para una banda elástica estirada las variables relevantes serían longitud, tensión y temperatura. La relación entre estas tres propiedades básicas del sistema se denomina **ecuación de estado** del sistema y se escribe simbólicamente *para un sistema cerrado* como

$$f(p, V, T) = 0, \quad 3.2$$

donde  $V$ ,  $p$  y  $T$  son el volumen, la presión y la temperatura del sistema en una condición determinada.

En principio, esta ecuación de estado existe para cualquier sistema termodinámico, pero no siempre está disponible. Las formas de  $f(p, V, T) = 0$  para muchos materiales se han determinado experimental o teóricamente. En el capítulo anterior vimos un ejemplo de ecuación de estado para un gas ideal,  $f(p, V, T) = pV - nRT = 0$ .

Hasta ahora hemos introducido varias propiedades físicas que son relevantes para la termodinámica de un sistema termodinámico, como su volumen, presión y temperatura. Podemos separar estas cantidades en dos categorías genéricas. La cantidad asociada a una porción de materia es una **variable extensiva**, como el volumen y el número de moles. Las otras propiedades de un sistema son **variables intensivas**, como la presión y la temperatura. Una variable extensiva duplica su valor si se duplica la cantidad de materia en el sistema, siempre que todas las variables intensivas sigan siendo las mismas. Por ejemplo, el volumen o la energía total del sistema se duplica si duplicamos la cantidad de materia en el sistema manteniendo la temperatura y la presión del sistema sin cambios.

## 3.2 Trabajo, calor y energía interna

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Describir el trabajo realizado por un sistema, la transferencia de calor entre objetos y el cambio de energía interna de un sistema.
- Calcular el trabajo, la transferencia de calor y el cambio de energía interna en un proceso sencillo.

Ya hemos hablado de los conceptos de trabajo y energía en mecánica. En los capítulos anteriores también se han tratado ejemplos y asuntos relacionados con transferencia de calor entre diferentes objetos. Aquí queremos ampliar estos conceptos a un sistema termodinámico y su ambiente. En concreto, en los dos capítulos anteriores hemos profundizado en los conceptos de calor y transferencia de calor. En este caso, queremos entender cómo se realiza el trabajo por o hacia un sistema termodinámico; cómo se transfiere el calor entre un sistema y su ambiente; y cómo cambia la energía total del sistema con la influencia del trabajo realizado y la transferencia de calor.

### Trabajo realizado por un sistema

Una fuerza creada a partir de cualquier fuente puede realizar un trabajo al mover un objeto a través de un desplazamiento. Entonces, ¿cómo hace el trabajo un sistema termodinámico? En la [Figura 3.4](#) se muestra un gas confinado en un cilindro que tiene un pistón móvil en un extremo. Si el gas se expande contra el pistón, ejerce una fuerza a través de una distancia y realiza un trabajo sobre el pistón. Si el pistón comprime el gas cuando se mueve hacia dentro, también se realiza un trabajo, en este caso, sobre el gas. El trabajo asociado a estos cambios de volumen se puede determinar de la siguiente manera: Supongamos que la presión del gas sobre la cara del pistón es  $p$ . Entonces la fuerza sobre el pistón debido al gas es  $pA$ , donde  $A$  es el área de la cara. Cuando el pistón es empujado hacia fuera una distancia infinitesimal  $dx$ , la magnitud del trabajo realizado por el gas es

$$dW = F dx = pA dx.$$

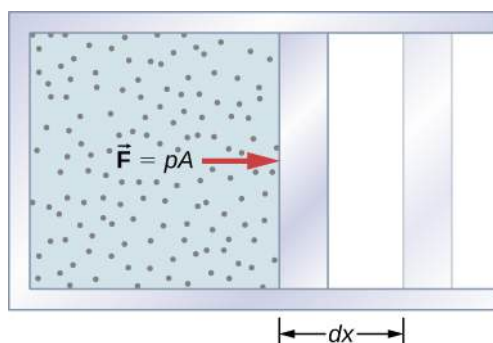
Como el cambio de volumen del gas es  $dV = A dx$ , esto se convierte en

$$dW = pdV. \quad 3.3$$

Para un cambio de volumen finito de  $V_1$  a  $V_2$ , podemos integrar esta ecuación desde  $V_1$  a  $V_2$  para calcular el

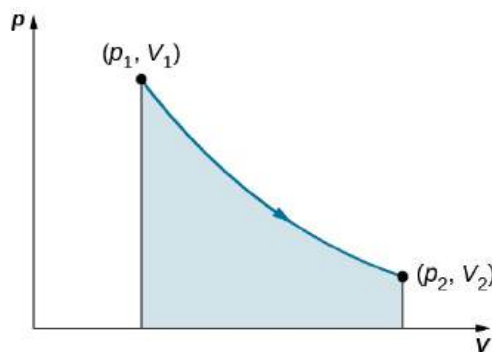
trabajo neto:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad 3.4$$



**FIGURA 3.4** El trabajo realizado por un gas confinado al mover un pistón una distancia  $dx$  viene dado por  $dW = Fdx = pdV$ .

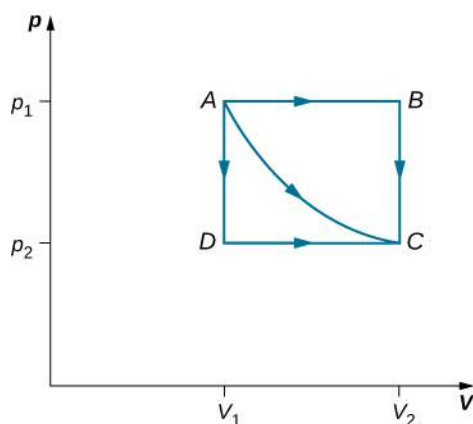
Esta integral solo tiene sentido para un **proceso cuasiestático**, es decir, un proceso que se lleva a cabo en pasos infinitesimales y mantiene el sistema en equilibrio térmico (examinaremos esta idea con más detalle más adelante en este capítulo). Solo entonces existe una relación matemática bien definida (la ecuación de estado) entre la presión y el volumen. Esta relación se puede representar en un diagrama  $pV$  de presión versus volumen, donde la curva es el cambio de estado. Podemos aproximar dicho proceso como uno que ocurre lentamente, a través de una serie de estados de equilibrio. La integral se interpreta gráficamente como el área debajo de la curva  $pV$  (el área sombreada de la [Figura 3.5](#)). El trabajo realizado por el gas es positivo para expansión y negativo para compresión.



**FIGURA 3.5** Cuando un gas se expande lentamente desde  $V_1$  a  $V_2$ , el trabajo realizado por el sistema está representado por el área sombreada debajo de la curva  $pV$ .

Considere los dos procesos que involucran a un gas ideal y que están representados por las trayectorias  $AC$  y  $ABC$  en la [Figura 3.6](#). El primer proceso es una expansión isotérmica, con el volumen del gas cambiando su volumen de  $V_1$  a  $V_2$ . Este proceso isotérmico está representado por la curva entre los puntos  $A$  y  $C$ . El gas se mantiene a una temperatura constante  $T$  manteniéndolo en equilibrio térmico con un depósito de calor a esa temperatura. De la [Ecuación 3.4](#) y la ley de los gases ideales,

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \left( \frac{nRT}{V} \right) dV.$$



**FIGURA 3.6** Las trayectorias  $ABC$ ,  $AC$  y  $ADC$  representan tres transiciones cuasiestáticas diferentes entre los estados de equilibrio  $A$  y  $C$ .

La expansión es isotérmica, por lo que  $T$  permanece constante durante todo el proceso. Como  $n$  y  $R$  también son constantes, la única variable en el integrando es  $V$ , por lo que el trabajo realizado por un gas ideal en un proceso isotérmico es

$$W = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Tenga en cuenta que si  $V_2 > V_1$  (expansión),  $W$  es positivo, como se esperaba.

Las líneas rectas de  $A$  a  $B$  y luego de  $B$  a  $C$  representan un proceso diferente. Aquí, un gas a una presión  $p_1$  se expande primero de forma isobárica (presión constante) y cuasiestáticamente desde  $V_1$  a  $V_2$ , tras lo cual se enfría cuasiestáticamente a volumen constante  $V_2$  hasta que su presión baje a  $p_2$ . De  $A$  a  $B$ , la presión es constante en  $p$ , por lo que el trabajo en esta parte de la trayectoria es

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p_1 \int_{V_1}^{V_2} dV = p_1 (V_2 - V_1).$$

De  $B$  a  $C$ , no hay cambio de volumen y, por tanto, no se realiza ningún trabajo. El trabajo neto en la trayectoria  $ABC$  es entonces

$$W = p_1 (V_2 - V_1) + 0 = p_1 (V_2 - V_1).$$

Una comparación de las expresiones para el trabajo realizado por el gas en los dos procesos de la [Figura 3.6](#) muestra que son bastante diferentes. Esto ilustra una propiedad muy importante del trabajo termodinámico: *depende de la trayectoria*. No podemos determinar el trabajo realizado por un sistema al pasar de un estado de equilibrio a otro, a menos que conozcamos su trayectoria termodinámica. Los diferentes valores del trabajo se asocian a diferentes trayectorias.

### EJEMPLO 3.1

#### Expansión isotérmica de un gas de van der Waals

Los estudios de un gas de van der Waals requieren un ajuste de la ley de los gases ideales que tenga en cuenta que las moléculas del gas tienen un volumen definido (vea la sección [Teoría cinética de los gases](#)). Un mol de un gas de van der Waals tiene una ecuación de estado

$$\left( p + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT,$$

donde  $a$  y  $b$  son dos parámetros para un gas específico. Suponga que el gas se expande de forma isotérmica y cuasiestática a partir del volumen  $V_1$  al volumen  $V_2$ . ¿Cuánto trabajo realiza el gas durante la expansión?



**Estrategia**

Como la ecuación de estado está dada, podemos usar la [Ecuación 3.4](#) para expresar la presión en términos de  $V$  y  $T$ . Además, la temperatura  $T$  es una constante bajo la condición isotérmica, por lo que  $V$  se convierte en la única variable cambiante bajo la integral.

**Solución**

Para evaluar esta integral, debemos expresar  $p$  como una función de  $V$ . A partir de la ecuación de estado dada, la presión del gas es

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}.$$

Dado que  $T$  es constante bajo la condición isotérmica, el trabajo realizado por 1 mol de un gas de van der Waals al expandirse de un volumen  $V_1$  a un volumen  $V_2$  así pues, es

$$\begin{aligned} W &= \int_{V_1}^{V_2} \left( \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \right) dV = \left[ RT \ln(V-b) + \frac{a}{V} \right]_{V_1}^{V_2} \\ &= RT \ln \left( \frac{V_2-b}{V_1-b} \right) + a \left( \frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right). \end{aligned}$$

**Importancia**

Al tener en cuenta el volumen de las moléculas, la expresión del trabajo es mucho más compleja. Sin embargo, si establecemos  $a = 0$  y  $b = 0$ , vemos que la expresión del trabajo coincide exactamente con el trabajo realizado por un proceso isotérmico para un mol de un gas ideal.

**✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 3.1**

¿Cuánto trabajo realiza el gas, dado en la [Figura 3.6](#), cuando se expande cuasiestáticamente a lo largo de la trayectoria  $ADC$ ?

**Energía interna**

La **energía interna**  $E_{\text{int}}$  de un sistema termodinámico es, por definición, la suma de las energías mecánicas de todas las moléculas o entidades del sistema. Si las energías cinética y potencial de la molécula  $i$  son  $K_i$  y  $U_i$ , respectivamente, entonces la energía interna del sistema es el promedio de la energía mecánica total de todas las entidades:

$$E_{\text{int}} = \sum_i (\bar{K}_i + \bar{U}_i), \quad 3.5$$

donde la suma es sobre todas las moléculas del sistema, y las barras sobre  $K$  y  $U$  indican valores promedios. La energía cinética  $K_i$  de una molécula individual incluye los aportes debido a su rotación y vibración, así como su energía de traslación  $m_i v_i^2/2$ , donde  $v_i$  es la velocidad de la molécula medida con respecto al centro de masa del sistema. La energía potencial  $U_i$  se asocia únicamente a las interacciones entre la molécula  $i$  y las demás moléculas del sistema. De hecho, ni la ubicación del sistema ni su movimiento tienen importancia en lo que respecta a la energía interna. La energía interna del sistema no se ve afectada por el hecho de trasladarlo del sótano a la azotea de un edificio de 100 pisos o por colocarlo en un tren en movimiento.

En un gas monoatómico ideal cada molécula es un solo átomo. Por lo tanto, no hay energía cinética rotacional ni vibracional y  $K_i = m_i v_i^2/2$ . Además, no hay interacciones interatómicas (a pesar de las colisiones), por lo que  $U_i = \text{constante}$ , lo cual fijamos en cero. Por tanto, la energía interna se debe únicamente a la energía cinética de traslación y

$$E_{\text{int}} = \sum_i \bar{K}_i = \sum_i \frac{1}{2} m_i \bar{v}_i^2.$$

A partir de la discusión del capítulo anterior, sabemos que la energía cinética promedio de una molécula en un gas monoatómico ideal es

$$\frac{1}{2} m_i \bar{v}_i^2 = \frac{3}{2} k_B T,$$

donde  $T$  es la temperatura kelvin del gas. En consecuencia, la energía mecánica promedio por molécula de un gas monoatómico ideal es también  $3k_B T/2$ , es decir,

$$\overline{K_i + U_i} = \bar{K}_i = \frac{3}{2} k_B T.$$

La energía interna no es más que el número de moléculas multiplicado por la energía mecánica promedio por molécula. Por lo tanto, para  $n$  moles de un gas monoatómico ideal,

$$E_{\text{int}} = nN_A \left( \frac{3}{2} k_B T \right) = \frac{3}{2} nRT. \quad 3.6$$

Observe que la energía interna de una cantidad dada de un gas ideal monoatómico depende solo de la temperatura y es completamente independiente de la presión y del volumen del gas. Para otros sistemas, la energía interna no se puede expresar de forma tan sencilla. Sin embargo, un aumento de la energía interna se puede asociar, a menudo, con un aumento de temperatura.

Sabemos por la ley cero de termodinámica que cuando dos sistemas se ponen en contacto térmico acaban alcanzando el equilibrio térmico, momento en el que se encuentran a la misma temperatura. Como ejemplo, suponga que mezclamos dos gases ideales monoatómicos. Ahora bien, la energía por molécula de un gas monoatómico ideal es proporcional a su temperatura. Así, cuando los dos gases se mezclan, las moléculas del gas más caliente deben perder energía y las moléculas del gas más frío deben ganar energía. Esto continúa hasta que se alcanza el equilibrio térmico, momento en el que la temperatura, y por tanto la energía cinética traslacional promedio por molécula, es la misma para ambos gases. La aproximación al equilibrio para los sistemas reales es algo más complicada que para un gas monoatómico ideal. Aun así, podemos decir que la energía se intercambia entre los sistemas hasta que sus temperaturas son iguales.

### 3.3 Primera ley de la termodinámica

#### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Enunciar la primera ley de la termodinámica y explicar cómo se aplica.
- Explicar cómo se relacionan transferencia de calor, trabajo realizado y cambio de energía interna en cualquier proceso termodinámico.

Ahora que hemos visto cómo calcular energía interna, calor y trabajo realizado para un sistema termodinámico que sufre un cambio durante algún proceso, podemos ver cómo estas cantidades interactúan para afectar la cantidad de cambio que puede ocurrir. Esta interacción viene dada por la primera ley de la termodinámica. Al científico y novelista británico C. P. Snow (1905-1980) se le atribuye un chiste sobre las cuatro leyes de termodinámica. Su enunciado humorístico de la primera ley de la termodinámica es que “no se puede ganar”, o lo que es lo mismo, no se puede sacar más energía de un sistema de la que se pone en él. En este capítulo veremos cómo energía interna, calor y trabajo desempeñan un papel en la primera ley de la termodinámica.

Suponga que  $Q$  representa el calor intercambiado entre un sistema y el ambiente y  $W$  es el trabajo realizado por el sistema o en el sistema. La primera ley establece que el cambio de energía interna de ese sistema viene dado por  $Q - W$ . Dado que el calor añadido aumenta la energía interna de un sistema,  $Q$  es positivo cuando se añade al sistema y negativo cuando se retira de este.

Cuando un gas se expande, realiza un trabajo y su energía interna disminuye. Por lo tanto,  $W$  es positivo cuando el sistema realiza trabajo y negativo cuando se realiza trabajo sobre el sistema. Esta convención de signos se resume en la [Tabla 3.1](#). La **primera ley de la termodinámica** se enuncia de la siguiente manera:

### Primera ley de la termodinámica

Todo estado de equilibrio de un sistema lleva asociada su energía interna  $E_{\text{int}}$ . El cambio en  $E_{\text{int}}$  para cualquier transición entre dos estados de equilibrio es

$$\Delta E_{\text{int}} = Q - W \quad 3.7$$

donde  $Q$  y  $W$  representan, respectivamente, el calor intercambiado por el sistema y el trabajo realizado por el sistema o en el sistema.

Convenciones de signos termodinámicos para calor y trabajo	
Proceso	Convención
Calor añadido al sistema	$Q > 0$
Calor eliminado del sistema	$Q < 0$
Trabajo realizado por el sistema	$W > 0$
Trabajo realizado sobre el sistema	$W < 0$

**TABLA 3.1**

La primera ley es un enunciado de conservación de energía. Nos dice que un sistema puede intercambiar energía con su entorno mediante la transmisión de calor y la realización de trabajo. La energía neta intercambiada es entonces igual al cambio en la energía mecánica total de las moléculas del sistema (es decir, la energía interna del sistema). Así, si un sistema está aislado, su energía interna debe permanecer constante.

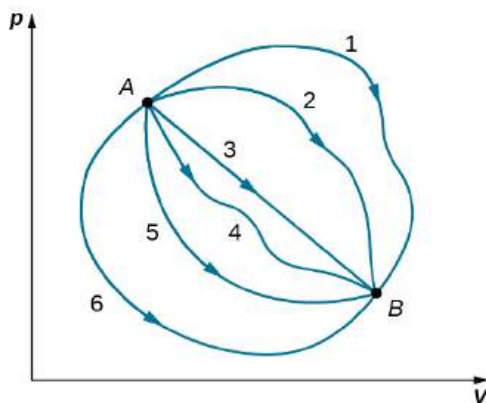
Aunque tanto  $Q$  como  $W$  dependen de la trayectoria termodinámica recorrida entre dos estados de equilibrio, su diferencia  $Q - W$  no lo hace. La [Figura 3.7](#) muestra el diagrama  $pV$  de un sistema que está haciendo la transición de  $A$  a  $B$  repetidamente a lo largo de diferentes trayectorias termodinámicas. A lo largo de la trayectoria 1, el sistema absorbe el calor  $Q_1$  y trabaja  $W_1$ ; a lo largo de la trayectoria 2, absorbe el calor  $Q_2$  y trabaja  $W_2$ , y así sucesivamente. Los valores de  $Q_i$  y  $W_i$  pueden variar de una trayectoria a otra, pero tenemos

$$Q_1 - W_1 = Q_2 - W_2 = \dots = Q_i - W_i = \dots,$$

o

$$\Delta E_{\text{int}1} = \Delta E_{\text{int}2} = \dots = \Delta E_{\text{int}i} = \dots.$$

Es decir, el cambio en la energía interna del sistema entre  $A$  y  $B$  es independiente de la trayectoria. En el capítulo sobre energía potencial y conservación de la energía hallamos otra cantidad independiente de la trayectoria: el cambio de energía potencial entre dos puntos arbitrarios del espacio. Este cambio representa el negativo del trabajo realizado por una fuerza conservativa entre los dos puntos. La energía potencial es una función de coordenadas espaciales, mientras que la energía interna es una función de variables termodinámicas. Por ejemplo, podríamos escribir  $E_{\text{int}}(T, p)$  para la energía interna. Las funciones como energía interna y energía potencial se conocen como *funciones de estado* porque sus valores dependen únicamente del estado del sistema.



**FIGURA 3.7** Diferentes trayectorias termodinámicas tomadas por un sistema al pasar del estado  $A$  al estado  $B$ . Para todas las transiciones, el cambio en la energía interna del sistema  $\Delta E_{\text{int}} = Q - W$  es el mismo.

A menudo, la primera ley se usa en su forma diferencial, que es

$$dE_{\text{int}} = dQ - dW. \quad 3.8$$

Aquí  $dE_{\text{int}}$  es un cambio infinitesimal en energía interna cuando una cantidad infinitesimal de calor  $dQ$  se intercambia con el sistema y una cantidad infinitesimal de trabajo  $dW$  es realizada por el sistema (signo positivo) o sobre (signo negativo) el sistema.

### EJEMPLO 3.2

#### Los cambios de estado y la primera ley

Durante un proceso termodinámico, un sistema pasa del estado  $A$  al estado  $B$ , se le suministra 400 J de calor y realiza 100 J de trabajo. (a) Para esta transición, ¿cuál es el cambio de energía interna del sistema? (b) Si el sistema vuelve a pasar del estado  $B$  al estado  $A$ , ¿cuál es su cambio de energía interna? (c) Si al pasar de  $A$  a  $B$  por una trayectoria diferente,  $W'_{AB} = 400$  J de trabajo en el sistema, ¿cuánto calor absorbe?

#### Estrategia

La primera ley de la termodinámica relaciona el cambio de energía interna, el trabajo realizado por el sistema y el calor transferido al sistema en una ecuación sencilla. La energía interna es una función del estado y, por lo tanto, es fija en cualquier punto dado, independientemente de cómo el sistema alcance el estado.

#### Solución

- a. A partir de la primera ley, el cambio en la energía interna del sistema es

$$\Delta E_{\text{int}AB} = Q_{AB} - W_{AB} = 400 \text{ J} - 100 \text{ J} = 300 \text{ J}.$$

- b. Consideremos una trayectoria cerrada que pasa por los estados  $A$  y  $B$ . La energía interna es una función de estado, por lo que  $\Delta E_{\text{int}}$  es cero para una trayectoria cerrada. Así,

$$\Delta E_{\text{int}} = \Delta E_{\text{int}AB} + \Delta E_{\text{int}BA} = 0,$$

y

$$\Delta E_{\text{int}AB} = -\Delta E_{\text{int}BA}.$$

Esto produce

$$\Delta E_{\text{int}BA} = -300 \text{ J}.$$

- c. El cambio de energía interna es el mismo para cualquier trayectoria, por lo que

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{int}AB} &= \Delta E'_{\text{int}AB} = Q'_{AB} - W'_{AB}; \\ 300 \text{ J} &= Q'_{AB} - (-400 \text{ J}), \end{aligned}$$

y el calor intercambiado es

$$Q'_{AB} = -100 \text{ J}.$$

El signo negativo indica que el sistema pierde calor en esta transición.

### Importancia

Cuando se considera un ciclo cerrado para la primera ley de la termodinámica, el cambio de energía interna en toda la trayectoria es igual a cero. Si la fricción jugara un papel en este ejemplo, se produciría menos trabajo con este calor añadido. El [Ejemplo 3.3](#) tiene en cuenta lo que ocurre si la fricción juega un papel.

Tome en cuenta que en el [Ejemplo 3.2](#), no asumimos que las transiciones fueran cuasiestáticas. Esto se debe a que la primera ley no está sujeta a tal restricción. Describe las transiciones entre estados de equilibrio, pero no se ocupa de los estados intermedios. El sistema no tiene que pasar solamente por estados de equilibrio. Por ejemplo, si se hace explotar un gas en un recipiente de acero a una temperatura y presión bien definidas mediante una chispa, parte del gas se puede condensar, diferentes moléculas de gas se pueden combinar para formar nuevos compuestos y puede haber todo tipo de turbulencias en el recipiente, pero finalmente el sistema se asentará en un nuevo estado de equilibrio. Este sistema claramente no está en equilibrio durante su transición; sin embargo, su comportamiento aún se rige por la primera ley porque el proceso comienza y termina con el sistema en estados de equilibrio.



### EJEMPLO 3.3

#### Pulir un accesorio

Un maquinista pule un accesorio de cobre de 0,50 kg con un trozo de tela de esmeril durante 2,0 min. Mueve la tela a través del accesorio a una velocidad constante de 1,0 m/s y aplica una fuerza de 20 N tangente a la superficie del accesorio. (a) ¿Cuál es el trabajo total realizado en el accesorio por el maquinista? (b) ¿Cuál es el aumento de la energía interna del accesorio? Suponga que el cambio en la energía interna de la tela es insignificante y que no se intercambia calor entre el accesorio y su ambiente. (c) ¿Cuál es el aumento de la temperatura del accesorio?

#### Estrategia

La fuerza del maquinista sobre una distancia que se puede calcular a partir de la velocidad y el tiempo dados es el trabajo realizado en el sistema. El trabajo, a su vez, aumenta la energía interna del sistema. Esta energía se puede interpretar como el calor que eleva la temperatura del sistema a través de su capacidad calorífica. Tenga cuidado con el signo de cada cantidad.

#### Solución

- a. La potencia creada por una fuerza sobre un objeto o la velocidad a la que el maquinista realiza un trabajo de fricción sobre el accesorio es  $\vec{F} \cdot \vec{v} = -Fv$ . Así, en un tiempo transcurrido  $\Delta t$  (2,0 min), el trabajo realizado en el accesorio es

$$\begin{aligned} W &= -Fv\Delta t = -(20 \text{ N})(1,0 \text{ m/s})(1,2 \times 10^2 \text{ s}) \\ &= -2,4 \times 10^3 \text{ J.} \end{aligned}$$

- b. Por supuesto, no se intercambia calor entre el accesorio y su ambiente, por lo que la primera ley da para el cambio en la energía interna del accesorio:

$$\Delta E_{\text{int}} = -W = 2,4 \times 10^3 \text{ J.}$$

- c. Dado que los valores de  $\Delta E_{\text{int}}$  es independiente de la trayectoria, el efecto de  $2,4 \times 10^3 \text{ J}$  de trabajo es el mismo que si se suministra a presión atmosférica por una transferencia de calor. Así,

$$2,4 \times 10^3 \text{ J} = mc\Delta T = (0,50 \text{ kg})(3,9 \times 10^2 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})\Delta T,$$

y el aumento de la temperatura del accesorio es

$$\Delta T = 12 ^\circ\text{C},$$

donde hemos utilizado el valor del calor específico del cobre,  $c = 3,9 \times 10^2 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ .

**Importancia**

Si se liberara calor, el cambio de energía interna sería menor y provocaría un cambio de temperatura menor que el calculado en el problema.

**✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 3.2**

Las cantidades que aparecen a continuación representan cuatro transiciones diferentes entre el mismo estado inicial y final. Complete los espacios en blanco.

$Q$ (J)	$W$ (J)	$\Delta E_{\text{int}}$ (J)
-80	-120	
90		
	40	
	-40	

**TABLA 3.2**

**EJEMPLO 3.4****Un gas ideal que hace transiciones entre dos estados**

Consideremos las expansiones cuasiestáticas de un gas ideal entre los estados de equilibrio  $A$  y  $C$  de la [Figura 3.6](#). Si se añaden 515 J de calor al gas mientras recorre la trayectoria  $ABC$ , ¿cuánto calor se necesita para la transición a lo largo de  $ADC$ ? Suponga que

$$p_1 = 2,10 \times 10^5 \text{ N/m}^2, p_2 = 1,05 \times 10^5 \text{ N/m}^2, V_1 = 2,25 \times 10^{-3} \text{ m}^3, \text{ y } V_2 = 4,50 \times 10^{-3} \text{ m}^3.$$

**Estrategia**

La diferencia de trabajo realizado entre el proceso  $ABC$  y el proceso  $ADC$  es el área encerrada por  $ABCD$ . Dado que el cambio de la energía interna (una función del estado) es el mismo para ambos procesos, la diferencia de trabajo es, por tanto, la misma que la diferencia de calor transferido al sistema.

**Solución**

Para la trayectoria  $ABC$ , el calor añadido es  $Q_{ABC} = 515 \text{ J}$  y el trabajo realizado por el gas es el área debajo de la trayectoria en el diagrama  $pV$ , que es

$$W_{ABC} = p_1(V_2 - V_1) = 473 \text{ J}.$$

A lo largo de  $ADC$ , el trabajo realizado por el gas es de nuevo el área bajo la trayectoria:

$$W_{ADC} = p_2(V_2 - V_1) = 236 \text{ J}.$$

Entonces, mediante la estrategia que acabamos de describir, tenemos

$$Q_{ADC} - Q_{ABC} = W_{ADC} - W_{ABC},$$

lo que lleva a

$$Q_{ADC} = Q_{ABC} + W_{ADC} - W_{ABC} = (515 + 236 - 473) \text{ J} = 278 \text{ J}.$$

**Importancia**

Los cálculos de trabajo en este problema se simplifican, ya que no se realiza trabajo a lo largo de  $AD$  y  $BC$  y a lo largo de  $AB$  y  $DC$ ; la presión es constante sobre el cambio de volumen, por lo que el trabajo realizado es

simplemente  $p\Delta V$ . También se podría haber utilizado una línea isotérmica, ya que hemos derivado el trabajo para un proceso isotérmico como  $W = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$ .

### EJEMPLO 3.5

#### Expansión isotérmica de un gas ideal

Se añade calor a 1 mol de un gas monoatómico ideal confinado en un cilindro con un pistón móvil en un extremo. El gas se expande cuasiestáticamente a una temperatura constante de 300 K hasta que su volumen aumenta de  $V$  a  $3V$ . (a) ¿Cuál es el cambio de energía interna del gas? (b) ¿Cuánto trabajo realiza el gas? (c) ¿Cuánto calor se añade al gas?

#### Estrategia

(a) Dado que el sistema es un gas ideal, la energía interna solo cambia cuando cambia la temperatura. (b) Por lo tanto, el calor añadido al sistema se utiliza puramente para realizar el trabajo que se ha calculado en la sección [Trabajo, calor y energía interna](#). (c) Por último, se puede utilizar la primera ley de la termodinámica para calcular el calor añadido al gas.

#### Solución

- Hemos visto en la sección anterior que la energía interna de un gas monoatómico ideal es una función únicamente de temperatura. Dado que los valores de  $\Delta T = 0$ , para este proceso,  $\Delta E_{\text{int}} = 0$ .
- La expansión isotérmica cuasiestática de un gas ideal fue considerada en la sección anterior y se halló que era

$$\begin{aligned} W &= nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT \ln \frac{3V}{V} \\ &= (1,00 \text{ mol})(8,314 \text{ J/K} \cdot \text{mol})(300 \text{ K})(\ln 3) = 2,74 \times 10^3 \text{ J.} \end{aligned}$$

- Con los resultados de las partes (a) y (b) podemos utilizar la primera ley para determinar el calor añadido:  $\Delta E_{\text{int}} = Q - W = 0$ ,

lo que lleva a

$$Q = W = 2,74 \times 10^3 \text{ J.}$$

#### Importancia

Un proceso isotérmico no tiene cambios en la energía interna. A partir de ahí, la primera ley de la termodinámica se reduce a  $Q = W$ .

### COMPRUEBE LO APRENDIDO 3.3

¿Por qué era necesario afirmar que el proceso del [Ejemplo 3.5](#) es cuasiestático?

### EJEMPLO 3.6

#### Vaporizar agua

Cuando 1,00 g de agua a 100 °C pasa de la fase líquida a la gaseosa a presión atmosférica, su cambio de volumen es  $1,67 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ . (a) ¿Cuánto calor hay que añadir para vaporizar agua? (b) ¿Cuánto trabajo realiza el agua contra la atmósfera en su expansión? (c) ¿Cuál es el cambio en la energía interna del agua?

#### Estrategia

Primero podemos calcular cuánto calor se necesita a partir del calor de vaporización latente del agua. A partir del cambio de volumen podemos calcular el trabajo realizado de  $W = p\Delta V$  porque la presión es constante. Entonces, la primera ley de la termodinámica nos proporciona el cambio en la energía interna.

**Solución**

- a. Con  $L_v$  que representa el calor de vaporización latente, el calor necesario para vaporizar el agua es

$$Q = mL_v = (1,00 \text{ g})(2,26 \times 10^3 \text{ J/g}) = 2,26 \times 10^3 \text{ J}.$$

- b. Dado que la presión en el sistema es constante en  $1,00 \text{ atm} = 1,01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ , el trabajo realizado por el agua al vaporizarse es

$$W = p\Delta V = (1,01 \times 10^5 \text{ N/m}^2)(1,67 \times 10^{-3} \text{ m}^3) = 169 \text{ J}.$$

- c. A partir de la primera ley, la energía térmica del agua durante su vaporización cambia por

$$\Delta E_{\text{int}} = Q - W = 2,26 \times 10^3 \text{ J} - 169 \text{ J} = 2,09 \times 10^3 \text{ J}.$$

**Importancia**

Notamos que en la parte (c) vemos un cambio en energía interna, sin embargo, no hay cambio en temperatura. Los gases ideales que no sufren cambios de fase tienen la energía interna proporcional a la temperatura. La energía interna en general es la suma de toda la energía del sistema.

**✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 3.4**

Cuando 1,00 g de amoníaco hierve a presión atmosférica y  $-33,0 \text{ }^\circ\text{C}$ , su volumen cambia de 1,47 a  $1130 \text{ cm}^3$ . Su calor de vaporización a esta presión es  $1,37 \times 10^6 \text{ J/kg}$ . ¿Cuál es el cambio en la energía interna del amoníaco cuando se vaporiza?

**🔗 INTERACTIVO**

Vea este [sitio \(https://openstax.org/l/211stlawthermo\\_es\)](https://openstax.org/l/211stlawthermo_es) para aprender cómo se aplica la primera ley de la termodinámica. Primero, bombee algunas moléculas de especies pesadas en la cámara. A continuación, reproduzca realizando un trabajo (empuje la pared hacia la derecha donde se encuentra la persona) para ver cómo cambia la energía interna (según la temperatura). A continuación, observe cómo el calor añadido cambia la energía interna. Por último, puede establecer un parámetro constante, como la temperatura, y ver qué ocurre cuando realiza un trabajo para mantener la temperatura constante (*Nota: Es posible que al principio vea un cambio en estas variables al moverse rápidamente en la simulación pero, finalmente, este valor volverá a su valor de equilibrio*).

**3.4 Procesos termodinámicos****OBJETIVOS DE APRENDIZAJE**

Al final de esta sección, podrá:

- Definir un proceso termodinámico.
- Distinguir entre procesos cuasiestáticos y no cuasiestáticos.
- Calcular cantidades físicas, como el calor transferido, el trabajo realizado y el cambio de energía interna para procesos termodinámicos isotérmicos, adiabáticos y cíclicos.

Al resolver problemas de mecánica aislamos el cuerpo en cuestión, analizamos las fuerzas externas que actúan sobre él y luego utilizamos las leyes de Newton para predecir su comportamiento. En termodinámica, adoptamos un enfoque similar. Empezamos por identificar la parte del universo que queremos estudiar; también se conoce como nuestro sistema (al principio de este capítulo definimos un sistema como cualquier cosa cuyas propiedades nos interesan; puede ser un solo átomo o la Tierra entera). Una vez seleccionado nuestro sistema, determinamos cómo el ambiente, o el entorno, interactúa con el sistema. Por último, una vez comprendida la interacción, estudiamos el comportamiento térmico del sistema con la ayuda de las leyes de la termodinámica.

El comportamiento térmico de un sistema se describe en términos de *variables termodinámicas*. Para un gas ideal, estas variables son presión, volumen, temperatura y número de moléculas o moles del gas. Los distintos tipos de sistemas suelen caracterizarse por conjuntos de variables diferentes. Por ejemplo, las variables



termodinámicas de una banda elástica estirada son tensión, longitud, temperatura y masa.

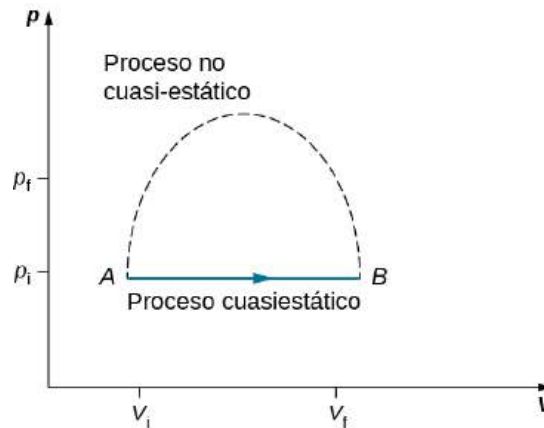
El estado de un sistema puede cambiar como consecuencia de su interacción con el ambiente. El cambio en un sistema puede ser rápido o lento y grande o pequeño. La forma en que un estado de un sistema puede cambiar de un estado inicial a un estado final se llama **proceso termodinámico**. Para fines analíticos en termodinámica, es útil dividir los procesos en *cuasiestáticos* o *no cuasiestáticos*, como explicamos ahora.

### Procesos cuasiestáticos y no cuasiestáticos

Un proceso cuasiestático se refiere a un proceso idealizado o imaginado en el que el cambio de estado se hace con una lentitud infinitesimal, de modo que en cada instante se puede suponer que el sistema está en equilibrio termodinámico consigo mismo y con el ambiente. Por ejemplo, imagine que calienta 1 kg de agua a partir de una temperatura de 20 °C a una de 21 °C a una presión constante de 1 atmósfera. Para calentar el agua muy lentamente podemos imaginar que colocamos el recipiente con agua en una gran bañera que se puede calentar lentamente, de forma que la temperatura de la bañera puede aumentar infinitesimalmente de 20 °C a 21 °C. Si ponemos 1 kg de agua a 20 °C directamente en una bañera a 21 °C, la temperatura del agua aumentará rápidamente hasta 21 °C de forma no cuasiestática.

Los procesos cuasiestáticos se hacen con la suficiente lentitud como para que el sistema permanezca en equilibrio termodinámico en cada instante, a pesar de que el sistema cambie con el tiempo. El equilibrio termodinámico del sistema es necesario para que el sistema tenga valores bien definidos de las propiedades macroscópicas como la temperatura y la presión del sistema en cada instante del proceso. Por lo tanto, los procesos cuasiestáticos se pueden mostrar como trayectorias bien definidas en el espacio de estados del sistema.

Dado que los procesos cuasiestáticos no se pueden hacer completamente para cualquier cambio finito del sistema, todos los procesos de la naturaleza son no cuasiestáticos. En la [Figura 3.8](#) se muestran ejemplos de procesos cuasiestáticos y no cuasiestáticos. A pesar de que todos los cambios finitos deben ocurrir esencialmente no cuasiestáticos, en alguna etapa del cambio podemos imaginar la realización de infinitos procesos cuasiestáticos correspondientes a cada proceso cuasiestático. Dado que los procesos cuasiestáticos se pueden examinar analíticamente, en este libro estudiamos principalmente los procesos cuasiestáticos. Ya hemos visto que en un proceso cuasiestático el trabajo de un gas viene dado por  $pdV$ .



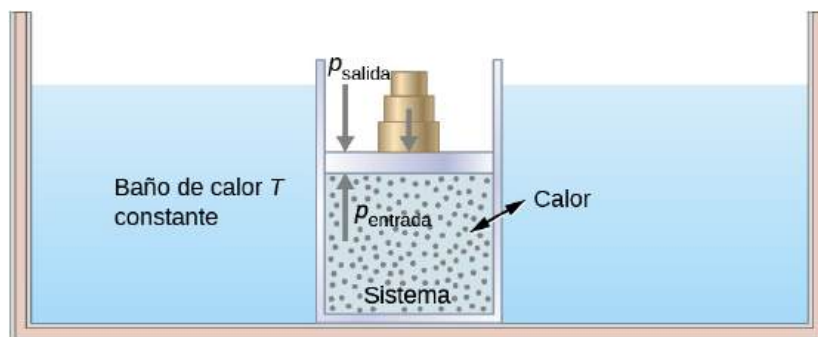
**FIGURA 3.8** Procesos cuasiestáticos y no cuasiestáticos entre los estados A y B de un gas. En un proceso cuasiestático, la trayectoria del proceso entre A y B se puede dibujar en un diagrama de estados, ya que se conocen todos los estados por los que pasa el sistema. En un proceso no cuasiestático, no se conocen los estados entre A y B, por lo que no se puede trazar ninguna trayectoria. Puede seguir la línea discontinua como se muestra en la figura o tomar una trayectoria muy diferente.

### Procesos isotérmicos

Un **proceso isotérmico** es un cambio de estado del sistema a una temperatura constante. Este proceso se consigue al mantener el sistema en equilibrio térmico con un gran baño de calor durante el proceso. Recordemos que un baño de calor es un sistema idealizado “infinitamente” grande cuya temperatura no

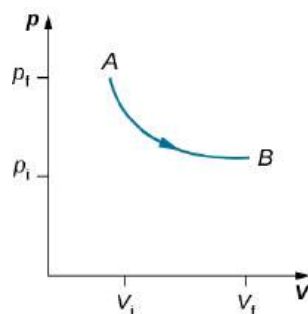
cambia. En la práctica, la temperatura de un baño finito se controla al añadir o quitar una cantidad finita de energía, según el caso.

Como ilustración de un proceso isotérmico, considere un cilindro de gas con un pistón móvil sumergido en un gran tanque de agua cuya temperatura se mantiene constante. Como el pistón se mueve libremente, la presión en el interior  $P_{\text{en}}$  se equilibra con la presión exterior  $P_{\text{fuera}}$  por unas pesas en el pistón, como en la [Figura 3.9](#).



**FIGURA 3.9** Expansión de un sistema a temperatura constante. La eliminación de las pesas en el pistón provoca un desequilibrio de fuerzas, lo que hace que se mueva hacia arriba. Cuando el pistón se mueve hacia arriba, la temperatura se reduce momentáneamente, lo que hace que el calor fluya desde el baño de calor hacia el sistema. La energía para mover el pistón proviene finalmente del baño de calor.

A medida que se eliminan las pesas en el pistón, se produce un desequilibrio de fuerzas en el pistón. La fuerza neta distinta a cero sobre el pistón haría que este se acelerara, lo que provocaría un aumento de volumen. La expansión del gas lo enfría a una temperatura más baja, lo que hace posible que el calor entre desde el baño de calor al sistema hasta que la temperatura del gas se restablezca a la temperatura del baño de calor. Si las pesas se eliminan en pasos infinitesimales, la presión en el sistema disminuye infinitesimalmente. De este modo, se puede llevar a cabo un proceso isotérmico de forma cuasiestática. Una línea isotérmica en un diagrama ( $p$ ,  $V$ ) está representada por una línea curva desde el punto de partida  $A$  hasta el punto de llegada  $B$ , como se ve en la [Figura 3.10](#). Para un gas ideal, un proceso isotérmico es hiperbólico, ya que para un gas ideal a temperatura constante,  $p \propto \frac{1}{V}$ .



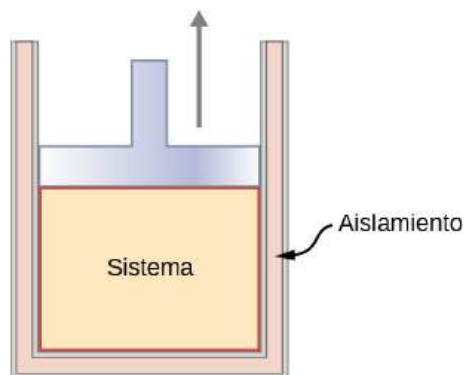
**FIGURA 3.10** Una expansión isotérmica de un estado identificado como  $A$  a otro estado identificado como  $B$  en un diagrama  $pV$ . La curva representa la relación entre presión y volumen en un gas ideal a temperatura constante.

Un proceso isotérmico estudiado en este capítulo se realiza de forma cuasiestática, ya que para que sea isotérmico a lo largo del cambio de volumen, se debe poder indicar la temperatura del sistema en cada paso, lo cual es posible solo si el sistema está en equilibrio térmico de forma continua. El sistema debe salir del equilibrio para que el estado cambie, pero para los procesos cuasiestáticos, imaginamos que el proceso se realiza en pasos infinitesimales, de manera que estas salidas del equilibrio pueden ser tan breves y pequeñas como queramos.

Otros procesos cuasiestáticos de interés para los gases son los procesos isobáricos e isocóricos. Un proceso **isobárico** es un proceso en el que la presión del sistema no cambia, mientras que un **proceso isocórico** es un proceso en el que el volumen del sistema no cambia.

## Procesos adiabáticos

En un **proceso adiabático** el sistema está aislado de su ambiente de modo que, aunque el estado del sistema cambia, no se permite que el calor entre o salga del sistema, como se ve en la [Figura 3.11](#). Un proceso adiabático se puede llevar a cabo de forma cuasiestática o no cuasiestática. Cuando un sistema se expande adiabáticamente, debe realizar un trabajo contra el mundo exterior y, por tanto, su energía disminuye, lo que se refleja en el descenso de la temperatura del sistema. Una expansión adiabática conduce a una disminución de temperatura, y una compresión adiabática conduce a un aumento de temperatura. Volvemos a hablar de la expansión adiabática en la sección [Procesos adiabáticos para un gas ideal](#).



**FIGURA 3.11** Se libera un pistón aislado con un gas caliente y comprimido. El pistón se mueve hacia arriba, el volumen se expande y la presión y la temperatura disminuyen. La energía interna va al trabajo. Si la expansión se produce en un tiempo en el que el calor puede entrar en el sistema de forma insignificante, el proceso se denomina adiabático. Idealmente, durante un proceso adiabático no entra ni sale calor del sistema.

## Procesos cíclicos

Decimos que un sistema pasa por un **proceso cíclico** si el estado del sistema al final es el mismo que el estado al principio. Por lo tanto, las propiedades de estado como temperatura, presión, volumen y energía interna del sistema no cambian a lo largo de un ciclo completo:

$$\Delta E_{\text{int}} = 0.$$

Cuando se aplica la primera ley de la termodinámica a un proceso cíclico, se obtiene una relación sencilla entre el calor que entra en el sistema y el trabajo realizado por este a lo largo del ciclo:

$$Q = W \text{ (proceso cíclico).}$$

Los procesos termodinámicos también se distinguen por ser o no reversibles. Un **proceso reversible** es aquel que se puede hacer para retroceder en la trayectoria mediante cambios diferenciales en el ambiente. Por lo tanto, este proceso debe ser también cuasiestático. Sin embargo, hay que tener en cuenta que un proceso cuasiestático no es necesariamente reversible, ya que pueden intervenir fuerzas disipativas. Por ejemplo, si se produjera una fricción entre el pistón y las paredes del cilindro que contiene el gas, la energía perdida por la fricción nos impediría reproducir los estados originales del sistema.

Consideramos varios procesos termodinámicos:

1. Un proceso isotérmico, durante el cual la temperatura del sistema permanece constante.
2. Un proceso adiabático, durante el cual no se transfiere calor hacia ni desde el sistema.
3. Un proceso isobárico, durante el cual la presión del sistema no cambia.
4. Un proceso isocórico, durante el cual el volumen del sistema no cambia.

También se producen muchos otros procesos que no encajan en ninguna de estas cuatro categorías.

## INTERACTIVO

Vea este [sitio \(https://openstax.org/l/21idegaspvdiag\)](https://openstax.org/l/21idegaspvdiag) para configurar su propio proceso en un diagrama  $pV$ . Compruebe si puede calcular los valores predichos por la simulación para calor, trabajo y cambio de energía

interna.

## 3.5 Capacidades térmicas de un gas ideal

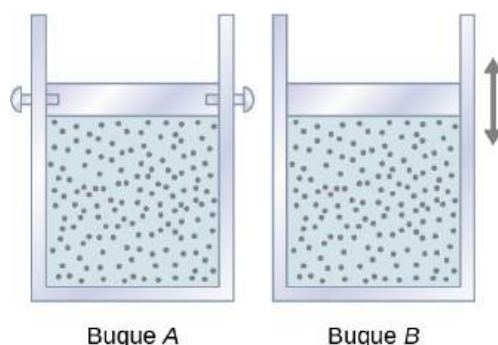
### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Definir capacidad calorífica de un gas ideal para un proceso específico.
- Calcular el calor específico de un gas ideal para un proceso isobárico o uno isocórico.
- Explicar la diferencia entre las capacidades caloríficas de un gas ideal y de un gas real.
- Estimar el cambio en el calor específico de un gas en rangos de temperatura.

Hemos aprendido sobre calor específico y capacidad calorífica molar en la sección [Temperatura y calor](#); sin embargo, no hemos considerado un proceso en el que se añada calor. Lo hacemos en esta sección. Primero, examinamos un proceso en el que el sistema tiene un volumen constante, luego lo contrastamos con un sistema a presión constante y mostramos cómo se relacionan sus calores específicos.

Comencemos observando la [Figura 3.12](#), que muestra dos recipientes *A* y *B*, cada uno de los cuales contiene 1 mol del mismo tipo de gas ideal a una temperatura  $T$  y un volumen  $V$ . La única diferencia entre los dos recipientes es que el pistón de la parte superior de *A* está fijo, mientras que el de la parte superior de *B* es libre de moverse frente a una presión externa constante  $p$ . Consideremos ahora lo que ocurre cuando la temperatura del gas en cada recipiente se incrementa lentamente hasta  $T + dT$  con la adición de calor.



**FIGURA 3.12** Los dos recipientes son idénticos, excepto que el pistón de la parte superior de *A* está fijo, mientras que el de la parte superior de *B* es libre de moverse contra una presión externa constante  $p$ .

Como el pistón del recipiente *A* es fijo, el volumen del gas encerrado no cambia. En consecuencia, el gas no realiza ningún trabajo, y tenemos por la primera ley

$$dE_{\text{int}} = dQ - dW = dQ.$$

Representamos el hecho de que el calor se intercambia a volumen constante al escribir

$$dQ = C_V ndT,$$

donde  $C_V$  es la **capacidad calorífica molar a volumen constante** del gas. Además, como  $dE_{\text{int}} = dQ$  para este proceso en particular,

$$dE_{\text{int}} = C_V ndT. \quad 3.9$$

Obtuvimos esta ecuación suponiendo que el volumen del gas era fijo. Sin embargo, la energía interna es una función de estado que depende únicamente de la temperatura de un gas ideal. Por lo tanto,  $dE_{\text{int}} = C_V ndT$  da el cambio de energía interna de un gas ideal para cualquier proceso que implique un cambio de temperatura  $dT$ .

Cuando el gas del recipiente *B* se calienta, se expande contra el pistón móvil y realiza un trabajo  $dW = pdV$ . En este caso, el calor se añade a presión constante, y escribimos

$$dQ = C_p ndT,$$

donde  $C_p$  es la **capacidad calorífica molar a presión constante** del gas. Además, dado que el gas ideal se expande contra una presión constante,

$$d(pV) = d(RnT)$$

se convierte en

$$pdV = RndT.$$

Finalmente, al insertar las expresiones para  $dQ$  y  $pdV$  en la primera ley, obtenemos

$$dE_{\text{int}} = dQ - pdV = (C_p n - Rn)dT.$$

Hemos hallado  $dE_{\text{int}}$  para un proceso isocórico e isobárico. Debido a que la energía interna de un gas ideal solo depende de la temperatura,  $dE_{\text{int}}$  debe ser la misma para ambos procesos. Así,

$$C_V ndT = (C_p n - Rn)dT,$$

y

$$C_p = C_V + R. \quad \text{3.10}$$

La derivación de la [Ecuación 3.10](#) se basó únicamente en la ley de los gases ideales. En consecuencia, esta relación es aproximadamente válida para todos los gases diluidos, ya sean monoatómicos como He, diatómicos como  $O_2$ , o poliatómicos como  $CO_2$  o  $NH_3$ .

En el capítulo anterior hallamos que la capacidad calorífica molar de un gas ideal a volumen constante es

$$C_V = \frac{d}{2}R,$$

donde  $d$  es el número de grados de libertad de una molécula en el sistema. En la [Tabla 3.3](#) se muestran las capacidades térmicas molares de algunos gases ideales diluidos a temperatura ambiente. Las capacidades caloríficas de los gases reales son algo mayores que las predichas por las expresiones de  $C_V$  y  $C_p$  dadas en la [Ecuación 3.10](#). Esto indica que el movimiento vibracional en las moléculas poliatómicas es significativo, incluso a temperatura ambiente. Aun así, la diferencia en las capacidades térmicas molares,  $C_p - C_V$ , está muy cerca de  $R$ , incluso para los gases poliatómicos.

Capacidades térmicas molares de gases ideales diluidos a temperatura ambiente				
Tipo de molécula	Gas	$C_p$ (J/mol K)	$C_V$ (J/mol K)	$C_p - C_V$ (J/mol K)
Monoatómico	Ideal	$\frac{5}{2}R = 20,79$	$\frac{3}{2}R = 12,47$	$R = 8,31$
Diatómico	Ideal	$\frac{7}{2}R = 29,10$	$\frac{5}{2}R = 20,79$	$R = 8,31$
Poliatómico	Ideal	$4R = 33,26$	$3R = 24,94$	$R = 8,31$

**TABLA 3.3**

## 3.6 Procesos adiabáticos para un gas ideal

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

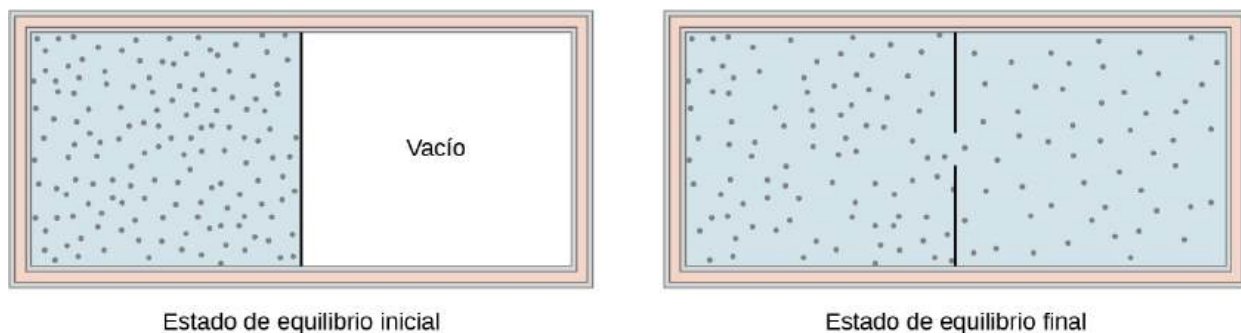
Al final de esta sección, podrá:

- Definir la expansión adiabática de un gas ideal.
- Demostrar la diferencia cualitativa entre expansiones adiabáticas e isotérmicas.

Cuando un gas ideal se comprime adiabáticamente ( $Q = 0$ ), se realiza trabajo sobre él y su temperatura

aumenta; en una expansión adiabática, el gas realiza trabajo y su temperatura desciende. Las compresiones adiabáticas se producen en realidad en los cilindros de un automóvil, donde las compresiones de la mezcla de gas y aire ocurren tan rápidamente que no hay tiempo para que la mezcla intercambie calor con su ambiente. Aun así, como se realiza un trabajo sobre la mezcla durante la compresión, su temperatura aumenta considerablemente. De hecho, los aumentos de temperatura pueden ser tan grandes que la mezcla puede explotar sin necesidad de una chispa. Estas explosiones, al no estar cronometradas, hacen que el automóvil funcione con deficiencia: suele “golpear”. Dado que la temperatura de ignición aumenta con el octanaje de la gasolina, una forma de superar este problema es utilizar una gasolina de mayor octanaje.

Otro proceso adiabático interesante es la expansión libre de un gas. En la [Figura 3.13](#) se muestra un gas confinado por una membrana a un lado de un recipiente de dos compartimentos aislado térmicamente. Cuando se perfora la membrana, el gas entra en el lado vacío del recipiente y se expande libremente. Porque el gas se expande “contra el vacío” ( $p = 0$ ), no realiza ningún trabajo, y como el recipiente está aislado térmicamente, la expansión es adiabática. Con  $Q = 0$  y  $W = 0$  en la primera ley,  $\Delta E_{\text{int}} = 0$ , así que  $E_{\text{int}i} = E_{\text{int}f}$  para la expansión libre.



**FIGURA 3.13** El gas de la cámara izquierda se expande libremente hacia la cámara derecha cuando se perfora la membrana.

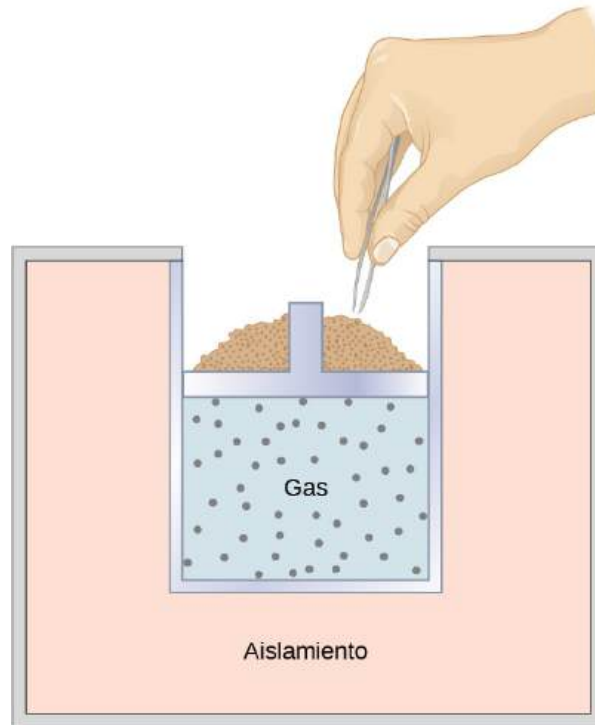
Si el gas es ideal, la energía interna depende solo de la temperatura. Por lo tanto, cuando un gas ideal se expande libremente, su temperatura no cambia.

Una expansión cuasiestática adiabática de un gas ideal se representa en la [Figura 3.14](#), que muestra un cilindro aislado que contiene 1 mol de un gas ideal. Se hace que el gas se expanda de forma cuasiestática al retirar un grano de arena a la vez de la parte superior del pistón. Cuando el gas se expande en  $dV$ , el cambio en su temperatura es  $dT$ . El trabajo realizado por el gas en la expansión es  $dW = pdV$ ;  $dQ = 0$  porque el cilindro está aislado; y el cambio en la energía interna del gas es, desde la [Ecuación 3.9](#),  $dE_{\text{int}} = C_V n dT$ . Por lo tanto, a partir de la primera ley,

$$C_V n dT = 0 - pdV = -pdV,$$

así que

$$dT = -\frac{pdV}{C_V n}.$$



**FIGURA 3.14** Cuando se retira la arena del pistón, grano a grano, el gas se expande adiabática y cuasiestáticamente en el recipiente aislado.

Además, para 1 mol de un gas ideal,

$$d(pV) = d(RnT),$$

así que

$$pdV + Vdp = RndT$$

y

$$dT = \frac{pdV + Vdp}{Rn}.$$

Ahora tenemos dos ecuaciones para  $dT$ . Al equipararlos, hallamos que

$$C_V nVdp + (C_V n + Rn)pdV = 0.$$

Ahora, dividimos esta ecuación entre  $npV$  y usamos  $C_p = C_V + R$ . Nos quedamos entonces con

$$C_V \frac{dp}{p} + C_p \frac{dV}{V} = 0,$$

que se convierte en

$$\frac{dp}{p} + \gamma \frac{dV}{V} = 0,$$

donde definimos  $\gamma$  como la relación de las capacidades térmicas molares:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}.$$

**3.11**

Así,

$$\int \frac{dp}{p} + \gamma \int \frac{dV}{V} = 0$$

y

$$\ln p + \gamma \ln V = \text{constante.}$$

Por último, al usar  $\ln(A^x) = x \ln A$  y  $\ln AB = \ln A + \ln B$ , podemos escribirla de la forma

$$pV^\gamma = \text{constante.} \quad 3.12$$

Esta ecuación es la condición que debe cumplir un gas ideal en un proceso adiabático cuasiestático. Por ejemplo, si un gas ideal realiza una transición adiabática cuasiestática desde un estado con presión y volumen  $p_1$  y  $V_1$  a un estado con  $p_2$  y  $V_2$ , entonces debe ser cierto que  $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$ .

La condición adiabática de la [Ecuación 3.12](#) se puede escribir en términos de otros pares de variables termodinámicas combinándola con la ley de los gases ideales. Al hacer esto, hallamos que

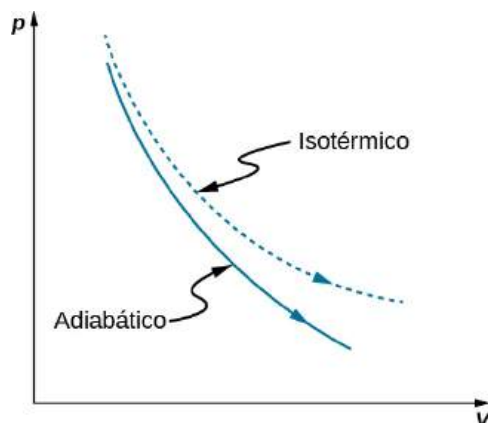
$$p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{constante} \quad 3.13$$

y

$$TV^{\gamma-1} = \text{constante.} \quad 3.14$$

Una expansión adiabática reversible de un gas ideal se representa en el diagrama  $pV$  de la [Figura 3.15](#). La pendiente de la curva en cualquier punto es

$$\frac{dp}{dV} = \frac{d}{dV} \left( \frac{\text{constante}}{V^\gamma} \right) = -\gamma \frac{p}{V}.$$



**FIGURA 3.15** Expansiones adiabáticas e isotérmicas cuasiestáticas de un gas ideal.

La curva discontinua que se muestra en este diagrama de  $pV$  representa una expansión isotérmica en la que  $T$  (y por tanto  $pV$ ) es constante. La pendiente de esta curva es útil cuando consideramos la segunda ley de la termodinámica en el próximo capítulo. Esta pendiente es

$$\frac{dp}{dV} = \frac{d}{dV} \frac{nRT}{V} = -\frac{p}{V}.$$

Porque  $\gamma > 1$ , la curva isotérmica no es tan pronunciada como la de la expansión adiabática.

### EJEMPLO 3.7

#### Compresión de un gas ideal en un motor de automóvil

El vapor de la gasolina se inyecta en el cilindro de un motor de automóvil cuando el pistón está en posición de expansión. La temperatura, la presión y el volumen de la mezcla gas-aire resultante son  $20^\circ\text{C}$ ,



$1,00 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ , y  $240 \text{ cm}^3$ , respectivamente. A continuación, la mezcla se comprime adiabáticamente hasta un volumen de  $40 \text{ cm}^3$ . Tome en cuenta que en el funcionamiento real de un motor de automóvil, la compresión no es cuasiestática, aunque aquí hagamos esa suposición. (a) ¿Cuáles son la presión y la temperatura de la mezcla después de la compresión? (b) ¿Cuánto trabajo realiza la mezcla durante la compresión?

### Estrategia

Como estamos modelando el proceso como una compresión adiabática cuasiestática de un gas ideal, tenemos  $pV^\gamma = \text{constante}$  y  $pV = nRT$ . El trabajo necesario se puede entonces evaluar con  $W = \int_{V_1}^{V_2} p dV$ .

### Solución

a. Para una compresión adiabática tenemos

$$p_2 = p_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma,$$

por lo que después de la compresión, la presión de la mezcla es

$$p_2 = (1,00 \times 10^5 \text{ N/m}^2) \left( \frac{240 \times 10^{-6} \text{ m}^3}{40 \times 10^{-6} \text{ m}^3} \right)^{1,40} = 1,23 \times 10^6 \text{ N/m}^2.$$

A partir de la ley de los gases ideales, la temperatura de la mezcla después de la compresión es

$$\begin{aligned} T_2 &= \left( \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} \right) T_1 \\ &= \frac{(1,23 \times 10^6 \text{ N/m}^2)(40 \times 10^{-6} \text{ m}^3)}{(1,00 \times 10^5 \text{ N/m}^2)(240 \times 10^{-6} \text{ m}^3)} \cdot 293 \text{ K} \\ &= 600 \text{ K} = 328 \text{ }^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

b. El trabajo realizado por la mezcla durante la compresión es

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

Con la condición adiabática de la [Ecuación 3.12](#), podemos escribir  $p$  como  $K/V^\gamma$ , donde  $K = p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$ . Por lo tanto, el trabajo es

$$\begin{aligned} W &= \int_{V_1}^{V_2} \frac{K}{V^\gamma} dV \\ &= \frac{K}{1-\gamma} \left( \frac{1}{V_2^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_1^{\gamma-1}} \right) \\ &= \frac{1}{1-\gamma} \left( \frac{p_2 V_2^\gamma}{V_2^{\gamma-1}} - \frac{p_1 V_1^\gamma}{V_1^{\gamma-1}} \right) \\ &= \frac{1}{1-\gamma} (p_2 V_2 - p_1 V_1) \\ &= \frac{1}{1-1,40} [(1,23 \times 10^6 \text{ N/m}^2)(40 \times 10^{-6} \text{ m}^3) \\ &\quad - (1,00 \times 10^5 \text{ N/m}^2)(240 \times 10^{-6} \text{ m}^3)] \\ &= -63 \text{ J}. \end{aligned}$$

### Importancia

El signo negativo del trabajo hecho indica que el pistón realiza un trabajo sobre la mezcla gas-aire. El motor no funcionaría si la mezcla de gas y aire funcionara en el pistón.

## Revisión Del Capítulo

### Términos Clave

**ambiente** la parte de afuera del sistema estudiado

**capacidad calorífica molar a presión constante** cuantifica la relación entre la cantidad de calor eliminado y la temperatura mientras se mide a presión constante

**capacidad calorífica molar a volumen constante** cuantifica la relación entre la cantidad de calor eliminado y la temperatura mientras se mide a volumen constante

**ecuación de estado** describe propiedades de la materia en determinadas condiciones físicas

**energía interna** promedio de la energía mecánica total de todas las moléculas o entidades del sistema

**entorno** ambiente que interactúa con un sistema abierto

**equilibrio** equilibrio térmico establecido entre dos objetos o partes de un sistema

**límite** paredes imaginadas que separan el sistema y su entorno

**primera ley de la termodinámica** el cambio de energía interna para cualquier transición entre dos estados de equilibrio es  $\Delta E_{\text{int}} = Q - W$

**proceso adiabático** proceso durante el cual no se transfiere calor hacia ni desde el sistema

**proceso cíclico** proceso en el que el estado del sistema al final es el mismo que el estado al

principio

**proceso cuasiestático** evolución de un sistema que va tan lentamente que el sistema involucrado está siempre en equilibrio termodinámico

**proceso isobárico** proceso durante el cual la presión del sistema no cambia

**proceso isocórico** proceso durante el cual el volumen del sistema no cambia

**proceso isotérmico** proceso durante el cual la temperatura del sistema se mantiene constante

**proceso reversible** proceso que se puede revertir para restaurar tanto el sistema como su ambiente a sus estados originales juntos

**proceso termodinámico** manera en que un estado de un sistema puede cambiar del estado inicial al estado final

**sistema abierto** sistema que puede intercambiar energía o materia con su entorno

**sistema cerrado** sistema aislado mecánica y térmicamente de su ambiente

**sistema termodinámico** objeto y enfoque del estudio termodinámico

**variable extensiva** variable que es proporcional a la cantidad de materia en el sistema

**variable intensiva** variable que es independiente de la cantidad de materia en el sistema

### Ecuaciones Clave

Ecuación de estado para un sistema cerrado

$$f(p, V, T) = 0$$

Trabajo neto para un cambio de volumen finito

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

Energía interna de un sistema (energía total promedio)

$$E_{\text{int}} = \sum_i (\bar{K}_i + \bar{U}_i),$$

Energía interna de un gas ideal monoatómico

$$E_{\text{int}} = nN_A \left( \frac{3}{2} k_B T \right) = \frac{3}{2} nRT$$

Primera ley de la termodinámica

$$\Delta E_{\text{int}} = Q - W$$

Capacidad calorífica molar a presión constante

$$C_p = C_V + R$$

Relación de capacidades térmicas molares

$$\gamma = C_p / C_V$$

Condición para un gas ideal en un proceso adiabático cuasiestático  $pV^\gamma = \text{constante}$

## Resumen

### 3.1 Sistemas termodinámicos

- Un sistema termodinámico, su límite y su entorno se deben definir con todas las funciones de los componentes completamente explicados antes de que podamos analizar una situación.
- El equilibrio térmico se alcanza con dos objetos si un tercer objeto está en equilibrio térmico con los otros dos por separado.
- Una ecuación de estado general para un sistema cerrado tiene la forma  $f(p, V, T) = 0$ , con un gas ideal como ejemplo ilustrativo.

### 3.2 Trabajo, calor y energía interna

- Un sistema termodinámico realiza trabajo positivo (negativo) cuando se expande (contrae) bajo una presión externa.
- El calor es la energía que se transfiere entre dos objetos (o dos partes de un sistema) debido a una diferencia de temperatura.
- La energía interna de un sistema termodinámico es su energía mecánica total.

### 3.3 Primera ley de la termodinámica

- La energía interna de un sistema termodinámico es una función de estado y, por tanto, es única para cada estado de equilibrio del sistema.
- El aumento de la energía interna del sistema termodinámico viene dado por el calor añadido al sistema menos el trabajo realizado por el sistema en cualquier proceso termodinámico.

### 3.4 Procesos termodinámicos

- El comportamiento térmico de un sistema se describe en términos de variables termodinámicas. Para un gas ideal estas variables son presión, volumen, temperatura y número de moléculas o moles del gas.
- Para sistemas en equilibrio termodinámico las variables termodinámicas están relacionadas por una ecuación de estado.
- Un depósito de calor es tan grande que cuando

intercambia calor con otros sistemas su temperatura no cambia.

- Un proceso cuasiestático se genera tan lentamente que el sistema implicado está siempre en equilibrio termodinámico.
- Un proceso reversible es aquel que se puede hacer para retroceder en la trayectoria y tanto la temperatura como la presión son uniformes en todo el sistema.
- Hay varios tipos de procesos termodinámicos, entre ellos (a) isotérmico, donde la temperatura del sistema es constante; (b) adiabático, donde el sistema no intercambia calor; (c) isobárico, donde la presión del sistema es constante; y (d) isocórico, donde el volumen del sistema es constante.
- Como consecuencia de la primera ley de la termodinámica, he aquí un resumen de los procesos termodinámicos: (a) isotérmico:  $\Delta E_{\text{int}} = 0, Q = W$ ; (b) adiabático:  $Q = 0, \Delta E_{\text{int}} = -W$ ; (c) isobárico:  $\Delta E_{\text{int}} = Q - W$ ; e (d) isocórico:  $W = 0, \Delta E_{\text{int}} = Q$ .

### 3.5 Capacidades térmicas de un gas ideal

- Para un gas ideal, la capacidad molar a presión constante  $C_p$  viene dada por  $C_p = C_V + R = dR/2 + R$ , donde  $d$  es el número de grados de libertad de cada molécula/entidad del sistema.
- Un gas real tiene un calor específico cercano pero un poco más alto que el del gas ideal correspondiente con  $C_p \simeq C_V + R$ .

### 3.6 Procesos adiabáticos para un gas ideal

- Una expansión adiabática cuasiestática de un gas ideal produce una curva  $pV$  más pronunciada que la de la isoterma correspondiente.
- Una expansión realista puede ser adiabática pero es poco común que sea cuasiestática.

## Preguntas Conceptuales

### 3.1 Sistemas termodinámicos

1. Considere estos escenarios e indique si el trabajo es realizado por el sistema sobre el ambiente (system on the environment, SE) o por el ambiente sobre el sistema (environment on the system, ES): (a) abrir una bebida carbonatada; (b)

llenar un neumático vacío; (c) una lata de gas vacía y sellada se expande en un día caluroso y arquea las paredes.

### 3.2 Trabajo, calor y energía interna

2. ¿Es posible determinar si un cambio en la

energía interna está causado por el calor transferido, por el trabajo realizado o por una combinación de ambos?

3. Cuando un líquido se vaporiza, su cambio de energía interna no es igual al calor añadido. ¿Por qué?
4. ¿Por qué la bomba de la bicicleta se calienta al inflar el neumático?
5. ¿Es posible que la temperatura de un sistema permanezca constante cuando el calor entra o sale de él? Si es así, dé ejemplos.

### 3.3 Primera ley de la termodinámica

6. ¿Qué nos dice la primera ley de la termodinámica sobre la energía del universo?
7. ¿Añadir calor a un sistema aumenta siempre su energía interna?
8. Se ha invertido mucho esfuerzo, tiempo y dinero en la búsqueda de la llamada máquina de movimiento perpetuo, la cual se define como una máquina hipotética que funciona o produce trabajo útil indefinidamente o una máquina hipotética que produce más trabajo o energía de la que consume. Explique, en términos de la primera ley de la termodinámica, por qué es probable o no que se construya tal máquina.

### 3.4 Procesos termodinámicos

9. Cuando un gas se expande isotérmicamente, realiza un trabajo. ¿Cuál es la fuente de energía necesaria para realizar este trabajo?
10. Si se dan la presión y el volumen de un sistema, ¿la temperatura se determina siempre de forma única?
11. Es poco probable que un proceso pueda ser

## Problemas

### 3.1 Sistemas termodinámicos

19. Un gas sigue  $pV = bp + cT$  en una curva isotérmica, donde  $p$  es la presión,  $V$  es el volumen,  $b$  es una constante y  $c$  es una función de la temperatura. Demostrar que con este gas se puede establecer una escala de temperatura en un proceso isocórico y que es idéntica a la de un gas ideal.
20. Un mol de gas tiene un coeficiente de dilatación isobárica  $dV/dT = R/p$  y el coeficiente isocórico de presión-temperatura  $dp/dT = p/T$ . Calcule la ecuación de estado del gas.
21. Calcule la ecuación de estado de un sólido que tiene un coeficiente de dilatación

isotérmico, a menos que sea un proceso muy lento. Explique por qué. ¿Es lo mismo para los procesos isobárico e isocórico? Explique su respuesta.

### 3.5 Capacidades térmicas de un gas ideal

12. ¿Cómo un objeto puede transferir calor si el objeto no posee una cantidad discreta de calor?
13. La mayoría de los materiales se expanden cuando se calientan. Una notable excepción es el agua entre  $0^\circ\text{C}$  y  $4^\circ\text{C}$ , que en realidad disminuye su volumen con el aumento de la temperatura. Lo cual es mayor para el agua en esta región de temperatura,  $C_p$  o  $C_V$ ?
14. ¿Por qué hay dos calores específicos para los gases  $C_p$  y  $C_V$ , y sin embargo solo uno dado por sólido?

### 3.6 Procesos adiabáticos para un gas ideal

15. ¿Es posible que  $\gamma$  sea menor que la unidad?
16. ¿Espera que  $\gamma$  ser mayor para un gas o un sólido? Explique.
17. La energía interna de un gas ideal que sufre un proceso isotérmico no varía, ya que la energía interna solo depende de la temperatura. ¿Es, por tanto, correcto decir que un proceso isotérmico es lo mismo que un proceso adiabático para un gas ideal? Explique su respuesta.
18. ¿Un gas realiza algún trabajo cuando se expande adiabáticamente? Si es así, ¿cuál es la fuente de energía necesaria para realizar este trabajo?

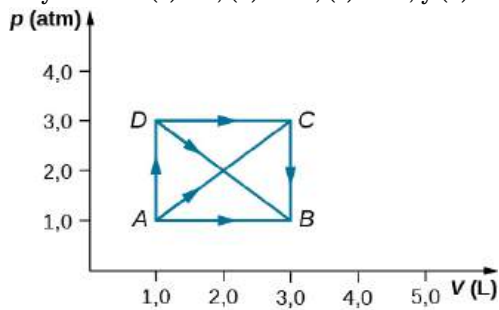
isobárico  $dV/dT = 2cT - bp$  y un coeficiente isotérmico presión-volumen  $dV/dp = -bT$ .

### 3.2 Trabajo, calor y energía interna

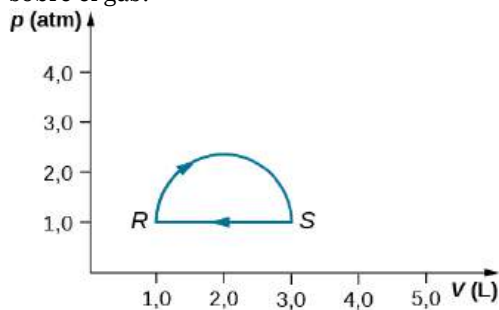
22. Un gas a una presión de 2,00 atm experimenta una expansión isobárica cuasiestática de 3,00 a 5,00 L. ¿Cuánto trabajo realiza el gas?
23. Se necesitan 500 J de trabajo para comprimir cuasiestáticamente 0,50 mol de un gas ideal hasta una quinta parte de su volumen original. Calcule la temperatura del gas, suponiendo que se mantiene constante durante la compresión.
24. Se halla que, cuando un gas diluido se expande cuasiestáticamente de 0,50 a 4,0 L, realiza 250 J

de trabajo. Suponiendo que la temperatura del gas se mantiene constante a 300 K, ¿cuántos moles de gas hay?

25. En una expansión isobárica cuasiestática, el gas realiza 500 J de trabajo. Si la presión del gas es de 0,80 atm, ¿cuál es el aumento fraccionario del volumen del gas, suponiendo que estaba originalmente a 20,0 L?
26. Cuando un gas experimenta un cambio isobárico cuasiestático de volumen de 10,0 a 2,0 L, se requieren 15 J de trabajo de una fuente externa. ¿Cuál es la presión del gas?
27. Un gas ideal se expande cuasiestáticamente e isotérmicamente desde un estado con presión  $p$  y volumen  $V$  a un estado con volumen  $4V$ . Demuestre que el trabajo realizado por el gas en la expansión es  $pV(\ln 4)$ .
28. Como se muestra a continuación, calcule el trabajo realizado por el gas en los procesos cuasiestáticos representados por las trayectorias (a) AB; (b) ADB; (c) ACB; y (d) ADCB.



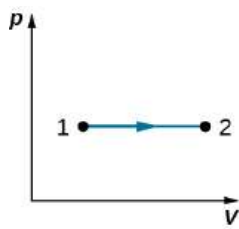
29. (a) Calcule el trabajo realizado por el gas a lo largo de la trayectoria cerrada que se muestra a continuación. La sección curva entre R y S es semicircular. (b) Si el proceso se realiza en sentido contrario, ¿cuál es el trabajo realizado sobre el gas?



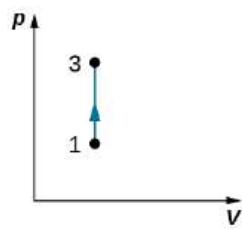
30. Un gas ideal se expande cuasiestáticamente hasta tres veces su volumen original. ¿Qué proceso requiere más trabajo del gas, un proceso isotérmico o uno isobárico? Determine la relación del trabajo realizado en estos procesos.
31. Un gas diluido a una presión de 2,0 atm y un volumen de 4,0 L es llevado a través de los

siguientes pasos cuasiestáticos: (a) una expansión isobárica hasta un volumen de 10,0 L; (b) un cambio isocórico hasta una presión de 0,50 atm; (c) una compresión isobárica hasta un volumen de 4,0 L; y (d) un cambio isocórico hasta una presión de 2,0 atm. Muestre estos pasos en un diagrama  $pV$  y determine en su gráfico el trabajo neto realizado por el gas.

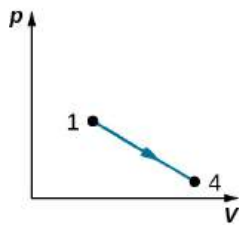
32. ¿Cuál es la energía mecánica promedio del átomo de un gas monoatómico ideal a 300 K?
33. ¿Cuál es la energía interna de 6,00 mol de un gas monoatómico ideal a 200 °C?
34. Calcule la energía interna de 15 mg de helio a una temperatura de 0 °C.
35. Dos gases ideales monoatómicos A y B están a la misma temperatura. Si 1,0 g de gas A tiene la misma energía interna que 0,10 g de gas B, ¿cuáles son (a) la relación del número de moles de cada gas y (b) la relación de las masas atómicas de los dos gases?
36. Los coeficientes de van der Waals para el oxígeno son  $a = 0,138 \text{ J} \cdot \text{m}^3/\text{mol}^2$  y  $b = 3,18 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}$ . Use estos valores para dibujar una isoterma de van der Waals del oxígeno a 100 K. En el mismo gráfico, dibuje las isotermas de un mol de un gas ideal.
37. Calcule el trabajo realizado en los procesos cuasiestáticos que se muestran a continuación. Los estados se dan como valores  $(p, V)$  para los puntos del plano  $pV$ : 1 (3 atm, 4 L), 2 (3 atm, 6 L), 3 (5 atm, 4 L), 4 (2 atm, 6 L), 5 (4 atm, 2 L), 6 (5 atm, 5 L) y 7 (2 atm, 5 L).



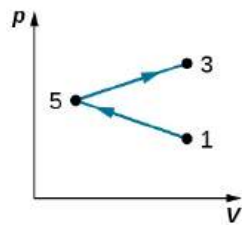
(a)



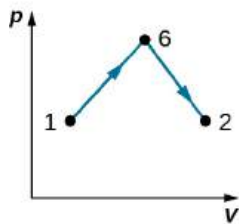
(b)



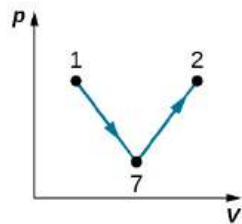
(c)



(d)



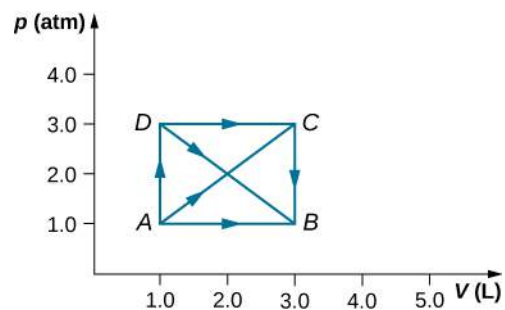
(e)



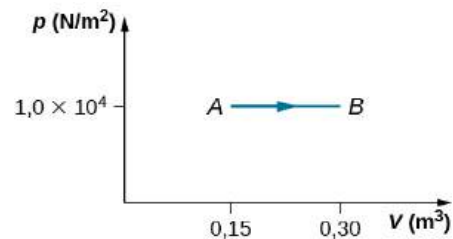
(f)

### 3.3 Primera ley de la termodinámica

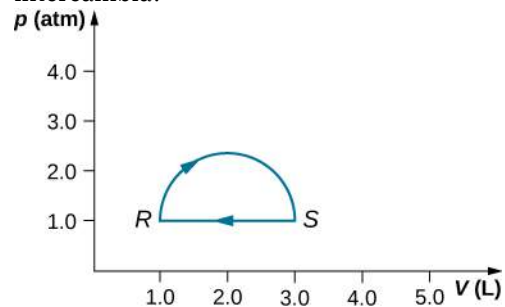
38. Cuando un gas diluido se expande cuasiestáticamente de 0,50 a 4,0 L, realiza 250 J de trabajo. Suponiendo que la temperatura del gas permanece constante a 300 K, (a) ¿cuál es el cambio en la energía interna del gas? (b) ¿Cuánto calor absorbe el gas en este proceso?
39. En una expansión de gas, el gas realiza 500 J de trabajo. Si la energía interna del gas aumentó en 80 J en la expansión, ¿cuánto calor absorbe el gas?
40. Un gas ideal se expande cuasiestáticamente e isotérmicamente desde un estado con presión  $p$  y volumen  $V$  a un estado con volumen  $4V$ . ¿Cuánto calor se añade al gas en expansión?
41. Como se muestra a continuación, si el calor absorbido por el gas a lo largo de AB es de 400 J, determine las cantidades de calor absorbidas a lo largo de (a) ADB; (b) ACB; y (c) ADCB.



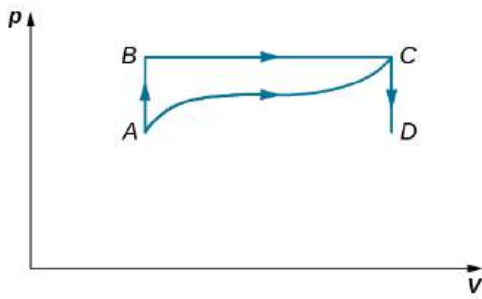
42. Durante la expansión isobárica de A a B representada a continuación se añaden 3.100 J de calor al gas. ¿Cuál es el cambio en su energía interna?



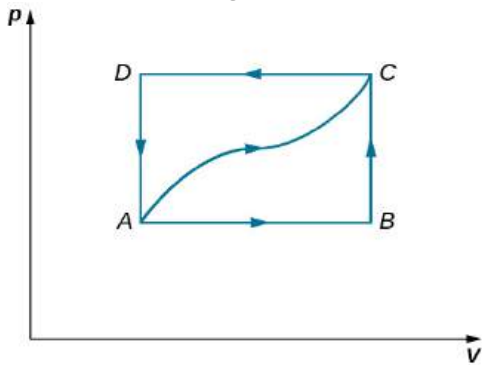
43. (a) ¿Cuál es el cambio de energía interna para el proceso representado por la trayectoria cerrada que se muestra a continuación? (b) ¿Cuánto calor se intercambia? (c) Si la trayectoria se recorre en sentido contrario, ¿cuánto calor se intercambia?



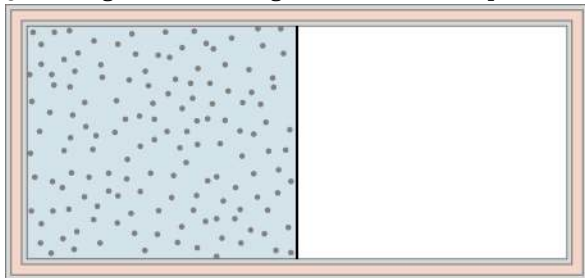
44. Cuando un gas se expande a lo largo de la trayectoria AC que se muestra a continuación realiza 400 J de trabajo y absorbe 200 o 400 J de calor. (a) Suponga que le dicen que a lo largo de la trayectoria ABC el gas absorbe 200 o 400 J de calor. ¿Cuál de estos valores es correcto? (b) Dada la respuesta correcta de la parte (a), ¿cuánto trabajo realiza el gas a lo largo de ABC? (c) A lo largo de CD, la energía interna del gas disminuye en 50 J, ¿cuánto calor intercambia el gas a lo largo de esta trayectoria?



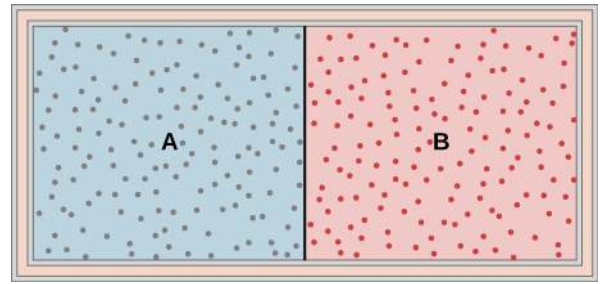
45. Cuando un gas se expande a lo largo de  $AB$  (ver a continuación) realiza 20 J de trabajo y absorbe 30 J de calor. Cuando el gas se expande a lo largo de  $AC$ , realiza 40 J de trabajo y absorbe 70 J de calor. (a) ¿Cuánto calor intercambia el gas a lo largo de  $BC$ ? (b) Cuando el gas hace la transición de  $C$  a  $A$  a lo largo de  $CDA$ , se realizan 60 J de trabajo sobre él de  $C$  a  $D$ . ¿Cuánto calor intercambia a lo largo de  $CDA$ ?



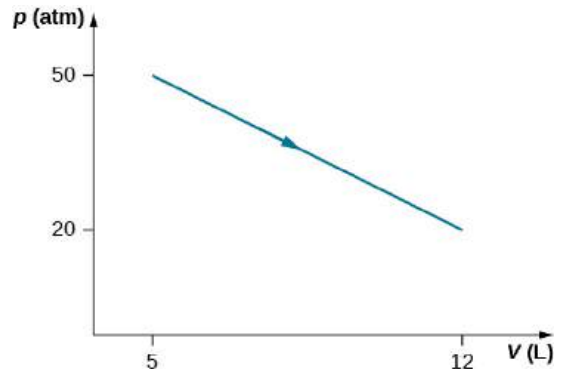
46. Un gas diluido se almacena en la cámara izquierda de un recipiente cuyas paredes están perfectamente aisladas (vea a continuación), y la cámara derecha está evacuada. Cuando se retira la división, el gas se expande y llena todo el recipiente. Calcule el trabajo realizado por el gas. ¿La energía interna del gas cambia en este proceso?



47. Los gases ideales A y B se almacenan en las cámaras izquierda y derecha de un recipiente aislado, como se muestra a continuación. Se retira la división y los gases se mezclan. ¿Se hace algún trabajo en este proceso? Si las temperaturas de A y B son inicialmente iguales, ¿qué ocurre con su temperatura común después de mezclarse?



48. Un gas monoatómico ideal a una presión de  $2,0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$  y una temperatura de 300 K experimenta una expansión isobárica cuasiestática de  $2,0 \times 10^3$  a  $4,0 \times 10^3 \text{ cm}^3$ . (a) ¿Cuál es el trabajo realizado por el gas? (b) ¿Cuál es la temperatura del gas después de la expansión? (c) ¿Cuántos moles de gas hay? (d) ¿Cuál es el cambio de energía interna del gas? (e) ¿Cuánto calor se añade al gas?
49. Considere el proceso para el vapor de agua en un cilindro que se muestra a continuación. Suponga que el cambio en la energía interna en este proceso es de 30 kJ. Calcule el calor que entra en el sistema.



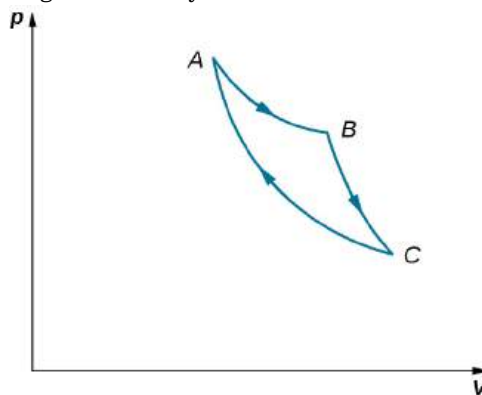
50. El estado de 30 moles de vapor de agua en un cilindro cambia de forma cíclica de a-b-c-a, donde la presión y el volumen de los estados son a (30 atm, 20 L), b (50 atm, 20 L) y c (50 atm, 45 L). Suponga que cada cambio ocurre a lo largo de la línea que une los estados inicial y final en el plano pV. (a) Represente el ciclo en el plano pV. (b) Calcule el trabajo neto realizado por el vapor de agua en un ciclo. (c) Calcule la cantidad neta de flujo de calor en el vapor de agua en el transcurso de un ciclo.
51. Un gas ideal monoatómico experimenta un proceso cuasiestático que es descrito por la función  $p(V) = p_1 + 3(V - V_1)$ , donde el estado inicial es  $(p_1, V_1)$  y el estado final  $(p_2, V_2)$ . Suponga que el sistema consta de n moles del gas en un recipiente que puede intercambiar calor con el ambiente y cuyo volumen puede cambiar libremente. (a) Evalúe el trabajo

realizado por el gas durante el cambio de estado. (b) Calcule el cambio de energía interna del gas. (c) Calcule el aporte de calor al gas durante el cambio. (d) ¿Cuáles son las temperaturas inicial y final?

- 52.** Un recipiente metálico de volumen fijo de  $2,5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$  sumergido en un gran tanque de temperatura  $27^\circ\text{C}$  contiene dos compartimentos separados por una pared que se puede mover libremente. Inicialmente, la pared se mantiene en su lugar mediante un tapón, de modo que hay 0,02 moles del gas nitrógeno en un lado y 0,03 moles del gas oxígeno en el otro, ocupando cada uno la mitad del volumen. Cuando se retira el tapón, la pared se desplaza y llega a su posición final. El movimiento de la pared se controla de manera que la pared se mueve en pasos infinitesimales cuasiestáticos. (a) Calcule los volúmenes finales de los dos lados y asuma el comportamiento de gas ideal para los dos gases. (b) ¿Cuánto trabajo hace cada gas sobre el otro? (c) ¿Cuál es el cambio en la energía interna de cada gas? (d) Calcule la cantidad de calor que entra o sale de cada gas.
- 53.** Un gas en un recipiente cilíndrico cerrado se expande adiabática y cuasiestáticamente desde un estado *A* (3 MPa, 2 L) hasta un estado *B* con volumen de 6 L a lo largo de la trayectoria  $1,8 pV = \text{constante}$ . (a) Trace la trayectoria en el plano  $pV$ . (b) Calcule la cantidad de trabajo realizado por el gas y el cambio en la energía interna del gas durante el proceso.

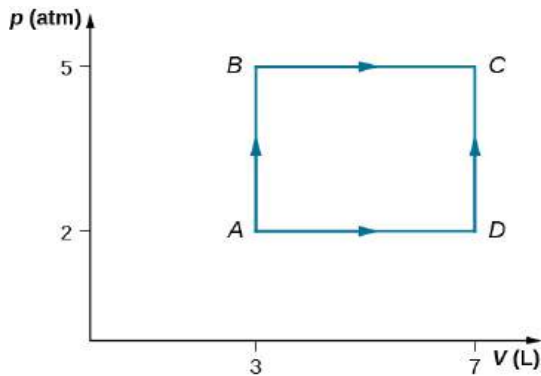
### 3.4 Procesos termodinámicos

- 54.** Dos moles de un gas ideal monoatómico a (5 MPa, 5 L) se expanden isotérmicamente hasta duplicar el volumen (paso 1). A continuación, se enfría isocóricamente hasta que la presión sea de 1 MPa (paso 2). La temperatura desciende en este proceso. El gas se comprime ahora isotérmicamente hasta que su volumen vuelve a ser de 5 L, pero su presión es ahora de 2 MPa (paso 3). Finalmente, el gas se calienta isocóricamente para volver al estado inicial (paso 4). (a) Dibuje los cuatro procesos en el plano  $pV$ . (b) Halle el trabajo total realizado por el gas.
- 55.** Considere una transformación del punto *A* al *B* en un proceso de dos pasos. Primero, se reduce la presión de 3 MPa en el punto *A* a una presión de 1 MPa, y se mantiene el volumen en 2 L mediante la refrigeración del sistema. El estado alcanzado está identificado como *C*. A continuación, el sistema se calienta a presión constante para alcanzar un volumen de 6 L en el estado *B*. (a) Calcule la cantidad de trabajo realizado en la trayectoria *ACB*. (b) Calcule la cantidad de calor intercambiado por el sistema cuando pasa de *A* a *B* en la trayectoria *ACB*. (c) Compare el cambio en la energía interna cuando el proceso *AB* ocurre adiabáticamente con el cambio *AB* a través del proceso de dos pasos en la trayectoria *ACB*.
- 56.** Consideremos un cilindro con un pistón móvil que contiene  $n$  moles de un gas ideal. Todo el aparato se sumerge en un baño de temperatura constante de temperatura  $T$  kelvin. A continuación, el pistón se empuja lentamente para que la presión del gas cambie de forma cuasiestática de  $p_1$  a  $p_2$  a temperatura constante  $T$ . Calcule el trabajo realizado por el gas en términos de  $n$ ,  $R$ ,  $T$ ,  $p_1$ , y  $p_2$ .
- 57.** Un gas ideal se expande isotérmicamente a lo largo de *AB* y realiza 700 J de trabajo (ver a continuación). (a) ¿Cuánto calor intercambia el gas a lo largo de *AB*? (b) El gas se expande entonces adiabáticamente a lo largo de *BC* y realiza 400 J de trabajo. Cuando el gas vuelve al punto *A* a lo largo de *CA*, expulsa 100 J de calor a su entorno. ¿Cuánto trabajo realiza el gas a lo largo de esta trayectoria?



- 58.** Considere los procesos que se muestran a continuación para un gas monoatómico. (a) Halle el trabajo realizado en cada uno de los procesos *AB*, *BC*, *AD* y *DC*. (b) Halle el cambio de energía interna en los procesos *AB* y *BC*. (c) Calcule la diferencia de energía interna entre los estados *C* y *A*. (d) Calcule el calor total añadido en el proceso *ADC*. (e) A partir de la información dada, ¿puede calcular el calor añadido en el proceso *AD*? ¿Por qué sí o por qué no?





59. Se colocan dos moles de gas helio en un recipiente cilíndrico con un pistón. El gas está a temperatura ambiente  $25^{\circ}\text{C}$  y bajo la presión de  $3,0 \times 10^5$  Pa. Cuando se disminuye la presión del exterior y se mantiene la misma temperatura que la del ambiente, el volumen del gas se duplica. (a) Calcule el trabajo que el agente externo realiza sobre el gas en el proceso. (b) Calcule el calor intercambiado por el gas e indique si el gas toma o cede calor. Suponga el comportamiento de un gas ideal.
60. Una cantidad de  $n$  moles de un gas ideal monoatómico en un recipiente conductor con un pistón móvil se coloca en un gran baño de calor térmico a la temperatura  $T_1$  y se deja que el gas alcance el equilibrio. Una vez alcanzado el equilibrio, la presión sobre el pistón se reduce para que el gas se expanda a temperatura constante. El proceso continúa de forma cuasiestática hasta que la presión final es  $4/3$  de la presión inicial  $p_1$ . (a) Calcule el cambio en la energía interna del gas. (b) Calcule el trabajo realizado por el gas. (c) Calcule el calor intercambiado por el gas, e indique si el gas toma o cede calor.

### 3.5 Capacidades térmicas de un gas ideal

61. La temperatura de un gas ideal monoatómico aumenta en  $8,0$  K. ¿Cuál es el cambio en la energía interna de  $1$  mol del gas a volumen constante?
62. Para un aumento de temperatura de  $10^{\circ}\text{C}$  a volumen constante, ¿cuál es el calor absorbido por (a)  $3,0$  mol de un gas monoatómico diluido; (b)  $0,50$  mol de un gas diatómico diluido; y (c)  $15$  mol de un gas poliatómico diluido?
63. Si los gases del problema anterior están inicialmente a  $300$  K, ¿cuáles son sus energías internas después de absorber el calor?
64. Considere  $0,40$  mol de dióxido de carbono diluido a una presión de  $0,50$  atm y un volumen

de  $50$  L. ¿Cuál es la energía interna del gas?

65. Cuando se añaden lentamente  $400$  J de calor a  $10$  mol de un gas monoatómico ideal, su temperatura aumenta en  $10^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuál es el trabajo realizado en el gas?
66. Un mol de un gas diatómico diluido que ocupa un volumen de  $10,00$  L se expande contra una presión constante de  $2,000$  atm cuando se calienta lentamente. Si se añaden  $400,0$  J de calor en el proceso, ¿cuál es su volumen final?

### 3.6 Procesos adiabáticos para un gas ideal

67. Un gas ideal monoatómico experimenta una expansión adiabática cuasiestática en la que su volumen se duplica. ¿Cómo cambia la presión del gas?
68. Un gas ideal tiene una presión de  $0,50$  atm y un volumen de  $10$  L. Se comprime adiabática y cuasiestáticamente hasta que su presión es de  $3,0$  atm y su volumen de  $2,8$  L. ¿El gas es monoatómico, diatómico o poliatómico?
69. A continuación se muestran las mediciones de presión y volumen de un gas diluido que experimenta una expansión adiabática cuasiestática. Grafique  $\ln p$  versus  $V$  y determine  $\gamma$  para este gas de su gráfico.

P (atm)	V (L)
20,0	1,0
17,0	1,1
14,0	1,3
11,0	1,5
8,0	2,0
5,0	2,6
2,0	5,2
1,0	8,4

70. Un gas monoatómico ideal a  $300$  K se expande adiabáticamente y de forma reversible hasta el doble de su volumen. ¿Cuál es su temperatura final?
71. Un gas diatómico ideal a  $80$  K se comprime lentamente de forma adiabática y reversible hasta la mitad de su volumen. ¿Cuál es su

temperatura final?

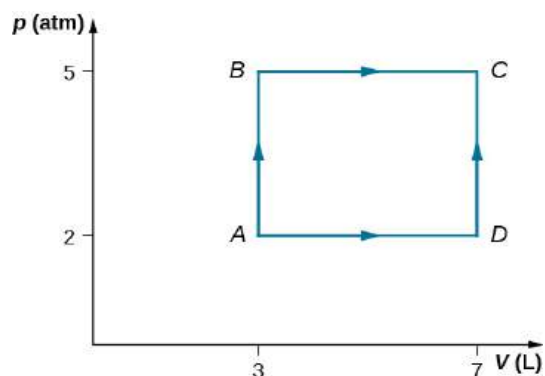
72. Un gas diatómico ideal a 80 K se comprime lentamente de forma adiabática hasta un tercio de su volumen original. ¿Cuál es su temperatura final?
73. Compare la carga de energía interna de un gas ideal para una expansión adiabática cuasiestática con la de una expansión isotérmica cuasiestática. ¿Qué ocurre con la temperatura de un gas ideal en una expansión adiabática?
74. La temperatura de  $n$  moles de un gas ideal cambia de  $T_1$  a  $T_2$  en una transición adiabática cuasiestática. Demuestre que el trabajo realizado por el gas viene dado por  $W = \frac{nR}{\gamma-1}(T_1 - T_2)$ .
75. Un gas diluido se expande cuasiestáticamente hasta tres veces su volumen inicial. ¿La presión final del gas es mayor para una expansión isotérmica o una adiabática? ¿Su respuesta depende de si el gas es monoatómico, diatómico o poliatómico?
76. (a) Un gas ideal se expande adiabáticamente a partir de un volumen de  $2,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$  a  $2,5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ . Si la presión y la temperatura iniciales fueran  $5,0 \times 10^5 \text{ Pa}$  y 300 K, respectivamente, ¿cuáles son la presión y la temperatura finales del gas? Use  $\gamma = 5/3$  para el

gas. (b) En un proceso isotérmico, un gas ideal se expande desde un volumen de  $2,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$  a  $2,5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ . Si la presión y la temperatura iniciales fueran  $5,0 \times 10^5 \text{ Pa}$  y 300 K, respectivamente, ¿cuáles son la presión y la temperatura finales del gas?

77. En un proceso adiabático de un gas ideal la presión, el volumen y la temperatura cambian de manera que  $pV^\gamma$  es constante con  $\gamma = 5/3$  para gases monoatómicos como el helio y  $\gamma = 7/5$  para un gas diatómico como el hidrógeno a temperatura ambiente. Use valores numéricos para trazar dos isotermas de 1 mol de gas helio y ponga en práctica la ley de los gases ideales y dos procesos adiabáticos que medien entre ellas. Use  $T_1 = 500 \text{ K}$ ,  $V_1 = 1 \text{ L}$ , y  $T_2 = 300 \text{ K}$  para su trazado.
78. Dos moles de un gas ideal monoatómico como el helio se comprimen adiabáticamente y de forma reversible desde un estado (3 atm, 5 L) a un estado con presión 4 atm. (a) Calcule el volumen y la temperatura del estado final. (b) Calcule la temperatura del estado inicial del gas. (c) Calcule el trabajo realizado por el gas en el proceso. (d) Calcule el cambio de energía interna del gas en el proceso.

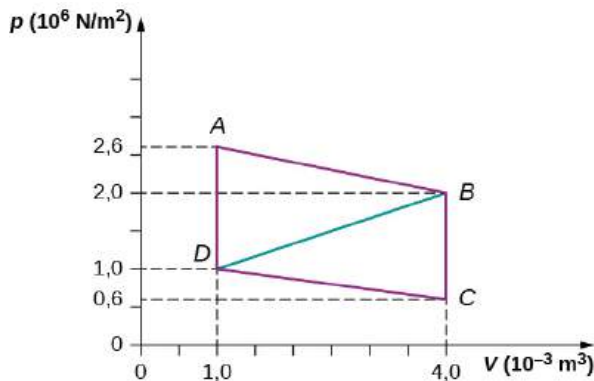
### Problemas Adicionales

79. Considere el proceso que se muestra a continuación. Durante los pasos  $AB$  y  $BC$ , se añaden al sistema 3.600 J y 2.400 J de calor, respectivamente. (a) Halle el trabajo realizado en cada uno de los procesos  $AB$ ,  $BC$ ,  $AD$  y  $DC$ . (b) Halle el cambio de energía interna en los procesos  $AB$  y  $BC$ . (c) Halle la diferencia de energía interna entre los estados  $C$  y  $A$ . (d) Halle el calor total añadido en el proceso  $ADC$ . (e) A partir de la información dada, ¿puede calcular el calor añadido en el proceso  $AD$ ? ¿Por qué sí o por qué no?



80. Un neumático de automóvil contiene  $0,0380 \text{ m}^3$  de aire a una presión de  $2,20 \times 10^5 \text{ Pa}$  (unos 32 psi). ¿Cuánta más energía interna tiene este gas que la que tiene el mismo volumen a presión manométrica cero (que equivale a la presión atmosférica normal)?
81. Un globo de juguete lleno de helio tiene una presión manométrica de 0,200 atm y un volumen de 10,0 L. ¿Cuánto mayor es la energía interna del helio en el globo de lo que sería a presión manométrica cero?

- 82.** El vapor para accionar una locomotora de vapor antigua se suministra a una presión manométrica constante de  $1,75 \times 10^6 \text{ N/m}^2$  (unos 250 psi) a un pistón con un radio de 0,200 m. (a) Al calcular  $p\Delta V$ , calcule el trabajo realizado por el vapor cuando el pistón se mueve 0,800 m. Tome en cuenta que este es el trabajo neto realizado, ya que se utiliza la presión manométrica. (b) Ahora halle la cantidad de trabajo al calcular la fuerza ejercida por la distancia recorrida. ¿La respuesta es la misma que en la parte (a)?
- 83.** Una bomba de neumáticos manual tiene un pistón con un diámetro de 2,50 cm y un tiro máximo de 30,0 cm. (a) ¿Cuánto trabajo realiza en un tiro si la presión manométrica promedio es  $2,4 \times 10^5 \text{ N/m}^2$  (unos 35 psi)? (b) ¿Qué fuerza promedio ejerce sobre el pistón si desestima fricción y fuerza gravitacional?
- 84.** Calcule la producción de trabajo neto de una máquina térmica que sigue la trayectoria *ABCD* como se muestra a continuación.



- 85.** ¿Cuál es el trabajo neto de una máquina térmica que sigue la trayectoria *ABDA* del problema anterior con una línea recta de *B* a *D*? ¿Por qué el rendimiento del trabajo es menor que el de la trayectoria *ABCD*?
- 86.** Cinco moles de un gas ideal monoatómico en un cilindro a  $27^\circ\text{C}$  se expanden isotérmicamente de un volumen de 5 L a 10 L. (a) ¿Cuál es el cambio en la energía interna? (b) ¿Cuánto trabajo se realizó sobre el gas en el proceso? (c) ¿Cuánto calor se transfirió al gas?
- 87.** Cuatro moles de un gas ideal monoatómico en un cilindro a  $27^\circ\text{C}$  se expanden a presión constante igual a 1 atm hasta que su volumen se duplica. (a) ¿Cuál es el cambio en la energía interna? (b) ¿Cuánto trabajo realizó el gas en el

proceso? (c) ¿Cuánto calor se transfirió al gas?

- 88.** El gas helio se enfría de  $20^\circ\text{C}$  a  $10^\circ\text{C}$  y se expande de 40 atm a 1 atm. Si hay 1,4 mol de helio, (a) ¿cuál es el volumen final de helio? (b) ¿Cuál es el cambio de energía interna?
- 89.** En un proceso adiabático, el gas oxígeno en un recipiente se comprime a lo largo de una trayectoria que puede describirse mediante la siguiente presión en atm como una función de volumen *V*, con  $V_0 = 1 \text{ L}$ :  
 $p = (3,0 \text{ atm})(V/V_0)^{-1,2}$ . Los volúmenes inicial y final durante el proceso fueron de 2 L y 1,5 L, respectivamente. Calcule la cantidad de trabajo realizado en el gas.
- 90.** Un cilindro que contiene tres moles de un gas ideal monoatómico se calienta a una presión constante de 2 atm. La temperatura del gas cambia de 300 K a 350 K como consecuencia de la expansión. Calcule el trabajo realizado (a) sobre el gas; y (b) por el gas.
- 91.** Un cilindro que contiene tres moles de gas nitrógeno se calienta a una presión constante de 2 atm. La temperatura del gas cambia de 300 K a 350 K como consecuencia de la expansión. Calcule el trabajo realizado (a) en el gas, y (b) por el gas mediante la ecuación de estado de van der Waals en vez de la ley de los gases ideales.
- 92.** Dos moles de un gas ideal monoatómico como el helio se comprimen adiabáticamente y de forma reversible desde un estado (3 atm, 5 L) a un estado con una presión de 4 atm. (a) Calcule el volumen y la temperatura del estado final. (b) Calcule la temperatura del estado inicial. (c) Calcule el trabajo realizado por el gas en el proceso. (d) Calcule el cambio de energía interna en el proceso. Suponga que  $C_V = 5R$  y  $C_p = C_V + R$  para el gas ideal diatómico en las condiciones dadas.
- 93.** Un recipiente aislado contiene 1,5 moles de argón a 2 atm. El gas ocupa inicialmente un volumen de 5 L. Como consecuencia de la expansión adiabática la presión del gas se reduce a 1 atm. (a) Calcule el volumen y la temperatura del estado final. (b) Calcule la temperatura del gas en el estado inicial. (c) Calcule el trabajo realizado por el gas en el proceso. (d) Calcule el cambio en la energía interna del gas en el proceso.

### Problemas De Desafío

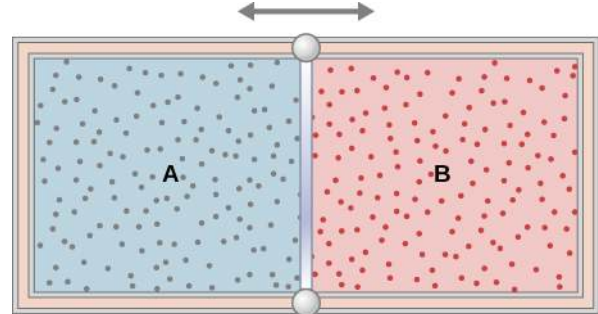
- 94.** Un mol de un gas monoatómico ideal ocupa un

volumen de  $1,0 \times 10^{-2} \text{ m}^3$  a una presión de

$2,0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ . (a) ¿Cuál es la temperatura del gas? (b) El gas sufre una compresión adiabática cuasiestática hasta que su volumen disminuye a  $5,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ . ¿Cuál es la nueva temperatura del gas? (c) ¿Cuánto trabajo se realiza sobre el gas durante la compresión? (d) ¿Cuál es el cambio en la energía interna del gas?

95. Un mol de un gas ideal se encuentra inicialmente en una cámara de volumen  $1,0 \times 10^{-2} \text{ m}^3$  y a una temperatura de  $27^\circ\text{C}$ . (a) ¿Cuánto calor absorbe el gas cuando se expande lentamente de forma isotérmica hasta el doble de su volumen inicial? (b) Suponga que el gas se transforma lentamente hasta el mismo estado final al disminuir primero la presión a volumen constante y luego la expande de forma isobárica. ¿Cuál es el calor transferido para este caso? (c) Calcule el calor transferido cuando el gas se transforma cuasiestáticamente al mismo estado final expandiéndolo isobáricamente, y luego disminuyendo su presión a volumen constante.
96. Una bala con una masa de  $10 \text{ g}$  se desplaza horizontalmente a  $200 \text{ m/s}$  cuando choca y se incrusta en una masa pendular de  $2,0 \text{ kg}$ . (a) ¿Cuánta energía mecánica se disipa en la colisión? (b) Suponga que  $C_v$  para el péndulo más la bala es  $3R$  y calcule el aumento de temperatura del sistema debido a la colisión. Tome la masa molecular del sistema como  $200 \text{ g/mol}$ .
97. El cilindro aislado que se muestra a continuación está cerrado por ambos extremos y contiene un pistón aislante que se mueve libremente sobre cojinetes sin fricción. El pistón divide la cámara en dos compartimentos que contienen los gases A y B.

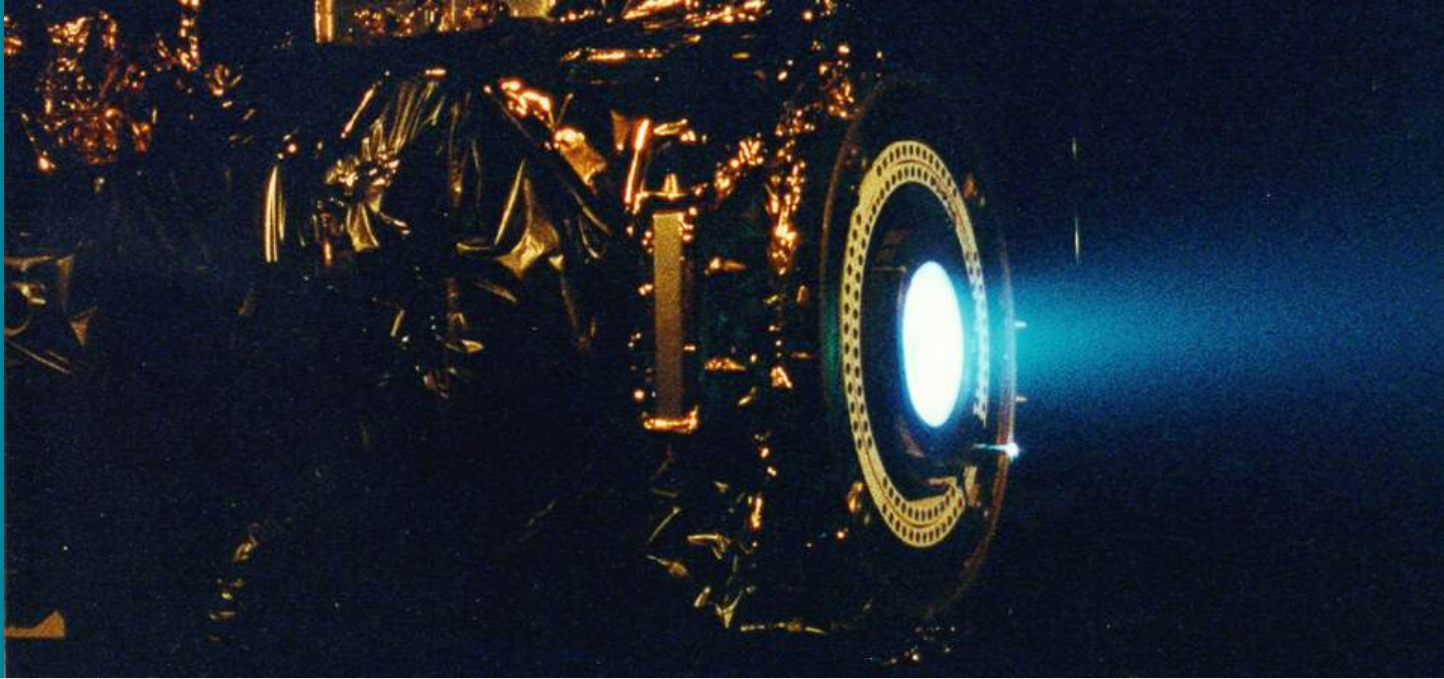
Originalmente, cada compartimento tiene un volumen de  $5,0 \times 10^{-2} \text{ m}^3$  y contiene un gas ideal monoatómico a una temperatura de  $0^\circ\text{C}$  y una presión de  $1,0 \text{ atm}$ . (a) ¿Cuántos moles de gas hay en cada compartimento? (b) Se añade lentamente calor ( $Q$ ) hasta A para que se expanda, y se comprime B hasta que la presión de ambos gases sea de  $3,0 \text{ atm}$ . Use el hecho de que la compresión de B es adiabática para determinar el volumen final de ambos gases. (c) ¿Cuáles son sus temperaturas finales? (d) ¿Cuál es el valor de  $Q$ ?



98. En un motor diésel el combustible se enciende sin bujía. En cambio, el aire de un cilindro se comprime adiabáticamente hasta una temperatura superior a la de ignición del combustible; en el punto de máxima compresión, el combustible se inyecta en el cilindro. Suponga que se introduce aire a  $20^\circ\text{C}$  en el cilindro a un volumen  $V_1$  y luego se comprime adiabáticamente y cuasiestáticamente a una temperatura de  $600^\circ\text{C}$  y un volumen  $V_2$ . Si  $\gamma = 1,4$ , ¿cuál es la relación  $V_1/V_2$ ? (Nota: En un motor diésel en funcionamiento la compresión no es cuasiestática)

# CAPÍTULO 4

## Segunda ley de la termodinámica



**Figura 4.1** Una máquina de iones de xenón del Laboratorio de Propulsión a Chorro muestra el tenue resplandor azul de los átomos cargados que emite la máquina. La máquina de propulsión iónica es la primera propulsión no química que se utiliza como medio principal de propulsión de una nave espacial (créditos: modificación del trabajo de la NASA/Laboratorio de Propulsión a Reacción [Jet Propulsion Laboratory, JPL]).

### ESQUEMA DEL CAPITULO

- 4.1 Procesos reversibles e irreversibles
- 4.2 Máquinas térmicas
- 4.3 Refrigeradores y bombas de calor
- 4.4 Enunciados de la segunda ley de la termodinámica
- 4.5 El ciclo de Carnot
- 4.6 Entropía
- 4.7 Entropía a escala microscópica

**INTRODUCCIÓN** Según la primera ley de la termodinámica, los únicos procesos que pueden darse son los que conservan la energía. Pero esta no puede ser la única restricción impuesta por la naturaleza, porque muchos procesos termodinámicos aparentemente posibles que conservarían la energía no se producen. Por ejemplo, cuando dos cuerpos están en contacto térmico, el calor nunca fluye del cuerpo más frío al más caliente, aunque la primera ley no lo prohíba. Por lo tanto, otros principios termodinámicos deben controlar el comportamiento de los sistemas físicos.

Uno de estos principios es la *segunda ley de la termodinámica*, que limita el uso de la energía dentro de una fuente. La energía no puede pasar arbitrariamente de un objeto a otro, al igual que no podemos transferir el calor de un objeto frío a otro caliente sin realizar ningún trabajo. No podemos separar la nata del café sin un proceso químico que cambie las características físicas del sistema o su ambiente. No podemos utilizar la energía interna almacenada en el aire para propulsar un auto, o utilizar la energía del océano para hacer

funcionar un barco, sin perturbar algo alrededor de ese objeto.

En el capítulo dedicado a la primera ley de la termodinámica, comenzamos nuestra discusión con un chiste de C. P. Snow que decía que la primera ley significa "no se puede ganar". Parafraseó la segunda ley como "no se puede romper el equilibrio, excepto en un día muy frío". A menos que esté a cero kelvin, no puede convertir el 100 % de la energía térmica en trabajo. Comenzamos hablando de los procesos espontáneos y explicamos por qué algunos procesos requieren trabajo para producirse incluso si la energía se hubiera conservado.

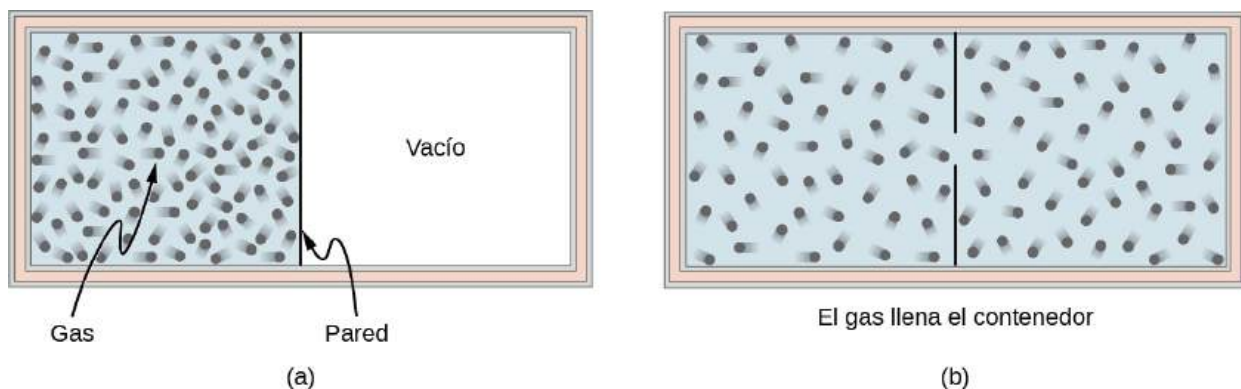
## 4.1 Procesos reversibles e irreversibles

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Definir procesos reversibles e irreversibles.
- Enunciar la segunda ley de la termodinámica mediante un proceso irreversible.

Considere un gas ideal que se mantiene en la mitad de un recipiente aislado térmicamente por una pared en el medio del recipiente. La otra mitad del recipiente está en vacío sin moléculas en su interior. Ahora, si quitamos la pared del medio rápidamente, el gas se expande y llena todo el recipiente inmediatamente, como se muestra en la [Figura 4.2](#).



**FIGURA 4.2** Un gas que se expande desde la mitad de un recipiente hasta la totalidad del recipiente (a) antes y (b) después de eliminar la pared del centro.

Como la mitad del recipiente está en vacío antes de que el gas se expanda allí, no esperamos que el sistema realice ningún trabajo, es decir,  $W = 0$ , porque no se ejerce ninguna fuerza del vacío sobre el gas durante la expansión. Si el contenedor está aislado térmicamente del resto del ambiente, tampoco esperamos ninguna transferencia de calor al sistema, por lo que  $Q = 0$ . Entonces, la primera ley de la termodinámica conduce al cambio de la energía interna del sistema,

$$\Delta E_{\text{int}} = Q - W = 0.$$

Para un gas ideal, si la energía interna no cambia, entonces la temperatura permanece igual. Así, la ecuación de estado del gas ideal nos da la presión final del gas,  $p = nRT/V = p_0/2$ , donde  $p_0$  es la presión del gas antes de la expansión. El volumen se duplica y la presión se reduce a la mitad, pero nada más parece haber cambiado durante la expansión.

Todo este debate se basa en lo que hemos aprendido hasta ahora y tiene sentido. Esto es lo que nos desconcierta: ¿todas las moléculas pueden volver a la mitad original del contenedor en algún momento futuro? Nuestra intuición nos dice que esto va a ser muy improbable, aunque nada de lo que hemos aprendido hasta ahora impide que tal evento ocurra, independientemente de lo pequeña que sea la probabilidad. Lo que realmente nos preguntamos es si la expansión en la mitad del vacío del recipiente es *reversible*.

Un **proceso reversible** es un proceso en el que el sistema y el ambiente pueden restablecerse exactamente a los mismos estados iniciales en los que se encontraban antes de que ocurriera el proceso, si retrocedemos a lo largo de la trayectoria del proceso. La condición necesaria para un proceso reversible es, por tanto, el requisito cuasiestático. Observe que es bastante fácil restaurar un sistema a su estado original; lo difícil es que su

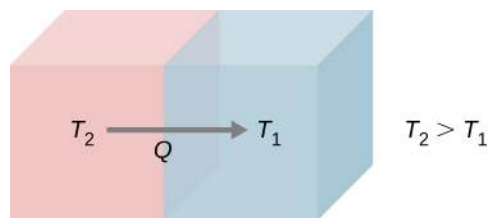
ambiente se restaure a su estado original al mismo tiempo. Por ejemplo, en el ejemplo de un gas ideal que se expande en el vacío hasta el doble de su volumen original, podemos empujarlo fácilmente hacia atrás con un pistón y restablecer su temperatura y presión eliminando parte del calor del gas. El problema es que no podemos hacerlo sin cambiar algo en su entorno, como por ejemplo verter algo de calor allí.

Un proceso reversible es realmente un proceso ideal que rara vez ocurre. Podemos hacer que ciertos procesos sean casi reversibles y, por tanto, utilizar las consecuencias de los correspondientes procesos reversibles como punto de partida o referencia. En realidad, casi todos los procesos son irreversibles y algunas propiedades del ambiente se alteran cuando se restablecen las propiedades del sistema. La expansión de un gas ideal, como acabamos de exponer, es irreversible porque el proceso ni siquiera es cuasiestático, es decir, no se encuentra en un estado de equilibrio en ningún momento de la expansión.

Desde el punto de vista microscópico, una partícula descrita por la segunda ley de Newton puede ir hacia atrás si invertimos la dirección del tiempo. Pero este no es el caso, en términos prácticos, en un sistema macroscópico con más de  $10^{23}$  partículas o moléculas, donde las numerosas colisiones entre estas moléculas tienden a borrar cualquier rastro de memoria de la trayectoria inicial de cada una de las partículas. Por ejemplo, podemos estimar la posibilidad de que todas las partículas del gas expandido vuelvan a la mitad original del contenedor, pero la edad actual del universo aún no es lo suficientemente larga como para que ocurra ni siquiera una vez.

Un **proceso irreversible** es lo que encontramos en la realidad casi todo el tiempo. El sistema y su ambiente no pueden ser restaurados a sus estados originales al mismo tiempo. Como esto es lo que ocurre en la naturaleza, también se le llama proceso natural. El signo de un proceso irreversible proviene del gradiente finito entre los estados que se producen en el proceso real. Por ejemplo, cuando el calor fluye de un objeto a otro, hay una diferencia de temperatura finita (gradiente) entre los dos objetos. Y lo que es más importante, en cualquier momento del proceso, lo más probable es que el sistema no esté en equilibrio o en un estado bien definido. Este fenómeno se llama **irreversibilidad**.

Veamos otro ejemplo de irreversibilidad en los procesos térmicos. Consideremos dos objetos en contacto térmico: uno a temperatura  $T_1$  y el otro a temperatura  $T_2 > T_1$ , como se muestra en la [Figura 4.3](#).



**FIGURA 4.3** Flujo de calor espontáneo de un objeto a mayor temperatura  $T_2$  a otro a menor temperatura  $T_1$ .

Sabemos por experiencia personal que el calor fluye de un objeto más caliente a otro más frío. Por ejemplo, cuando sostenemos unos trozos de hielo en las manos, sentimos frío porque el calor ha salido de nuestras manos hacia el hielo. Lo contrario ocurre cuando sujetamos un extremo de una varilla de metal mientras mantenemos el otro extremo sobre el fuego. Basándose en todos los experimentos que se han realizado sobre la transferencia de calor espontánea, la siguiente declaración resume el principio rector:

### Segunda ley de la termodinámica (declaración de Clausius)

El calor nunca fluye espontáneamente de un objeto más frío a otro más caliente.

Esta declaración resulta ser una de las diferentes formas de enunciar la segunda ley de la termodinámica. La forma de esta declaración se atribuye al físico alemán Rudolf Clausius (1822-1888) y se conoce como la **declaración de Clausius de la segunda ley de la termodinámica**. La palabra "espontáneamente" significa aquí que no se ha realizado ningún otro esfuerzo por parte de un tercero, o que no es el objeto más caliente ni más frío. Presentaremos algunos otros enunciados importantes de la segunda ley y mostraremos que se implican mutuamente. De hecho, todos los diferentes enunciados de la segunda ley de la termodinámica

pueden demostrarse equivalentes, y todos conducen a la irreversibilidad del flujo de calor espontáneo entre objetos macroscópicos de un número muy grande de moléculas o partículas.

Tanto los procesos isotérmicos como los adiabáticos esbozados en un gráfico  $pV$  (discutido en la sección [Primera ley de la termodinámica](#)) son reversibles en principio porque el sistema está siempre en un estado de equilibrio en cualquier punto de los procesos y puede avanzar o retroceder a lo largo de las curvas dadas. Otros procesos idealizados pueden representarse mediante curvas  $pV$ ; la [Tabla 4.1](#) resume los procesos reversibles más comunes.

Proceso	Cantidad constante y hecho resultante
Isobárico	Presión constante $W = p\Delta V$
Isocórico	Volumen constante $W = 0$
Isotérmico	Temperatura constante $\Delta T = 0$
Adiabático	No hay transferencia de calor $Q = 0$

**TABLA 4.1** Resumen de los procesos termodinámicos simples

## 4.2 Máquinas térmicas

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Describir el funcionamiento y los componentes de una máquina térmica.
- Explicar la eficiencia de una máquina.
- Calcular el rendimiento de una máquina para un ciclo determinado de un gas ideal.

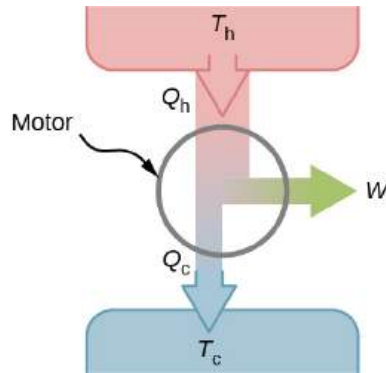
Una **máquina térmica** es un dispositivo utilizado para extraer el calor de una fuente y convertirlo en trabajo mecánico que se utiliza para todo tipo de aplicaciones. Por ejemplo, una máquina de vapor en un tren antiguo puede producir el trabajo necesario para conducir el tren. La construcción y la aplicación de las máquinas térmicas plantean varias cuestiones. Por ejemplo, ¿cuál es el porcentaje máximo del calor extraído que puede utilizarse para realizar trabajo? Esto resulta ser una pregunta que solo puede responderse a través de la segunda ley de la termodinámica.

La segunda ley de la termodinámica puede enunciarse formalmente de varias maneras. Una de las afirmaciones presentadas hasta ahora es la relativa a la dirección del flujo de calor espontáneo, conocida como declaración de Clausius. Otras dos afirmaciones se basan en las máquinas térmicas *Cuando consideramos las máquinas térmicas y los dispositivos asociados, como los refrigeradores y las bombas de calor, no utilizamos la convención normal de signos para el calor y el trabajo.* Por comodidad, suponemos que los símbolos  $Q_h$ ,  $Q_c$ , y  $W$  representan únicamente las cantidades de calor transferido y de trabajo entregado, independientemente de cuáles sean los dadores o los receptores. El hecho de que el calor entre o salga de un sistema y que el trabajo lo haga un sistema, o hacia un él, se indica con los signos adecuados delante de los símbolos y con las direcciones de las flechas en los diagramas.

Resulta que necesitamos más de una fuente de calor/sumidero para construir una máquina térmica. Volveremos sobre este punto más adelante, cuando comparemos diferentes enunciados de la segunda ley de la termodinámica. Por el momento, suponemos que se construye una máquina térmica entre una fuente de calor (reservorio de alta temperatura o reservorio caliente) y un disipador de calor (reservorio de baja temperatura o reservorio frío), representado esquemáticamente en la [Figura 4.4](#). La máquina absorbe el calor  $Q_h$  desde una fuente de calor (**reservorio caliente**) de temperatura Kelvin  $T_h$ , utiliza parte de esa energía para producir un trabajo  $W$  útil, y luego desecha la energía restante en forma de calor  $Q_c$  en un disipador de calor (**reservorio frío**) de temperatura Kelvin  $T_c$ . Las centrales eléctricas y los motores de combustión interna son ejemplos de máquinas térmicas. Las centrales eléctricas utilizan el vapor producido a alta temperatura para accionar los



generadores eléctricos, al tiempo que expulsan el calor a la atmósfera o a una masa de agua cercana en el papel de disipador de calor. En un motor de combustión interna se utiliza una mezcla de gas y aire caliente para empujar un pistón, y el calor se expulsa a la atmósfera cercana de manera similar.



**FIGURA 4.4** Representación esquemática de una máquina térmica. La energía fluye del reservorio caliente al reservorio frío mientras se realiza el trabajo.

Las máquinas térmicas reales tienen muchos diseños diferentes. Algunos ejemplos son los motores de combustión interna, como los utilizados en la mayoría de los autos actuales, y los motores de combustión externa, como las máquinas de vapor utilizadas en los antiguos trenes con máquinas de vapor. La [Figura 4.5](#) muestra una foto de una central eléctrica nuclear en funcionamiento. La atmósfera que rodea a los reactores actúa como reservorio frío, y el calor que genera la reacción nuclear proporciona el calor del reservorio caliente.



**FIGURA 4.5** El calor que se expulsa en una central eléctrica nuclear va a las torres de refrigeración, donde se libera a la atmósfera.

Las máquinas térmicas funcionan llevando una *sustancia de trabajo* a través de un ciclo. En una central eléctrica de vapor, la sustancia de trabajo es el agua, que comienza como líquido, se vaporiza, se utiliza para accionar una turbina y finalmente se condensa de nuevo en estado líquido. Como ocurre con todas las sustancias de trabajo en los procesos cíclicos, una vez que el agua vuelve a su estado inicial, repite la misma secuencia.

Por ahora, suponemos que los ciclos de las máquinas térmicas son reversibles, por lo que no hay pérdida de energía por fricción u otros efectos irreversibles. Supongamos que la máquina de la [Figura 4.4](#) realiza un ciclo completo y que  $Q_h$ ,  $Q_c$ , y  $W$  representan los calores intercambiados y el trabajo realizado para ese ciclo. Dado que los estados inicial y final del sistema son los mismos,  $\Delta E_{\text{int}} = 0$  para el ciclo. Por lo tanto, tenemos de la primera ley de la termodinámica,

$$W = Q - \Delta E_{\text{int}} = (Q_h - Q_c) - 0,$$

para que

$$W = Q_h - Q_c.$$

**4.1**

La medida más importante de una máquina térmica es su **eficiencia (e)**, que es simplemente "lo que sacamos"

dividido por "lo que metemos" durante cada ciclo, como se define por  $e = W_{\text{fuera}}/Q_{\text{dentro}}$ .

Con una máquina térmica trabajando entre dos reservorios de calor, sacamos  $W$  y ponemos  $Q_h$ , por lo que la eficiencia de la máquina es

$$e = \frac{W}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h}. \quad 4.2$$

En este caso, utilizamos la [Ecuación 4.1](#),  $W = Q_h - Q_c$ , en el último paso de esta expresión para la eficiencia.

### EJEMPLO 4.1

#### Una cortadora de césped

Un cortacésped está clasificado para tener una eficiencia de 25,0% y una potencia media de 3,00 kW. ¿Cuál es (a) el trabajo medio y (b) la descarga mínima de calor en el aire por el cortacésped en un minuto de uso?

#### Estrategia

A partir de la potencia media (es decir, del ritmo de producción de trabajo) podemos calcular el trabajo realizado en un tiempo transcurrido. Entonces, a partir de la eficiencia dada, podemos calcular la descarga mínima de calor  $Q_c = Q_h(1 - e)$  con  $Q_h = Q_c + W$ .

#### Solución

- a. El trabajo medio realizado por el cortacésped es

$$W = P\Delta t = 3,00 \times 10^3 \times 60 \times 1,00 \text{ J} = 180 \text{ kJ}.$$

- b. El calor mínimo descargado en el aire viene dado por

$$Q_c = Q_h(1 - e) = (Q_c + W)(1 - e),$$

lo que lleva a

$$Q_c = W(1/e - 1) = 180 \times (1/0,25 - 1) \text{ kJ} = 540 \text{ kJ}.$$

#### Importancia

A medida que aumenta la eficiencia, disminuye el calor mínimo descargado. Esto ayuda al medio ambiente y a la atmósfera al no expulsar tanto calor residual.

## 4.3 Refrigeradores y bombas de calor

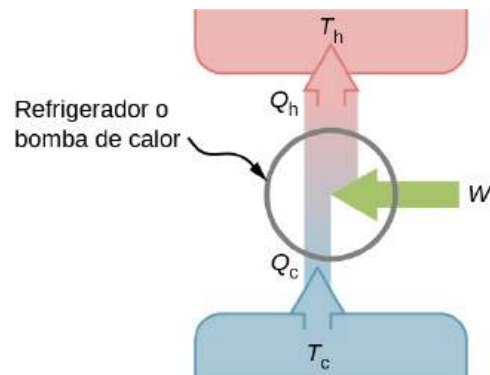
### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Describir un refrigerador y una bomba de calor y enumerar sus diferencias.
- Calcular los coeficientes de rendimiento de refrigeradores simples y de bombas de calor.

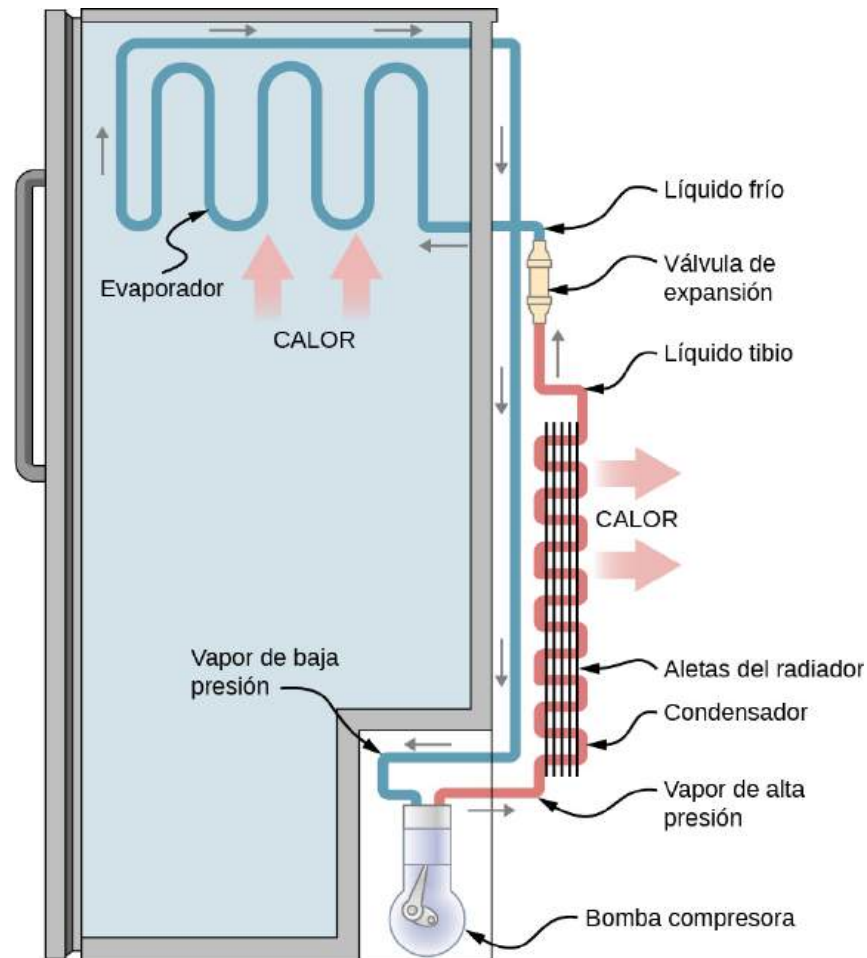
Los ciclos que utilizamos para describir la máquina en la sección anterior son todos reversibles, por lo que cada secuencia de pasos puede realizarse fácilmente en la dirección opuesta. En este caso, la máquina se conoce como un refrigerador o una bomba de calor, dependiendo de cuál sea el objetivo: el calor extraído del reservorio frío o el calor vertido al reservorio caliente. Un refrigerador o una bomba de calor es una máquina que funciona a la inversa. En el caso de un **refrigerador**, el objetivo es eliminar el calor de una zona concreta. En el caso de una **bomba de calor**, el objetivo es descargar el calor en una zona específica.

Consideramos primero un refrigerador ([Figura 4.6](#)). El propósito de esta máquina es eliminar el calor del reservorio frío, que es el espacio dentro de la nevera para un refrigerador doméstico real o el espacio dentro de un edificio para una unidad de aire acondicionado.



**FIGURA 4.6** Representación esquemática de un refrigerador (o una bomba de calor). La flecha junto al trabajo ( $W$ ) indica el trabajo que se está realizando en el sistema.

Un refrigerador (o bomba de calor) absorbe el calor  $Q_c$  del reservorio frío a temperatura Kelvin  $T_c$  y descarta el calor  $Q_h$  al reservorio caliente a temperatura Kelvin  $T_h$ , mientras que el trabajo  $W$  se realiza en la sustancia de trabajo de la máquina, como lo muestra la flecha que apunta hacia el sistema en la figura. Un refrigerador doméstico extrae el calor de los alimentos que contiene y expulsa el calor al aire circundante. El trabajo necesario, por el que pagamos en nuestra factura de la luz, lo realiza la máquina que mueve un refrigerante a través de las bobinas. En la [Figura 4.7](#) se ofrece un esquema de un refrigerador doméstico.



**FIGURA 4.7** Diagrama esquemático de un refrigerador doméstico. Un refrigerante con una temperatura de ebullición inferior al punto de congelación del agua se envía a través del ciclo (en el sentido de las agujas del reloj en este diagrama). El refrigerante extrae el calor del refrigerador en el evaporador, haciendo que el refrigerante se vaporice. A continuación, se comprime y se envía a través del condensador, donde expulsa el calor al exterior.

La eficacia o el **coeficiente de rendimiento**  $K_R$  de un refrigerador se mide por el calor extraído del reservorio frío dividido por el trabajo realizado por la sustancia de trabajo ciclo a ciclo:

$$K_R = \frac{Q_c}{W} = \frac{Q_c}{Q_h - Q_c}. \quad 4.3$$

Observe que hemos utilizado la condición de conservación de energía,  $W = Q_h - Q_c$ , en el último paso de esta expresión.

La eficacia o el coeficiente de rendimiento  $K_P$  de una bomba de calor se mide por el calor vertido al reservorio caliente dividido por el trabajo realizado a la máquina en la sustancia de trabajo ciclo a ciclo:

$$K_P = \frac{Q_h}{W} = \frac{Q_h}{Q_h - Q_c}. \quad 4.4$$

Una vez más, utilizamos la condición de conservación de energía  $W = Q_h - Q_c$  para obtener el último paso de esta expresión.

## 4.4 Enunciados de la segunda ley de la termodinámica

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Contrastar los enunciados de la segunda ley de la termodinámica según las formulaciones de Kelvin y Clausius.
- Interpretar la segunda ley de la termodinámica a través de la irreversibilidad.

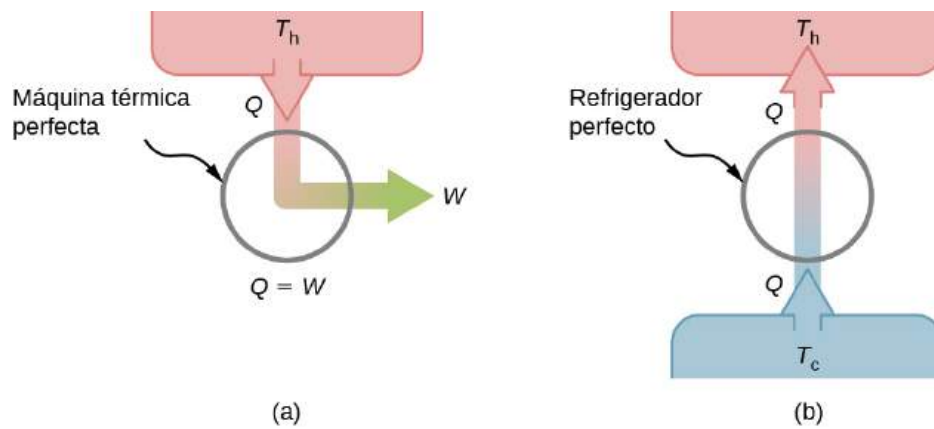
Anteriormente en este capítulo presentamos el enunciado de Clausius de la segunda ley de la termodinámica, que se basa en la irreversibilidad del flujo de calor espontáneo. Como ya hemos señalado, la segunda ley de la termodinámica puede enunciarse de varias maneras, y se puede demostrar que todas ellas implican a las demás. En términos de máquinas térmicas, la segunda ley de la termodinámica puede enunciarse como sigue:

### Segunda ley de la termodinámica (declaración de Kelvin)

Es imposible convertir el calor de una sola fuente en trabajo sin ningún otro efecto.

Esto se conoce como la **declaración de Kelvin de la segunda ley de la termodinámica**. Esta declaración describe una “**máquina perfecta**” inalcanzable, como se representa esquemáticamente en la [Figura 4.8\(a\)](#). Observe que “sin ningún otro efecto” es una restricción muy fuerte. Por ejemplo, un motor puede absorber el calor y convertirlo todo en trabajo, *pero no si completa un ciclo*. Sin completar un ciclo, la sustancia del motor no está en su estado original y, por tanto, se ha producido un “otro efecto”. Otro ejemplo es una cámara de gas que puede absorber el calor de un reservorio térmico y realizar un trabajo isotérmico contra un pistón al expandirse. Sin embargo, si se devolviera el gas a su estado inicial (es decir, se le hiciera completar un ciclo), habría que comprimirlo y extraerle calor.

La declaración de Kelvin es una manifestación de un problema de ingeniería bien conocido. A pesar de los avances tecnológicos, no somos capaces de construir una máquina térmica que sea 100% eficiente. La primera ley no excluye la posibilidad de construir una máquina perfecta, pero la segunda lo prohíbe.

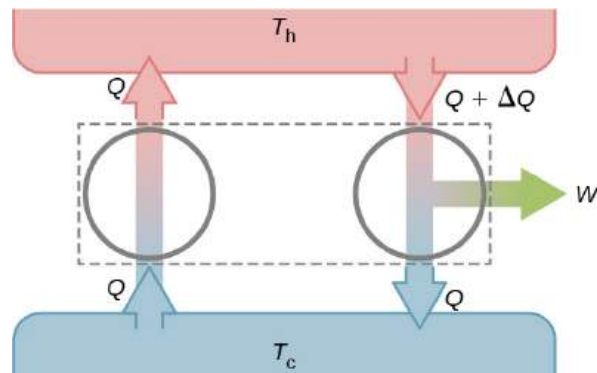


**FIGURA 4.8** (a) Una "máquina térmica perfecta" convierte todo el calor aportado en trabajo. (b) Un "refrigerador perfecto" transporta el calor de un reservorio frío a un reservorio caliente sin aportar trabajo. Ninguno de estos dispositivos es realizable en la realidad.

Podemos demostrar que la declaración de Kelvin es equivalente a la de Clausius si consideramos los dos objetos de la declaración de Clausius como un reservorio frío y un reservorio caliente. Por lo tanto, la declaración de Clausius se convierte en: *Es imposible construir un refrigerador que transfiera el calor de un reservorio frío a un reservorio caliente sin ayuda de una fuente externa*. La declaración de Clausius está relacionada con la observación cotidiana de que el calor nunca fluye espontáneamente de un objeto frío a un objeto caliente. La *transferencia de calor en la dirección de aumento de la temperatura siempre requiere un cierto aporte de energía*. Un "**refrigerador perfecto**", mostrado en la [Figura 4.8\(b\)](#), que funciona sin esa ayuda externa, es imposible de construir.

Para demostrar la equivalencia de las declaraciones de Kelvin y Clausius, demostramos que si una declaración es falsa, se deduce necesariamente que la otra también lo es. Supongamos primero que la declaración de Clausius es falsa, por lo que el refrigerador perfecto de la [Figura 4.8\(b\)](#) sí existe. El refrigerador extrae el calor  $Q$  de un reservorio frío a una temperatura  $T_c$  y lo transfiere todo a un reservorio caliente a una temperatura  $T_h$ . Consideremos ahora una máquina térmica real que trabaje en el mismo rango de temperaturas. Extrae el calor  $Q + \Delta Q$  del reservorio caliente, realiza el trabajo  $W$ , y desecha el calor  $Q$  al reservorio frío. A partir de la primera ley, estas cantidades están relacionadas por  $W = (Q + \Delta Q) - Q = \Delta Q$ .

Supongamos que estos dos dispositivos se combinan como se muestra en la [Figura 4.9](#). El calor neto que se extrae del reservorio caliente es  $\Delta Q$ , no se produce ninguna transferencia neta de calor hacia o desde el reservorio frío, y el trabajo  $W$  se realiza sobre algún cuerpo externo. Dado que  $W = \Delta Q$ , la combinación de un refrigerador perfecto y una máquina térmica real es en sí misma una máquina térmica perfecta, contradiciendo así la declaración de Kelvin. Por lo tanto, si la declaración de Clausius es falsa, la de Kelvin también debe serlo.

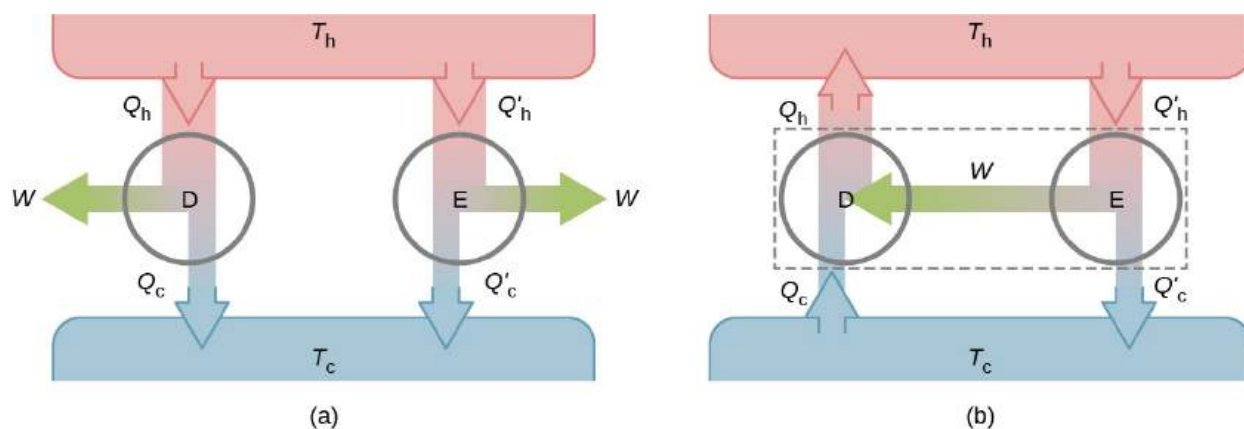


**FIGURA 4.9** Al combinar un refrigerador perfecto y una máquina térmica real se obtiene una máquina térmica perfecta porque  $W = \Delta Q$ .

Utilizando la segunda ley de la termodinámica, demostramos ahora dos importantes propiedades de las

máquinas térmicas que funcionan entre dos reservorios de calor. La primera propiedad es que *cualquier máquina reversible que opere entre dos reservorios tiene una mayor eficiencia que cualquier máquina irreversible que opere entre los mismos dos reservorios*.

La segunda propiedad que hay que demostrar es que *todos las máquinas reversibles que funcionan entre los dos mismos reservorios tienen el mismo rendimiento*. Para demostrarlo, comenzamos con los dos motores D y E de la [Figura 4.10\(a\)](#), que funcionan entre dos reservorios de calor comunes a temperaturas  $T_h$  y  $T_c$ . Primero, suponemos que D es una máquina reversible y que E es una hipotética máquina irreversible que tiene un mayor rendimiento que D. Si ambas máquinas realizan la misma cantidad de trabajo  $W$  por ciclo, se deduce de la [Ecuación 4.2](#) que  $Q_h > Q'_h$ . De la primera ley se deduce que  $Q_c > Q'_c$ .



**FIGURA 4.10** (a) Dos motores desacoplados D y E trabajando entre los mismos depósitos. (b) Los motores acoplados, con D trabajando en reversa.

Supongamos que el ciclo de D se invierte para que funcione como un refrigerador, y que los dos motores se acoplan de manera que la producción de trabajo de E se utiliza para impulsar D, como se muestra en la [Figura 4.10\(b\)](#). Dado que  $Q_h > Q'_h$  y  $Q_c > Q'_c$ , el resultado neto de cada ciclo equivale a una transferencia espontánea de calor del reservorio frío al reservorio caliente, un proceso que la segunda ley no permite. Por lo tanto, la suposición original debe ser errónea, y es imposible construir una máquina irreversible tal que E sea más eficiente que la máquina reversible D.

Ahora es bastante fácil demostrar que las eficiencias de todas las máquinas reversibles que funcionan entre los mismos reservorios son iguales. Supongamos que D y E son máquinas reversibles. Si están acoplados como se muestra en la [Figura 4.10\(b\)](#), la eficiencia de E no puede ser mayor que la eficiencia de D, o se violaría la segunda ley. Si a continuación se invierten ambas máquinas, el mismo razonamiento implica que el rendimiento de D no puede ser mayor que el de E. La combinación de estos resultados lleva a la conclusión de que todas las máquinas reversibles que trabajan entre los dos mismos reservorios tienen el mismo rendimiento.

#### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 4.1**

¿Cuál es el rendimiento de una máquina térmica perfecta? ¿Cuál es el coeficiente de rendimiento de un refrigerador perfecto?

#### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 4.2**

Demuestre que  $Q_h - Q'_h = Q_c - Q'_c$  para el motor hipotético de la [Figura 4.10\(b\)](#).

## 4.5 El ciclo de Carnot

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

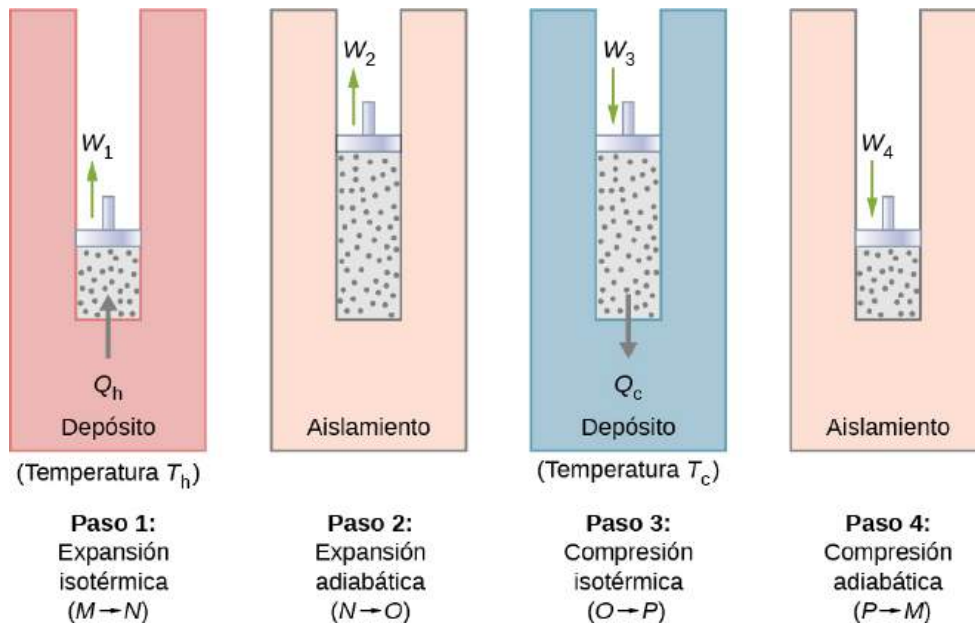
- Describir el ciclo de Carnot con las funciones de los cuatro procesos implicados
- Resumir el principio de Carnot y sus implicaciones
- Demostrar la equivalencia del principio de Carnot y la segunda ley de la termodinámica

A principios de la década de los años 20 del siglo XIX, Sadi Carnot (1786-1832), un ingeniero francés, se interesó por mejorar la eficiencia de las máquinas térmicas prácticas. En 1824, sus estudios le llevaron a proponer un hipotético ciclo de trabajo con el mayor rendimiento posible entre los mismos dos reservorios, conocido actualmente como **ciclo de Carnot**. Una máquina que funciona en este ciclo se denomina **máquina de Carnot**. El ciclo de Carnot es de especial importancia por varias razones. A nivel práctico, este ciclo representa un modelo reversible para la central eléctrica de vapor y el refrigerador, o la bomba de calor. Sin embargo, también es muy importante desde el punto de vista teórico, ya que desempeña un papel fundamental en el desarrollo de otro importante enunciado de la segunda ley de la termodinámica. Por último, como solo intervienen dos reservorios en su funcionamiento, puede utilizarse junto con la segunda ley de la termodinámica para definir una escala de temperatura absoluta que sea realmente independiente de cualquier sustancia utilizada para medir la temperatura.

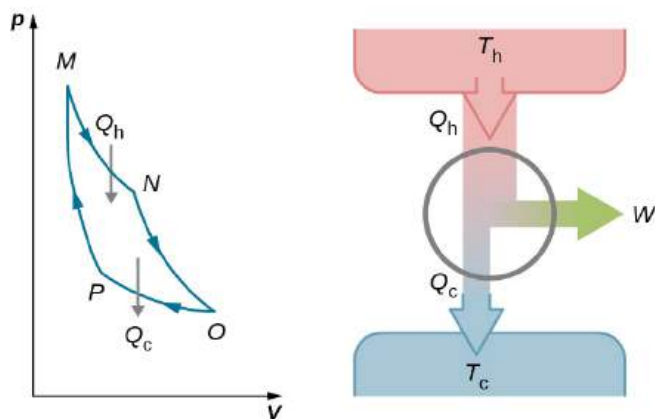
Con un gas ideal como sustancia de trabajo, las etapas del ciclo de Carnot, representadas por la [Figura 4.11](#), son las siguientes.

1. **Expansión isotérmica.** El gas se pone en contacto térmico con un reservorio de calor a una temperatura  $T_h$ . El gas absorbe el calor  $Q_h$  del reservorio de calor y se deja que se expanda isotérmicamente, realizando trabajo  $W_1$ . Ya que la energía interna  $E_{\text{int}}$  de un gas ideal es una función de la temperatura solamente, el cambio de la energía interna es cero, es decir,  $\Delta E_{\text{int}} = 0$  durante esta expansión isotérmica. Con la primera ley de la termodinámica,  $\Delta E_{\text{int}} = Q - W$ , hallamos que el calor absorbido por el gas es

$$Q_h = W_1 = nRT_h \ln \frac{V_N}{V_M}.$$



**FIGURA 4.11** Los cuatro procesos del ciclo de Carnot. Se supone que la sustancia de trabajo es un gas ideal cuya trayectoria termodinámica  $MNOP$  se representa en [Figura 4.12](#).



**FIGURA 4.12** El trabajo total que realiza el gas en el ciclo de Carnot se muestra y viene dado por el área encerrada por el bucle *MNOPM*.

2. *Expansión adiabática.* El gas se aísla térmicamente y se deja que se expanda más, realizando trabajo  $W_2$ . Como esta expansión es adiabática, la temperatura del gas cae, en este caso, de  $T_h$  a  $T_c$ . Desde  $pV^\gamma = \text{constante}$  y la ecuación de estado de un gas ideal,  $pV = nRT$ , tenemos

$$TV^{\gamma-1} = \text{constante},$$

para que

$$T_h V_N^{\gamma-1} = T_c V_O^{\gamma-1}.$$

3. *Compresión isotérmica.* El gas se pone en contacto térmico con un reservorio frío a temperatura  $T_c$  y comprimido isotérmicamente. Durante este proceso, el trabajo  $W_3$  se hace en el gas y da calor  $Q_c$  al reservorio frío. El razonamiento utilizado en el paso 1 da como resultado

$$Q_c = nRT_c \ln \frac{V_O}{V_P},$$

donde  $Q_c$  es el calor vertido al reservorio frío por el gas.

4. *Compresión adiabática.* El gas se aísla térmicamente y vuelve a su estado inicial por compresión. En este proceso, el trabajo  $W_4$  se hace en el gas. Como la compresión es adiabática, la temperatura del gas aumenta, de  $T_c$  a  $T_h$  en este caso concreto. El razonamiento del paso 2 da ahora

$$T_c V_P^{\gamma-1} = T_h V_M^{\gamma-1}.$$

El trabajo total realizado por el gas en el ciclo de Carnot se da por

$$W = W_1 + W_2 - W_3 - W_4.$$

Este trabajo es igual al área que encierra el bucle que se muestra en el diagrama  $pV$  de [Figura 4.12](#). Como los estados inicial y final del sistema son los mismos, el cambio de la energía interna del gas en el ciclo debe ser cero, es decir,  $\Delta E_{\text{int}} = 0$ . La primera ley de la termodinámica da entonces

$$W = Q - \Delta E_{\text{int}} = (Q_h - Q_c) - 0,$$

y

$$W = Q_h - Q_c.$$

Para calcular el rendimiento de este motor, primero dividimos  $Q_c$  entre  $Q_h$ :

$$\frac{Q_c}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h} \frac{\ln V_O/V_P}{\ln V_N/V_M}.$$

Cuando la constante adiabática del paso 2 se divide entre la del paso 4, tenemos

$$\frac{V_O}{V_P} = \frac{V_N}{V_M}.$$

Sustituyendo esto en la ecuación de  $Q_c/Q_h$ , obtenemos



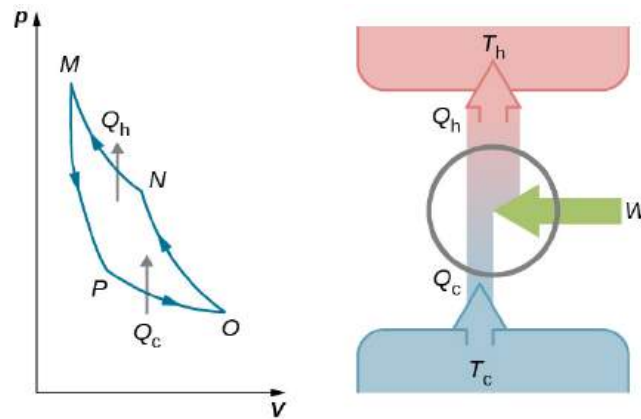
$$\frac{Q_c}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h}.$$

Finalmente, con la [Ecuación 4.2](#), tenemos que el rendimiento de esta máquina de Carnot de gas ideal se da por

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h}. \quad 4.5$$

Una máquina no tiene que seguir necesariamente un ciclo de máquina de Carnot. Sin embargo, todos los motores tienen el mismo efecto *neto*, es decir, la absorción de calor de un depósito caliente, la producción de trabajo y el desecho de calor a un reservorio frío. Esto nos lleva a preguntarnos: ¿todos los ciclos reversibles que operan entre los mismos dos reservorios tienen el mismo rendimiento? La respuesta a esta pregunta proviene de la segunda ley de la termodinámica, de la que ya hemos hablado: *todos los ciclos de máquinas reversibles producen exactamente el mismo rendimiento*. Además, como es de esperar, todas las máquinas reales que funcionan entre dos reservorios son menos eficientes que las máquinas reversibles que funcionan entre los mismos dos reservorios. Esto también es una consecuencia de la segunda ley de la termodinámica mostrada anteriormente.

El ciclo de un refrigerador Carnot de gas ideal se representa mediante el diagrama  $pV$  de la [Figura 4.13](#). Se trata de una máquina de Carnot que funciona a la inversa. El refrigerador extrae el calor  $Q_c$  de un reservorio de temperatura fría a  $T_c$  cuando el gas ideal se expande isotérmicamente. A continuación, el gas se comprime adiabáticamente hasta que su temperatura alcanza  $T_h$ , tras lo cual una compresión isotérmica del gas resulta en calor  $Q_h$  que se derecha a un reservorio de alta temperatura a  $T_h$ . Finalmente, el ciclo se completa con una expansión adiabática del gas, haciendo que su temperatura descienda a  $T_c$ .



**FIGURA 4.13** El trabajo realizado sobre el gas en un ciclo del refrigerador de Carnot se muestra y viene dado por el área encerrada por el bucle  $MPONM$ .

El trabajo realizado en el gas ideal es igual al área que encierra la trayectoria del diagrama  $pV$ . A partir de la primera ley, este trabajo viene dado por

$$W = Q_h - Q_c.$$

Un análisis como el realizado para la máquina de Carnot da

$$\frac{Q_c}{T_c} = \frac{Q_h}{T_h}.$$

Cuando se combina con la [Ecuación 4.3](#), se obtiene

$$K_R = \frac{T_c}{T_h - T_c} \quad 4.6$$

para el coeficiente de rendimiento del refrigerador de Carnot de gas ideal. Del mismo modo, podemos calcular el coeficiente de rendimiento de una bomba de calor de Carnot como

$$K_P = \frac{Q_h}{Q_h - Q_c} = \frac{T_h}{T_h - T_c}. \quad 4.7$$

Hemos hallado las ecuaciones que representan el rendimiento de una máquina de Carnot y el coeficiente de rendimiento de un refrigerador de Carnot o de una bomba de calor de Carnot, suponiendo un gas ideal como sustancia de trabajo en ambos dispositivos. Sin embargo, estas ecuaciones son más generales de lo que implican sus derivaciones. Pronto demostraremos que ambos son válidos independientemente de la sustancia de trabajo.

Carnot resumió su estudio de la máquina de Carnot y del ciclo de Carnot en lo que hoy se conoce como **principio de Carnot**:

### Principio de Carnot

Ninguna máquina que trabaje entre dos reservorios a temperatura constante puede tener un rendimiento mayor que una máquina reversible.

Este principio puede considerarse como otro enunciado de la segunda ley de la termodinámica y puede demostrarse que es equivalente al enunciado de Kelvin y al de Clausius.



### EJEMPLO 4.2

#### La máquina de Carnot

Una máquina de Carnot tiene un rendimiento de 0,60 y la temperatura de su reservorio frío es de 300 K. (a) ¿Cuál es la temperatura del reservorio caliente? (b) Si la máquina realiza 300 J de trabajo por ciclo, ¿cuánto calor se extrae del reservorio de alta temperatura por ciclo? (c) ¿Cuánto calor se extrae al reservorio de baja temperatura por ciclo?

#### Estrategia

A partir de la dependencia de la temperatura del rendimiento térmico de la máquina de Carnot podemos obtener la temperatura del reservorio caliente. Entonces, a partir de la definición del rendimiento, podemos calcular el calor eliminado cuando se da el trabajo que realiza el motor. Por último, la conservación de la energía llevará a la cantidad de calor que se debe verter al reservorio frío.

#### Solución

- a. Desde  $e = 1 - T_c/T_h$  tenemos

$$0,60 = 1 - \frac{300 \text{ K}}{T_h},$$

para que la temperatura del reservorio caliente sea

$$T_h = \frac{300 \text{ K}}{1 - 0,60} = 750 \text{ K}.$$

- b. Por definición, el rendimiento del motor es  $e = W/Q$ , de modo que el calor extraído del reservorio de alta temperatura por ciclo es

$$Q_h = \frac{W}{e} = \frac{300 \text{ J}}{0,60} = 500 \text{ J}.$$

- c. A partir de la primera ley, el calor que escapa al reservorio de baja temperatura por ciclo por el motor es
- $$Q_c = Q_h - W = 500 \text{ J} - 300 \text{ J} = 200 \text{ J}.$$

#### Importancia

Una máquina de Carnot tiene el rendimiento máximo posible de conversión de calor en trabajo entre dos reservorios, pero esto no significa necesariamente que sea 100% eficiente. A medida que aumenta la

diferencia de temperaturas entre el reservorio caliente y el frío aumenta el rendimiento de una máquina de Carnot.

### EJEMPLO 4.3

#### Una bomba de calor de Carnot

Imaginemos que una bomba de calor de Carnot funciona entre una temperatura exterior de  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  y una temperatura interior de  $20,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuál es el trabajo necesario si el calor suministrado al interior de la casa es de  $30,0\text{ kJ}$ ?

#### Estrategia

Como se supone que la bomba de calor es una bomba de Carnot, su coeficiente de rendimiento viene dado por  $K_P = Q_h/W = T_h/(T_h - T_c)$ . Así, podemos calcular el trabajo  $W$  a partir del calor entregado  $Q_h$ .

#### Solución

El trabajo necesario se obtiene de

$$W = Q_h/K_P = Q_h(T_h - T_c)/T_h = 30\text{ kJ} \times (293\text{ K} - 273\text{ K})/293\text{ K} = 2\text{ kJ}.$$

#### Importancia

Hay que tener en cuenta que este trabajo no solo depende del calor que se suministra a la casa, sino también de las temperaturas exteriores e interiores. La dependencia de la temperatura exterior hace que su uso sea poco práctico en zonas donde la temperatura exterior es mucho más fría que la temperatura ambiente.

En términos de costos energéticos, la bomba de calor es un medio muy económico para calentar edificios ([Figura 4.14](#)). Contrasta este método con la transformación de la energía eléctrica directamente en calor con elementos calefactores resistivos. En este caso, una unidad de energía eléctrica proporciona como máximo una unidad de calor. Por desgracia, las bombas de calor tienen problemas que limitan su utilidad. Su adquisición es bastante costosa en comparación con los elementos calefactores resistivos y, como muestra el coeficiente de rendimiento de una bomba de calor de Carnot, son menos eficaces a medida que disminuye la temperatura exterior. De hecho, por debajo de unos  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ , el calor que proporcionan es menor que la energía se utiliza para su funcionamiento.



**FIGURA 4.14** Fotografía de una bomba de calor (caja grande) situada en el exterior de una casa. Esta bomba de calor se ubica en una zona de clima cálido, como el sur de Estados Unidos, ya que sería demasiado ineficiente ubicada en la mitad norte de Estados Unidos (créditos: modificación de un trabajo de Peter Stevens).

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 4.3**

Una máquina de Carnot funciona entre reservorios a 400 °C y 30 °C. (a) ¿Cuál es el rendimiento de la máquina? (b) Si la máquina realiza 5,0 J de trabajo por ciclo, ¿cuánto calor por ciclo absorbe del reservorio de alta temperatura? (c) ¿Cuánto calor por ciclo escapa al reservorio de temperatura fría? (d) ¿Qué temperaturas en el reservorio frío darían el rendimiento mínimo y máximo?

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 4.4**

Un refrigerador de Carnot funciona entre dos reservorios de calor cuyas temperaturas son 0 °C y 25 °C. (a) ¿Cuál es el coeficiente de rendimiento del refrigerador? (b) Si se realizan 200 J de trabajo sobre la sustancia activa por ciclo, ¿cuánto calor por ciclo se extrae del reservorio frío? (c) ¿Cuánto calor por ciclo se desecha al reservorio caliente?

## 4.6 Entropía

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Describir el significado de entropía.
- Calcular el cambio de entropía para algunos procesos simples.

La segunda ley de la termodinámica se expresa mejor en términos de un *cambio* en la variable termodinámica conocida como **entropía**, que se representa con el símbolo  $S$ . La entropía, como la energía interna, es una función de estado. Esto significa que cuando un sistema hace una transición de un estado a otro, el cambio en la entropía  $\Delta S$  es independiente de la trayectoria y depende únicamente de las variables termodinámicas de los dos estados.

Primero consideramos  $\Delta S$  para un sistema que experimenta un proceso reversible a una temperatura constante. En este caso, el cambio de entropía del sistema viene dado por

$$\Delta S = \frac{Q}{T}, \quad 4.8$$

donde  $Q$  es el calor intercambiado por el sistema mantenido a una temperatura  $T$  (en kelvin). Si el sistema absorbe calor, es decir, con  $Q > 0$ , la entropía del sistema aumenta. Como ejemplo, supongamos que un gas se mantiene a una temperatura constante de 300 K mientras absorbe 10 J de calor en un proceso reversible. Entonces desde la [Ecuación 4.8](#), el cambio de entropía del gas es

$$\Delta S = \frac{10 \text{ J}}{300 \text{ K}} = 0,033 \text{ J/K}.$$

Del mismo modo, si el gas pierde 5,0 J de calor; es decir  $Q = -5,0 \text{ J}$ , a la temperatura  $T = 200 \text{ K}$ , tenemos el cambio de entropía del sistema dado por

$$\Delta S = \frac{-5,0 \text{ J}}{200 \text{ K}} = -0,025 \text{ J/K}.$$

### **EJEMPLO 4.4**

#### **Cambio de entropía del hielo en fusión**

El calor se añade lentamente a un trozo de hielo de 50 g a 0 °C hasta que se derrita completamente en el agua a la misma temperatura. ¿Cuál es el cambio de entropía del hielo?

#### **Estrategia**

Como el proceso es lento, podemos aproximararlo como un proceso reversible. La temperatura es una constante,

por lo que podemos utilizar la [Ecuación 4.8](#) en el cálculo.

### Solución

El hielo se funde por la adición de calor:

$$Q = mL_f = 50 \text{ g} \times 335 \text{ J/g} = 16,8 \text{ kJ}.$$

En este proceso reversible, la temperatura de la mezcla de hielo y agua se fija en  $0^\circ\text{C}$  o  $273 \text{ K}$ . Ahora desde  $\Delta S = Q/T$ , el cambio de entropía del hielo es

$$\Delta S = \frac{16,8 \text{ kJ}}{273 \text{ K}} = 61,5 \text{ J/K}$$

cuando se funde con el agua a  $0^\circ\text{C}$ .

### Importancia

Durante un cambio de fase, la temperatura es constante, lo que nos permite utilizar la [Ecuación 4.8](#) para resolver este problema. La misma ecuación podría utilizarse también si pasáramos de la fase líquida a la gaseosa, ya que la temperatura tampoco cambia durante ese proceso.

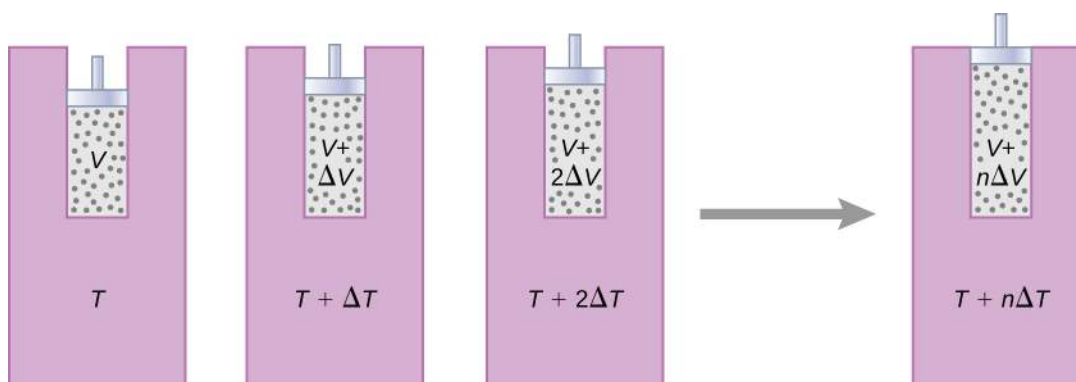
El cambio de entropía de un sistema para una transición arbitraria y reversible para la que la temperatura no es necesariamente constante se define modificando  $\Delta S = Q/T$ . Imagine un sistema que hace una transición del estado  $A$  al  $B$  en pequeños y discretos pasos. Las temperaturas asociadas a estos estados son  $T_A$  y  $T_B$ , respectivamente. Durante cada paso de la transición, el sistema intercambia calor  $\Delta Q_i$  de forma reversible a una temperatura  $T_i$ . Esto puede lograrse experimentalmente colocando el sistema en contacto térmico con un gran número de reservorios de calor de diferentes temperaturas  $T_i$ , como se ilustra en la [Figura 4.15](#). El cambio en la entropía para cada paso es  $\Delta S_i = Q_i/T_i$ . El cambio neto en la entropía del sistema para la transición es

$$\Delta S = S_B - S_A = \sum_i \Delta S_i = \sum_i \frac{\Delta Q_i}{T_i}. \quad 4.9$$

Ahora tomamos el límite como  $\Delta Q_i \rightarrow 0$ , y el número de pasos se acerca al infinito. Entonces, sustituyendo la suma por una integral, obtenemos

$$\Delta S = S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}, \quad 4.10$$

donde la integral se toma entre el estado inicial  $A$  y el estado final  $B$ . Esta ecuación solo es válida si la transición de  $A$  a  $B$  es reversible.



**FIGURA 4.15** El gas se expande a presión constante a medida que se aumenta su temperatura en pequeños pasos mediante el uso de una serie de reservorio de calor.

A modo de ejemplo, determinemos el cambio neto de entropía de una máquina reversible mientras se somete a un único ciclo de Carnot. En las etapas adiabáticas 2 y 4 del ciclo mostrado en la [Figura 4.11](#), no se produce

ningún intercambio de calor, por lo que  $\Delta S_2 = \Delta S_4 = \int dQ/T = 0$ . En el paso 1, la máquina absorbe el calor  $Q_h$  a una temperatura  $T_h$ , por lo que su cambio de entropía es  $\Delta S_1 = Q_h/T_h$ . Del mismo modo, en el paso 3,  $\Delta S_3 = -Q_c/T_c$ . El cambio neto de entropía de la máquina en un ciclo de funcionamiento es entonces

$$\Delta S_E = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 + \Delta S_4 = \frac{Q_h}{T_h} - \frac{Q_c}{T_c}.$$

Sin embargo, sabemos que para una máquina de Carnot,

$$\frac{Q_h}{T_h} = \frac{Q_c}{T_c},$$

así que

$$\Delta S_E = 0.$$

No hay un cambio neto en la entropía de la máquina de Carnot durante un ciclo completo. Aunque este resultado se obtuvo para un caso particular, se puede demostrar que su validez es mucho más general: No hay un cambio neto en la entropía de un sistema que experimenta cualquier proceso cíclico reversible completo. Matemáticamente, escribimos esta declaración como

$$\oint dS = \oint \frac{dQ}{T} = 0 \quad 4.11$$

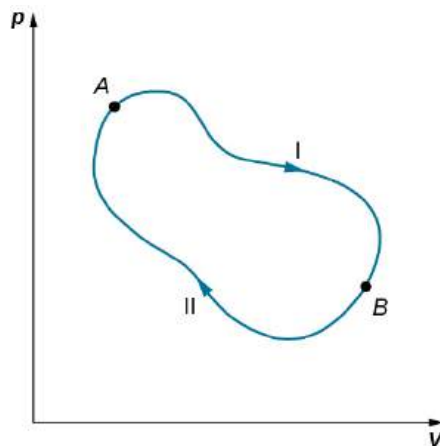
donde  $\oint$  representa la integral sobre un *camino reversible cerrado*.

Podemos utilizar la [Ecuación 4.11](#) para demostrar que el cambio de entropía de un sistema que experimenta un proceso reversible entre dos estados dados es independiente del camino. En la [Figura 4.16](#) se muestra una trayectoria arbitraria y cerrada para un ciclo reversible que pasa por los estados  $A$  y  $B$ . Desde la [Ecuación 4.11](#),  $\oint dS = 0$  para este camino cerrado. Podemos dividir esta integral en dos segmentos, uno a lo largo de I, que lleva de  $A$  a  $B$ , y otro a lo largo de II, que lleva de  $B$  a  $A$ . Entonces

$$\left[ \int_A^B dS \right]_I + \left[ \int_B^A dS \right]_{II} = 0.$$

Como el proceso es reversible,

$$\left[ \int_A^B dS \right]_I = \left[ \int_A^B dS \right]_{II}.$$



**FIGURA 4.16** El bucle cerrado que pasa por los estados  $A$  y  $B$  representa un ciclo reversible.

Por lo tanto, el cambio de entropía al ir de  $A$  a  $B$  es el mismo para los caminos I y II. Como estos caminos son

arbitrarios y reversibles, el cambio de entropía en una transición entre dos estados de equilibrio es el mismo para todos los procesos reversibles que unen estos estados. La entropía, al igual que la energía interna, es por tanto una función de estado.

¿Qué ocurre si el proceso es irreversible? Cuando el proceso es irreversible, esperamos que la entropía de un sistema cerrado, o del sistema y su ambiente (el universo), aumenten. Por lo tanto, podemos reescribir esta expresión como

$$\Delta S \geq 0, \quad 4.12$$

donde  $S$  es la entropía total del sistema cerrado o del universo entero, y el signo igual es para un proceso reversible. El hecho es la **declaración de entropía de la segunda ley de la termodinámica**:

### Segunda ley de la termodinámica (declaración de la entropía)

La entropía de un sistema cerrado y de todo el universo nunca disminuye.

Podemos demostrar que esta declaración es coherente con la declaración de Kelvin y la de Clausius y el principio de Carnot.

## EJEMPLO 4.5

### Cambio de entropía de un sistema durante un proceso isobárico

Determine el cambio de entropía de un objeto de masa  $m$  y calor específico  $c$  que se enfría rápidamente (y de forma irreversible) a presión constante desde  $T_h$  a  $T_c$ .

#### Estrategia

El proceso está claramente establecido como un proceso irreversible; por lo tanto, no podemos simplemente calcular el cambio de entropía a partir del proceso real. Sin embargo, como la entropía de un sistema es una función del estado, podemos imaginar un proceso reversible que parta del mismo estado inicial y termine en el estado final dado. Entonces, el cambio de entropía del sistema viene dado por la [Ecuación 4.10](#),

$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T}.$$

#### Solución

Para sustituir este enfriamiento rápido por un proceso que proceda de forma reversible, imaginamos que el objeto caliente se pone en contacto térmico con reservorios de calor sucesivamente más fríos cuyas temperaturas oscilan entre  $T_h$  a  $T_c$ . A lo largo de la transición sustitutiva, el objeto pierde cantidades infinitesimales de calor  $dQ$ , por lo que tenemos

$$\Delta S = \int_{T_h}^{T_c} \frac{dQ}{T}.$$

A partir de la definición de capacidad calorífica, un intercambio infinitesimal  $dQ$  para el objeto, está relacionado con su cambio de temperatura  $dT$  por

$$dQ = mc dT.$$

Sustituyendo este  $dQ$  en la expresión de  $\Delta S$ , obtenemos el cambio de entropía del objeto al ser enfriado a presión constante de  $T_h$  a  $T_c$  :

$$\Delta S = \int_{T_h}^{T_c} \frac{mc dT}{T} = mc \ln \frac{T_c}{T_h}.$$

Observe que  $\Delta S < 0$  aquí porque  $T_c < T_h$ . En otras palabras, el objeto ha perdido algo de entropía. Pero si

contamos lo que se utiliza para eliminar el calor del objeto, seguiríamos teniendo  $\Delta S_{\text{universo}} > 0$  porque el proceso es irreversible.

### Importancia

Si la temperatura cambia durante el flujo de calor, debe mantenerla dentro de la integral para resolver el cambio de entropía. Sin embargo, si la temperatura es constante, se puede calcular simplemente el cambio de entropía como el flujo de calor dividido por la temperatura.

## EJEMPLO 4.6

### Motor de Stirling

Las etapas de un motor de Stirling reversible son las siguientes. Para este problema, utilizaremos 0,0010 mol de un gas monoatómico que comienza a una temperatura de 133 °C y un volumen de 0,10 m<sup>3</sup>, que se llamará punto A. Luego pasa por los siguientes pasos:

1. Paso *AB*: expansión isotérmica a 133 °C de 0,10 m<sup>3</sup> a 0,20 m<sup>3</sup>
2. Paso *BC*: enfriamiento isocórico a 33 °C
3. Etapa *CD*: compresión isotérmica a 33 °C de 0,20 m<sup>3</sup> a 0,10 m<sup>3</sup>
4. Paso *DA*: calentamiento isocórico de vuelta a 133 °C y 0,10 m<sup>3</sup>

(a) Dibuje el diagrama *pV* del motor de Stirling con las marcas adecuadas.

(b) Complete la siguiente tabla.

Paso	<i>W</i> (J)	<i>Q</i> (J)	$\Delta S$ (J/K)
Paso <i>AB</i>			
Paso <i>BC</i>			
Paso <i>CD</i>			
Paso <i>DA</i>			
Ciclo completo			

(c) ¿Cuál es el rendimiento del motor de Stirling en comparación con la máquina de Carnot que trabaja con los mismos dos reservorios de calor?

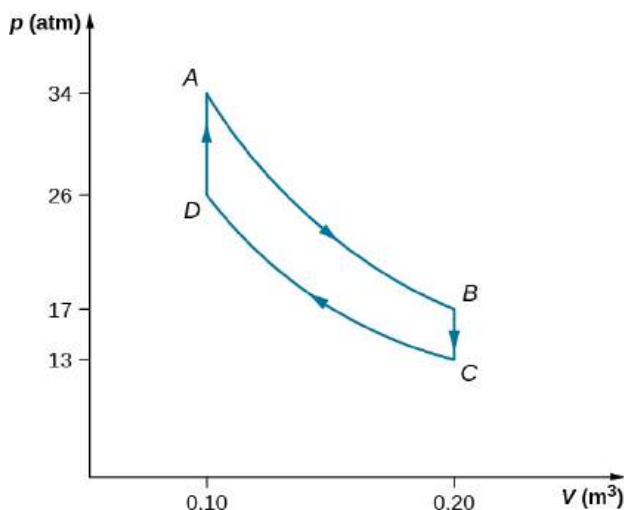
### Estrategia

Utilizando la ley de los gases ideales, calcule la presión en cada punto para poder marcarlos en el diagrama *pV*. El trabajo isotérmico se calcula con  $W = nRT \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right)$ , y un proceso isocórico no tiene trabajo. El flujo de calor se calcula a partir de la primera ley de la termodinámica,  $Q = \Delta E_{\text{int}} - W$  donde  $\Delta E_{\text{int}} = \frac{3}{2}nR\Delta T$  para los gases monoatómicos. Los pasos isotérmicos tienen un cambio de entropía de  $Q/T$ , mientras que los pasos isocóricos tienen  $\Delta S = \frac{3}{2}nR \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right)$ . El rendimiento de una máquina térmica se calcula mediante  $e_{\text{Stir}} = W/Q_h$ .

### Solución

- a. El gráfico se muestra a continuación.





b. La tabla completa se muestra a continuación

Paso	$W$ (J)	$Q$ (J)	$\Delta S$ (J/K)
Paso $AB$ Isotérmico	2,3	2,3	0,0057
Paso $BC$ Isocórico	0	-1,2	0,0035
Paso $CD$ Isotérmico	-1,8	-1,8	-0,0059
Paso $DA$ Isocórico	0	1,2	-0,0035
Ciclo completo	0,5	0,5	$\sim 0$

c. El rendimiento del motor térmico de Stirling es

$$e_{\text{Stir}} = W/Q_h = (Q_{AB} + Q_{CD})/(Q_{AB} + Q_{DA}) = 0,5/4,5 = 0,11.$$

Si se tratara de una máquina de Carnot que funcionara entre los mismos reservorios de calor, su rendimiento sería

$$e_{\text{Auto}} = 1 - \left( \frac{T_c}{T_h} \right) = 0,25.$$

Por lo tanto, la máquina de Carnot tendría un mayor rendimiento que el motor de Stirling.

### Importancia

En los primeros tiempos de las máquinas de vapor, se producían accidentes debido a la alta presión del vapor en la caldera. En 1816, Robert Stirling desarrolló un motor que no utilizaba vapor y que, por tanto, era más seguro. El motor de Stirling se utilizaba habitualmente en el siglo XIX, pero la evolución de los motores de vapor y de combustión interna ha dificultado la ampliación del uso del motor de Stirling.

El motor de Stirling utiliza aire comprimido como sustancia de trabajo, que pasa de un lado a otro entre dos cámaras con un tapón poroso, llamado regenerador, que está hecho de un material que no conduce tan bien el calor. En dos de los pasos, los pistones de las dos cámaras se mueven en fase.

## 4.7 Entropía a escala microscópica

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Interpretar el significado de entropía a escala microscópica.
- Calcular un cambio de entropía para un proceso irreversible de un sistema y contrastarlo con el cambio de entropía del universo.
- Explicar la tercera ley de la termodinámica.

Hemos visto cómo la entropía está relacionada con el intercambio de calor a una temperatura determinada. En esta sección consideramos la entropía desde un punto de vista estadístico. Aunque los detalles del argumento están fuera del alcance de este libro de texto, resulta que la entropía puede relacionarse con el grado de desorden o aleatoriedad de un sistema: cuanto más desordenado esté, mayor será su entropía. Por ejemplo, una baraja nueva está muy ordenada, ya que las cartas están dispuestas numéricamente por palos. Al barajar esta nueva baraja, aleatorizamos la disposición de las cartas y, por tanto, aumentamos su entropía (Figura 4.17). Así, al elegir una carta de la parte superior de la baraja, no habría ninguna indicación de cuál será la siguiente carta seleccionada.



**FIGURA 4.17** La entropía de un nuevo mazo de cartas aumenta después de que el repartidor las baraje (créditos: “Rommel SK”/YouTube).

La segunda ley de la termodinámica exige que la entropía del universo aumente en cualquier proceso irreversible. Así pues, en términos de orden, la segunda ley puede enunciarse como sigue:

*En cualquier proceso irreversible, el universo se vuelve más desordenado.* Por ejemplo, la expansión libre irreversible de un gas ideal mostrada en la Figura 4.2 da como resultado un mayor volumen que pueden ocupar las moléculas del gas. Un mayor volumen significa más disposiciones posibles para el mismo número de átomos, por lo que el desorden también aumenta. Como resultado, la entropía del gas ha aumentado. El gas en este caso es un sistema cerrado, y el proceso es irreversible. Los cambios de fase también ilustran la conexión entre entropía y **desorden**.

### EJEMPLO 4.7

#### Cambio de entropía del universo

Supongamos que colocamos 50 g de hielo a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  en contacto con un reservorio de calor a  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . El calor fluye espontáneamente del reservorio al hielo, que se funde y acaba alcanzando una temperatura de  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Halle el cambio de entropía de (a) el hielo y (b) el universo.

#### Estrategia

Como la entropía de un sistema es una función de su estado, podemos imaginar dos procesos reversibles para el hielo: (1) el hielo se funde a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  ( $T_A$ ); y (2) el hielo derretido (agua) se calienta de  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  a  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  ( $T_B$ ) bajo una presión constante. Entonces, añadimos el cambio de entropía del reservorio cuando calculamos el cambio de entropía del universo.

**Solución**

a. Según la [Ecuación 4.10](#), el aumento de entropía del hielo es

$$\begin{aligned}\Delta S_{\text{hielo}} &= \Delta S_1 + \Delta S_2 \\ &= \frac{mL_f}{T_A} + mc \int_A^B \frac{dT}{T} \\ &= \left( \frac{50 \times 335}{273} + 50 \times 4,19 \times \ln \frac{293}{273} \right) \text{ J/K} \\ &= 76,3 \text{ J/K}.\end{aligned}$$

b. Durante esta transición, el reservorio aporta al hielo una cantidad de calor igual a

$$\begin{aligned}Q &= mL_f + mc(T_B - T_A) \\ &= 50 \times (335 + 4,19 \times 20) \text{ J} \\ &= 2,10 \times 10^4 \text{ J}.\end{aligned}$$

Esto conduce a un cambio (disminución) de la entropía del reservorio:

$$\Delta S_{\text{reservorio}} = \frac{-Q}{T_B} = -71,7 \text{ J/K}.$$

El aumento de la entropía del universo es por tanto

$$\Delta S_{\text{universo}} = 76,3 \text{ J/K} - 71,7 \text{ J/K} = 4,6 \text{ J/K} > 0.$$

**Importancia**

Por tanto, la entropía del universo es mayor que cero, ya que el hielo gana más entropía de la que pierde el reservorio. Si consideráramos solo el cambio de fase del hielo en agua y no el aumento de temperatura, el cambio de entropía del hielo y del reservorio sería el mismo, resultando que el universo no ganaría entropía.

Este proceso también da lugar a un universo más desordenado. El hielo pasa de ser un sólido con moléculas situadas en lugares específicos a un líquido cuyas moléculas tienen mucha más libertad de movimiento. Por lo tanto, la disposición molecular se ha vuelto más aleatoria. Aunque el cambio en la energía cinética media de las moléculas del reservorio de calor es insignificante, hay, sin embargo, una disminución significativa de la entropía del reservorio porque tiene muchas más moléculas que el cubo de hielo derretido. Sin embargo, la disminución de la entropía del reservorio no es tan grande como el aumento de la entropía del hielo. El mayor desorden del hielo compensa con creces el mayor orden del reservorio, y la entropía del universo aumenta en 4,6 J/K.

Se podría sospechar que el crecimiento de las diferentes formas de vida podría ser un proceso de ordenación neto y, por tanto, una violación de la segunda ley. Al fin y al cabo, una sola célula reúne moléculas y acaba convirtiéndose en un organismo altamente estructurado, como el ser humano. Sin embargo, este proceso de ordenación se ve compensado con creces por el desorden del resto del universo. El resultado neto es un aumento de la entropía y del desorden del universo.

**✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 4.5**

En el [Ejemplo 4.7](#), el flujo espontáneo de calor de un objeto caliente a un objeto frío provoca un aumento neto de la entropía del universo. Discuta cómo este resultado puede estar relacionado con un aumento del desorden del sistema.

La segunda ley de la termodinámica deja claro que la entropía del universo nunca disminuye durante ningún proceso termodinámico. Para cualquier otro sistema termodinámico, cuando el proceso es reversible, el cambio de la entropía viene dado por  $\Delta S = Q/T$ . Pero, ¿qué pasa si la temperatura llega a cero,  $T \rightarrow 0$ ? Resulta que esta no es una pregunta que pueda responder la segunda ley.

Sigue existiendo una cuestión fundamental: ¿es posible enfriar un sistema hasta cero kelvin? Entendemos que el sistema debe estar en su estado de energía más bajo porque al bajar la temperatura se reduce la energía

cinética de los constituyentes del sistema. ¿Qué ocurre con la entropía de un sistema a la temperatura del cero absoluto? Resulta que la temperatura del cero absoluto no es alcanzable, al menos, no a través de un número finito de pasos de enfriamiento. Se trata de un enunciado de la **tercera ley de la termodinámica**, cuya demostración requiere una mecánica cuántica que no presentamos aquí. En los experimentos reales, los físicos han empujado continuamente ese límite hacia abajo, con la temperatura más baja alcanzada en alrededor de  $1 \times 10^{-10}$  K en un laboratorio de baja temperatura de la Universidad Tecnológica de Helsinki en 2008.

Al igual que la segunda ley de la termodinámica, la tercera ley de la termodinámica puede enunciarse de diferentes maneras. Uno de los enunciados habituales de la tercera ley de la termodinámica es: *La temperatura del cero absoluto no puede alcanzarse mediante un número finito de pasos de enfriamiento.*

En otras palabras, la temperatura de cualquier sistema físico debe ser finita, es decir,  $T > 0$ . Esto produce una cuestión muy interesante en la física: ¿sabemos cómo se comportaría un sistema si estuviera a la temperatura del cero absoluto?

La razón por la que un sistema es incapaz de llegar a 0 K es fundamental y requiere de la mecánica cuántica para comprender plenamente su origen. Pero sí que podemos preguntarnos qué ocurre con la entropía de un sistema cuando intentamos enfriarlo hasta 0 K. Como la cantidad de calor que se puede eliminar del sistema se vuelve vanamente pequeña, esperamos que el cambio de entropía del sistema a lo largo de una isoterma se aproxime a cero, es decir,

$$\lim_{T \rightarrow 0} (\Delta S)_T = 0. \quad 4.13$$

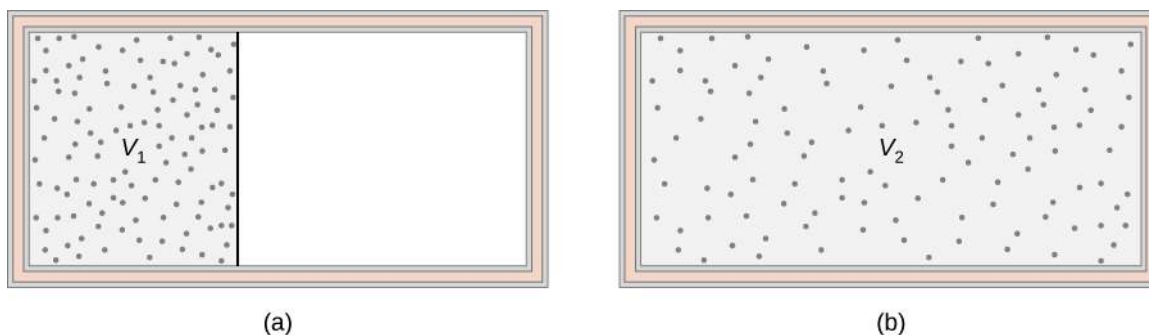
Esto puede verse como otro enunciado de la tercera ley, con todas las isotermas convirtiéndose en **isentrópicas**, o en adiabática ideal reversible. Podemos poner esta expresión en palabras: *un sistema se vuelve perfectamente ordenado cuando su temperatura se acerca al cero absoluto y su entropía se acerca a su mínimo absoluto.*

La tercera ley de la termodinámica pone otro límite a lo que se puede hacer cuando se buscan recursos energéticos. Si pudiera haber un reservorio a la temperatura del cero absoluto, podríamos tener motores con una eficiencia de 100%, lo que, por supuesto, violaría la segunda ley de la termodinámica.

### EJEMPLO 4.8

#### Cambio de entropía de un gas ideal en libre expansión

Un gas ideal ocupa un volumen dividido  $V_1$  dentro de una caja cuyas paredes son térmicamente aislantes, como se muestra en la [Figura 4.18\(a\)](#). Cuando se retira la división, el gas se expande y llena todo el volumen  $V_2$  de la caja, como se muestra en la parte (b). ¿Cuál es el cambio de entropía del universo (el sistema más el ambiente)?



**FIGURA 4.18** La expansión libre adiabática de un gas ideal a partir del volumen  $V_1$  al volumen  $V_2$ .

#### Estrategia

La expansión libre adiabática de un gas ideal es un proceso irreversible. No hay ningún cambio en la energía

interna (y, por tanto, en la temperatura) del gas en dicha expansión porque no ha habido trabajo ni transferencia de calor. Así, un camino reversible conveniente que conecta los mismos dos estados de equilibrio es una expansión isotérmica lenta desde  $V_1$  a  $V_2$ . En este proceso, el gas podría estar expandiéndose contra un pistón mientras está en contacto térmico con un reservorio de calor, como en el paso 1 del ciclo de Carnot.

### Solución

Como la temperatura es constante, el cambio de entropía viene dado por  $\Delta S = Q/T$ , donde

$$Q = W = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

porque  $\Delta E_{\text{int}} = 0$ . Ahora, con la ayuda de la ley de los gases ideales, tenemos

$$Q = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1},$$

por lo que el cambio de entropía del gas es

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = nR \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Dado que  $V_2 > V_1$ ,  $\Delta S$  es positivo, y la entropía del gas ha aumentado durante la expansión libre.

### Importancia

¿Y el medio ambiente? Las paredes del recipiente son térmicamente aislantes, por lo que no se produce ningún intercambio de calor entre el gas y su entorno. Por tanto, la entropía del ambiente es constante durante la expansión. El cambio neto de entropía del universo es entonces simplemente el cambio de entropía del gas. Al ser positiva, la entropía del universo aumenta en la expansión libre del gas.



## EJEMPLO 4.9

### Cambio de entropía durante la transferencia de calor

El calor fluye desde un objeto de acero de masa 4,00 kg cuya temperatura es de 400 K a un objeto idéntico a 300 K. Suponiendo que los objetos están aislados térmicamente del ambiente, ¿cuál es el cambio neto de entropía del universo después de que se haya alcanzado el equilibrio térmico?

### Estrategia

Como los objetos son idénticos, su temperatura común en el equilibrio es de 350 K. Para calcular los cambios de entropía asociados a sus transiciones, sustituimos el proceso irreversible de la transferencia de calor por dos procesos isobáricos y reversibles, uno para cada uno de los dos objetos. El cambio de entropía para cada objeto viene dado entonces por  $\Delta S = mc \ln(T_B/T_A)$ .

### Solución

Utilizando  $c = 450 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ , el calor específico del acero, tenemos para el objeto más caliente

$$\begin{aligned} \Delta S_h &= \int_{T_1}^{T_2} \frac{mc dT}{T} = mc \ln \frac{T_2}{T_1} \\ &= (4,00 \text{ kg})(450 \text{ J/kg} \cdot \text{K}) \ln \frac{350 \text{ K}}{400 \text{ K}} = -240 \text{ J/K}. \end{aligned}$$

Del mismo modo, el cambio de entropía del objeto más frío es

$$\Delta S_c = (4,00 \text{ kg})(450 \text{ J/kg} \cdot \text{K}) \ln \frac{350 \text{ K}}{300 \text{ K}} = 277 \text{ J/K}.$$

El cambio neto de entropía de los dos objetos durante la transferencia de calor es entonces

$$\Delta S_h + \Delta S_c = 37 \text{ J/K.}$$

**Importancia**

Los objetos están aislados térmicamente del ambiente, por lo que su entropía debe permanecer constante. Así, la entropía del universo también aumenta en 37 J/K.

---

**✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 4.6**

Una cantidad de calor  $Q$  es absorbida por un reservorio a una temperatura  $T_h$  por un reservorio de refrigeración a una temperatura  $T_c$ . ¿Cuál es el cambio de entropía del reservorio caliente, del reservorio frío y del universo?

---

**✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 4.7**

Una pieza de cobre de 50 g a una temperatura de 20 °C se coloca en un gran cubo aislado de agua a 100 °C. (a) ¿Cuál es el cambio de entropía de la pieza de cobre cuando alcanza el equilibrio térmico con el agua? (b) ¿Cuál es el cambio de entropía del agua? (c) ¿Cuál es el cambio de entropía del universo?

---

**🔗 INTERACTIVO**

Vea este [sitio \(https://openstax.org/l/21reversereact\\_es\)](https://openstax.org/l/21reversereact_es) para aprender sobre la entropía y los microestados. Comienza con una gran barrera en el centro y 1.000 moléculas solo en la cámara izquierda. ¿Cuál es la entropía total del sistema? Ahora se quite la barrera y deje que las moléculas viajen de la izquierda a la derecha. ¿Cuál es la entropía total del sistema ahora? Por último, añada calor y observe lo que ocurre con la temperatura. ¿Aumentó esto la entropía del sistema?

---

## Revisión Del Capítulo

### Términos Clave

**bomba de calor** dispositivo que suministra calor a un reservorio caliente

**ciclo de Carnot** ciclo que consiste en dos isotermas a las temperaturas de dos reservorios y dos procesos adiabáticos que conectan las isotermas

**coeficiente de rendimiento** medida de la eficacia de un refrigerador o una bomba de calor

**declaración de Clausius sobre la segunda ley de la termodinámica** el calor nunca fluye espontáneamente de un objeto más frío a un objeto más caliente

**declaración de Kelvin de la segunda ley de la termodinámica** es imposible convertir el calor de una sola fuente en trabajo sin ningún otro efecto

**desorden** medida del orden en un sistema; cuanto mayor es el desorden, mayor es la entropía

**eficiencia (e)** trabajo de salida de la máquina sobre el calor de entrada a la máquina desde el reservorio caliente

**entropía** función de estado del sistema que cambia cuando el calor se transfiere entre el sistema y el ambiente

**estado entrópico de la segunda ley de la termodinámica** la entropía de un sistema cerrado o del universo entero nunca disminuye

**irreversibilidad** fenómeno asociado a un proceso natural

**isentrópico** proceso adiabático reversible en el que el proceso es sin fricción y no se transfiere calor

**máquina de Carnot** máquina térmica, refrigerador o bomba de calor de Carnot que funciona con un

ciclo de Carnot

**máquina perfecta** motor que puede convertir el calor en trabajo con 100% eficiencia

**máquina térmica** dispositivo que convierte el calor en trabajo

**principio de Carnot** principio que rige la eficiencia o el rendimiento de un dispositivo térmico que funciona en un ciclo de Carnot: todo dispositivo térmico reversible que funcione entre dos reservorios debe tener el mismo coeficiente de eficiencia o rendimiento, mayor que el de un dispositivo térmico irreversible que funcione entre los mismos dos reservorios

**proceso irreversible** proceso en el que ni el sistema ni su ambiente pueden volver a sus estados originales al mismo tiempo

**proceso reversible** proceso en el que tanto el sistema como el ambiente externo pueden volver teóricamente a sus estados originales

**refrigerador** dispositivo que elimina el calor de un reservorio frío

**refrigerador perfecto (bomba de calor)** refrigerador (bomba de calor) que puede eliminar (verter) el calor sin ningún aporte de trabajo

**reservorio caliente** fuente de calor utilizada por una máquina térmica

**reservorio frío** disipador de calor utilizado por una máquina térmica

**tercera ley de la termodinámica** la temperatura del cero absoluto no puede alcanzarse mediante un número finito de pasos de enfriamiento

### Ecuaciones Clave

Resultado de la conservación de energía

$$W = Q_h - Q_c$$

Eficiencia de una máquina térmica

$$e = \frac{W}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h}$$

Coeficiente de rendimiento de un refrigerador

$$K_R = \frac{Q_c}{W} = \frac{Q_c}{Q_h - Q_c}$$

Coeficiente de rendimiento de una bomba de calor

$$K_P = \frac{Q_h}{W} = \frac{Q_h}{Q_h - Q_c}$$

Eficiencia resultante de un ciclo de Carnot

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

Coeficiente de rendimiento de un refrigerador reversible

$$K_R = \frac{T_c}{T_h - T_c}$$

Coefficiente de rendimiento de una bomba de calor reversible

$$K_P = \frac{T_h}{T_h - T_c}$$

Entropía de un sistema que sufre un proceso reversible a temperatura constante

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

Cambio de entropía de un sistema bajo un proceso reversible

$$\Delta S = S_B - S_A = \int_A^B dQ/T$$

Entropía de un sistema que experimenta cualquier proceso cíclico reversible completo

$$\oint dS = \oint \frac{dQ}{T} = 0$$

Cambio de entropía de un sistema cerrado bajo un proceso irreversible

$$\Delta S \geq 0$$

Cambio en la entropía del sistema a lo largo de una isoterma

$$\lim_{T \rightarrow 0} (\Delta S)_T = 0$$

## Resumen

### 4.1 Procesos reversibles e irreversibles

- Un proceso reversible es aquel en el que tanto el sistema como su ambiente pueden volver exactamente a los estados en los que estaban siguiendo el camino inverso.
- Un proceso irreversible es aquel en el que el sistema y su ambiente no pueden volver juntos a los estados exactos en los que se encontraban.
- La irreversibilidad de cualquier proceso natural resulta de la segunda ley de la termodinámica.

### 4.2 Máquinas térmicas

- El trabajo realizado por una máquina térmica es la diferencia entre el calor absorbido del reservorio caliente y el calor descargado al reservorio frío, es decir,  $W = Q_h - Q_c$ .
- La relación entre el trabajo realizado por la máquina y el calor absorbido del reservorio caliente proporciona la eficiencia de la máquina, es decir,  $e = W/Q_h = 1 - Q_c/Q_h$ .

### 4.3 Refrigeradores y bombas de calor

- Un refrigerador o una bomba de calor son máquinas térmicas que funcionan a la inversa.
- El objetivo de un refrigerador es eliminar el calor del reservorio frío con un coeficiente de rendimiento  $K_R$ .
- El objetivo de una bomba de calor es verter el calor al reservorio caliente con un coeficiente de rendimiento  $K_P$ .

### 4.4 Enunciados de la segunda ley de la termodinámica

- La declaración de Kelvin de la segunda ley de la termodinámica: Es imposible convertir el calor de una sola fuente en trabajo sin ningún otro efecto.
- La declaración de Kelvin y la declaración de Clausius de la segunda ley de la termodinámica son equivalentes.

### 4.5 El ciclo de Carnot

- El ciclo de Carnot es la máquina más eficiente para un ciclo reversible diseñado entre dos reservorios.
- El principio de Carnot es otra forma de enunciar la segunda ley de la termodinámica.

### 4.6 Entropía

- El cambio de entropía para un proceso reversible a temperatura constante es igual al calor dividido por la temperatura. El cambio de entropía de un sistema bajo un proceso reversible viene dado por  $\Delta S = \int_A^B dQ/T$ .
- El cambio de entropía de un sistema entre dos estados es independiente del camino termodinámico reversible que toma el sistema cuando hace una transición entre los estados.

### 4.7 Entropía a escala microscópica

- La entropía puede relacionarse con el grado de desorden de un sistema: cuanto más desordenado esté, mayor será su entropía. En



cualquier proceso irreversible, el universo se vuelve más desordenado.

- Según la tercera ley de la termodinámica, la temperatura del cero absoluto es inalcanzable.

## Preguntas Conceptuales

### 4.1 Procesos reversibles e irreversibles

1. Indique un ejemplo de un proceso que ocurra en la naturaleza y que sea lo más parecido a un proceso reversible.

### 4.2 Máquinas térmicas

2. Explique en términos prácticos por qué la eficiencia se define como  $W/Q_h$ .

### 4.3 Refrigeradores y bombas de calor

3. Si se deja abierta la puerta del refrigerador, ¿qué ocurre con la temperatura de la cocina?
4. ¿Es posible que el rendimiento de una máquina reversible sea superior a 1,0? ¿Es posible que el coeficiente de rendimiento de un refrigerador reversible sea inferior a 1,0?

### 4.4 Enunciados de la segunda ley de la termodinámica

5. En el texto demostramos que si la declaración de Clausius es falsa, la de Kelvin también debe serlo. Ahora demuestre lo contrario, de manera que si la declaración de Kelvin es falsa, se deduce que la de Clausius es falsa.
6. ¿Por qué no hacemos funcionar los transatlánticos extrayendo el calor del océano o los aviones extrayendo el calor de la atmósfera?
7. Discuta las ventajas e inconvenientes prácticos de las bombas de calor y la calefacción eléctrica.
8. La producción de energía de una bomba de calor es mayor que la energía utilizada para su funcionamiento. ¿Por qué esta declaración no viola la primera ley de la termodinámica?
9. Especule por qué las centrales eléctricas nucleares son menos eficientes que las de combustibles fósiles basándose en argumentos

## Problemas

### 4.1 Procesos reversibles e irreversibles

18. Un reservorio contiene 111,0 g de cloro gaseoso ( $\text{Cl}_2$ ), que está a la temperatura  $82,0^\circ\text{C}$  y la presión absoluta  $5,70 \times 10^5$  Pa. La temperatura del aire fuera del tanque es  $20,0^\circ\text{C}$ . La masa molar de  $\text{Cl}_2$  es de  $70,9$  g/mol. (a) ¿Cuál es el volumen del reservorio? (b) ¿Cuál

de temperatura.

10. Un gas ideal pasa del estado  $(p_i, V_i)$  al estado  $(p_f, V_f)$  cuando se le permite expandirse libremente. ¿Es posible representar el proceso real en un diagrama  $pV$ ? Explique.

### 4.5 El ciclo de Carnot

11. Para aumentar el rendimiento de una máquina de Carnot ¿se debe aumentar o disminuir la temperatura del reservorio caliente? ¿Y el reservorio frío?
12. ¿Cómo se podría diseñar una máquina de Carnot con el 100% de rendimiento?
13. ¿Qué tipo de procesos ocurren en un ciclo de Carnot?

### 4.6 Entropía

14. ¿La entropía de una máquina de Carnot aumenta en cada ciclo?
15. ¿Es posible que un sistema tenga un cambio de entropía si no absorbe ni emite calor durante una transición reversible? ¿Qué ocurre si el proceso es irreversible?

### 4.7 Entropía a escala microscópica

16. Los cambios de entropía de los *sistemas* en los siguientes procesos, ¿son positivos o negativos? (a) *vapor de agua* que se condensa en una superficie fría; (b) gas en un recipiente que se escapa a la atmósfera circundante; (c) un  *cubito de hielo*  que se derrite en un vaso de agua tibia; (d) el *agua tibia* de la parte (c); (e) una *máquina térmica real* que realiza un ciclo; (f) *alimentos* enfriados en un refrigerador.
17. Discuta los cambios de entropía en los sistemas de la pregunta 21.10 en términos de desorden.

es la energía interna del gas? (c) ¿Cuál es el trabajo realizado por el gas si la temperatura y la presión dentro del depósito descienden a  $31,0^\circ\text{C}$  y  $3,80 \times 10^5$  Pa, respectivamente, debido a una fuga?

19. Un mol de gas monoatómico ideal a  $0^\circ\text{C}$  y 1,00 atm se calienta para expandirse isobáricamente hasta triplicar su volumen. ¿Cuánto calor se

transfiere durante el proceso?

20. Un mol de un gas ideal a presión 4,00 atm y temperatura 298 K se expande isotérmicamente hasta duplicar su volumen. ¿Cuál es el trabajo realizado por el gas?
21. Después de una expansión libre hasta cuadruplicar su volumen, un mol de gas diatómico ideal se comprime de nuevo a su volumen original adiabáticamente y luego se enfría hasta su temperatura original. ¿Cuál es el calor mínimo que se elimina del gas en el último paso para restablecer su estado?

#### 4.2 Máquinas térmicas

22. Un motor tiene un rendimiento de 0,40. Si realiza 200 J de trabajo por ciclo, ¿cuáles son las cantidades correspondientes de calor absorbido y descargado?
23. Al realizar 100,0 J de trabajo, una máquina descarga 50,0 J de calor. ¿Cuál es la eficiencia de la máquina?
24. Una máquina con un rendimiento de 0,30 absorbe 500 J de calor por ciclo. (a) ¿Cuánto trabajo realiza por ciclo? (b) ¿Cuánto calor descarga por ciclo?
25. Se comprueba que una máquina descarga 100,0 J mientras absorbe 125,0 J en cada ciclo de funcionamiento. (a) ¿Cuál es el rendimiento de la máquina? (b) ¿Cuánto trabajo realiza por ciclo?
26. La temperatura del reservorio frío de la máquina es de 300 K. Tiene un rendimiento de 0,30 y absorbe 500 J de calor por ciclo. (a) ¿Cuánto trabajo realiza por ciclo? (b) ¿Cuánto calor descarga por ciclo?
27. Una máquina absorbe tres veces más calor del que descarga. El trabajo realizado por la máquina por ciclo es de 50 J. Calcule (a) el rendimiento de la máquina, (b) el calor absorbido por ciclo y (c) el calor descargado por ciclo.
28. Una central eléctrica de carbón consume 100.000 kg de carbón por hora y produce 500 MW de energía. Si el calor de combustión del carbón es de 30 MJ/kg, ¿cuál es el rendimiento de la central eléctrica?

#### 4.3 Refrigeradores y bombas de calor

29. Un refrigerador tiene un coeficiente de rendimiento de 3,0. (a) Si requieren 200 J de trabajo por ciclo, ¿cuánto calor por ciclo desecha el reservorio frío? (b) ¿Cuánto calor por

ciclo desecha el reservorio caliente?

30. Durante un ciclo, un refrigerador extrae 500 J de un reservorio frío y descarga 800 J a su reservorio caliente. (a) ¿Cuál es su coeficiente de rendimiento? (b) ¿Cuánto trabajo por ciclo necesita para funcionar?
31. Si un refrigerador desecha 80 J de calor por ciclo y su coeficiente de rendimiento es de 6,0, ¿cuáles son (a) la cantidad de calor que extrae por ciclo de un reservorio frío y (b) la cantidad de trabajo por ciclo necesaria para su funcionamiento?
32. Un refrigerador tiene un coeficiente de rendimiento de 3,0. (a) Si requieren 200 J de trabajo por ciclo, ¿cuánto calor por ciclo desecha el reservorio frío? (b) ¿Cuánto calor por ciclo desecha el reservorio caliente?

#### 4.5 El ciclo de Carnot

33. Las temperaturas de los reservorios frío y caliente entre los que funciona un refrigerador de Carnot son de  $-73\text{ }^{\circ}\text{C}$  y  $270\text{ }^{\circ}\text{C}$ , respectivamente. ¿Cuál es su coeficiente de rendimiento?
34. Supongamos que un refrigerador de Carnot funciona entre  $T_c$  y  $T_h$ . Calcule la cantidad de trabajo necesaria para extraer 1,0 J de calor del reservorio frío si (a)  $T_c = 7\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $T_h = 27\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; (b)  $T_c = -73\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $T_h = 27\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; (c)  $T_c = -173\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $T_h = 27\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; y (d)  $T_c = -273\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $T_h = 27\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
35. Una máquina de Carnot funciona entre reservorios a 600 y 300 K. Si la máquina absorbe 100 J por ciclo en el reservorio caliente, ¿cuál es su producción de trabajo por ciclo?
36. Una máquina de 500 W hace funcionar un refrigerador de Carnot entre  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$  y  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ . (a) ¿Cuál es la cantidad de calor por segundo que se extrae del interior del refrigerador? (b) ¿Cuánto calor se expulsa al aire exterior por segundo?
37. Dibuje un ciclo de Carnot en un diagrama de temperatura-volumen.
38. Una bomba de calor de Carnot funciona entre  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  y  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuánto calor se escapa al interior de una casa por cada 1,0 J de trabajo que realiza la bomba?
39. Una máquina que funciona entre reservorios de calor a  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  y  $200\text{ }^{\circ}\text{C}$  extrae 1.000 J por ciclo del reservorio caliente. (a) ¿Cuál es el máximo trabajo posible que puede realizar la máquina por ciclo? (b) Para este trabajo máximo, ¿cuánto calor se expulsa al reservorio frío por ciclo?
40. Supongamos que una máquina de Carnot puede funcionar entre dos reservorios como máquina

térmica o como refrigerador. ¿Cómo se relaciona el coeficiente de rendimiento del refrigerador con el rendimiento de la máquina térmica?

41. Una máquina de Carnot se utiliza para medir la temperatura de un reservorio de calor. La máquina funciona entre el reservorio de calor y un reservorio formado por agua en su punto triple. (a) Si se extraen 400 J por ciclo del reservorio de calor mientras se depositan 200 J por ciclo en el reservorio de punto triple, ¿cuál es la temperatura del reservorio de calor? (b) Si se extraen 400 J por ciclo del reservorio de punto triple mientras se depositan 200 J por ciclo del reservorio de calor, ¿cuál es la temperatura del reservorio de calor?
42. ¿Cuál es el trabajo mínimo que debe realizar un refrigerador si se quiere extraer 50 J por ciclo del interior de un congelador a  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$  y el calor de escape al aire a  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ ?

#### 4.6 Entropía

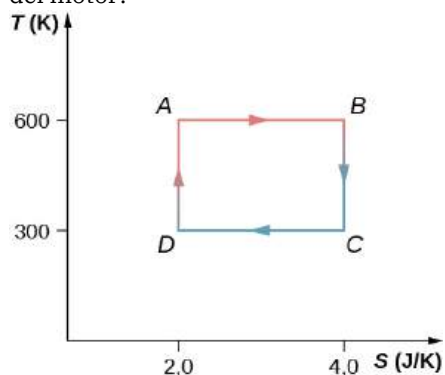
43. Se extraen 200 julios de calor de un reservorio de calor a una temperatura de 200 K. ¿Cuál es el cambio de entropía del reservorio?
44. En una expansión isotérmica reversible a  $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ , un gas ideal realiza 20 J de trabajo. ¿Cuál es el cambio de entropía del gas?
45. Un gas ideal a 300 K se comprime isotérmicamente hasta una quinta parte de su volumen original. Determine el cambio de entropía por mol del gas.
46. ¿Cuál es el cambio de entropía de 10 g de vapor a  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  cuando se condensa en agua a la misma temperatura?
47. Se utiliza una varilla de metal para conducir el calor entre dos reservorios a temperaturas  $T_h$  y  $T_c$ , respectivamente. Cuando una cantidad de calor  $Q$  fluye a través de la varilla desde el reservorio caliente al frío, ¿cuál es el cambio neto de entropía de la varilla, el reservorio caliente, el reservorio frío y el universo?
48. Para el ciclo de Carnot de la [Figura 4.12](#), ¿cuál es el cambio de entropía del reservorio caliente, del reservorio frío y del universo?
49. Un trozo de plomo de 5,0 kg a una temperatura de  $600\text{ }^{\circ}\text{C}$  se coloca en un lago, cuya temperatura es  $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Determine el cambio de entropía de (a) la pieza de plomo, (b) el lago y (c) el universo.
50. Un mol de un gas ideal duplica su volumen en una expansión isotérmica reversible. (a) ¿Cuál es el cambio de entropía del gas? (b) Si se añaden 1500 J de calor en este proceso, ¿cuál es la temperatura del gas?
51. Un mol de un gas monoatómico ideal está confinado en un recipiente rígido. Cuando se añade calor al gas de forma reversible, su temperatura cambia de  $T_1$  a  $T_2$ . (a) ¿Cuánto calor se añade? (b) ¿Cuál es el cambio de entropía del gas?
52. (a) Una roca de 5,0 kg a una temperatura de  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  se deja caer en un lago poco profundo también en  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  desde una altura de  $1,0 \times 10^3\text{ m}$ . ¿Cuál es el cambio resultante en la entropía del universo? (b) Si la temperatura de la roca es  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  cuando se deja caer, ¿cuál es el cambio de entropía del universo? Supongamos que la fricción del aire es despreciable (no es una buena suposición) y que  $c = 860\text{ J/kg} \cdot \text{K}$  es el calor específico de la roca.

#### 4.7 Entropía a escala microscópica

53. Una varilla de cobre con un área de sección transversal  $5,0\text{ cm}^2$  y una longitud de 5,0 m conduce el calor desde un reservorio de calor a 373 K a otro a 273 K. ¿Cuál es la tasa de cambio temporal de la entropía del universo para este proceso?
54. Cincuenta gramos de agua a  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  se calienta hasta que se convierte en vapor a  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Calcule el cambio de entropía del agua en este proceso.
55. Cincuenta gramos de agua a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  se transforman en vapor en  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuál es el cambio de entropía del agua en este proceso?
56. En un proceso isocórico, se añade calor a 10 mol de gas ideal monoatómico cuya temperatura aumenta de 273 a 373 K. ¿Cuál es el cambio de entropía del gas?
57. Doscientos gramos de agua a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  se pone en contacto con un reservorio de calor a  $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Una vez alcanzado el equilibrio térmico, ¿cuál es la temperatura del agua? ¿Del reservorio? ¿Cuánto calor se ha transferido en el proceso? ¿Cuál es el cambio de entropía del agua? ¿Del reservorio? ¿Cuál es el cambio de entropía del universo?
58. Supongamos que la temperatura del agua del problema anterior se eleva llevándola primero al equilibrio térmico con un reservorio a una temperatura de  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$  y luego con un reservorio a  $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Calcule los cambios de entropía de (a) cada reservorio, (b) del agua y (c) del universo.
59. Doscientos gramos de agua a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  se ponen en contacto en equilibrio térmico sucesivamente

con los reservorios a  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ , y  $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ . (a) ¿Cuál es el cambio de entropía del agua? (b) ¿Del reservorio? (c) ¿Cuál es el cambio de entropía del universo?

60. a) Diez gramos de  $\text{H}_2\text{O}$  comienzan como hielo a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . El hielo absorbe el calor del aire (justo por encima de  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) hasta que se derrita todo. Calcule el cambio de entropía del  $\text{H}_2\text{O}$ , del aire y del universo. (b) Supongamos que el aire de la parte (a) está a  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  en lugar de  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  y que el hielo absorbe el calor hasta convertirse en agua a  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Calcule el cambio de entropía del  $\text{H}_2\text{O}$ , del aire y del universo. (c) ¿Es alguno de estos procesos reversible?
61. El ciclo de Carnot está representado por el diagrama temperatura-entropía que se muestra a continuación. (a) ¿Cuánto calor se absorbe por ciclo en el reservorio de alta temperatura? (b) ¿Cuánto calor se agota por ciclo en el reservorio de baja temperatura? (c) ¿Cuánto trabajo realiza el motor por ciclo? (d) ¿Cuál es el rendimiento del motor?



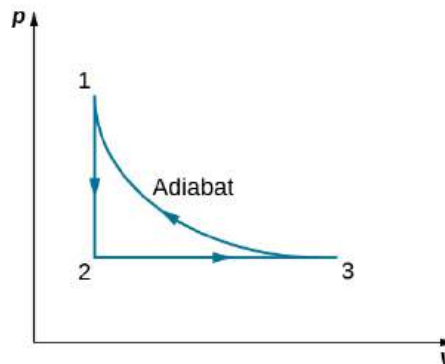
62. Una Máquina de Carnot que funciona entre reservorios de calor a  $500$  y  $300\text{ K}$  absorbe  $1500\text{ J}$  por ciclo en el reservorio de alta temperatura. (a) Represente el ciclo de la máquina en un

### Problemas Adicionales

67. Una bomba de calor de  $300\text{ W}$  funciona entre el suelo, cuya temperatura es  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , y el interior de una casa a  $22\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuál es la cantidad máxima de calor por hora que la bomba de calor puede suministrar a la casa?
68. Un ingeniero debe diseñar un refrigerador que realice  $300\text{ J}$  de trabajo por ciclo para extraer  $2100\text{ J}$  de calor por ciclo de un congelador cuya temperatura es  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuál es la temperatura máxima del aire para la que se puede cumplir esta condición? ¿Es una condición razonable para imponer el diseño?
69. Una Máquina de Carnot emplea  $1,5\text{ mol}$  de gas

diagrama de temperatura-entropía. (b) ¿Cuánto trabajo por ciclo realiza la máquina?

63. Un gas ideal monoatómico ( $n$  moles) pasa por un proceso cíclico que se muestra a continuación. Halle el cambio de entropía del gas en cada paso y el cambio de entropía total en todo el ciclo.

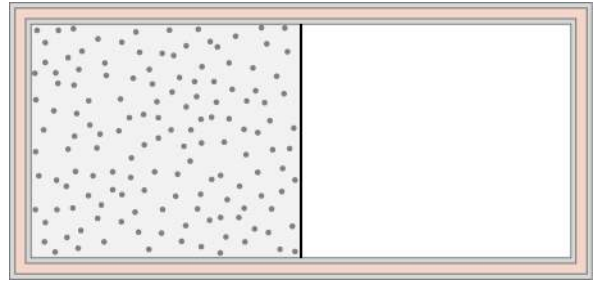


64. Una Máquina de Carnot tiene un rendimiento de  $0,60$ . Cuando la temperatura de su reservorio frío cambia, la eficiencia baja a  $0,55$ . Si inicialmente  $T_c = 27\text{ }^{\circ}\text{C}$ , determine (a) el valor constante de  $T_h$  y (b) el valor final de  $T_c$ .
65. Una Máquina de Carnot realiza  $100\text{ J}$  de trabajo mientras descarga  $200\text{ J}$  de calor en cada ciclo. Una vez ajustada la temperatura solo del reservorio caliente, se comprueba que la máquina realiza ahora  $130\text{ J}$  de trabajo desechando la misma cantidad de calor. (a) ¿Cuáles son los rendimientos inicial y final de la máquina? (b) ¿Cuál es el cambio fraccionario de la temperatura del reservorio caliente?
66. Un refrigerador de Carnot expulsa el calor al aire, que está a una temperatura de  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuánta energía utiliza el refrigerador si congela  $1,5\text{ g}$  de agua por segundo? Supongamos que el agua está a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

nitrógeno como sustancia de trabajo, que se considera un gas diatómico ideal con  $\gamma = 7/5$  a las temperaturas de trabajo de la máquina. El ciclo de Carnot va en el ciclo  $ABCD$ , siendo  $AB$  una expansión isotérmica. El volumen en los puntos  $A$  y  $C$  del ciclo es  $5,0 \times 10^{-3}\text{ m}^3$  y  $0,15\text{ L}$ , respectivamente. La máquina funciona entre dos baños térmicos de temperatura  $500\text{ K}$  y  $300\text{ K}$ . (a) Halle los valores del volumen en  $B$  y  $D$ . (b) ¿Cuánto calor absorbe el gas en la expansión isotérmica  $AB$ ? (c) ¿Cuánto trabajo realiza el gas en la expansión isotérmica  $AB$ ? (d) ¿Cuánto calor cede el gas en la expansión isotérmica  $CD$ ?

(e) ¿Cuánto trabajo realiza el gas en la compresión isotérmica  $CD$ ? (f) ¿Cuánto trabajo realiza el gas en la expansión adiabática  $BC$ ? (g) ¿Cuánto trabajo realiza el gas en la compresión adiabática  $DA$ ? (h) Halle el valor del rendimiento de la máquina en función del trabajo neto y del aporte de calor. Compare este valor con el rendimiento de una máquina de Carnot en función de las temperaturas de los dos baños.

70. Un bloque de madera de 5,0 kg comienza con una velocidad inicial de 8,0 m/s y se desliza por el suelo hasta que la fricción lo detiene. Estime el cambio resultante en la entropía del universo. Supongamos que todo se mantiene a una temperatura ambiente de 20 °C.
71. Un sistema formado por 20,0 mol de un gas ideal monoatómico se enfría a presión constante desde un volumen de 50,0 L a 10,0 L. La temperatura inicial era de 300 K. ¿Cuál es el cambio de entropía del gas?
72. Un vaso de cristal de masa 400 g contiene 500 g de agua a 27 °C. El vaso se calienta de forma reversible para que la temperatura del vaso y del agua aumente gradualmente hasta 57 °C. Halle el cambio de entropía del vaso de precipitados y del agua juntos.
73. Una Máquina de Carnot funciona entre baños de 550 °C y 20 °C y produce 300 kJ de energía en cada ciclo. Halle el cambio de entropía del (a) baño caliente y (b) baño frío, en cada ciclo de Carnot?
74. Un gas ideal a temperatura  $T$  se almacena en la mitad izquierda de un recipiente aislante de volumen  $V$  mediante una división de volumen despreciable (vea más adelante). ¿Cuál es el cambio de entropía por mol del gas en cada uno de los siguientes casos? (a) Se retira repentinamente la división y el gas llena rápidamente todo el recipiente. (b) Se perfora un pequeño agujero en la división y, tras un largo periodo, el gas alcanza un estado de equilibrio tal que no hay flujo neto a través del agujero. (c) La división se mueve muy lentamente y de forma adiabática hasta la pared derecha, de forma que el gas llena finalmente todo el recipiente.



75. Una pieza de aluminio de 0,50 kg a 250 °C se deja caer en 1,0 kg de agua a 20 °C. Una vez alcanzado el equilibrio, ¿cuál es el cambio neto de entropía del sistema?
76. Supongamos que 20 g de hielo a 0 °C se añade a 300 g de agua a 60 °C. ¿Cuál es el cambio total de entropía de la mezcla después de alcanzar el equilibrio térmico?
77. Una máquina térmica funciona entre dos temperaturas de forma que la sustancia de trabajo de la máquina absorbe 5.000 J de calor del baño de alta temperatura y descarga 3.000 J al baño de baja temperatura. El resto de la energía se convierte en energía mecánica de la turbina. Calcule (a) la cantidad de trabajo producido por la máquina y (b) la eficiencia de la máquina.
78. Una máquina térmica produce 4 MJ de energía eléctrica mientras funciona entre dos baños térmicos de diferentes temperaturas. La sustancia de trabajo de la máquina descarga 5 MJ de calor al baño de temperatura fría. ¿Cuál es la eficiencia de la máquina?
79. Una central de carbón consume 100.000 kg de carbón por hora y produce 500 MW de potencia. Si el calor de combustión del carbón es de 30 MJ/kg, ¿cuál es el rendimiento de la central eléctrica?
80. Una máquina de Carnot funciona en un ciclo de Carnot entre una fuente de calor a 550 °C y un disipador de calor en 20 °C. Calcule el rendimiento de la máquina de Carnot.
81. Una máquina de Carnot que trabaja entre dos baños de calor de temperaturas 600 K y 273 K completa cada ciclo en 5 s. En cada ciclo, la máquina absorbe 10 kJ de calor. Halle la potencia de la máquina.
82. Un ciclo de Carnot que funciona entre 100 °C y 30 °C se utiliza para conducir un refrigerador entre -10 °C y 30 °C. ¿Cuánta energía debe producir la máquina de Carnot por segundo para que el refrigerador sea capaz de desechar 10 J de energía por segundo?

## Problemas De Desafío

- 83.** (a) Se añade una cantidad infinitesimal de calor de forma reversible a un sistema. Combinando la primera y la segunda ley, demuestre que  $dU = TdS - dW$ . (b) Cuando se añade calor a un gas ideal, su temperatura y volumen cambian de  $T_1$  y  $V_1$  a  $T_2$  y  $V_2$ . Demuestre que el cambio de entropía de  $n$  moles del gas viene dado por

$$\Delta S = nC_v \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

- 84.** Utilizando el resultado del problema anterior, demuestre que para un gas ideal que sufre un proceso adiabático,  $TV^{\gamma-1}$  es constante.
- 85.** Con la ayuda de los dos problemas anteriores, demuestre que  $\Delta S$  entre los estados 1 y 2 de  $n$  moles un gas ideal viene dado por
- $$\Delta S = nC_p \ln \frac{T_2}{T_1} - nR \ln \frac{p_2}{p_1}.$$
- 86.** Una botella contiene 500 g de helio a 120 atm y 20 °C. La válvula tiene una fuga y todo el gas se escapa lentamente de forma isotérmica a la atmósfera. Utilice los resultados del problema anterior para determinar el cambio resultante en la entropía del universo.
- 87.** Un gas ideal diatómico es llevado desde un estado de equilibrio inicial a  $p_1 = 0,50$  atm y  $T_1 = 300$  K a una etapa final con  $p_2 = 0,20$  atm y  $T_2 = 500$  K. Utilice los resultados del problema anterior para determinar el cambio de entropía por mol del gas.

- 88.** El motor de combustión interna de gasolina funciona en un ciclo que consta de seis partes. Cuatro de estas partes implican, entre otras cosas, fricción, intercambio de calor a través de diferencias de temperatura finitas y aceleraciones del pistón; es irreversible. Sin embargo, está representado por el *ciclo de Otto*, que es ideal y reversible, que se ilustra a continuación. Se supone que la sustancia de trabajo del ciclo es el aire. Las seis etapas del ciclo de Otto son las siguientes:

- i. Golpe de entrada isobárico(OA). Se introduce una mezcla de gasolina y aire en la cámara de combustión a presión atmosférica  $p_0$  cuando el pistón se expande, aumentando el volumen del cilindro de cero a  $V_A$ .
- ii. Carrera de compresión adiabática(AB). La temperatura de la mezcla aumenta a medida que el pistón la comprime adiabáticamente desde un volumen  $V_A$  a  $V_B$ .

- iii. Encendido a volumen constante(BC). La mezcla se enciende con una chispa. La combustión es tan rápida que el pistón no se mueve. Durante este proceso, el calor añadido  $Q_1$  hace que la presión aumente de  $p_B$  a  $p_C$  a un volumen constante  $V_B (= V_C)$ .
- iv. Expansión adiabática(CD). La mezcla calentada de gasolina y aire se expande contra el pistón, aumentando el volumen de  $V_C$  a  $V_D$ . Se denomina *carrera de potencia*, ya que es la parte del ciclo que entrega la mayor parte de la potencia al cigüeñal.
- v. Escape de volumen constante(DA). Cuando se abre la válvula de escape, una parte de los productos de la combustión se escapa. Durante esta parte del ciclo el pistón casi no se mueve, por lo que el volumen se mantiene constante en  $V_A (= V_D)$ . La mayor parte de la energía disponible se pierde aquí, representada por el escape de calor  $Q_2$ .
- vi. Compresión isobárica(AO). La válvula de escape permanece abierta, y la compresión de  $V_A$  a cero expulsa los productos de combustión restantes.

(a) Utilizando (i)  $e = W/Q_1$ ; (ii)  $W = Q_1 - Q_2$ ; y (iii)  $Q_1 = nC_v(T_C - T_B)$ ,  $Q_2 = nC_v(T_D - T_A)$ , demuestre que

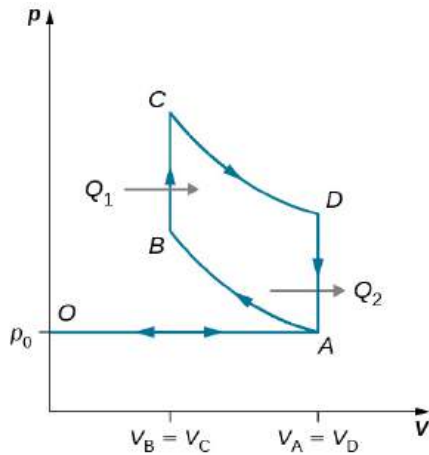
$$e = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}.$$

(b) Utilice el hecho de que los pasos (ii) y (iv) son adiabáticos para demostrar que

$$e = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}},$$

donde  $r = V_A/V_B$ . La cantidad  $r$  se denomina *relación de compresión* del motor.

(c) En la práctica,  $r$  se mantiene en torno a 7. Para valores mayores, la mezcla de gasolina y aire se comprime a temperaturas tan altas que explota antes de que se produzca la chispa finamente sincronizada. Esta *preignición* provoca el golpeteo del motor y la pérdida de potencia. Demuestre que para  $r = 6$  y  $\gamma = 1,4$  (el valor del aire),  $e = 0,51$ , o una eficiencia de 51%. Debido a los numerosos procesos irreversibles, un motor de combustión interna real tiene un rendimiento muy inferior a este valor ideal. La eficiencia típica de un motor afinado es de aproximadamente 25% a 30%.



89. A continuación se muestra un ciclodiesel ideal. Este ciclo consta de cinco golpes. En este caso, solo se introduce aire en la cámara durante la carrera de admisión  $OA$ . A continuación, el aire se comprime adiabáticamente desde el estado  $A$  hasta el estado  $B$ , elevando su temperatura lo suficiente como para que, cuando se añade combustible durante la carrera de potencia  $BC$ , se encienda. Después de que el encendido termina en  $C$ , hay una nueva carrera de potencia adiabática  $CD$ . Por último, se produce un escape a volumen constante a medida que la presión desciende de  $p_D$  a  $p_A$ , seguido de un nuevo escape cuando el pistón comprime el volumen de la cámara hasta cero.

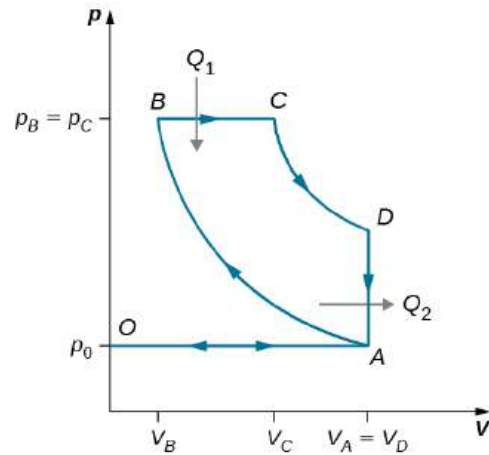
(a) Utilice  $W = Q_1 - Q_2$ ,  $Q_1 = nC_p(T_C - T_B)$ , y  $Q_2 = nC_v(T_D - T_A)$  para demostrar que

$$e = \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{T_D - T_A}{\gamma(T_C - T_B)}.$$

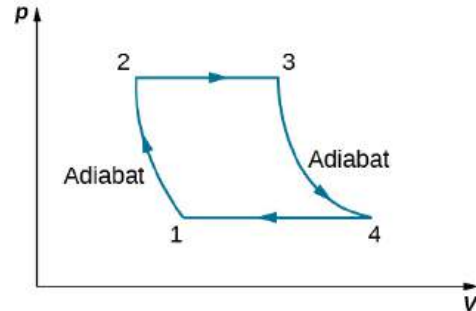
(b) Utilice el hecho de que  $A \rightarrow B$  y  $C \rightarrow D$  son adiabáticos para demostrar que

$$e = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^\gamma - \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^\gamma}{\left(\frac{V_C}{V_D}\right) - \left(\frac{V_B}{V_A}\right)}.$$

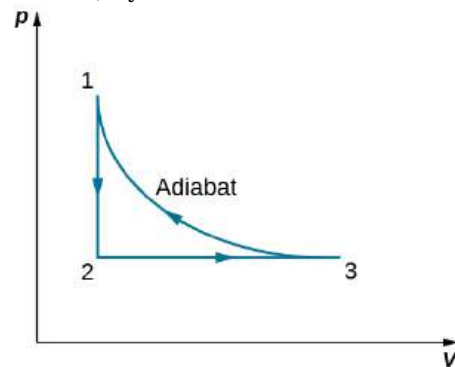
(c) Como no hay preignición (recuerde que la cámara no contiene combustible durante la compresión), la relación de compresión puede ser mayor que la de un motor de gasolina. Típicamente,  $V_A/V_B = 15$  y  $V_D/V_C = 5$ . Para estos valores y  $\gamma = 1,4$ , demuestre que  $\epsilon = 0,56$ , o una eficiencia de 56%. Los motores diésel funcionan en realidad con una eficiencia de aproximadamente 30% a 35% en comparación con 25% a 30% para motores de gasolina.



90. Considere un ciclo Joule de gas ideal, también llamado ciclo de Brayton, que se muestra a continuación. Halle la fórmula de la eficiencia del motor que utiliza este ciclo en términos de  $P_1$ ,  $P_2$ , y  $\gamma$ .



91. Deduzca una fórmula para el coeficiente de rendimiento de un refrigerador que utiliza un gas ideal como sustancia de trabajo que opera en el ciclo mostrado a continuación en términos de las propiedades de los tres estados marcados como 1, 2 y 3.



92. Dos moles de gas nitrógeno, con  $\gamma = 7/5$  para los gases diatómicos ideales, ocupan un volumen de  $10^{-2} \text{ m}^3$  en un cilindro aislado a una temperatura de 300 K. El gas se comprime adiabáticamente y de forma reversible hasta alcanzar un volumen de 5 L. El émbolo del cilindro se bloquea en su lugar y se retira el aislamiento alrededor del cilindro. A

continuación, el cilindro conductor del calor se coloca en un baño de 300 K. El calor del gas comprimido sale del gas, y la temperatura del gas vuelve a ser de 300 K. A continuación, el gas se expande lentamente a la temperatura fija de 300 K hasta que el volumen del gas se convierte en  $10^{-2} \text{ m}^3$ , realizando así un ciclo completo para el gas. Para el ciclo completo, calcule (a) el trabajo realizado por el gas, (b) el calor que

entra o sale del gas, (c) el cambio en la energía interna del gas y (d) el cambio en la entropía del gas.

- 93.** Un refrigerador de Carnot, que funciona entre  $0^\circ\text{C}$  y  $30^\circ\text{C}$  se utiliza para enfriar un cubo de agua que contiene  $10^{-2} \text{ m}^3$  de agua de  $30^\circ\text{C}$  a  $5^\circ\text{C}$  en 2 horas. Calcule la cantidad total de trabajo necesaria.



# CAPÍTULO 5

## Cargas y campos eléctricos



**Figura 5.1** Las cargas eléctricas existen a nuestro alrededor. Pueden hacer que los objetos se repelan o se atraigan entre sí (créditos: modificación del trabajo de Sean McGrath).

### ESQUEMA DEL CAPITULO

- 5.1 Carga eléctrica**
- 5.2 Conductores, aislantes y carga por inducción**
- 5.3 Ley de Coulomb**
- 5.4 Campo eléctrico**
- 5.5 Cálculo de los campos eléctricos de las distribuciones de carga**
- 5.6 Líneas de campo eléctrico**
- 5.7 Dipolos eléctricos**

**INTRODUCCIÓN** Cuando estudiamos las leyes de Newton, identificamos varios fenómenos físicos como fuerzas. Lo hicimos basándonos en el efecto que tenían sobre un objeto físico: específicamente, hicieron que el objeto se acelerara. Más tarde, cuando estudiamos el impulso y el momento, ampliamos esta idea para identificar una fuerza como cualquier fenómeno físico que cambia el momento de un objeto. En cualquier caso, el resultado es el mismo: reconocemos una fuerza por el efecto que tiene sobre un objeto.

En [Gravitación \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/13-introduccion\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/13-introduccion) examinamos la fuerza de la gravedad, la cual actúa sobre todos los objetos con masa. En este capítulo iniciamos el estudio de la fuerza eléctrica, que actúa sobre todos los objetos con una propiedad llamada carga. La fuerza eléctrica es mucho más fuerte que la gravedad (en la mayoría de los sistemas en los que aparecen

ambas), pero puede ser una fuerza de atracción o de repulsión, lo que provoca efectos muy diferentes en los objetos. La fuerza eléctrica ayuda a mantener los átomos unidos, por lo que tiene una importancia fundamental en la materia. Pero también gobierna la mayoría de las interacciones cotidianas con las que nos enfrentamos, desde las interacciones químicas hasta los procesos biológicos.

## 5.1 Carga eléctrica

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

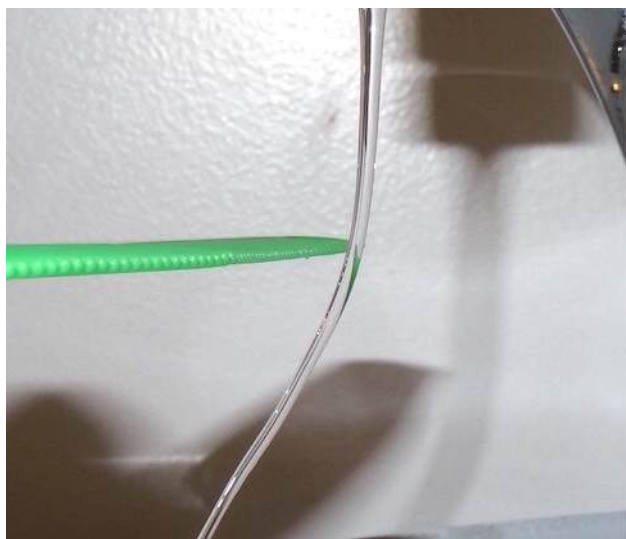
Al final de esta sección, podrá:

- Describir el concepto de carga eléctrica.
- Explicar cualitativamente la fuerza que crea la carga eléctrica.

Seguramente está familiarizado con los dispositivos electrónicos que se activan con el clic de un interruptor, desde las computadoras a los teléfonos móviles o la televisión. Y seguramente ha visto la electricidad en un relámpago durante una fuerte tormenta. Pero lo más probable es que también haya experimentado efectos eléctricos de otras maneras, tal vez sin darse cuenta de que estaba involucrada una fuerza eléctrica. Echemos un vistazo a algunas de estas actividades y veamos qué podemos aprender de ellas sobre las cargas y fuerzas eléctricas.

### Descubrimientos

Probablemente haya experimentado el fenómeno de la **electricidad estática**: cuando se saca la ropa de la secadora por primera vez, muchas prendas (no todas) tienden a pegarse entre sí; en el caso de algunos tejidos, puede ser muy difícil separarlos. Otro ejemplo ocurre si se quita un suéter de lana rápidamente: puede sentir (y oír) la electricidad estática al halar la ropa, y quizás incluso en su cabello. Si se peina en un día seco y luego pone el peine cerca de un fino chorro de agua que sale de un grifo, verá que el chorro de agua se inclina hacia (es atraído por) el peine ([Figura 5.2](#)).



**FIGURA 5.2** Un peine cargado eléctricamente atrae un chorro de agua a distancia. Observe que el agua no toca el peine (créditos: Jane Whitney).

Suponga que acerca el peine a unas pequeñas tiras de papel; el peine las atrae e incluso se adhieren a él ([Figura 5.3](#)). En la cocina, extraiga rápidamente un trozo de plástico del rollo; tenderá a adherirse a la mayoría de los materiales no metálicos (como el plástico, el vidrio o los alimentos). Si frota un globo en la pared durante unos segundos, se pegará a la pared. Probablemente, el efecto más molesto de la electricidad estática es recibir una descarga del pomo de una puerta (o de un amigo) después de arrastrar los pies sobre algunos tipos de alfombra.

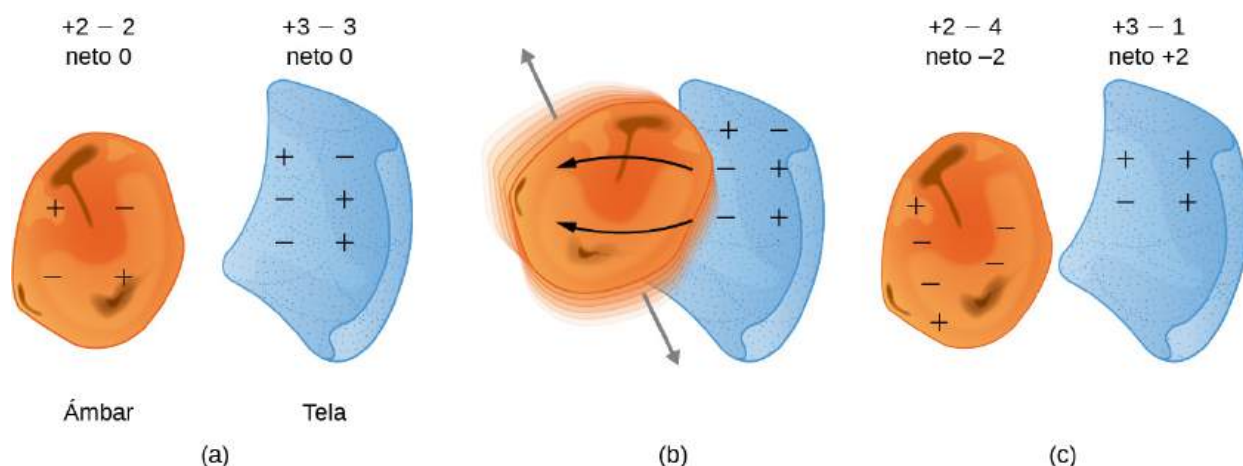


**FIGURA 5.3** Tras utilizarse para peinar el cabello, este peine atrae pequeñas tiras de papel a distancia, sin contacto físico. La investigación de este comportamiento contribuyó a la creación del concepto de fuerza eléctrica (créditos: Jane Whitney).

Muchos de estos fenómenos se conocen desde hace siglos. El antiguo filósofo griego Tales de Mileto (624-546 a.C.) registró que cuando el ámbar (una resina dura, translúcida y fosilizada procedente de árboles extinguidos) se frotaba enérgicamente con un trozo de piel se creaba una fuerza que hacía que la piel y el ámbar se atrajeran entre sí (Figura 5.4). Además, descubrió que el ámbar frotado no solo atraía la piel, y esta al ámbar, sino que ambos podían afectar a otros objetos (no metálicos), aunque no estuvieran en contacto con ellos (Figura 5.5).



**FIGURA 5.4** El ámbar de Borneo se extrae en Sabah, Malasia, de vetas de esquisto-arena-barro. Cuando se frota un trozo de ámbar con un trozo de piel, el ámbar gana más electrones, lo que le da una carga neta negativa. Al mismo tiempo, la piel, al haber perdido electrones, se carga positivamente (créditos: "Sebakoamber"/Wikimedia Commons).



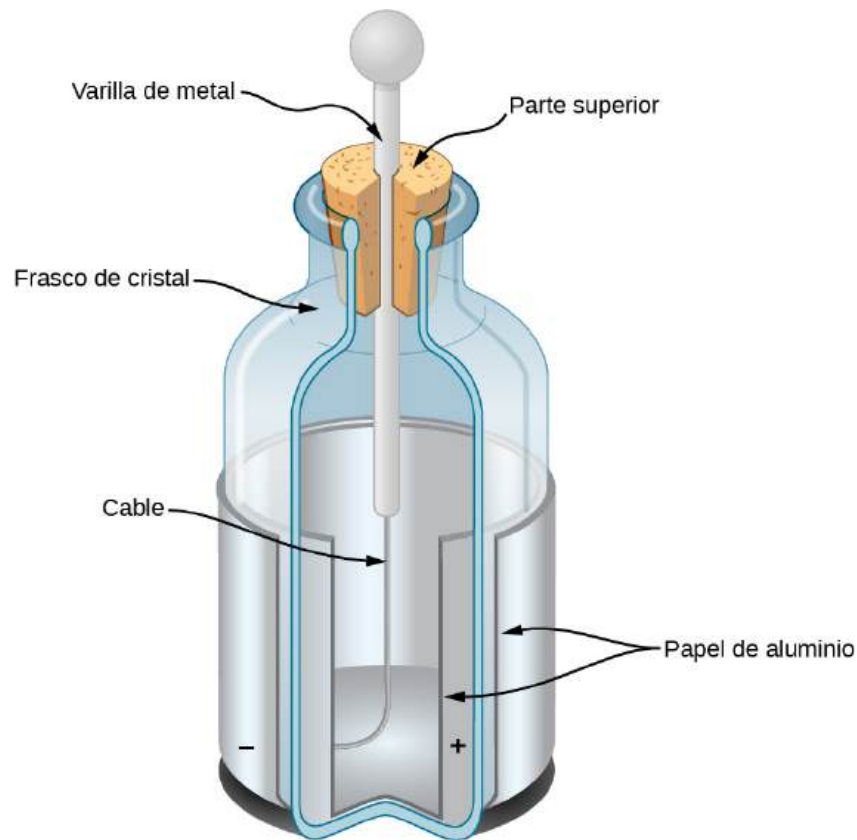
**FIGURA 5.5** Cuando los materiales se frotan entre sí, las cargas pueden separarse, especialmente si un material tiene mayor afinidad por los electrones que otro. (a) Tanto el ámbar como la tela son originalmente neutros, con cargas positivas y negativas iguales. Solo una pequeña fracción de las cargas están involucradas, y solo algunas de ellas se muestran aquí. (b) Cuando se frotan, una parte de la carga negativa se transfiere al ámbar, dejando la tela con una carga positiva neta. (c) Cuando se separan, el ámbar y la tela tienen ahora cargas netas, pero el valor absoluto de las cargas positivas y negativas netas será igual.

El físico inglés William Gilbert (1544-1603) también estudió esta fuerza de atracción utilizando diversas sustancias. Trabajó con el ámbar y, además, experimentó con el cristal de roca y varias piedras preciosas y semipreciosas. También experimentó con varios metales. Comprobó que los metales nunca mostraban esta fuerza, mientras que los minerales sí. Además, aunque una varilla de ámbar electrificada atraería un trozo de piel, repelería otra varilla de ámbar electrificada; del mismo modo, dos trozos de piel electrificados se repelerían.

Esto sugirió que había dos tipos de una propiedad eléctrica; esta propiedad acabó llamándose **carga eléctrica**. La diferencia entre los dos tipos de carga eléctrica está en las direcciones de las fuerzas eléctricas que provocan cada tipo de carga: Estas fuerzas se repelen cuando existe el mismo tipo de carga en dos objetos que interactúan y se atraen cuando las cargas son de tipos opuestos. La unidad de carga eléctrica del SI es el **culombio** (C), en honor al físico francés Charles-Augustin de Coulomb (1736-1806).

El aspecto más peculiar de esta nueva fuerza es que no requiere el contacto físico entre los dos objetos para provocar una aceleración. Este es un ejemplo de la llamada fuerza de "largo alcance". (O, como James Clerk Maxwell lo expresó más tarde, "acción a distancia"). Con la excepción de la gravedad, todas las demás fuerzas que hemos analizado hasta ahora actúan solo cuando los dos objetos que interactúan se tocan realmente.

El físico y estadista estadounidense Benjamín Franklin descubrió que podía concentrar la carga en una "Botella de Leyden", que era esencialmente una botella de cristal con dos láminas de metal, una dentro y otra fuera, con el cristal entre ellas ([Figura 5.6](#)). Esto creó una gran fuerza eléctrica entre las dos láminas.



**FIGURA 5.6** Una Botella de Leyden (una versión temprana de lo que hoy se llama condensador) permitía a los experimentadores almacenar grandes cantidades de carga eléctrica. Benjamín Franklin utilizó una botella de este tipo para demostrar que el rayo se comportaba exactamente igual que la electricidad que obtenía de los equipos de su laboratorio.

Franklin señaló que el comportamiento observado podría explicarse suponiendo que uno de los dos tipos de carga permaneciera inmóvil, mientras que el otro tipo de carga fluyera de un trozo de la lámina al otro. Además, sugirió que un exceso de lo que él llamaba este "fluido eléctrico" se denominara "electricidad positiva" y su deficiencia, "electricidad negativa". Su sugerencia, con algunas modificaciones menores, es el modelo que utilizamos hoy (con los experimentos que pudo hacer, esto era una pura suposición; no tenía forma de determinar realmente el signo de la carga en movimiento. Desafortunadamente, se equivocó; ahora sabemos que las cargas que fluyen son las que Franklin etiquetó como negativas, y las positivas permanecen inmóviles en gran medida. Afortunadamente, como veremos, no hay ninguna diferencia práctica o teórica en la elección que hagamos, siempre que seamos coherentes con nuestra elección).

Enumeremos las observaciones específicas que tenemos de esta **fuerza eléctrica**:

- La fuerza actúa sin contacto físico entre los dos objetos.
- La fuerza puede ser atractiva o repulsiva: si dos objetos que interactúan llevan el mismo signo de carga, la fuerza es repulsiva; si las cargas son de signo contrario, la fuerza es atractiva. Estas interacciones se denominan **repulsión electrostática** y **atracción electrostática**, respectivamente.
- No todos los objetos se ven afectados por esta fuerza.
- La magnitud de la fuerza disminuye (rápidamente) al aumentar la distancia de separación entre los objetos.

Para ser más precisos, comprobamos experimentalmente que la magnitud de la fuerza disminuye al aumentar el cuadrado de la distancia entre los dos objetos que interactúan. Así, por ejemplo, cuando se duplica la distancia entre dos objetos que interactúan, la fuerza entre ellos disminuye a una cuarta parte de lo que era en el sistema original. También podemos observar que el entorno de los objetos cargados afecta a la magnitud de la fuerza. Sin embargo, estudiaremos esta cuestión en un capítulo posterior.

## Propiedades de la carga eléctrica

Además de la existencia de dos tipos de carga, se han descubierto otras propiedades de la carga.

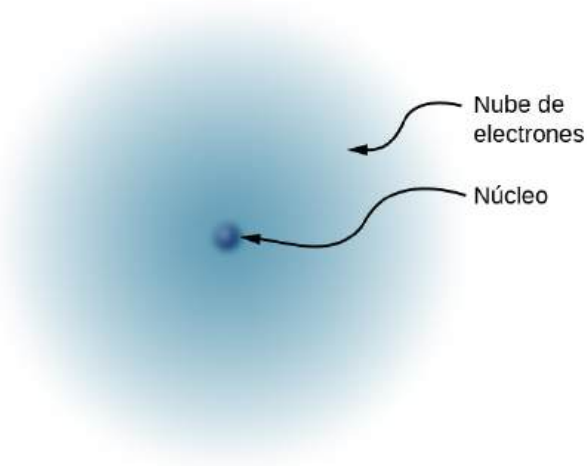
- **La carga está cuantificada.** Esto significa que la carga eléctrica viene en cantidades discretas, y que hay una cantidad mínima posible de carga que puede tener un objeto. En el sistema SI, esta cantidad mínima es  $e \equiv 1,602 \times 10^{-19}$  C. Ninguna partícula libre puede tener menos carga que esta y, por tanto, la carga de cualquier objeto (la carga de todos los objetos) debe ser un múltiplo entero de esta cantidad. Todos los objetos macroscópicos cargados tienen carga porque se les han añadido o quitado electrones, dando lugar a una carga neta.
- **La magnitud de la carga es independiente del tipo.** Dicho de otro modo, la menor carga positiva posible (con cuatro cifras significativas) es  $+1,602 \times 10^{-19}$  C, y la menor carga negativa posible es  $-1,602 \times 10^{-19}$  C; estos valores son exactamente iguales. Así es simplemente como resultaron las leyes de la física en nuestro universo.
- **La carga se conserva.** La carga no puede crearse ni destruirse; solo puede transferirse de un lugar a otro, de un objeto a otro. A menudo se habla de dos cargas que se "anulan"; es una abreviatura verbal. Significa que si dos objetos que tienen cargas iguales y opuestas están físicamente cerca el uno del otro, entonces las fuerzas (opuestas) que aplican sobre algún otro objeto cargado se cancelan, para una fuerza neta de cero. Sin embargo, es importante que comprenda que las cargas de los objetos no desaparecen en absoluto. La carga neta del universo es constante.
- **La carga se conserva en los sistemas cerrados.** En principio, si una carga negativa desapareciera de su mesa de laboratorio y reapareciera en la Luna, la conservación de la carga seguiría siendo válida. Sin embargo, esto nunca sucede. Si la carga total que tiene en su sistema local en su mesa de laboratorio está cambiando, habrá un flujo medible de carga dentro o fuera del sistema. De nuevo, las cargas pueden moverse y se mueven, y sus efectos pueden cancelarse y se cancelan, pero la carga neta en su ambiente local (si está cerrado) se conserva. Los dos últimos puntos se denominan **ley de conservación de la carga**.

## El origen de las cargas: la estructura del átomo

Una vez que quedó claro que toda la materia estaba compuesta por partículas que pasaron a llamarse átomos, también quedó claro rápidamente que los componentes del átomo incluían tanto partículas con carga positiva como con carga negativa. La siguiente pregunta fue: ¿cuáles son las propiedades físicas de esas partículas cargadas eléctricamente?

La partícula con carga negativa fue la primera que se descubrió. En 1897, el físico inglés J. J. Thomson estudiaba lo que entonces se conocía como *rayos catódicos*. Algunos años antes, el físico inglés William Crookes había demostrado que estos "rayos" estaban cargados negativamente, pero sus experimentos no pudieron decir más que eso. (El hecho de que llevaran una carga eléctrica negativa era una prueba contundente de que no se trataba de rayos, sino de partículas). Thomson preparó un haz puro de estas partículas y las envió a través de campos eléctricos y magnéticos cruzados, y ajustó las distintas intensidades de campo hasta que la desviación neta del haz fue cero. Con este experimento, pudo determinar la relación carga-masa de la partícula. Esta relación demostró que la masa de la partícula era mucho menor que la de cualquier otra partícula conocida hasta entonces, de hecho, 1837 veces menor. Con el tiempo, esta partícula pasó a llamarse **electrón**.

Dado que el átomo en su conjunto es eléctricamente neutro, la siguiente cuestión era determinar cómo se distribuyen las cargas positivas y negativas dentro del átomo. El propio Thomson imaginó que sus electrones estaban incrustados dentro de una especie de pasta cargada positivamente, esparcida por todo el volumen del átomo. Sin embargo, en 1908, el físico neozelandés Ernest Rutherford demostró que las cargas positivas del átomo existían dentro de un núcleo minúsculo, llamado núcleo, que solo ocupaba una fracción muy pequeña del volumen total del átomo, pero que contenía más del 99 % de la masa (consulte [Momento lineal y colisiones \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/9-introduccion\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/9-introduccion)). Además, demostró que los electrones cargados negativamente orbitan perpetuamente alrededor de este núcleo, formando una especie de nube cargada eléctricamente que lo rodea ([Figura 5.7](#)). Rutherford llegó a la conclusión de que el núcleo estaba formado por pequeñas partículas masivas que denominó **protones**.

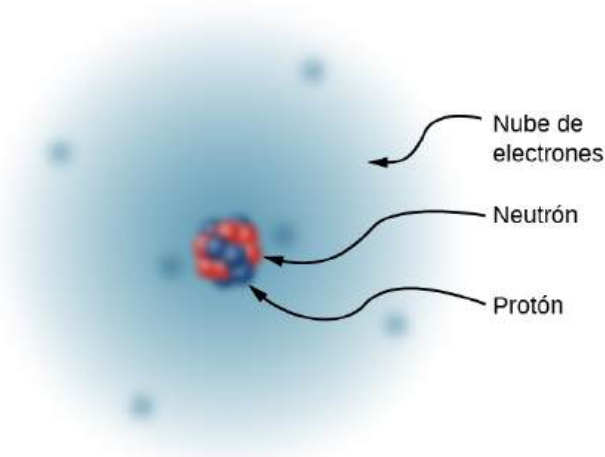


**FIGURA 5.7** Este modelo simplificado de un átomo de hidrógeno muestra un núcleo cargado positivamente (formado, en el caso del hidrógeno, por un solo protón), rodeado por una "nube" de electrones. La carga de la nube de electrones es igual (y de signo contrario) a la carga del núcleo, pero el electrón no tiene una ubicación definida en el espacio; por lo tanto, su representación aquí es como una nube. Las cantidades macroscópicas normales de materia contienen un número inmenso de átomos y moléculas y, por tanto, un número aun mayor de cargas negativas y positivas individuales.

Dado que se sabe que los diferentes átomos tienen diferentes masas, y que normalmente los átomos son eléctricamente neutros, era natural suponer que los diferentes átomos tienen diferentes números de protones en su núcleo, con un número igual de electrones cargados negativamente orbitando alrededor del núcleo cargado positivamente, haciendo así que los átomos en general sean eléctricamente neutros. Sin embargo, pronto se descubrió que, aunque el átomo más ligero, el hidrógeno, tenía efectivamente un solo protón como núcleo, el siguiente átomo más pesado, el helio, tiene el doble de protones (dos), pero *cuatro* veces la masa del hidrógeno.

El físico inglés James Chadwick resolvió este misterio en 1932, con el descubrimiento del **neutrón**. El neutrón es, esencialmente, un gemelo eléctricamente neutro del protón, sin carga eléctrica, pero con una masa (casi) idéntica a la del protón. Por lo tanto, el núcleo de helio tiene dos neutrones junto con sus dos protones. (Experimentos posteriores demostrarían que, aunque el neutrón es eléctricamente neutro en general, tiene una *estructura* de carga interna. Además, aunque las masas del neutrón y del protón son *casi* iguales, no son exactamente iguales: la masa del neutrón es muy ligeramente mayor que la del protón. Ese ligero exceso de masa resultó ser de gran importancia. Sin embargo, esa es una historia que tendrá que esperar hasta nuestro estudio de la física moderna en la sección [Física nuclear \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/10-introduccion\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/10-introduccion)).

Así, en 1932, la imagen del átomo era la de un núcleo pequeño y masivo construido con una combinación de protones y neutrones, rodeado por una colección de electrones cuyo movimiento combinado formaba una especie de "nube" cargada negativamente alrededor del núcleo (Figura 5.8). En un átomo eléctricamente neutro, la carga negativa total del conjunto de electrones es igual a la carga positiva total del núcleo. Los electrones de muy baja masa pueden eliminarse o añadirse más o menos fácilmente a un átomo, cambiando la carga neta del mismo (aunque sin cambiar su tipo). Un átomo cuya carga ha sido alterada de este modo se denomina **ion**. A los iones positivos se les han quitado electrones, mientras que a los negativos se les han añadido un exceso de electrones. También utilizamos este término para describir las moléculas que no son eléctricamente neutras.



**FIGURA 5.8** El núcleo de un átomo de carbono está compuesto por seis protones y seis neutrones. Al igual que en el hidrógeno, los seis electrones que lo rodean no tienen una ubicación definida, por lo que pueden considerarse una especie de nube que rodea al núcleo.

Sin embargo, la historia del átomo no se detiene ahí. A finales del siglo XX se descubrieron muchas más partículas subatómicas en el núcleo del átomo: piones, neutrinos y quarks, entre otras. A excepción del fotón, ninguna de estas partículas es directamente relevante para el estudio del electromagnetismo, por lo que aplazamos su discusión hasta el capítulo dedicado a la física de partículas ([Física de partículas y cosmología \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/11-introduccion\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/11-introduccion)).

### Nota sobre la terminología

Como se ha señalado anteriormente, la carga eléctrica es una propiedad que puede tener un objeto. Esto es similar a cómo un objeto puede tener una propiedad que llamamos masa, una propiedad que llamamos densidad, una propiedad que llamamos temperatura, etc. Técnicamente, deberíamos decir siempre algo como: "Supongamos que tenemos una partícula que lleva una carga de  $3 \mu\text{C}$ ." Sin embargo, es muy común decir en su lugar: "Supongamos que tenemos una carga  $3\text{-}\mu\text{C}$ ". Del mismo modo, a menudo decimos algo como: "Se encuentran seis cargas en los vértices de un hexágono regular". La carga no es una partícula, sino una *propiedad* de una partícula. Sin embargo, esta terminología es muy común (y se utiliza con frecuencia en este libro, como en todas partes). Por lo tanto, tenga en cuenta lo que realmente queremos decir cuando nos referimos a una "carga"

## 5.2 Conductores, aislantes y carga por inducción

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar qué es un conductor.
- Explicar qué es un aislante.
- Enumerar las diferencias y las similitudes entre conductores y aislantes.
- Describir el proceso de carga por inducción.

En la sección anterior, dijimos que los científicos fueron capaces de crear carga eléctrica solo en materiales no metálicos y nunca en metales. Para entender por qué es así, hay que comprender mejor la naturaleza y la estructura de los átomos. En esta sección discutimos cómo y por qué las cargas eléctricas se mueven, o no, a través de los materiales ([Figura 5.9](#)). En un capítulo posterior se ofrece una descripción más completa.





**FIGURA 5.9** Este adaptador de corriente utiliza cables y conectores de metal para conducir la electricidad desde la toma de corriente hasta la computadora portátil. Los alambres conductores permiten que los electrones se muevan libremente a través de los cables, que están protegidos por goma y plástico. Estos materiales actúan como aislantes que no permiten que la carga eléctrica salga al exterior (créditos: modificación del trabajo de "Evan-Amos"/Wikimedia Commons).

### Conductores y aislantes

Como se comentó en el apartado anterior, los electrones rodean al diminuto núcleo en forma de una (comparativamente) vasta nube de carga negativa. Sin embargo, esta nube tiene una estructura definida. Consideremos un átomo del conductor más utilizado, el cobre.

Por razones que se aclararán en [Estructura atómica \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/8-introduccion\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/8-introduccion), hay un electrón más externo que solo está débilmente unido al núcleo del átomo. Se puede desprender fácilmente; entonces se desplaza a un átomo vecino. En una gran masa de átomos de cobre (como un alambre o una lámina de cobre), este gran número de electrones exteriores (uno por átomo) vagan de un átomo a otro y son los electrones los que se mueven cuando fluye la electricidad. Estos electrones errantes o "libres" se denominan **electrones de conducción**, por lo que el cobre es un excelente **conductor** (de la carga eléctrica). Todos los elementos conductores tienen una disposición similar de sus electrones, con uno o dos electrones de conducción. Esto incluye la mayoría de los metales.

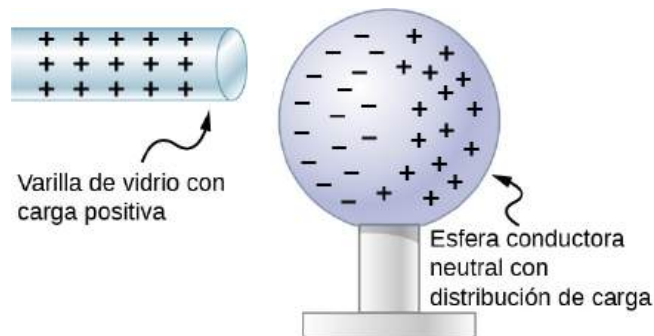
**Los aislantes**, por el contrario, están hechos de materiales que carecen de electrones de conducción; la carga solo fluye con gran dificultad, si es que lo hace. Aunque se añada un exceso de carga a un material aislante, este no puede moverse, permaneciendo indefinidamente en su lugar. Esta es la razón por la que los materiales aislantes presentan las fuerzas de atracción y repulsión eléctrica descritas anteriormente, mientras que los conductores no; cualquier exceso de carga colocado en un conductor se desprenderían instantáneamente (debido a la repulsión mutua de las cargas existentes), sin dejar ningún exceso de carga alrededor para crear fuerzas. La carga no puede fluir a lo largo o a través de un **aislante**, por lo que sus fuerzas eléctricas permanecen durante largos periodos (la carga se disipará de un aislante dado el tiempo suficiente). Resulta que el ámbar, la piel y la mayoría de las gemas semipreciosas, son aislantes, al igual que materiales como la madera, el vidrio y el plástico.

### Carga por inducción

Examinemos con más detalle lo que ocurre en un conductor cuando se le acerca un objeto cargado eléctricamente. Como se ha mencionado, los electrones de conducción en el conductor pueden moverse con casi total libertad. Como resultado, cuando un aislante cargado (como una varilla de vidrio cargada positivamente) se acerca al conductor, la carga (total) del aislante ejerce una fuerza eléctrica sobre los electrones de conducción. Como la varilla está cargada positivamente, los electrones de conducción (que a su vez están cargados negativamente) son atraídos, fluyendo hacia el aislante hacia el lado cercano del conductor ([Figura 5.10](#)).

Ahora, el conductor sigue siendo en general eléctricamente neutro; los electrones de conducción han

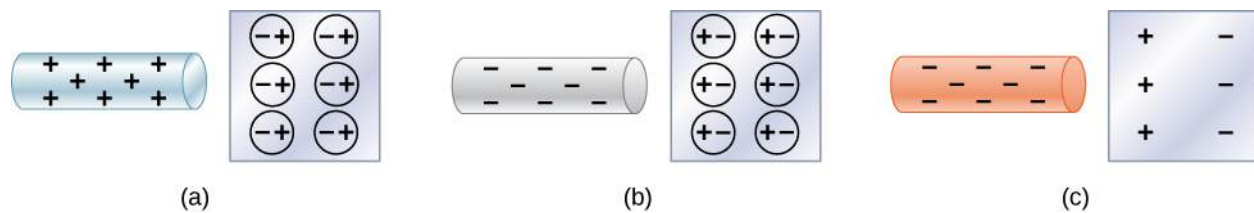
cambiado de posición, pero siguen estando en el material conductor. Sin embargo, el conductor tiene ahora una *distribución* de carga; el extremo cercano (la parte del conductor más cercana al aislante) tiene ahora más carga negativa que positiva, y lo contrario ocurre con el extremo más alejado del aislante. La reubicación de las cargas negativas en el lado cercano del conductor da lugar a una carga positiva global en la parte del conductor que está más alejada del aislante. Así, hemos creado una distribución de carga eléctrica donde antes no existía. Este proceso se denomina *inducir la polarización*, en este caso, polarizar el conductor. La separación resultante de la carga positiva y negativa se denomina **polarización**, y un material, o incluso una molécula, que presenta polarización se dice que está polarizado. Ocurre una situación similar con un aislante cargado negativamente, pero la polarización resultante es en la dirección opuesta.



**FIGURA 5.10** Polarización inducida. Una varilla de vidrio cargada positivamente se acerca al lado izquierdo de la esfera conductora, atrayendo la carga negativa y dejando el otro lado de la esfera con carga positiva. Aunque la esfera sigue siendo eléctricamente neutra, ahora tiene una distribución de carga, por lo que puede ejercer una fuerza eléctrica sobre otras cargas cercanas. Además, la distribución es tal que la varilla de vidrio la atraería.

El resultado es la formación de lo que se llama un **dipolo** eléctrico, de una frase latina que significa "dos extremos". La presencia de cargas eléctricas en el aislante, y las fuerzas eléctricas que aplican a los electrones de conducción, crea, o "induce", el dipolo en el conductor.

Cualquier objeto cargado puede atraer los objetos neutros. Los trozos de paja atraídos por el ámbar pulido son neutros, por ejemplo. Si se pasa un peine de plástico por el cabello, el peine cargado puede recoger trozos neutros de papel. La [Figura 5.11](#) muestra cómo la polarización de los átomos y moléculas de los objetos neutros provoca su atracción hacia un objeto cargado.

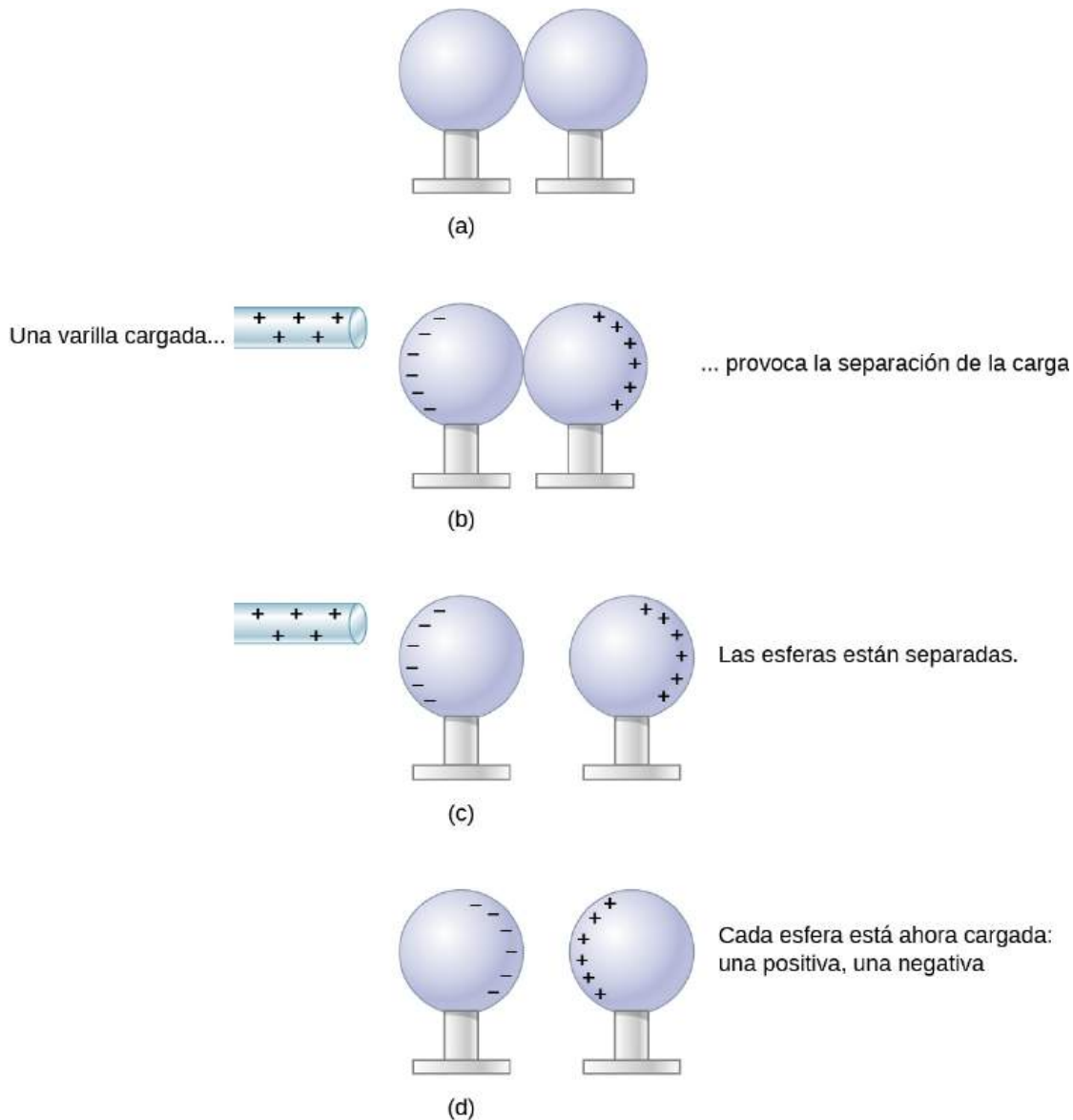


**FIGURA 5.11** Tanto los objetos positivos como los negativos atraen a un objeto neutro polarizando sus moléculas. (a) Un objeto positivo acercado a un aislante neutro polariza sus moléculas. Se produce un ligero cambio en la distribución de los electrones que orbitan la molécula, acercándose las cargas diferentes y alejándose las cargas similares. Como la fuerza electrostática disminuye con la distancia, hay una atracción neta. (b) Un objeto negativo produce la polarización opuesta, pero de nuevo atrae al objeto neutro. (c) El mismo efecto se produce para un conductor; como las cargas diferentes están más cerca, hay una atracción neta.

Cuando una varilla cargada se acerca a una sustancia neutra, un aislante en este caso, la distribución de la carga en los átomos y las moléculas se desplaza ligeramente. La carga opuesta es atraída cerca de la varilla cargada externa, mientras que la carga similar es repelida. Como la fuerza electrostática disminuye con la distancia, la repulsión de las cargas similares es más débil que la atracción de las cargas diferentes, por lo que existe una atracción neta. Así, una varilla de vidrio cargada positivamente atrae trozos neutros de papel, al igual que una varilla de goma cargada negativamente. Algunas moléculas, como el agua, son moléculas polares. Las moléculas polares tienen una separación natural o inherente de la carga, aunque son neutras en general. Otros objetos cargados las afectan especialmente y muestran mayores efectos de polarización que las

moléculas con distribuciones de carga naturalmente uniformes.

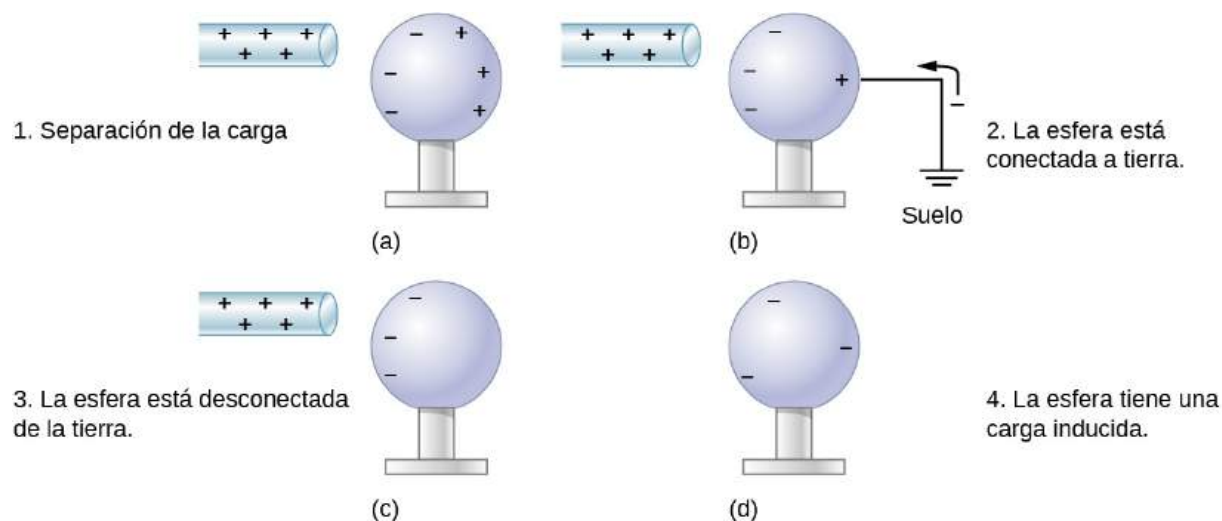
Cuando los dos extremos de un dipolo pueden separarse, se puede utilizar este método de **carga por inducción** para crear objetos cargados sin transferir carga. En la [Figura 5.12](#), vemos dos esferas de metal neutras en contacto entre sí pero aisladas del resto del mundo. Se acerca una varilla cargada positivamente a una de ellas, atrayendo la carga negativa hacia ese lado, dejando la otra esfera cargada positivamente.



**FIGURA 5.12** Carga por inducción. (a) Dos esferas de metal sin carga o neutras están en contacto entre sí pero aisladas del resto del mundo. (b) Se acerca una varilla de vidrio cargada positivamente a la esfera de la izquierda, atrayendo la carga negativa y dejando la otra esfera cargada positivamente. (c) Las esferas se separan antes de retirar la varilla, separando así las cargas negativas y positivas. (d) Las esferas conservan las cargas netas después de retirar la varilla inductora, sin que un objeto cargado las haya tocado nunca.

Otro método de carga por inducción se muestra en la [Figura 5.13](#). La esfera de metal neutra se polariza cuando se le acerca una varilla cargada. A continuación, la esfera se conecta a tierra, lo que significa que se pasa un alambre conductor desde la esfera hasta el suelo. Como la Tierra es grande y la mayor parte del suelo es un buen conductor, puede suministrar o aceptar un exceso de carga fácilmente. En este caso, los electrones son atraídos a la esfera a través de un alambre llamado cable a tierra, ya que proporciona un camino conductor a la tierra. La conexión a tierra se rompe antes de retirar la varilla cargada, dejando la esfera con un exceso de

carga opuesto al de la varilla. Una vez más, se consigue una carga opuesta cuando se carga por inducción, y la varilla cargada no pierde nada de su exceso de carga.



**FIGURA 5.13** Carga por inducción utilizando una conexión a tierra. (a) Se acerca una varilla cargada positivamente a una esfera de metal neutra, polarizándola. (b) La esfera se conecta a tierra, permitiendo que los electrones sean atraídos desde el amplio suministro de la Tierra. (c) Se rompe la conexión a tierra. (d) Se retira la varilla positiva, dejando la esfera con una carga negativa inducida.

## 5.3 Ley de Coulomb

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Describir la fuerza eléctrica, tanto cualitativa como cuantitativamente.
- Calcular la fuerza que ejercen las cargas entre sí.
- Determinar la dirección de la fuerza eléctrica para diferentes cargas de origen.
- Describir y aplicar correctamente el principio de superposición para cargas de fuentes múltiples.

Los experimentos con cargas eléctricas han demostrado que si dos objetos tienen cada uno una carga eléctrica, entonces ejercen una fuerza eléctrica el uno sobre el otro. La magnitud de la fuerza es linealmente proporcional a la carga neta de cada objeto e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellos (curiosamente, la fuerza no depende de la masa de los objetos). La dirección del vector fuerza es a lo largo de la línea imaginaria que une los dos objetos y está dictada por los signos de las cargas involucradas.

Supongamos que

- $q_1, q_2$  = las cargas eléctricas netas de los dos objetos;
- $\vec{r}_{12}$  = el desplazamiento vectorial de  $q_1$  a  $q_2$ .

La fuerza eléctrica  $\vec{F}$  en una de las cargas es proporcional a la magnitud de su propia carga y a la magnitud de la otra carga, y es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas:

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}.$$

Esta proporcionalidad se convierte en una igualdad con la introducción de una constante de proporcionalidad. Por razones que se aclararán en un capítulo posterior, la constante de proporcionalidad que utilizamos es en realidad una colección de constantes. (En breve hablaremos de esta constante).

### Ley de Coulomb

La magnitud de la fuerza eléctrica (o **fuerza de Coulomb**) entre dos partículas cargadas eléctricamente es igual a

$$|\mathbf{F}_{12}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2} \quad 5.1$$

El vector unitario  $\mathbf{r}$  tiene una magnitud de 1 y apunta a lo largo del eje como las cargas. Si las cargas tienen el mismo signo, la fuerza está en la misma dirección que  $\mathbf{r}$  mostrando una fuerza de repulsión. Si las cargas tienen signos diferentes, la fuerza es en la dirección opuesta a  $\mathbf{r}$  mostrando una fuerza de atracción. (Figura 5.14).



**FIGURA 5.14** La fuerza electrostática  $\vec{\mathbf{F}}$  entre cargas de puntos  $q_1$  y  $q_2$  separadas por una distancia  $r$  viene dada por la ley de Coulomb. Observe que la tercera ley de Newton (toda fuerza ejercida crea una fuerza igual y opuesta) se aplica como siempre: la fuerza sobre  $q_1$  es igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza que ejerce sobre  $q_2$ . (a) Cargas similares; (b) cargas diferentes.

Es importante tener en cuenta que la fuerza eléctrica no es constante; es una función de la distancia de separación entre las dos cargas. Si la carga de prueba o la carga fuente (o ambas) se mueven, entonces  $\vec{\mathbf{r}}$  cambia, y por lo tanto también lo hace la fuerza. Una consecuencia inmediata de esto es que la aplicación directa de las leyes de Newton con esta fuerza puede ser matemáticamente difícil, dependiendo del problema específico en cuestión. Se puede (normalmente) hacer, pero casi siempre buscamos métodos más sencillos para calcular cualquier cantidad física que nos interese. (La conservación de la energía es la opción más común).

Por último, la nueva constante  $\epsilon_0$  en la ley de Coulomb se llama la *permeabilidad del espacio libre*, o (mejor) la **permitividad del vacío**. Tiene un significado físico muy importante que discutiremos en un capítulo posterior; por ahora, es simplemente una constante de proporcionalidad empírica. Su valor numérico (con tres cifras significativas) resulta ser

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}.$$

Estas unidades son necesarias para dar a la fuerza en la ley de Coulomb las unidades correctas de newtons. Observe que en la ley de Coulomb, la permitividad del vacío es solo una parte de la constante de proporcionalidad. Por comodidad, solemos definir una constante de Coulomb:

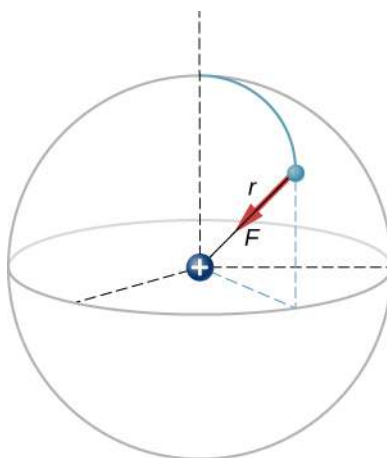
$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}.$$



### EJEMPLO 5.1

#### La fuerza sobre el electrón en el hidrógeno

Un átomo de hidrógeno está formado por un solo protón y un solo electrón. El protón tiene una carga de  $+e$  y el electrón tiene  $-e$ . En el "estado fundamental" del átomo, el electrón orbita alrededor del protón a la distancia más probable de  $5,29 \times 10^{-11} \text{ m}$  (Figura 5.15). Calcule la fuerza eléctrica sobre el electrón debido al protón.



**FIGURA 5.15** Representación esquemática de un átomo de hidrógeno, mostrando la fuerza sobre el electrón. Esta representación es solo para permitirnos calcular la fuerza; el átomo de hidrógeno no tiene realmente este aspecto. Recuerde la [Figura 5.7](#).

### Estrategia

Para este ejemplo, tratamos al electrón y al protón como dos partículas puntuales, cada una con una carga eléctrica, y se nos dice la distancia entre ellas; se nos pide que calculemos la fuerza sobre el electrón. Por lo tanto, utilizamos la ley de Coulomb.

### Solución

Nuestras dos cargas y la distancia entre ellas son,

$$\begin{aligned} q_1 &= +e = +1,602 \times 10^{-19} \text{ C} \\ q_2 &= -e = -1,602 \times 10^{-19} \text{ C} \\ r &= 5,29 \times 10^{-11} \text{ m.} \end{aligned}$$

La magnitud de la fuerza sobre el electrón es

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|e|^2}{r^2} = \frac{1}{4\pi \left( 8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2} \right)} \frac{(1,602 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(5,29 \times 10^{-11} \text{ m})^2} = 8,25 \times 10^{-8} \text{ N.}$$

En cuanto a la dirección, dado que las cargas de las dos partículas son opuestas, la fuerza es atractiva; la fuerza sobre el electrón apunta radialmente de forma directa hacia el protón, en cualquier parte de la órbita del electrón. La fuerza se expresa así como

$$\vec{F} = (8,25 \times 10^{-8} \text{ N}) \hat{r}.$$

### Importancia

Se trata de un sistema tridimensional, por lo que el electrón (y, por tanto, la fuerza que se ejerce sobre él) puede estar en cualquier lugar de una envoltura esférica imaginaria alrededor del protón. En este modelo "clásico" del átomo de hidrógeno, la fuerza electrostática sobre el electrón apunta en la dirección centrípeta hacia adentro, manteniendo así la órbita del electrón. Pero hay que tener en cuenta que el modelo mecánico cuántico del hidrógeno (discutido en [Mecánica cuántica \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/7-introduccion\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/7-introduccion)) es totalmente diferente.

## ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 5.1

¿Qué diferencia habría si el electrón también tuviera una carga positiva?

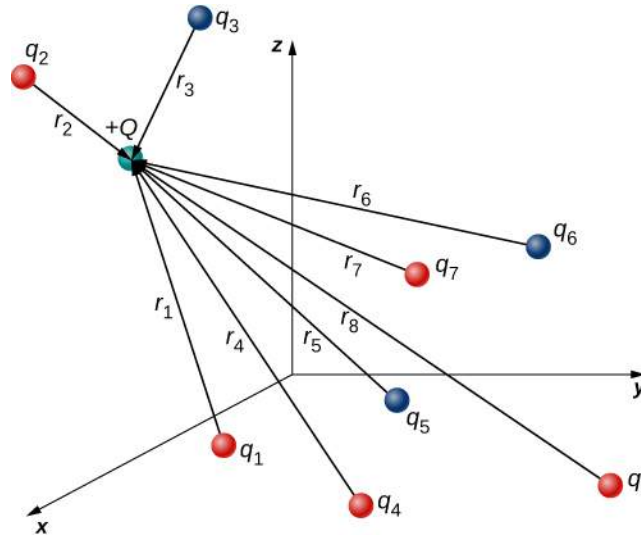
## Cargas de origen múltiple

El análisis que hemos hecho para dos partículas puede extenderse a un número arbitrario de partículas; simplemente repetimos el análisis, dos cargas a la vez. En concreto, nos preguntamos: dadas  $N$  cargas (a las que nos referimos como carga fuente), ¿cuál es la fuerza eléctrica neta que ejercen sobre alguna otra carga de puntos (a la que llamamos carga de prueba)? Observe que utilizamos estos términos porque podemos pensar que la carga de prueba se utiliza para probar la fuerza proporcionada por las cargas fuente.

Como todas las fuerzas que hemos visto hasta ahora, la fuerza eléctrica neta sobre nuestra carga de prueba es simplemente la suma vectorial de cada fuerza eléctrica individual ejercida sobre ella por cada una de las cargas fuente individuales. Así, podemos calcular la fuerza neta sobre la carga de prueba  $Q$  calculando la fuerza sobre ella de cada carga fuente, tomada de una en una, y luego sumando todas esas fuerzas (como vectores). Esta capacidad de sumar simplemente las fuerzas individuales de esta manera se conoce como el **principio de superposición**, y es una de las características más importantes de la fuerza eléctrica. En forma matemática, esto se convierte en

$$\vec{\mathbf{F}}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i. \quad 5.2$$

En esta expresión,  $Q$  representa la carga de la partícula que experimenta la fuerza eléctrica  $\vec{\mathbf{F}}$ , y se encuentra en  $\vec{\mathbf{r}}$  desde el origen; los  $q_i$ 's son las  $N$  cargas fuente, y los vectores  $\vec{\mathbf{r}}_i = r_i \hat{\mathbf{r}}_i$  son los desplazamientos desde la posición de la  $i$ -ésima carga hasta la posición de  $Q$ . Cada uno de los  $N$  vectores unitarios apunta directamente desde su carga fuente asociada hacia la carga de prueba. Todo esto está representado en la [Figura 5.16](#). Tenga en cuenta que no hay ninguna diferencia física entre  $Q$  y  $q_i$ ; la diferencia en las marcas es simplemente para permitir una discusión clara, siendo  $Q$  la carga sobre la que estamos determinando la fuerza.



**FIGURA 5.16** Cada una de las ocho cargas fuente aplica una fuerza sobre la única carga de prueba  $Q$ . Cada fuerza puede calcularse independientemente de las otras siete fuerzas. Esta es la esencia del principio de superposición.

(Observe que el vector fuerza  $\vec{\mathbf{F}}_i$  no apunta necesariamente en la misma dirección que el vector unitario  $\hat{\mathbf{r}}_i$ ; puede apuntar en la dirección opuesta,  $-\hat{\mathbf{r}}_i$ . Los signos de la carga fuente y de la carga de prueba determinan la dirección de la fuerza sobre la carga de prueba).

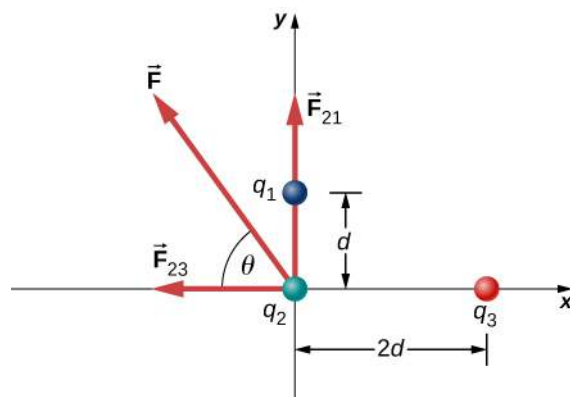
Sin embargo, hay una complicación. Al igual que las cargas fuente ejercen cada una de ellas una fuerza sobre la carga de prueba, también (por la tercera ley de Newton) la carga de prueba ejerce una fuerza igual y opuesta sobre cada una de las cargas fuente. Como consecuencia, cada carga de la fuente cambiaría de posición. Sin embargo, según la [Ecuación 5.2](#), la fuerza sobre la carga de prueba es una función de la posición; por lo tanto, a medida que las posiciones de las cargas fuente cambian, la fuerza neta sobre la carga de prueba cambia

necesariamente, lo que cambia la fuerza, que a su vez cambia las posiciones. Así, todo el análisis matemático se vuelve rápidamente intratable. Más adelante, aprenderemos técnicas para manejar esta situación, pero por ahora, hacemos la suposición simplificadora de que las cargas fuente están fijadas en su lugar de alguna manera, de modo que sus posiciones son constantes en el tiempo (la carga de prueba puede moverse). Con esta restricción, el análisis de las cargas se conoce como **electrostática**, donde "estática" se refiere a las posiciones constantes (es decir, estáticas) de las cargas fuente y la fuerza se denomina **fuerza electrostática**.

## EJEMPLO 5.2

### La fuerza neta de dos cargas de origen

Se colocan tres pequeños objetos cargados diferentes como se muestra en la [Figura 5.17](#). Las cargas  $q_1$  y  $q_3$  están fijadas en su lugar;  $q_2$  es libre de moverse. Dado que  $q_1 = 2e$ ,  $q_2 = -3e$ , y  $q_3 = -5e$ , y que  $d = 2,0 \times 10^{-7}$  m, ¿cuál es la fuerza neta sobre la carga central  $q_2$ ?



**FIGURA 5.17** Cargas de la fuente  $q_1$  y  $q_3$  cada uno aplica una fuerza sobre  $q_2$ .

### Estrategia

Volvemos a utilizar la ley de Coulomb. La forma en que se formula la pregunta indica que  $q_2$  es nuestra carga de prueba, por lo que  $q_1$  y  $q_3$  son cargas de origen. El principio de superposición dice que la fuerza sobre  $q_2$  de cada una de las otras cargas no se ve afectada por la presencia de la otra carga. Por lo tanto, escribimos la fuerza sobre  $q_2$  de cada uno y sumamos como vectores.

### Solución

Tenemos dos cargas de origen ( $q_1$  y  $q_3$ ), una carga de prueba ( $q_2$ ), distancias ( $r_{21}$  y  $r_{23}$ ), y se nos pide que encontremos una fuerza. Esto requiere la ley de Coulomb y la superposición de fuerzas. Hay dos fuerzas:

$$\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_{21} + \vec{\mathbf{F}}_{23} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{q_2 q_1}{r_{21}^2} \hat{\mathbf{j}} + \left( -\frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} \hat{\mathbf{i}} \right) \right].$$

No podemos sumar estas fuerzas directamente porque no apuntan en la misma dirección.  $\vec{\mathbf{F}}_{23}$  apunta solo en la dirección  $-x$ , mientras que  $\vec{\mathbf{F}}_{21}$  apunta solo en la dirección  $+y$ . La fuerza neta se obtiene aplicando el teorema de Pitágoras a sus componentes  $x$  y  $y$ :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

donde



$$\begin{aligned}
 F_x &= -F_{23} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} \\
 &= -\left(8,99 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\right) \frac{(4,806 \times 10^{-19} \text{ C})(8,01 \times 10^{-19} \text{ C})}{(4,00 \times 10^{-7} \text{ m})^2} \\
 &= -2,16 \times 10^{-14} \text{ N}
 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}
 F_y &= F_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_1}{r_{21}^2} \\
 &= \left(8,99 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\right) \frac{(4,806 \times 10^{-19} \text{ C})(3,204 \times 10^{-19} \text{ C})}{(2,00 \times 10^{-7} \text{ m})^2} \\
 &= 3,46 \times 10^{-14} \text{ N}.
 \end{aligned}$$

Hallamos que

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 4,08 \times 10^{-14} \text{ N}$$

en un ángulo de

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{F_y}{F_x} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{3,46 \times 10^{-14} \text{ N}}{-2,16 \times 10^{-14} \text{ N}} \right) = -58^\circ,$$

es decir,  $58^\circ$  por encima del eje  $-x$ , como se muestra en el diagrama.

### Importancia

Observe que al sustituir los valores numéricos de las cargas, no incluimos el signo negativo de ninguna de ellas  $q_2$  o  $q_3$ . Recordemos que los signos negativos de las cantidades vectoriales indican una inversión de la dirección del vector en cuestión. Pero en el caso de las fuerzas eléctricas, la dirección de la fuerza viene determinada por los tipos (signos) de las dos cargas que interactúan; determinamos las direcciones de las fuerzas teniendo en cuenta si los signos de las dos cargas son iguales o son opuestos. Si además incluye los signos negativos de las cargas negativas al sustituir los números, corre el riesgo de invertir matemáticamente el sentido de la fuerza que está calculando. Por lo tanto, lo más seguro es calcular solo la magnitud de la fuerza, utilizando los valores absolutos de las cargas, y determinar las direcciones físicamente.

También vale la pena señalar que el único concepto nuevo en este ejemplo es cómo calcular las fuerzas eléctricas; todo lo demás (obtener la fuerza neta a partir de sus componentes, descomponer las fuerzas en sus componentes, hallar la dirección de la fuerza neta) es lo mismo que los problemas de fuerzas que ha hecho antes.

### ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 5.2

¿Qué sería diferente si  $q_1$  fuera negativos?

## 5.4 Campo eléctrico

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar la finalidad del concepto de campo eléctrico.
- Describir las propiedades del campo eléctrico.
- Calcular el campo de una colección de cargas fuente de cualquier signo.

Como vimos en el apartado anterior, la fuerza eléctrica neta sobre una carga de prueba es la suma vectorial de todas las fuerzas eléctricas que actúan sobre ella, procedentes de todas las distintas cargas fuente, situadas en

sus distintas posiciones. ¿Pero qué pasa si utilizamos una carga de prueba diferente, una con una magnitud o signo diferente, o ambos? O supongamos que tenemos una docena de cargas de prueba diferentes que deseamos probar en el mismo lugar. Tendríamos que calcular la suma de las fuerzas desde cero.

Afortunadamente, es posible definir una cantidad, llamada **campo eléctrico**, que es independiente de la carga de prueba. Solo depende de la configuración de las cargas fuente, y una vez encontrada, nos permite calcular la fuerza sobre cualquier carga de prueba.

### Definir un campo

Supongamos que tenemos  $N$  cargas de origen  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_N$  situadas en las posiciones  $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_N$ , aplicando fuerzas electrostáticas  $N$  sobre una carga de prueba  $Q$ . La fuerza neta sobre  $Q$  es (ver la [Ecuación 5.2](#))

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_N \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{Qq_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + \frac{Qq_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + \frac{Qq_3}{r_3^2} \hat{r}_3 + \dots + \frac{Qq_N}{r_N^2} \hat{r}_N \right) \\ &= Q \left[ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + \frac{q_3}{r_3^2} \hat{r}_3 + \dots + \frac{q_N}{r_N^2} \hat{r}_N \right) \right].\end{aligned}$$

Podemos reescribirlo como

$$\vec{F} = Q\vec{E} \quad 5.3$$

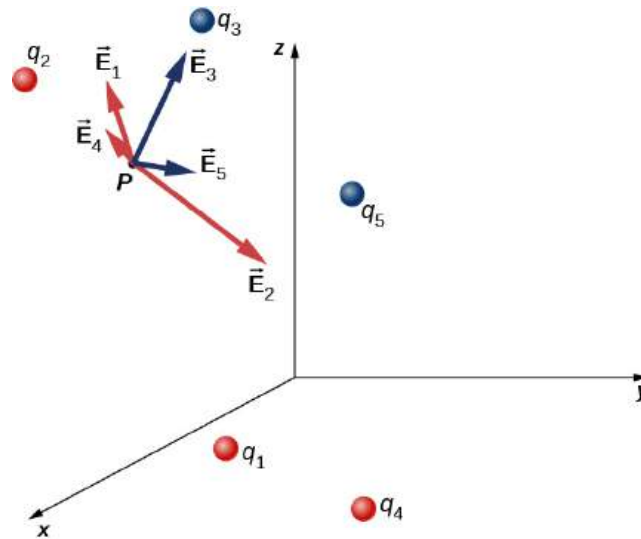
donde

$$\vec{E} \equiv \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + \frac{q_3}{r_3^2} \hat{r}_3 + \dots + \frac{q_N}{r_N^2} \hat{r}_N \right)$$

o, de forma más compacta,

$$\vec{E}(P) \equiv \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i. \quad 5.4$$

Esta expresión se denomina campo eléctrico en la posición  $P = P(x, y, z)$  de las cargas de la fuente  $N$ . Aquí,  $P$  es la ubicación del punto en el espacio donde se calcula el campo y es relativo a las posiciones  $\vec{r}_i$  de las cargas de origen ([Figura 5.18](#)). Observe que tenemos que imponer un sistema de coordenadas para resolver los problemas reales.



**FIGURA 5.18** Cada una de estas ocho cargas fuente crea su propio campo eléctrico en cada punto del espacio; aquí se muestran los vectores de campo en un punto arbitrario  $P$ . Al igual que la fuerza eléctrica, el campo eléctrico neto obedece al principio de superposición.

Observe que el cálculo del campo eléctrico no hace referencia a la carga de prueba. Por lo tanto, el enfoque físicamente útil es calcular el campo eléctrico y luego utilizarlo para calcular la fuerza sobre alguna carga de prueba más tarde, si es necesario. Diferentes cargas de prueba experimentan diferentes fuerzas (Ecuación 5.3), pero es el mismo campo eléctrico (Ecuación 5.4). Dicho esto, recuerde que no hay ninguna diferencia fundamental entre una carga de prueba y una carga de origen; son simplemente etiquetas convenientes para el sistema de interés. Cualquier carga produce un campo eléctrico; sin embargo, al igual que la órbita de la Tierra no se ve afectada por la propia gravedad terrestre, una carga no está sometida a una fuerza debida al campo eléctrico que genera. Las cargas solo están sujetas a las fuerzas de los campos eléctricos de otras cargas.

En este sentido, el campo eléctrico  $\vec{E}$  de una carga de puntos es similar al campo gravitacional  $\vec{g}$  de la Tierra; una vez que hemos calculado el campo gravitacional en algún punto del espacio, podemos utilizarlo siempre que queramos para calcular la fuerza resultante sobre cualquier masa que decidamos colocar en ese punto. De hecho, esto es exactamente lo que hacemos cuando decimos que el campo gravitacional de la Tierra (cerca de la superficie terrestre) tiene un valor de  $9,81 \text{ m/s}^2$ , y luego calculamos la fuerza resultante (es decir, el peso) sobre diferentes masas. Además, la expresión general para calcular  $\vec{g}$  a distancias arbitrarias del centro de la Tierra (es decir, no solo cerca de la superficie terrestre) es muy similar a la expresión para  $\vec{E}$ :  $\vec{g} = G \frac{M}{r^2} \hat{r}$ , donde  $G$  es una constante de proporcionalidad, que juega el mismo papel para  $\vec{g}$  como  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  hace para  $\vec{E}$ . El valor de  $\vec{g}$  se calcula una vez y luego se utiliza en un sinnúmero de problemas.

Para llevar la analogía más allá, fíjese en las unidades del campo eléctrico: Desde  $F = QE$ , las unidades de  $E$  son newtons por culombio, N/C, es decir, el campo eléctrico aplica una fuerza sobre cada carga unitaria. Ahora fíjese en las unidades de  $g$ : Desde  $w = mg$ , las unidades de  $g$  son newtons por kilogramo, N/kg, es decir, el campo gravitacional aplica una fuerza sobre cada unidad de masa. Podríamos decir que el campo gravitacional de la Tierra, cerca de la superficie terrestre, tiene un valor de  $9,81 \text{ N/kg}$ .

### El significado de "campo"

Recuerde que la palabra "campo" tiene un significado preciso en este contexto. Un campo, en física, es una cantidad física cuyo valor depende de (es una función de) la posición, relativa a la fuente del campo. En el caso del campo eléctrico, la Ecuación 5.4 muestra que el valor de  $\vec{E}$  (tanto la magnitud como la dirección) depende del lugar del espacio en el que se encuentre el punto  $P$ , medido desde los lugares  $\vec{r}_i$  de las cargas de origen  $q_i$ .

Además, dado que el campo eléctrico es una cantidad vectorial, el campo eléctrico se denomina *campo*

*vectorial*. (El campo gravitacional es también un campo vectorial). En cambio, un campo que solo tiene una magnitud en cada punto es un *campo escalar*. La temperatura de una habitación es un ejemplo de campo escalar. Es un campo porque la temperatura, en general, es diferente en diferentes lugares de la habitación, y es un campo escalar porque la temperatura es una cantidad escalar.

Además, al igual que hizo con el campo gravitacional de un objeto con masa, debe imaginar el campo eléctrico de un objeto con carga (la carga fuente) como una sustancia continua e inmaterial que rodea la carga fuente, llenando todo el espacio, en principio, a  $\pm\infty$  en todas las direcciones. El campo existe en cada punto físico del espacio. Dicho de otro modo, la carga eléctrica de un objeto altera el espacio que lo rodea de tal manera que todos los demás objetos cargados eléctricamente en el espacio experimentan una fuerza eléctrica como resultado de estar en ese campo. El campo eléctrico, por tanto, es el mecanismo por el que las propiedades eléctricas de la carga fuente se transmiten al resto del universo y a través de él (de nuevo, el alcance de la fuerza eléctrica es infinito).

Veremos en capítulos posteriores que la velocidad a la que viajan los fenómenos eléctricos es la misma que la velocidad de la luz. Existe una profunda conexión entre el campo eléctrico y la luz.

## Superposición

Otro hecho experimental sobre el campo es que obedece al principio de superposición. En este contexto, eso significa que podemos (en principio) calcular el campo eléctrico total de muchas cargas fuente calculando el campo eléctrico de solo  $q_1$  en la posición  $P$ , entonces calcula el campo de  $q_2$  en  $P$ , mientras que (y esta es la idea crucial) se ignora el campo de, e incluso la existencia de,  $q_1$ . Podemos repetir este proceso, calculando el campo de cada carga fuente individual, independientemente de la existencia de cualquiera de las otras cargas. El campo eléctrico total, entonces, es la suma vectorial de todos estos campos. Eso es, en esencia, lo que dice la [Ecuación 5.4](#).

En la siguiente sección, describimos cómo determinar la forma de un campo eléctrico de una distribución de carga de la fuente y cómo dibujarlo.

## La dirección del campo

La [Ecuación 5.4](#) nos permite determinar la magnitud del campo eléctrico, pero también necesitamos la dirección. Utilizamos la convención de que la dirección de cualquier vector de campo eléctrico es la misma que la dirección del vector de fuerza eléctrica que el campo aplicaría a una carga de prueba positiva colocada en ese campo. Dicha carga sería repelida por cargas fuente positivas (la fuerza sobre ella apuntaría lejos de la carga fuente positiva) pero atraída por cargas negativas (la fuerza apunta hacia la fuente negativa).

### Dirección del campo eléctrico

Por convención, todos los campos eléctricos  $\vec{E}$  apuntan lejos de las cargas fuente positivas y apuntan hacia las cargas fuente negativas.

## INTERACTIVO

Añada cargas al [Electric Field of Dreams \(Campo eléctrico de los sueños\)](https://openstax.org/l/21elefieldream_es) ([https://openstax.org/l/21elefieldream\\_es](https://openstax.org/l/21elefieldream_es)) y observe cómo reaccionan al campo eléctrico. Encienda un campo eléctrico de fondo y ajuste la dirección y la magnitud.

## EJEMPLO 5.3

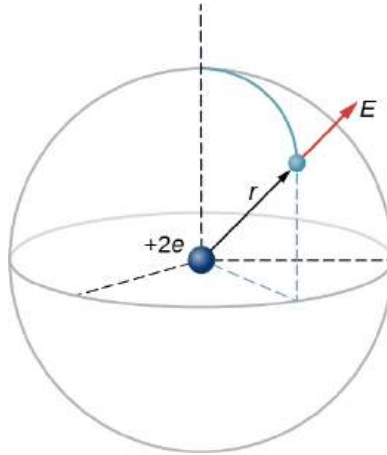
### El campo $E$ de un átomo

En un átomo de helio ionizado, la distancia más probable entre el núcleo y el electrón es  $r = 26,5 \times 10^{-12}$  m.

¿Cuál es el campo eléctrico debido al núcleo en la ubicación del electrón?

### Estrategia

Observe que, aunque se menciona el electrón, no se utiliza en ningún cálculo. El problema pide un campo eléctrico, no una fuerza; por lo tanto, solo hay una carga involucrada, y el problema pide específicamente el campo debido al núcleo. Por tanto, el electrón es una pista falsa; solo importa su distancia. Además, como la distancia entre los dos protones del núcleo es mucho, mucho menor que la distancia del electrón al núcleo, podemos tratar los dos protones como una sola carga  $+2e$  (Figura 5.19).



**FIGURA 5.19** Representación esquemática de un átomo de helio. De nuevo, el helio no se parece físicamente a esto, pero este tipo de diagrama es útil para calcular el campo eléctrico del núcleo.

### Solución

El campo eléctrico se calcula mediante

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i.$$

Como solo hay una carga fuente (el núcleo), esta expresión se simplifica a

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}.$$

Aquí  $q = 2e = 2(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})$  (ya que hay dos protones) y se da  $r$ ; sustituyendo se obtiene

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{4\pi \left(8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}\right)} \frac{2(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})}{(26,5 \times 10^{-12} \text{ m})^2} \hat{\mathbf{r}} = 4,1 \times 10^{12} \frac{\text{N}}{\text{C}} \hat{\mathbf{r}}.$$

La dirección de  $\vec{\mathbf{E}}$  se aleja radialmente del núcleo en todas las direcciones. ¿Por qué? Porque una carga de prueba positiva colocada en este campo se aceleraría radialmente lejos del núcleo (ya que también está cargado positivamente), y de nuevo, la convención es que la dirección del vector del campo eléctrico se define en términos de la dirección de la fuerza que aplicaría a las cargas de prueba positivas.

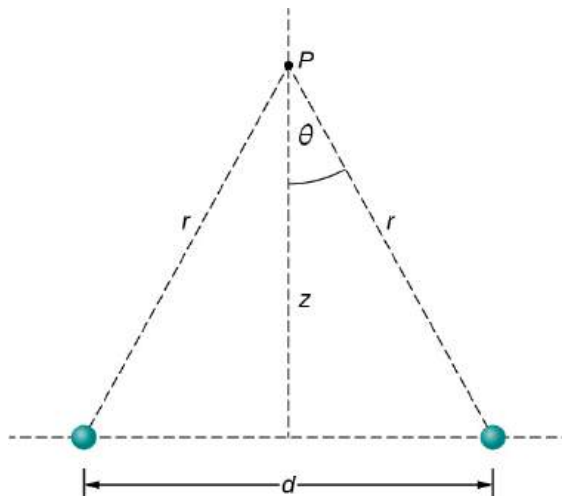


### EJEMPLO 5.4

#### El campo $E$ sobre dos cargas iguales

(a) Halle el campo eléctrico (magnitud y dirección) a una distancia  $z$  por encima del punto medio entre dos cargas iguales  $+q$  que están a una distancia  $d$  (Figura 5.20). Compruebe que el resultado es coherente con lo que se espera cuando  $z \gg d$ .

(b) Lo mismo que la parte (a), solo que esta vez haga la carga de la derecha  $-q$  en lugar de  $+q$ .



**FIGURA 5.20** Halle el campo de dos cargas fuente idénticas en el punto  $P$ . Debido a la simetría, el campo neto en  $P$  es totalmente vertical. (Observe que esto *no* es cierto lejos de la línea media entre las cargas).

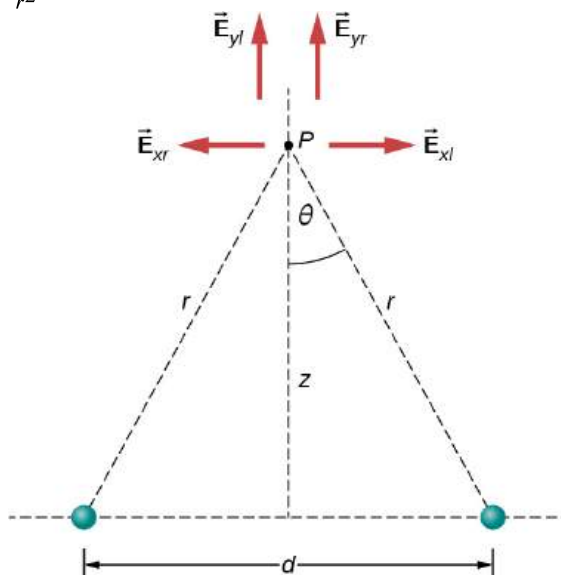
### Estrategia

Sumamos los dos campos como vectores, según la [Ecuación 5.4](#). Observe que el sistema (y por tanto el campo) es simétrico respecto al eje vertical; como resultado, las componentes horizontales de los vectores de campo se cancelan. Esto simplifica la matemática. Además, tenemos cuidado de expresar nuestra respuesta final en términos de las únicas cantidades que se dan en el enunciado original del problema:  $q$ ,  $z$ ,  $d$ , y las constantes ( $\pi$ ,  $\epsilon_0$ ).

### Solución

a. Por simetría, los componentes horizontales ( $x$ ) de  $\vec{E}$  cancelan ([Figura 5.21](#));

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \sin \theta - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \sin \theta = 0.$$



**FIGURA 5.21** Observe que los componentes horizontales de los campos eléctricos de las dos cargas se anulan entre sí, mientras que los componentes verticales se suman.

El componente vertical ( $z$ ) viene dado por

$$E_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cos \theta + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{r^2} \cos \theta.$$

Como ninguno de los otros componentes sobrevive, este es el campo eléctrico completo, y apunta en el  $\hat{\mathbf{k}}$ . Observe que este cálculo utiliza el principio de **superposición**; calculamos los campos de las dos cargas de forma independiente y luego los sumamos.

Lo que queremos hacer ahora es sustituir las cantidades de esta expresión que no conocemos (como  $r$ ), o que no podemos medir fácilmente (como  $\cos \theta$ ) con cantidades que sí conocemos o podemos medir. En este caso, por la geometría,

$$r^2 = z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

y

$$\cos \theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{\left[z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{1/2}}.$$

Así, sustituyendo,

$$\vec{\mathbf{E}}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{\left[z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]} \frac{z}{\left[z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{1/2}} \hat{\mathbf{k}}.$$

Simplificando, la respuesta deseada es

$$\vec{\mathbf{E}}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qz}{\left[z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{3/2}} \hat{\mathbf{k}}. \quad 5.5$$

- b. Si las cargas de origen son iguales y opuestas, los componentes verticales se cancelan porque

$$E_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cos \theta - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cos \theta = 0$$

y obtenemos, para la componente horizontal de  $\vec{\mathbf{E}}$ ,

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{E}}(z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \sin \theta \hat{\mathbf{i}} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-q}{r^2} \sin \theta \hat{\mathbf{i}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{r^2} \sin \theta \hat{\mathbf{i}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{\left[z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]} \frac{\left(\frac{d}{2}\right)}{\left[z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{1/2}} \hat{\mathbf{i}}. \end{aligned}$$

Esto se convierte en

$$\vec{\mathbf{E}}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qd}{\left[z^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right]^{3/2}} \hat{\mathbf{i}}. \quad 5.6$$

### Importancia

Es una técnica muy común y muy útil en física para comprobar si su respuesta es razonable evaluándola en casos extremos. En este ejemplo, debemos evaluar las expresiones de campo para los casos  $d = 0$ ,  $z \gg d$ , y  $z \rightarrow \infty$ , y confirmar que las expresiones resultantes coinciden con nuestras expectativas físicas. Hagámoslo:

Empecemos con la [Ecuación 5.5](#), el campo de dos cargas idénticas. Desde lejos (es decir,  $z \gg d$ ), las dos cargas fuente deberían "fusionarse" y entonces deberíamos "ver" el campo de una sola carga, de tamaño  $2q$ . Por lo tanto, supongamos que  $z \gg d$ ; entonces podemos descuidar  $d^2$  en la [Ecuación 5.5](#) para obtener

$$\begin{aligned}\lim_{d \rightarrow 0} \vec{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qz}{[z^2]^{3/2}} \hat{\mathbf{k}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qz}{z^3} \hat{\mathbf{k}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2q)}{z^2} \hat{\mathbf{k}},\end{aligned}$$

que es la expresión correcta para un campo a una distancia  $z$  de una carga  $2q$ .

A continuación, consideramos el campo de cargas iguales y opuestas, la [Ecuación 5.6](#). Se puede demostrar (mediante una expansión de Taylor) que para  $d \ll z \ll \infty$ , esto se convierte en

$$\vec{E}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qd}{z^3} \hat{\mathbf{i}}, \quad 5.7$$

que es el campo de un dipolo, un sistema que estudiaremos con más detalle más adelante. (Tenga en cuenta que las unidades de  $\vec{E}$  siguen siendo correctas en esta expresión, ya que las unidades de  $d$  en el numerador anulan la unidad de la  $z$  "extra" en el denominador). Si  $z$  es *muy* grande ( $z \rightarrow \infty$ ), entonces  $E \rightarrow 0$ , como debe ser; las dos cargas se "fusionan" y así se anulan.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 5.3**

¿Qué es el campo eléctrico debido a una partícula puntual?

### 🎮 **INTERACTIVO**

Pruébe esta [simulación de hockey sobre campo eléctrico \(https://openstax.org/l/21elefielhocke\\_es\)](https://openstax.org/l/21elefielhocke_es) para conseguir la carga en la portería colocando otras cargas en el campo.

## 5.5 Cálculo de los campos eléctricos de las distribuciones de carga

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

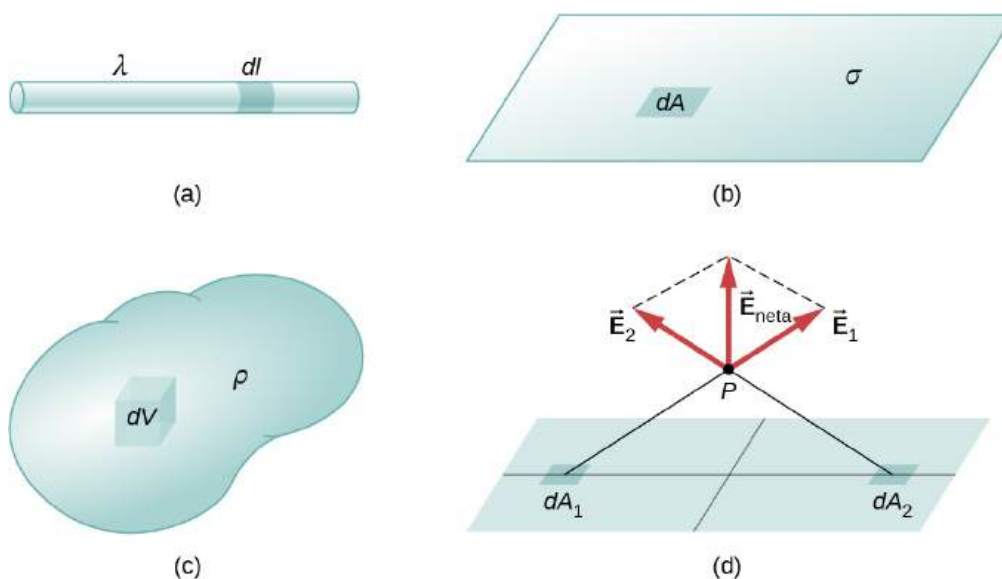
- Explicar qué es una distribución de carga de fuente continua y cómo se relaciona con el concepto de cuantización de la carga.
- Describir cargas lineales, las cargas de superficie y cargas de volumen.
- Calcular el campo de una distribución de carga de fuente continua de cualquier signo.

Las distribuciones de carga que hemos visto hasta ahora han sido discretas: formadas por partículas de puntos individuales. Esto contrasta con una **distribución de carga continua**, que tiene al menos una dimensión distinta de cero. Si una distribución de carga es continua en lugar de discreta, podemos generalizar la definición del campo eléctrico. Simplemente dividimos la carga en trozos infinitesimales y tratamos cada trozo como una carga de puntos.

Tenga en cuenta que, como la carga está cuantizada, no existe una distribución de carga continua "real". Sin embargo, en la mayoría de los casos prácticos, la carga total que crea el campo implica un número tan grande de cargas discretas que podemos ignorar con seguridad la naturaleza discreta de la carga y considerarla continua. Este es exactamente el tipo de aproximación que hacemos cuando tratamos un cubo de agua como un fluido continuo, en lugar de una colección de moléculas de  $\text{H}_2\text{O}$ .

Nuestro primer paso es definir una densidad de carga para una distribución de carga a lo largo de una línea, a través de una superficie o dentro de un volumen, como se muestra en la [Figura 5.22](#).





**FIGURA 5.22** La configuración de los elementos diferenciales de carga para una (a) línea de carga, (b) hoja de carga y (c) un volumen de carga. Observe también que (d) algunos de los componentes del campo eléctrico total se anulan, y el resto da lugar a un campo eléctrico neto.

Definiciones de densidad de carga:

- $\lambda \equiv$  carga por unidad de longitud (**densidad de carga lineal**); las unidades son culombios por metro (C/m)
- $\sigma \equiv$  carga por unidad de superficie (**densidad de carga superficial**); las unidades son culombios por metro cuadrado (C/m<sup>2</sup>)
- $\rho \equiv$  carga por unidad de volumen (**volumen de densidad de carga**); las unidades son culombios por metro cúbico (C/m<sup>3</sup>)

Entonces, para una carga de línea, una carga de superficie y una carga de volumen, la suma en la [Ecuación 5.4](#) se convierte en una integral y  $q_i$  se sustituye por  $dq = \lambda dl$ ,  $\sigma dA$ , o  $\rho dV$ , respectivamente:

$$\text{Cargas de puntos: } \vec{\mathbf{E}}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \left( \frac{q_i}{r^2} \right) \hat{\mathbf{r}} \quad 5.8$$

$$\text{Carga lineal: } \vec{\mathbf{E}}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{línea}} \left( \frac{\lambda dl}{r^2} \right) \hat{\mathbf{r}} \quad 5.9$$

$$\text{Carga superficial: } \vec{\mathbf{E}}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{superficie}} \left( \frac{\sigma dA}{r^2} \right) \hat{\mathbf{r}} \quad 5.10$$

$$\text{Volumen de carga: } \vec{\mathbf{E}}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{volumen}} \left( \frac{\rho dV}{r^2} \right) \hat{\mathbf{r}} \quad 5.11$$

Las integrales son generalizaciones de la expresión del campo de una carga de puntos. Incluyen y asumen implícitamente el principio de superposición. El "truco" para utilizarlos consiste casi siempre en obtener expresiones correctas para  $dl$ ,  $dA$  o  $dV$ , según el caso, expresadas en términos de  $r$ , y también en expresar adecuadamente la función de densidad de carga. Puede ser constante; puede depender de la ubicación.

Observe cuidadosamente el significado de  $r$  en estas ecuaciones: Es la distancia del elemento de carga ( $q_i$ ,  $\lambda dl$ ,  $\sigma dA$ ,  $\rho dV$ ) al lugar de interés,  $P(x, y, z)$  (el punto del espacio donde se quiere determinar el campo). Sin embargo, no hay que confundir esto con el significado de  $\hat{\mathbf{r}}$ ; lo utilizamos y la notación vectorial  $\vec{\mathbf{E}}$  para escribir tres integrales a la vez. Es decir, la [Ecuación 5.9](#) es en realidad

$$E_x(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{línea}} \left( \frac{\lambda dl}{r^2} \right)_x, \quad E_y(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{línea}} \left( \frac{\lambda dl}{r^2} \right)_y, \quad E_z(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{línea}} \left( \frac{\lambda dl}{r^2} \right)_z.$$

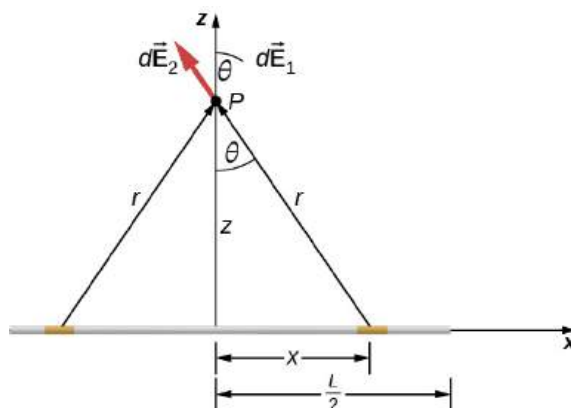
## EJEMPLO 5.5

### Campo eléctrico de un segmento de línea

Halle el campo eléctrico a una distancia  $z$  por encima del punto medio de un segmento de línea recta de longitud  $L$  que lleva una densidad de carga lineal uniforme  $\lambda$ .

#### Estrategia

Dado que se trata de una distribución de carga continua, dividimos conceptualmente el segmento de cable en trozos diferenciales de longitud  $dl$ , cada uno de los cuales lleva una cantidad diferencial de carga  $dq = \lambda dl$ . A continuación, calculamos el campo diferencial creado por dos trozos de cable colocados simétricamente, utilizando la simetría del montaje para simplificar el cálculo (Figura 5.23). Finalmente, integramos esta expresión de campo diferencial sobre la longitud del cable (la mitad, en realidad, como explicamos a continuación) para obtener la expresión completa del campo eléctrico.



**FIGURA 5.23** Un segmento de cable cargado uniformemente. El campo eléctrico en el punto  $P$  se puede hallar aplicando el principio de superposición a los elementos de carga colocados simétricamente e integrando.

#### Solución

Antes de entrar en materia, ¿cómo esperamos que sea el campo desde lejos? Como es un segmento de línea finito, desde lejos debería parecer una carga de puntos. Comprobaremos la expresión que obtenemos para ver si cumple esta expectativa.

El campo eléctrico para una carga lineal viene dado por la expresión general

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{línea}} \frac{\lambda dl}{r^2} \hat{r}.$$

La simetría de la situación (nuestra elección de las dos piezas de carga diferenciales idénticas) implica que los componentes horizontales ( $x$ ) del campo se cancelan, de modo que el campo neto apunta en la dirección  $z$ . Vamos a comprobarlo formalmente.

El campo total  $\vec{E}(P)$  es la suma vectorial de los campos de cada uno de los dos elementos de carga (llámalos  $\vec{E}_1$  y  $\vec{E}_2$ , por ahora):

$$\vec{E}(P) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = E_{1x}\hat{i} + E_{1z}\hat{k} + E_{2x}(-\hat{i}) + E_{2z}\hat{k}.$$

Porque los dos elementos de carga son idénticos y están a la misma distancia del punto  $P$  donde queremos calcular el campo,  $E_{1x} = E_{2x}$ , para que esos componentes se cancelen. Esto deja

$$\vec{E}(P) = E_{1z}\hat{k} + E_{2z}\hat{k} = E_1 \cos \theta \hat{k} + E_2 \cos \theta \hat{k}.$$

Estos componentes también son iguales, por lo que tenemos

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{E}}(P) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dl}{r^2} \cos \theta \hat{\mathbf{k}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dl}{r^2} \cos \theta \hat{\mathbf{k}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{L/2} \frac{2\lambda dx}{r^2} \cos \theta \hat{\mathbf{k}}\end{aligned}$$

donde nuestro elemento de línea diferencial  $dl$  es  $dx$ , en este ejemplo, ya que estamos integrando a lo largo de una línea de carga que se encuentra en el eje  $x$ . (Los límites de integración son de 0 a  $\frac{L}{2}$ , no  $-\frac{L}{2}$  a  $\frac{L}{2}$ , porque hemos construido el campo neto a partir de dos piezas diferenciales de carga  $dq$ . Si integráramos a lo largo de toda la longitud, recogeríamos un factor erróneo de 2).

En principio, esto es completo. Sin embargo, para calcular realmente esta integral, tenemos que eliminar todas las variables que no están dadas. En este caso, tanto  $r$  como  $\theta$  cambian a medida que integramos hacia el exterior la carga del final de la línea, por lo que esas son las variables de las que hay que deshacerse. Podemos hacerlo de la misma manera que hicimos con las dos cargas de puntos: observando que

$$r = (z^2 + x^2)^{1/2}$$

y

$$\cos \theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{(z^2 + x^2)^{1/2}}.$$

Sustituyendo, obtenemos

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{E}}(P) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{L/2} \frac{2\lambda dx}{(z^2 + x^2)} \frac{z}{(z^2 + x^2)^{1/2}} \hat{\mathbf{k}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{L/2} \frac{2\lambda z}{(z^2 + x^2)^{3/2}} dx \hat{\mathbf{k}} \\ &= \frac{2\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{x}{z^2 \sqrt{z^2 + x^2}} \right] \Big|_0^{L/2} \hat{\mathbf{k}}\end{aligned}$$

que se simplifica a

$$\vec{\mathbf{E}}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda L}{z \sqrt{z^2 + \frac{L^2}{4}}} \hat{\mathbf{k}}. \quad 5.12$$

### Importancia

Observe, una vez más, el uso de la simetría para simplificar el problema. Esta es una estrategia muy común para calcular los campos eléctricos. Los campos de las distribuciones de carga no simétricas deben tratarse con integrales múltiples y pueden necesitar que se calculen numéricamente por medio de una computadora.

### ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 5.4

¿Cómo cambiaría la estrategia utilizada anteriormente para calcular el campo eléctrico en un punto a una distancia  $z$  por encima de un extremo del segmento de línea finito?

### EJEMPLO 5.6

#### Campo eléctrico de una línea de carga infinita

Halle el campo eléctrico a una distancia  $z$  por encima del punto medio de una línea de carga infinita que lleva una densidad de carga lineal uniforme  $\lambda$ .

**Estrategia**

Esto es exactamente como el ejemplo anterior, excepto que los límites de integración serán  $-\infty$  a  $+\infty$ .

**Solución**

De nuevo, los componentes horizontales se cancelan, por lo que acabamos con

$$\vec{\mathbf{E}}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda dx}{r^2} \cos \theta \hat{\mathbf{k}}$$

donde nuestro elemento de línea diferencial  $dl$  es  $dx$ , en este ejemplo, ya que estamos integrando a lo largo de una línea de carga que se encuentra en el eje  $x$ . Otra vez,

$$\cos \theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{(z^2 + x^2)^{1/2}}.$$

Sustituyendo, obtenemos

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{E}}(P) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda dx}{(z^2 + x^2)} \frac{z}{(z^2 + x^2)^{1/2}} \hat{\mathbf{k}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda z}{(z^2 + x^2)^{3/2}} dx \hat{\mathbf{k}} \\ &= \frac{\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{x}{z^2 \sqrt{z^2 + x^2}} \right] \Big|_{-\infty}^{\infty} \hat{\mathbf{k}}, \end{aligned}$$

que se simplifica a

$$\vec{\mathbf{E}}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda}{z} \hat{\mathbf{k}}.$$

**Importancia**

Nuestra estrategia para trabajar con distribuciones de carga continuas también da resultados útiles para cargas con dimensión infinita.

En el caso de una línea de carga finita, observe que para  $z \gg L$ ,  $z^2$  domina la  $L$  en el denominador, por lo que la [Ecuación 5.12](#) se simplifica a

$$\vec{\mathbf{E}} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda L}{z^2} \hat{\mathbf{k}}.$$

Si recuerda que  $\lambda L = q$ , la carga total en el cable, hemos obtenido la expresión para el campo de una carga de puntos, como se esperaba.

En el límite  $L \rightarrow \infty$ , en cambio, obtenemos el campo de un **cable lineal infinito**, que es un cable recto cuya longitud es mucho, mucho mayor que cualquiera de sus otras dimensiones, y también mucho, mucho mayor que la distancia a la que se quiere calcular el campo:

$$\vec{\mathbf{E}}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda}{z} \hat{\mathbf{k}}.$$

**5.13**

Un artefacto interesante de este límite infinito es que hemos perdido la dependencia  $1/r^2$  habitual a la que estamos acostumbrados. Esto será aun más intrigante en el caso de un plano infinito.

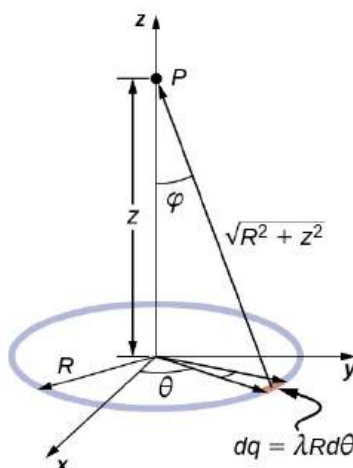
## EJEMPLO 5.7

### Campo eléctrico debido a un anillo de carga

Un anillo tiene una densidad de carga uniforme  $\lambda$ , con unidades de culombios por unidad de metro de arco. Calcule el campo eléctrico en un punto del eje que pasa por el centro del anillo.

#### Estrategia

Utilizamos el mismo procedimiento que para el cable cargado. La diferencia aquí es que la carga se distribuye en un círculo. Dividimos el círculo en elementos infinitesimales con forma de arcos sobre el círculo y utilizamos las coordenadas polares que se muestran en la [Figura 5.24](#).



**FIGURA 5.24** El sistema y la variable para calcular el campo eléctrico debido a un anillo de carga.

#### Solución

El campo eléctrico para una carga lineal viene dado por la expresión general

$$\vec{\mathbf{E}}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{línea}} \frac{\lambda dl}{r^2} \hat{\mathbf{r}}.$$

Un elemento general del arco entre  $\theta$  y  $\theta + d\theta$  es de longitud  $Rd\theta$  y por lo tanto contiene una carga igual a  $\lambda Rd\theta$ . El elemento está a una distancia de  $r = \sqrt{z^2 + R^2}$  desde  $P$ , el ángulo es  $\cos \phi = \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}}$ , y por lo tanto el campo eléctrico es

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{E}}(P) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{línea}} \frac{\lambda dl}{r^2} \hat{\mathbf{r}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \frac{\lambda R d\theta}{z^2 + R^2} \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \hat{\mathbf{z}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda R z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{\mathbf{z}} \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\pi \lambda R z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{\mathbf{z}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{\text{tot}} z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{\mathbf{z}}. \end{aligned}$$

#### Importancia

Como es habitual, la simetría simplificó este problema, dando lugar en este caso particular a una integral trivial. Además, cuando tomamos el límite de  $z \gg R$ , hallamos que

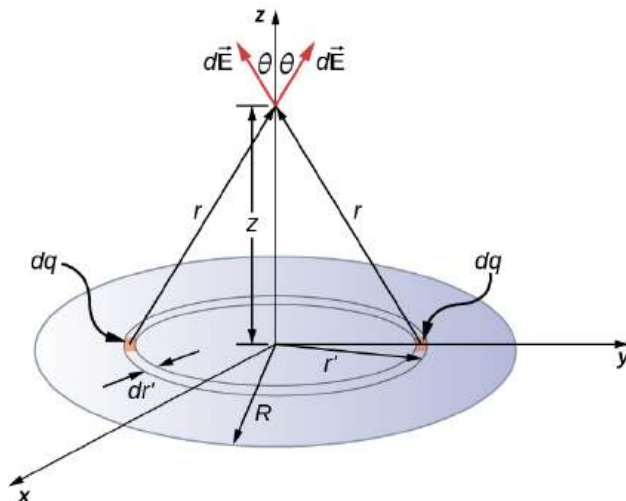
$$\vec{\mathbf{E}} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{\text{tot}}}{z^2} \hat{\mathbf{z}},$$

como esperamos.

## EJEMPLO 5.8

### El campo de un disco

Halle el campo eléctrico de un disco circular delgado de radio  $R$  y densidad de carga uniforme a una distancia  $z$  sobre el centro del disco (Figura 5.25)



**FIGURA 5.25** Un disco cargado uniformemente. Como en el ejemplo de la carga lineal, el campo sobre el centro de este disco puede calcularse aprovechando la simetría de la distribución de la carga.

#### Estrategia

El campo eléctrico para una carga superficial viene dado por

$$\vec{\mathbf{E}}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{superficie}} \frac{\sigma dA}{r^2} \hat{\mathbf{r}}.$$

Para resolver los problemas de carga superficial, rompemos la superficie en "franjas" diferenciales simétricas que se ajustan a la forma de la superficie; aquí utilizaremos anillos, como se muestra en la figura. De nuevo, por simetría, las componentes horizontales se anulan y el campo se encuentra completamente en la dirección ( $\hat{\mathbf{k}}$ ) vertical. El componente vertical del campo eléctrico se extrae multiplicando por  $\cos \theta$ , así que

$$\vec{\mathbf{E}}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{superficie}} \frac{\sigma dA}{r^2} \cos \theta \hat{\mathbf{k}}.$$

Como antes, tenemos que reescribir las incógnitas del integrando en términos de las cantidades dadas. En este caso,

$$\begin{aligned} dA &= 2\pi r' dr' \\ r^2 &= r'^2 + z^2 \\ \cos \theta &= \frac{z}{(r'^2 + z^2)^{1/2}}. \end{aligned}$$

(Tenga en cuenta las dos "r" diferentes aquí;  $r$  es la distancia desde el anillo diferencial de carga al punto  $P$  donde queremos determinar el campo, mientras que  $r'$  es la distancia desde el centro del disco hasta el anillo diferencial de carga). Además, ya hemos realizado la integral del ángulo polar al escribir  $dA$ .

#### Solución

Sustituyendo todo esto, obtenemos

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{E}}(P) &= \vec{\mathbf{E}}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \frac{\sigma(2\pi r' dr') z}{(r'^2 + z^2)^{3/2}} \hat{\mathbf{k}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} (2\pi\sigma z) \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right) \hat{\mathbf{k}}\end{aligned}$$

o, más sencillamente,

$$\vec{\mathbf{E}}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( 2\pi\sigma - \frac{2\pi\sigma z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right) \hat{\mathbf{k}}. \quad 5.14$$

### Importancia

De nuevo, se puede demostrar (mediante una expansión de Taylor) que cuando  $z \gg R$ , esto se reduce a

$$\vec{\mathbf{E}}(z) \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma\pi R^2}{z^2} \hat{\mathbf{k}},$$

que es la expresión para una carga de puntos  $Q = \sigma\pi R^2$ .

### ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 5.5

¿Cómo cambiaría el límite anterior con un rectángulo cargado uniformemente en lugar de un disco?

Como  $R \rightarrow \infty$ , la [Ecuación 5.14](#) se reduce al campo de un **plano infinito**, que es una lámina plana cuya área es mucho, mucho mayor que su espesor, y también mucho, mucho mayor que la distancia a la que se quiere calcular el campo:

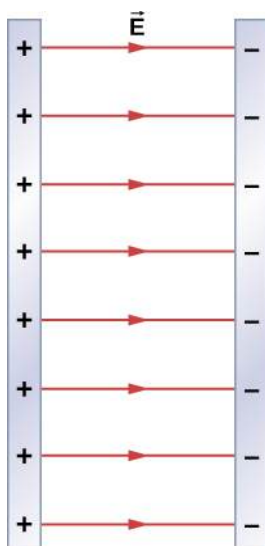
$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{\mathbf{k}}. \quad 5.15$$

Tenga en cuenta que este campo es constante. Este sorprendente resultado es, de nuevo, un artefacto de nuestro límite, aunque uno que utilizaremos repetidamente en el futuro. Para entender por qué ocurre esto, imagine que se sitúa sobre un plano infinito de carga constante. ¿Se ve el avión diferente si se varía la altitud? No, sigue viendo el avión que se aleja hasta el infinito, no importa lo lejos que esté de él. Es importante señalar que la [Ecuación 5.15](#) se debe a que estamos por encima del plano. Si estuviéramos abajo, el campo apuntaría en la dirección  $-\hat{\mathbf{k}}$ .

### ✳ EJEMPLO 5.9

#### El campo de los dos planos infinitos

Halle el campo eléctrico en todas las partes resultantes de dos planos infinitos con densidades de carga iguales pero opuestas ([Figura 5.26](#)).



**FIGURA 5.26** Dos planos infinitos cargados. Observe la dirección del campo eléctrico.

### Estrategia

Ya conocemos el campo eléctrico resultante de un solo plano infinito, así que podemos utilizar el principio de superposición para hallar el campo de dos.

### Solución

El campo eléctrico apunta lejos del plano cargado positivamente y hacia el plano cargado negativamente. Ya que  $\sigma$  son iguales y opuestos, esto significa que en la región fuera de los dos planos, los campos eléctricos se anulan mutuamente hasta llegar a cero.

Sin embargo, en la región entre los planos, los campos eléctricos se suman, y obtenemos

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{i}$$

para el campo eléctrico. El  $\hat{i}$  es porque, en la figura, el campo está apuntando en la dirección  $+x$ .

### Importancia

Los sistemas que pueden aproximarse como dos planos infinitos de este tipo proporcionan un medio útil para crear campos eléctricos uniformes.

## ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 5.6

¿Qué aspecto tendría el campo eléctrico en un sistema con dos planos paralelos cargados positivamente con densidades de carga iguales?

## 5.6 Líneas de campo eléctrico

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar la finalidad de un diagrama de campo eléctrico.
- Describir la relación entre un diagrama vectorial y un diagrama de líneas de campo.
- Explicar las reglas para crear un diagrama de campo y por qué estas reglas tienen sentido físico.
- Dibujar el campo de una carga fuente arbitraria.

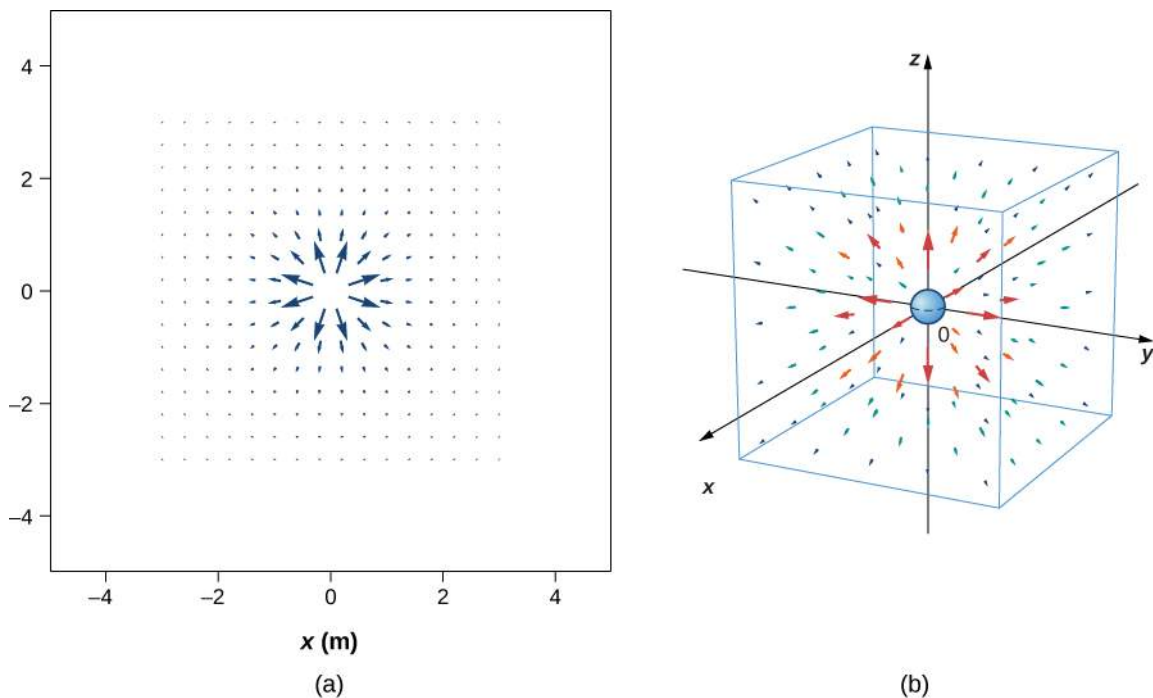
Ahora que tenemos algo de experiencia en el cálculo de campos eléctricos, vamos a intentar comprender la geometría de los campos eléctricos. Como se ha mencionado anteriormente, nuestro modelo es que la carga de un objeto (la carga fuente) altera el espacio en la región que lo rodea de tal manera que cuando se coloca otro



objeto cargado (la carga de prueba) en esa región del espacio, esa carga de prueba experimenta una fuerza eléctrica. El concepto de **líneas de campo** eléctrico, y de diagramas de líneas de campo eléctrico, nos permite visualizar la forma en que se altera el espacio, permitiéndonos visualizar el campo. El propósito de esta sección es permitirle crear bocetos de esta geometría, por lo que enumeraremos los pasos y reglas específicas que intervienen en la creación de un boceto preciso y útil de un campo eléctrico.

Es importante recordar que los campos eléctricos son tridimensionales. Aunque en este libro incluimos algunas imágenes pseudotridimensionales, varios de los diagramas que verá (tanto aquí como en los capítulos siguientes) serán proyecciones bidimensionales o secciones transversales. Tenga siempre presente que, de hecho, está viendo un fenómeno tridimensional.

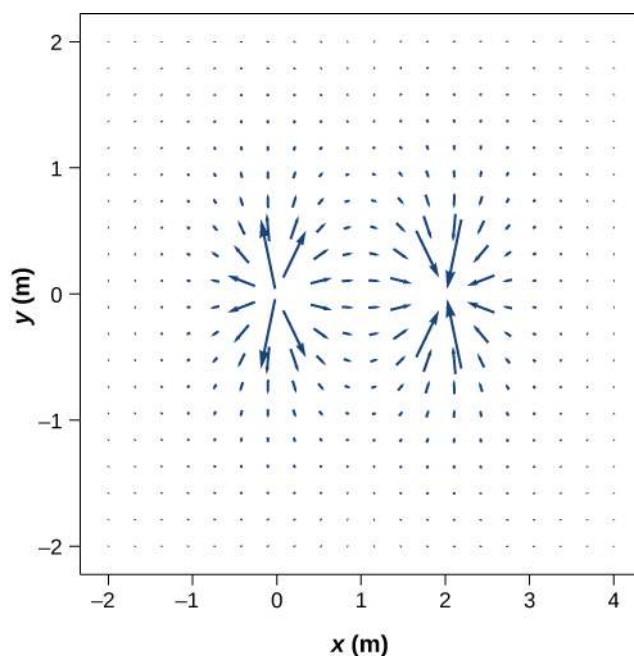
Nuestro punto de partida es el hecho físico de que el campo eléctrico de la carga fuente hace que una carga de prueba en ese campo experimente una fuerza. Por definición, los vectores del campo eléctrico apuntan en la misma dirección que la fuerza eléctrica que experimentaría una (hipotética) carga de prueba positiva, si se colocara en el campo ([Figura 5.27](#))



**FIGURA 5.27** El campo eléctrico de una carga de puntos positiva. Se muestra un gran número de vectores de campo. Como todas las flechas vectoriales, la longitud de cada vector es proporcional a la magnitud del campo en cada punto. (a) Campo en dos dimensiones; (b) campo en tres dimensiones.

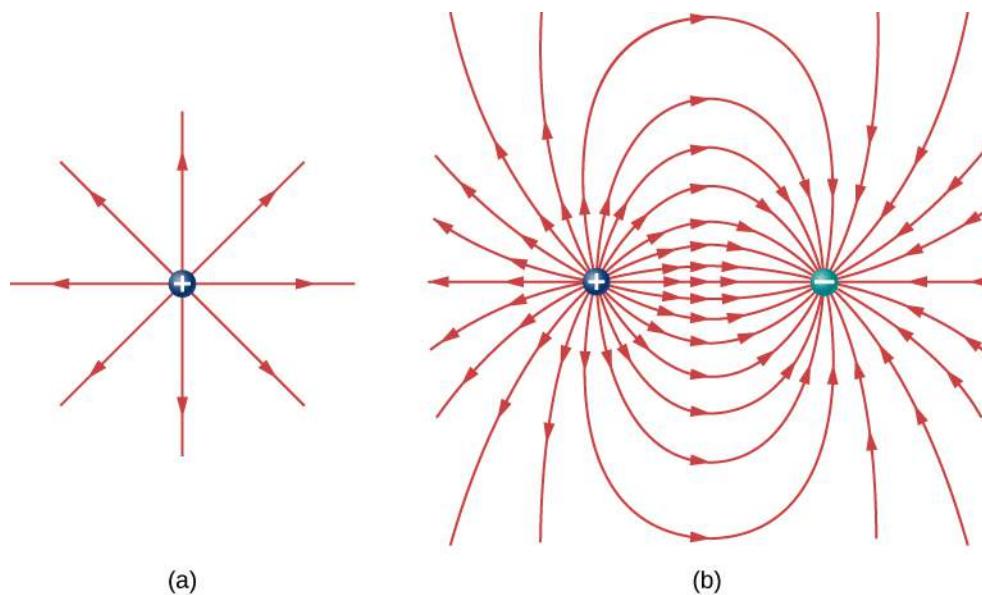
En la figura hemos trazado muchos vectores de campo, que se distribuyen uniformemente alrededor de la carga fuente. Como el campo eléctrico es un vector, las flechas que dibujamos corresponden en cada punto del espacio tanto a la magnitud como a la dirección del campo en ese punto. Como siempre, la longitud de la flecha que dibujamos corresponde a la magnitud del vector campo en ese punto. Para una carga de origen de puntos, la longitud disminuye por el cuadrado de la distancia a la carga de origen. Además, la dirección del vector campo se aleja radialmente de la carga fuente, porque la dirección del campo eléctrico está definida por la dirección de la fuerza que experimentaría una carga de prueba positiva en ese campo. (De nuevo, tenga en cuenta que el campo real es tridimensional; también hay líneas de campo que apuntan hacia fuera y hacia dentro de la página).

Este diagrama es correcto, pero se vuelve menos útil a medida que la distribución de la carga de la fuente se complica. Por ejemplo, consideremos el diagrama de campo vectorial de un dipolo ([Figura 5.28](#)).



**FIGURA 5.28** El campo vectorial de un dipolo. Incluso con solo dos cargas idénticas, el diagrama del campo vectorial se vuelve difícil de entender.

Hay una forma más útil de presentar la misma información. En lugar de dibujar un gran número de flechas vectoriales cada vez más pequeñas, conectamos todas ellas, formando líneas y curvas continuas, como se muestra en la [Figura 5.29](#).

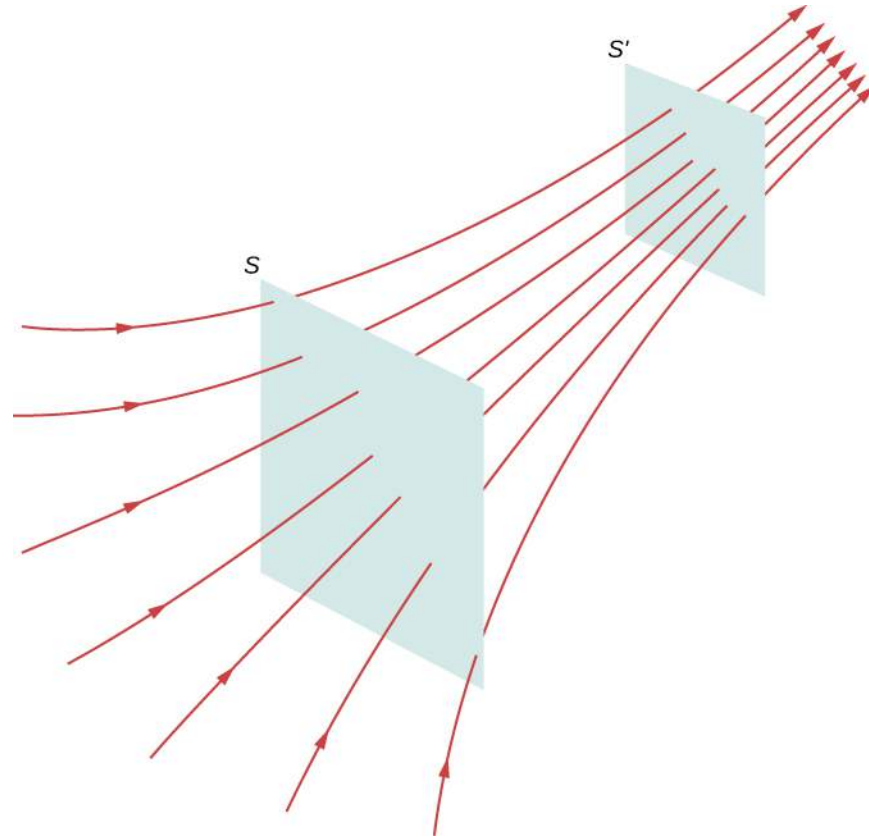


**FIGURA 5.29** (a) El diagrama de líneas de campo eléctrico de una carga de puntos positiva. (b) El diagrama de líneas de campo de un dipolo. En ambos diagramas, la magnitud del campo se indica mediante la densidad de líneas de campo. Los *vectores* de campo (no mostrados aquí) son en todas partes tangentes a las líneas de campo.

Aunque no sea evidente a primera vista, estos diagramas de campo transmiten la misma información sobre el campo eléctrico que los diagramas vectoriales. En primer lugar, la dirección del campo en cada punto es simplemente la dirección del vector campo en ese mismo punto. En otras palabras, en cualquier punto del espacio, el vector campo en cada punto es tangente a las líneas de campo en ese mismo punto. La punta de flecha colocada en una línea de campo indica su dirección.

En cuanto a la magnitud del campo, se indica mediante la **densidad de líneas de campo**, es decir, el número

de líneas de campo por unidad de superficie que pasan por una pequeña zona de sección transversal perpendicular al campo eléctrico. Esta densidad de líneas de campo se dibuja para ser proporcional a la magnitud del campo en esa sección transversal. En consecuencia, si las líneas de campo están muy juntas (es decir, la densidad de líneas de campo es mayor), esto indica que la magnitud del campo es grande en ese punto. Si las líneas de campo están muy separadas en la sección transversal, esto indica que la magnitud del campo es pequeña. La [Figura 5.30](#) muestra la idea.



**FIGURA 5.30** Líneas de campo eléctrico que pasan por zonas imaginarias. Como el número de líneas que pasan por cada zona es el mismo, pero las zonas en sí son diferentes, la densidad de líneas de campo es diferente. Esto indica diferentes magnitudes del campo eléctrico en estos puntos.

En la [Figura 5.30](#), el mismo número de líneas de campo pasa por ambas superficies ( $S$  y  $S'$ ), pero la superficie  $S$  es mayor que la superficie  $S'$ . Por lo tanto, la densidad de líneas de campo (número de líneas por unidad de superficie) es mayor en la ubicación de  $S'$ , lo que indica que el campo eléctrico es más fuerte en el lugar de  $S'$  que en  $S$ . Las reglas para crear un diagrama de campo eléctrico son las siguientes.



## ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

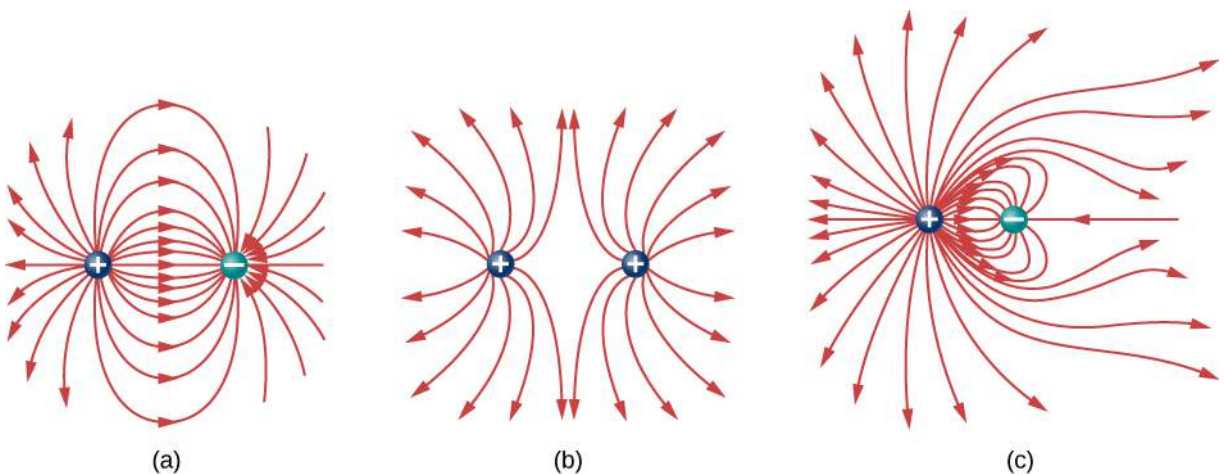
### Dibujo de líneas de campo eléctrico

1. Las líneas de campo eléctrico se originan en cargas positivas o llegan desde el infinito, y terminan en cargas negativas o se extienden hasta el infinito.
2. El número de líneas de campo que se originan o terminan en una carga es proporcional a la magnitud de esa carga. Una carga de  $2q$  tendrá el doble de líneas que una carga de  $q$ .
3. En cada punto del espacio, el vector campo en ese punto es tangente a la línea de campo en ese mismo punto.
4. La densidad de la línea de campo en cualquier punto del espacio es proporcional (y por tanto representativa) a la magnitud del campo en ese punto del espacio.
5. Las líneas de campo nunca pueden cruzarse. Como una línea de campo representa la dirección del campo

en un punto determinado, si dos líneas de campo se cruzaran en algún punto, eso implicaría que el campo eléctrico apuntaba en dos direcciones diferentes en un mismo punto. Esto, a su vez, sugeriría que la fuerza (neta) sobre una carga de prueba colocada en ese punto apuntaría en dos direcciones diferentes. Como esto es obviamente imposible, se deduce que las líneas de campo no deben cruzarse nunca.

Tenga siempre en cuenta que las líneas de campo solo sirven para visualizar el campo eléctrico; no son entidades físicas. Aunque la dirección y la intensidad relativa del campo eléctrico pueden deducirse de un conjunto de líneas de campo, las líneas también pueden ser engañosas. Por ejemplo, las líneas de campo trazadas para representar el campo eléctrico en una región deben ser necesariamente discretas. Sin embargo, el campo eléctrico real en esa región existe en cada punto del espacio.

Las líneas de campo para tres grupos de cargas discretas se muestran en la [Figura 5.31](#). Como las cargas de las partes (a) y (b) tienen la misma magnitud, se muestra el mismo número de líneas de campo que parten o terminan en cada carga. En (c), sin embargo, dibujamos tres veces más líneas de campo dejando la carga  $+3q$  como que entra en  $-q$ . Las líneas de campo que no terminan en  $-q$  emanan hacia fuera de la configuración de la carga, hasta el infinito.



**FIGURA 5.31** Tres diagramas típicos de campo eléctrico. (a) Un dipolo. (b) Dos cargas idénticas. (c) Dos cargas con signos opuestos y magnitudes diferentes. ¿Puede decir en el diagrama qué carga tiene la mayor magnitud?

La capacidad de construir un diagrama de campo eléctrico preciso es una habilidad importante y útil; facilita mucho la estimación, la predicción y, por tanto, el cálculo del campo eléctrico de una carga fuente. La mejor manera de desarrollar esta habilidad es con un software que le permite colocar las cargas de origen y luego dibujar el campo de la red a petición. Le recomendamos encarecidamente que busque un programa en Internet. Una vez que haya encontrado uno que le guste, realiza varias simulaciones para obtener las ideas esenciales de la construcción de diagramas de campo. A continuación, practique el dibujo de diagramas de campo y compruebe sus predicciones con los diagramas que dibuje la computadora.

### INTERACTIVO

Un ejemplo de [programa de dibujo de líneas de campo \(https://openstax.org/l/21fieldlindrpr\\_es\)](https://openstax.org/l/21fieldlindrpr_es) es el de la simulación "Charges and Fields" (Cargas y campos) de PhET.

## 5.7 Dipolos eléctricos

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Describir un dipolo permanente.
- Describir un dipolo inducido.
- Definir y calcular un momento dipolar eléctrico.
- Explicar el significado físico del momento dipolar.

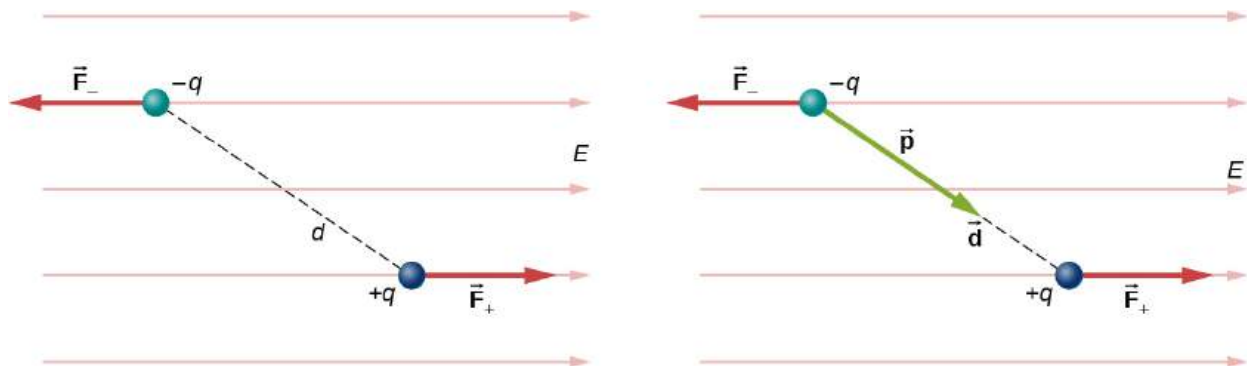
Anteriormente discutimos, y calculamos, el campo eléctrico de un dipolo: dos cargas iguales y opuestas que están "cerca" la una de la otra (en este contexto, "cerca" significa que la distancia  $d$  entre las dos cargas es mucho mucho menos que la distancia del punto de campo  $P$ , el lugar donde se calcula el campo).

Consideremos ahora lo que le ocurre a un dipolo cuando se coloca en un campo externo  $\vec{E}$ . Suponemos que el dipolo es un **dipolo permanente**; existe sin el campo y no se rompe en el campo externo.

### Rotación de un dipolo debido a un campo eléctrico

Por ahora, solo tratamos el caso más sencillo: el campo externo es uniforme en el espacio. Supongamos que tenemos la situación representada en la [Figura 5.32](#), donde denotamos la distancia entre las cargas como el vector  $\vec{d}$ , apuntando de la carga negativa a la positiva. Las fuerzas sobre las dos cargas son iguales y opuestas, por lo que no hay fuerza neta sobre el dipolo. Sin embargo, hay un par de torsión:

$$\begin{aligned}\vec{\tau} &= \left(\frac{\vec{d}}{2} \times \vec{F}_+\right) + \left(-\frac{\vec{d}}{2} \times \vec{F}_-\right) \\ &= \left[\left(\frac{\vec{d}}{2}\right) \times (+q\vec{E}) + \left(-\frac{\vec{d}}{2}\right) \times (-q\vec{E})\right] \\ &= q\vec{d} \times \vec{E}.\end{aligned}$$



**FIGURA 5.32** Un dipolo en un campo eléctrico externo. (a) La fuerza neta sobre el dipolo es cero, pero el par neto no lo es. Como resultado, el dipolo gira, alineándose con el campo externo. (b) El momento dipolar es una forma conveniente de caracterizar este efecto. El  $\vec{d}$  apunta en la misma dirección que  $\vec{p}$ .

La cantidad  $q\vec{d}$  (la magnitud de cada carga multiplicada por la distancia vectorial entre ellas) es una propiedad del dipolo; su valor, como podemos ver, determina el par que experimenta el dipolo en el campo externo. Por lo tanto, es útil definir este producto como el llamado **momento dipolar** del dipolo:

$$\vec{p} \equiv q\vec{d}. \quad 5.16$$

Por lo tanto, podemos escribir

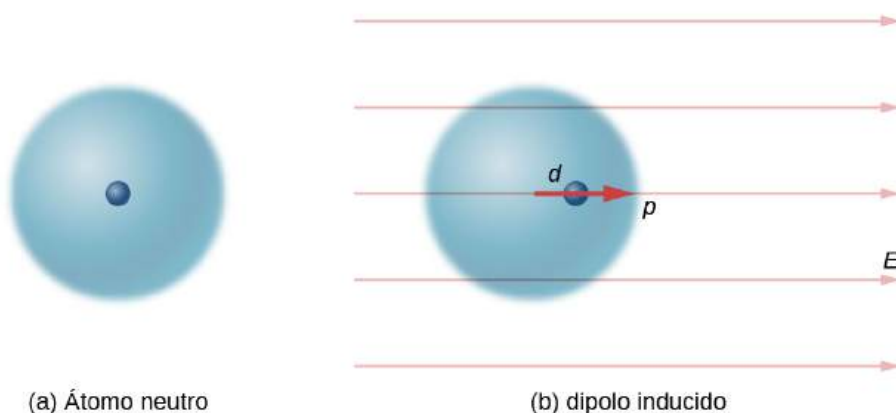
$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}. \quad 5.17$$

Recordemos que una torsión modifica la velocidad angular de un objeto, el dipolo, en este caso. En esta situación, el efecto es rotar el dipolo (es decir, alinear la dirección de  $\vec{p}$ ) de manera que sea paralela a la

dirección del campo externo.

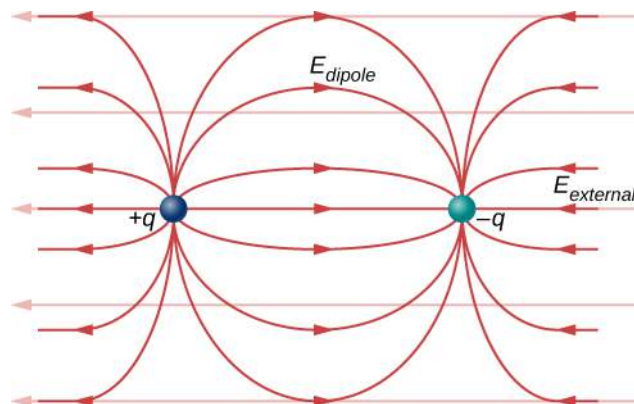
### Dipolos inducidos

Los átomos neutros son, por definición, eléctricamente neutros; tienen cantidades iguales de carga positiva y negativa. Además, al ser esféricamente simétricos, no tienen un momento dipolar "incorporado" como la mayoría de las moléculas asimétricas. Sin embargo, obtienen uno cuando se colocan en un campo eléctrico externo, ya que el campo externo provoca fuerzas dirigidas de forma opuesta sobre el núcleo positivo del átomo versus los electrones negativos que rodean el núcleo. El resultado es una nueva distribución de la carga del átomo y, por tanto, un momento **dipolar inducido** (Figura 5.33).



**FIGURA 5.33** Un dipolo es inducido en un átomo neutro por un campo eléctrico externo. El momento dipolar inducido está alineado con el campo externo.

Un hecho importante aquí es que, al igual que en el caso de una molécula polar rotada, el resultado es que el momento dipolar termina alineado en paralelo al campo eléctrico externo. Generalmente, la magnitud de un dipolo inducido es mucho menor que la de un dipolo inherente. Para ambos tipos de dipolos, observe que una vez que la alineación del dipolo (girado o inducido) es completa, el efecto neto es la disminución del campo eléctrico total  $\vec{E}_{\text{total}} = \vec{E}_{\text{externo}} + \vec{E}_{\text{dipolo}}$  en las regiones del interior de las cargas dipolares (Figura 5.34). Por "interior" se entiende entre las cargas. Este efecto es crucial para los condensadores, como verá en [Capacitancia](#).



**FIGURA 5.34** El campo eléctrico neto es la suma vectorial del campo del dipolo más el campo externo.

Recordemos que encontramos el campo eléctrico de un dipolo en la [Ecuación 5.7](#). Si lo reescribimos en términos del momento dipolar obtenemos:

$$\vec{E}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}}{z^3}.$$

La forma de este campo se muestra en la [Figura 5.34](#). Observe que a lo largo del plano perpendicular al eje del dipolo y a medio camino entre las cargas, la dirección del campo eléctrico es opuesta a la del dipolo y se hace

más débil cuanto más se aleja del eje. Del mismo modo, en el eje del dipolo (pero fuera de él), el campo apunta en la misma dirección que el dipolo, volviéndose de nuevo más débil cuanto más se aleja de las cargas.

## Revisión Del Capítulo

### Términos Clave

**aislante** material que mantiene a los electrones seguros dentro de sus órbitas atómicas

**atracción electrostática** fenómeno de atracción de dos objetos con cargas opuestas

**cable lineal infinito** un cable recto cuya longitud es mucho, mucho mayor que cualquiera de sus otras dimensiones, y también mucho, mucho mayor que la distancia a la que se debe calcular el campo

**campo eléctrico** fenómeno físico creado por una carga; "transmite" una fuerza entre dos cargas

**carga eléctrica** propiedad física de un objeto que hace que sea atraído o repelido por otro objeto cargado; cada objeto cargado genera y es influenciado por una fuerza llamada fuerza eléctrica

**carga por inducción** proceso por el cual un objeto cargado eléctricamente que se acerca a un objeto neutro crea una separación de carga en ese objeto

**conductor** material que permite que los electrones se muevan por separado de sus órbitas atómicas; objeto con propiedades que permiten que las cargas se muevan libremente en su interior

**coulomb** unidad SI de carga eléctrica

**densidad de carga lineal** cantidad de carga en un elemento de una distribución de carga que es esencialmente unidimensional (la anchura y la altura son mucho, mucho más pequeñas que su longitud); sus unidades son C/m

**densidad de carga superficial** cantidad de carga en un elemento de una distribución de carga bidimensional (el espesor es pequeño); sus unidades son C/m<sup>2</sup>

**densidad de líneas de campo** número de líneas de campo por metro cuadrado que atraviesan un área imaginaria; su objetivo es indicar la intensidad de campo en diferentes puntos del espacio

**dipolo** dos cargas iguales y opuestas que se fijan cerca la una de la otra

**dipolo inducido** típicamente un átomo, o una molécula esféricamente simétrica; un dipolo que se crea debido a fuerzas opuestas que desplazan las cargas positivas y negativas

**dipolo permanente** típicamente una molécula; un dipolo que se crea por la disposición de las partículas cargadas a partir de las cuales se crea el dipolo

**distribución de carga continua** la carga total de la

fuerza está compuesta por un número tan grande de cargas elementales que debe tratarse como continua, en lugar de discreta

**electricidad estática** acumulación de carga eléctrica en la superficie de un objeto; la disposición de la carga permanece constante ("estática")

**electroestática** estudio de los objetos cargados que no están en movimiento

**electrón** partícula que rodea el núcleo de un átomo y que lleva la unidad más pequeña de carga negativa

**electrón de conducción** electrón que es libre de alejarse de su órbita atómica

**fuerza de Coulomb** otro término para la fuerza electrostática

**fuerza eléctrica** fuerza sin contacto observada entre objetos cargados eléctricamente

**fuerza electrostática** cantidad y dirección de la atracción o repulsión entre dos cuerpos cargados; se supone que las cargas fuente no tienen aceleración

**ion** átomo o molécula con más o menos electrones que protones

**ley de conservación de la carga** la carga eléctrica neta de un sistema cerrado es constante

**Ley de Coulomb** ecuación matemática que calcula el vector de fuerza electrostática entre dos partículas cargadas

**línea de campo** línea suave, generalmente curva, que indica la dirección del campo eléctrico

**momento dipolar** propiedad de un dipolo; caracteriza la combinación de la distancia entre las cargas opuestas y la magnitud de las cargas

**neutrón** partícula neutra en el núcleo de un átomo, con (casi) la misma de masa que un protón

**permitividad del vacío** también llamada permeabilidad del espacio libre, y constante que describe la fuerza eléctrica en el vacío

**plano infinito** lámina plana en la que las dimensiones que componen el área son mucho, mucho mayores que su espesor, y también mucho, mucho mayores que la distancia a la que se debe calcular el campo; su campo es constante

**polarización** ligero desplazamiento de cargas positivas y negativas hacia lados opuestos de un objeto

**principio de superposición** el hecho de que podamos sumar simplemente todas las fuerzas debidas a las cargas que actúan sobre un objeto



**protón** partícula en el núcleo de un átomo y que lleva una carga positiva igual en magnitud a la cantidad de carga negativa que lleva un electrón  
**repulsión electrostática** fenómeno por el cual dos objetos con cargas similares se repelen  
**superposición** concepto que establece que el

campo eléctrico neto de múltiples cargas fuente es la suma vectorial del campo de cada carga fuente calculada individualmente

**volumen de densidad de carga** cantidad de carga en un elemento de una distribución de carga tridimensional; sus unidades son  $C/m^3$

## Ecuaciones Clave

Ley de Coulomb	$\vec{F}_{12}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$
Superposición de fuerzas eléctricas	$\vec{F}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$
Fuerza eléctrica debida a un campo eléctrico	$\vec{F} = Q\vec{E}$
Campo eléctrico en el punto $P$	$\vec{E}(P) \equiv \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$
Campo de un cable infinito	$\vec{E}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda}{z} \hat{k}$
Campo de un plano infinito	$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{k}$
Momento dipolar	$\vec{p} \equiv q\vec{d}$
Torsión en el dipolo en el campo $E$ externo	$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$

## Resumen

### 5.1 Carga eléctrica

- Solo hay dos tipos de carga, que llamamos positiva y negativa. Las cargas similares se repelen, las cargas diferentes se atraen, y la fuerza entre las cargas disminuye con el cuadrado de la distancia.
- La gran mayoría de la carga positiva en la naturaleza la llevan los protones, mientras que la gran mayoría de la carga negativa la llevan los electrones. La carga eléctrica de un electrón es igual en magnitud y de signo contrario a la carga de un protón.
- Un ion es un átomo o molécula que tiene una carga total distinta de cero debido a que tiene un número desigual de electrones y protones.
- La unidad del SI para la carga es el culombio (C), con protones y electrones que tienen cargas de signo opuesto pero de igual magnitud; la magnitud de esta carga básica es

$$e \equiv 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

- Tanto las cargas positivas como las negativas existen en los objetos neutros y pueden separarse poniendo los dos objetos en contacto físico; al frotar los objetos se pueden eliminar los electrones de los enlaces de un objeto y colocarlos en el otro, aumentando la separación de cargas.
- Para los objetos macroscópicos, la carga negativa significa un exceso de electrones y la carga positiva significa un agotamiento de electrones.
- La ley de conservación de la carga establece que la carga neta de un sistema cerrado es constante.

### 5.2 Conductores, aislantes y carga por inducción

- Un conductor es una sustancia que permite que la carga fluya libremente a través de su

estructura atómica.

- Un aislante mantiene la carga fija en su lugar.
- La polarización es la separación de cargas positivas y negativas en un objeto neutro. Los objetos polarizados tienen sus cargas positivas y negativas concentradas en zonas diferentes, lo que les confiere una distribución de la carga.

### 5.3 Ley de Coulomb

- La ley de Coulomb da la magnitud del vector fuerza entre cargas de puntos. Es

$$\vec{\mathbf{F}}_{12}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12}$$

donde  $q_1$  y  $q_2$  son dos cargas de puntos separadas por una distancia  $r$ . Esta fuerza de Coulomb es extremadamente básica, ya que la mayoría de las cargas se deben a partículas puntuales. Es responsable de todos los efectos electrostáticos y subyace a la mayoría de las fuerzas macroscópicas.

### 5.4 Campo eléctrico

- El campo eléctrico es una alteración del espacio causada por la presencia de una carga eléctrica. El campo eléctrico media la fuerza eléctrica entre una carga fuente y una carga de prueba.
- El campo eléctrico, al igual que la fuerza eléctrica, obedece al principio de superposición
- El campo es un vector; por definición, apunta lejos de las cargas positivas y hacia las negativas.

### 5.5 Cálculo de los campos eléctricos de las distribuciones de carga

- Un número muy grande de cargas puede ser tratado como una distribución de carga continua, donde el cálculo del campo requiere integración. Los casos más comunes son:

- unidimensional (como un cable); utiliza una densidad de carga lineal  $\lambda$
- bidimensional (placa de metal); utiliza la densidad de carga superficial  $\sigma$
- tridimensional (esfera de metal); utiliza la densidad de carga volumétrica  $\rho$

- La "carga fuente" es una cantidad diferencial de carga  $dq$ . El cálculo de  $dq$  depende del tipo de distribución de la carga de la fuente:

$$dq = \lambda dl; \quad dq = \sigma dA; \quad dq = \rho dV.$$

- La simetría de la distribución de la carga suele ser clave.
- Casos especiales importantes son el campo de un cable "infinito" y el campo de un plano "infinito".

### 5.6 Líneas de campo eléctrico

- Los diagramas de campo eléctrico ayudan a visualizar el campo de una carga fuente.
- La magnitud del campo es proporcional a la densidad de líneas de campo.
- Los vectores de campo son siempre tangentes a las líneas de campo.

### 5.7 Dipolos eléctricos

- Si se coloca un dipolo permanente en un campo eléctrico externo, se produce una torsión que lo alinea con el campo externo.
- Si un átomo (o molécula) no polar se coloca en un campo externo, adquiere un dipolo inducido que se alinea con el campo externo.
- El campo neto es la suma vectorial del campo externo más el campo del dipolo (físico o inducido).
- La fuerza de la polarización se describe mediante el momento dipolar del dipolo,  $\vec{\mathbf{p}} = q\vec{\mathbf{d}}$ .

## Preguntas Conceptuales

### 5.1 Carga eléctrica

1. En la mayoría de los objetos hay un gran número de partículas cargadas. ¿Por qué, entonces, la mayoría de los objetos no presentan electricidad estática?
2. ¿Por qué la mayoría de los objetos tienden a contener un número casi igual de cargas positivas y negativas?
3. Una varilla cargada positivamente atrae un pequeño trozo de corcho. (a) ¿Podemos concluir que el corcho está cargado negativamente? (b) La

varilla repele otro pequeño trozo de corcho.

¿Podemos concluir que esta pieza está cargada positivamente?

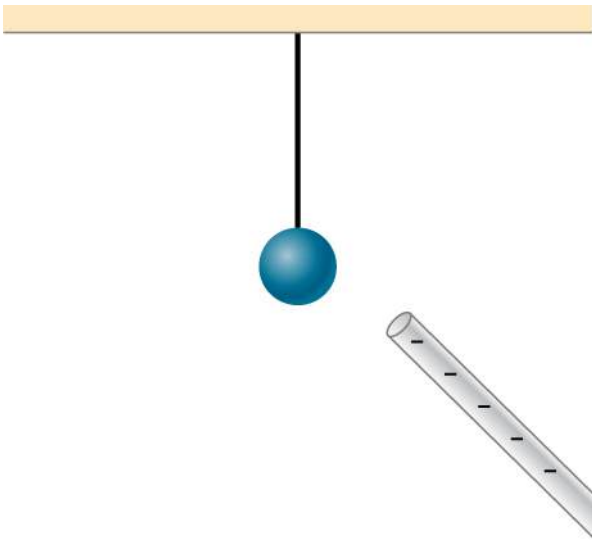
4. Dos cuerpos se atraen eléctricamente. ¿Tienen que cargarse los dos? Responda a la misma pregunta si los cuerpos se repelen.
5. ¿Cómo determinaría si la carga de una varilla concreta es positiva o negativa?

### 5.2 Conductores, aislantes y carga por inducción

6. Un excéntrico inventor intenta hacer levitar una

bola de corcho envolviéndola con papel de aluminio y colocando una gran carga negativa en la bola y luego poniendo una gran carga positiva en el techo de su taller. En cambio, al intentar colocar una gran carga negativa en la bola, la lámina sale volando. Explique.

7. Cuando una varilla de vidrio se frota con seda, esta se vuelve positiva y la seda negativa, pero ambas atraen el polvo. ¿Tiene el polvo un tercer tipo de carga que es atraída tanto por la positiva como por la negativa? Explique.
8. ¿Por qué un automóvil siempre atrae el polvo justo después de ser pulido? (Tenga en cuenta que la cera para automóviles y los neumáticos son aislantes).
9. ¿El conductor sin carga que se muestra a continuación experimenta una fuerza eléctrica neta?



10. Al caminar sobre una alfombra, una persona se carga con frecuencia debido al roce entre sus zapatos y la alfombra. Esta carga provoca entonces una chispa y una ligera descarga cuando la persona se acerca a un objeto de metal. ¿Por qué estos choques son mucho más comunes en un día seco?
11. Compare la carga por conducción con la carga por inducción.
12. Los pequeños trozos de tejido son atraídos por un peine cargado. Poco después de pegarse al peine, los trozos de tejido son repelidos de él. Explique.
13. Los camiones que transportan gasolina suelen tener cadenas que cuelgan de sus bastidores y rozan el suelo. ¿Por qué?
14. ¿Por qué los experimentos electrostáticos funcionan tan mal cuando hay humedad?
15. ¿Por qué algunas prendas se pegan después de

sacarlas de la secadora? ¿Sucede esto si aún están húmedos?

16. ¿Se puede utilizar la inducción para producir carga en un aislante?
17. Supongamos que alguien le dice que al frotar el cuarzo con un paño de algodón se produce un tercer tipo de carga en el cuarzo. Describa lo que podría hacer para comprobar esta afirmación.
18. Una varilla de cobre manual no adquiere carga al frotarla con un paño. Explique por qué.
19. Supongamos que se coloca una carga  $q$  cerca de una gran placa de metal. (a) Si  $q$  es atraída por la placa, ¿la placa está necesariamente cargada? (b) Si  $q$  es repelida por la placa, ¿la placa está necesariamente cargada?

### 5.3 Ley de Coulomb

20. ¿Definir la carga de un electrón como positiva tendría algún efecto sobre la ley de Coulomb?
21. Un núcleo atómico contiene protones con carga positiva y neutrones sin carga. Dado que los núcleos permanecen juntos, ¿qué debemos concluir sobre las fuerzas entre estas partículas nucleares?
22. ¿La fuerza entre dos cargas fijas está influida por la presencia de otras cargas?

### 5.4 Campo eléctrico

23. Al medir un campo eléctrico, ¿podríamos utilizar una carga de prueba negativa en lugar de positiva?
24. Cuando hace buen tiempo, el campo eléctrico, debido a la carga neta de la Tierra, apunta hacia abajo. ¿La Tierra está cargada positiva o negativamente?
25. Si el campo eléctrico en un punto de la línea entre dos cargas es cero, ¿qué sabe de las cargas?
26. Dos cargas se encuentran a lo largo del eje  $x$ . ¿Es cierto que el campo eléctrico neto siempre desaparece en algún punto (distinto del infinito) a lo largo del eje  $x$ ?

### 5.5 Cálculo de los campos eléctricos de las distribuciones de carga

27. Dé un argumento plausible de por qué el campo eléctrico fuera de una hoja cargada infinita es constante.
28. Compare los campos eléctricos de una lámina infinita de carga, de una placa conductora

infinita y cargada, y de placas infinitas paralelas con cargas opuestas.

29. Describa los campos eléctricos de una placa infinita cargada y de dos placas paralelas infinitas cargadas en términos del campo eléctrico de una lámina de carga infinita.
30. Se coloca una carga negativa en el centro de un anillo de carga positiva uniforme. ¿Cuál es la moción (si la hay) de la carga? ¿Y si la carga se colocara en un punto del eje del anillo distinto del centro?

### 5.6 Líneas de campo eléctrico

31. Si una carga de puntos se libera del reposo en un campo eléctrico uniforme, ¿seguirá una línea de campo? ¿Lo hará si el campo eléctrico no es uniforme?
32. ¿En qué condiciones, si las hay, la trayectoria de una partícula cargada no seguirá una línea de

## Problemas

### 5.1 Carga eléctrica

37. La electricidad estática común implica cargas que van de nanoculombios a microculombios. (a) ¿Cuántos electrones se necesitan para formar una carga de  $-2,00 \text{ nC}$ ? (b) ¿Cuántos electrones deben retirarse de un objeto neutro para dejar una carga neta de  $0,500 \mu\text{C}$ ?
38. Si  $1,80 \times 10^{20}$  electrones se mueven a través de una calculadora de bolsillo durante un día completo de funcionamiento, ¿cuántos culombios de carga se movieron a través de ella?
39. Para arrancar el motor de un auto, la batería mueve  $3,75 \times 10^{21}$  electrones a través del motor de arranque. ¿Cuántos culombios de carga se movieron?
40. Un determinado rayo mueve  $40,0 \text{ C}$  de carga. ¿Cuántas unidades fundamentales de carga son?
41. Un centavo de cobre de  $2,5 \text{ g}$  recibe una carga de  $-2,0 \times 10^{-9} \text{ C}$ . (a) ¿Cuántos electrones sobrantes hay en el centavo? (b) ¿En qué porcentaje cambian los electrones sobrantes la masa del centavo?
42. Un centavo de cobre de  $2,5 \text{ g}$  recibe una carga de  $4,0 \times 10^{-9} \text{ C}$ . (a) ¿Cuántos electrones se eliminan del centavo? (b) Si no se elimina más de un electrón de un átomo, ¿qué porcentaje de los átomos se ionizan por este proceso de carga?

campo?

33. ¿Cómo distinguiría experimentalmente un campo eléctrico de un campo gravitacional?
34. Una representación de un campo eléctrico muestra 10 líneas de campo perpendiculares a una placa cuadrada. ¿Cuántas líneas de campo deben pasar perpendicularmente por la placa para representar un campo con el doble de magnitud?
35. ¿Cuál es la relación entre el número de líneas de campo eléctrico que salen de una carga  $10q$  y una carga  $q$ ?

### 5.7 Dipolos eléctricos

36. ¿Cuáles son las orientaciones estables de un dipolo en un campo eléctrico externo? ¿Qué ocurre si el dipolo se desvía ligeramente de estas orientaciones?

### 5.2 Conductores, aislantes y carga por inducción

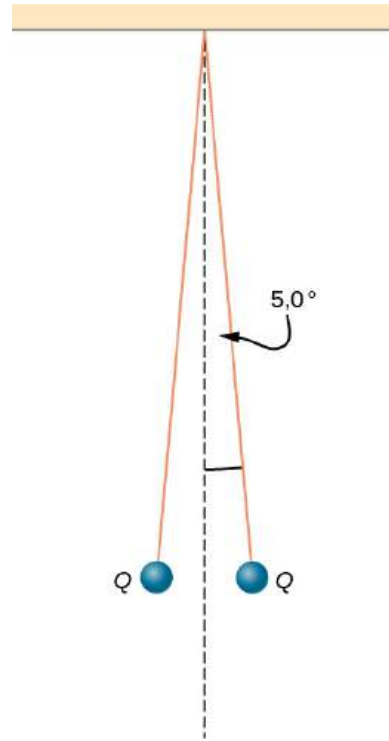
43. Supongamos que una mota de polvo en un precipitador electrostático tiene  $1,0000 \times 10^{12}$  protones en él y tiene una carga neta de  $-5,00 \text{ nC}$  (una carga muy grande para una pequeña mota). ¿Cuántos electrones tiene?
44. Una ameba tiene  $1,00 \times 10^{16}$  protones y una carga neta de  $0,300 \text{ pC}$ . (a) ¿Cuántos electrones menos que protones hay? (b) Si se los empareja, ¿qué fracción de los protones no tendría electrones?
45. Una bola de cobre de  $50,0 \text{ g}$  tiene una carga neta de  $2,00 \mu\text{C}$ . ¿Qué fracción de los electrones del cobre se ha eliminado? (Cada átomo de cobre tiene 29 protones y el cobre tiene una masa atómica de 63,5).
46. ¿Qué carga neta pondría en un trozo de azufre de  $100 \text{ g}$  si pusiera un electrón más en 1 de  $10^{12}$  de sus átomos? (El azufre tiene una masa atómica de 32,1 u).
47. ¿Cuántos culombios de carga positiva hay en  $4,00 \text{ kg}$  de plutonio, dado que su masa atómica es 244 y que cada átomo de plutonio tiene 94 protones?

### 5.3 Ley de Coulomb

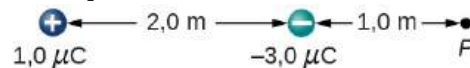
48. Dos partículas puntuales con cargas  $+3 \mu\text{C}$  y  $+5 \mu\text{C}$  se mantienen en su lugar por fuerzas  $3\text{-N}$  en cada carga en las direcciones apropiadas. (a) Dibuje un diagrama de cuerpo

libre para cada partícula. (b) Calcule la distancia entre las cargas.

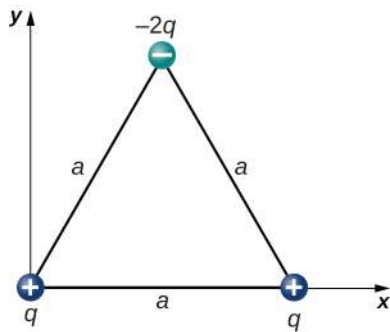
49. Dos cargas  $+3 \mu\text{C}$  y  $+12 \mu\text{C}$  están fijadas a 1 m de distancia, con la segunda a la derecha. Halle la magnitud y la dirección de la fuerza neta sobre una carga de  $-2 \text{ nC}$  cuando se coloca en los siguientes lugares: (a) a mitad de camino entre los dos, (b) a medio metro a la izquierda de la carga  $+3 \mu\text{C}$ ; (c) medio metro por encima de la carga  $+12 \mu\text{C}$  en dirección perpendicular a la línea que une las dos cargas fijas
50. En un cristal de sal, la distancia entre los iones de sodio y cloruro adyacentes es  $2,82 \times 10^{-10} \text{ m}$ . ¿Cuál es la fuerza de atracción entre los dos iones con carga simple?
51. Los protones de un núcleo atómico suelen estar  $10^{-15} \text{ m}$  aparte. ¿Cuál es la fuerza eléctrica de repulsión entre protones nucleares?
52. Supongamos que tanto la Tierra como la Luna llevan una carga neta negativa  $-Q$ . Aproxime ambos cuerpos como masas puntuales y cargas de puntos.
- (a) ¿Qué valor de  $Q$  es necesario para equilibrar la atracción gravitatoria entre la Tierra y la Luna?
- (b) ¿La distancia entre la Tierra y la Luna afecta su respuesta? Explique.
- (c) ¿Cuántos electrones serían necesarios para producir esta carga?
53. Las cargas de puntos  $q_1 = 50 \mu\text{C}$  y  $q_2 = -25 \mu\text{C}$  se colocan a 1,0 m de distancia. ¿Cuál es la fuerza sobre una tercera carga  $q_3 = 20 \mu\text{C}$  situada a medio camino entre  $q_1$  y  $q_2$ ?
54. ¿Dónde debe  $q_3$ , del problema anterior, colocarse de forma que la fuerza neta sobre ella sea cero?
55. Dos bolitas, cada una de ellas de 5,0 g de masa, están atadas a hilos de seda de 50 cm de longitud, que a su vez están atados al mismo punto del techo, como se muestra a continuación. Cuando las bolas reciben la misma carga  $Q$ , los hilos cuelgan a  $5,0^\circ$  a la vertical, como se muestra a continuación. ¿Cuál es la magnitud de  $Q$ ? ¿Cuáles son los signos de las dos cargas?



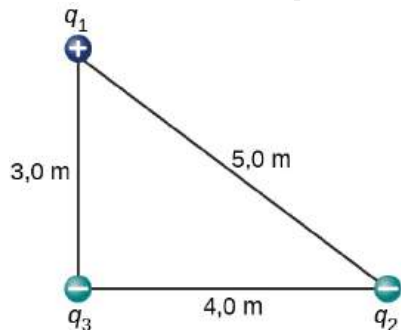
56. Las cargas de puntos  $Q_1 = 2,0 \mu\text{C}$  y  $Q_2 = 4,0 \mu\text{C}$  se encuentran en  $\vec{r}_1 = (4,0\hat{i} - 2,0\hat{j} + 5,0\hat{k})\text{m}$  y  $\vec{r}_2 = (8,0\hat{i} + 5,0\hat{j} - 9,0\hat{k})\text{m}$ . ¿Cuál es la fuerza de  $Q_2$  en  $Q_1$ ?
57. El exceso de carga neta en dos pequeñas esferas (lo suficientemente pequeñas como para ser tratadas como cargas de puntos) es  $Q$ . Demuestre que la fuerza de repulsión entre las esferas es mayor cuando cada esfera tiene un exceso de carga  $Q/2$ . Supongamos que la distancia entre las esferas es tan grande, comparada con sus radios, que las esferas pueden ser tratadas como cargas de puntos.
58. Dos pequeñas esferas conductoras idénticas se repelen con una fuerza de 0,050 N cuando están separadas 0,25 m. Después de conectar un cable conductor entre las esferas y retirarlo, éstas se repelen con una fuerza de 0,060 N. ¿Cuál es la carga original de cada esfera?
59. Una carga  $q = 2,0 \mu\text{C}$  se sitúa en el punto  $P$  que se muestra a continuación. ¿Cuál es la fuerza sobre  $q$ ?



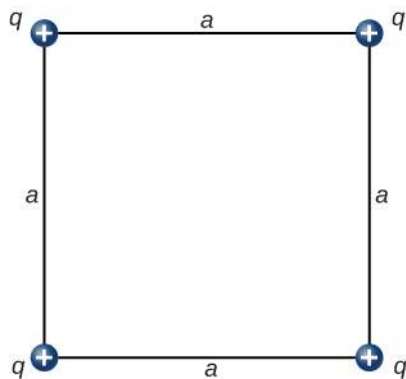
60. ¿Cuál es la fuerza eléctrica neta sobre la carga situada en el ángulo inferior derecho del triángulo mostrado aquí?



61. Dos partículas fijas, cada una con carga  $5,0 \times 10^{-6} \text{ C}$ , están separados por 24 cm. ¿Qué fuerza ejercen sobre una tercera partícula de carga  $-2,5 \times 10^{-6} \text{ C}$  que está a 13 cm de cada uno de ellos?
62. Las cargas  $q_1 = 2,0 \times 10^{-7} \text{ C}$ ,  $q_2 = -4,0 \times 10^{-7} \text{ C}$ , y  $q_3 = -1,0 \times 10^{-7} \text{ C}$  se colocan en las esquinas del triángulo que se muestra a continuación. ¿Cuál es la fuerza sobre  $q_1$ ?



63. ¿Cuál es la fuerza sobre la carga  $q$  en la esquina inferior derecha del cuadrado mostrado aquí?



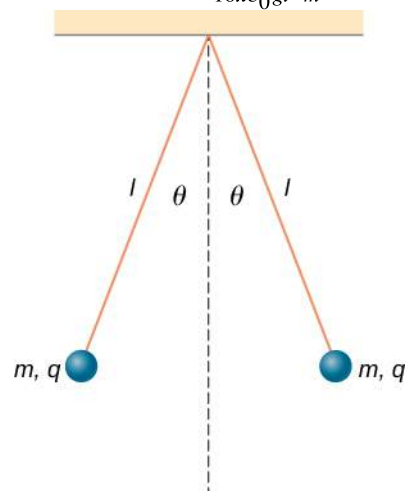
64. Las cargas de puntos  $q_1 = 10 \mu\text{C}$  y  $q_2 = -30 \mu\text{C}$  se fijan en  $r_1 = (3,0\hat{i} - 4,0\hat{j}) \text{ m}$  y  $r_2 = (9,0\hat{i} + 6,0\hat{j}) \text{ m}$ . ¿Cuál es la fuerza de  $q_2$  en  $q_1$ ?

#### 5.4 Campo eléctrico

65. Una partícula de carga  $2,0 \times 10^{-8} \text{ C}$  experimenta una fuerza ascendente de

magnitud  $4,0 \times 10^{-6} \text{ N}$  cuando se coloca en un punto determinado en un campo eléctrico. (a) ¿Cuál es el campo eléctrico en ese punto? (b) Si una carga  $q = -1,0 \times 10^{-8} \text{ C}$  se coloca allí, ¿cuál es la fuerza que se ejerce sobre él?

66. En un día claro típico, el campo eléctrico atmosférico apunta hacia abajo y tiene una magnitud de aproximadamente 100 N/C. Compare las fuerzas gravitacionales y eléctricas sobre una pequeña partícula de polvo de masa  $2,0 \times 10^{-15} \text{ g}$  que lleva una sola carga de electrones. ¿Cuál es la aceleración (tanto la magnitud como la dirección) de la partícula de polvo?
67. Considere un electrón que es  $10^{-10} \text{ m}$  de una partícula alfa ( $q = 3,2 \times 10^{-19} \text{ C}$ ). (a) ¿Cuál es el campo eléctrico debido a la partícula alfa en la ubicación del electrón? (b) ¿Cuál es el campo eléctrico debido al electrón en la ubicación de la partícula alfa? (c) ¿Cuál es la fuerza eléctrica sobre la partícula alfa? ¿En el electrón?
68. Cada una de las bolas que se muestran a continuación lleva una carga  $q$  y tiene una masa  $m$ . La longitud de cada hilo es  $l$ , y en el equilibrio, las bolas están separadas por un ángulo  $2\theta$ . ¿Cómo es que  $\theta$  varían con  $q$  y  $l$ ? Demuestre que  $\theta$  satisface
- $$\sin(\theta)^2 \tan(\theta) = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 g l^2 m}.$$



69. ¿Cuál es el campo eléctrico en un punto donde la fuerza sobre una carga de  $-2,0 \times 10^{-6} \text{ C}$  es  $(4,0\hat{i} - 6,0\hat{j}) \times 10^{-6} \text{ N}$ ?
70. Un protón está suspendido en el aire por un campo eléctrico en la superficie de la Tierra. ¿Cuál es la intensidad de este campo eléctrico?
71. El campo eléctrico en una nube de tormenta particular es  $2,0 \times 10^5 \text{ N/C}$ . ¿Cuál es la aceleración de un electrón en este campo?

72. Un pequeño trozo de corcho cuya masa es de 2,0 g recibe una carga de  $5,0 \times 10^{-7} \text{ C}$ . ¿Qué campo eléctrico se necesita para poner el corcho en equilibrio bajo la combinación de fuerzas eléctricas y gravitacionales?
73. Si el campo eléctrico es 100 N/C a una distancia de 50 cm de una carga de puntos  $q$ , ¿cuál es el valor de  $q$ ?
74. ¿Cuál es el campo eléctrico de un protón en la primera órbita de Bohr para el hidrógeno ( $r = 5,29 \times 10^{-11} \text{ m}$ )? ¿Cuál es la fuerza sobre el electrón en esa órbita?
75. (a) ¿Cuál es el campo eléctrico de un núcleo de oxígeno en un punto que es  $10^{-10} \text{ m}$  del núcleo? (b) ¿Cuál es la fuerza que este campo eléctrico ejerce sobre un segundo núcleo de oxígeno colocado en ese punto?
76. Dos cargas por puntos,  $q_1 = 2,0 \times 10^{-7} \text{ C}$  y  $q_2 = -6,0 \times 10^{-8} \text{ C}$ , se mantienen separadas 25,0 cm. (a) ¿Cuál es el campo eléctrico en un punto situado a 5,0 cm de la carga negativa y a lo largo de la línea entre las dos cargas? (b) ¿Cuál es la fuerza sobre un electrón situado en ese punto?
77. Las cargas de puntos  $q_1 = 50 \mu\text{C}$  y  $q_2 = -25 \mu\text{C}$  están colocados a 1,0 m de distancia. (a) ¿Cuál es el campo eléctrico en un punto intermedio entre ellos? (b) ¿Cuál es la fuerza sobre una carga  $q_3 = 20 \mu\text{C}$  situada allí?
78. ¿Puede arreglar las dos cargas por puntos  $q_1 = -2,0 \times 10^{-6} \text{ C}$  y  $q_2 = 4,0 \times 10^{-6} \text{ C}$  a lo largo del eje  $x$  para que  $E = 0$  en el origen?
79. Las cargas de puntos  $q_1 = q_2 = 4,0 \times 10^{-6} \text{ C}$  se fijan en el eje  $x$  en  $x = -3,0 \text{ m}$  y  $x = 3,0 \text{ m}$ . ¿Qué carga  $q$  debe colocarse en el origen para que el campo eléctrico desaparezca en  $x = 0$ ,  $y = 3,0 \text{ m}$ ?

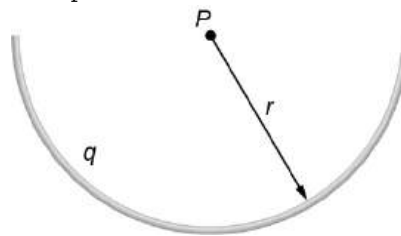
### 5.5 Cálculo de los campos eléctricos de las distribuciones de carga

80. Una placa conductora delgada de 1,0 m de lado recibe una carga de  $-2,0 \times 10^{-6} \text{ C}$ . Se coloca un electrón a 1,0 cm por encima del centro de la placa. ¿Cuál es la aceleración del electrón?
81. Calcule la magnitud y la dirección del campo eléctrico a 2,0 m de un cable largo cargado uniformemente a  $\lambda = 4,0 \times 10^{-6} \text{ C/m}$ .
82. Dos finas placas conductoras, de 25,0 cm de lado cada una, están situadas en paralelo y separadas 5,0 mm. Si  $10^{11}$  electrones se mueven de una placa a la otra, ¿cuál es el campo eléctrico entre las placas?

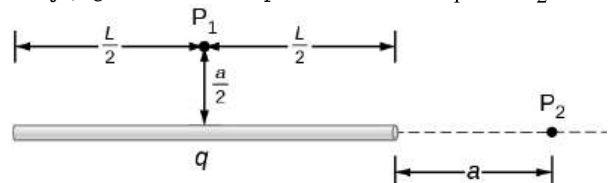
83. La carga por unidad de longitud en la varilla delgada que se muestra a continuación es  $\lambda$ . ¿Cuál es el campo eléctrico en el punto  $P$ ? (Pista: Resuelva este problema considerando primero el campo eléctrico  $d\vec{E}$  en  $P$  debido a un pequeño segmento  $dx$  de la varilla, que contiene carga  $dq = \lambda dx$ . A continuación, halle el campo neto integrando  $d\vec{E}$  sobre la longitud de la varilla).



84. La carga por unidad de longitud en el alambre semicircular delgado que se muestra a continuación es  $\lambda$ . ¿Cuál es el campo eléctrico en el punto  $P$ ?



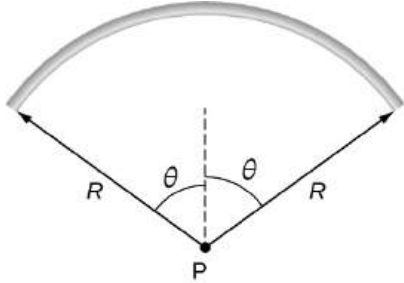
85. Se colocan dos finas placas conductoras paralelas a 2,0 cm de distancia. Cada placa tiene 2,0 cm de lado; una placa lleva una carga neta de  $8,0 \mu\text{C}$ , y la otra placa lleva una carga neta de  $-8,0 \mu\text{C}$ . ¿Cuál es la densidad de carga en la superficie interior de cada placa? ¿Cuál es el campo eléctrico entre las placas?
86. Una placa conductora delgada de 2,0 m de lado recibe una carga total de  $-10,0 \mu\text{C}$ . (a) ¿Cuál es el campo eléctrico 1,0 cm por encima de la placa? (b) ¿Cuál es la fuerza sobre un electrón en este punto? (c) Repita estos cálculos para un punto situado a 2,0 cm por encima de la placa. (d) Cuando el electrón se desplaza de 1,0 a 2,0 cm por encima de la placa, ¿cuánto trabajo realiza sobre él el campo eléctrico?
87. Una carga total  $q$  se distribuye uniformemente a lo largo de una varilla delgada y recta de longitud  $L$  (ver abajo). ¿Cuál es el campo eléctrico en  $P_1$ ? En  $P_2$ ?



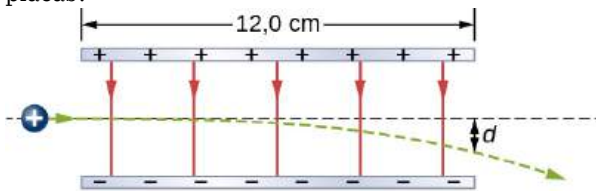
88. La carga se distribuye a lo largo de todo el eje  $x$  con una densidad uniforme  $\lambda$ . ¿Cuánto trabajo realiza el campo eléctrico de esta distribución de carga sobre un electrón que se mueve a lo largo del eje  $y$  desde  $y = a$  a  $y = b$ ?
89. La carga se distribuye a lo largo de todo el eje  $x$

con una densidad uniforme  $\lambda_x$  y a lo largo de todo el eje  $y$  con una densidad uniforme  $\lambda_y$ . Calcule el campo eléctrico resultante en (a)  $\vec{r} = a\hat{i} + b\hat{j}$  y (b)  $\vec{r} = c\hat{k}$ .

90. Una varilla doblada en el arco de un círculo subtendiendo un ángulo  $2\theta$  en el centro  $P$  del círculo (ver más abajo). Si la varilla está cargada uniformemente con una carga total  $Q$ , ¿cuál es el campo eléctrico en  $P$ ?

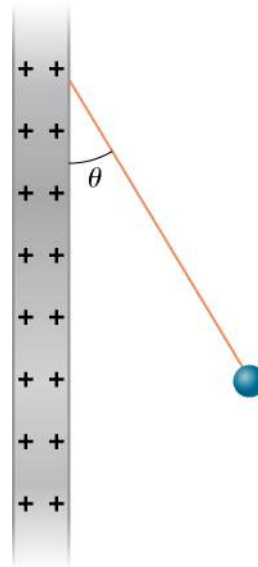


91. Un protón se mueve en el campo eléctrico  $\vec{E} = 200\hat{i}$  N/C. (a) ¿Cuál es la fuerza y la aceleración del protón? (b) Haga el mismo cálculo para un electrón que se mueve en este campo.
92. Un electrón y un protón, cada uno partiendo del reposo, son acelerados por el mismo campo eléctrico uniforme de 200 N/C. Determine la distancia y el tiempo para que cada partícula adquiera una energía cinética de  $3,2 \times 10^{-16}$  J.
93. Una gota de agua esférica de radio  $25 \mu\text{m}$  lleva un exceso de 250 electrones. ¿Qué campo eléctrico vertical se necesita para equilibrar la fuerza gravitatoria sobre la gota en la superficie de la tierra?
94. Un protón entra en el campo eléctrico uniforme producido por las dos placas cargadas que se muestran a continuación. La magnitud del campo eléctrico es  $4,0 \times 10^5$  N/C, y la velocidad del protón cuando entra es  $1,5 \times 10^7$  m/s. ¿Qué distancia  $d$  se ha desviado el protón hacia abajo cuando sale de las placas?

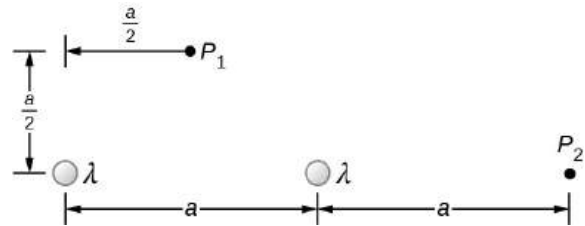


95. A continuación se muestra una pequeña esfera de masa  $0,25 \text{ g}$  que lleva una carga de  $9,0 \times 10^{-10} \text{ C}$ . La esfera está unida al extremo de un cordón de seda muy fino de  $5,0 \text{ cm}$  de longitud. El otro extremo de la cuerda está unido a una gran placa conductora vertical que tiene una densidad de carga de

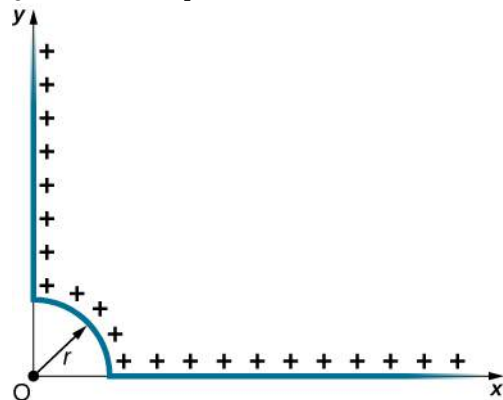
$30 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$ . ¿Cuál es el ángulo que forma la cuerda con la vertical?



96. Dos varillas infinitas, cada una con una densidad de carga uniforme  $\lambda$ , son paralelas entre sí y perpendiculares al plano de la página. (Ver más abajo.) ¿Cuál es el campo eléctrico en  $P_1$ ? En  $P_2$ ?



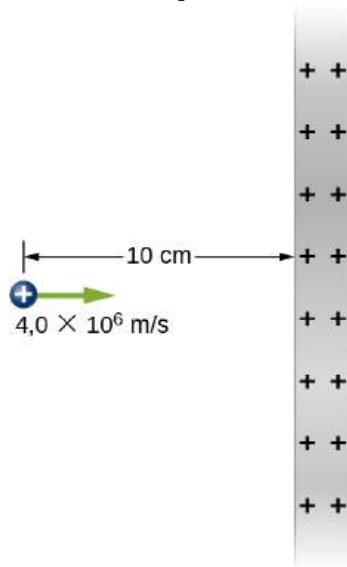
97. La carga positiva se distribuye con una densidad uniforme  $\lambda$  a lo largo del eje  $x$  positivo de  $r$  a  $\infty$ , a lo largo del eje  $y$  positivo de  $r$  a  $\infty$ , y a lo largo de un arco de  $90^\circ$  de una circunferencia de radio  $r$ , como se muestra a continuación. ¿Cuál es el campo eléctrico en  $O$ ?



98. Desde una distancia de  $10 \text{ cm}$ , un protón se proyecta con una velocidad de  $v = 4,0 \times 10^6 \text{ m/s}$  directamente a una gran placa cargada positivamente cuya densidad de carga es  $\sigma = 2,0 \times 10^{-5} \text{ C/m}^2$ . (Ver abajo.) (a)



¿Llega el protón a la placa? (b) Si no, ¿a qué distancia de la placa da la vuelta?



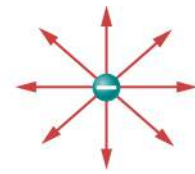
99. Una partícula de masa  $m$  y carga  $-q$  se mueve a lo largo de una línea recta alejándose de una partícula fija de carga  $Q$ . Cuando la distancia entre las dos partículas es  $r_0$ ,  $-q$  se mueve con una velocidad  $v_0$ . (a) Utilice el teorema de trabajo-energía para calcular la máxima separación de las cargas. (b) ¿Qué tiene que suponer sobre  $v_0$  para realizar este cálculo? (c) ¿Cuál es el valor mínimo de  $v_0$  tal que  $-q$  se escapa de  $Q$ ?

### 5.6 Líneas de campo eléctrico

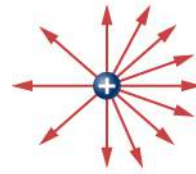
100. ¿Cuál de las siguientes líneas de campo eléctrico es incorrecta para cargas de puntos? Explique por qué.



(a)



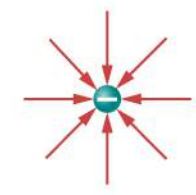
(b)



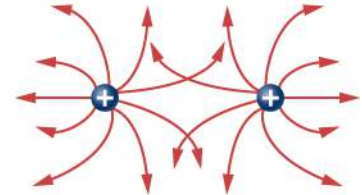
(c)



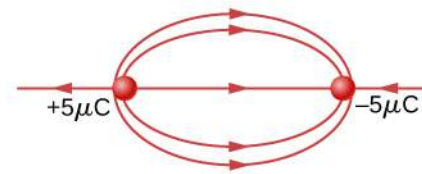
(d)



(e)



(f)



(g)

101. En este ejercicio, practicaré el dibujo de líneas de campo eléctrico. Asegúrese de representar adecuadamente tanto la magnitud como la dirección del campo eléctrico. Observe que el número de líneas de entrada o salida de cargas es proporcional a las cargas.
- (a) Dibuje el mapa de líneas de campo eléctrico para dos cargas  $+20 \mu\text{C}$  y  $-20 \mu\text{C}$  situados a 5 cm uno del otro.
- (b) Dibuje el mapa de líneas de campo eléctrico para dos cargas  $+20 \mu\text{C}$  y  $+20 \mu\text{C}$  situados a 5 cm uno del otro.
- (c) Dibuje el mapa de líneas de campo eléctrico para dos cargas  $+20 \mu\text{C}$  y  $-30 \mu\text{C}$  situados a 5 cm uno del otro.
102. Dibuje el campo eléctrico para un sistema de tres partículas de cargas  $+1 \mu\text{C}$ ,  $+2 \mu\text{C}$ , y  $-3 \mu\text{C}$  fijadas en las esquinas de un triángulo equilátero de lado 2 cm.
103. Dos cargas de igual magnitud pero de signo contrario forman un dipolo eléctrico. Un

cuadrupolo está formado por dos dipolos eléctricos que se colocan de forma antiparalela en dos aristas de un cuadrado, como se muestra.

+10 nC   -10 nC

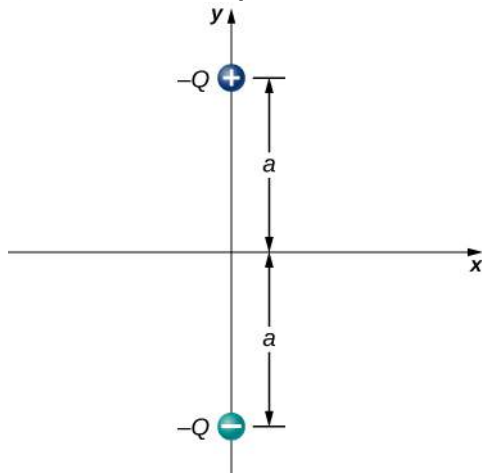
-10 nC   +10 nC

Dibuje el campo eléctrico de la distribución de carga.

- 104.** Supongamos que el campo eléctrico de una carga de puntos aislada disminuye con la distancia como  $1/r^{2+\delta}$  y no como  $1/r^2$ . Demuestre que entonces es imposible trazar líneas de campo continuas de modo que su número por unidad de superficie sea proporcional a  $E$ .

### 5.7 Dipolos eléctricos

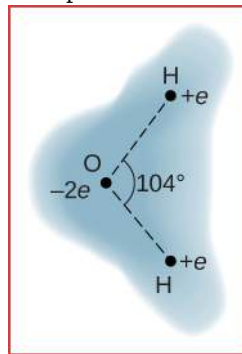
- 105.** Considere las cargas iguales y opuestas que se muestran a continuación. (a) Demuestre que en todos los puntos del eje  $x$  para los que  $|x| \gg a$ ,  $E \approx Qa/2\pi\epsilon_0 x^3$ . b) Demuestre que en todos los puntos del eje  $y$  y para los que  $|y| \gg a$ ,  $E \approx Qa/\pi\epsilon_0 y^3$ .

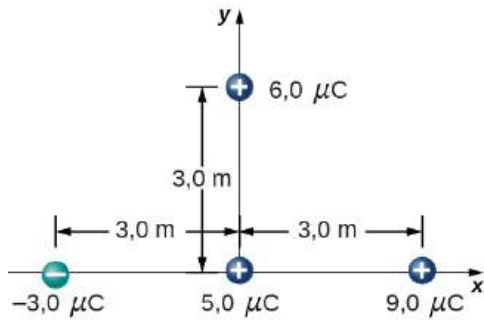


### Problemas Adicionales

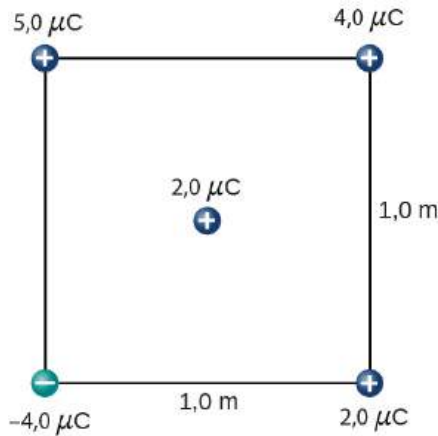
- 108.** Las cargas de puntos  $q_1 = 2,0 \mu\text{C}$  y  $q_2 = 4,0 \mu\text{C}$  se encuentran en  $r_1 = (4,0\hat{i} - 2,0\hat{j} + 2,0\hat{k})$  m y  $r_2 = (8,0\hat{i} + 5,0\hat{j} - 9,0\hat{k})$  m. ¿Cuál es la fuerza de  $q_2$  en  $q_1$ ?
- 109.** ¿Cuál es la fuerza sobre la carga  $5,0\text{-}\mu\text{C}$  que se muestra a continuación?

- 106.** (a) ¿Cuál es el momento dipolar de la configuración mostrada arriba? Si  $Q = 4,0 \mu\text{C}$ , (b) ¿Cuál es la torsión en este dipolo con un campo eléctrico de  $4,0 \times 10^5 \text{ N/C}\hat{i}$ ? (c) ¿Cuál es la torsión en este dipolo con un campo eléctrico de  $-4,0 \times 10^5 \text{ N/C}\hat{i}$ ? (d) ¿Cuál es la torsión en este dipolo con un campo eléctrico de  $\pm 4,0 \times 10^5 \text{ N/C}\hat{j}$ ?
- 107.** Una molécula de agua está formada por dos átomos de hidrógeno unidos a un átomo de oxígeno. El ángulo de enlace entre los dos átomos de hidrógeno es  $104^\circ$  (ver más abajo). Calcule el momento dipolar neto de una hipotética molécula de agua donde la carga en la molécula de oxígeno es  $-2e$  y en cada átomo de hidrógeno es  $+e$ . El momento dipolar neto de la molécula es la suma vectorial del momento dipolar individual entre los dos O-H. La separación O-H es de  $0,9578$  angstroms.

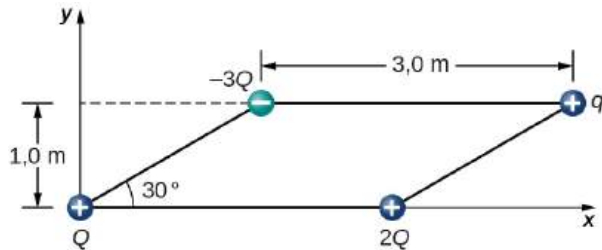




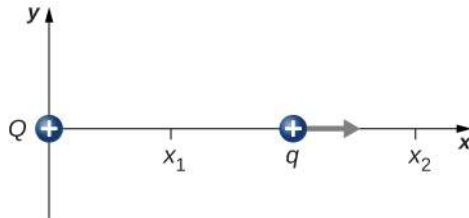
110. ¿Cuál es la fuerza sobre la carga  $2,0\text{-}\mu\text{C}$  colocada en el centro del cuadrado que se muestra a continuación?



111. Se colocan cuatro partículas cargadas en las esquinas de un paralelogramo como se muestra a continuación. Si  $q = 5,0\ \mu\text{C}$  y  $Q = 8,0\ \mu\text{C}$ , ¿cuál es la fuerza neta sobre  $q$ ?

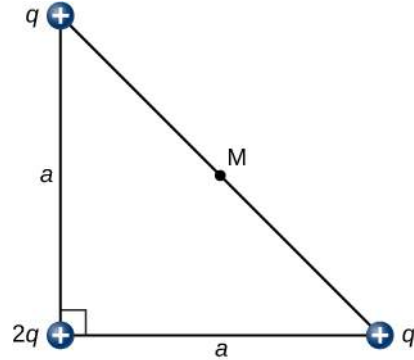


112. Una carga  $Q$  está fija en el origen y una segunda carga  $q$  se mueve a lo largo del eje  $x$ , como se muestra a continuación. ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza eléctrica sobre  $q$  cuando *esta* se mueve de  $x_1$  a  $x_2$ ?

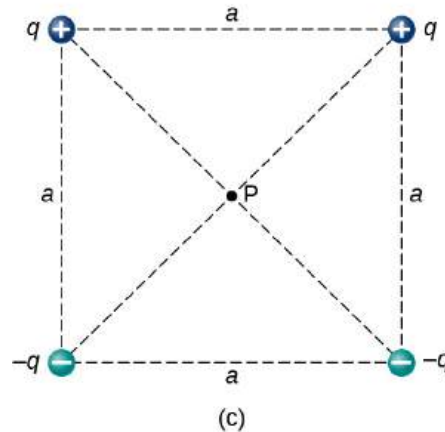
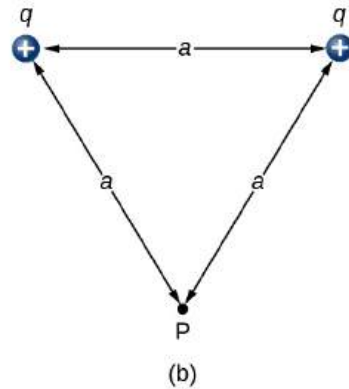
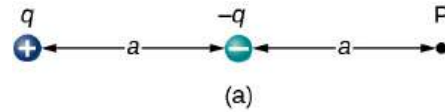


113. Una carga  $q = -2,0\ \mu\text{C}$  se libera del reposo cuando está a  $2,0\ \text{m}$  de una carga fija  $Q = 6,0\ \mu\text{C}$ . ¿Cuál es la energía cinética de  $q$  cuando está a  $1,0\ \text{m}$  de  $Q$ ?

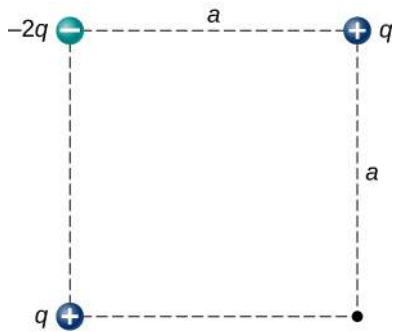
114. ¿Cuál es el campo eléctrico en el punto medio  $M$  de la hipotenusa del triángulo que se muestra a continuación?



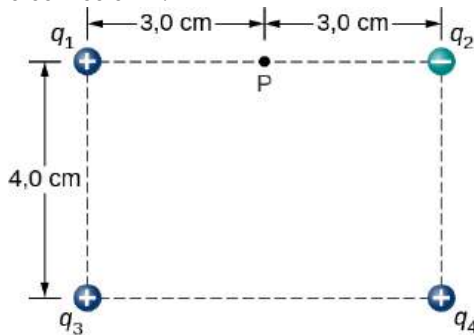
115. Halle el campo eléctrico en  $P$  para las configuraciones de carga que se muestran a continuación.



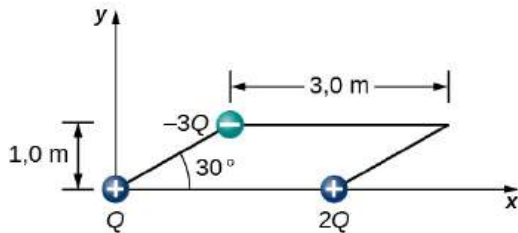
116. (a) ¿Cuál es el campo eléctrico en la esquina inferior derecha del cuadrado que se muestra a continuación? (b) ¿Cuál es la fuerza sobre una carga  $q$  colocada en ese punto?



- 117.** Las cargas de puntos se colocan en las cuatro esquinas de un rectángulo como se muestra a continuación:  $q_1 = 2,0 \times 10^{-6} \text{ C}$ ,  $q_2 = -2,0 \times 10^{-6} \text{ C}$ ,  $q_3 = 4,0 \times 10^{-6} \text{ C}$ , y  $q_4 = 1,0 \times 10^{-6} \text{ C}$ . ¿Cuál es el campo eléctrico en  $P$ ?



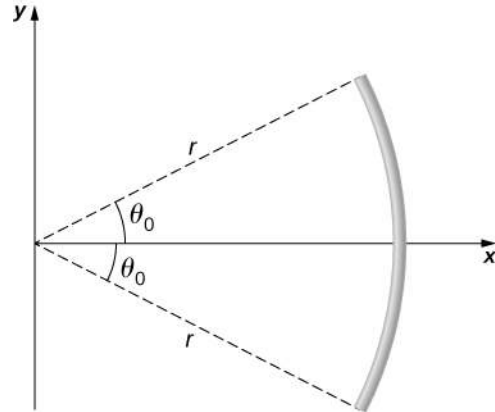
- 118.** Tres cargas están colocadas en las esquinas de un paralelogramo como se muestra a continuación. (a) Si  $Q = 8,0 \mu\text{C}$ , ¿cuál es el campo eléctrico en la esquina desocupada? (b) ¿Cuál es la fuerza sobre una carga de  $5,0\text{-}\mu\text{C}$  colocada en esta esquina?



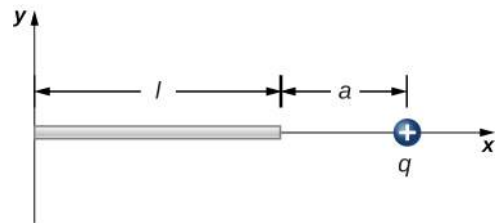
- 119.** Una carga positiva  $q$  se libera del reposo en el origen de un sistema de coordenadas rectangular y se mueve bajo la influencia del campo eléctrico  $\vec{E} = E_0 (1 + x/a) \hat{i}$ . ¿Cuál es la energía cinética de  $q$  cuando pasa por  $x = 3a$ ?
- 120.** Se coloca una partícula de carga  $-q$  y masa  $m$  en el centro de un anillo uniformemente cargado de carga total  $Q$  y radio  $R$ . La partícula se desplaza una pequeña distancia a lo largo del eje perpendicular al plano del anillo y se libera. Suponiendo que la partícula está obligada a moverse a lo largo del eje, demuestre que la partícula oscila en movimiento armónico simple con una

$$\text{frecuencia } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 m R^3}}.$$

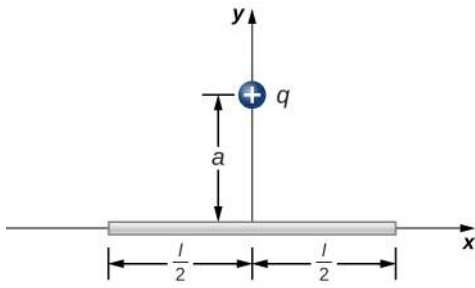
- 121.** La carga se distribuye uniformemente a lo largo de todo el eje  $y$  con una densidad  $\lambda_y$  y a lo largo del eje  $x$  positivo de  $x = a$  a  $x = b$  con una densidad  $\lambda_x$ . ¿Cuál es la fuerza entre las dos distribuciones?
- 122.** El arco circular que se muestra a continuación lleva una carga por unidad de longitud  $\lambda = \lambda_0 \cos \theta$ , donde  $\theta$  se mide desde el eje  $x$ . ¿Cuál es el campo eléctrico en el origen?



- 123.** Calcular el campo eléctrico debido a una varilla uniformemente cargada de longitud  $L$ , alineada con el eje  $x$  con un extremo en el origen; en un punto  $P$  del eje  $z$ .
- 124.** La carga por unidad de longitud en la varilla delgada que se muestra a continuación es  $\lambda$ . ¿Cuál es la fuerza eléctrica sobre la carga de puntos  $q$ ? Resuelva este problema considerando primero la fuerza eléctrica  $d\vec{F}$  en  $q$  debido a un pequeño segmento  $dx$  de la varilla, que contiene carga  $\lambda dx$ . Entonces, halle la fuerza neta integrando  $d\vec{F}$  a lo largo de la varilla.

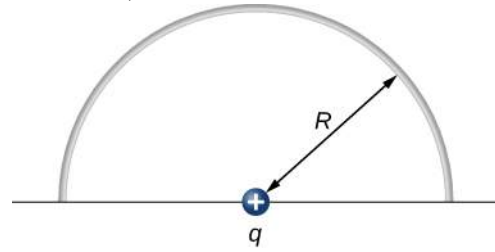


- 125.** La carga por unidad de longitud en la varilla delgada que se muestra aquí es  $\lambda$ . ¿Cuál es la fuerza eléctrica sobre la carga de puntos  $q$ ? (Consulte el problema anterior).



- 126.** La carga por unidad de longitud en el alambre semicircular delgado que se muestra a

continuación es  $\lambda$ . ¿Cuál es la fuerza eléctrica sobre la carga de puntos  $q$ ? (Ver los problemas anteriores)





# CAPÍTULO 6

## Ley de Gauss



**Figura 6.1** Este capítulo introduce el concepto de flujo, que relaciona una cantidad física y el área por la que fluye. Aunque introducimos este concepto con el campo eléctrico, el concepto puede utilizarse para muchas otras magnitudes, como el flujo de fluidos (créditos: modificación del trabajo de “Alessandro”/Flickr).

### ESQUEMA DEL CAPITULO

#### 6.1 Flujo eléctrico

#### 6.2 Explicar la ley de Gauss

#### 6.3 Aplicación de la ley de Gauss

#### 6.4 Conductores en equilibrio electrostático

**INTRODUCCIÓN** El flujo es un concepto general y ampliamente aplicable en física. Sin embargo, en este capítulo nos concentramos en el flujo del campo eléctrico. Esto nos permite introducir la ley de Gauss, que es particularmente útil para hallar los campos eléctricos de las distribuciones de carga que presentan simetría espacial. Los principales temas que se tratan aquí son

1. **Flujo eléctrico.** Definimos el flujo eléctrico tanto para las superficies abiertas como para las cerradas.
2. **La ley de Gauss.** Derivamos la ley de Gauss para una distribución de carga arbitraria y examinamos el papel del flujo eléctrico en la ley de Gauss.
3. **Cálculo de campos eléctricos con la ley de Gauss.** El objetivo principal de este capítulo es explicar cómo utilizar la ley de Gauss para hallar los campos eléctricos de distribuciones de carga espacialmente simétricas. Discutimos la importancia de elegir una superficie gaussiana y proporcionamos ejemplos que implican las aplicaciones de la ley de Gauss.
4. **Campos eléctricos en conductores.** La ley de Gauss proporciona una visión útil sobre la ausencia de campos eléctricos en los materiales conductores.

Hasta ahora, hemos comprobado que el campo electrostático comienza y termina en las cargas de puntos y que el campo de una carga de puntos varía inversamente con el cuadrado de la distancia a dicha carga. Estas

características del campo electrostático conducen a una importante relación matemática conocida como ley de Gauss. Esta ley lleva el nombre del extraordinario matemático y científico alemán Karl Friedrich Gauss (Figura 6.2). La ley de Gauss nos da una forma elegantemente sencilla de hallar el campo eléctrico y, como verá, puede ser mucho más fácil de usar que el método de integración descrito en el capítulo anterior. Sin embargo, la ley de Gauss tiene una limitación: aunque siempre es cierta, solo puede aplicarse a distribuciones de carga con ciertas simetrías.



**FIGURA 6.2** Karl Friedrich Gauss (1777-1855) fue un matemático legendario del siglo XIX. Aunque sus principales contribuciones fueron en el campo de las matemáticas, también realizó importantes trabajos en física y astronomía.

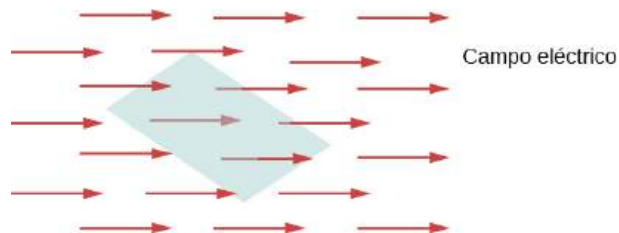
## 6.1 Flujo eléctrico

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Definir el concepto de flujo.
- Describir el flujo eléctrico.
- Calcular el flujo eléctrico para una situación dada.

El concepto de **flujo** describe la cantidad de algo que atraviesa un área determinada. Más formalmente, es el producto punto de un campo vectorial (en este capítulo, el campo eléctrico) con un área. Se puede conceptualizar el flujo de un campo eléctrico como una medida del número de líneas de campo eléctrico que pasan por un área (Figura 6.3). Cuanto mayor sea el área, más líneas de campo la atraviesan y, por lo tanto, mayor es el flujo; del mismo modo, cuanto más fuerte es el campo eléctrico (representado por una mayor densidad de líneas), mayor es el flujo. Por otro lado, si el área gira de manera que el plano esté alineado con las líneas de campo, no pasará ninguna y no habrá flujo.



**FIGURA 6.3** El flujo de un campo eléctrico a través de la zona sombreada capta información sobre el "número" de líneas de campo eléctrico que pasan por la zona. El valor numérico del flujo eléctrico depende de las magnitudes del campo eléctrico y del área, así como de la orientación relativa del área con respecto a la dirección del campo

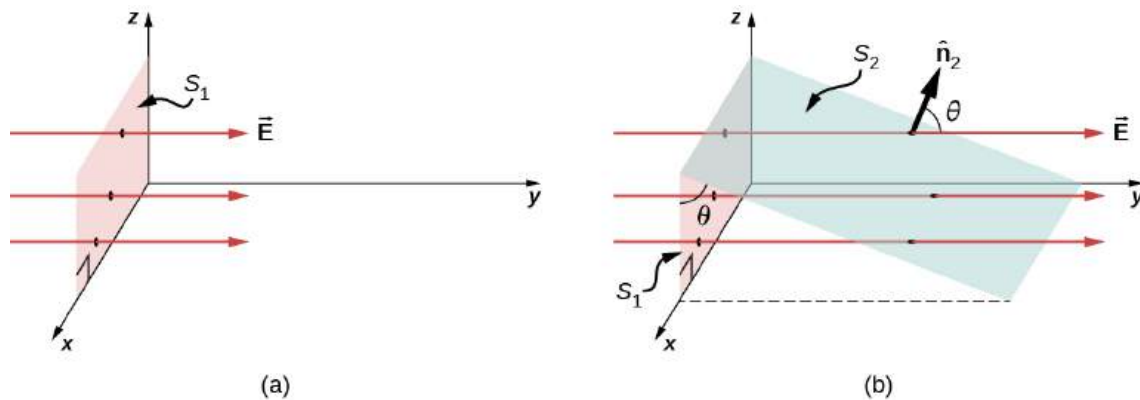


eléctrico.

Una analogía macroscópica que puede ayudar a imaginar esto es poner un aro hula-hula en un río que fluye. Al cambiar el ángulo del aro con respecto a la dirección de la corriente, más o menos del flujo pasará por el aro. Del mismo modo, la cantidad de flujo que pasa a través del aro depende de la fuerza de la corriente y del tamaño del aro. De nuevo, el flujo es un concepto general; también podemos utilizarlo para describir la cantidad de luz solar que incide en un panel solar o la cantidad de energía que recibe un telescopio de una estrella lejana, por ejemplo.

Para cuantificar esta idea, la [Figura 6.4\(a\)](#) muestra una superficie plana  $S_1$  del área  $A_1$  que es perpendicular al campo eléctrico uniforme  $\vec{E} = E\hat{y}$ . Si  $N$  líneas de campo pasan por  $S_1$ , entonces sabemos por la definición de las líneas de campo eléctrico ([Cargas y campos eléctricos](#)) que  $N/A_1 \propto E$ , o  $N \propto EA_1$ .

La cantidad  $EA_1$  es el **flujo eléctrico** que atraviesa  $S_1$ . Representamos el flujo eléctrico a través de una superficie abierta como  $S_1$  con el símbolo  $\Phi$ . El flujo eléctrico es una cantidad escalar y tiene una unidad SI de newton-metros al cuadrado por culombio ( $\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$ ). Observe que  $N \propto EA_1$  también puede escribirse como  $N \propto \Phi$ , demostrando que el *flujo eléctrico es una medida del número de líneas de campo que cruzan una superficie*.



**FIGURA 6.4** (a) Una superficie plana  $S_1$  del área  $A_1$  es perpendicular al campo eléctrico  $E\hat{j}$ . Las líneas de campo  $N$  cruzan la superficie  $S_1$ . (b) Una superficie  $S_2$  del área  $A_2$  cuya proyección en el plano  $xz$  es  $S_1$ . El mismo número de líneas de campo cruzan cada superficie.

Consideremos ahora una superficie plana que no es perpendicular al campo. ¿Cómo representaríamos el flujo eléctrico? La [Figura 6.4\(b\)](#) muestra una superficie  $S_2$  del área  $A_2$  que está inclinada en un ángulo  $\theta$  al plano  $xz$  y cuya proyección en dicho plano es  $S_1$  (área  $A_1$ ). Las áreas están relacionadas por  $A_2 \cos \theta = A_1$ . Dado que el mismo número de líneas de campo cruza ambos  $S_1$  y  $S_2$ , los flujos a través de ambas superficies deben ser iguales. El flujo a través de  $S_2$  por lo tanto, es  $\Phi = EA_1 = EA_2 \cos \theta$ . Al designar  $\hat{n}_2$  como un vector unitario normal a  $S_2$  (vea la [Figura 6.4\(b\)](#)), obtenemos

$$\Phi = \vec{E} \cdot \hat{n}_2 A_2.$$

### INTERACTIVO

Mire este [video \(https://openstax.org/l/21fluxsizeangl\)](https://openstax.org/l/21fluxsizeangl) para observar lo que ocurre con el flujo cuando el área cambia de tamaño y ángulo, o el campo eléctrico cambia de intensidad.

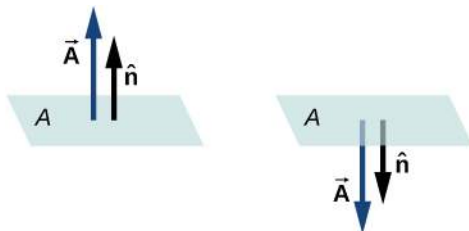
### Vector de área

Para discutir el flujo de un campo vectorial, es útil introducir un vector de área  $\vec{A}$ . Esto nos permite escribir la última ecuación de forma más compacta. ¿Cuál debe ser la magnitud del vector de área? ¿Cuál debe ser la dirección del vector de área? ¿Qué implicaciones tiene la respuesta a la pregunta anterior?

El **vector de área** de una superficie plana de área  $A$  tiene la siguiente magnitud y dirección:

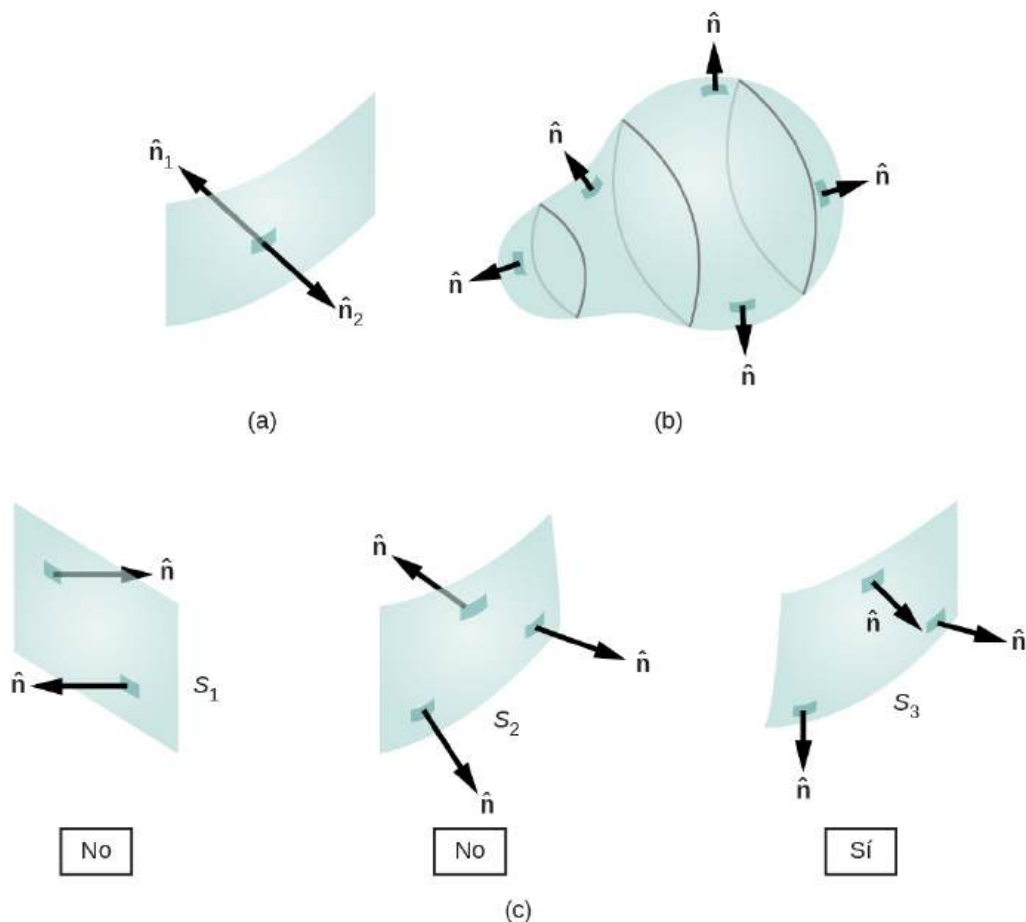
- La magnitud es igual al área ( $A$ )
- La dirección es a lo largo de la normal a la superficie ( $\hat{n}$ ); es decir, perpendicular a la superficie.

Dado que la normal a una superficie plana puede apuntar en cualquier dirección desde la superficie, es necesario elegir la dirección del vector de área de una superficie abierta, como se muestra en la [Figura 6.5](#).



**FIGURA 6.5** Hay que elegir la dirección del vector de área de una superficie abierta; podría ser cualquiera de los dos casos que se muestran aquí. El vector de área de una parte de una superficie cerrada se define para apuntar desde el interior del espacio cerrado hacia el exterior. Esta regla da una dirección única.

Dado que  $\hat{n}$  es una normal unitaria a una superficie, tiene dos direcciones posibles en cada punto de esa superficie ([Figura 6.6\(a\)](#)). Para una superficie abierta, podemos utilizar cualquier dirección, siempre que seamos coherentes en toda la superficie. La parte (c) de la figura muestra varios casos.



**FIGURA 6.6** (a) En cada punto de una superficie surgen dos vectores normales potenciales. (b) La normal exterior se utiliza para calcular el flujo a través de una superficie cerrada. (c) Solo  $S_3$  ha recibido un conjunto coherente de vectores normales que nos permite definir el flujo a través de la superficie.

Sin embargo, si una superficie es cerrada, entonces la superficie encierra un volumen. En ese caso, la dirección del vector normal en cualquier punto de la superficie apunta desde el interior hacia el exterior. En una *superficie cerrada* como la de [Figura 6.6\(b\)](#),  $\hat{n}$  se elige para ser la *normal hacia afuera* en cada punto, para

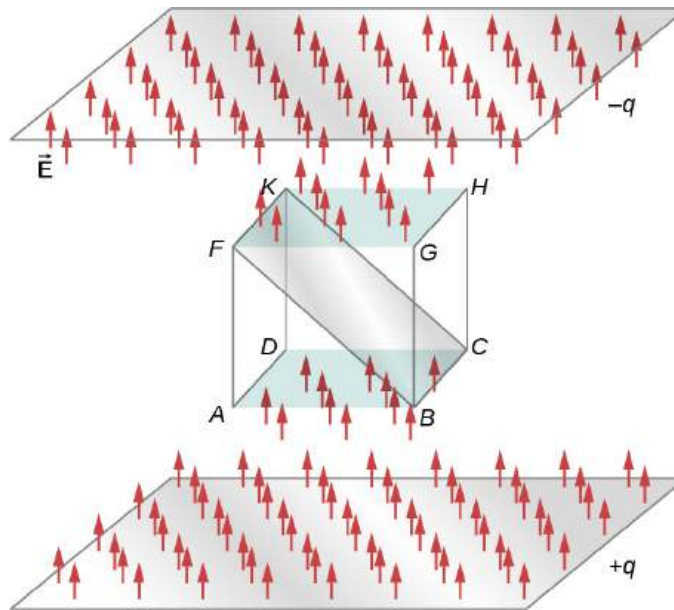
ser consistente con la convención de signos para la carga eléctrica.

## Flujo eléctrico

Ahora que hemos definido el vector área de una superficie, podemos definir el flujo eléctrico de un campo eléctrico uniforme a través de un área plana como el producto escalar del campo eléctrico y el vector de área, como se define en [Productos de vectores \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/2-4-productos-de-los-vectores\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/2-4-productos-de-los-vectores):

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A} \text{ (uniforme } \vec{E}, \text{ superficie plana).} \quad 6.1$$

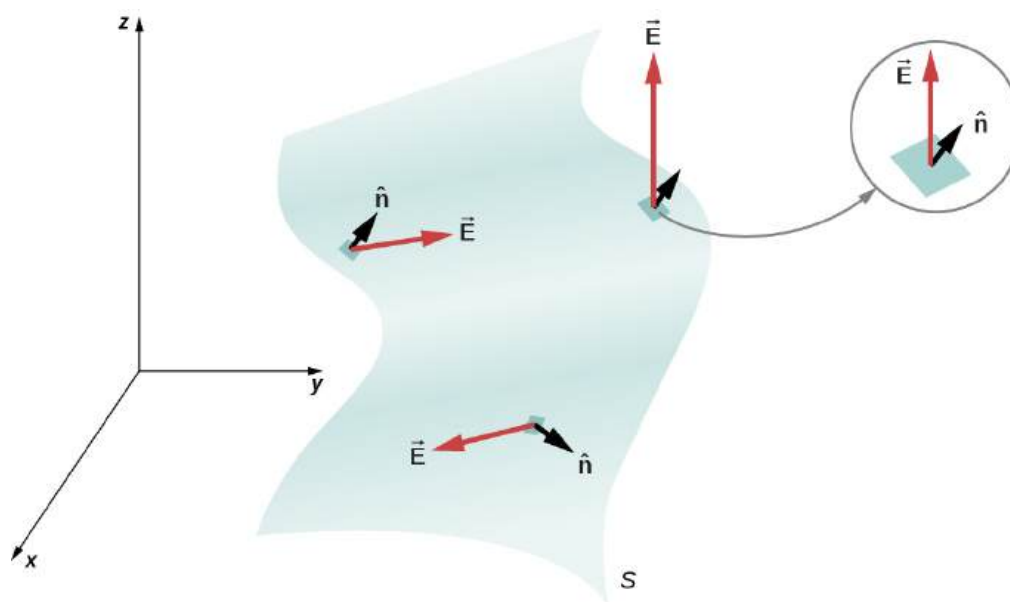
La [Figura 6.7](#) muestra el campo eléctrico de un sistema de placas paralelas con carga opuesta y una caja imaginaria entre las placas. El campo eléctrico entre las placas es uniforme y apunta desde la placa positiva hacia la negativa. Un cálculo del flujo de este campo a través de varias caras de la caja muestra que el flujo neto a través de la caja es cero. ¿Por qué el flujo se anula aquí?



**FIGURA 6.7** Flujo eléctrico a través de un cubo, colocado entre dos placas cargadas. El flujo eléctrico a través de la cara inferior(ABCD) es negativo, porque  $\vec{E}$  está en la dirección opuesta a la normal de la superficie. El flujo eléctrico a través de la cara superior(FGHK) es positivo, porque el campo eléctrico y la normal están en la misma dirección. El flujo eléctrico a través de las otras caras es cero, ya que el campo eléctrico es perpendicular a los vectores normales de esas caras. El flujo eléctrico neto a través del cubo es la suma de los flujos a través de las seis caras. Aquí, el flujo neto a través del cubo es igual a cero. La magnitud del flujo a través del rectángulo BCKF es igual a las magnitudes del flujo a través de las caras superior e inferior.

La razón es que las fuentes del campo eléctrico están fuera de la caja. Por lo tanto, si cualquier línea de campo eléctrico entra en el volumen de la caja, también debe salir en algún lugar de la superficie porque no hay carga en el interior para que las líneas se posen. Por lo tanto, en general, el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada es cero si no hay fuentes de campo eléctrico, ya sean cargas positivas o negativas, dentro del volumen encerrado. En general, cuando las líneas de campo salen (o "fluyen fuera") de una superficie cerrada,  $\Phi$  es positivo; cuando entran (o "fluyen hacia") la superficie,  $\Phi$  es negativo.

Cualquier superficie lisa y no plana puede ser sustituida por un conjunto de pequeñas superficies aproximadamente planas, como se muestra en la [Figura 6.8](#). Si dividimos una superficie  $S$  en pequeñas porciones, observamos que, a medida que las porciones se hacen más pequeñas, pueden ser aproximadas por superficies planas. Esto es similar a la forma en que tratamos la superficie de la Tierra como localmente plana, aunque sabemos que globalmente es aproximadamente esférica.



**FIGURA 6.8** Una superficie se divide en porciones para hallar el flujo.

Para llevar la cuenta de las porciones, podemos numerarlas de 1 a  $N$ . Ahora, definimos el vector de área para cada porción como el área de la porción apuntada en la dirección de la normal. Denotemos el vector de área de la  $i$ -ésima porción por  $\delta\vec{A}_i$ . (Hemos utilizado el símbolo  $\delta$  para recordar que el área es de una porción arbitrariamente pequeña) Con porciones suficientemente pequeñas, podemos aproximar el campo eléctrico sobre cualquier porción dada como uniforme. Denotemos el campo eléctrico medio en la ubicación de la  $i$ -ésima porción por  $\vec{E}_i$ .

$\vec{E}_i$  = campo eléctrico medio sobre la  $i$ -ésima porción.

Por lo tanto, podemos escribir el flujo eléctrico  $\Phi_i$  a través del área de la  $i$ -ésima porción como

$$\Phi_i = \vec{E}_i \cdot \delta\vec{A}_i \text{ (}i\text{-ésima porción)}.$$

El flujo a través de cada una de las porciones individuales puede construirse de esta manera y luego sumarse para darnos una estimación del flujo neto a través de toda la superficie  $S$ , que denotamos simplemente como  $\Phi$ .

$$\Phi = \sum_{i=1}^N \Phi_i = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i \cdot \delta\vec{A}_i \text{ (}N\text{ estimación de porciones)}.$$

Esta estimación del flujo mejora a medida que se reduce el tamaño de las porciones. Sin embargo, cuando se utilizan porciones más pequeñas se necesitan más para cubrir la misma superficie. En el límite de porciones infinitesimales se puede considerar que tienen un área  $dA$  y una normal unitaria  $\hat{n}$ . Como los elementos son infinitesimales se puede suponer que son planos, y  $\vec{E}_i$  puede tomarse como constante sobre cualquier elemento. Entonces el flujo  $d\Phi$  a través de un área  $dA$  viene dada por  $d\Phi = \vec{E} \cdot \hat{n} dA$ . Es positivo cuando el ángulo entre  $\vec{E}_i$  y  $\hat{n}$  es menor de  $90^\circ$  y negativo cuando el ángulo es mayor de  $90^\circ$ . El flujo neto es la suma de los elementos de flujo infinitesimales en toda la superficie. Con porciones infinitesimales, se necesitan infinitas porciones, y el límite de la suma se convierte en una integral de superficie. Con  $\int_S$  que representa la integral sobre  $S$ ,

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{A} \text{ (superficie abierta).} \quad 6.2$$

En la práctica, las integrales de superficie se calculan tomando las antiderivadas de ambas dimensiones que

definen el área, siendo los bordes de la superficie en cuestión los límites de la integral.

Para distinguir entre el flujo a través de una superficie abierta como la de la [Figura 6.4](#) y el flujo a través de una superficie cerrada (una que limita completamente algún volumen), representamos el flujo a través de una superficie cerrada mediante

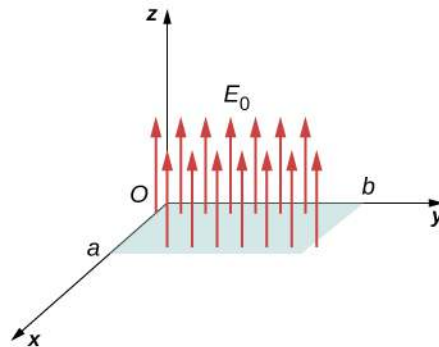
$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad (\text{superficie cerrada}) \quad 6.3$$

donde el círculo que atraviesa el símbolo de la integral significa simplemente que la superficie es cerrada, y que estamos integrando sobre toda ella. Si solo integra sobre una parte de una superficie cerrada, significa que está tratando un subconjunto de ella como una superficie abierta.

### EJEMPLO 6.1

#### Flujo de un campo eléctrico uniforme

Un campo eléctrico constante de magnitud  $E_0$  apunta en la dirección del eje  $z$  positivo ([Figura 6.9](#)). ¿Cuál es el flujo eléctrico que atraviesa un rectángulo de lados  $a$  y  $b$  en el (a) plano  $xy$  y en el (b) plano  $xz$ ?



**FIGURA 6.9** El cálculo del flujo de  $E_0$  a través de una superficie rectangular.

#### Estrategia

Aplicar la definición de flujo  $\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A}$  (uniforme  $\vec{E}$ ), donde la definición de producto punto es crucial.

#### Solución

- En este caso,  $\Phi = \vec{E}_0 \cdot \vec{A} = E_0 A = E_0 ab$ .
- Aquí, la dirección del vector área es a lo largo del eje  $y$  positivo o hacia el eje  $y$  negativo. Por lo tanto, el producto escalar del campo eléctrico con el vector área es cero, dando un flujo cero.

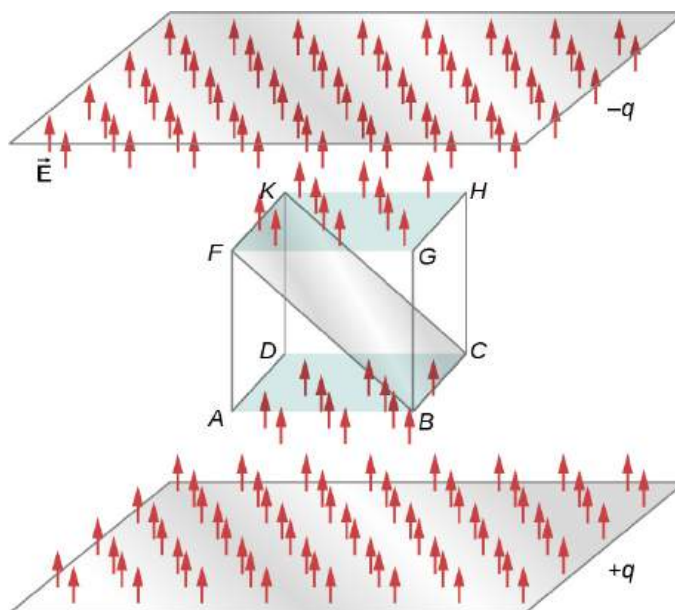
#### Importancia

Las direcciones relativas del campo eléctrico y del área pueden hacer que el flujo a través del área sea cero.

### EJEMPLO 6.2

#### Flujo de un campo eléctrico uniforme a través de una superficie cerrada

Un campo eléctrico constante de magnitud  $E_0$  apunta en la dirección del eje  $z$  positivo ([Figura 6.10](#)). ¿Cuál es el flujo eléctrico neto que atraviesa un cubo?



**FIGURA 6.10** El cálculo del flujo de  $E_0$  a través de una superficie cúbica cerrada.

### Estrategia

Aplicar la definición de flujo  $\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A}$  (uniforme  $\vec{E}$ ), observando que una superficie cerrada elimina la ambigüedad en la dirección del vector área.

### Solución

A través de la cara superior del cubo,  $\Phi = \vec{E}_0 \cdot \vec{A} = E_0 A$ .

A través de la cara inferior del cubo,  $\Phi = \vec{E}_0 \cdot \vec{A} = -E_0 A$ , porque el vector área aquí apunta hacia abajo.

A lo largo de los otros cuatro lados, la dirección del vector área es perpendicular a la dirección del campo eléctrico. Por lo tanto, el producto escalar del campo eléctrico con el vector área es cero, dando un flujo cero.

El flujo neto es  $\Phi_{\text{neto}} = E_0 A - E_0 A + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$ .

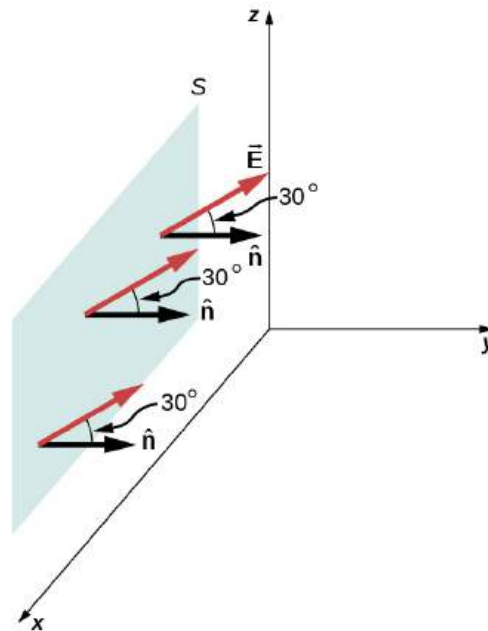
### Importancia

El flujo neto de un campo eléctrico uniforme a través de una superficie cerrada es cero.

## EJEMPLO 6.3

### Flujo eléctrico a través de un plano, Método Integral

Un campo eléctrico uniforme  $\vec{E}$  de magnitud 10 N/C se dirige paralelamente al *plano y* zen  $30^\circ$  sobre el plano *xy*, como se muestra en la [Figura 6.11](#). Cuál es el flujo eléctrico que atraviesa la superficie plana de área  $6,0 \text{ m}^2$  situado en el plano *xz*? Supongamos que  $\hat{n}$  puntos en la dirección *y* positiva.



**FIGURA 6.11** El campo eléctrico produce un flujo eléctrico neto a través de la superficie S.

### Estrategia

Aplique  $\Phi = \int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA$ , donde la dirección y la magnitud del campo eléctrico son constantes.

### Solución

El ángulo entre el campo eléctrico uniforme  $\vec{E}$  y la unidad normal  $\hat{n}$  a la superficie plana es  $30^\circ$ . Como tanto la dirección como la magnitud son constantes,  $E$  queda fuera de la integral. Todo lo que queda es una integral de superficie sobre  $dA$ , que es  $A$ . Por lo tanto, utilizando la ecuación de superficie abierta, hallamos que el flujo eléctrico a través de la superficie es

$$\begin{aligned}\Phi &= \int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = EA \cos \theta \\ &= (10 \text{ N/C})(6,0 \text{ m}^2)(\cos 30^\circ) = 52 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.\end{aligned}$$

### Importancia

De nuevo, las direcciones relativas del campo y del área importan, y la ecuación general con la integral se simplificará al simple producto punto del área y el campo eléctrico.

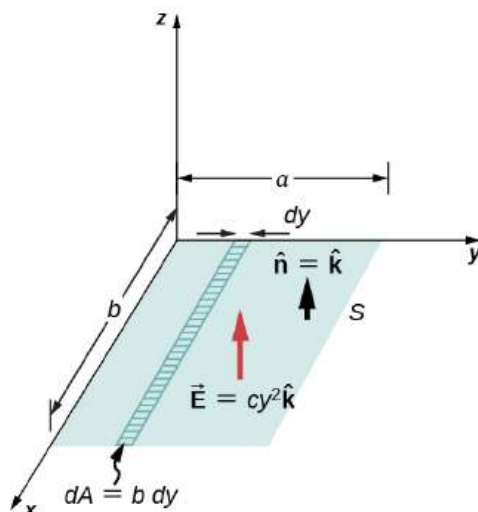
### ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 6.1

¿Qué ángulo debe haber entre el campo eléctrico y la superficie mostrada en la [Figura 6.11](#) en el ejemplo anterior para que no pase ningún flujo eléctrico por la superficie?

### ✿ EJEMPLO 6.4

#### Campo eléctrico no homogéneo

¿Cuál es el flujo total del campo eléctrico  $\vec{E} = cy^2\hat{k}$  a través de la superficie rectangular mostrada en la [Figura 6.12](#)?



**FIGURA 6.12** Dado que el campo eléctrico no es constante sobre la superficie, es necesaria una integración para determinar el flujo.

### Estrategia

Aplique  $\Phi = \int_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA$ . Suponemos que la normal unitaria  $\hat{\mathbf{n}}$  a los puntos de la superficie dada en la dirección  $z$  positiva, por lo que  $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{k}}$ . Como el campo eléctrico no es uniforme sobre la superficie, es necesario dividir la superficie en franjas infinitesimales a lo largo de las cuales  $\vec{\mathbf{E}}$  es esencialmente constante. Como se muestra en la [Figura 6.12](#), estas tiras son paralelas al eje  $x$ , y cada tira tiene un área  $dA = b dy$ .

### Solución

A partir de la integral de superficie abierta, hallamos que el flujo neto a través de la superficie rectangular es

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA = \int_0^a (cy^2 \hat{\mathbf{k}}) \cdot \hat{\mathbf{k}}(b dy) \\ &= cb \int_0^a y^2 dy = \frac{1}{3} a^3 bc. \end{aligned}$$

### Importancia

Para un campo eléctrico no constante, se requiere el método integral.

## ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 6.2

Si el campo eléctrico en el [Ejemplo 6.4](#) es  $\vec{\mathbf{E}} = mx\hat{\mathbf{k}}$ , ¿cuál es el flujo que atraviesa el área rectangular?

## 6.2 Explicar la ley de Gauss

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Enunciar la ley de Gauss.
- Explicar las condiciones en las que se puede utilizar la ley de Gauss.
- Aplicar la ley de Gauss en sistemas adecuados.

Ahora podemos determinar el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada arbitraria debido a una distribución de carga arbitraria. Descubrimos que si una superficie cerrada no tiene ninguna carga en su interior en la que pueda terminar una línea de campo eléctrico, entonces cualquier línea de campo eléctrico que entre en la superficie por un punto debe salir necesariamente por algún otro punto de la superficie. Por lo tanto, si una superficie cerrada no tiene ninguna carga dentro del volumen encerrado, entonces el flujo

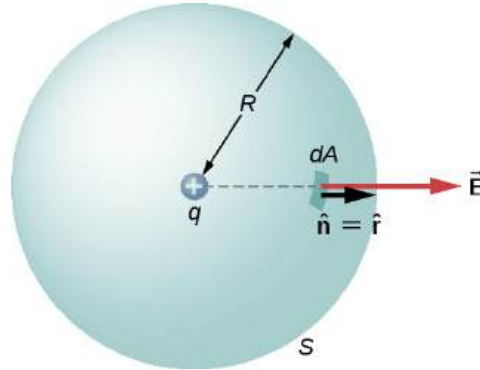


eléctrico a través de la superficie es cero. Ahora, ¿qué sucede con el flujo eléctrico si hay algunas cargas dentro del volumen encerrado? La ley de Gauss da una respuesta cuantitativa a esta cuestión.

Para hacernos una idea de lo que podemos esperar, calculemos el flujo eléctrico a través de una superficie esférica alrededor de una carga puntual positiva  $q$ , puesto que ya conocemos el campo eléctrico en tal situación. Recordemos que cuando colocamos la carga puntual en el origen de un sistema de coordenadas, el campo eléctrico en un punto  $P$  que está a una distancia  $r$  de la carga en el origen viene dado por

$$\vec{E}_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r},$$

donde  $\hat{r}$  es el vector radial desde la carga en el origen hasta el punto  $P$ . Podemos utilizar este campo eléctrico para calcular el flujo a través de la superficie esférica de radio  $r$ , como se muestra en la [Figura 6.13](#).



**FIGURA 6.13** Una superficie esférica cerrada que rodea una carga puntual  $q$ .

A continuación, aplicamos  $\Phi = \int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA$  a este sistema y sustituimos los valores conocidos. En la esfera,  $\hat{n} = \hat{r}$  y  $r = R$ , por lo que para un área infinitesimal  $dA$ ,

$$d\Phi = \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \hat{r} \cdot \hat{r} dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} dA.$$

Ahora hallamos el flujo neto integrando este flujo sobre la superficie de la esfera:

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \oint_S dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} (4\pi R^2) = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

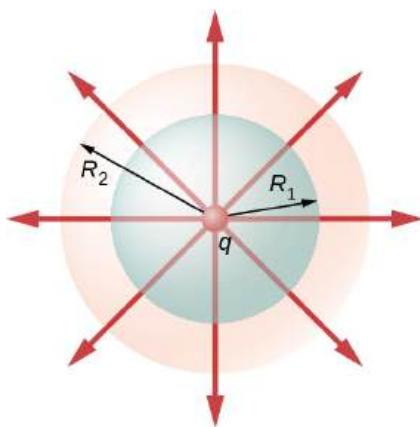
donde la superficie total de la superficie esférica es  $4\pi R^2$ . Esto da el flujo a través de la superficie esférica cerrada en el radio  $r$  como

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon_0}. \quad \mathbf{6.4}$$

Un hecho destacable de esta ecuación es que el flujo es independiente del tamaño de la superficie esférica. Esto puede atribuirse directamente al hecho de que el campo eléctrico de una carga puntual disminuye a medida que  $1/r^2$  con la distancia, lo que simplemente anula la tasa de aumento  $r^2$  de la superficie.

### Imagen de las líneas de campo eléctrico

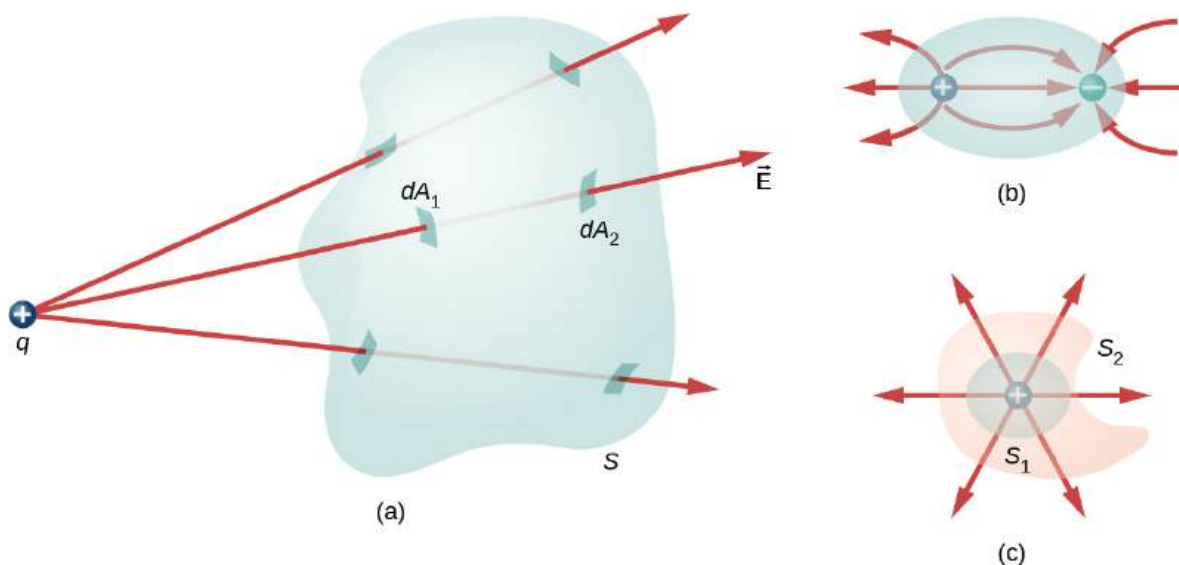
Una forma alternativa de ver por qué el flujo a través de una superficie esférica cerrada es independiente del radio de la superficie es observar las líneas de campo eléctrico. Observe que cada línea de campo de  $q$  que perfora la superficie en el radio  $R_1$  también perfora la superficie en  $R_2$  ([Figura 6.14](#)).



**FIGURA 6.14** El flujo a través de superficies esféricas de radios  $R_1$  y  $R_2$  que encierran una carga  $q$  son iguales, independientemente del tamaño de la superficie, ya que todas las líneas de campo  $E$  que atraviesan una superficie desde la dirección interior a la exterior también atraviesan la otra superficie en la misma dirección.

Por lo tanto, el número neto de líneas de campo eléctrico que atraviesan las dos superficies desde la dirección interior a la exterior es igual. Este número neto de líneas de campo eléctrico, que se obtiene restando el número de líneas en la dirección de fuera a dentro del número de líneas en la dirección de dentro a fuera, da una medida visual del flujo eléctrico a través de las superficies.

Se puede ver que si no se incluyen cargas dentro de una superficie cerrada, entonces el flujo eléctrico que la atraviesa debe ser cero. Una línea de campo típica entra en la superficie en  $dA_1$  y la deja en  $dA_2$ . Toda línea que entre en la superficie debe salir también de ella. Por lo tanto, el "flujo" neto de las líneas de campo hacia o desde la superficie es cero (Figura 6.15(a)). Lo mismo ocurre si se incluyen cargas de signo igual y opuesto en el interior de la superficie cerrada, de modo que la carga total incluida es cero (parte (b)). Una superficie que incluye la misma cantidad de carga tiene el mismo número de líneas de campo que la cruzan, independientemente de la forma o el tamaño de la superficie, siempre que la superficie encierre la misma cantidad de carga (parte (c)).



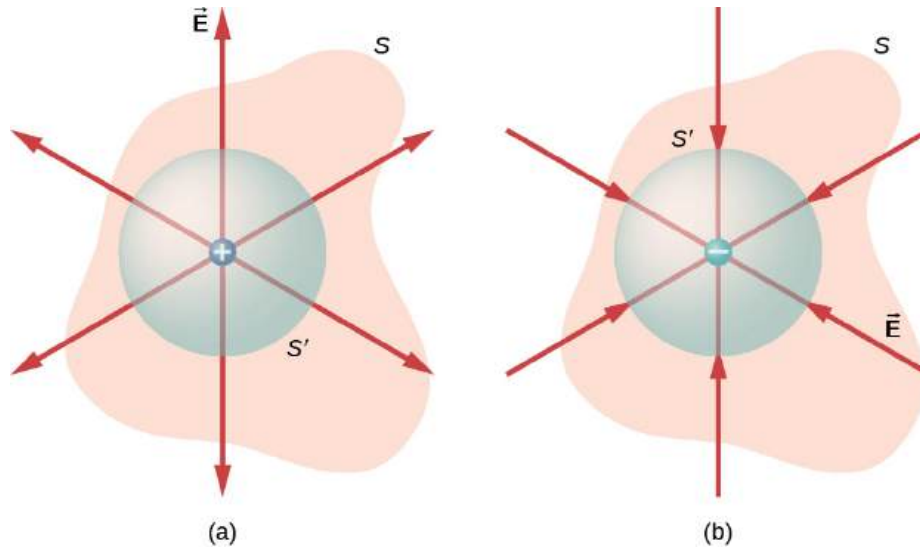
**FIGURA 6.15** Entender el flujo en términos de líneas de campo. (a) El flujo eléctrico a través de una superficie cerrada debido a una carga fuera de esa superficie es cero. (b) Las cargas están encerradas, pero como la carga neta incluida es cero, el flujo neto a través de la superficie cerrada también es cero. (c) La forma y el tamaño de las superficies que encierran una carga no importa porque todas las superficies que encierran la misma carga tienen el mismo flujo.

## Enunciado de la ley de Gauss

La ley de Gauss generaliza este resultado al caso de cualquier número y cualquier ubicación de cargas en el espacio interior de la superficie cerrada. Según la ley de Gauss, el flujo del campo eléctrico  $\vec{E}$  a través de cualquier superficie cerrada, también llamada **superficie gaussiana**, es igual a la carga neta encerrada ( $q_{\text{enc}}$ ) dividida entre la permitividad del espacio libre ( $\epsilon_0$ ):

$$\Phi_{\text{Superficie cerrada}} = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}.$$

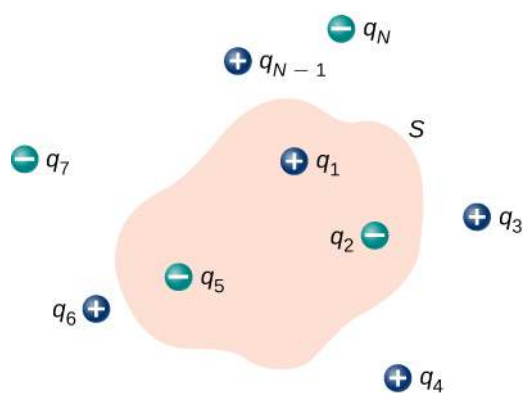
Esta ecuación es válida para *cargas de cualquier signo*, porque definimos que el vector área de una superficie cerrada apunta hacia afuera. Si la carga encerrada es negativa (ver la [Figura 6.16\(b\)](#)), entonces el flujo a través de cualquiera de los dos  $S$  o  $S'$  es negativo.



**FIGURA 6.16** El flujo eléctrico que atraviesa cualquier superficie cerrada que rodea una carga puntual  $q$  viene dado por la ley de Gauss. (a) La carga encerrada es positiva. (b) La carga encerrada es negativa.

La superficie gaussiana no tiene por qué corresponder a un objeto físico real; de hecho, rara vez lo hará. Es una construcción matemática que puede tener cualquier forma, siempre que sea cerrada. Sin embargo, como nuestro objetivo es integrar el flujo sobre él, tendemos a elegir formas muy simétricas.

Si las cargas son de puntos discretas, entonces simplemente las sumamos. Si la carga está descrita por una distribución continua, entonces necesitamos integrar adecuadamente para calcular la carga total que reside dentro del volumen encerrado. Por ejemplo, el flujo a través de la superficie gaussiana  $S$  de la [Figura 6.17](#) es  $\Phi = (q_1 + q_2 + q_5)/\epsilon_0$ . Observe que  $q_{\text{enc}}$  es simplemente la suma de las cargas puntuales. Si la distribución de la carga fuera continua, tendríamos que integrar adecuadamente para calcular la carga total dentro de la superficie gaussiana.



**FIGURA 6.17** El flujo a través de la superficie gaussiana mostrada, debido a la distribución de carga, es  $\Phi = |q_1| + |q_2| + |q_5|/\epsilon_0$ .

Recordemos que el principio de superposición es válido para el campo eléctrico. Por lo tanto, el campo eléctrico total en cualquier punto, incluidos los de la superficie gaussiana elegida, es la suma de todos los campos eléctricos presentes en este punto. Esto nos permite escribir la ley de Gauss en términos del campo eléctrico total.

### Ley de Gauss

El flujo  $\Phi$  del campo eléctrico  $\vec{E}$  a través de cualquier superficie cerrada  $S$  (una superficie gaussiana) es igual a la carga neta encerrada ( $q_{\text{enc}}$ ) dividida entre la permitividad del espacio libre ( $\epsilon_0$ ):

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}. \quad 6.5$$

Para utilizar la ley de Gauss de forma eficaz, hay que tener claro qué representa cada término de la ecuación. El campo  $\vec{E}$  es el *campo eléctrico total* en cada punto de la superficie gaussiana. Este campo total incluye las contribuciones de las cargas tanto dentro como fuera de la superficie gaussiana. Sin embargo,  $q_{\text{enc}}$  es solo la carga *dentro* de la superficie gaussiana. Por último, la superficie gaussiana es cualquier superficie cerrada en el espacio. Esa superficie puede coincidir con la superficie real de un conductor, o puede ser una superficie geométrica imaginaria. El único requisito impuesto a una superficie gaussiana es que sea cerrada ([Figura 6.18](#)).

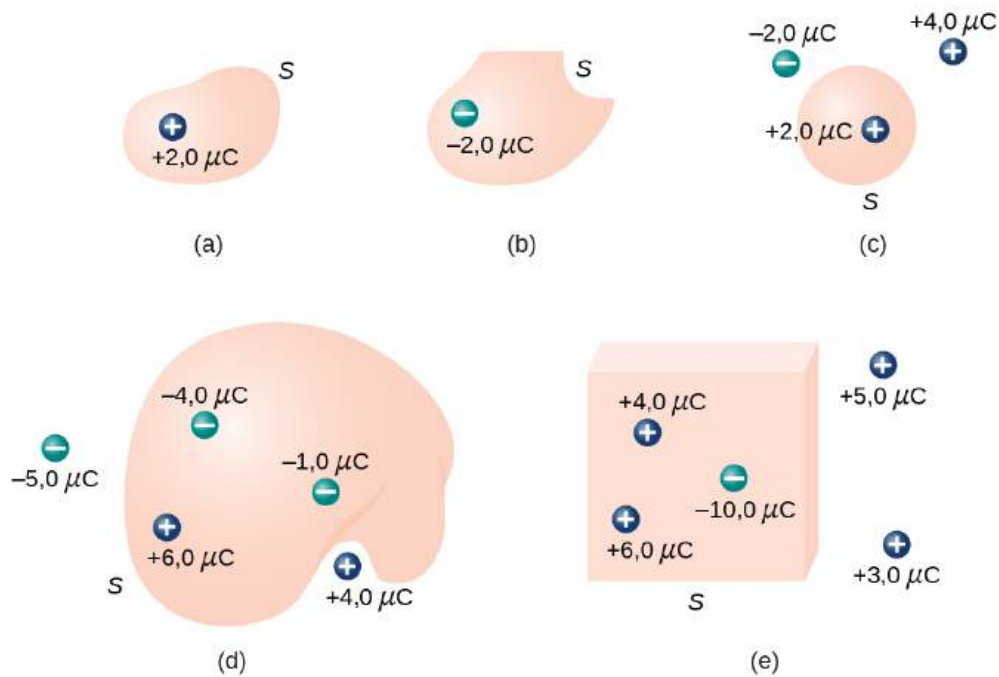


**FIGURA 6.18** Una botella de Klein parcialmente llena de un líquido. ¿Podría utilizarse la botella de Klein como superficie gaussiana?

### EJEMPLO 6.5

#### Flujo eléctrico a través de superficies gaussianas

Calcule el flujo eléctrico a través de cada superficie gaussiana mostrada en la [Figura 6.19](#).



**FIGURA 6.19** Varias superficies y cargas gaussianas.

#### Estrategia

A partir de la ley de Gauss, el flujo que atraviesa cada superficie viene dado por  $q_{\text{enc}}/\epsilon_0$ , donde  $q_{\text{enc}}$  es la carga

que encierra esa superficie.

### Solución

Para las superficies y cargas mostradas, hallamos

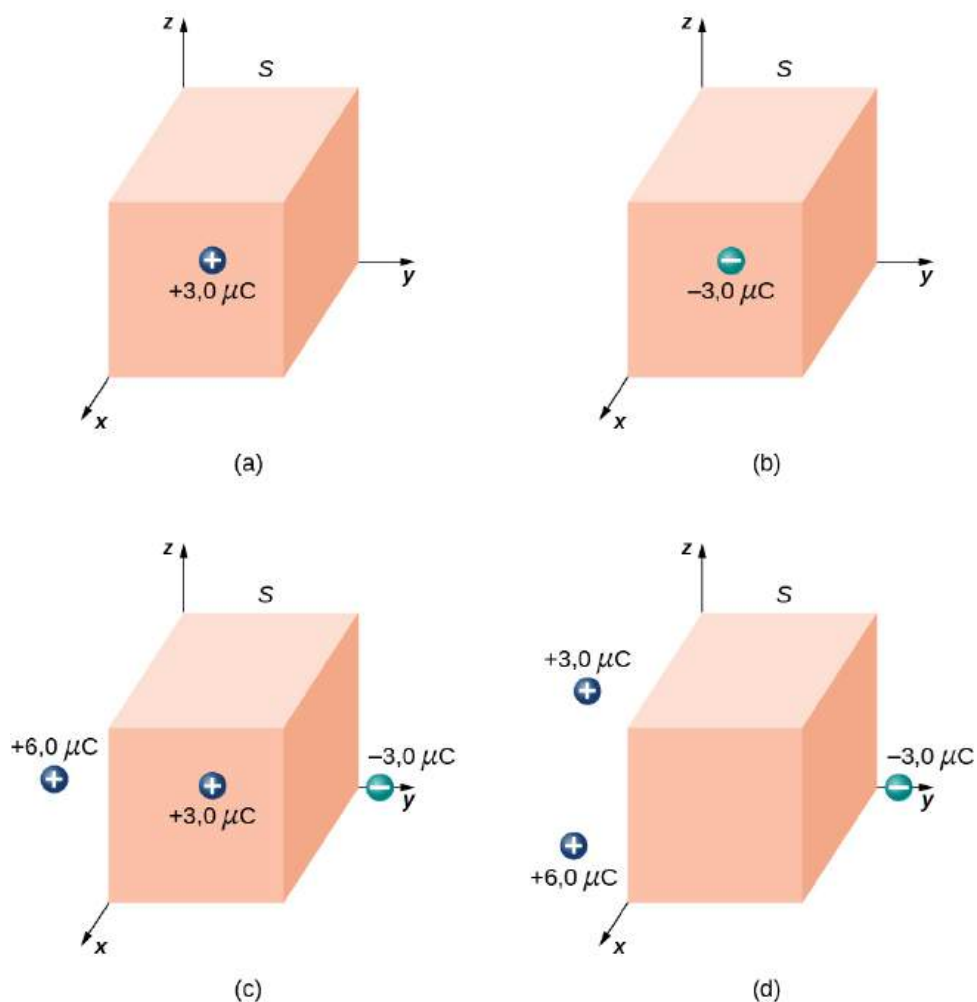
- $\Phi = \frac{2,0 \mu\text{C}}{\epsilon_0} = 2,3 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$
- $\Phi = \frac{-2,0 \mu\text{C}}{\epsilon_0} = -2,3 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$
- $\Phi = \frac{2,0 \mu\text{C}}{\epsilon_0} = 2,3 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$
- $\Phi = \frac{-4,0 \mu\text{C} + 6,0 \mu\text{C} - 1,0 \mu\text{C}}{\epsilon_0} = 1,1 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}.$
- $\Phi = \frac{4,0 \mu\text{C} + 6,0 \mu\text{C} - 10,0 \mu\text{C}}{\epsilon_0} = 0.$

### Importancia

En el caso especial de una superficie cerrada, los cálculos de flujo se convierten en una suma de cargas. En la próxima sección, esto nos permitirá trabajar con sistemas más complejos.

### ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 6.3

Calcule el flujo eléctrico a través de la superficie cúbica cerrada para cada distribución de carga mostrada en la [Figura 6.20](#).



**FIGURA 6.20** Una superficie cúbica gaussiana con varias distribuciones de carga.

## INTERACTIVO

Utilice esta [simulación \(https://openstax.org/l/21gaussimulat\)](https://openstax.org/l/21gaussimulat) para ajustar la magnitud de la carga y el radio de la superficie gaussiana que la rodea. Observe cómo afecta esto al flujo total y a la magnitud del campo eléctrico en la superficie gaussiana.

## 6.3 Aplicación de la ley de Gauss

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar qué son las simetrías esférica, cilíndrica y plana.
- Reconocer si un sistema dado posee o no una de estas simetrías.
- Aplicar la ley de Gauss para determinar el campo eléctrico de un sistema con una de estas simetrías.

La ley de Gauss es muy útil para determinar las expresiones del campo eléctrico, aunque la ley no se refiere directamente al campo eléctrico, sino al flujo eléctrico. Resulta que en situaciones que tienen ciertas simetrías (esféricas, cilíndricas o planas) en la distribución de cargas, podemos deducir el campo eléctrico a partir del conocimiento del flujo eléctrico. En estos sistemas, podemos calcular una superficie gaussiana  $S$  sobre la que el campo eléctrico tiene una magnitud constante. Además, si  $\vec{E}$  es paralelo a  $\hat{n}$  por todas partes en la superficie, entonces  $\vec{E} \cdot \hat{n} = E$ . (Si  $\vec{E}$  y  $\hat{n}$  son antiparalelas en toda la superficie, entonces  $\vec{E} \cdot \hat{n} = -E$ ). La ley de Gauss se simplifica entonces a

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = E \oint_S dA = EA = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}, \quad 6.6$$

donde  $A$  es el área de la superficie. Observe que estas simetrías conducen a la transformación de la integral de flujo en un producto de la magnitud del campo eléctrico y un área apropiada. Cuando se utiliza este flujo en la expresión de la ley de Gauss, se obtiene una ecuación algebraica que se puede resolver para la magnitud del campo eléctrico, que se parece a

$$E \sim \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0 \text{ área}}.$$

La dirección del campo eléctrico en el punto  $P$  se obtiene a partir de la simetría de la distribución de carga y del tipo de carga en la distribución. Por lo tanto, se puede utilizar la ley de Gauss para determinar  $\vec{E}$ . A continuación, un resumen de los pasos que seguiremos:



## ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

### Ley de Gauss

1. *Identificar la simetría espacial de la distribución de cargas.* Este es un primer paso importante que nos permite elegir la superficie gaussiana adecuada. Como ejemplos, una carga puntual aislada tiene simetría esférica, y una línea de carga infinita tiene simetría cilíndrica.
2. *Elegir una superficie gaussiana con la misma simetría que la distribución de cargas e identifique sus consecuencias.* Con esta elección,  $\vec{E} \cdot \hat{n}$  se determina fácilmente sobre la superficie gaussiana.
3. *Evaluar la integral  $\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA$  sobre la superficie gaussiana, es decir, calcular el flujo a través de la superficie.* La simetría de la superficie gaussiana nos permite factorizar  $\vec{E} \cdot \hat{n}$  fuera de la integral.
4. *Determinar la cantidad de carga que encierra la superficie gaussiana.* Se trata de una evaluación del lado derecho de la ecuación que representa la ley de Gauss. A menudo es necesario realizar una integración para obtener la carga neta encerrada.
5. *Evaluar el campo eléctrico de la distribución de carga.* Ahora se puede calcular el campo utilizando los resultados de los pasos 3 y 4.

Básicamente, solo hay tres tipos de simetría que permiten utilizar la ley de Gauss para deducir el campo eléctrico. Estas son:

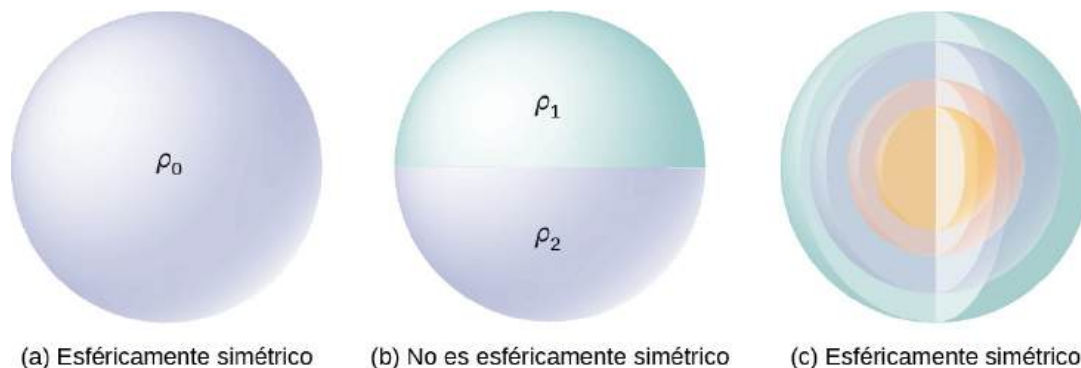
- una distribución de carga con simetría esférica;
- una distribución de carga con simetría cilíndrica;
- una distribución de carga con simetría plana.

Para explotar la simetría, realizamos los cálculos en sistemas de coordenadas adecuados y utilizamos el tipo de superficie gaussiana correcta para esa simetría, aplicando los cuatro pasos restantes.

### Distribución de la carga con simetría esférica

Una distribución de carga tiene **simetría esférica** si la densidad de carga depende solo de la distancia a un punto del espacio y no de la dirección. En otras palabras, si gira el sistema, no se ve diferente. Por ejemplo, si una esfera de radio  $R$  está cargada uniformemente con una densidad de carga  $\rho_0$  entonces la distribución tiene simetría esférica (Figura 6.21(a)). Por otro lado, si una esfera de radio  $R$  se carga de manera que la mitad superior de la esfera tiene una densidad de carga uniforme  $\rho_1$  y la mitad inferior tiene una densidad de carga uniforme  $\rho_2 \neq \rho_1$ , entonces la esfera no tiene simetría esférica porque la densidad de carga depende de la dirección (Figura 6.21(b)). Por lo tanto, no es la forma del objeto sino la forma de la distribución de la carga lo que determina si un sistema tiene o no simetría esférica.

La Figura 6.21(c) muestra una esfera con cuatro capas diferentes, cada una con su propia densidad de carga uniforme. Aunque se trata de una situación en la que la densidad de carga en la esfera completa no es uniforme, la función de densidad de carga solo depende de la distancia al centro y no de la dirección. Por lo tanto, esta distribución de carga sí tiene simetría esférica.



**FIGURA 6.21** Ilustraciones de sistemas esféricamente simétricos y no simétricos. Diferentes sombreados indican diferentes densidades de carga. Las cargas en objetos con forma esférica no significan necesariamente que las cargas estén distribuidas con simetría esférica. Esta simetría se produce solo cuando la densidad de carga no depende de la dirección. En (a), las cargas están distribuidas uniformemente en una esfera. En (b), la mitad superior de la esfera tiene una densidad de carga diferente de la mitad inferior; por lo tanto, (b) no tiene simetría esférica. En (c), las cargas están en capas esféricas de diferentes densidades de carga, lo que significa que la densidad de carga es solo una función de la distancia radial desde el centro; por lo tanto, el sistema tiene simetría esférica.

Una buena forma de determinar si su problema tiene o no simetría esférica es mirar la función de densidad de carga en coordenadas esféricas,  $\rho(r, \theta, \phi)$ . Si la densidad de carga es solo una función de  $r$ , es decir  $\rho = \rho(r)$ , entonces tiene simetría esférica. Si la densidad depende de  $\theta$  o  $\phi$ , se podría cambiar por rotación; por lo tanto, no se tendría simetría esférica.

### Consecuencias de la simetría

En todos los casos de simetría esférica, el campo eléctrico en cualquier punto debe estar dirigido radialmente, porque la carga y, por consiguiente, el campo deben ser invariantes bajo la rotación. Por lo tanto, utilizando coordenadas esféricas con su origen en el centro de la distribución de carga esférica, podemos escribir la forma esperada del campo eléctrico en un punto  $P$  situado a una distancia  $r$  del centro:

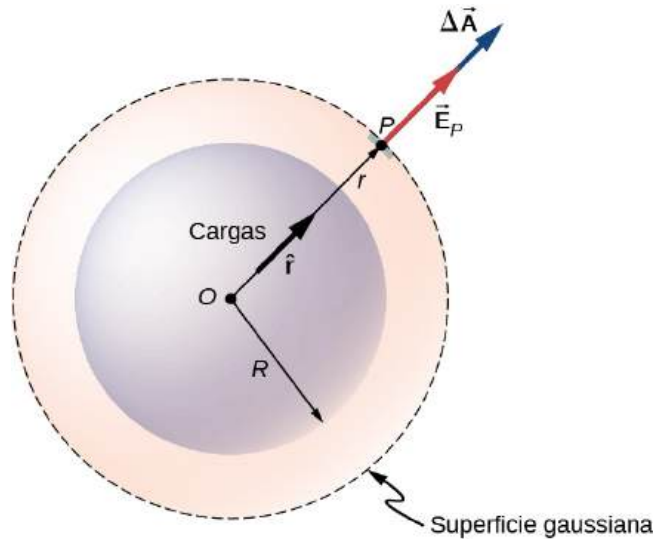
$$\text{Simetría esférica: } \vec{E}_P = E_P(r)\hat{r}, \quad 6.7$$



donde  $\hat{\mathbf{r}}$  es el vector unitario que apunta en la dirección del origen al campo de puntos  $P$ . El componente radial  $E_P$  del campo eléctrico puede ser positivo o negativo. Cuando  $E_P > 0$ , el campo eléctrico en los puntos  $P$  apunta lejos del origen, y cuando  $E_P < 0$ , el campo eléctrico en  $P$  apunta hacia el origen.

### Superficie gaussiana y cálculos de flujo

Ahora podemos utilizar esta forma del campo eléctrico para obtener el flujo del campo eléctrico a través de la superficie gaussiana. Para la simetría esférica, la superficie gaussiana es una superficie esférica cerrada que tiene el mismo centro que el de la distribución de carga. Así, la dirección del vector área de un elemento de área en la superficie gaussiana en cualquier punto es paralela a la dirección del campo eléctrico en ese punto, ya que ambos están dirigidos radialmente hacia fuera (Figura 6.22).



**FIGURA 6.22** El campo eléctrico en cualquier punto de la superficie esférica de Gauss para una distribución de carga esféricamente simétrica es paralelo al vector del elemento de área en ese punto, dando el flujo como el producto de la magnitud del campo eléctrico y el valor del área. Note que el radio  $R$  de la distribución de carga y el radio  $r$  de la superficie gaussiana son cantidades diferentes.

La magnitud del campo eléctrico  $\vec{E}$  debe ser igual en todas partes en una superficie esférica gaussiana concéntrica con la distribución. Para una superficie esférica de radio  $r$ ,

$$\Phi = \oint_S \vec{E}_P \cdot \hat{\mathbf{n}} dA = E_P \oint_S dA = E_P 4\pi r^2.$$

### Utilizando la ley de Gauss

Según la ley de Gauss, el flujo que atraviesa una superficie cerrada es igual a la carga total encerrada en la superficie cerrada dividida entre la permitividad del vacío  $\epsilon_0$ . Supongamos que  $q_{\text{enc}}$  es la carga total encerrada dentro de la distancia  $r$  del origen, que es el espacio dentro de la superficie esférica gaussiana de radio  $r$ . Esto da la siguiente relación para la ley de Gauss:

$$4\pi r^2 E = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}.$$

Por lo tanto, el campo eléctrico en el punto  $P$  que está a una distancia  $r$  del centro de una distribución de carga esféricamente simétrica tiene la siguiente magnitud y dirección:

$$\text{Magnitud: } E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{\text{enc}}}{r^2} \quad 6.8$$

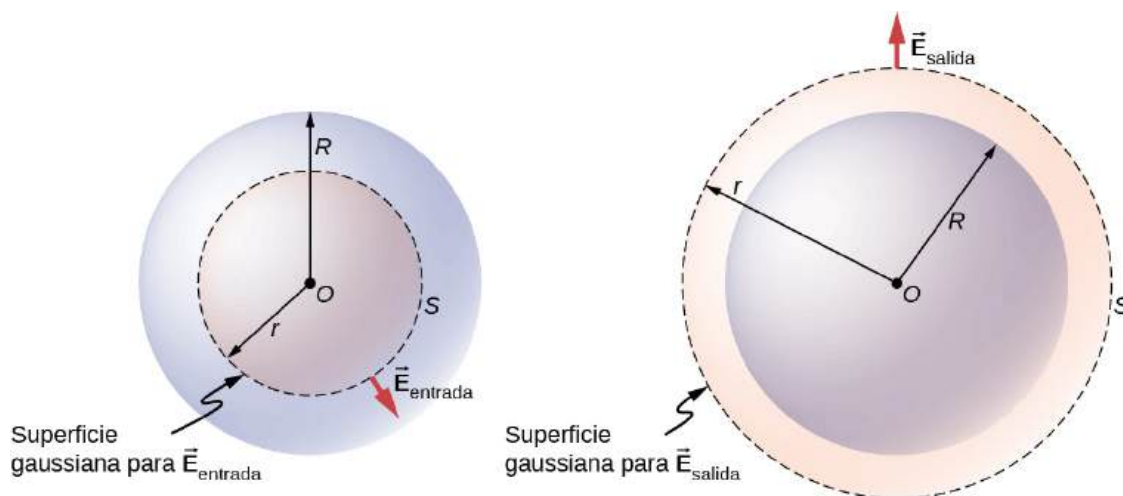
Dirección: radial de  $O$  a  $P$  o de  $P$  a  $O$ .

La dirección del campo en el punto  $P$  depende de si la carga de la esfera es positiva o negativa. Para una carga neta positiva encerrada dentro de la superficie gaussiana, la dirección es de  $O$  a  $P$ , y para una carga neta negativa, la dirección es de  $P$  a  $O$ . Esto es todo lo que necesitamos para una carga puntual, y notará que el

resultado anterior es idéntico al de una carga puntual. Sin embargo, la ley de Gauss se vuelve verdaderamente útil en los casos en que la carga ocupa un volumen finito.

### Cálculo de la carga encerrada

El caso más interesante es cuando una distribución de carga esférica ocupa un volumen, y entonces se vuelve relevante preguntarse cuál es el campo eléctrico dentro de la distribución de carga. En este caso, la carga encerrada depende de la distancia  $r$  del punto de campo en relación con el radio de la distribución de carga  $R$ , como la que se muestra en la [Figura 6.23](#).



**FIGURA 6.23** Una distribución de carga esféricamente simétrica y la superficie gaussiana utilizada para calcular el campo (a) dentro y (b) fuera de la distribución.

Si el punto  $P$  se encuentra fuera de la distribución de la carga, es decir, si  $r \geq R$ , entonces la superficie gaussiana que contiene a  $P$  encierra todas las cargas de la esfera. En este caso,  $q_{\text{enc}}$  es igual a la carga total de la esfera. Por otro lado, si el punto  $P$  está dentro de la distribución de carga esférica, es decir, si  $r < R$ , entonces la superficie gaussiana encierra una esfera más pequeña que la esfera de distribución de la carga. En este caso,  $q_{\text{enc}}$  es menor que la carga total presente en la esfera. En referencia a la [Figura 6.23](#), podemos escribir  $q_{\text{enc}}$  como

$$q_{\text{enc}} = \begin{cases} q_{\text{tot}} (\text{carga total}) & \text{si } r \geq R \\ q_{\text{dentro } r < R} (\text{solo carga dentro } r < R) & \text{si } r < R \end{cases}$$

El campo en un punto fuera de la distribución de carga también se llama  $\vec{E}_{\text{fuera}}$ , y el campo en un punto dentro de la distribución de carga se llama  $\vec{E}_{\text{dentro}}$ . Centrándonos en los dos tipos de puntos de campo, ya sea dentro o fuera de la distribución de carga, ahora podemos escribir la magnitud del campo eléctrico como

$$P \text{ esfera exterior } E_{\text{fuera}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{\text{tot}}}{r^2} \quad 6.9$$

$$P \text{ dentro de la esfera } E_{\text{dentro}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{\text{dentro } r < R}}{r^2}. \quad 6.10$$

Observe que el campo eléctrico fuera de una distribución de carga esférica simétrica es idéntico al de una carga puntual en el centro que tiene una carga igual a la carga total de la distribución de carga esférica. Esto es notable ya que las cargas no se encuentran en el centro solamente. A continuación, elaboramos ejemplos concretos de distribuciones de carga esféricas, empezando por el caso de una esfera cargada uniformemente.

## EJEMPLO 6.6

### Esfera con carga uniforme

Una esfera de radio  $R$ , como la que se muestra en la [Figura 6.23](#), tiene un volumen de densidad de carga

uniforme  $\rho_0$ . Halle el campo eléctrico en un punto fuera de la esfera y en un punto dentro de esta.

### Estrategia

Aplicar la estrategia de resolución de problemas de la ley de Gauss, en la que ya hemos elaborado el cálculo del flujo.

### Solución

La carga encerrada por la superficie gaussiana viene dada por

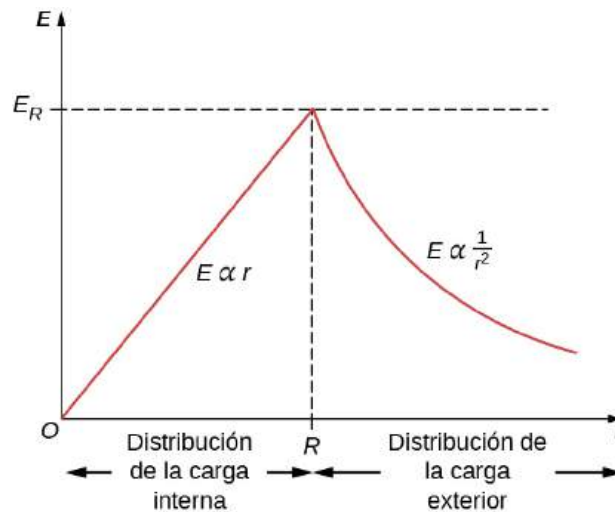
$$q_{\text{enc}} = \int_0^r \rho_0 dV = \int_0^r \rho_0 4\pi r'^2 dr' = \rho_0 \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right).$$

La respuesta para la amplitud del campo eléctrico puede entonces escribirse inmediatamente para un punto fuera de la esfera, marcado como  $E_{\text{fuera}}$ , y un punto dentro de la esfera, marcado como  $E_{\text{dentro}}$ .

$$E_{\text{fuera}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{\text{tot}}}{r^2}, \quad q_{\text{tot}} = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_0,$$

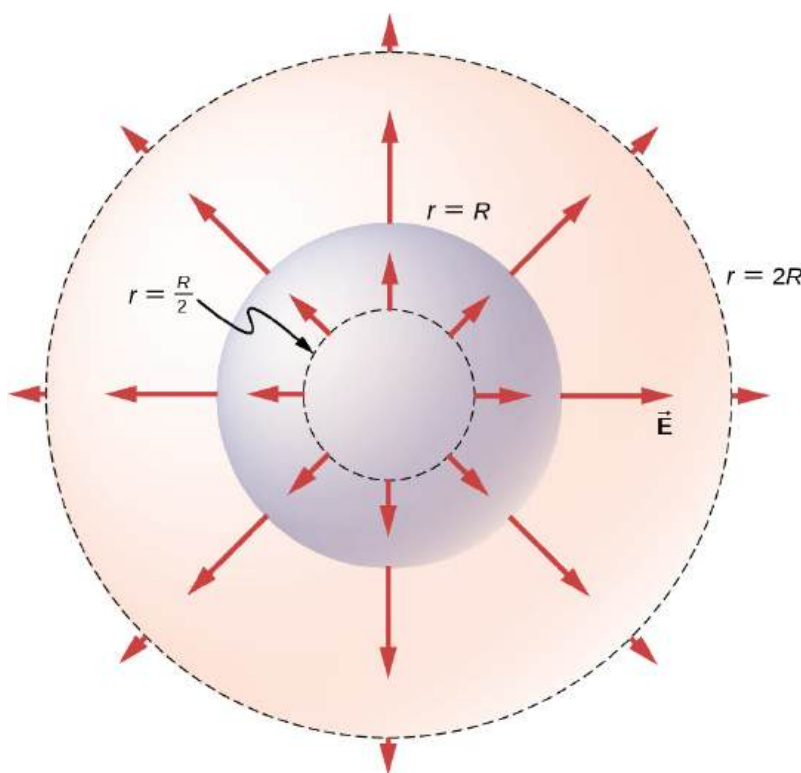
$$E_{\text{dentro}} = \frac{q_{\text{enc}}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho_0 r}{3\epsilon_0}, \quad \text{dado que } q_{\text{enc}} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0.$$

Es interesante observar que la magnitud del campo eléctrico aumenta en el interior del material a medida que se sale, ya que la cantidad de carga encerrada por la superficie gaussiana aumenta con el volumen. En concreto, la carga adjunta crece  $\propto r^3$ , mientras que el campo de cada elemento infinitesimal de carga cae  $\propto 1/r^2$  con el resultado neto de que el campo eléctrico dentro de la distribución aumenta en fuerza linealmente con el radio. La magnitud del campo eléctrico fuera de la esfera disminuye a medida que se aleja de las cargas, porque la carga incluida sigue siendo la misma pero la distancia aumenta. La [Figura 6.24](#) muestra la variación de la magnitud del campo eléctrico con la distancia desde el centro de una esfera uniformemente cargada.



**FIGURA 6.24** El campo eléctrico de una esfera uniformemente cargada y no conductora aumenta en el interior de la esfera hasta un máximo en la superficie y luego disminuye como  $1/r^2$ . Aquí,  $E_R = \frac{\rho_0 R}{3\epsilon_0}$ . El campo eléctrico se debe a una distribución de carga esférica de densidad de carga uniforme y carga total  $Q$  en función de la distancia al centro de la distribución.

La dirección del campo eléctrico en cualquier punto  $P$  es radialmente hacia fuera desde el origen si  $\rho_0$  es positivo, y hacia adentro (es decir, hacia el centro) si  $\rho_0$  es negativo. El campo eléctrico en algunos puntos representativos del espacio se muestra en la [Figura 6.25](#) cuyas coordenadas radiales  $r$  son  $r = R/2$ ,  $r = R$ , y  $r = 2R$ .



**FIGURA 6.25** Vectores del campo eléctrico dentro y fuera de una esfera uniformemente cargada.

### Importancia

Observe que  $E_{\text{fuera}}$  tiene la misma forma que la ecuación del campo eléctrico de una carga puntual aislada. Por lo tanto, al determinar el campo eléctrico de una distribución de carga esférica uniforme, podemos suponer que toda la carga dentro de la superficie esférica gaussiana apropiada se encuentra en el centro de la distribución.

## EJEMPLO 6.7

### Esfera con carga no uniforme

Una esfera no conductora de radio  $R$  tiene una densidad de carga no uniforme que varía con la distancia a su centro, dada por

$$\rho(r) = ar^n \quad (r \leq R; n \geq 0),$$

donde  $a$  es una constante. Requerimos  $n \geq 0$  para que la densidad de carga no esté indefinida en  $r = 0$ . Halle el campo eléctrico en un punto fuera de la esfera y en un punto dentro de esta.

### Estrategia

Aplique la estrategia de la ley de Gauss dada anteriormente, en la que se calculan las integrales de carga cerrada por separado para los casos dentro y fuera de la esfera.

### Solución

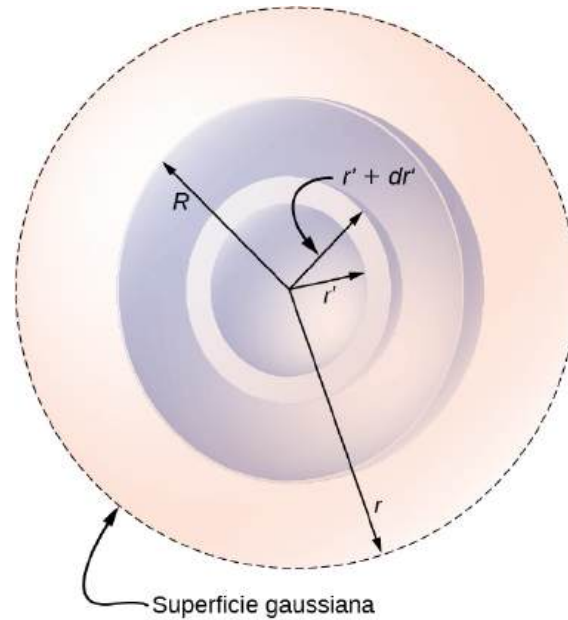
Como la función de densidad de carga dada solo tiene una dependencia radial y ninguna dependencia de la dirección, tenemos una situación esféricamente simétrica. Por lo tanto, la magnitud del campo eléctrico en cualquier punto está dada arriba y la dirección es radial. Solo tenemos que calcular la carga cerrada  $q_{\text{enc}}$ , que depende de la ubicación del punto de campo.

Una nota sobre los símbolos: Utilizamos  $r'$  para localizar las cargas en la distribución de cargas y  $r$  para localizar el (los) punto(s) de campo en la(s) superficie(s) gaussiana(s). La letra  $R$  se utiliza para el radio de la

distribución de la carga.

Como la densidad de carga no es constante aquí, necesitamos integrar la función de densidad de carga sobre el volumen encerrado por la superficie gaussiana. Por lo tanto, planteamos el problema para las cargas en una capa esférica, digamos entre  $r'$  y  $r' + dr'$ , como se muestra en la [Figura 6.26](#). El volumen de cargas en la capa de anchura infinitesimal es igual al producto del área de la superficie  $4\pi r'^2$  y el espesor  $dr'$ . Multiplicando el volumen por la densidad en este lugar, que es  $ar'^n$ , da la carga en la capa:

$$dq = ar'^n 4\pi r'^2 dr'.$$



**FIGURA 6.26** Simetría esférica con distribución de carga no uniforme. En este tipo de problema, necesitamos cuatro radios:  $R$  es el radio de la distribución de carga,  $r$  es el radio de la superficie gaussiana,  $r'$  es el radio interior de la capa esférica, y  $r' + dr'$  es el radio exterior de la capa esférica. La capa esférica se utiliza para calcular la carga encerrada en la superficie gaussiana. La gama para  $r'$  es de 0 a  $r$  para el campo en un punto dentro de la distribución de carga y de 0 a  $R$  para el campo en un punto fuera de la distribución de carga. Si  $r > R$ , entonces la superficie gaussiana encierra más volumen que la distribución de carga, pero el volumen adicional no contribuye a  $q_{\text{enc}}$ .

(a) **Campo en un punto fuera de la distribución de la carga.** En este caso, la superficie gaussiana, que contiene el punto de campo  $P$ , tiene un radio  $r$  mayor que el radio  $R$  de la distribución de carga,  $r > R$ . Por lo tanto, todas las cargas de la distribución de carga están encerradas en la superficie gaussiana. Tenga en cuenta que el espacio entre  $r' = R$  y  $r' = r$  está vacío de cargas y, por tanto, no contribuye a la integral sobre el volumen encerrado por la superficie gaussiana:

$$q_{\text{enc}} = \int dq = \int_0^R ar'^n 4\pi r'^2 dr' = \frac{4\pi a}{n+3} R^{n+3}.$$

Esto se utiliza en el resultado general para  $\vec{\mathbf{E}}_{\text{fuera}}$  anterior para obtener el campo eléctrico en un punto fuera de la distribución de carga como

$$\vec{\mathbf{E}}_{\text{fuera}} = \left[ \frac{aR^{n+3}}{\epsilon_0(n+3)} \right] \frac{1}{r^2} \hat{\mathbf{r}},$$

donde  $\hat{\mathbf{r}}$  es un vector unitario en la dirección del origen al punto de campo en la superficie gaussiana.

(b) **Campo en un punto dentro de la distribución de carga.** La superficie gaussiana está ahora enterrada dentro de la distribución de carga, con  $r < R$ . Por lo tanto, solo las cargas de la distribución que están a una

distancia  $r$  del centro de la distribución esférica de cargas cuentan en  $r_{\text{enc}}$ :

$$q_{\text{enc}} = \int_0^r ar'^n 4\pi r'^2 dr' = \frac{4\pi a}{n+3} r^{n+3}.$$

Ahora, utilizando el resultado general anterior para  $\vec{E}_{\text{dentro}}$ , calculamos el campo eléctrico en un punto que está a una distancia  $r$  del centro y está dentro de la distribución de carga como

$$\vec{E}_{\text{dentro}} = \left[ \frac{a}{\epsilon_0(n+3)} \right] r^{n+1} \hat{r},$$

donde la información sobre la dirección se incluye utilizando el vector radial unitario.

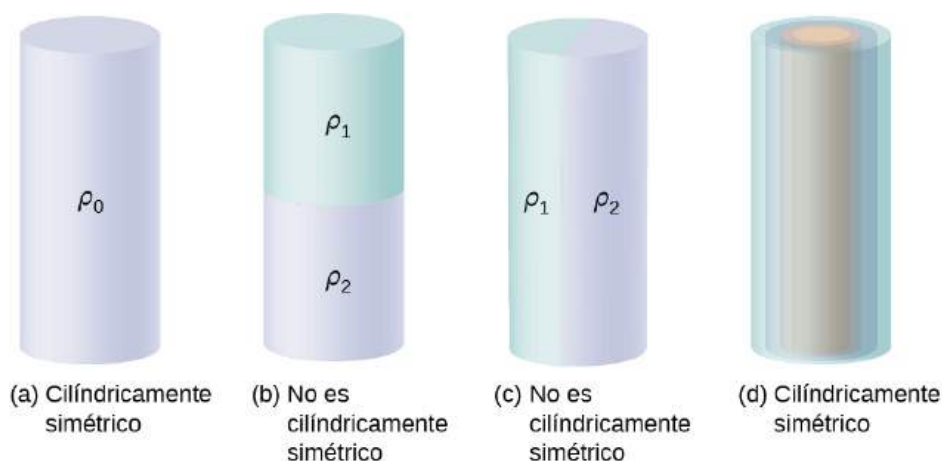
### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 6.4**

Compruebe que los campos eléctricos de la esfera se reducen a los valores correctos para una carga puntual.

### Distribución de la carga con simetría cilíndrica

Una distribución de carga tiene **simetría cilíndrica** si la densidad de carga depende solo de la distancia  $r$  del eje de un cilindro y no debe variar a lo largo del eje o con la dirección alrededor del eje. En otras palabras, si su sistema varía si lo gira alrededor del eje, o lo desplaza a lo largo del eje, no tiene simetría cilíndrica.

La [Figura 6.27](#) muestra cuatro situaciones en las que las cargas se distribuyen en un cilindro. Una densidad de carga uniforme  $\rho_0$  en un alambre recto infinito tiene una simetría cilíndrica, y lo mismo ocurre con un cilindro infinitamente largo con densidad de carga constante  $\rho_0$ . Un cilindro infinitamente largo que tiene diferentes densidades de carga a lo largo de su longitud, como una densidad de carga  $\rho_1$  para  $z > 0$  y  $\rho_2 \neq \rho_1$  para  $z < 0$ , no tiene una simetría cilíndrica utilizable para este curso. Tampoco lo hace un cilindro en el que la densidad de carga varía con la dirección, como una densidad de carga  $\rho_1$  para  $0 \leq \theta < \pi$  y  $\rho_2 \neq \rho_1$  para  $\pi \leq \theta < 2\pi$ . Un sistema con capas cilíndricas concéntricas, cada una con densidades de carga uniformes, aunque diferentes en las distintas capas, como en la [Figura 6.27\(d\)](#), sí tiene simetría cilíndrica si son infinitamente largas. El requisito de longitud infinita se debe a que la densidad de carga cambia a lo largo del eje de un cilindro finito. En los sistemas reales, no tenemos cilindros infinitos; sin embargo, si el objeto cilíndrico es considerablemente más largo que el radio de él que nos interesa, entonces la aproximación de un cilindro infinito resulta útil.



**FIGURA 6.27** Para determinar si una distribución de carga dada tiene simetría cilíndrica, observe la sección transversal de un cilindro "infinitamente largo". Si la densidad de carga no depende del ángulo polar de la sección transversal o a lo largo del eje, entonces se tiene simetría cilíndrica. (a) La densidad de carga es constante en el cilindro; (b) la mitad superior del cilindro tiene una densidad de carga diferente de la mitad inferior; (c) la mitad izquierda del cilindro tiene una densidad de carga diferente de la mitad derecha; (d) las cargas son constantes en

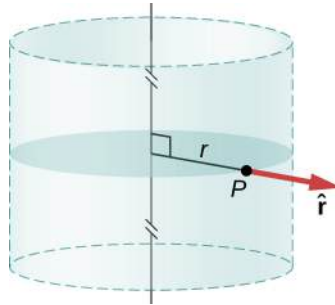
diferentes anillos cilíndricos, pero la densidad no depende del ángulo polar. Los casos (a) y (d) tienen simetría cilíndrica, mientras que (b) y (c) no.

### Consecuencias de la simetría

En todos los casos de simetría cilíndrica, el campo eléctrico  $\vec{E}_P$  en cualquier punto  $P$  también debe mostrar simetría cilíndrica.

Simetría cilíndrica  $\vec{E}_P = E_P(r)\hat{r}$ ,

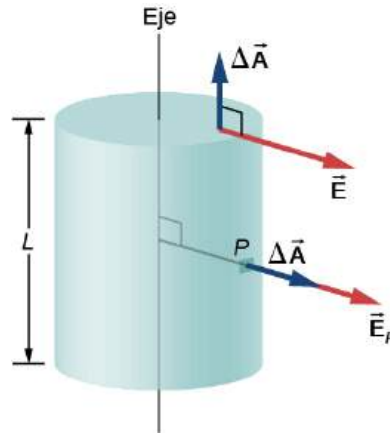
donde  $r$  es la distancia al eje y  $\hat{r}$  es un vector unitario dirigido perpendicularmente fuera del eje (Figura 6.28).



**FIGURA 6.28** El campo eléctrico en una situación de simetría cilíndrica depende solo de la distancia al eje. La dirección del campo eléctrico se aleja del eje para las cargas positivas y se acerca al eje para las cargas negativas.

### Superficie gaussiana y cálculo de flujos

Para aprovechar la dependencia direccional y funcional del campo eléctrico, elegimos una superficie gaussiana cerrada en forma de cilindro con el mismo eje que el de la distribución de carga. El flujo a través de esta superficie de radio  $s$  y altura  $L$  es fácil de calcular si dividimos nuestra tarea en dos partes: (a) un flujo a través de los extremos planos y (b) un flujo a través de la superficie curva (Figura 6.29).



**FIGURA 6.29** La superficie gaussiana en el caso de simetría cilíndrica. El campo eléctrico en un área es paralelo o perpendicular a la normal del área de la superficie gaussiana.

El campo eléctrico es perpendicular al lado cilíndrico y paralelo a los extremos planos de la superficie. El flujo que atraviesa la parte cilíndrica es

$$\int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = E \int_S dA = E(2\pi rL),$$

mientras que el flujo a través de las tapas de los extremos es cero porque  $\vec{E} \cdot \hat{n} = 0$  allí. Por lo tanto, el flujo es

$$\int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = E(2\pi rL) + 0 + 0 = 2\pi rLE.$$

### Utilizando la ley de Gauss

Según la ley de Gauss, el flujo debe ser igual a la cantidad de carga dentro del volumen encerrado por esta superficie, dividido por la permitividad del espacio libre. Cuando hace el cálculo para un cilindro de longitud  $L$ , halla que  $q_{\text{enc}}$  de la ley de Gauss es directamente proporcional a  $L$ . Escribámosla como carga por unidad de longitud ( $\lambda_{\text{enc}}$ ) por la longitud  $L$ :

$$q_{\text{enc}} = \lambda_{\text{enc}} L.$$

Por lo tanto, la ley de Gauss para cualquier distribución de carga cilíndrica simétrica arroja la siguiente magnitud del campo eléctrico a una distancia  $s$  del eje:

$$\text{Magnitud: } E(r) = \frac{\lambda_{\text{enc}}}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}.$$

La carga por unidad de longitud  $\lambda_{\text{enc}}$  depende de si el punto de campo está dentro o fuera del cilindro de distribución de la carga, al igual que hemos visto para la distribución esférica.

### Cálculo de la carga encerrada

Supongamos que  $R$  es el radio del cilindro dentro del cual se distribuyen las cargas de forma cilíndrica y simétrica. Supongamos que el punto de campo  $P$  está a una distancia  $s$  del eje (el lado de la superficie gaussiana incluye el punto de campo  $P$ ). Cuando  $r > R$  (es decir, cuando  $P$  está fuera de la distribución de carga), la superficie gaussiana incluye toda la carga en el cilindro de radio  $R$  y longitud  $L$ . Cuando  $r < R$  ( $P$  se encuentra dentro de la distribución de carga), entonces solo la carga dentro de un cilindro de radio  $s$  y longitud  $L$  está encerrada por la superficie gaussiana:

$$\lambda_{\text{enc}} L = \begin{cases} (\text{carga total}) & \text{si } r \geq R \\ (\text{solo carga dentro } r < R) & \text{si } r < R \end{cases}$$



## EJEMPLO 6.8

### Capa cilíndrica cargada uniformemente

Una capa cilíndrica no conductora muy larga de radio  $R$  tiene una densidad de carga superficial uniforme  $\sigma_0$ . Halle el campo eléctrico (a) en un punto fuera de la capa y (b) en un punto dentro de esta.

#### Estrategia

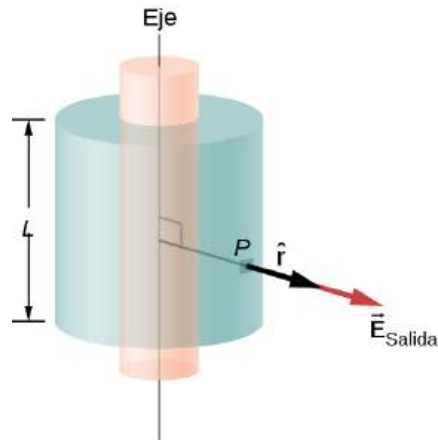
Aplique la estrategia de la ley de Gauss dada anteriormente, donde tratamos los casos dentro y fuera de la capa por separado.

#### Solución

- a. **Campo eléctrico en un punto fuera de la capa.** Para un punto fuera de la capa cilíndrica, la superficie gaussiana es la superficie de un cilindro de radio  $r > R$  y la longitud  $L$ , como se muestra en la [Figura 6.30](#). La carga encerrada por el cilindro gaussiano es igual a la carga de la capa cilíndrica de longitud  $L$ . Por lo tanto,  $\lambda_{\text{enc}}$  viene dada por

$$\lambda_{\text{enc}} = \frac{\sigma_0 2\pi RL}{L} = 2\pi R\sigma_0.$$





**FIGURA 6.30** Una superficie gaussiana que rodea una capa cilíndrica.

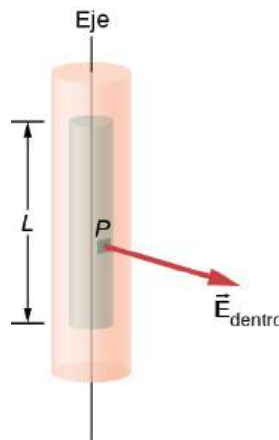
Por lo tanto, el campo eléctrico en un punto  $P$  fuera de la capa a una distancia  $r$  del eje es

$$\vec{E} = \frac{2\pi R\sigma_0}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \hat{r} = \frac{R\sigma_0}{\epsilon_0} \frac{1}{r} \hat{r} \quad (r > R)$$

donde  $\hat{r}$  es un vector unitario, perpendicular al eje y apuntando hacia fuera, como se muestra en la figura. El campo eléctrico en  $P$  apunta en la dirección de  $\hat{r}$  dado en la [Figura 6.30](#) si  $\sigma_0 > 0$  y en dirección contraria a  $\hat{r}$  si  $\sigma_0 < 0$ .

- b. **Campo eléctrico en un punto del interior de la capa.** Para un punto dentro de la capa cilíndrica, la superficie gaussiana es un cilindro cuyo radio  $r$  es menor que  $R$  ([Figura 6.31](#)). Esto significa que no se incluyen cargas dentro de la superficie gaussiana:

$$\lambda_{\text{enc}} = 0.$$



**FIGURA 6.31** Una superficie gaussiana dentro de una capa cilíndrica.

Esto da la siguiente ecuación para la magnitud del campo eléctrico  $E_{\text{dentro}}$  en un punto cuyo  $r$  es menor que  $R$  de la capa de cargas.

$$E_{\text{dentro}} 2\pi r L = 0 \quad (r < R),$$

Esto nos da

$$E_{\text{dentro}} = 0 \quad (r < R).$$

### Importancia

Observe que el resultado dentro de la capa es exactamente lo que deberíamos esperar: si no hay carga encerrada, el campo eléctrico es cero. Fuera de la capa, el resultado es idéntico al de un cable con carga uniforme  $R\sigma_0$ .

## ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 6.5

Un cable recto y delgado tiene una densidad de carga lineal uniforme  $\lambda_0$ . Calcule el campo eléctrico a una distancia  $d$  del cable, donde  $d$  es mucho menor que la longitud del cable.

### Distribución de la carga con simetría plana

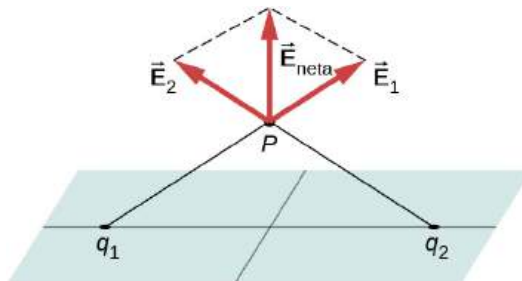
La **simetría plana** de la densidad de carga se obtiene cuando las cargas se reparten uniformemente en una gran superficie plana. En la simetría plana, todos los puntos de un plano paralelo al plano de carga son idénticos con respecto a las cargas.

#### Consecuencias de la simetría

Tomamos el plano de la distribución de la carga como el plano  $xy$  y hallamos el campo eléctrico en un punto espacial  $P$  con coordenadas  $(x, y, z)$ . Dado que la densidad de carga es la misma en todas las coordenadas  $(x, y)$  del plano  $z = 0$ , por simetría, el campo eléctrico en  $P$  no puede depender de las coordenadas  $x$  o  $y$  del punto  $P$ , como se muestra en la [Figura 6.32](#). Por lo tanto, el campo eléctrico en  $P$  solo puede depender de la distancia al plano y tiene una dirección hacia el plano o fuera de él. Es decir, el campo eléctrico en  $P$  solo tiene un componente  $z$  que no es cero.

Cargas uniformes en el plano  $xy$ :  $\vec{E} = E(z)\hat{z}$

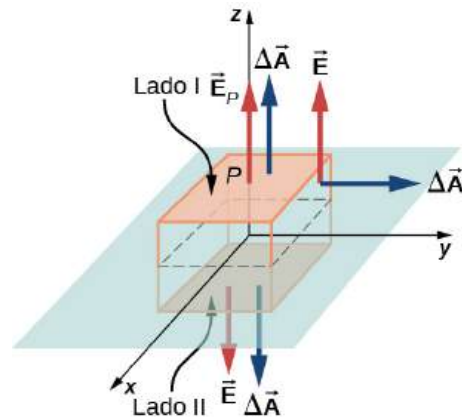
donde  $z$  es la distancia al plano y  $\hat{z}$  es el vector unitario normal al plano. Tenga en cuenta que en este sistema,  $E(z) = E(-z)$ , aunque, por supuesto, apuntan en direcciones opuestas.



**FIGURA 6.32** Los componentes del campo eléctrico paralelos a un plano de cargas anulan las dos cargas situadas simétricamente desde el punto  $P$  del campo. Para cualquier punto  $P$  y carga  $q_1$ , siempre podemos calcular un  $q_2$  con este efecto.

#### Superficie gaussiana y cálculo de flujos

En el presente caso, una superficie gaussiana conveniente es una caja, ya que el campo eléctrico esperado apunta en una sola dirección. Para mantener la simetría de la caja gaussiana con respecto al plano de las cargas, la tomamos para abarcar el plano de las cargas, de manera que una cara que contiene el punto de campo  $P$  se toma paralela al plano de las cargas. En la [Figura 6.33](#), se han sombreado los lados I y II de la superficie gaussiana (la caja) que son paralelos al plano infinito. Son las únicas superficies que generan un flujo que no es cero porque el campo eléctrico y los vectores de área de las otras caras son perpendiculares entre sí.



**FIGURA 6.33** Una lámina delgada cargada y la caja gaussiana para hallar el campo eléctrico en el punto de campo  $P$ . La normal a cada cara de la caja es desde el interior de la caja hacia el exterior. En dos caras de la caja, los campos eléctricos son paralelos a los vectores de área, y en las otras cuatro caras, los campos eléctricos son perpendiculares a los vectores de área.

Supongamos que  $A$  es el área de la superficie sombreada en cada lado del plano y  $E_P$  es la magnitud del campo eléctrico en el punto  $P$ . Como los lados I y II están a la misma distancia del plano, el campo eléctrico tiene la misma magnitud en los puntos de estos planos, aunque las direcciones del campo eléctrico en estos puntos de los dos planos son opuestas entre sí.

Magnitud en I o II  $E(z) = E_P$ .

Si la carga en el plano es positiva, entonces la dirección del campo eléctrico y los vectores de área son como se muestra en la [Figura 6.33](#). Por lo tanto, hallamos para el flujo del campo eléctrico a través de la caja

$$\Phi = \oint_S \vec{E}_P \cdot \hat{n} dA = E_P A + E_P A + 0 + 0 + 0 + 0 = 2E_P A \quad 6.11$$

donde los ceros son para el flujo a través de los otros lados de la caja. Observe que si la carga del plano es negativa, las direcciones del campo eléctrico y de los vectores de área para los planos I y II son opuestas entre sí, y obtenemos un signo negativo para el flujo. Según la ley de Gauss, el flujo debe ser igual a  $q_{\text{enc}}/\epsilon_0$ . De la [Figura 6.33](#) vemos que las cargas dentro del volumen encerrado por la caja gaussiana residen en un área  $A$  del plano  $xy$ . Por lo tanto,

$$q_{\text{enc}} = \sigma_0 A. \quad 6.12$$

Utilizando las ecuaciones para el flujo y la carga encerrada en la ley de Gauss, podemos determinar inmediatamente el campo eléctrico en un punto a la altura  $z$  de un plano uniformemente cargado en el plano  $xy$ :

$$\vec{E}_P = \frac{\sigma_0}{2\epsilon_0} \hat{n}.$$

La dirección del campo depende del signo de la carga en el plano y del lado del plano donde se encuentra el punto de campo  $P$ . Observe que por encima del plano,  $\hat{n} = +\hat{z}$ , mientras que por debajo del plano,  $\hat{n} = -\hat{z}$ .

Le sorprenderá observar que el campo eléctrico no depende realmente de la distancia al plano; esto es un efecto de la suposición de que el plano es infinito. En términos prácticos, el resultado dado anteriormente sigue siendo una aproximación útil para planos finitos cerca del centro.

## 6.4 Conductores en equilibrio electrostático

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

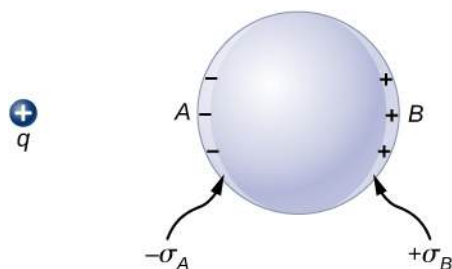
- Describir el campo eléctrico dentro de un conductor en equilibrio.
- Describir el campo eléctrico inmediatamente fuera de la superficie de un conductor cargado en equilibrio.
- Explicar por qué si el campo no es el descrito en los dos primeros objetivos, el conductor no está en equilibrio.

Hasta ahora, hemos trabajado generalmente con cargas que ocupan un volumen dentro de un aislante. Ahora estudiamos lo que ocurre cuando se colocan cargas libres en un conductor. Por lo general, en presencia de un campo eléctrico (generalmente externo), la carga libre de un conductor se redistribuye y alcanza muy rápidamente el equilibrio electrostático. La distribución de carga resultante y su campo eléctrico tienen muchas propiedades interesantes, que podemos investigar con la ayuda de la ley de Gauss y el concepto de potencial eléctrico.

### El campo eléctrico desaparece dentro de un conductor

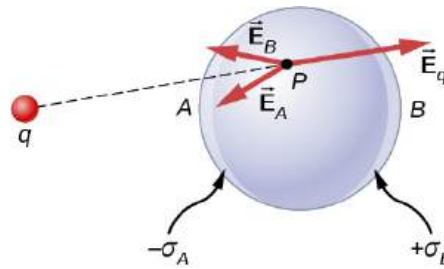
Si hay un campo eléctrico en el interior de un conductor, este ejerce fuerzas sobre los **electrones libres** (también llamados electrones de conducción), que son los electrones del material que no están unidos a un átomo. Entonces, estos electrones libres se aceleran. Sin embargo, las cargas en movimiento significan, por definición, condiciones no estáticas, al contrario de lo que suponemos. Por lo tanto, cuando se alcanza el equilibrio electrostático, la carga se distribuye de tal manera que el campo eléctrico dentro del conductor desaparece.

Si se coloca una pieza de un metal cerca de una carga positiva, los electrones libres del metal son atraídos por la carga positiva externa y migran libremente hacia esa región. La región a la que se desplazan los electrones tiene entonces un exceso de electrones sobre los protones de los átomos y la región desde la que han migrado los electrones tiene más protones que electrones. En consecuencia, el metal desarrolla una región negativa cerca de la carga y una región positiva en el extremo lejano (Figura 6.34). Como vimos en el capítulo anterior, esta separación de cargas eléctricas de igual magnitud y de tipo opuesto se llama polarización. Si se elimina la carga externa, los electrones vuelven a migrar y neutralizan la región positiva.



**FIGURA 6.34** Polarización de una esfera de metal por una carga puntual externa  $+q$ . El lado cercano del metal tiene una carga superficial opuesta en comparación con el lado lejano del metal. Se dice que la esfera está polarizada. Al eliminar la carga externa, la polarización del metal también desaparece.

La polarización del metal solo se produce en presencia de cargas externas. Se puede pensar en esto en términos de campos eléctricos. La carga externa crea un campo eléctrico externo. Cuando el metal se coloca en la región de este campo eléctrico, los electrones y protones del metal experimentan fuerzas eléctricas debidas a este campo eléctrico externo, pero solo los electrones de conducción son libres de moverse en el metal a distancias macroscópicas. El movimiento de los electrones de conducción conduce a la polarización, que crea un campo eléctrico inducido además del campo eléctrico externo (Figura 6.35). El campo eléctrico neto es una suma vectorial de los campos de  $+q$  y las densidades de carga superficial  $-\sigma_A$  y  $+\sigma_B$ . Esto significa que el campo neto dentro del conductor es diferente del campo fuera de él.



**FIGURA 6.35** En presencia de una carga externa  $q$ , las cargas de un metal se redistribuyen. El campo eléctrico en cualquier punto tiene tres contribuciones, desde  $+q$  y las cargas inducidas  $-\sigma_A$  y  $+\sigma_B$ . Tenga en cuenta que la distribución de la carga superficial no será uniforme en este caso.

La redistribución de cargas es tal que la suma de las tres contribuciones en cualquier punto  $P$  dentro del conductor es

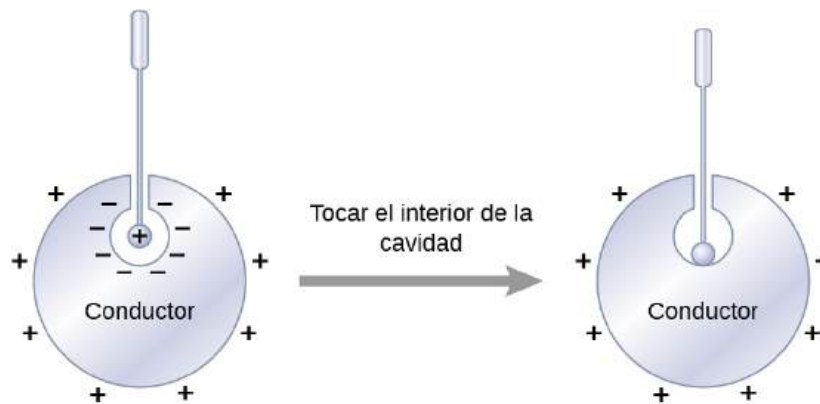
$$\vec{E}_P = \vec{E}_q + \vec{E}_B + \vec{E}_A = \vec{0}.$$

Ahora, gracias a la ley de Gauss, sabemos que no hay carga neta encerrada por una superficie gaussiana que esté únicamente dentro del volumen del conductor en equilibrio. Eso es,  $q_{\text{enc}} = 0$  y por lo tanto

$$\vec{E}_{\text{neto}} = \vec{0} \text{ (en puntos del interior de un conductor).} \quad 6.13$$

### Carga en un conductor

Una propiedad interesante de un conductor en equilibrio estático es que las cargas adicionales en el conductor terminan en su superficie exterior, independientemente de su origen. La [Figura 6.36](#) ilustra un sistema en el que llevamos una carga positiva externa al interior de la cavidad de un metal y luego toca la superficie interior. Inicialmente, la superficie interior de la cavidad está cargada negativamente y la superficie exterior del conductor está cargada positivamente. Cuando tocamos la superficie interior de la cavidad, la carga inducida se neutraliza, dejando la superficie exterior y todo el metal cargado con una carga neta positiva.

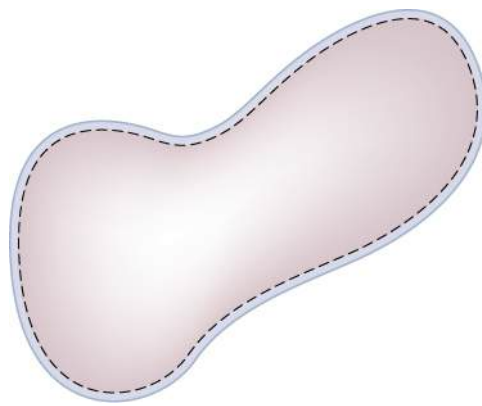


**FIGURA 6.36** Las cargas eléctricas en un conductor migran a la superficie exterior sin importar dónde las ponga inicialmente.

Para ver por qué ocurre esto, observe que la superficie gaussiana en la [Figura 6.37](#) (la línea discontinua) sigue el contorno de la superficie real del conductor y se sitúa a una distancia infinitesimal *dentro* de ella. Dado que  $E = 0$  por todas partes dentro de un conductor,

$$\oint_s \vec{E} \cdot \hat{n} dA = 0.$$

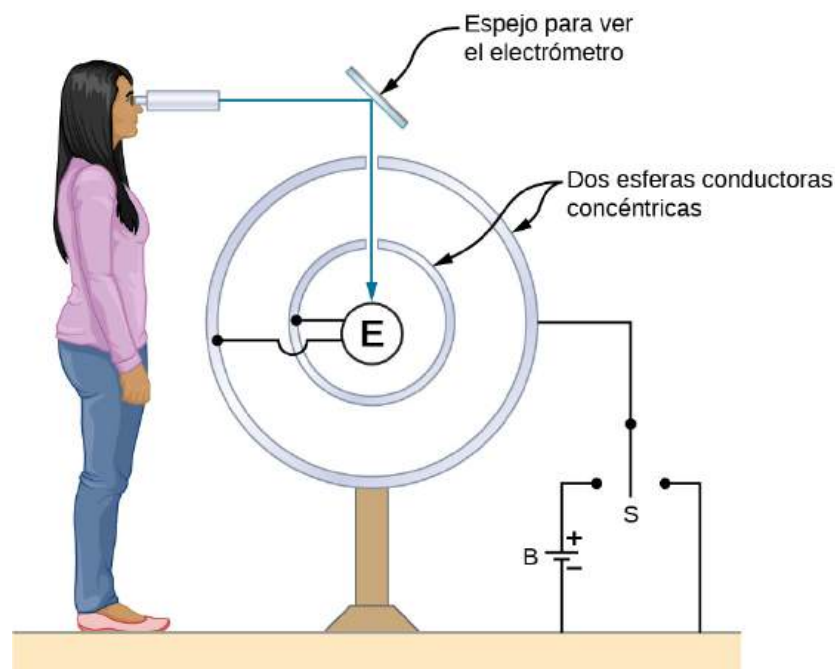
Así, a partir de la ley de Gauss, no hay carga neta dentro de la superficie gaussiana. Pero la superficie gaussiana se encuentra justo por debajo de la superficie real del conductor; en consecuencia, no hay carga neta dentro del conductor. Cualquier exceso de carga debe estar en su superficie.



**FIGURA 6.37** La línea discontinua representa una superficie gaussiana que está justo por debajo de la superficie real del conductor.

Esta propiedad particular de los conductores es la base de un método extremadamente preciso desarrollado por Plimpton y Lawton en 1936 para verificar la ley de Gauss y, en consecuencia, la ley de Coulomb. Un esquema de su aparato se muestra en la [Figura 6.38](#). Dos capas esféricas están conectadas entre sí a través de un electrómetro E, un dispositivo que puede detectar una cantidad muy ligera de carga que fluye de una capa a la otra. Cuando se acciona el interruptor S hacia la izquierda, la batería B pone carga en la capa exterior. ¿La carga fluye a través del electrómetro a la capa interior?

No. Hacerlo significaría una violación de la ley de Gauss. Plimpton y Lawton no detectaron ningún flujo y, conociendo la sensibilidad de su electrómetro, concluyeron que si la dependencia radial en la ley de Coulomb fuera  $1/r^{(2+\delta)}$ ,  $\delta$  sería menor que  $2 \times 10^{-9}$ <sup>1</sup>. Las mediciones más recientes sitúan  $\delta$  a menos de  $3 \times 10^{-16}$ <sup>2</sup>, un número tan pequeño que la validez de la ley de Coulomb parece indiscutible.



**FIGURA 6.38** Una representación del aparato utilizado por Plimpton y Lawton. Cualquier transferencia de carga entre las esferas es detectada por el electrómetro E.

1 S. Plimpton y W. Lawton. 1936. "A Very Accurate Test of Coulomb's Law of Force between Charges". *Physical Review* 50, n.º 11: 1066, doi:10.1103/PhysRev.50.1066

2 E. Williams, J. Faller y H. Hill. 1971. "New Experimental Test of Coulomb's Law: A Laboratory Upper Limit on the Photon Rest Mass". *Physical Review Letters* 26, N.º 12: 721, doi:10.1103/PhysRevLett.26.721

## El campo eléctrico en la superficie de un conductor

Si el campo eléctrico tuviera un componente paralelo a la superficie de un conductor, las cargas libres en la superficie se moverían, una situación contraria a la suposición de equilibrio electrostático. Por lo tanto, el campo eléctrico es siempre perpendicular a la superficie de un conductor.

En cualquier punto justo por encima de la superficie de un conductor, la densidad de carga superficial  $\sigma$  y la magnitud del campo eléctrico  $E$  están relacionados por

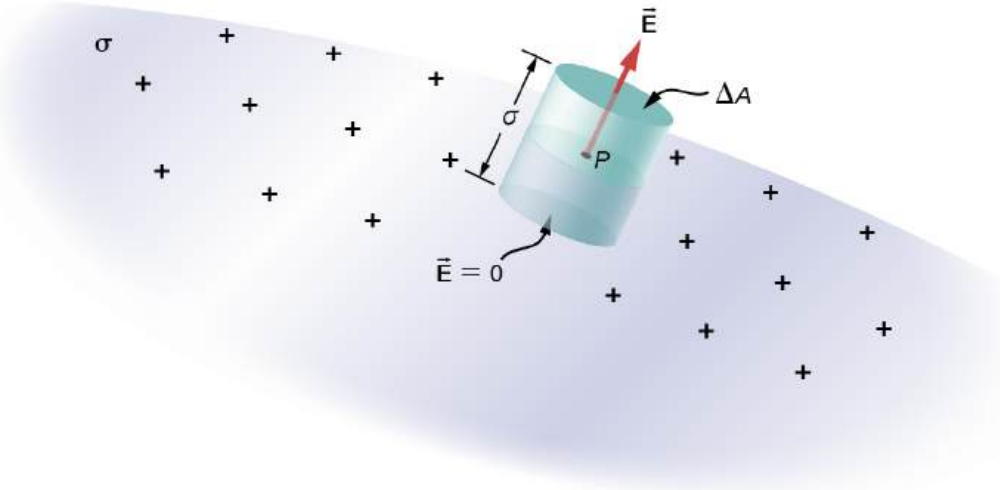
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad 6.14$$

Para ver esto, considere un cilindro gaussiano infinitesimal que rodea un punto de la superficie del conductor, como en la [Figura 6.39](#). El cilindro tiene una cara final interior y otra exterior a la superficie. La altura y la sección transversal del cilindro son  $\delta$  y  $\Delta A$ , respectivamente. Los lados del cilindro son perpendiculares a la superficie del conductor, y sus caras extremas son paralelas a la superficie. Como el cilindro es infinitesimalmente pequeño, la densidad de carga  $\sigma$  es esencialmente constante sobre la superficie encerrada, por lo que la carga total dentro del cilindro gaussiano es  $\sigma\Delta A$ . Ahora bien,  $E$  es perpendicular a la superficie del conductor en el exterior de este y se desvanece en el interior, ya que de otra manera las cargas se acelerarían y no estaríamos en equilibrio. Por lo tanto, el flujo eléctrico solo atraviesa la cara exterior de la superficie gaussiana y puede escribirse como  $E\Delta A$ , ya que se supone que el cilindro es lo suficientemente pequeño como para que  $E$  sea aproximadamente constante en esa área. De la ley de Gauss,

$$E\Delta A = \frac{\sigma\Delta A}{\epsilon_0}.$$

Por lo tanto,

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

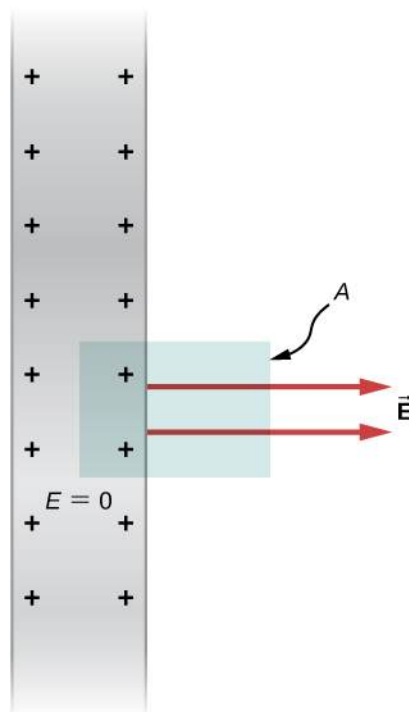


**FIGURA 6.39** Una superficie gaussiana cilíndrica infinitesimal rodea el punto  $P$ , que está en la superficie del conductor. El campo  $\vec{E}$  es perpendicular a la superficie del conductor fuera del mismo y desaparece dentro de él.

### EJEMPLO 6.9

#### Campo eléctrico de una placa conductora

La placa conductora infinita en la [Figura 6.40](#) tiene una densidad de carga superficial uniforme  $\sigma$ . Utilice la ley de Gauss para calcular el campo eléctrico fuera de la placa. Compare este resultado con el calculado anteriormente de forma directa.



**FIGURA 6.40** Vista lateral de una placa conductora infinita y de un cilindro gaussiano con sección transversal  $A$ .

### Estrategia

Para este caso, utilizamos una superficie gaussiana cilíndrica, de la que se muestra una vista lateral.

### Solución

El cálculo del flujo es similar al de una hoja de carga infinita del capítulo anterior, con una excepción importante: La cara izquierda de la superficie gaussiana está dentro del conductor donde  $\vec{E} = \vec{0}$ , por lo que el flujo total a través de la superficie gaussiana es  $EA$  en lugar de  $2EA$ . Entonces, a partir de la ley de Gauss,

$$EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

y el campo eléctrico fuera de la placa es

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

### Importancia

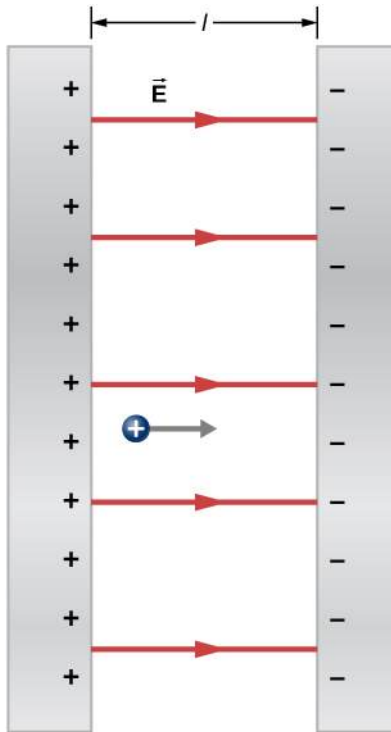
Este resultado está de acuerdo con el resultado de la sección anterior, y es coherente con la regla indicada anteriormente.

## EJEMPLO 6.10

### Campo eléctrico entre placas paralelas con carga opuesta

Dos grandes placas conductoras llevan cargas iguales y opuestas, con una densidad de carga superficial  $\sigma$  de magnitud  $6,81 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2$ , como se muestra en la [Figura 6.41](#). La separación entre las placas es  $l = 6,50 \text{ mm}$ . ¿Cuál es el campo eléctrico entre las placas?





**FIGURA 6.41** El campo eléctrico entre placas paralelas con carga opuesta. Se libera una carga de prueba en la placa positiva.

### Estrategia

Observe que el campo eléctrico en la superficie de una placa solo depende de la carga de esa placa. Por lo tanto, aplique  $E = \sigma/\epsilon_0$  con los valores dados.

### Solución

El campo eléctrico se dirige desde la placa positiva a la negativa, como se muestra en la figura, y su magnitud viene dada por

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{6,81 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2}{8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N m}^2} = 7,69 \times 10^4 \text{ N/C.}$$

### Importancia

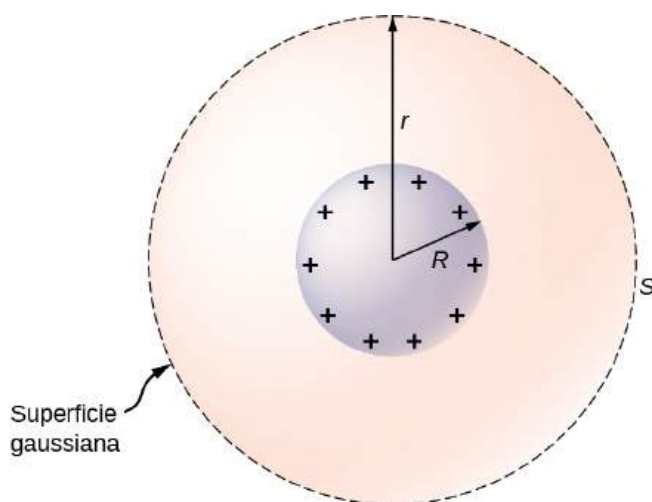
Esta fórmula es aplicable a más de una placa. Además, los sistemas de dos placas serán importantes más adelante.



## EJEMPLO 6.11

### Una esfera conductora

La esfera conductora aislada (Figura 6.42) tiene un radio  $R$  y un exceso de carga  $q$ . ¿Cuál es el campo eléctrico dentro y fuera de la esfera?



**FIGURA 6.42** Una esfera conductora aislada.

### Estrategia

La esfera está aislada, por lo que su distribución de cargas en la superficie y el campo eléctrico de esa distribución son esféricamente simétricos. Por lo tanto, podemos representar el campo como  $\vec{E} = E(r)\hat{r}$ . Para calcular  $E(r)$ , aplicamos la ley de Gauss sobre una superficie esférica cerrada  $S$  de radio  $r$  que es concéntrica con la esfera conductora.

### Solución

Dado que  $r$  es constante y  $\hat{n} = \hat{r}$  en la esfera,

$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = E(r) \oint_S dA = E(r) 4\pi r^2.$$

Para  $r < R$ ,  $S$  está dentro del conductor, por lo que  $q_{\text{enc}} = 0$ , y la ley de Gauss da

$$E(r) = 0,$$

como se espera dentro de un conductor. Si  $r > R$ ,  $S$  encierra el conductor de manera que  $q_{\text{enc}} = q$ . De la ley de Gauss,

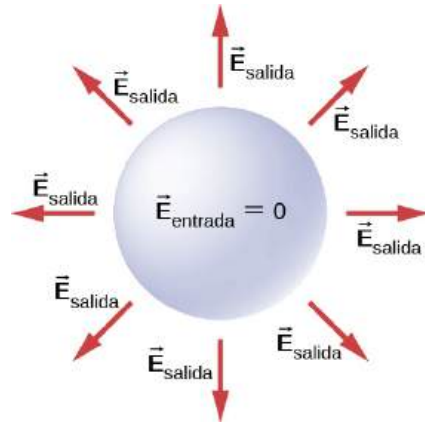
$$E(r) 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Por lo tanto, el campo eléctrico de la esfera puede escribirse como

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{0} & (r < R), \\ \vec{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} & (r \geq R). \end{aligned}$$

### Importancia

Observe que en la región  $r \geq R$ , el campo eléctrico debido a una carga  $q$  situada en una esfera conductora aislada de radio  $R$  es idéntico al campo eléctrico de una carga puntual  $q$  situada en el centro de la esfera. La diferencia entre el metal cargado y una carga puntual se produce solo en los puntos espaciales del interior del conductor. Para una carga puntual colocada en el centro de la esfera el campo eléctrico no es cero en los puntos del espacio ocupados por la esfera, pero un conductor con la misma cantidad de carga tiene un campo eléctrico cero en esos puntos ([Figura 6.43](#)). Sin embargo, no hay distinción en los puntos exteriores del espacio donde  $r > R$ , y podemos sustituir impunemente el conductor esférico cargado aislado por una carga puntual en su centro.

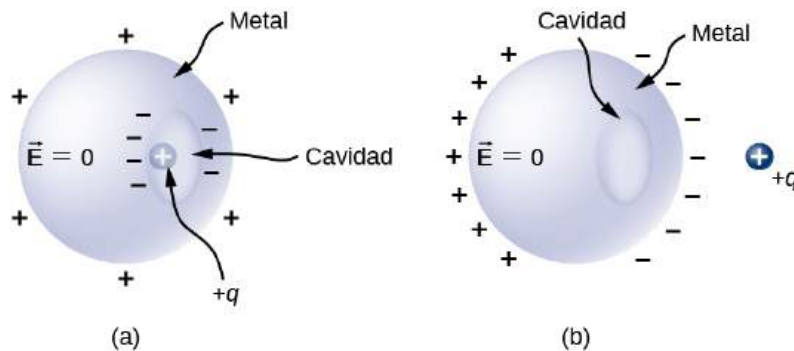


**FIGURA 6.43** Campo eléctrico de una esfera de metal cargada positivamente. El campo eléctrico en el interior es cero, y el campo eléctrico en el exterior es igual al campo eléctrico de una carga puntual en el centro, aunque la carga en la esfera de metal está en la superficie.

### ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 6.6

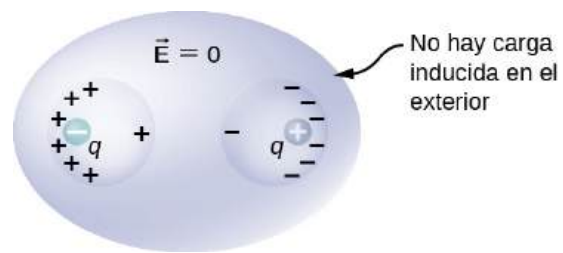
**Compruebe lo aprendido** ¿Cómo cambiará el sistema anterior si hay objetos cargados externos a la esfera?

Para un conductor con una cavidad, si ponemos una carga  $+q$  dentro de la cavidad, entonces la separación de la carga tiene lugar en el conductor, con una cantidad  $-q$  de carga en la superficie interior y una cantidad  $+q$  de carga en la superficie exterior (Figura 6.44(a)). Para el mismo conductor con una carga  $+q$  fuera de ella, no hay exceso de carga en la superficie interior; tanto las cargas positivas como las negativas inducidas residen en la superficie exterior (Figura 6.44(b)).



**FIGURA 6.44** (a) Una carga dentro de una cavidad en un metal. La distribución de las cargas en la superficie exterior no depende de cómo se distribuyen las cargas en la superficie interior, ya que el campo  $E$  dentro del cuerpo del metal es cero. Sin embargo, la magnitud de la carga en la superficie exterior depende de la magnitud de la carga en el interior. (b) Una carga fuera de un conductor que contiene una cavidad interior. La cavidad sigue sin tener carga. La polarización de las cargas en el conductor se produce en la superficie.

Si un conductor tiene dos cavidades, una de ellas con carga  $+q_a$  en su interior y el otro una carga  $-q_b$ , la polarización del conductor resulta en  $-q_a$  en la superficie interior de la cavidad  $a$ ,  $+q_b$  en la superficie interior de la cavidad  $b$  y  $q_a - q_b$  en la superficie exterior (Figura 6.45). Las cargas en las superficies pueden no estar uniformemente repartidas; su distribución depende de la geometría. La única regla que se cumple es que cuando se ha alcanzado el equilibrio, la distribución de cargas en un conductor es tal que el campo eléctrico por la distribución de cargas en el conductor cancela el campo eléctrico de las cargas externas en todos los puntos del espacio dentro del cuerpo del conductor.



**FIGURA 6.45** Las cargas inducidas por dos cargas iguales y opuestas en dos cavidades separadas de un conductor. Si la carga neta en la cavidad es distinta de cero, la superficie externa se carga en la cantidad de la carga neta.

## Revisión Del Capítulo

### Términos Clave

**electrones libres** también llamados electrones de conducción, son los electrones de un conductor que no están ligados a ningún átomo en particular, y por lo tanto son libres de moverse

**flujo** cantidad de algo que pasa por una zona determinada

**flujo eléctrico** producto punto del campo eléctrico y el área que atraviesa

**simetría cilíndrica** el sistema solo varía con la distancia al eje, no con la dirección

**simetría esférica** el sistema solo varía con la distancia al origen, no en la dirección

**simetría plana** el sistema solo varía con la distancia a un plano

**superficie gaussiana** cualquier superficie cerrada (normalmente imaginaria)

**vector de área** vector con magnitud igual al área de una superficie y dirección perpendicular a la superficie

### Ecuaciones Clave

Definición del flujo eléctrico, para un campo eléctrico uniforme

$$\Phi = \vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\mathbf{A}} \rightarrow EA \cos \theta$$

Flujo eléctrico a través de una superficie abierta

$$\Phi = \int_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA = \int_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$

Flujo eléctrico a través de una superficie cerrada

$$\Phi = \oint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA = \oint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}$$

Ley de Gauss

$$\Phi = \oint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

Ley de Gauss para sistemas con simetría

$$\Phi = \oint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA = E \oint_S dA = EA = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

La magnitud del campo eléctrico justo fuera de la superficie de un conductor

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

## Resumen

### 6.1 Flujo eléctrico

- El flujo eléctrico que atraviesa una superficie es proporcional al número de líneas de campo que la atraviesan. Observe que esto significa que la magnitud es proporcional a la porción del campo perpendicular al área.
- El flujo eléctrico se obtiene evaluando la integral de superficie

$$\Phi = \oint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA = \oint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}},$$

donde la notación utilizada aquí es para una superficie cerrada  $S$ .

### 6.2 Explicar la ley de Gauss

- La ley de Gauss relaciona el flujo eléctrico a

través de una superficie cerrada con la carga neta dentro de esa superficie,

$$\Phi = \oint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0},$$

donde  $q_{\text{enc}}$  es la carga total dentro de la superficie gaussiana  $S$ .

- Todas las superficies que incluyen la misma cantidad de carga tienen el mismo número de líneas de campo que la cruzan, independientemente de la forma o el tamaño de la superficie, siempre que las superficies encierren la misma cantidad de carga.

### 6.3 Aplicación de la ley de Gauss

- Para una distribución de carga con ciertas simetrías espaciales (esférica, cilíndrica y

plana), podemos calcular una superficie gaussiana sobre la que  $\vec{E} \cdot \hat{n} = E$ , donde  $E$  es constante sobre la superficie. El campo eléctrico se determina entonces con la ley de Gauss.

- Para la simetría esférica, la superficie gaussiana es también una esfera, y la ley de Gauss se simplifica a  $4\pi r^2 E = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$ .
- Para la simetría cilíndrica, utilizamos una superficie cilíndrica de Gauss, y hallamos que la ley de Gauss se simplifica a  $2\pi r L E = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$ .
- Para la simetría plana, una superficie gaussiana conveniente es una caja que penetra en el plano, con dos caras paralelas al plano y el resto perpendiculares, resultando la ley de Gauss

$$2AE = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}.$$

#### 6.4 Conductores en equilibrio electrostático

- El campo eléctrico dentro de un conductor desaparece.
- Cualquier exceso de carga colocado en un conductor reside enteramente en la superficie del mismo.
- El campo eléctrico es perpendicular a la superficie de un conductor en cualquier lugar de esa superficie.
- La magnitud del campo eléctrico justo por encima de la superficie de un conductor viene dada por  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ .

### Preguntas Conceptuales

#### 6.1 Flujo eléctrico

1. Discuta cómo orientar una superficie plana de área  $A$  en un campo eléctrico uniforme de magnitud  $E_0$  para obtener (a) el flujo máximo y (b) el flujo mínimo a través del área.
2. ¿Cuáles son los valores máximos y mínimos del flujo en la pregunta anterior?
3. El flujo eléctrico neto que atraviesa una superficie cerrada es siempre cero. ¿Verdadero o falso?
4. El flujo eléctrico neto que atraviesa una superficie abierta nunca es cero. ¿Verdadero o falso?

#### 6.2 Explicar la ley de Gauss

5. Dos superficies esféricas concéntricas encierran una carga puntual  $q$ . El radio de la esfera exterior es el doble del de la interior. Compare los flujos eléctricos que cruzan las dos superficies.
6. Compare el flujo eléctrico que atraviesa la superficie de un cubo de lado  $a$  que tiene una carga  $q$  en su centro con el flujo que atraviesa una superficie esférica de radio  $a$  con una carga  $q$  en su centro.
7. (a) Si el flujo eléctrico que atraviesa una superficie cerrada es cero, ¿el campo eléctrico es necesariamente cero en todos los puntos de la superficie? (b) ¿Cuál es la carga neta dentro de la superficie?
8. Discuta cómo se vería afectada la ley de Gauss si el campo eléctrico de una carga puntual no variara como  $1/r^2$ .
9. Discuta las similitudes y diferencias entre el campo gravitacional de una masa puntual  $m$  y el campo eléctrico de una carga puntual  $q$ .

10. Discuta si la ley de Gauss puede aplicarse a otras fuerzas y, en caso afirmativo, a cuáles.
11. ¿Es el término  $\vec{E}$  en la ley de Gauss el campo eléctrico producido solo por la carga dentro de la superficie gaussiana?
12. Reformule la ley de Gauss eligiendo que la normal unitaria de la superficie gaussiana sea la dirigida hacia el interior.

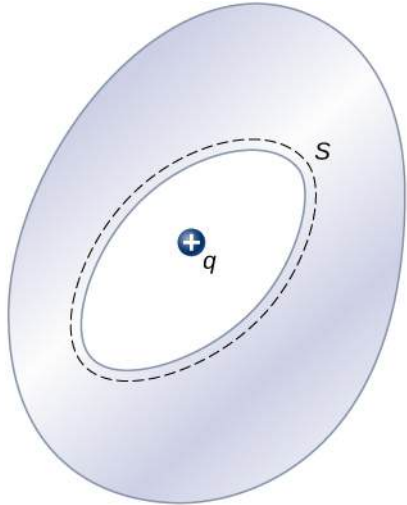
#### 6.3 Aplicación de la ley de Gauss

13. ¿Sería útil la ley de Gauss para determinar el campo eléctrico de dos cargas iguales pero opuestas a una distancia fija?
14. Discuta el papel que juega la simetría en la aplicación de la ley de Gauss. De ejemplos de distribuciones de carga continuas en las que la ley de Gauss sea útil y no lo sea para determinar el campo eléctrico.
15. Discuta las restricciones de la superficie gaussiana utilizadas para discutir la simetría plana. Por ejemplo, ¿es importante su longitud? ¿La sección transversal tiene que ser cuadrada? ¿Las caras finales deben estar en lados opuestos de la hoja?

#### 6.4 Conductores en equilibrio electrostático

16. ¿El campo eléctrico dentro de un metal es siempre cero?
17. En condiciones electrostáticas, el exceso de carga de un conductor reside en su superficie. ¿Significa esto que todos los electrones de conducción de un conductor están en la superficie?
18. Se coloca una carga  $q$  en la cavidad de un

conductor como se muestra a continuación.  
¿Una carga fuera del conductor experimentará un campo eléctrico debido a la presencia de  $q$ ?



## Problemas

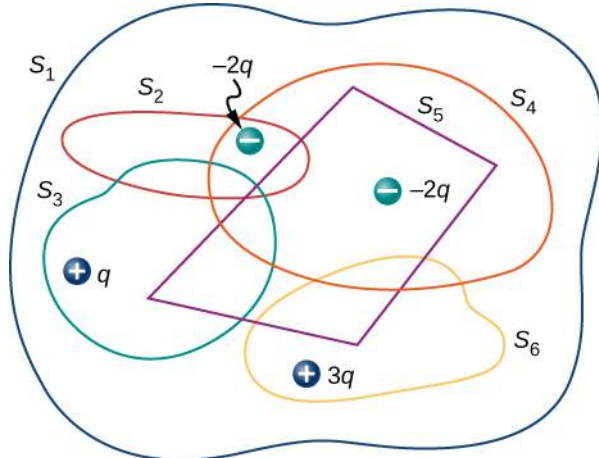
### 6.1 Flujo eléctrico

20. Un campo eléctrico uniforme de magnitud  $1,1 \times 10^4 \text{ N/C}$  es perpendicular a una hoja cuadrada de  $2,0 \text{ m}$  de lado. ¿Cuál es el flujo eléctrico que atraviesa la lámina?
21. Calcule el flujo que atraviesa la lámina del problema anterior si el plano de la lámina tiene un ángulo de  $60^\circ$  al campo. Halle el flujo para ambas direcciones de la normal unitaria a la hoja.
22. Halle el flujo eléctrico a través de un área rectangular  $3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$  entre dos placas paralelas donde hay un campo eléctrico constante de  $30 \text{ N/C}$  para las siguientes orientaciones del área: (a) paralela a las placas, (b) perpendicular a las placas, y (c) la normal al área haciendo un ángulo de  $30^\circ$  con la dirección del campo eléctrico. Observe que este ángulo también puede darse como  $180^\circ + 30^\circ$ .
23. El flujo eléctrico a través de un área cuadrada de  $5 \text{ cm}$  de lado cerca de una gran lámina cargada resulta ser  $3 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$  cuando el área es paralela a la placa. Halle la densidad de carga en la hoja.
24. Dos grandes placas rectangulares de aluminio de área  $150 \text{ cm}^2$  se enfrentan con una separación de  $3 \text{ mm}$  entre ellos. Las placas están cargadas con igual cantidad de cargas opuestas,  $\pm 20 \mu\text{C}$ . Las cargas de las placas se enfrentan entre sí. Halle el flujo que atraviesa un círculo de  $3 \text{ cm}$  de radio entre las placas cuando la normal al círculo forma un ángulo de  $5^\circ$  con una línea perpendicular a las placas. Observe que este ángulo también puede darse como  $180^\circ + 5^\circ$ .
25. Una superficie cuadrada de área  $2 \text{ cm}^2$  está en un espacio de campo eléctrico uniforme de magnitud  $10^3 \text{ N/C}$ . La cantidad de flujo que lo atraviesa depende de la orientación del cuadrado con respecto a la dirección del campo eléctrico. Halle el flujo eléctrico que atraviesa el cuadrado, cuando la normal para el mismo hace los siguientes ángulos con el campo eléctrico: (a)  $30^\circ$ , (b)  $90^\circ$ , y (c)  $0^\circ$ . Observe que estos ángulos también pueden darse como  $180^\circ + \theta$ .
26. Un campo vectorial apunta a lo largo del eje  $z$ ,  $\vec{v} = \frac{\alpha}{x^2+y^2} \hat{z}$ . (a) Halle el flujo del campo vectorial a través de un rectángulo en el plano  $xy$  entre  $a < x < b$  y  $c < y < d$ . (b) Haga lo mismo a través de un rectángulo en el plano  $yz$  entre  $a < z < b$  y  $c < y < d$ . (Deje su respuesta como una integral)
27. Consideremos el campo eléctrico uniforme  $\vec{E} = (4,0 \hat{j} + 3,0 \hat{k}) \times 10^3 \text{ N/C}$ . ¿Cuál es su flujo eléctrico a través de un área circular de  $2,0 \text{ m}$  de radio que se encuentra en el plano  $xy$ ?
28. Repita el problema anterior, dado que el área circular es (a) en el plano  $yz$  y (b)  $45^\circ$  sobre el plano  $xy$ .
29. Un cable con carga infinita con carga por unidad de longitud  $\lambda$  se encuentra a lo largo del eje central de una superficie cilíndrica de radio  $r$  y longitud  $l$ . ¿Cuál es el flujo que atraviesa la

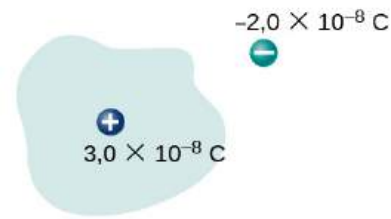
superficie debido al campo eléctrico del cable cargado?

### 6.2 Explicar la ley de Gauss

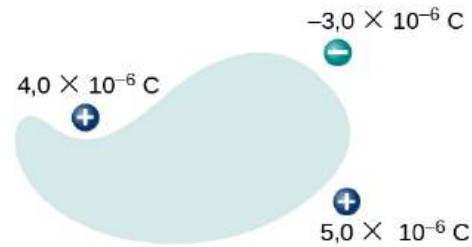
- 30.** Determine el flujo eléctrico a través de cada superficie cerrada donde la sección transversal dentro de la superficie se muestra a continuación.



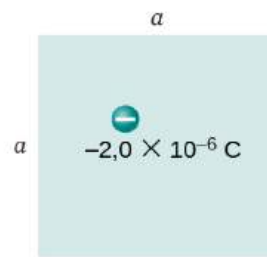
- 31.** Calcule el flujo eléctrico que atraviesa la superficie cerrada cuyas secciones transversales se muestran a continuación.



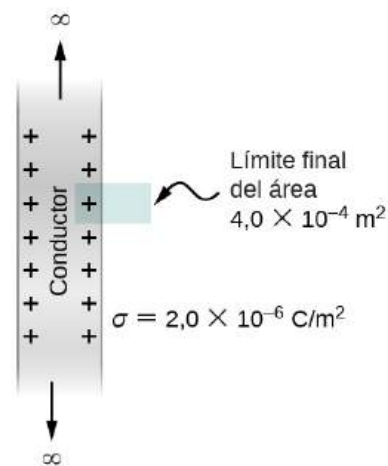
(a)



(b)



(c)



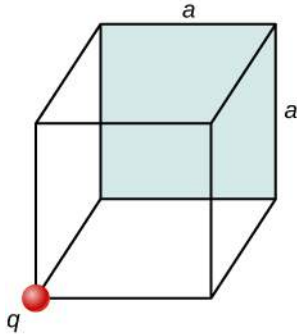
(d)

- 32.** Una carga puntual  $q$  está situada en el centro de un cubo cuyos lados son de longitud  $a$ . Si no hay otras cargas en este sistema, ¿cuál es el flujo eléctrico que atraviesa una cara del cubo?
- 33.** Una carga puntual de  $10 \mu\text{C}$  está en un lugar no especificado dentro de un cubo de 2 cm de lado. Calcule el flujo eléctrico neto a través de las



superficies del cubo.

34. Un flujo neto de  $1,0 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$  pasa hacia el interior de la superficie de una esfera de radio 5 cm. (a) ¿Cuánta carga hay dentro de la esfera? (b) ¿Con qué precisión podemos determinar la ubicación de la carga a partir de esta información?
35. Una carga  $q$  se coloca en una de las esquinas de un cubo de lado  $a$ , como se muestra a continuación. Calcule la magnitud del flujo eléctrico a través de la cara sombreada debido a  $q$ . Supongamos que  $q > 0$ .



36. El flujo eléctrico que atraviesa una caja cúbica de 8,0 cm de lado es  $1,2 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$ . ¿Cuál es la carga total que encierra la caja?
37. El flujo eléctrico que atraviesa una superficie esférica es  $4,0 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$ . ¿Cuál es la carga neta que encierra la superficie?
38. Un cubo cuyos lados son de longitud  $d$  se coloca en un campo eléctrico uniforme de magnitud  $E = 4,0 \times 10^3 \text{ N/C}$  para que el campo sea perpendicular a dos caras opuestas del cubo. ¿Cuál es el flujo neto a través del cubo?
39. Repita el problema anterior, suponiendo que el campo eléctrico se dirige a lo largo de una diagonal del cuerpo del cubo.
40. Una carga total de  $5,0 \times 10^{-6} \text{ C}$  se distribuye uniformemente por un volumen cúbico cuyas aristas miden 8,0 cm. (a) ¿Cuál es la densidad de carga en el cubo? (b) ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de un cubo con aristas de 12,0 cm que es concéntrico con la distribución de carga? (c) Haga el mismo cálculo para cubos cuyas aristas miden 10,0 cm y 5,0 cm. (d) ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de una superficie esférica de radio 3,0 cm que también es concéntrica con la distribución de carga?

### 6.3 Aplicación de la ley de Gauss

41. Recordemos que en el ejemplo de una esfera cargada uniforme,  $\rho_0 = Q/(\frac{4}{3}\pi R^3)$ . Reescriba las respuestas en términos de la carga total  $Q$  en

la esfera.

42. Supongamos que la densidad de carga de la distribución de carga esférica mostrada en la [Figura 6.23](#) es  $\rho(r) = \rho_0 r/R$  para  $r \leq R$  y cero para  $r > R$ . Obtenga expresiones para el campo eléctrico tanto dentro como fuera de la distribución.
43. Un cable muy largo y delgado tiene una densidad de carga lineal uniforme de  $50 \mu\text{C}/\text{m}$ . ¿Cuál es el campo eléctrico a una distancia de 2,0 cm del cable?
44. Una carga de  $-30 \mu\text{C}$  se distribuye uniformemente en un volumen esférico de 10,0 cm de radio. Determine el campo eléctrico debido a esta carga a una distancia de (a) 2,0 cm, (b) 5,0 cm y (c) 20,0 cm del centro de la esfera.
45. Repita sus cálculos para el problema anterior, dado que la carga se distribuye uniformemente sobre la superficie de un conductor esférico de radio 10,0 cm.
46. Una carga total  $Q$  se distribuye uniformemente en una envoltura esférica de radios interior y exterior  $r_1$  y  $r_2$ , respectivamente. Demuestre que el campo eléctrico debido a la carga es
- $$\vec{E} = \vec{0} \quad (r \leq r_1);$$
- $$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \left( \frac{r^3 - r_1^3}{r_2^3 - r_1^3} \right) \hat{r} \quad (r_1 \leq r \leq r_2);$$
- $$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad (r \geq r_2).$$
47. Cuando se coloca una carga en una esfera de metal, esta termina en equilibrio en la superficie exterior. Utilice esta información para determinar el campo eléctrico de una carga  $+3,0 \mu\text{C}$  puesta en una bola esférica de aluminio de 5,0 cm en los siguientes dos puntos del espacio: (a) un punto a 1,0 cm del centro de la bola (un punto interior) y (b) un punto a 10 cm del centro de la bola (un punto exterior).
48. Una gran lámina de carga tiene una densidad de carga uniforme de  $10 \mu\text{C}/\text{m}^2$ . ¿Cuál es el campo eléctrico debido a esta carga en un punto justo por encima de la superficie de la lámina?
49. Determine si la simetría cilíndrica aproximada se cumple en las siguientes situaciones. Indique por qué o por qué no. (a) Una varilla de cobre de 300 cm de largo y radio 1 cm se carga con  $+500 \text{ nC}$  de carga y buscamos el campo eléctrico en un punto a 5 cm del centro de la varilla. (b) Una varilla de cobre de 10 cm de largo y radio 1 cm se carga con  $+500 \text{ nC}$  de carga y buscamos el campo eléctrico en un punto a 5 cm del centro de la varilla. (c) Una varilla de madera de 150

cm se pega a una varilla de plástico de 150 cm para obtener una varilla de 300 cm de largo, que luego se pinta con una pintura cargada de forma que se obtiene una densidad de carga uniforme. El radio de cada varilla es de 1 cm, y buscamos un campo eléctrico en un punto que está a 4 cm del centro de la varilla. (d) La misma varilla que (c), pero buscamos el campo eléctrico en un punto que está a 500 cm del centro de la varilla.

50. Una varilla larga de plata de 3 cm de radio tiene una carga de  $-5 \mu\text{C}/\text{cm}$  en su superficie. (a) Calcule el campo eléctrico en un punto a 5 cm del centro de la varilla (un punto exterior). (b) Calcule el campo eléctrico en un punto a 2 cm del centro de la varilla (un punto interior).
51. El campo eléctrico a 2 cm del centro de una varilla larga de cobre de radio 1 cm tiene una magnitud de 3 N/C y está dirigido hacia el exterior desde el eje de la varilla. (a) ¿Cuánta carga por unidad de longitud existe en la varilla de cobre? (b) ¿Cuál sería el flujo eléctrico a través de un cubo de 5 cm de lado situado de tal manera que la varilla pasa por los lados opuestos del cubo perpendicularmente?
52. Una capa cilíndrica larga de cobre de radio interior 2 cm y radio exterior 3 cm rodea concéntricamente una varilla larga de aluminio cargada de radio 1 cm con una densidad de carga de 4 pC/m. Todas las cargas de la varilla de aluminio residen en su superficie. La superficie interior de la capa de cobre tiene una carga exactamente opuesta a la de la varilla de aluminio, mientras que la superficie exterior de la capa de cobre tiene la misma carga que la varilla de aluminio. Calcule la magnitud y la dirección del campo eléctrico en los puntos que están a las siguientes distancias del centro de la varilla de aluminio: (a) 0,5 cm, (b) 1,5 cm, (c) 2,5 cm, (d) 3,5 cm y (e) 7 cm.
53. La carga se distribuye uniformemente con una densidad  $\rho$  a lo largo de un volumen cilíndrico infinitamente largo de radio  $R$ . Demuestre que el campo de esta distribución de carga está dirigido radialmente con respecto al cilindro y que

$$E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} \quad (r \leq R);$$

$$E = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r} \quad (r \geq R).$$

54. La carga se distribuye a lo largo de un volumen

cilíndrico muy largo de radio  $R$ , de forma que la densidad de carga aumenta con la distancia  $r$  desde el eje central del cilindro según  $\rho = \alpha r$ , donde  $\alpha$  es una constante. Demuestre que el campo de esta distribución de carga está dirigido radialmente con respecto al cilindro y que

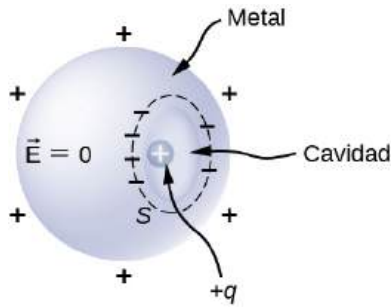
$$E = \frac{\alpha r^2}{3\epsilon_0} \quad (r \leq R);$$

$$E = \frac{\alpha R^3}{3\epsilon_0 r} \quad (r \geq R).$$

55. El campo eléctrico a 10,0 cm de la superficie de una bola de cobre de radio 5,0 cm se dirige hacia el centro de la bola y tiene una magnitud  $4,0 \times 10^2 \text{ N/C}$ . ¿Cuánta carga hay en la superficie de la bola?
56. La carga se distribuye en una capa esférica de radio interior  $r_1$  y radio exterior  $r_2$  con una densidad de volumen dada por  $\rho = \rho_0 r_1/r$ , donde  $\rho_0$  es una constante. Determine el campo eléctrico debido a esta carga en función de  $r$ , la distancia desde el centro de la capa.
57. La carga se distribuye en un volumen esférico de radio  $R$  con una densidad  $\rho = \alpha r^2$ , donde  $\alpha$  es una constante. Determine el campo eléctrico debido a la carga puntual tanto del interior como del exterior de la esfera.
58. Considere que un núcleo de uranio es una esfera de radio  $R = 7,4 \times 10^{-15} \text{ m}$  con una carga de  $92e$  distribuida uniformemente en su volumen. (a) ¿Cuál es la fuerza eléctrica ejercida sobre un electrón cuando es  $3,0 \times 10^{-15} \text{ m}$  desde el centro del núcleo? (b) ¿Cuál es la aceleración del electrón en este punto?
59. La densidad de carga volumétrica de una distribución de carga esférica viene dada por  $\rho(r) = \rho_0 e^{-\alpha r}$ , donde  $\rho_0$  y  $\alpha$  son constantes. ¿Cuál es el campo eléctrico producido por esta distribución de carga?

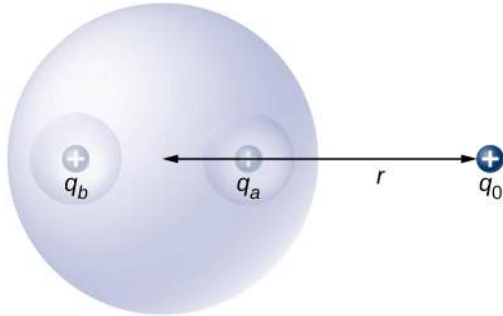
#### 6.4 Conductores en equilibrio electrostático

60. En la siguiente figura se muestra un conductor sin carga con una cavidad interna. Utilice la superficie cerrada  $S$  junto con la ley de Gauss para demostrar que cuando se coloca una carga  $q$  en la cavidad se induce una carga total  $-q$  en la superficie interior del conductor. ¿Cuál es la carga en la superficie exterior del conductor?

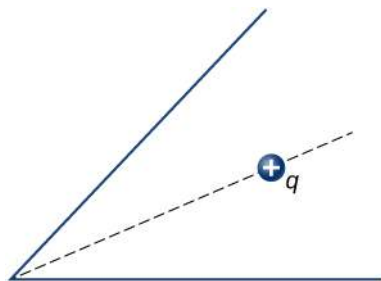


**FIGURA 6.46** Una carga dentro de una cavidad de un metal. Las cargas en la superficie exterior no dependen de cómo se distribuyen las cargas en la superficie interior, ya que el campo  $E$  dentro del cuerpo del metal es cero.

- 61.** Un conductor esférico sin carga  $S$  de radio  $R$  tiene dos cavidades esféricas  $A$  y  $B$  de radios  $a$  y  $b$ , respectivamente, como se muestra a continuación. Dos cargas puntuales  $+q_a$  y  $+q_b$  se colocan en el centro de las dos cavidades utilizando soportes no conductores. Además, una carga puntual  $+q_0$  se coloca en el exterior a una distancia  $r$  del centro de la esfera. (a) Dibuje las distribuciones de carga aproximadas en la esfera de metal aunque esta no tenga carga neta. (b) Dibuje las líneas de campo eléctrico. Dibuje suficientes líneas para representar todos los lugares distintos.



- 62.** Una carga puntual positiva se coloca en la bisectriz del ángulo de dos conductores planos sin carga que forman un ángulo de  $45^\circ$ . Vea a continuación. Dibuje las líneas de campo eléctrico.



- 63.** Un cilindro largo de cobre de 3 cm de radio está cargado de forma que tiene una carga uniforme

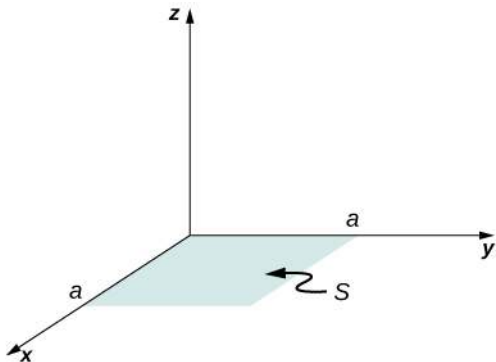
por unidad de longitud en su superficie de  $3 \text{ C/m}$ . (a) Calcule el campo eléctrico dentro y fuera del cilindro. (b) Dibuje las líneas de campo eléctrico en un plano perpendicular a la varilla.

- 64.** Una bola esférica de aluminio de radio 4 cm se carga con  $5 \mu\text{C}$  de carga. Lo rodea una capa esférica de cobre de radio interior de 6 cm y exterior de 8 cm. Una carga total de  $-8 \mu\text{C}$  se coloca en la capa de cobre. (a) Calcule el campo eléctrico en todos los puntos del espacio, incluso los puntos dentro de la capa de aluminio y de cobre cuando la capa de cobre y la esfera de aluminio son concéntricas. (b) Calcule el campo eléctrico en todos los puntos del espacio, incluso los puntos dentro de la capa de aluminio y de cobre cuando los centros de la capa de cobre y de la esfera de aluminio están a 1 cm de distancia.
- 65.** Un cilindro largo de aluminio de radio  $R$  metros se carga de manera que tiene una carga uniforme por unidad de longitud en su superficie de  $\lambda$ . (a) Halle el campo eléctrico dentro y fuera del cilindro. (b) Trace el campo eléctrico en función de la distancia al centro de la varilla.
- 66.** En la superficie de cualquier conductor en equilibrio electrostático,  $E = \sigma/\epsilon_0$ . Demuestre que esta ecuación es consistente con el hecho de que  $E = kq/r^2$  en la superficie de un conductor esférico.
- 67.** Dos placas paralelas de 10 cm de lado reciben cargas iguales y opuestas de magnitud  $5,0 \times 10^{-9} \text{ C}$ . Las placas están separadas 1,5 mm. ¿Cuál es el campo eléctrico en el centro de la región entre las placas?
- 68.** Dos placas conductoras paralelas, cada una de ellas con una sección transversal  $400 \text{ cm}^2$ , están a 2,0 cm de distancia y sin carga. Si  $1,0 \times 10^{12}$  electrones se transfieren de una placa a la otra, ¿cuáles son (a) la densidad de carga en cada placa (b) el campo eléctrico entre las placas?
- 69.** La densidad de carga superficial en un tubo metálico largo y recto es  $\sigma$ . ¿Cuál es el campo eléctrico fuera y dentro del tubo? Supongamos que el tubo tiene un diámetro de  $2a$ .



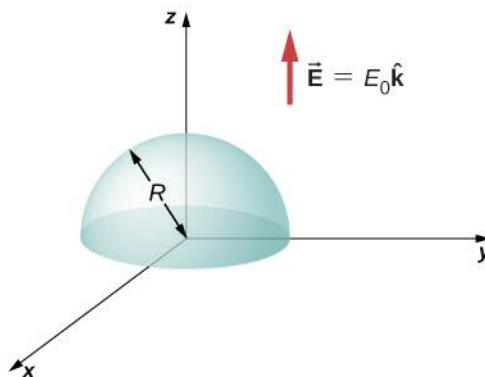
### Problemas Adicionales

72. Un campo vectorial  $\vec{E}$  (no necesariamente un campo eléctrico; observe las unidades) viene dado por  $\vec{E} = 3x^2\hat{k}$ . Calcule  $\int_S \vec{E} \cdot \hat{n} da$ , donde  $S$  es el área que se muestra a continuación. Supongamos que  $\hat{n} = \hat{k}$ .

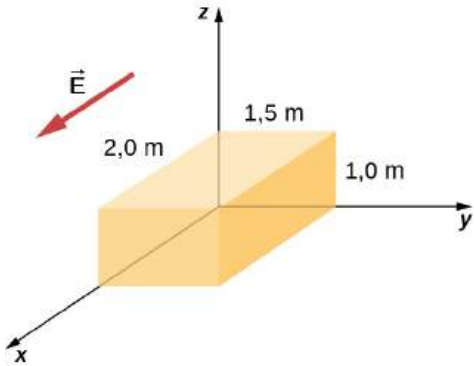


73. Repita el problema anterior, con  $\vec{E} = 2x\hat{i} + 3x^2\hat{k}$ .
74. Un área circular  $S$  es concéntrica con el origen, tiene radio  $a$  y se encuentra en el plano  $yz$ . Calcule  $\int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA$  para  $\vec{E} = 3z^2\hat{i}$ .
75. (a) Calcule el flujo eléctrico que atraviesa la superficie semiesférica abierta debido al campo eléctrico  $\vec{E} = E_0\hat{k}$  (vea más adelante). (b) Si la semiesfera gira en  $90^\circ$  alrededor del eje  $x$ , ¿cuál es el flujo que lo atraviesa?

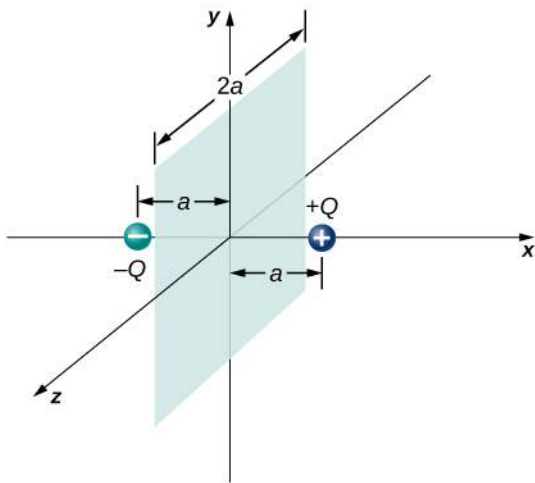
70. Una carga puntual  $q = -5,0 \times 10^{-12} \text{ C}$  se coloca en el centro de una capa conductora esférica de radio interior 3,5 cm y radio exterior 4,0 cm. El campo eléctrico justo por encima de la superficie del conductor está dirigido radialmente hacia fuera y tiene una magnitud de 8,0 N/C. (a) ¿Cuál es la densidad de carga en la superficie interior de la capa? (b) ¿Cuál es la densidad de carga en la superficie exterior de la capa? (c) ¿Cuál es la carga neta en el conductor?
71. Un conductor cilíndrico macizo de radio  $a$  está rodeado por una capa cilíndrica concéntrica de radio interior  $b$ . El cilindro macizo y la capa llevan cargas  $+Q$  y  $-Q$ , respectivamente. Suponiendo que la longitud  $L$  de ambos conductores es mucho mayor que  $a$  o  $b$ , determine el campo eléctrico en función de  $r$ , la distancia desde el eje central común de los cilindros, para (a)  $r < a$ ; (b)  $a < r < b$ ; y (c)  $r > b$ .



76. Supongamos que el campo eléctrico de una carga puntual aislada fuera proporcional a  $1/r^{2+\sigma}$  en lugar de  $1/r^2$ . Determine el flujo que atraviesa la superficie de una esfera de radio  $R$  centrada en la carga. ¿Seguiría siendo válida la ley de Gauss?
77. El campo eléctrico en una región viene dado por  $\vec{E} = a/(b + cx)\hat{i}$ , donde  $a = 200 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{C}$ ,  $b = 2,0 \text{ m}$ , y  $c = 2,0$ . ¿Cuál es la carga neta que encierra el volumen sombreado que se muestra a continuación?



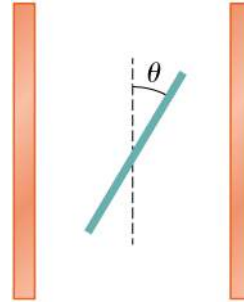
78. Dos cargas iguales y opuestas de magnitud  $Q$  están situadas en el eje  $x$  en los puntos  $+a$  y  $-a$ , como se muestra a continuación. ¿Cuál es el flujo neto debido a estas cargas a través de una superficie cuadrada de lado  $2a$  que se encuentra en el plano  $yz$  y está centrada en el origen? (*Pista:* Determine el flujo debido a cada carga por separado, y luego utilice el principio de superposición. Es posible que pueda usar un argumento de simetría).



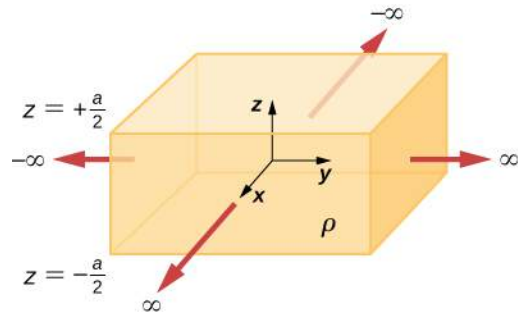
79. Un compañero calculó el flujo a través del cuadrado para el sistema del problema anterior y obtuvo 0. ¿Qué falló?
80. Una pieza de papel de aluminio de  $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$  de  $0,1 \text{ mm}$  de espesor tiene una carga de  $20 \mu\text{C}$  que se extiende en ambas superficies laterales anchas de manera uniforme. Puede ignorar las cargas en los lados delgados de los bordes. (a) Calcule la densidad de carga. (b) Calcule el campo eléctrico a  $1 \text{ cm}$  del centro, suponiendo una simetría plana aproximada.
81. Dos piezas de papel de aluminio de  $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$  de  $0,1 \text{ mm}$  de grosor se enfrentan con una separación de  $5 \text{ mm}$ . Una de las láminas tiene una carga de  $+30 \mu\text{C}$  y el otro tiene  $-30 \mu\text{C}$ . (a) Calcule la densidad de carga

en todas las superficies, es decir, en las que están enfrentadas y en las que están alejadas. (b) Calcule el campo eléctrico entre las placas cercanas al centro suponiendo simetría plana.

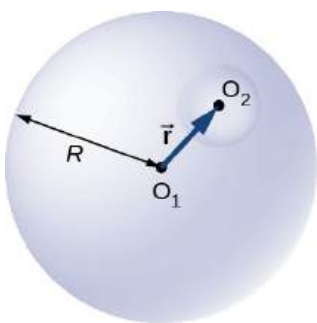
82. Dos grandes placas de cobre enfrentadas tienen densidades de carga  $\pm 4,0 \text{ C/m}^2$  en la superficie que da a la otra placa, y el cero entre las placas. Calcule el flujo eléctrico a través de un área rectangular de  $3 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$  entre las placas, como se muestra a continuación, para las siguientes orientaciones del área. (a) Si el área es paralela a las placas, y (b) si el área está inclinada  $\theta = 30^\circ$  desde la dirección paralela. Tenga en cuenta que este ángulo también puede ser  $\theta = 180^\circ + 30^\circ$ .



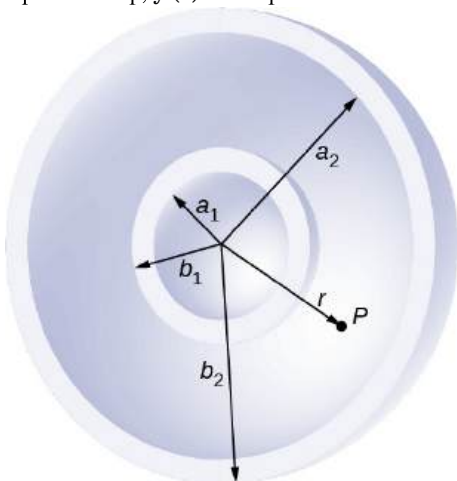
83. La losa infinita entre los planos definidos por  $z = -a/2$  y  $z = a/2$  contiene un volumen de densidad de carga uniforme  $\rho$  (vea más adelante). ¿Cuál es el campo eléctrico producido por esta distribución de carga, tanto dentro como fuera de la distribución?



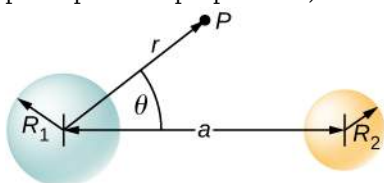
84. Una carga total  $Q$  se distribuye uniformemente en un volumen esférico centrado en  $O_1$  y tiene un radio  $R$ . Sin perturbar la carga restante, se elimina la carga del volumen esférico que está centrado en  $O_2$  (vea más adelante). Demuestre que el campo eléctrico en toda la región vacía viene dado por 
$$\vec{E} = \frac{Q\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 R^3},$$
 donde  $\vec{r}$  es el vector de desplazamiento dirigido desde  $O_1$  a  $O_2$ .



85. Una capa esférica no conductora de radio interior  $a_1$  y radio exterior  $b_1$  está cargada uniformemente con una densidad de carga  $\rho_1$  dentro de otra capa esférica no conductora de radio interior  $a_2$  y radio exterior  $b_2$  que también está cargada uniformemente con densidad de carga  $\rho_2$ . Vea más adelante. Calcule el campo eléctrico en el punto espacial  $P$  a una distancia  $r$  del centro común tal que (a)  $r > b_2$ , (b)  $a_2 < r < b_2$ , (c)  $b_1 < r < a_2$ , (d)  $a_1 < r < b_1$ , y (e)  $r < a_1$ .

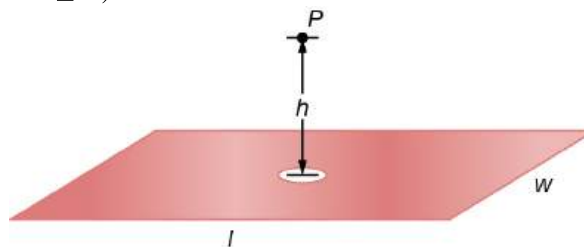


86. Dos esferas no conductoras de radios  $R_1$  y  $R_2$  están cargadas uniformemente con densidades de carga  $\rho_1$  y  $\rho_2$ , respectivamente. Están separadas a una distancia  $a$  de centro a centro (vea más adelante). Calcule el campo eléctrico en el punto  $P$  situado a una distancia  $r$  del centro de la esfera 1 y que está en la dirección  $\theta$  de la línea que une las dos esferas suponiendo que sus densidades de carga no se ven afectadas por la presencia de la otra esfera. (Pista: Trabaje una esfera a la vez y utilice el principio de superposición).

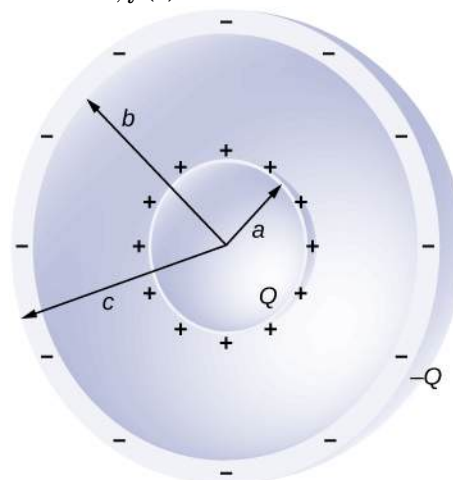


87. Un disco de radio  $R$  se corta en una placa grande no

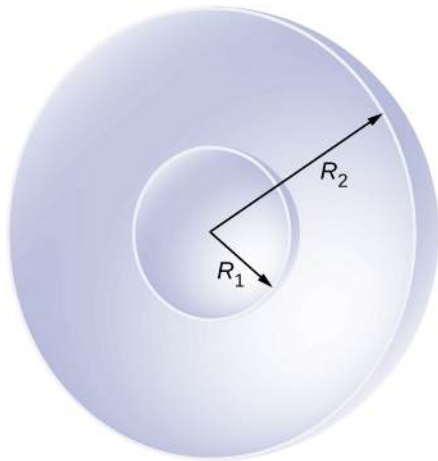
conductora que está cargada uniformemente con densidad de carga  $\sigma$  (culombios por metro cuadrado). Vea más adelante. Calcule el campo eléctrico a una altura  $h$  sobre el centro del disco. ( $h \gg R, h \ll l$  o  $w$ ). (Pista: Rellene el agujero con  $\pm\sigma$ .)



88. Las capas esféricas conductoras concéntricas transportan cargas  $Q$  y  $-Q$ , respectivamente (vea a continuación). La capa interior tiene un grosor insignificante. Determine el campo eléctrico para (a)  $r < a$ ; (b)  $a < r < b$ ; (c)  $b < r < c$ ; y (d)  $r > c$ .

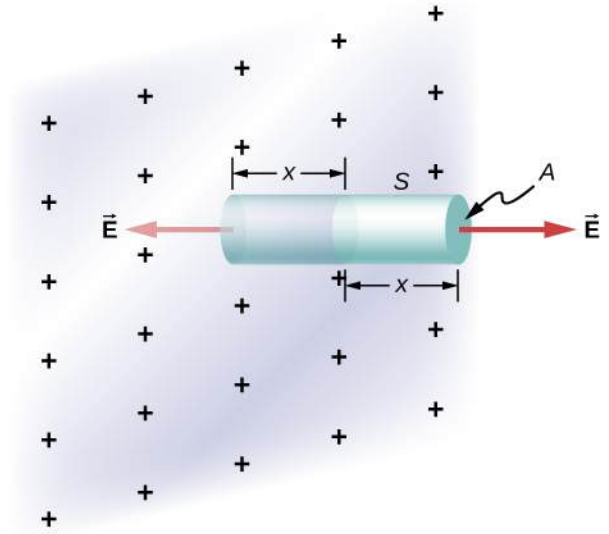


89. A continuación se muestran dos capas esféricas conductoras concéntricas de radios  $R_1$  y  $R_2$ , cada una de ellas con un grosor finito mucho menor que cualquiera de los radios. La capa interior y exterior llevan cargas netas  $q_1$  y  $q_2$ , respectivamente, donde ambas  $q_1$  y  $q_2$  son positivas. ¿Cuál es el campo eléctrico para (a)  $r < R_1$ ; (b)  $R_1 < r < R_2$ ; y (c)  $r > R_2$ ? (d) ¿Cuál es la carga neta en la superficie interna de la capa interna, la superficie externa de la capa interna, la superficie interna de la capa externa y la superficie externa de la capa externa?

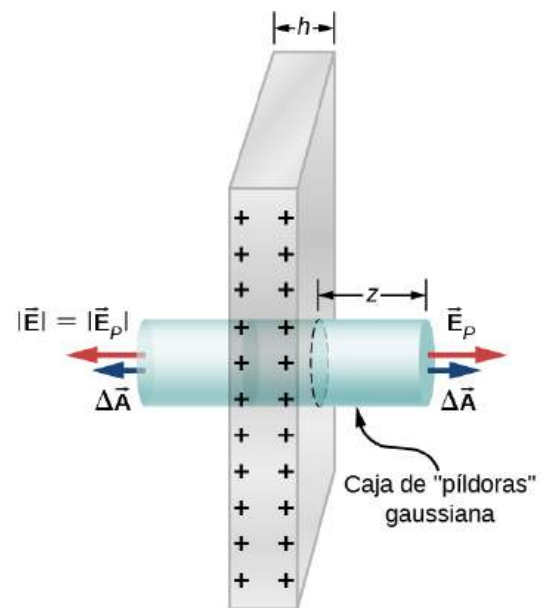


### Problemas De Desafío

91. El Telescopio Espacial Hubble puede medir el flujo de energía de objetos lejanos, como supernovas y estrellas. Los científicos utilizan entonces estos datos para calcular la energía emitida por ese objeto. Elija un objeto interestelar con el que los científicos hayan observado el flujo en el Hubble (por ejemplo, Vega<sup>3</sup>), halle la distancia a ese objeto y el tamaño del espejo primario del Hubble, y calcule el flujo de energía total. (*Pista:* El Hubble intercepta solo una pequeña parte del flujo total).
92. Vuelva a leer la ley de Gauss para el campo gravitacional, con  $\vec{g}$  dirigida positivamente hacia el exterior.
93. Una lámina de carga infinita de densidad de carga superficial  $\sigma$  se muestra a continuación. ¿Cuál es el campo eléctrico a una distancia  $x$  de la hoja? Compare el resultado de este cálculo con el de la elaboración del texto.
94. Un globo de goma esférico lleva una carga total  $Q$  distribuida uniformemente sobre su superficie. En  $t = 0$ , el radio del globo es  $R$ . A continuación, el globo se infla lentamente hasta que su radio alcanza  $2R$  en el tiempo  $t_0$ . Determine el campo eléctrico debido a esta carga en función del tiempo (a) en la superficie del globo, (b) en la superficie de radio  $R$  y (c) en la superficie de radio  $2R$ . Ignore cualquier efecto en el campo eléctrico debido al material del globo y asuma que el radio aumenta uniformemente con el tiempo.
95. Calcule el campo eléctrico de una gran placa conductora que contiene una carga neta  $q$ . Supongamos que  $A$  es el área de un lado de la placa y  $h$  el grosor de la placa (vea más adelante). La carga en la placa de metal se distribuirá principalmente en las dos caras
90. Una carga puntual de  $q = 5,0 \times 10^{-8} \text{ C}$  se coloca en el centro de una capa conductora esférica sin carga de radio interior  $6,0 \text{ cm}$  y radio exterior  $9,0 \text{ cm}$ . Calcule el campo eléctrico en (a)  $r = 4,0 \text{ cm}$ , (b)  $r = 8,0 \text{ cm}$ , y (c)  $r = 12,0 \text{ cm}$ . (d) ¿Cuáles son las cargas inducidas en las superficies interior y exterior de la capa?



planas y muy poco en los bordes si la placa es delgada.





# CAPÍTULO 7

## Potencial eléctrico



**Figura 7.1** La energía que libera un rayo es una excelente ilustración de las enormes cantidades de energía que puede almacenar y liberar una diferencia de potencial eléctrico. En este capítulo calculamos cuánta energía puede liberarse en un rayo y cómo varía con la altura de las nubes desde el suelo (créditos: modificación de un trabajo de Anthony Quintano).

### ESQUEMA DEL CAPITULO

- 7.1 Energía potencial eléctrica**
- 7.2 Potencial eléctrico y diferencia de potencial**
- 7.3 Cálculo del potencial eléctrico**
- 7.4 Determinación del campo a partir del potencial**
- 7.5 Equipotential Surfaces and Conductors**
- 7.6 Aplicaciones de la electrostática**

**INTRODUCCIÓN** En [Cargas y campos eléctricos](#), apenas hemos arañado la superficie (o al menos la hemos rozado) de los fenómenos eléctricos. Dos términos comúnmente utilizados para describir la electricidad son energía y *voltaje*, sobre lo cual en este capítulo se expone que está directamente relacionado con la energía potencial de un sistema.

Sabemos, por ejemplo, que se puede almacenar grandes cantidades de energía eléctrica en baterías, que se transmiten por todo el país a través de corrientes que van por tendidos eléctricos y que pueden saltar de las nubes para hacer explotar la savia de los árboles. De forma similar, a nivel molecular, los iones atraviesan las membranas celulares y transfieren información.

También conocemos los voltajes asociados a la electricidad. Las baterías suelen tener unos pocos voltios, los enchufes de su casa suelen producir 120 voltios y las líneas eléctricas pueden llegar a tener cientos de miles de voltios. Pero energía y voltaje no son lo mismo. Una batería de motocicleta, por ejemplo, es pequeña y no tendría mucho éxito en la sustitución de una batería de auto mucho más grande, aunque cada una tiene el

mismo voltaje. En este capítulo examinamos la relación entre el voltaje y la energía eléctrica, y comenzamos a explorar algunas de las muchas aplicaciones de la electricidad.

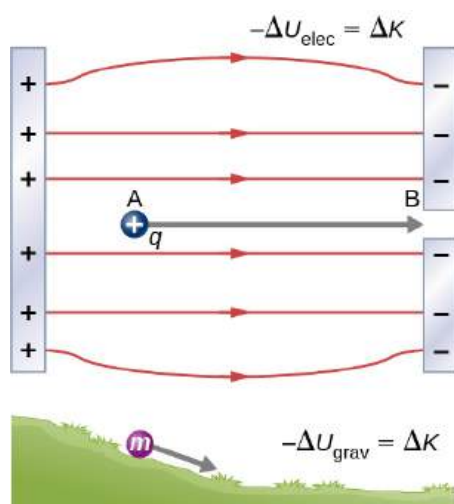
## 7.1 Energía potencial eléctrica

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Definir el trabajo que realiza una fuerza eléctrica.
- Definir energía potencial eléctrica.
- Aplicar el trabajo y la energía potencial en sistemas con cargas eléctricas.

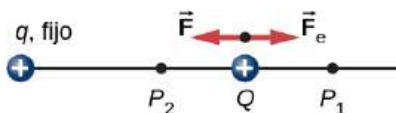
Cuando una carga positiva libre  $q$  es acelerada por un campo eléctrico, recibe energía cinética (Figura 7.2). El proceso es análogo al de un objeto que es acelerado por un campo gravitacional, como si la carga bajara por una colina eléctrica donde su energía potencial eléctrica se convierte en energía cinética, aunque, por supuesto, las fuentes de las fuerzas son muy diferentes. exploremos el trabajo realizado sobre una carga  $q$  por el campo eléctrico en este proceso, para poder desarrollar una definición de energía potencial eléctrica.



**FIGURA 7.2** Una carga acelerada por un campo eléctrico es análoga a una masa que baja una colina. En ambos casos, la energía potencial disminuye a medida que aumenta la energía cinética,  $-\Delta U = \Delta K$ . El trabajo es realizado por una fuerza, pero como esta fuerza es conservativa, podemos escribir  $W = -\Delta U$ .

La fuerza electrostática o de Coulomb es conservativa, lo que significa que el trabajo realizado sobre  $q$  es independiente del camino recorrido, como demostraremos más adelante. Esto es exactamente análogo a la fuerza gravitacional. Cuando una fuerza es conservativa, es posible definir una energía potencial asociada a la fuerza. Suele ser más fácil trabajar con la energía potencial (porque solo depende de la posición) que calcular el trabajo directamente.

Para demostrarlo explícitamente, consideremos una carga eléctrica  $+q$  fija en el origen y mueve otra carga  $+Q$  hacia  $q$  de manera que, en cada instante, la fuerza aplicada  $\vec{F}$  equilibra exactamente la fuerza eléctrica  $\vec{F}_e$  en  $Q$  (Figura 7.3). El trabajo realizado por la fuerza aplicada  $\vec{F}$  sobre la carga  $Q$  cambia la energía potencial de  $Q$ . Llamamos a esta energía potencial la **energía potencial eléctrica** de  $Q$ .



**FIGURA 7.3** Desplazamiento de la carga "de prueba"  $Q$  en presencia de una carga "fuente" fija  $q$ .

El trabajo  $W_{12}$  realizado por la fuerza aplicada  $\vec{F}$  cuando la partícula se mueve de  $P_1$  a  $P_2$  puede calcularse mediante

$$W_{12} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}.$$

Dado que la fuerza aplicada  $\vec{F}$  equilibra la fuerza eléctrica  $\vec{F}_e$  en  $Q$ , las dos fuerzas tienen igual magnitud y direcciones opuestas. Por lo tanto, la fuerza aplicada es

$$\vec{F} = -\vec{F}_e = -\frac{kqQ}{r^2} \hat{r},$$

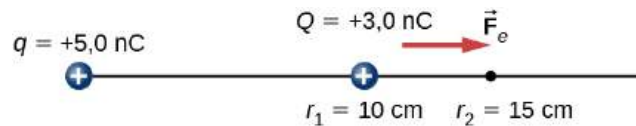
donde hemos definido positivo para que apunte lejos del origen y  $r$  es la distancia al origen. Las direcciones del desplazamiento y de la fuerza aplicada en el sistema en la [Figura 7.3](#) son paralelas, por lo que el trabajo realizado en el sistema es positivo.

Utilizamos la letra  $U$  para denotar la energía potencial eléctrica, que tiene unidades de julios (J). Cuando una fuerza conservativa realiza un trabajo negativo, el sistema gana energía potencial. Cuando una fuerza conservativa realiza un trabajo positivo, el sistema pierde energía potencial,  $\Delta U = -W$ . En el sistema de la [Figura 7.3](#), la fuerza de Coulomb actúa en sentido contrario al desplazamiento, por lo que el trabajo es negativo. Sin embargo, hemos aumentado la energía potencial en el sistema de dos cargas.

### EJEMPLO 7.1

#### Energía cinética de una partícula cargada

Una pieza de papel de aluminio de  $+3,0\text{-nC}$  de carga  $Q$  está inicialmente en reposo a una distancia de  $10\text{ cm}$  ( $r_1$ ) de un  $+5,0\text{-nC}$  de carga  $q$  fija en el origen ([Figura 7.4](#)). Naturalmente, la fuerza de Coulomb acelera a  $Q$  para que se aleje de  $q$ , alcanzando finalmente los  $15\text{ cm}$  ( $r_2$ ).



**FIGURA 7.4** La carga  $Q$  es repelida por  $q$ , por lo que se realiza un trabajo sobre ella y gana energía cinética.

- ¿Cuál es el trabajo realizado por el campo eléctrico entre  $r_1$  y  $r_2$ ?
- ¿Cuánta energía cinética tiene  $Q$  en  $r_2$ ?

#### Estrategia

Calcule el trabajo con la definición habitual. Como  $Q$  partía del reposo, es la misma que la energía cinética.

#### Solución

Integrando la fuerza sobre la distancia, obtenemos

$$\begin{aligned} W_{12} &= \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{kqQ}{r^2} dr = \left[ -\frac{kqQ}{r} \right]_{r_1}^{r_2} = kqQ \left[ \frac{-1}{r_2} + \frac{1}{r_1} \right] \\ &= (8,99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2) (5,0 \times 10^{-9} \text{ C}) (3,0 \times 10^{-9} \text{ C}) \left[ \frac{-1}{0,15 \text{ m}} + \frac{1}{0,10 \text{ m}} \right] \\ &= 4,5 \times 10^{-7} \text{ J}. \end{aligned}$$

Este es también el valor de la energía cinética en  $r_2$ .

#### Importancia

La carga  $Q$  estaba inicialmente en reposo; el campo eléctrico de  $q$  realizó un trabajo sobre  $Q$ , por lo que ahora  $Q$  tiene una energía cinética igual al trabajo realizado por el campo eléctrico.

### COMPRUEBE LO APRENDIDO 7.1

Si  $Q$  tiene una masa de  $4,00\ \mu\text{g}$ , ¿cuál es la velocidad de  $Q$  en  $r_2$ ?

En este ejemplo, el trabajo  $W$  realizado para acelerar una carga positiva desde el reposo es positivo y resulta de una pérdida en  $U$ , o un  $\Delta U$ . Se puede calcular un valor para  $U$  en cualquier punto tomando un punto como referencia y calculando el trabajo necesario para mover una carga al otro punto.

### Energía potencial eléctrica

El trabajo  $W$  realizado para acelerar una carga positiva desde el reposo es positivo y resulta de una pérdida en  $U$ , o de un negativo  $\Delta U$ . Matemáticamente,

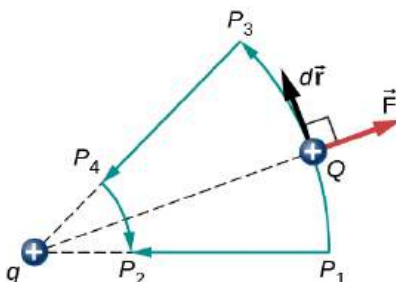
$$W = -\Delta U. \quad 7.1$$

La energía potencial gravitacional y la energía potencial eléctrica son bastante análogas. La energía potencial representa el trabajo realizado por una fuerza conservadora y ofrece una visión adicional sobre la energía y la transformación de la energía sin necesidad de tratar directamente la fuerza. Es mucho más común, por ejemplo, utilizar el concepto de energía potencial eléctrica que tratar la fuerza de Coulomb directamente en aplicaciones del mundo real.

En coordenadas polares con  $q$  en el origen y  $Q$  situado en  $r$ , el vector del elemento de desplazamiento es  $d\vec{l} = \hat{r} dr$  y así el trabajo se convierte en

$$W_{12} = kqQ \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2} \hat{r} \cdot \hat{r} dr = kqQ \frac{1}{r_2} - kqQ \frac{1}{r_1}.$$

Observe que este resultado solo depende de los puntos finales y que, por lo demás, es independiente del camino recorrido. Para profundizar en ello, compare la trayectoria  $P_1$  a  $P_2$  con ruta de acceso  $P_1 P_3 P_4 P_2$  en la [Figura 7.5](#).



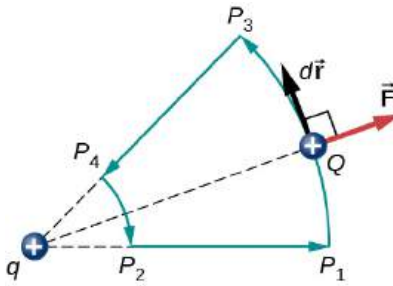
**FIGURA 7.5** Dos vías de desplazamiento  $P_1$  a  $P_2$ . El trabajo en los segmentos  $P_1 P_3$  y  $P_4 P_2$  son cero debido a que la fuerza eléctrica es perpendicular al desplazamiento a lo largo de estas trayectorias. Por lo tanto, el trabajo en los caminos  $P_1 P_2$  y  $P_1 P_3 P_4 P_2$  son iguales.

Los segmentos  $P_1 P_3$  y  $P_4 P_2$  son arcos de círculos centrados en  $q$ . Dado que la fuerza sobre  $Q$  apunta hacia o lejos de  $q$ , no se realiza ningún trabajo por una fuerza que equilibre la fuerza eléctrica, porque es perpendicular al desplazamiento a lo largo de estos arcos. Por lo tanto, el único trabajo realizado es a lo largo del segmento  $P_3 P_4$ , que es idéntico a  $P_1 P_2$ .

Una implicación de este cálculo de trabajo es que si fuéramos a rodear el camino  $P_1 P_3 P_4 P_2 P_1$ , el trabajo neto sería cero ([Figura 7.6](#)). Recordemos que así se determina si una fuerza es conservadora o no. Por lo tanto, como la fuerza eléctrica está relacionada con el campo eléctrico por  $\vec{F} = q\vec{E}$ , el campo eléctrico es conservador en sí mismo. Eso es,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0.$$

Observe que  $Q$  es una constante.



**FIGURA 7.6** Una trayectoria cerrada en un campo eléctrico. El trabajo neto alrededor de este camino es cero.

Otra implicación es que podemos definir una energía potencial eléctrica. Recordemos que el trabajo realizado por una fuerza conservativa se expresa también como la diferencia de energía potencial correspondiente a dicha fuerza. Por lo tanto, el trabajo  $W_{\text{ref}}$  para llevar una carga desde un punto de referencia a un punto de interés puede escribirse como

$$W_{\text{ref}} = \int_{r_{\text{ref}}}^r \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{l}}$$

y, según la [Ecuación 7.1](#), la diferencia de energía potencial ( $U_2 - U_1$ ) de la carga de prueba  $Q$  entre los dos puntos es

$$\Delta U = - \int_{r_{\text{ref}}}^r \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{l}}.$$

Por lo tanto, podemos escribir una expresión general para la energía potencial de dos cargas puntuales (en coordenadas esféricas):

$$\Delta U = - \int_{r_{\text{ref}}}^r \frac{kqQ}{r^2} dr = - \left[ -\frac{kqQ}{r} \right]_{r_{\text{ref}}}^r = kqQ \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{r_{\text{ref}}} \right].$$

Podemos tomar el segundo término como un nivel de referencia constante arbitrario, que sirve como referencia cero:

$$U(r) = k \frac{qQ}{r} - U_{\text{ref}}.$$

Una elección conveniente de referencia que se basa en nuestro sentido común es que cuando las dos cargas están infinitamente alejadas, no hay interacción entre ellas (recuerde la discusión de la energía potencial de referencia en [Energía potencial y conservación de la energía \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/8-introduccion\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/8-introduccion)). Al tomar la energía potencial de este estado como cero, se elimina el término  $U_{\text{ref}}$  de la ecuación (al igual que cuando decimos que el suelo es de energía potencial cero en un problema de energía potencial gravitacional), y la energía potencial de  $Q$  cuando se separa de  $q$  por una distancia  $r$  asume la forma

$$U(r) = k \frac{qQ}{r} \quad (\text{cero de referencia en } r = \infty). \quad 7.2$$

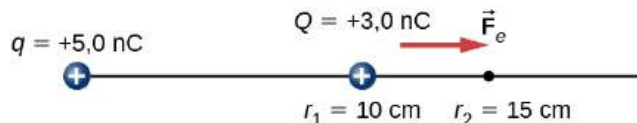
Esta fórmula es simétrica con respecto a  $q$  y  $Q$ , por lo que se describe mejor como la energía potencial del sistema de dos cargas.

## EJEMPLO 7.2

### Energía potencial de una partícula cargada

Una pieza de papel de aluminio de  $+3,0\text{-nC}$  de carga  $Q$  está inicialmente en reposo a una distancia de  $10\text{ cm}$  ( $r_1$ ) de un  $+50,0\text{-nC}$  de carga  $q$  fija en el origen ([Figura 7.7](#)). Naturalmente, la fuerza de Coulomb acelera a  $Q$

para que se aleje de  $q$ , alcanzando finalmente los 15 cm ( $r_2$ ).



**FIGURA 7.7** La carga  $Q$  es repelida por  $q$ , por lo que se realiza un trabajo sobre ella y pierde energía potencial. ¿Cuál es el cambio en la energía potencial del sistema de dos cargas de  $r_1$  a  $r_2$ ?

### Estrategia

Calcule la energía potencial con la definición dada anteriormente  $\Delta U_{12} = - \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$ . Como  $Q$  partía del reposo, es la misma que la energía cinética.

### Solución

Tenemos

$$\begin{aligned} \Delta U_{12} &= - \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = - \int_{r_1}^{r_2} \frac{kqQ}{r^2} dr = - \left[ -\frac{kqQ}{r} \right]_{r_1}^{r_2} = kqQ \left[ \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right] \\ &= (8,99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2) (5,0 \times 10^{-9} \text{ C}) (3,0 \times 10^{-9} \text{ C}) \left[ \frac{1}{0,15 \text{ m}} - \frac{1}{0,10 \text{ m}} \right] \\ &= -4,5 \times 10^{-7} \text{ J.} \end{aligned}$$

### Importancia

El cambio en la energía potencial es negativo, como se esperaba, e igual en magnitud al cambio en la energía cinética en este sistema. Recordemos del [Ejemplo 7.1](#) que el cambio de energía cinética fue positivo.

## ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 7.2

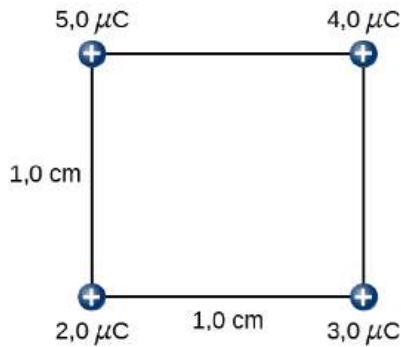
¿Cuál es la energía potencial de  $Q$  respecto a la referencia cero en el infinito en  $r_2$  en el ejemplo anterior?

Debido a la ley de Coulomb, las fuerzas debidas a múltiples cargas sobre una carga de prueba  $Q$  se superponen; pueden calcularse individualmente y luego sumarse. Esto implica que las integrales de trabajo y, por tanto, las energías potenciales resultantes presentan el mismo comportamiento. Para demostrarlo, consideramos un ejemplo de montaje de un sistema de cuatro cargas.

## ✿ EJEMPLO 7.3

### Ensamblaje de cuatro cargas positivas

Calcule la cantidad de trabajo que debe realizar un agente externo para reunir cuatro cargas  $+2,0 \mu\text{C}$ ,  $+3,0 \mu\text{C}$ ,  $+4,0 \mu\text{C}$ , y  $+5,0 \mu\text{C}$  en los vértices de un cuadrado de lado 1,0 cm, comenzando cada carga desde el infinito ([Figura 7.8](#)).



**FIGURA 7.8** ¿Cuánto trabajo se necesita para montar esta configuración de carga?

### Estrategia

Introducimos las cargas de una en una, dándoles ubicaciones iniciales en el infinito y calculando el trabajo para llevarlas desde el infinito hasta su ubicación final. Lo hacemos por orden de carga creciente.

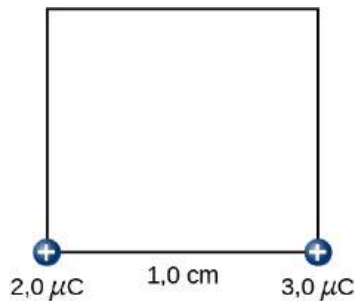
### Solución

Paso 1. Primero traiga  $+2,0\text{-}\mu\text{C}$  de carga al origen. Dado que todavía no hay otras cargas a una distancia finita de esta carga, no se realiza ningún trabajo al traerla desde el infinito,

$$W_1 = 0.$$

Paso 2. Mientras se mantiene  $+2,0\text{-}\mu\text{C}$  de carga fijada en el origen, lleve  $+3,0\text{-}\mu\text{C}$  de carga a  $(x, y, z) = (1,0 \text{ cm}, 0, 0)$  (Figura 7.9). Ahora, la fuerza aplicada debe realizar un trabajo contra la fuerza ejercida por  $+2,0\text{-}\mu\text{C}$  de carga fija en el origen. El trabajo realizado es igual al cambio en la energía potencial  $+3,0\text{-}\mu\text{C}$  de la carga:

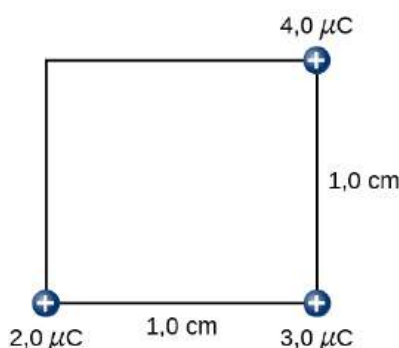
$$W_2 = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}} = \left( 9,0 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \right) \frac{(2,0 \times 10^{-6} \text{ C})(3,0 \times 10^{-6} \text{ C})}{1,0 \times 10^{-2} \text{ m}} = 5,4 \text{ J}.$$



**FIGURA 7.9** Paso 2. Trabajo  $W_2$  para llevar  $+3,0\text{-}\mu\text{C}$  de carga desde el infinito.

Paso 3. Mientras se mantienen las cargas de  $+2,0 \mu\text{C}$  y  $+3,0 \mu\text{C}$  fijadas en sus lugares, traiga  $+4,0\text{-}\mu\text{C}$  de carga a  $(x, y, z) = (1,0 \text{ cm}, 1,0 \text{ cm}, 0)$  (Figura 7.10). El trabajo realizado en este paso es

$$\begin{aligned} W_3 &= k \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + k \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \\ &= \left( 9,0 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \right) \left[ \frac{(2,0 \times 10^{-6} \text{ C})(4,0 \times 10^{-6} \text{ C})}{\sqrt{2} \times 10^{-2} \text{ m}} + \frac{(3,0 \times 10^{-6} \text{ C})(4,0 \times 10^{-6} \text{ C})}{1,0 \times 10^{-2} \text{ m}} \right] = 15,9 \text{ J}. \end{aligned}$$

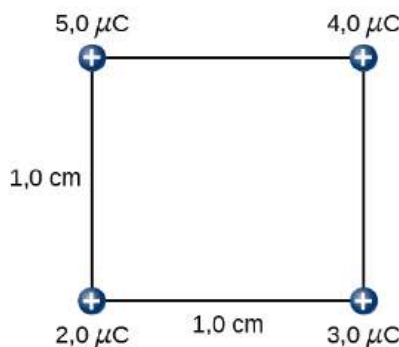


**FIGURA 7.10** Paso 3. El trabajo  $W_3$  para llevar  $+4,0\text{-}\mu\text{C}$  de carga desde el infinito.

Paso 4. Por último, manteniendo las tres primeras cargas en su sitio, lleva el  $+5,0\text{-}\mu\text{C}$  de carga a  $(x, y, z) = (0, 1,0 \text{ cm}, 0)$  (Figura 7.11). El trabajo realizado aquí es

$$W_4 = kq_4 \left[ \frac{q_1}{r_{14}} + \frac{q_2}{r_{24}} + \frac{q_3}{r_{34}} \right],$$

$$= \left( 9,0 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2} \right) (5,0 \times 10^{-6} \text{ C}) \left[ \frac{(2,0 \times 10^{-6} \text{ C})}{1,0 \times 10^{-2} \text{ m}} + \frac{(3,0 \times 10^{-6} \text{ C})}{\sqrt{2} \times 10^{-2} \text{ m}} + \frac{(4,0 \times 10^{-6} \text{ C})}{1,0 \times 10^{-2} \text{ m}} \right] = 36,5 \text{ J}.$$



**FIGURA 7.11** Paso 4. El trabajo  $W_4$  para llevar  $+5,0\text{-}\mu\text{C}$  de carga desde el infinito.

Por lo tanto, el trabajo total realizado por la fuerza aplicada en el ensamblaje de las cuatro cargas es igual a la suma del trabajo de llevar cada carga desde el infinito hasta su posición final:

$$W_T = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = 0 + 5,4 \text{ J} + 15,9 \text{ J} + 36,5 \text{ J} = 57,8 \text{ J}.$$

### Importancia

El trabajo de cada carga depende únicamente de sus interacciones por pares con las demás cargas. No es necesario considerar interacciones más complicadas; el trabajo de la tercera carga solo depende de su interacción con la primera y la segunda carga, la interacción entre la primera y la segunda carga no afecta a la tercera.

### ☑ COMPRUEBE LO APRENDIDO 7.3

¿La energía potencial eléctrica de dos cargas puntuales es positiva o negativa si las cargas son del mismo signo? ¿Signos opuestos? ¿Cómo se relaciona esto con el trabajo necesario para acercar las cargas desde el infinito?

Observe que la energía potencial eléctrica es positiva si las dos cargas son del mismo tipo, positivo o negativo, y negativa si las dos cargas son de tipos opuestos. Esto tiene sentido si se piensa en el cambio de la energía potencial  $\Delta U$  al acercar o alejar las dos cargas. Dependiendo de los tipos de carga relativos, puede que tenga que trabajar en el sistema o que el sistema haga el trabajo en usted, es decir, su trabajo es positivo o negativo. Si hay que hacer un trabajo positivo en el sistema (acercar las cargas), entonces la energía del sistema debería



aumentar. Si acerca dos cargas positivas o dos cargas negativas, tiene que hacer un trabajo positivo en el sistema, lo que aumenta su energía potencial. Dado que la energía potencial es proporcional a  $1/r$ , la energía potencial aumenta cuando disminuye entre dos cargas positivas o dos negativas.

Por otro lado, si acerca una carga positiva y otra negativa, tiene que hacer un trabajo negativo sobre el sistema (las cargas tiran de usted), lo que significa que le quita energía al sistema. Esto reduce la energía potencial. Como la energía potencial es negativa en el caso de un par de cargas positivas y negativas, el aumento de  $1/r$  hace que la energía potencial sea más negativa, lo que equivale a una reducción de la energía potencial.

El resultado de la [Ejemplo 7.1](#) puede extenderse a sistemas con cualquier número arbitrario de cargas. En este caso, lo más conveniente es escribir la fórmula como

$$W_{12\dots N} = \frac{k}{2} \sum_i^N \sum_j^N \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \text{ para } i \neq j. \quad 7.3$$

El factor de  $1/2$  tiene en cuenta la adición de cada par de cargas dos veces.

## 7.2 Potencial eléctrico y diferencia de potencial

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Definir potencial eléctrico, voltaje y diferencia de potencial.
- Definir el electronvoltio.
- Calcular el potencial eléctrico y la diferencia de potencial a partir de la energía potencial y el campo eléctrico.
- Describir sistemas en los que el electronvoltio es una unidad útil.
- Aplicar conservación de la energía a sistemas eléctricos.

Recordemos que anteriormente definimos el campo eléctrico como una cantidad independiente de la carga de prueba en un sistema dado que, sin embargo, nos permitiría calcular la fuerza que resultaría sobre una carga de prueba arbitraria (la suposición por defecto en ausencia de otra información es que la carga de prueba es positiva). Definimos brevemente un campo para la gravedad, pero esta es siempre atractiva, mientras que la fuerza eléctrica puede ser atractiva o repulsiva. Por lo tanto, aunque la energía potencial es perfectamente adecuada en un sistema gravitacional, es conveniente definir una cantidad que nos permita calcular el trabajo sobre una carga independientemente de la magnitud de esta. Calcular el trabajo directamente puede ser difícil, ya que  $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$  y la dirección y magnitud de  $\vec{F}$  pueden ser complejos para múltiples cargas, para objetos con formas extrañas y a lo largo de trayectorias arbitrarias. Pero sabemos que porque  $\vec{F} = q\vec{E}$ , el trabajo, y por tanto  $\Delta U$ , es proporcional a la carga de prueba  $q$ . Para disponer de una cantidad física independiente de la carga de prueba, definimos el **potencial eléctrico**  $V$  (o simplemente potencial, ya que se entiende que es eléctrico) como la energía potencial por unidad de carga:

### Potencial eléctrico

La energía potencial eléctrica por unidad de carga es

$$V = \frac{U}{q}. \quad 7.4$$

Como  $U$  es proporcional a  $q$ , la dependencia sobre  $q$  se anula. Por lo tanto,  $V$  no depende de  $q$ . El cambio en la energía potencial  $\Delta U$  es crucial, por lo que nos preocupa la diferencia en el potencial o la diferencia de potencial  $\Delta V$  entre dos puntos, donde

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q}.$$

### Diferencia de potencial eléctrico

La **diferencia de potencial eléctrico** entre los puntos  $A$  y  $B$ ,  $V_B - V_A$ , se define como el cambio de energía potencial de una carga  $q$  desplazada de  $A$  hacia  $B$ , dividido entre la carga. Las unidades de diferencia de potencial son julios por culombio, y Alessandro Volta les dio el nombre de voltios (V).

$$1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$$

El conocido término **voltaje** es el nombre común de la diferencia de potencial eléctrico. Tenga en cuenta que siempre que se cita un voltaje, se entiende que es la diferencia de potencial entre dos puntos. Por ejemplo, toda batería tiene dos terminales y su voltaje es la diferencia de potencial entre ellos. Más fundamentalmente, el punto que elige como cero voltios es arbitrario. Esto es análogo al hecho de que la energía potencial gravitacional tiene un cero arbitrario, como el nivel del mar o quizás el suelo de una sala de conferencias. Conviene subrayar la distinción entre diferencia de potencial y energía potencial eléctrica.

### Diferencia de potencial y energía potencial eléctrica

La relación entre la diferencia de potencial (o voltaje) y la energía potencial eléctrica viene dada por

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \text{ o } \Delta U = q\Delta V. \quad 7.5$$

Voltaje no es lo mismo que energía. El voltaje es la energía por unidad de carga. Por lo tanto, una batería de motocicleta y una de automóvil pueden tener el mismo voltaje (más exactamente, la misma diferencia de potencial entre los terminales de la batería) y, sin embargo, una almacena mucha más energía que la otra porque  $\Delta U = q\Delta V$ . La batería del automóvil puede mover más carga que la de la motocicleta, aunque ambas son baterías de 12 V.

## EJEMPLO 7.4

### Calcular la energía

Tiene una batería de motocicleta de 12,0 V que puede mover 5.000 C de carga, y una batería de automóvil de 12,0 V que puede mover 60.000 C de carga. ¿Cuánta energía aporta cada una? (Se supone que el valor numérico de cada carga es preciso con tres cifras significativas).

#### Estrategia

Decir que tenemos una batería de 12,0 V significa que sus terminales tienen una diferencia de potencial de 12,0 V. Cuando una batería de este tipo mueve la carga, la hace pasar por una diferencia de potencial de 12,0 V, y la carga recibe un cambio de energía potencial igual a  $\Delta U = q\Delta V$ . Para calcular la salida de energía, multiplicamos la carga movida por la diferencia de potencial.

#### Solución

Para la batería de la motocicleta,  $q = 5.000 \text{ C}$  y  $\Delta V = 12,0 \text{ V}$ . La energía total suministrada por la batería de la motocicleta es

$$\Delta U_{\text{ciclo}} = (5.000 \text{ C})(12,0 \text{ V}) = (5.000 \text{ C})(12,0 \text{ J/C}) = 6,00 \times 10^4 \text{ J}.$$

Del mismo modo, para la batería del automóvil,  $q = 60.000 \text{ C}$  y

$$\Delta U_{\text{auto}} = (60.000 \text{ C})(12,0 \text{ V}) = 7,20 \times 10^5 \text{ J}.$$

#### Importancia

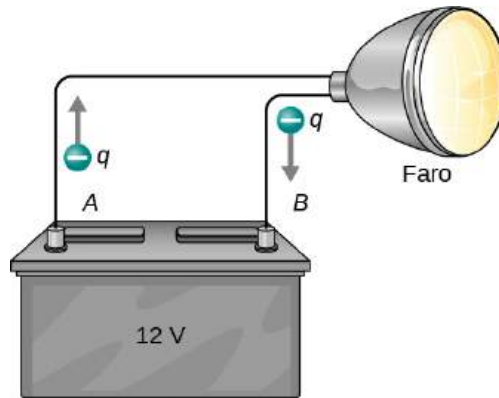
El voltaje y la energía están relacionados, pero no son lo mismo. Los voltajes de las baterías son idénticos, pero la energía suministrada por cada una es muy diferente. La batería de un automóvil cuenta con un motor

mucho más grande para arrancar que una motocicleta. Tenga en cuenta también que cuando una batería se descarga parte de su energía se utiliza internamente y su voltaje del terminal descende, como ocurre cuando los faros se atenúan debido a que la batería del automóvil está descargada. La energía suministrada por la batería se sigue calculando como en este ejemplo, pero no toda la energía está disponible para su uso externo.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 7.4**

¿Cuánta energía tiene una batería AAA de 1,5 V que puede mover 100 C?

Observe que las energías calculadas en el ejemplo anterior son valores absolutos. El cambio de energía potencial de la batería es negativo, ya que pierde energía. Estas baterías, al igual que muchos sistemas eléctricos, en realidad mueven carga negativa, electrones en particular. Las baterías repelen los electrones de sus terminales negativos ( $A$ ) a través de cualquier circuito y los atraen a sus terminales positivos ( $B$ ), como se muestra en la [Figura 7.12](#). El cambio de potencial es  $\Delta V = V_B - V_A = +12 \text{ V}$  y la carga  $q$  es negativa, por lo que  $\Delta U = q\Delta V$  es negativo, lo que significa que la energía potencial de la batería disminuyó cuando  $q$  se desplazó de  $A$  hasta  $B$ .



**FIGURA 7.12** Una batería mueve la carga negativa desde su terminal negativo a través de un faro hasta su terminal positivo. Las combinaciones adecuadas de sustancias químicas en la batería separan las cargas de modo que el terminal negativo tiene un exceso de carga negativa, que es repelida por ella y atraída por el exceso de carga positiva del otro terminal. En términos de potencial, el terminal positivo está a un voltaje más alto que el terminal negativo. En el interior de la batería se mueven tanto las cargas positivas como las negativas.

### ✿ **EJEMPLO 7.5**

#### ¿Cuántos electrones pasan por un faro cada segundo?

Cuando una batería de automóvil de 12,0 V alimenta un solo faro de 30,0 W, ¿cuántos electrones pasan por ella cada segundo?

#### **Estrategia**

Para calcular el número de electrones, primero debemos calcular la carga que se mueve en 1,00 s. La carga desplazada se relaciona con el voltaje y la energía mediante las ecuaciones  $\Delta U = q\Delta V$ . Una lámpara de 30,0 W consume 30,0 julios por segundo. Como la batería pierde energía, tenemos  $\Delta U = -30 \text{ J}$  y, como los electrones van del terminal negativo al positivo, vemos que  $\Delta V = +12,0 \text{ V}$ .

#### **Solución**

Para calcular la carga  $q$  movida, resolvemos la ecuación  $\Delta U = q\Delta V$  :

$$q = \frac{\Delta U}{\Delta V}.$$

Al introducir los valores de  $\Delta U$  y  $\Delta V$ , obtenemos

$$q = \frac{-30,0 \text{ J}}{+12,0 \text{ V}} = \frac{-30,0 \text{ J}}{+12,0 \text{ J/C}} = -2,50 \text{ C}.$$

El número de electrones  $n_e$  es la carga total dividida entre la carga por electrón. Eso es,

$$n_e = \frac{-2,50 \text{ C}}{-1,60 \times 10^{-19} \text{ C/e}^-} = 1,56 \times 10^{19} \text{ electrones}.$$

### Importancia

Es un número muy grande. No es de extrañar que no observemos habitualmente electrones individuales con tantos presentes en los sistemas ordinarios. De hecho, la electricidad se utilizó durante muchas décadas antes de que se determinara que las cargas móviles en muchas circunstancias eran negativas. La carga positiva que se mueve en dirección opuesta a la carga negativa suele producir efectos idénticos, lo que hace difícil determinar cuál se mueve o si se mueven ambas.

---

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 7.5**

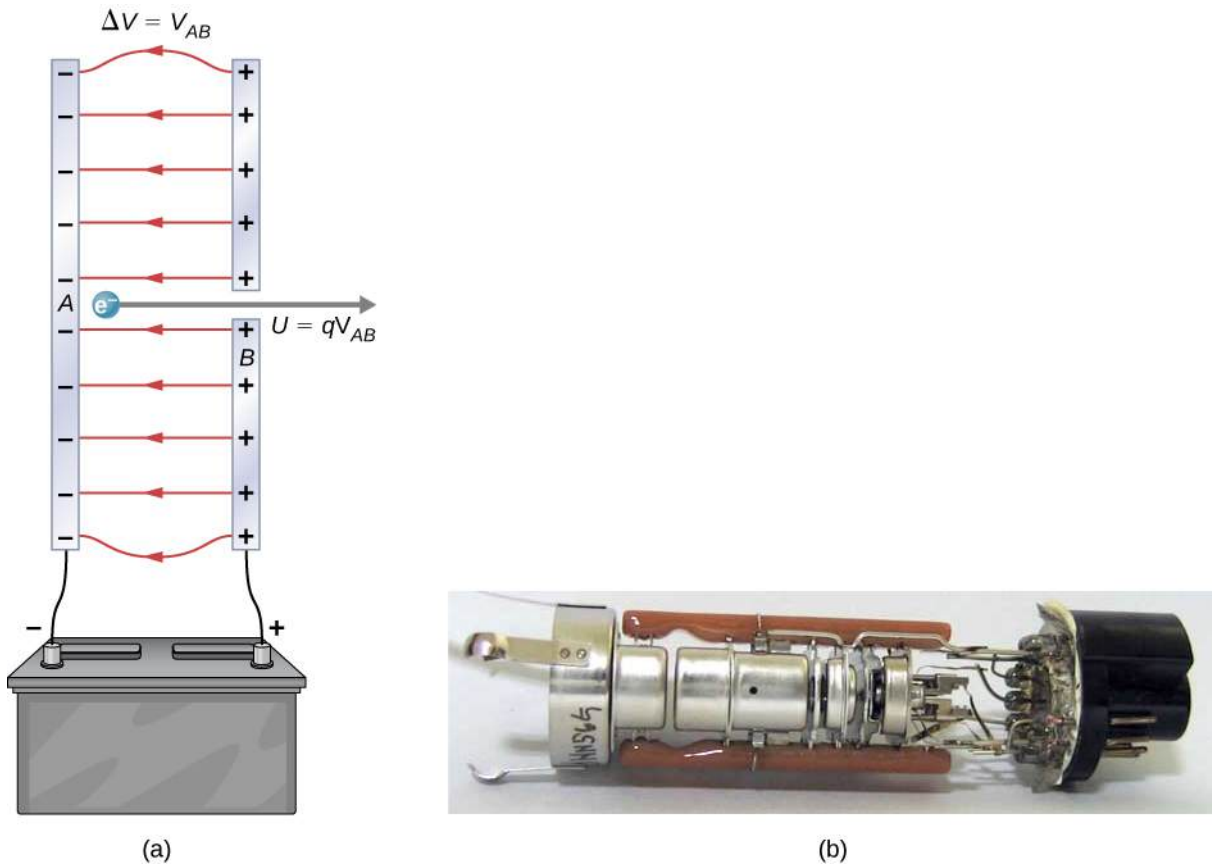
¿Cuántos electrones pasarían por una lámpara de 24,0 W?

---

### El electronvoltio

La energía por electrón es muy pequeña en situaciones macroscópicas como la del ejemplo anterior: una pequeña fracción de julio. Pero a escala submicroscópica, esa energía por partícula (electrón, protón o ion) puede ser de gran importancia. Por ejemplo, incluso una pequeña fracción de julio puede ser suficiente para que estas partículas destruyan las moléculas orgánicas y dañen los tejidos vivos. La partícula puede hacer su daño por colisión directa, o puede crear rayos X dañinos, que también pueden infligir daño. Es útil tener una unidad de energía relacionada con los efectos submicroscópicos.

La [Figura 7.13](#) muestra una situación relacionada con la definición de dicha unidad de energía. Un electrón se acelera entre dos placas de metal cargadas, como podría ocurrir en un tubo de televisión o un osciloscopio de modelos antiguos. El electrón adquiere energía cinética que luego se convierte en otra forma: la luz en el tubo de televisión, por ejemplo. (Observe que en términos de energía, "cuesta abajo" para el electrón es "cuesta arriba" para una carga positiva). Dado que la energía está relacionada con el voltaje por  $\Delta U = q\Delta V$ , podemos pensar en el julio como un coulombiovoltio.



**FIGURA 7.13** Un cañón de electrones típico acelera los electrones utilizando una diferencia de potencial entre dos placas de metal separadas. Por conservación de la energía, la energía cinética tiene que ser igual al cambio de energía potencial, por lo que  $KE = qV$ . La energía del electrón en electronvoltio es numéricamente igual al voltaje entre las placas. Por ejemplo, una diferencia de potencial de 5.000 V produce electrones de 5.000 eV. La construcción conceptual, es decir, dos placas paralelas con un agujero en una, se muestra en (a), mientras que se muestra un cañón de electrones real en (b).

### Electronvoltio

En la escala submicroscópica, es más conveniente definir una unidad de energía llamada **electronvoltio** (eV), que es la energía dada a una carga fundamental acelerada a través de una diferencia de potencial de 1 V. En forma de ecuación

$$1 \text{ eV} = (1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1 \text{ V}) = (1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1 \text{ J/C}) = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

Un electrón acelerado por una diferencia de potencial de 1 V recibe una energía de 1 eV. De ello se deduce que un electrón acelerado a 50 V gana 50 eV. Una diferencia de potencial de 100.000 V (100 kV) le da a un electrón una energía de 100.000 eV (100 keV), y así sucesivamente. Del mismo modo, un ion con doble carga positiva acelerado a 100 V gana 200 eV de energía. Estas sencillas relaciones entre el voltaje de aceleración y las cargas de las partículas hacen que el electronvoltio sea una unidad de energía sencilla y conveniente en tales circunstancias.

El electronvoltio se emplea habitualmente en los procesos submicroscópicos: las energías de valencia química y las energías de enlace molecular y nuclear son algunas de las cantidades que suelen expresarse en electronvoltios. Por ejemplo, se necesitan unos 5 eV de energía para romper ciertas moléculas orgánicas. Si un protón se acelera desde el reposo a través de una diferencia de potencial de 30 kV, adquiere una energía de 30 keV (30.000 eV) y puede romper hasta 6.000 de estas moléculas

( $30.000 \text{ eV} \div 5 \text{ eV por molécula} = 6000 \text{ moléculas}$ ). Las energías de decaimiento nuclear son del orden de 1 MeV ( $1.000.000 \text{ eV}$ ) por evento y, por tanto, pueden producir daños biológicos importantes.

### Conservación de la energía

La energía total de un sistema se conserva si no hay adición (o sustracción) neta debida al trabajo o a la transferencia de calor. Para las fuerzas conservativas, como la fuerza electrostática, la conservación de la energía establece que la energía mecánica es una constante.

La energía mecánica es la suma de la energía cinética y la energía potencial de un sistema; es decir,  $K + U = \text{constante}$ . Una pérdida de  $U$  para una partícula cargada se convierte en un aumento de su  $K$ . La conservación de la energía se establece en forma de ecuación como

$$K + U = \text{constante}$$

o

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

donde  $i$  y  $f$  representan las condiciones iniciales y finales. Como ya hemos comprobado muchas veces, considerar la energía puede darnos ideas y facilitar la resolución de problemas.



### EJEMPLO 7.6

#### Energía potencial eléctrica convertida en energía cinética

Calcule la velocidad final de un electrón libre acelerado desde el reposo a través de una diferencia de potencial de 100 V (supongamos que este valor numérico tiene una precisión de tres cifras significativas).

#### Estrategia

Tenemos un sistema en el que solo hay fuerzas conservativas. Suponiendo que el electrón se acelera en el vacío e ignorando la fuerza gravitacional (comprobaremos esta suposición más adelante), toda la energía potencial eléctrica se convierte en energía cinética. Podemos identificar las formas de energía inicial y final para que sean  $K_i = 0$ ,  $K_f = \frac{1}{2}mv^2$ ,  $U_i = qV$ ,  $U_f = 0$ .

#### Solución

La conservación de la energía establece que

$$K_i + U_i = K_f + U_f.$$

Introduciendo las formas identificadas anteriormente, obtenemos

$$qV = \frac{mv^2}{2}.$$

Resolvemos esto para  $v$ :

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}.$$

Introduciendo los valores de  $q$ ,  $V$  y  $m$  se obtiene

$$v = \sqrt{\frac{2(-1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(-100 \text{ J/C})}{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}}} = 5,93 \times 10^6 \text{ m/s}.$$

#### Importancia

Observe que tanto la carga como el voltaje inicial son negativas, como en la [Figura 7.13](#). A partir de la discusión sobre la carga eléctrica y el campo eléctrico, sabemos que las fuerzas electrostáticas sobre las partículas pequeñas son generalmente muy grandes comparadas con la fuerza gravitacional. La gran velocidad final confirma que la fuerza gravitacional es efectivamente insignificante en este caso. La gran velocidad también indica lo fácil que es acelerar los electrones con voltajes pequeños debido a su escasa masa.

En los cañones de electrones se suelen utilizar voltajes muy superiores a los 100 V de este problema. Estos voltajes más elevados producen velocidades de los electrones tan grandes que hay que tener en cuenta los efectos de la relatividad especial, por lo que se reservan para un capítulo posterior ([Relatividad \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/5-introduccion\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/5-introduccion)). Por eso, en este ejemplo consideramos un voltaje bajo (con precisión).

## ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 7.6**

¿Cómo cambiaría este ejemplo con un positrón? Un positrón es idéntico a un electrón, salvo que la carga es positiva.

### Voltaje y campo eléctrico

Hasta ahora, hemos explorado la relación entre el voltaje y la energía. Ahora queremos explorar la relación entre el voltaje y el campo eléctrico. Comenzaremos con el caso general de un campo no uniforme  $\vec{E}$ . Recordemos que nuestra fórmula general para la energía potencial de una carga de prueba  $q$  en el punto  $P$  respecto al punto de referencia  $R$  es

$$U_P = - \int_R^P \vec{F} \cdot d\vec{l}.$$

Cuando sustituimos en la definición de campo eléctrico ( $\vec{E} = \vec{F}/q$ ), esto se convierte en

$$U_P = -q \int_R^P \vec{E} \cdot d\vec{l}.$$

Aplicando nuestra definición de potencial ( $V = U/q$ ) a esta energía potencial, hallamos que, en general,

$$V_P = - \int_R^P \vec{E} \cdot d\vec{l}. \quad 7.6$$

De nuestra discusión anterior sobre la energía potencial de una carga en un campo eléctrico, el resultado es independiente del camino elegido y, por lo tanto, podemos elegir el camino integral que sea más conveniente.

Consideremos el caso especial de una carga puntual positiva  $q$  en el origen. Para calcular el potencial causado por  $q$  a una distancia  $r$  del origen respecto a una referencia de 0 en el infinito (recordemos que hicimos lo mismo para la energía potencial), supongamos que  $P = r$  y  $R = \infty$ , con  $d\vec{l} = d\vec{r} = \hat{r}dr$  y usamos  $\vec{E} = \frac{kq}{r^2}\hat{r}$ .

Cuando evaluamos la integral

$$V_P = - \int_R^P \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

para este sistema, tenemos

$$V_r = - \int_{\infty}^r \frac{kq}{r^2} \hat{r} \cdot \hat{r} dr,$$

que se simplifica a

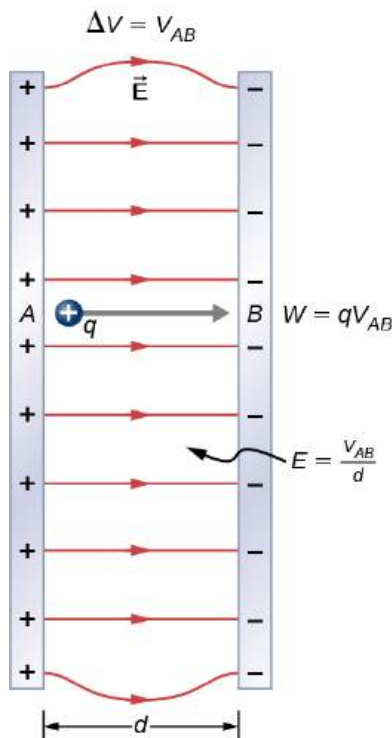
$$V_r = - \int_{\infty}^r \frac{kq}{r^2} dr = \frac{kq}{r} - \frac{kq}{\infty} = \frac{kq}{r}.$$

Este resultado,

$$V_r = \frac{kq}{r}$$

es la forma estándar del potencial de una carga puntual. Esto se analizará más a fondo en la siguiente sección.

Para estudiar otro caso especial interesante, supongamos que un campo eléctrico uniforme  $\vec{E}$  se produce al colocar una diferencia de potencial (o voltaje)  $\Delta V$  a través de dos placas de metal paralelas, marcadas como  $A$  y  $B$  (Figura 7.14). El estudio de esta situación nos dirá qué voltaje es necesario para producir una determinada intensidad de campo eléctrico. También revelará una relación más fundamental entre el potencial eléctrico y el campo eléctrico.



**FIGURA 7.14** La relación entre  $V$  y  $E$  para placas conductoras paralelas es  $E = V/d$ . (Tenga en cuenta que  $\Delta V = V_{AB}$  en magnitud. Para una carga que se desplaza de la placa  $A$  a un potencial más alto a la placa  $B$  a un potencial más bajo, es necesario incluir un signo menos como se indica a continuación  $-\Delta V = V_A - V_B = V_{AB}$ .)

Desde el punto de vista de un físico, o bien  $\Delta V$  o  $\vec{E}$  pueden utilizarse para describir cualquier interacción entre cargas. Sin embargo,  $\Delta V$  es una cantidad escalar y no tiene dirección, mientras que  $\vec{E}$  es una cantidad vectorial, que tiene tanto magnitud como dirección. (Observe que la magnitud del campo eléctrico, una cantidad escalar, se representa por  $E$ ). La relación entre  $\Delta V$  y  $\vec{E}$  se pone de manifiesto calculando el trabajo realizado por la fuerza eléctrica al desplazar una carga del punto  $A$  al punto  $B$ . Pero, como se ha señalado anteriormente, las distribuciones de carga arbitrarias requieren cálculo. Por lo tanto, consideramos que un campo eléctrico uniforme es un caso especial interesante.

El trabajo realizado por el campo eléctrico en la Figura 7.14 para mover una carga positiva  $q$  desde  $A$ , la placa positiva de mayor potencial, hasta  $B$ , la placa negativa de menor potencial, es

$$W = -\Delta U = -q\Delta V.$$

La diferencia de potencial entre los puntos  $A$  y  $B$  es

$$-\Delta V = -(V_B - V_A) = V_A - V_B = V_{AB}.$$

Al introducir esto en la expresión del trabajo se obtiene

$$W = qV_{AB}.$$

El trabajo es  $W = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd \cos \theta$ ; aquí  $\cos \theta = 1$ , ya que la trayectoria es paralela al campo. Por lo tanto,  $W = Fd$ . Dado que  $F = qE$ , vemos que  $W = qEd$ .



Al sustituir esta expresión del trabajo en la ecuación anterior se obtiene

$$qEd = qV_{AB}.$$

La carga se anula, por lo que obtenemos para el voltaje entre los puntos  $A$  y  $B$

$$\left. \begin{aligned} V_{AB} &= Ed \\ E &= \frac{V_{AB}}{d} \end{aligned} \right\} \text{(solo campo } E \text{ uniforme)}$$

donde  $d$  es la distancia de  $A$  hasta  $B$ , o la distancia entre las placas en la [Figura 7.14](#). Observe que esta ecuación implica que las unidades del campo eléctrico son voltios por metro. Ya sabemos que las unidades para el campo eléctrico son newtons por culombio; por tanto, la siguiente relación entre unidades es válida:

$$1 \text{ N/C} = 1 \text{ V/m}.$$

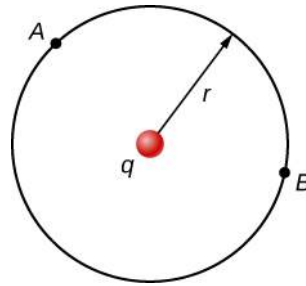
Además, podemos extender esto a la forma integral. Al sustituir la [Ecuación 7.5](#) en nuestra definición de la diferencia de potencial entre los puntos  $A$  y  $B$ , obtenemos

$$V_{BA} = V_B - V_A = - \int_R^B \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_R^A \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

que se simplifica a

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}.$$

Como demostración, a partir de esto podemos calcular la diferencia de potencial entre dos puntos ( $A$  y  $B$ ) que equidistan de una carga puntual  $q$  en el origen, como se muestra en la [Figura 7.15](#).



**FIGURA 7.15** El arco para calcular la diferencia de potencial entre dos puntos que equidistan de una carga puntual en el origen.

Para ello, integramos alrededor de un arco de círculo de radio constante  $r$  entre  $A$  y  $B$ , lo que significa que dejamos que  $d\vec{l} = r \hat{\phi} d\phi$ , mientras se utiliza  $\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{r}$ . Por lo tanto,

$$\Delta V_{BA} = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad 7.7$$

para este sistema se convierte en

$$V_B - V_A = - \int_A^B \frac{kq}{r^2} \hat{r} \cdot r \hat{\phi} d\phi.$$

Sin embargo,  $\hat{r} \cdot \hat{\phi} = 0$  y por lo tanto

$$V_B - V_A = 0.$$

Este resultado, de que no hay diferencia de potencial a lo largo de un radio constante desde una carga puntual, será útil cuando mapeemos los potenciales.

## EJEMPLO 7.7

### ¿Cuál es el voltaje máximo posible entre dos placas?

El aire seco puede soportar una intensidad de campo eléctrico máxima de aproximadamente  $3,0 \times 10^6$  V/m. Por encima de ese valor, el campo crea la suficiente ionización en el aire como para convertirlo en conductor. Esto permite una descarga o chispa que reduce el campo. ¿Cuál es entonces el voltaje máximo entre dos placas conductoras paralelas separadas por 2,5 cm de aire seco?

#### Estrategia

Nos dan el campo eléctrico máximo  $E$  entre las placas y la distancia  $d$  entre ellas. Podemos utilizar la ecuación  $V_{AB} = Ed$  para calcular el voltaje máximo.

#### Solución

La diferencia de potencial o voltaje entre las placas es

$$V_{AB} = Ed.$$

Al introducir los valores dados para  $E$  y  $d$  se obtiene

$$V_{AB} = (3,0 \times 10^6 \text{ V/m})(0,025 \text{ m}) = 7,5 \times 10^4 \text{ V}$$

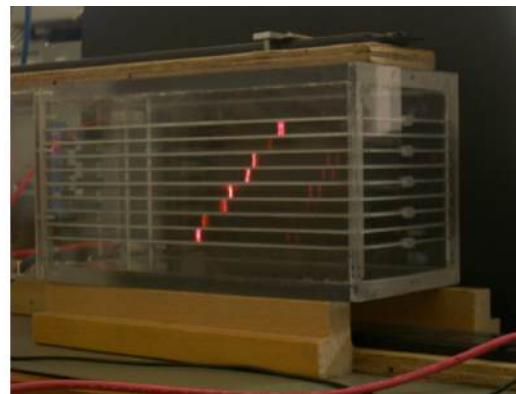
o

$$V_{AB} = 75 \text{ kV}.$$

(La respuesta se cita con solo dos dígitos, ya que la intensidad de campo máxima es aproximada).

#### Importancia

Una de las implicaciones de este resultado es que se necesitan unos 75 kV para hacer saltar una chispa a través de un hueco de 2,5 cm (1 pulgada) o 150 kV para una chispa de 5 cm. Esto limita los voltajes que pueden existir entre los conductores, quizás en una línea de transmisión de potencia. Un voltaje menor puede provocar una chispa si hay espinas en la superficie, ya que las puntas afiladas tienen mayor intensidad de campo que las superficies lisas. El aire húmedo se descompone con una menor intensidad de campo, lo que significa que un voltaje menor hará saltar una chispa a través del aire húmedo. Los voltajes más grandes se pueden acumular con la electricidad estática en días secos ([Figura 7.16](#)).



**FIGURA 7.16** Se utiliza una cámara de chispas para trazar las trayectorias de las partículas de alta energía. La ionización que crean las partículas al pasar por el gas entre las placas permite que salte una chispa. Las chispas son perpendiculares a las placas, siguiendo las líneas de campo eléctrico entre ellas. La diferencia de potencial entre placas adyacentes no es lo suficientemente alta como para provocar chispas sin la ionización que producen las partículas de los experimentos con aceleradores (o los rayos cósmicos). Esta forma de detector es ahora arcaica y ya no se utiliza, excepto para fines de demostración. (crédito b: modificación de la obra de Jack Collins).

## EJEMPLO 7.8

### Campo y fuerza dentro de un cañón de electrones

Un cañón de electrones (Figura 7.13) tiene placas paralelas separadas por 4,00 cm y da a los electrones 25,0 keV de energía. (a) ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico entre las placas? (b) ¿Qué fuerza ejercería este campo sobre un trozo de plástico con 0,500- $\mu\text{C}$  de carga que se mete entre las placas?

#### Estrategia

Dado que el voltaje y la separación de las placas están dadas, la intensidad del campo eléctrico puede calcularse directamente a partir de la expresión  $E = \frac{V_{AB}}{d}$ . Una vez que conocemos la intensidad del campo eléctrico, podemos calcular la fuerza sobre una carga utilizando  $\vec{F} = q\vec{E}$ . Como el campo eléctrico está en una sola dirección, podemos escribir esta ecuación en términos de las magnitudes,  $F = qE$ .

#### Solución

- a. La expresión para la magnitud del campo eléctrico entre dos placas de metal uniformes es

$$E = \frac{V_{AB}}{d}.$$

Dado que el electrón es una carga única y recibe 25,0 keV de energía, la diferencia de potencial debe ser de 25,0 kV. Al introducir este valor para  $V_{AB}$  y la separación de las placas de 0,0400 m, obtenemos

$$E = \frac{25,0 \text{ kV}}{0,0400 \text{ m}} = 6,25 \times 10^5 \text{ V/m}.$$

- b. La magnitud de la fuerza sobre una carga en un campo eléctrico se obtiene a partir de la ecuación

$$F = qE.$$

Al sustraer los valores conocidos se obtiene

$$F = (0,500 \times 10^{-6} \text{ C})(6,25 \times 10^5 \text{ V/m}) = 0,313 \text{ N}.$$

#### Importancia

Observe que las unidades son newtons, ya que  $1 \text{ V/m} = 1 \text{ N/C}$ . Como el campo eléctrico es uniforme entre las placas, la fuerza sobre la carga es la misma sin importar dónde se encuentre la carga entre las placas.

## EJEMPLO 7.9

### Cálculo del potencial de una carga puntual

Dada una carga puntual  $q = +2,0 \text{ nC}$  en el origen, calcule la diferencia de potencial entre el punto  $P_1$  a una distancia  $a = 4,0 \text{ cm}$  de  $q$ , y  $P_2$  a una distancia  $b = 12,0 \text{ cm}$  de  $q$ , donde los dos puntos tienen un ángulo de  $\varphi = 24^\circ$  entre ellos (Figura 7.17).

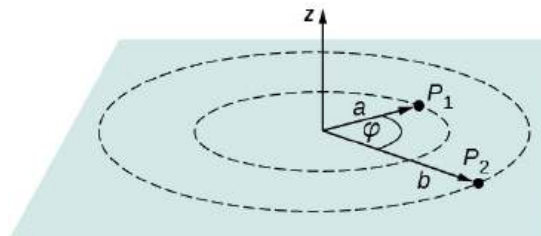


FIGURA 7.17 Calcule la diferencia de potencial entre  $P_1$  y  $P_2$ .

#### Estrategia

Hágalo en dos pasos. El primer paso es utilizar  $V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$  y supongamos que  $A = a = 4,0 \text{ cm}$  y

$B = b = 12,0$  cm, con  $d\vec{l} = d\vec{r} = \hat{r}dr$  y  $\vec{E} = \frac{kq}{r^2}\hat{r}$ . Entonces realice la integral. El segundo paso es integrar  $V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$  alrededor de un arco de radio constante  $r$ , lo que significa que suponemos que  $d\vec{l} = r\hat{\varphi}d\varphi$  con límites  $0 \leq \varphi \leq 24^\circ$ , aún utilizando  $\vec{E} = \frac{kq}{r^2}\hat{r}$ . A continuación, sume los dos resultados.

### Solución

Para la primera parte,  $V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$  para este sistema se convierte en  $V_b - V_a = - \int_a^b \frac{kq}{r^2}\hat{r} \cdot \hat{r}dr$  lo que equivale a

$$\begin{aligned}\Delta V &= - \int_a^b \frac{kq}{r^2}dr = kq \left[ \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right] \\ &= (8,99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2) (2,0 \times 10^{-9} \text{ C}) \left[ \frac{1}{0,040 \text{ m}} - \frac{1}{0,12 \text{ m}} \right] = 300 \text{ V}.\end{aligned}$$

Para el segundo paso,  $V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$  se convierte en  $\Delta V = - \int_0^{24^\circ} \frac{kq}{r^2}\hat{r} \cdot r\hat{\varphi}d\varphi$ , pero  $\hat{r} \cdot \hat{\varphi} = 0$  y por lo tanto  $\Delta V = 0$ . Sumando las dos partes, obtenemos 300 V.

### Importancia

Demostramos el uso de la forma integral de la diferencia de potencial para obtener un resultado numérico. Observe que, en este sistema en particular, también podríamos haber utilizado la fórmula del potencial debido a una carga puntual en los dos puntos y simplemente tomar la diferencia.

## ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 7.7

A partir de los ejemplos, ¿cómo varía la energía de un rayo con la altura de las nubes desde el suelo? Considere el sistema nube-tierra como dos placas paralelas.

Antes de presentar los problemas relacionados con la electrostática, sugerimos una estrategia de resolución de problemas para este tema.



## ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

### Electroestática

1. Estudie la situación para determinar si hay electricidad estática; puede tratarse de cargas estacionarias separadas, las fuerzas entre ellas y los campos eléctricos que crean.
2. Identifique el sistema de interés. Esto incluye anotar el número, los lugares y los tipos de cargas involucradas.
3. Identifique exactamente lo que hay que determinar en el problema (identificar las incógnitas). Es útil tener una lista escrita. Determine si la fuerza de Coulomb debe considerarse directamente (si es así, puede ser útil dibujar un diagrama de cuerpo libre, utilizando líneas de campo eléctrico).
4. Haga una lista de lo que se da o puede deducirse del problema tal y como está planteado (identificar los conocidos). Es importante distinguir la fuerza de Coulomb  $F$  del campo eléctrico  $E$ , por ejemplo.
5. Resuelva la ecuación apropiada para la cantidad a determinar (la incógnita) o dibuje las líneas de campo como se pide.
6. Examine la respuesta para ver si es razonable: ¿tiene sentido? ¿Las unidades son correctas y las cifras son razonables?

## 7.3 Cálculo del potencial eléctrico

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Calcular el potencial debido a una carga puntual.
- Calcular el potencial de un sistema de múltiples cargas puntuales.
- Describir un dipolo eléctrico.
- Definir el momento dipolar.
- Calcular el potencial de una distribución de carga continua.

Las cargas puntuales, como los electrones, son uno de los elementos fundamentales de la materia. Además, las distribuciones de carga esférica (como la carga en una esfera de metal) crean campos eléctricos externos exactamente igual que una carga puntual. El potencial eléctrico debido a una carga puntual es, por tanto, un caso que debemos considerar.

Podemos utilizar el cálculo para calcular el trabajo necesario para mover una carga de prueba  $q$  desde una gran distancia hasta una distancia  $r$  de una carga puntual  $q$ . Observe la conexión entre el trabajo y el potencial  $W = -q\Delta V$ , como en la última sección, podemos obtener el siguiente resultado.

### Potencial eléctrico $V$ de una carga puntual

El potencial eléctrico  $V$  de una carga puntual viene dado por

$$V = \frac{kq}{r} \text{ (carga puntual)} \quad 7.8$$

donde  $k$  es una constante igual a  $8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ .

El potencial en el infinito se elige como cero. Así,  $V$  para una carga puntual disminuye con la distancia, mientras que  $\vec{E}$  para una carga puntual disminuye con la distancia al cuadrado:

$$E = \frac{F}{q_t} = \frac{kq}{r^2}.$$

Recordemos que el potencial eléctrico  $V$  es un escalar y no tiene dirección, mientras que el campo eléctrico  $\vec{E}$  es un vector. Para calcular el voltaje debido a una combinación de cargas puntuales, se suman los voltajes individuales como números. Para calcular el campo eléctrico total, hay que sumar los campos individuales como vectores, teniendo en cuenta la magnitud y la dirección. Esto es coherente con el hecho de que  $V$  está estrechamente asociado a la energía, un escalar, mientras que  $\vec{E}$  está estrechamente relacionado con la fuerza, un vector.



### EJEMPLO 7.10

#### ¿Qué voltaje produce una pequeña carga en una esfera de metal?

Las cargas de la electricidad estática suelen estar en el rango de los nanoculombios (nC) y microculombios ( $\mu\text{C}$ ). ¿Cuál es el voltaje a 5,00 cm del centro de una esfera de metal sólida de 1 cm de diámetro que tiene una carga estática de  $-3,00 \text{ nC}$ ?

#### Estrategia

Como ya comentamos en [Cargas y campos eléctricos](#), la carga en una esfera de metal se propaga uniformemente y produce un campo como el de una carga puntual situada en su centro. Por lo tanto, podemos calcular el voltaje utilizando la ecuación  $V = \frac{kq}{r}$ .

**Solución**

Al introducir los valores conocidos en la expresión del potencial de una carga puntual, obtenemos

$$V = k \frac{q}{r} = (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \left( \frac{-3,00 \times 10^{-9} \text{ C}}{5,00 \times 10^{-2} \text{ m}} \right) = -539 \text{ V}.$$

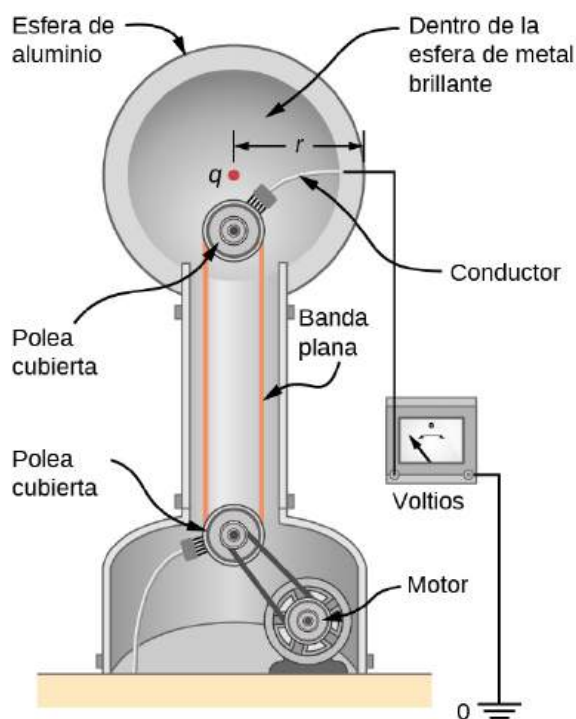
**Importancia**

El valor negativo del voltaje significa que una carga positiva sería atraída desde una distancia mayor, ya que el potencial es menor (más negativo) que a distancias mayores. Por el contrario, una carga negativa sería repelida, como es de esperar.

## EJEMPLO 7.11

**¿Qué es el exceso de carga en un generador Van de Graaff?**

Un generador Van de Graaff de demostración tiene una esfera de metal de 25,0 cm de diámetro que produce un voltaje de 100 kV cerca de su superficie (Figura 7.18). ¿Qué exceso de carga reside en la esfera? (Supongamos que cada valor numérico se muestra aquí con tres cifras significativas).



**FIGURA 7.18** El voltaje de este generador Van de Graaff de demostración se mide entre la esfera cargada y tierra. Se toma como referencia el potencial de la Tierra, que es cero. El potencial de la esfera conductora cargada es el mismo que el de una carga puntual igual en su centro.

**Estrategia**

El potencial en la superficie es el mismo que el de una carga puntual en el centro de la esfera, a 12,5 cm de distancia. (El radio de la esfera es de 12,5 cm). Así, podemos determinar el exceso de carga mediante la ecuación

$$V = \frac{kq}{r}.$$

**Solución**

Al resolver para  $q$  y al introducir los valores conocidos se obtiene

$$q = \frac{rV}{k} = \frac{(0,125 \text{ m})(100 \times 10^3 \text{ V})}{8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2} = 1,39 \times 10^{-6} \text{ C} = 1,39 \mu\text{C}.$$

**Importancia**

Se trata de una carga relativamente pequeña, pero que produce un voltaje bastante grande. Aquí tenemos otro indicio de que es difícil almacenar cargas aisladas.

**✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 7.8**

¿Cuál es el potencial dentro de la esfera de metal en el [Ejemplo 7.10](#)?

Los voltajes en estos dos ejemplos podrían medirse con un medidor que compare el potencial medido con el potencial de tierra. El potencial de tierra a menudo se toma como cero (en lugar de tomar el potencial en el infinito como cero). Lo importante es la diferencia de potencial entre dos puntos, y muy a menudo se asume tácitamente que algún punto de referencia, como la Tierra o un punto muy lejano, está a potencial cero. Como se ha señalado anteriormente, esto es análogo a tomar el nivel del mar como  $h = 0$  al considerar la energía potencial gravitacional  $U_g = mgh$ .

**Sistemas de cargas puntuales múltiples**

Al igual que el campo eléctrico obedece a un principio de superposición, también lo hace el potencial eléctrico. Consideremos un sistema formado por  $N$  cargas  $q_1, q_2, \dots, q_N$ . ¿Cuál es el potencial eléctrico neto  $V$  en un punto espacial  $P$  de estas cargas? Cada una de estas cargas es una carga fuente que produce su propio potencial eléctrico en el punto  $P$ , independientemente de cualquier otro cambio que se produzca. Supongamos que  $V_1, V_2, \dots, V_N$  son los potenciales eléctricos en  $P$  producidos por las cargas  $q_1, q_2, \dots, q_N$ , respectivamente. Entonces, el potencial eléctrico neto  $V_P$  en ese punto es igual a la suma de estos potenciales eléctricos individuales. Esto se puede demostrar fácilmente calculando la energía potencial de una carga de prueba cuando esta se lleva desde el punto de referencia en el infinito hasta el punto  $P$ :

$$V_P = V_1 + V_2 + \dots + V_N = \sum_1^N V_i.$$

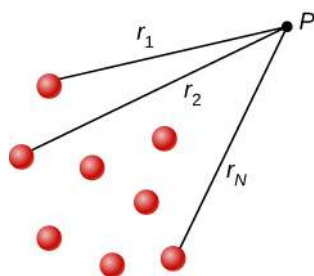
Observe que el potencial eléctrico sigue el mismo principio de superposición que el campo eléctrico y la energía potencial eléctrica. Para mostrar esto de forma más explícita, observe que una carga de prueba  $q_t$  en el punto  $P$  del espacio tiene distancias de  $r_1, r_2, \dots, r_N$  a partir de las  $N$  cargas fijadas en el espacio superior, como se muestra en la [Figura 7.19](#). Utilizando nuestra fórmula para el potencial de una carga puntual para cada una de estas cargas (que se supone son puntuales), hallamos que

$$V_P = \sum_1^N k \frac{q_i}{r_i} = k \sum_1^N \frac{q_i}{r_i}. \quad 7.9$$

Por lo tanto, la energía potencial eléctrica de la carga de prueba es

$$U_P = q_t V_P = q_t k \sum_1^N \frac{q_i}{r_i},$$

que es la misma que el trabajo para introducir la carga de prueba en el sistema, como se encuentra en la primera sección del capítulo.



**FIGURA 7.19** Notación para las distancias directas de las cargas a un punto espacial  $P$ .

### El dipolo eléctrico

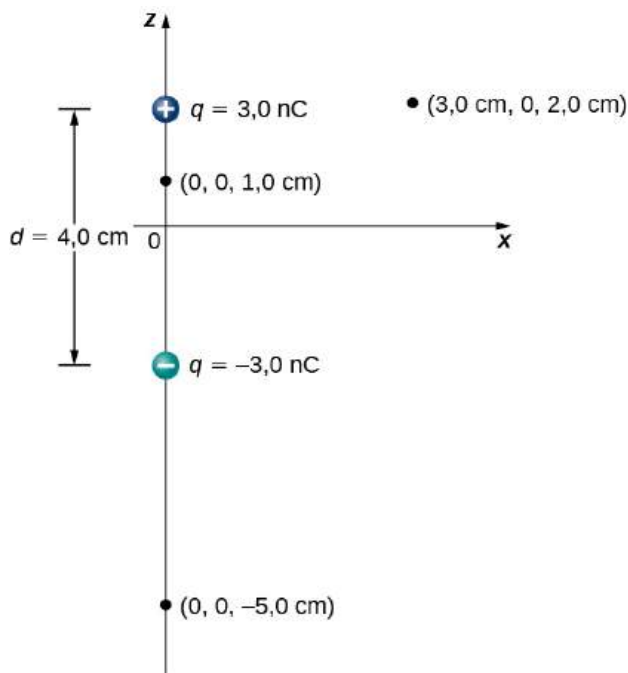
Un **dipolo eléctrico** es un sistema de dos cargas iguales pero opuestas a una distancia fija. Este sistema se utiliza para modelar muchos sistemas del mundo real, incluidas las interacciones atómicas y moleculares. Uno de estos sistemas es la molécula de agua, en determinadas circunstancias. Estas circunstancias se dan en el interior de un horno de microondas, donde los campos eléctricos con direcciones alternas hacen que las moléculas de agua cambien de orientación. Esta vibración es lo mismo que el calor a nivel molecular.



### EJEMPLO 7.12

#### Potencial eléctrico de un dipolo

Consideremos el dipolo en la [Figura 7.20](#) con la magnitud de carga de  $q = 3,0 \text{ nC}$  y la distancia de separación  $d = 4,0 \text{ cm}$ . ¿Cuál es el potencial en los siguientes lugares del espacio? (a)  $(0, 0, 1,0 \text{ cm})$ ; (b)  $(0, 0, -5,0 \text{ cm})$ ; (c)  $(3,0 \text{ cm}, 0, 2,0 \text{ cm})$ .



**FIGURA 7.20** Un diagrama general de un dipolo eléctrico, y la notación para las distancias de las cargas individuales a un punto  $P$  en el espacio.

#### Estrategia

Aplique  $V_P = k \sum_1^N \frac{q_i}{r_i}$  a cada uno de estos tres puntos.



**Solución**

$$\text{a. } V_P = k \sum_1^N \frac{q_i}{r_i} = (9,0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \left( \frac{3,0 \text{ nC}}{0,010 \text{ m}} - \frac{3,0 \text{ nC}}{0,030 \text{ m}} \right) = 1,8 \times 10^3 \text{ V}$$

$$\text{b. } V_P = k \sum_1^N \frac{q_i}{r_i} = (9,0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \left( \frac{3,0 \text{ nC}}{0,070 \text{ m}} - \frac{3,0 \text{ nC}}{0,030 \text{ m}} \right) = -5,1 \times 10^2 \text{ V}$$

$$\text{c. } V_P = k \sum_1^N \frac{q_i}{r_i} = (9,0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \left( \frac{3,0 \text{ nC}}{0,030 \text{ m}} - \frac{3,0 \text{ nC}}{0,050 \text{ m}} \right) = 3,6 \times 10^2 \text{ V}$$

**Importancia**

Observe que la evaluación del potencial es mucho más sencilla que la del campo eléctrico, ya que el potencial es un escalar en lugar de un vector.

**☑ COMPRUEBE LO APRENDIDO 7.9**

¿Cuál es el potencial en el eje  $x$ ? ¿El eje  $z$ ?

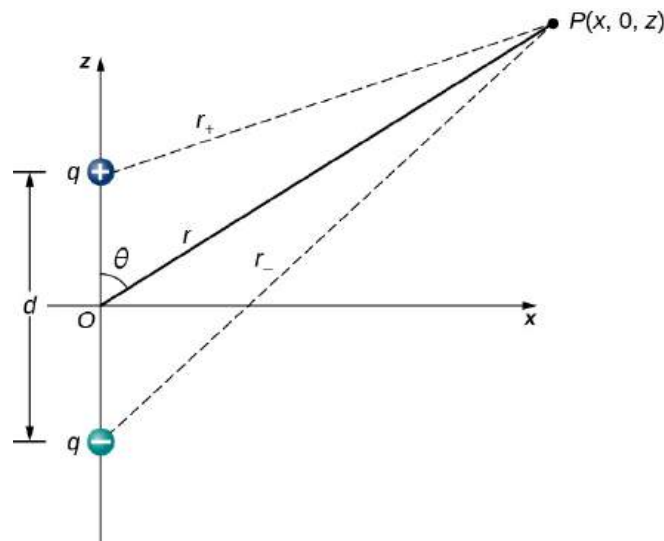
Consideremos ahora el caso especial cuando la distancia del punto  $P$  al dipolo es mucho mayor que la distancia entre las cargas del dipolo,  $r \gg d$ ; por ejemplo, cuando nos interesamos en el potencial eléctrico debido a una molécula polarizada como una molécula de agua. No está tan lejos (infinito) como para tratar el potencial como cero, pero la distancia es lo suficientemente grande como para simplificar nuestros cálculos en relación con el ejemplo anterior.

Comenzamos señalando que en la [Figura 7.21](#) el potencial viene dado por

$$V_P = V_+ + V_- = k \left( \frac{q}{r_+} - \frac{q}{r_-} \right)$$

donde

$$r_{\pm} = \sqrt{x^2 + \left( z \mp \frac{d}{2} \right)^2}.$$



**FIGURA 7.21** Un diagrama general de un dipolo eléctrico, y la notación para las distancias de las cargas individuales a un punto  $P$  en el espacio.

Esta sigue siendo la fórmula exacta. Para aprovechar el hecho de que  $r \gg d$ , reescribimos los radios en

términos de coordenadas polares, con  $x = r \sin \theta$  y  $z = r \cos \theta$ . Esto nos da

$$r_{\pm} = \sqrt{r^2 \sin^2 \theta + \left( r \cos \theta \mp \frac{d}{2} \right)^2}.$$

Podemos simplificar esta expresión sacando  $r$  de la raíz,

$$r_{\pm} = r \sqrt{\sin^2 \theta + \left( \cos \theta \mp \frac{d}{2r} \right)^2}$$

y luego multiplicando los paréntesis

$$r_{\pm} = r \sqrt{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta \mp \cos \theta \frac{d}{r} + \left( \frac{d}{2r} \right)^2} = r \sqrt{1 \mp \cos \theta \frac{d}{r} + \left( \frac{d}{2r} \right)^2}.$$

El último término de la raíz es lo suficientemente pequeño como para ser insignificante (recuerde  $r \gg d$ , y por lo tanto  $(d/r)^2$  es extremadamente pequeño, efectivamente cero al nivel que probablemente estaremos midiendo), dejándonos con

$$r_{\pm} = r \sqrt{1 \mp \cos \theta \frac{d}{r}}.$$

Al utilizar la aproximación binomial (un resultado estándar de las matemáticas de las series, cuando  $\alpha$  es pequeño)

$$\frac{1}{\sqrt{1 \mp \alpha}} \approx 1 \pm \frac{\alpha}{2}$$

y al sustituir esto en nuestra fórmula para  $V_P$ , obtenemos

$$V_P = k \left[ \frac{q}{r} \left( 1 + \frac{d \cos \theta}{2r} \right) - \frac{q}{r} \left( 1 - \frac{d \cos \theta}{2r} \right) \right] = k \frac{qd \cos \theta}{r^2}.$$

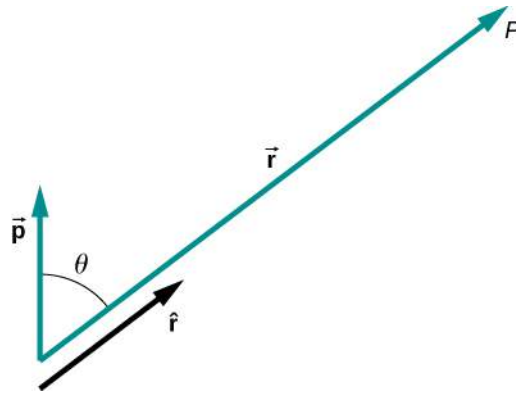
Esto puede escribirse de manera más conveniente si definimos una nueva cantidad, el **momento dipolar eléctrico**,

$$\vec{p} = q\vec{d}, \quad 7.10$$

donde estos vectores apuntan de la carga negativa a la positiva. Observe que esto tiene una magnitud  $qd$ . Esta cantidad nos permite escribir el potencial en el punto  $P$  debido a un dipolo en el origen como

$$V_P = k \frac{\vec{p} \cdot \hat{r}}{r^2}. \quad 7.11$$

Un diagrama de la aplicación de esta fórmula se muestra en la [Figura 7.22](#).



**FIGURA 7.22** La geometría para la aplicación del potencial de un dipolo.

También hay momentos de orden superior, para cuadrupolos, octupolos, etc. Los verá en futuras clases.

### Potencial de las distribuciones de carga continuas

Hemos trabajado mucho con cargas puntuales, pero ¿qué pasa con las distribuciones de cargas continuas? Recordemos de la [Ecuación 7.9](#) que

$$V_P = k \sum \frac{q_i}{r_i}.$$

Podemos tratar una distribución de carga continua como una colección de puntos individuales infinitesimales. De esta forma se obtiene la integral

$$V_P = k \int \frac{dq}{r} \quad 7.12$$

para el potencial en un punto  $P$ . Observe que  $r$  es la distancia de cada punto individual de la distribución de cargas al punto  $P$ . Como vimos en [Cargas y campos eléctricos](#), las cargas infinitesimales vienen dadas por

$$dq = \begin{cases} \lambda dl & \text{(una dimensión)} \\ \sigma dA & \text{(dos dimensiones)} \\ \rho dV & \text{(tres dimensiones)} \end{cases}$$

donde  $\lambda$  es la densidad de carga lineal,  $\sigma$  es la carga por unidad de superficie y  $\rho$  es la carga por unidad de volumen.



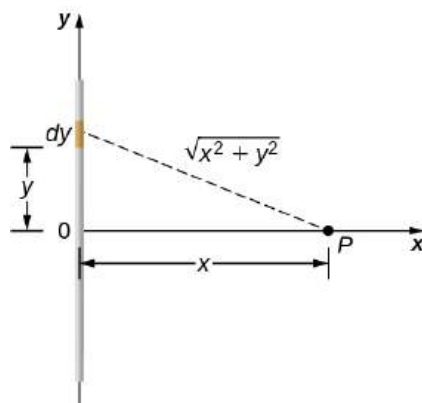
### EJEMPLO 7.13

#### Potencial de una línea de carga

Calcule el potencial eléctrico de un cable no conductor con carga uniforme y densidad lineal  $\lambda$  (culombios/metro) y la longitud  $L$  en un punto que se encuentra en una línea que divide el cable en dos partes iguales.

#### Estrategia

Para plantear el problema, elegimos las coordenadas cartesianas de forma que se aproveche al máximo la simetría del problema. Colocamos el origen en el centro del cable y orientamos el eje  $y$  a lo largo del cable de manera que sus extremos estén en  $y = \pm L/2$ . El punto de campo  $P$  está en el plano  $xy$ , como la elección de los ejes depende de nosotros, elegimos que el eje  $x$  pase por el punto de campo  $P$ , como se muestra en la [Figura 7.23](#).



**FIGURA 7.23** Queremos calcular el potencial eléctrico debido a una línea de carga.

### Solución

Consideremos un pequeño elemento de la distribución de carga entre  $y$  y  $y + dy$ . La carga de esta célula es  $dq = \lambda dy$  y la distancia de la célula al punto de campo  $P$  es  $\sqrt{x^2 + y^2}$ . Por lo tanto, el potencial se convierte en

$$\begin{aligned} V_P &= k \int \frac{dq}{r} = k \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\lambda dy}{\sqrt{x^2 + y^2}} = k\lambda \left[ \text{dentro} \left( y + \sqrt{y^2 + x^2} \right) \right]_{-L/2}^{L/2} \\ &= k\lambda \left[ \text{dentro} \left( \left( \frac{L}{2} \right) + \sqrt{\left( \frac{L}{2} \right)^2 + x^2} \right) - \text{dentro} \left( \left( -\frac{L}{2} \right) + \sqrt{\left( -\frac{L}{2} \right)^2 + x^2} \right) \right] \\ &= k\lambda \text{dentro} \left[ \frac{L + \sqrt{L^2 + 4x^2}}{-L + \sqrt{L^2 + 4x^2}} \right]. \end{aligned}$$

### Importancia

Observe que este problema era más sencillo que el equivalente para el campo eléctrico, debido al uso de cantidades escalares. Recordemos que esperamos que el nivel cero del potencial esté en el infinito, cuando tenemos una carga finita. Para examinar esto, tomamos el límite del potencial anterior cuando  $x$  se acerca al infinito; en este caso, los términos dentro del logaritmo natural se acercan a uno, y por lo tanto el potencial se acerca a cero en este límite. Observe que podríamos haber hecho este problema de forma equivalente en coordenadas cilíndricas; el único efecto sería sustituir  $r$  por  $x$  y  $z$  por  $y$ .

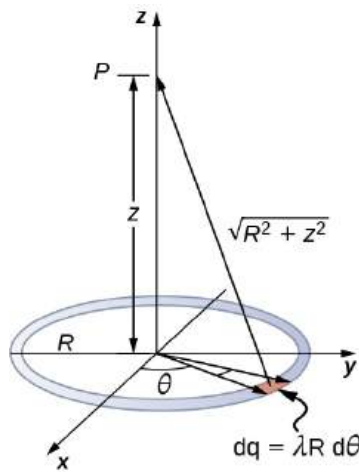
## EJEMPLO 7.14

### Potencial debido a un anillo de carga

Un anillo tiene una densidad de carga uniforme  $\lambda$ , con unidades de culombios por unidad de metro de arco. Calcule el potencial eléctrico en un punto del eje que pasa por el centro del anillo.

#### Estrategia

Utilizamos el mismo procedimiento que para el cable cargado. La diferencia aquí es que la carga se distribuye en un círculo. Dividimos el círculo en elementos infinitesimales con forma de arcos en el círculo y utilizamos las coordenadas cilíndricas que se muestran en la [Figura 7.24](#).



**FIGURA 7.24** Queremos calcular el potencial eléctrico debido a un anillo de carga.

### Solución

Un elemento general del arco entre  $\theta$  y  $\theta + d\theta$  es de longitud  $Rd\theta$  y, por lo tanto, contiene una carga igual a  $\lambda R d\theta$ . El elemento está a una distancia de  $\sqrt{z^2 + R^2}$  de  $P$ , y por lo tanto el potencial es

$$V_P = k \int \frac{dq}{r} = k \int_0^{2\pi} \frac{\lambda R d\theta}{\sqrt{z^2 + R^2}} = \frac{k\lambda R}{\sqrt{z^2 + R^2}} \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{2\pi k\lambda R}{\sqrt{z^2 + R^2}} = k \frac{q_{\text{tot}}}{\sqrt{z^2 + R^2}}.$$

### Importancia

Este resultado es esperado porque cada elemento del anillo está a la misma distancia del punto  $P$ . El potencial neto en  $P$  es el de la carga total colocada a la distancia común,  $\sqrt{z^2 + R^2}$ .



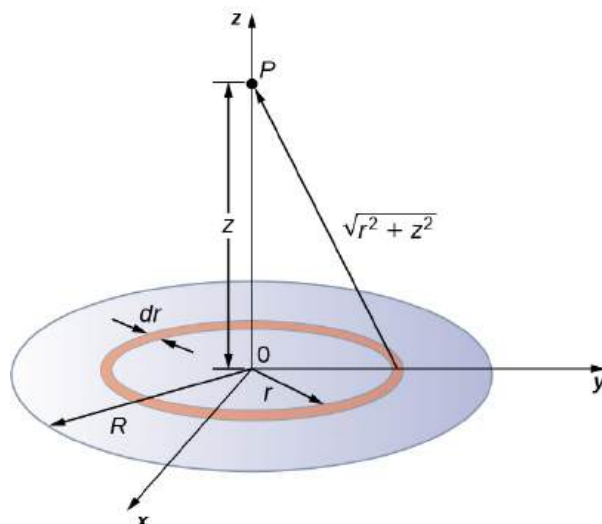
## EJEMPLO 7.15

### Potencial debido a un disco uniforme de carga

Un disco de radio  $R$  tiene una densidad de carga uniforme  $\sigma$ , con unidades de culombios al cuadrado. Calcule el potencial eléctrico en cualquier punto del eje que pasa por el centro del disco.

### Estrategia

Dividimos el disco en celdas en forma de anillo, y utilizamos el resultado para un anillo elaborado en el ejemplo anterior, luego integramos sobre  $r$  además de  $\theta$ . Esto se muestra en la [Figura 7.25](#).



**FIGURA 7.25** Queremos calcular el potencial eléctrico debido a un disco de carga.

### Solución

Una celda de anchura infinitesimal entre las coordenadas cilíndricas  $r$  y  $r + dr$  que se muestra en la [Figura 7.25](#) será un anillo de cargas cuyo potencial eléctrico  $dV_P$  en el punto de campo tiene la siguiente expresión

$$dV_P = k \frac{dq}{\sqrt{z^2 + r^2}}$$

donde

$$dq = \sigma 2\pi r dr.$$

La superposición de potenciales de todos los anillos infinitesimales que componen el disco da el potencial neto en el punto  $P$ . Esto se consigue integrando desde  $r = 0$  a  $r = R$ :

$$\begin{aligned} V_P &= \int dV_P = k2\pi\sigma \int_0^R \frac{r dr}{\sqrt{z^2 + r^2}}, \\ &= k2\pi\sigma \left( \sqrt{z^2 + R^2} - \sqrt{z^2} \right). \end{aligned}$$

### Importancia

El procedimiento básico para un disco es integrar primero alrededor de  $\theta$  y luego sobre  $r$ . Esto se ha demostrado para una densidad de carga uniforme (constante). A menudo, la densidad de carga variará con  $r$ , y entonces la última integral dará resultados diferentes.



## EJEMPLO 7.16

### Potencial debido a un cable con carga infinita

Calcule el potencial eléctrico debido a un cable infinitamente largo y uniformemente cargado.

#### Estrategia

Dado que ya hemos calculado el potencial de un cable finito de longitud  $L$  en el [Ejemplo 7.7](#), podríamos preguntarnos si tomando  $L \rightarrow \infty$  en nuestro resultado anterior funcionará:

$$V_P = \lim_{L \rightarrow \infty} k\lambda \text{dentro} \left( \frac{L + \sqrt{L^2 + 4x^2}}{-L + \sqrt{L^2 + 4x^2}} \right).$$

Sin embargo, este límite no existe porque el argumento del logaritmo se convierte en  $[2/0]$  como  $L \rightarrow \infty$ , por lo que esta forma de calcular  $V$  de un cable infinito no funciona. La razón de este problema puede deberse a que las cargas no están localizadas en un espacio determinado, sino que continúan hasta el infinito en la dirección del cable. Por lo tanto, nuestra suposición (tácita) de que el potencial cero debe estar a una distancia infinita del cable ya no es válida.

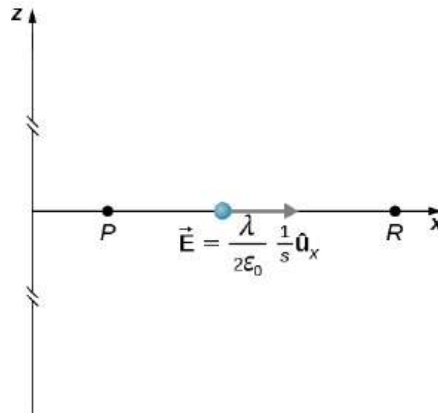
Para evitar esta dificultad en el cálculo de los límites, utilicemos la definición de potencial integrando sobre el campo eléctrico del apartado anterior, y el valor del campo eléctrico de esta configuración de carga del capítulo anterior.

### Solución

Utilizamos la integral

$$V_P = - \int_R^P \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

donde  $R$  es una distancia finita de la línea de carga, como se muestra en la [Figura 7.26](#).



**FIGURA 7.26** Puntos de interés para calcular el potencial de una línea de carga infinita.

Con esta configuración, utilizamos  $\vec{E}_P = 2k\lambda \frac{1}{s} \hat{s}$  y  $d\vec{l} = ds \hat{s}$  para obtener

$$V_P - V_R = - \int_R^P 2k\lambda \frac{1}{s} ds = -2k\lambda \ln \frac{s_P}{s_R}.$$

Ahora, si definimos el potencial de referencia  $V_R = 0$  a  $s_R = 1$  m, esto se simplifica a

$$V_P = -2k\lambda \ln s_P.$$

Observe que esta forma del potencial es bastante utilizable; es 0 a 1 m y es indefinido en el infinito, por lo que no podríamos utilizar este último como referencia.

### Importancia

Aunque calcular el potencial directamente puede ser bastante conveniente, acabamos de calcular un sistema para el que esta estrategia no funciona bien. En estos casos, volver a la definición de potencial en términos de campo eléctrico puede ofrecer un camino a seguir.

### ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 7.10

¿Cuál es el potencial en el eje de un anillo de carga no uniforme, donde la densidad de carga es  $\lambda(\theta) = \lambda \cos \theta$ ?

## 7.4 Determinación del campo a partir del potencial

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar cómo calcular el campo eléctrico en un sistema a partir del potencial dado.
- Calcular el campo eléctrico en una dirección determinada a partir de un potencial dado.
- Calcular el campo eléctrico en el espacio a partir de un potencial dado.

Recordemos que hemos podido, en ciertos sistemas, calcular el potencial integrando sobre el campo eléctrico. Como ya se puede sospechar, esto significa que podemos calcular el campo eléctrico tomando derivadas del potencial, aunque pasar de una cantidad escalar a una vectorial introduce algunas arrugas interesantes. A menudo necesitamos  $\vec{E}$  para calcular la fuerza en un sistema; como a menudo es más sencillo calcular el potencial directamente, hay sistemas en los que es útil calcular  $V$  y luego derivar  $\vec{E}$  de la misma.

En general, independientemente de que el campo eléctrico sea uniforme, apunta en la dirección del potencial decreciente, porque la fuerza sobre una carga positiva es en la dirección de  $\vec{E}$  y también en la dirección del potencial inferior  $V$ . Además, la magnitud de  $\vec{E}$  es igual a la tasa de disminución de  $V$  con la distancia. Cuanto más rápido disminuya  $V$  con la distancia, mayor será el campo eléctrico. Esto nos da el siguiente resultado.

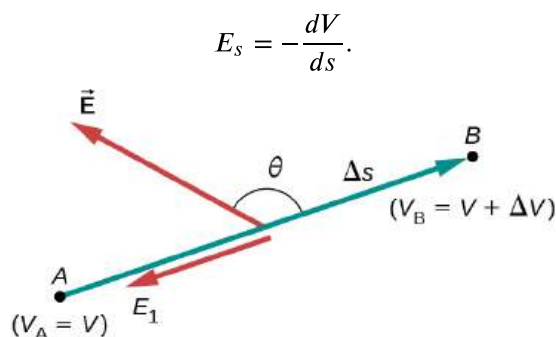
### Relación entre voltaje y campo eléctrico uniforme

En forma de ecuación, la relación entre voltaje y campo eléctrico uniforme es

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta s}$$

donde  $\Delta s$  es la distancia en la que el cambio de potencial  $\Delta V$  tiene lugar. El signo menos nos dice que  $E$  apunta en la dirección de la disminución del potencial. Se dice que el campo eléctrico es el gradiente (como en grado o pendiente) del potencial eléctrico.

Para los potenciales que cambian continuamente,  $\Delta V$  y  $\Delta s$  se convierten en infinitesimales, y necesitamos el cálculo diferencial para determinar el campo eléctrico. Como se muestra en la [Figura 7.27](#), si tratamos la distancia  $\Delta s$  como muy pequeño para que el campo eléctrico sea esencialmente constante sobre él, hallamos que



**FIGURA 7.27** La componente del campo eléctrico a lo largo del desplazamiento  $\Delta s$  viene dada por  $E = -\frac{\Delta V}{\Delta s}$ . Observe que se supone que  $A$  y  $B$  están tan cerca que el campo es constante a lo largo de  $\Delta s$ .

Por tanto, las componentes del campo eléctrico en las direcciones cartesianas vienen dadas por

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}. \quad 7.13$$

Con esto se puede definir el operador vectorial "grad" o "del", lo que nos permite calcular el gradiente en un



solo paso. En coordenadas cartesianas, toma la forma

$$\vec{\nabla} = \hat{\mathbf{i}} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}} \frac{\partial}{\partial z}. \quad 7.14$$

Con esta notación, podemos calcular el campo eléctrico a partir del potencial con

$$\vec{\mathbf{E}} = -\vec{\nabla}V, \quad 7.15$$

un proceso que llamamos cálculo del gradiente del potencial.

Si tenemos un sistema con simetría cilíndrica o esférica, solo tenemos que utilizar el operador en las coordenadas adecuadas:

$$\text{Cilíndrica: } \vec{\nabla} = \hat{\mathbf{r}} \frac{\partial}{\partial r} + \hat{\boldsymbol{\varphi}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \hat{\mathbf{z}} \frac{\partial}{\partial z} \quad 7.16$$

$$\text{Esférico: } \vec{\nabla} = \hat{\mathbf{r}} \frac{\partial}{\partial r} + \hat{\boldsymbol{\theta}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{\boldsymbol{\varphi}} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \quad 7.17$$



### EJEMPLO 7.17

#### Campo eléctrico de una carga puntual

Calcule el campo eléctrico de una carga puntual a partir del potencial.

##### Estrategia

Se sabe que el potencial es  $V = k \frac{q}{r}$ , que tiene una simetría esférica. Por lo tanto, utilizamos el operador del esférico en la fórmula  $\vec{\mathbf{E}} = -\vec{\nabla}V$ .

##### Solución

Realizando este cálculo obtenemos

$$\vec{\mathbf{E}} = - \left( \hat{\mathbf{r}} \frac{\partial}{\partial r} + \hat{\boldsymbol{\theta}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{\boldsymbol{\varphi}} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) k \frac{q}{r} = -kq \left( \hat{\mathbf{r}} \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} + \hat{\boldsymbol{\theta}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{1}{r} + \hat{\boldsymbol{\varphi}} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{1}{r} \right).$$

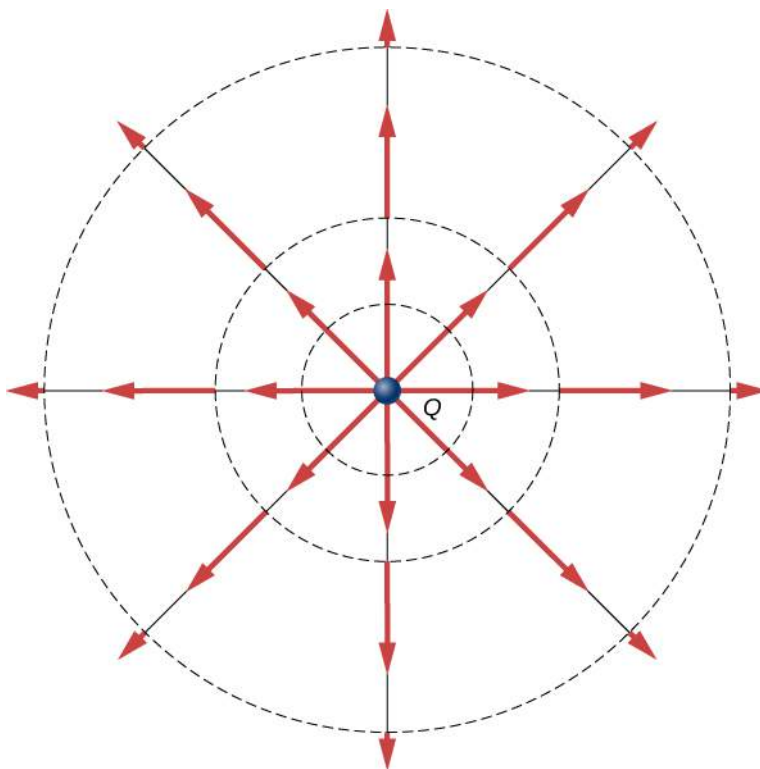
Esta ecuación se simplifica en

$$\vec{\mathbf{E}} = -kq \left( \hat{\mathbf{r}} \frac{-1}{r^2} + \hat{\boldsymbol{\theta}} 0 + \hat{\boldsymbol{\varphi}} 0 \right) = k \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

como se esperaba.

##### Importancia

No solo hemos obtenido la ecuación para el campo eléctrico de una partícula puntual que hemos visto antes, sino que también tenemos una demostración de que  $\vec{\mathbf{E}}$  apunta en la dirección de la disminución del potencial, como se muestra en la [Figura 7.28](#).

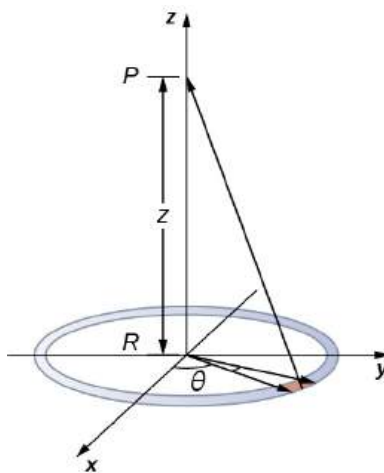


**FIGURA 7.28** Vectores del campo eléctrico dentro y fuera de una esfera uniformemente cargada.

### EJEMPLO 7.18

#### Campo eléctrico de un anillo de carga

Utilice el potencial encontrado en el [Ejemplo 7.8](#) para calcular el campo eléctrico a lo largo del eje de un anillo de carga ([Figura 7.29](#)).



**FIGURA 7.29** Queremos calcular el campo eléctrico a partir del potencial eléctrico debido a una carga anular.

#### Estrategia

En este caso, solo nos interesa una dimensión, el eje  $z$ . Por lo tanto, utilizamos  $E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$

con el potencial  $V = k \frac{q_{\text{tot}}}{\sqrt{z^2 + R^2}}$  encontrado anteriormente.

**Solución**

Tomando la derivada del potencial se obtiene

$$E_z = -\frac{\partial}{\partial z} \frac{kq_{\text{tot}}}{\sqrt{z^2 + R^2}} = k \frac{q_{\text{tot}} z}{(z^2 + R^2)^{3/2}}.$$

**Importancia**

De nuevo, esto coincide con la ecuación del campo eléctrico encontrada anteriormente. También demuestra un sistema en el que no es necesario utilizar el operador del complejo.

 **COMPRUEBE LO APRENDIDO 7.11**

¿Qué sistema de coordenadas utilizaría para calcular el campo eléctrico de un dipolo?

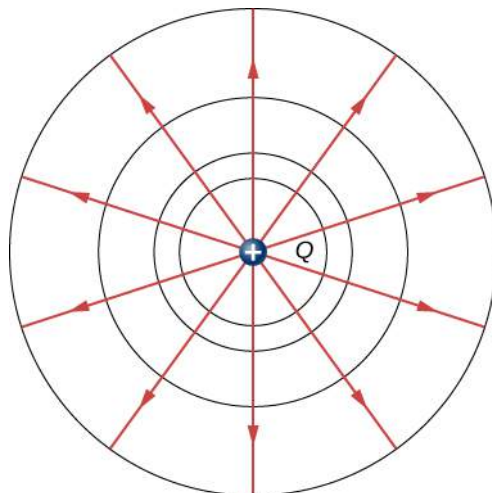
## 7.5 Superficies Equipotenciales y Conductores

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Definir superficies equipotenciales y líneas equipotenciales.
- Explicar la relación entre líneas equipotenciales y líneas de campo eléctrico.
- Trazar líneas equipotenciales para una o dos cargas puntuales.
- Describir el potencial de un conductor.
- Comparar y contrastar líneas equipotenciales y líneas de elevación en mapas topográficos.

Podemos representar los potenciales eléctricos (voltajes) de forma pictórica, al igual que hicimos dibujos para ilustrar los campos eléctricos. Esto no es sorprendente, ya que ambos conceptos están relacionados. Consideremos la [Figura 7.30](#), que muestra una carga puntual positiva aislada y sus líneas de campo eléctrico que irradian desde una carga positiva y terminan en cargas negativas. Utilizamos flechas rojas para representar la magnitud y la dirección del campo eléctrico, y utilizamos líneas negras para representar los lugares donde el potencial eléctrico es constante. Se denominan **superficies equipotenciales** en tres dimensiones, o **líneas equipotenciales** en dos dimensiones. El término *equipotencial* también se utiliza como sustantivo, refiriéndose a una superficie o línea equipotencial. El potencial de una carga puntual es el mismo en cualquier lugar de una esfera imaginaria de radio  $r$  que rodea a la carga. Esto es cierto porque el potencial de una carga puntual viene dado por  $V = kq/r$  y, por tanto, tiene el mismo valor en cualquier punto que esté a una determinada distancia  $r$  de la carga. Una esfera equipotencial es un círculo en la vista bidimensional de la [Figura 7.30](#). Como las líneas de campo eléctrico apuntan radialmente lejos de la carga, son perpendiculares a las líneas equipotenciales.



**FIGURA 7.30** Una carga puntual aislada  $Q$  con sus líneas de campo eléctrico en rojo y las líneas equipotenciales

en negro. El potencial es el mismo a lo largo de cada línea equipotencial, lo que significa que no se requiere ningún trabajo para mover una carga en cualquier lugar a lo largo de una de esas líneas. Se necesita trabajo para mover una carga de una línea equipotencial a otra. Las líneas equipotenciales son perpendiculares a las líneas de campo eléctrico en todos los casos. Para una versión tridimensional, explore el primer enlace multimedia.

Es importante señalar que *las líneas equipotenciales son siempre perpendiculares a las líneas de campo eléctrico*. No se requiere ningún trabajo para mover una carga a lo largo de un equipotencial, ya que  $\Delta V = 0$ . Así, el trabajo es

$$W = -\Delta U = -q\Delta V = 0.$$

El trabajo es cero si la dirección de la fuerza es perpendicular al desplazamiento. La fuerza está en la misma dirección que  $E$ , por lo que el movimiento a lo largo de un equipotencial debe ser perpendicular a  $E$ . Más precisamente, el trabajo está relacionado con el campo eléctrico por

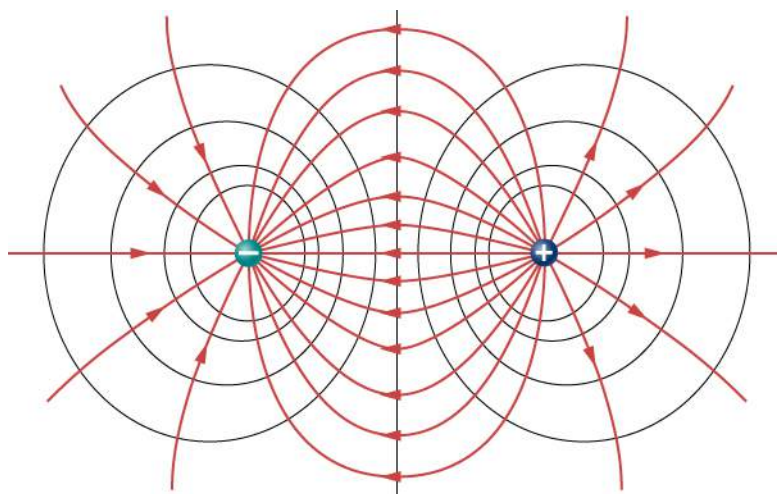
$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = q\vec{E} \cdot \vec{d} = qEd \cos \theta = 0.$$

Observe que en esta ecuación,  $E$  y  $F$  simbolizan las magnitudes del campo eléctrico y la fuerza, respectivamente. Ni  $q$  ni  $E$  son cero;  $d$  tampoco es cero. Así que  $\cos \theta$  debe ser 0, es decir  $\theta$  debe ser  $90^\circ$ . En otras palabras, el movimiento a lo largo de un equipotencial es perpendicular a  $E$ .

Una de las reglas para los campos eléctricos estáticos y los conductores es que el campo eléctrico debe ser perpendicular a la superficie de cualquier conductor. Esto implica que un *conductor es una superficie equipotencial en situaciones estáticas*. No puede haber una diferencia de voltaje a través de la superficie de un conductor, o las cargas fluirán. Uno de los usos de este hecho es que un conductor puede fijarse en lo que consideramos cero voltios conectándolo a la tierra con un buen conductor, un proceso que se llama **puesta a tierra**. La puesta a tierra puede ser una herramienta de seguridad útil. Por ejemplo, la puesta a tierra de la capa de metal de un aparato eléctrico garantiza que esté a cero voltios con respecto a la Tierra.

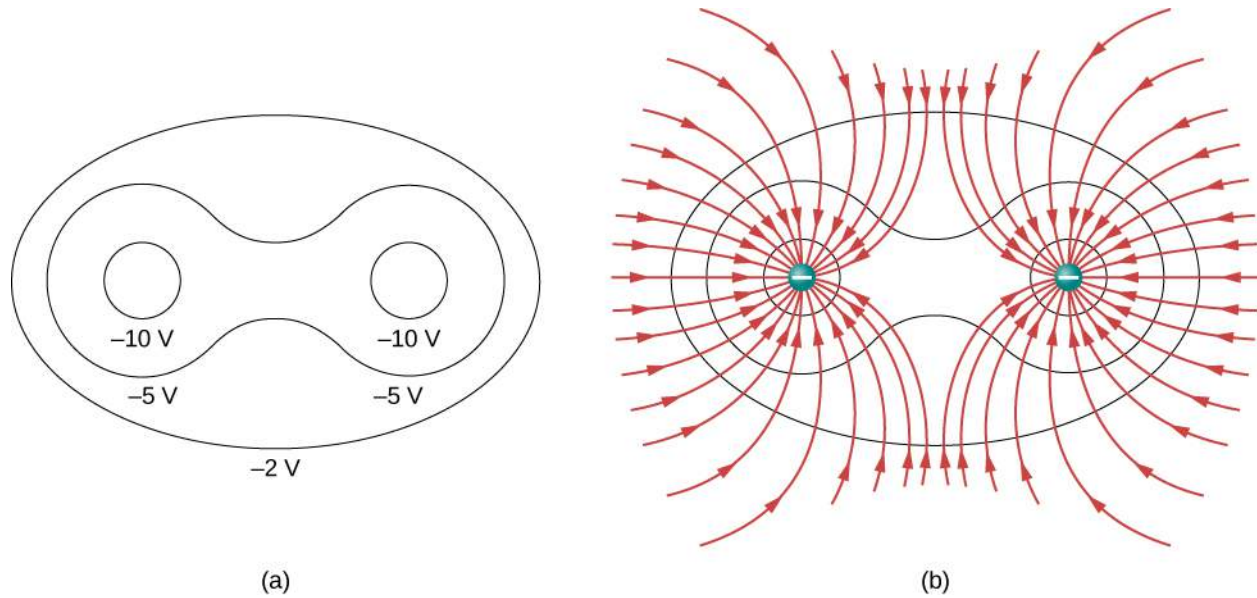
Como un conductor es un equipotencial, puede sustituir a cualquier superficie equipotencial. Por ejemplo, en la [Figura 7.30](#), un conductor esférico cargado puede sustituir a la carga puntual, y el campo eléctrico y las superficies de potencial fuera de él no cambiarán, confirmando la afirmación de que una distribución de carga esférica es equivalente a una carga puntual en su centro.

La [Figura 7.31](#) muestra el campo eléctrico y las líneas equipotenciales para dos cargas iguales y opuestas. Dadas las líneas de campo eléctrico, las líneas equipotenciales se pueden trazar simplemente haciéndolas perpendiculares a las líneas de campo eléctrico. A la inversa, dadas las líneas equipotenciales, como en la [Figura 7.32\(a\)](#), las líneas de campo eléctrico pueden dibujarse haciéndolas perpendiculares a los equipotenciales, como en la [Figura 7.32\(b\)](#).



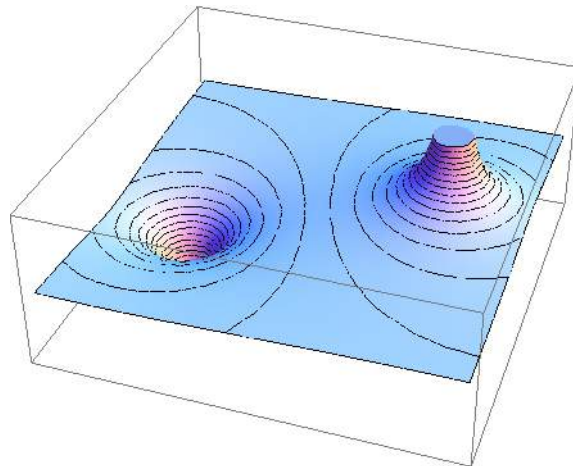
**FIGURA 7.31** Las líneas de campo eléctrico y las líneas equipotenciales para dos cargas iguales pero opuestas. Las líneas equipotenciales se pueden dibujar haciéndolas perpendiculares a las líneas de campo eléctrico, si se

conocen. Observe que el potencial es mayor (más positivo) cerca de la carga positiva y menor (más negativo) cerca de la carga negativa. Para una versión tridimensional, explore el primer enlace multimedia.



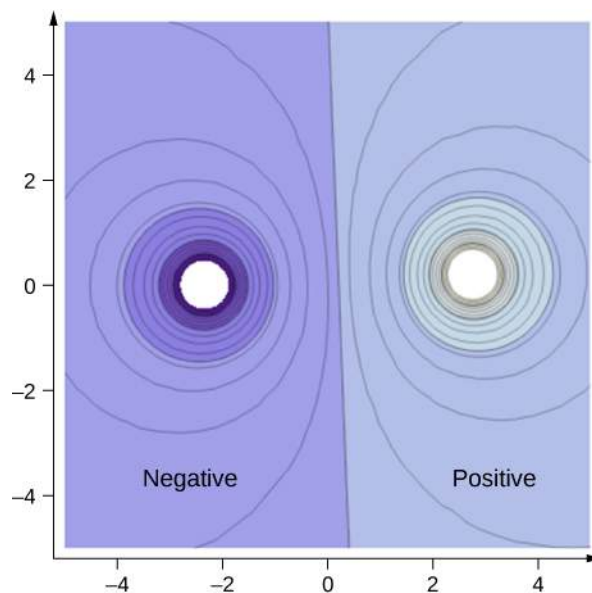
**FIGURA 7.32** (a) Estas líneas equipotenciales podrían medirse con un voltímetro en un experimento de laboratorio. (b) Las líneas de campo eléctrico correspondientes se encuentran dibujándolas perpendicularmente a los equipotenciales. Observe que estos campos son consistentes con dos cargas negativas iguales. Para una versión tridimensional, juegue con el primer enlace multimedia.

Para mejorar su intuición, mostramos una variante tridimensional del potencial en un sistema con dos cargas opuestas. La [Figura 7.33](#) muestra un mapa tridimensional del potencial eléctrico, donde las líneas del mapa corresponden a superficies equipotenciales. La colina está en la carga positiva, y la depresión en la carga negativa. El potencial es cero lejos de las cargas. Observe que el corte a un determinado potencial implica que las cargas están en esferas conductoras de radio finito.



**FIGURA 7.33** Mapa de potencial eléctrico de dos cargas opuestas de igual magnitud en esferas conductoras. El potencial es negativo cerca de la carga negativa y positivo cerca de la carga positiva.

En la [Figura 7.34](#) se muestra un mapa bidimensional del plano de la sección transversal que contiene ambas cargas. La línea equidistante de las dos cargas opuestas corresponde al potencial cero, ya que en los puntos de la línea, el potencial positivo de la carga positiva anula el potencial negativo de la carga negativa. Las líneas equipotenciales en el plano transversal son bucles cerrados, que no son necesariamente círculos, ya que en cada punto, el potencial neto es la suma de los potenciales de cada carga.

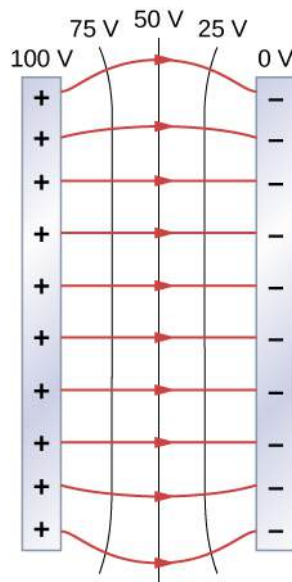


**FIGURA 7.34** Sección transversal del mapa de potencial eléctrico de dos cargas opuestas de igual magnitud. El potencial es negativo cerca de la carga negativa y positivo cerca de la carga positiva.

### INTERACTIVO

Vea esta [simulación \(https://openstax.org/l/21equipsurelec\)](https://openstax.org/l/21equipsurelec) para observar y modificar las superficies equipotenciales y los campos eléctricos para muchas configuraciones de carga estándar. Hay mucho que explorar.

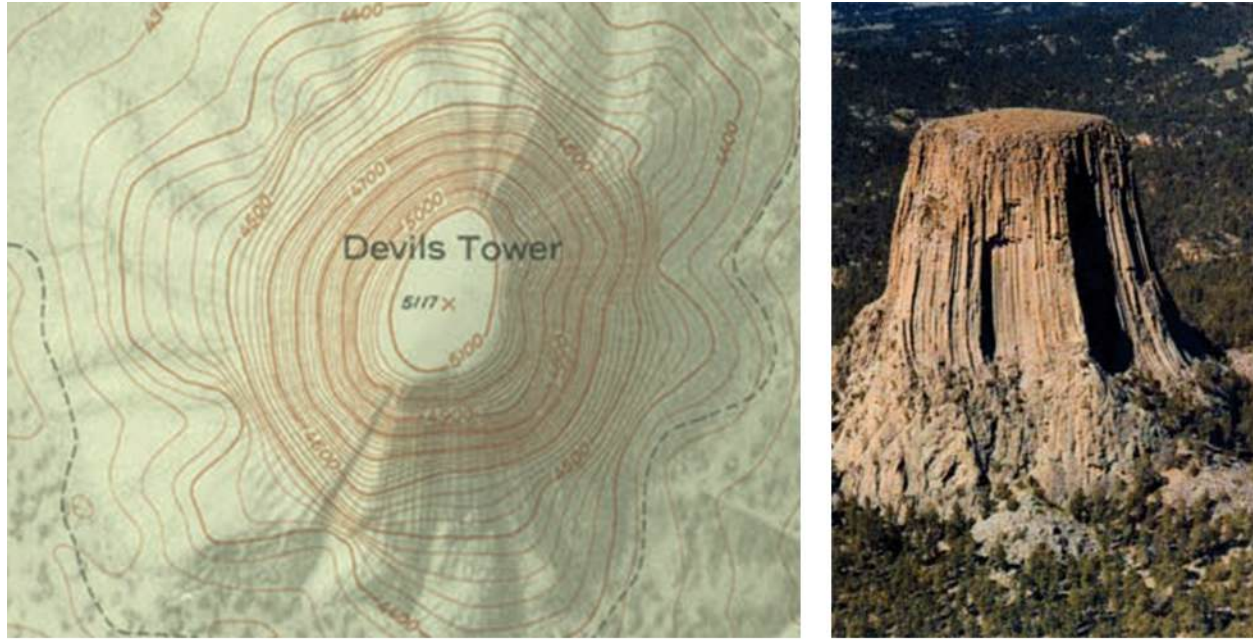
Uno de los casos más importantes es el de las conocidas placas conductoras paralelas que se muestran en la [Figura 7.35](#). Entre las placas, los equipotenciales están uniformemente espaciados y paralelos. Se podría mantener el mismo campo colocando placas conductoras en las líneas equipotenciales a los potenciales indicados.



**FIGURA 7.35** El campo eléctrico y las líneas equipotenciales entre dos placas de metal. Observe que el campo eléctrico es perpendicular a los equipotenciales y, por tanto, normal a las placas tanto en su superficie como en el centro de la región entre ellas.

Consideremos las placas paralelas en la [Figura 7.2](#). Estas tienen líneas equipotenciales que son paralelas a las

placas en el espacio entre ellas y uniformemente espaciadas. Un ejemplo de ello (con valores de muestra) se ofrece en la [Figura 7.35](#). Podríamos dibujar un conjunto similar de isolíneas equipotenciales para la gravedad en la colina que se muestra en la [Figura 7.2](#). Si la colina tiene alguna extensión con la misma pendiente, las isolíneas a lo largo de esa extensión serían paralelas entre sí. Además, en las regiones de pendiente constante, las isolíneas estarían espaciadas uniformemente. Un ejemplo de líneas topográficas reales se muestra en la [Figura 7.36](#).



(a)

(b)

**FIGURA 7.36** Un mapa topográfico a lo largo de una cresta tiene líneas de elevación aproximadamente paralelas, similares a las líneas equipotenciales en la [Figura 7.35](#). (a) Un mapa topográfico de la Torre del Diablo, Wyoming. Las líneas que están muy juntas indican un terreno muy escarpado. (b) Una foto en perspectiva de la Torre del Diablo muestra lo escarpados que son sus lados. Observe que la parte superior de la torre tiene la misma forma que el centro del mapa topográfico.

### EJEMPLO 7.19

#### Cálculo de las líneas equipotenciales

Ha visto las líneas equipotenciales de una carga puntual en la [Figura 7.30](#). ¿Cómo las calculamos? Por ejemplo, si tenemos una carga de  $+10\text{nC}$  en el origen, ¿cuáles son las superficies equipotenciales en las que el potencial es (a)  $100\text{ V}$ , (b)  $50\text{ V}$ , (c)  $20\text{ V}$  y (d)  $10\text{ V}$ ?

#### Estrategia

Establezca la ecuación del potencial de una carga puntual igual a una constante y resuelva el resto de la(s) variable(s). A continuación, calcule los valores necesarios.

#### Solución

En  $V = k\frac{q}{r}$ , sea  $V$  una constante. La única variable que queda es  $r$ , por lo tanto,  $r = k\frac{q}{V} = \text{constante}$ . Así, las superficies equipotenciales son esferas alrededor del origen. Sus ubicaciones son:

- $r = k\frac{q}{V} = (8,99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2) \frac{(10 \times 10^{-9} \text{ C})}{100 \text{ V}} = 0,90 \text{ m};$
- $r = k\frac{q}{V} = (8,99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2) \frac{(10 \times 10^{-9} \text{ C})}{50 \text{ V}} = 1,8 \text{ m};$

$$\text{c. } r = k \frac{q}{V} = (8,99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2) \frac{(10 \times 10^{-9} \text{ C})}{20 \text{ V}} = 4,5 \text{ m};$$

$$\text{d. } r = k \frac{q}{V} = (8,99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2) \frac{(10 \times 10^{-9} \text{ C})}{10 \text{ V}} = 9,0 \text{ m}.$$

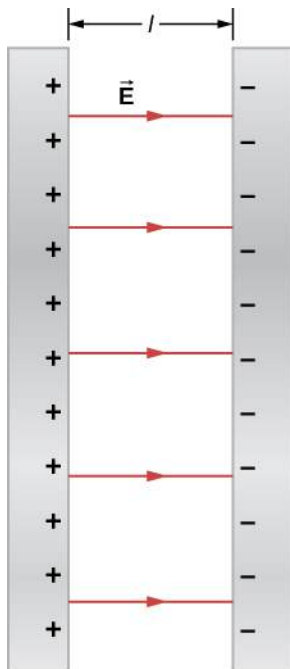
**Importancia**

Esto significa que las superficies equipotenciales alrededor de una carga puntual son esferas de radio constante, como se ha mostrado anteriormente, con localizaciones bien definidas.

## EJEMPLO 7.20

**Diferencia de potencial entre placas paralelas con carga opuesta**

Dos grandes placas conductoras llevan cargas iguales y opuestas, con una densidad de carga superficial  $\sigma$  de magnitud  $6,81 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2$ , como se muestra en la [Figura 7.37](#). La separación entre las placas es  $l = 6,50 \text{ mm}$ . (a) ¿Cuál es el campo eléctrico entre las placas? (b) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas? (c) ¿Cuál es la distancia entre planos equipotenciales que difieren en 100 V?



**FIGURA 7.37** El campo eléctrico entre placas paralelas con carga opuesta. Una parte se libera en la placa positiva.

**Estrategia**

(a) Como las placas se describen como "grandes" y la distancia entre ellas no lo es, aproximaremos cada una de ellas como un plano infinito y aplicaremos el resultado de la ley de Gauss del capítulo anterior.

(b) Utilice  $\Delta V_{AB} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$ .

(c) Dado que el campo eléctrico es constante, halle la relación entre 100 V y la diferencia de potencial total; luego calcule esta fracción de la distancia.

**Solución**

- a. El campo eléctrico se dirige desde la placa positiva a la negativa como se muestra en la figura, y su magnitud viene dada por



$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{6,81 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2}{8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2} = 7,69 \times 10^4 \text{ V/m}.$$

- b. Para calcular la diferencia de potencial  $\Delta V$  entre las placas, utilizamos un camino desde la placa negativa a la positiva que está dirigido contra el campo. El vector de desplazamiento  $d\vec{l}$  y el campo eléctrico  $\vec{E}$  son antiparalelos por lo que  $\vec{E} \cdot d\vec{l} = -E dl$ . La diferencia de potencial entre las placas positiva y la negativa es entonces

$$\Delta V = - \int E \cdot dl = E \int dl = El = (7,69 \times 10^4 \text{ V/m})(6,50 \times 10^{-3} \text{ m}) = 500 \text{ V}.$$

- c. La diferencia de potencial total es de 500 V, por lo que 1/5 de la distancia entre las placas será la distancia entre diferencias de potencial de 100 V. La distancia entre las placas es de 6,5 mm, por lo que habrá 1,3 mm entre diferencias de potencial de 100 V.

### Importancia

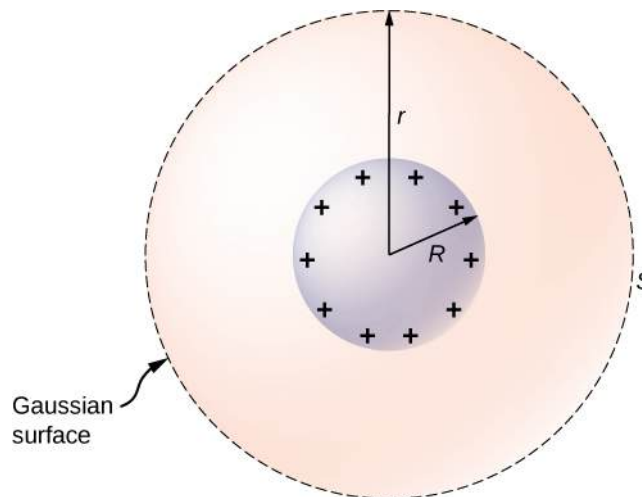
Ahora ha visto un cálculo numérico de las localizaciones de los equipotenciales entre dos placas paralelas cargadas.

### ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 7.12

**Compruebe lo aprendido** ¿Cuáles son las superficies equipotenciales para una carga lineal infinita?

### Distribución de las cargas en los conductores

En el [Ejemplo 7.19](#) con una carga puntual, encontramos que las superficies equipotenciales tenían forma de esferas, con la carga puntual en el centro. Dado que una esfera conductora en equilibrio electrostático es una superficie equipotencial esférica, deberíamos esperar que pudiéramos sustituir una de las superficies en el [Ejemplo 7.19](#) por una esfera conductora y tener una solución idéntica fuera de la esfera. Sin embargo, el interior será bastante diferente.



**FIGURA 7.38** Una esfera conductora aislada.

Para investigar esto, considere la esfera conductora aislada de la [Figura 7.38](#) que tiene un radio  $R$  y un exceso de carga  $q$ . Para hallar el campo eléctrico tanto dentro como fuera de la esfera, hay que tener en cuenta que la esfera está aislada, por lo que su distribución de cargas en la superficie y el campo eléctrico de esa distribución son esféricamente simétricos. Por lo tanto, podemos representar el campo como  $\vec{E} = E(r)\hat{r}$ . Para calcular  $E(r)$ , aplicamos la ley de Gauss sobre una superficie esférica cerrada  $S$  de radio  $r$  que es concéntrica con la esfera conductora. Dado que  $r$  es constante y  $\hat{n} = \hat{r}$  en la esfera,

$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} \, da = E(r) \oint da = E(r) 4\pi r^2.$$

Para  $r < R$ ,  $S$  está dentro del conductor, por lo que recordemos de nuestro estudio anterior de la ley de Gauss que  $q_{\text{enc}} = 0$  y la ley de Gauss da  $E(r) = 0$ , como se espera dentro de un conductor en equilibrio. Si  $r > R$ ,  $S$  encierra el conductor de manera que  $q_{\text{enc}} = q$ . De la ley de Gauss,

$$E(r) 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Por lo tanto, el campo eléctrico de la esfera puede escribirse como

$$\begin{aligned} E &= 0 & (r < R), \\ E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} & (r \geq R). \end{aligned}$$

Como se esperaba, en la región  $r \geq R$ , el campo eléctrico debido a una carga  $q$  situada en una esfera conductora aislada de radio  $R$  es idéntico al campo eléctrico de una carga puntual  $q$  situada en el centro de la esfera.

Para hallar el potencial eléctrico dentro y fuera de la esfera, observe que para  $r \geq R$ , el potencial debe ser el mismo que el de una carga puntual aislada  $q$  situada en  $r = 0$ ,

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (r \geq R)$$

simplemente debido a la similitud del campo eléctrico.

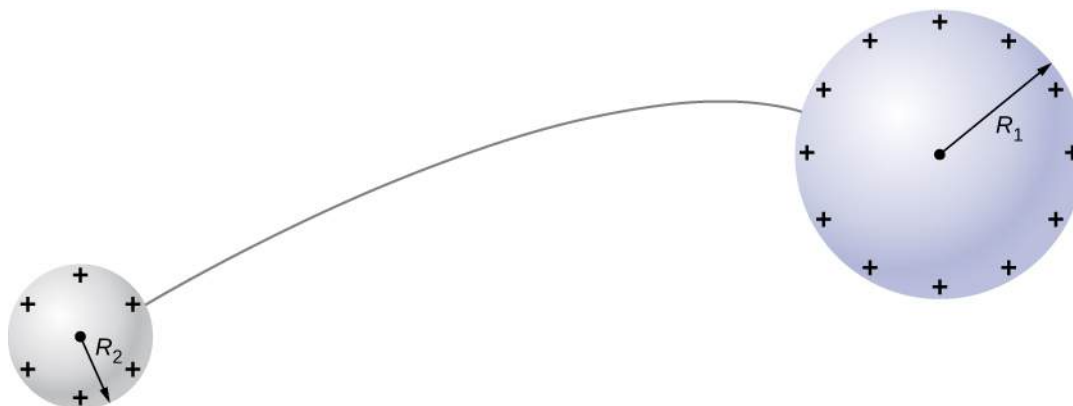
Para  $r < R$ ,  $E = 0$ , por lo que  $V(r)$  es constante en esta región. Dado que  $V(R) = q/4\pi\epsilon_0 R$ ,

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R} \quad (r < R).$$

Utilizaremos este resultado para demostrar que

$$\sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2,$$

para dos esferas conductoras de radios  $R_1$  y  $R_2$ , con densidades de carga superficial  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  respectivamente, que están conectadas por un cable fino, como se muestra en la [Figura 7.39](#). Las esferas están suficientemente separadas para que cada una pueda ser tratada como si estuviera aislada (aparte del cable). Observe que la conexión por el cable significa que todo este sistema debe ser equipotencial.



**FIGURA 7.39** Dos esferas conductoras están conectadas por un fino cable conductor.

Acabamos de ver que el potencial eléctrico en la superficie de una esfera conductora aislada y cargada de radio  $R$  es

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R}.$$

Ahora, las esferas están conectadas por un conductor y en consecuencia están al mismo potencial; por lo tanto

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{R_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{R_2},$$

y

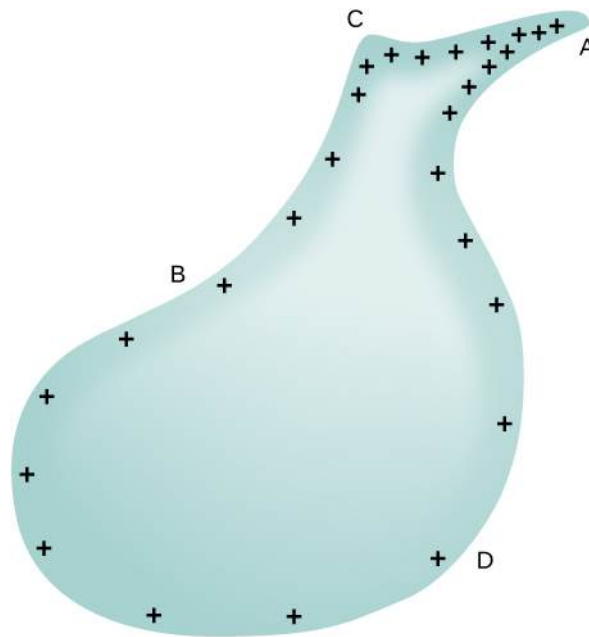
$$\frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2}.$$

La carga neta de una esfera conductora y su densidad de carga superficial están relacionadas por  $q = \sigma(4\pi R^2)$ . Sustituyendo esta ecuación en la anterior, hallamos que

$$\sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2.$$

Evidentemente, dos esferas conectadas por un cable fino no constituyen un conductor típico con un radio de curvatura variable. Sin embargo, este resultado proporciona al menos una idea cualitativa de cómo varía la densidad de carga en la superficie de un conductor. La ecuación indica que donde el radio de curvatura es grande (puntos *B* y *D* en la [Figura 7.40](#)),  $\sigma$  y *E* son pequeños.

Del mismo modo, las cargas tienden a ser más densas allí donde la curvatura de la superficie es mayor, como demuestra la distribución de cargas en el metal de forma extraña ([Figura 7.40](#)). La densidad de carga superficial es mayor en los lugares con un radio de curvatura pequeño que en los lugares con un radio de curvatura grande.



**FIGURA 7.40** La densidad de carga superficial y el campo eléctrico de un conductor son mayores en las regiones con radios de curvatura más pequeños.

Una aplicación práctica de este fenómeno es el pararrayos, que no es más que una barra de metal conectada a tierra con un extremo afilado que apunta hacia arriba. Como la carga positiva se acumula en el suelo debido a una nube cargada negativamente en lo alto, el campo eléctrico alrededor del punto agudo se hace muy grande. Cuando el campo alcanza un valor de aproximadamente  $3,0 \times 10^6$  N/C (la *resistencia dieléctrica* del aire), los iones libres del aire se aceleran hasta alcanzar energías tan altas que sus colisiones con las moléculas de aire realmente ionizan las moléculas. Los electrones libres resultantes en el aire fluyen entonces a través de la varilla hacia la Tierra, neutralizando así parte de la carga positiva. Esto evita que el campo eléctrico entre la nube y el suelo sea lo suficientemente grande como para producir un rayo en la región que rodea al pararrayos.

Una importante aplicación de los campos eléctricos y las líneas equipotenciales es el corazón. El corazón depende de las señales eléctricas para mantener su ritmo. El movimiento de las señales eléctricas hace que las

cámaras del corazón se contraigan y se relajen. Cuando una persona sufre un infarto, el movimiento de estas señales eléctricas puede verse alterado. Se puede utilizar un marcapasos artificial y un desfibrilador para iniciar el ritmo de las señales eléctricas. Las líneas equipotenciales alrededor del corazón, su eje y la región torácica son formas útiles de controlar la estructura y las funciones del corazón. Un electrocardiograma (ECG) mide las pequeñas señales eléctricas que se generan durante la actividad del corazón.

### INTERACTIVO

Juegue con esta [simulación \(https://openstax.org/1/21pointcharsim\)](https://openstax.org/1/21pointcharsim) para mover cargas puntuales en el campo de juego y luego ver el campo eléctrico, los voltajes, las líneas equipotenciales y mucho más.

---

## 7.6 Aplicaciones de la electrostática

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, estará en capacidad de:

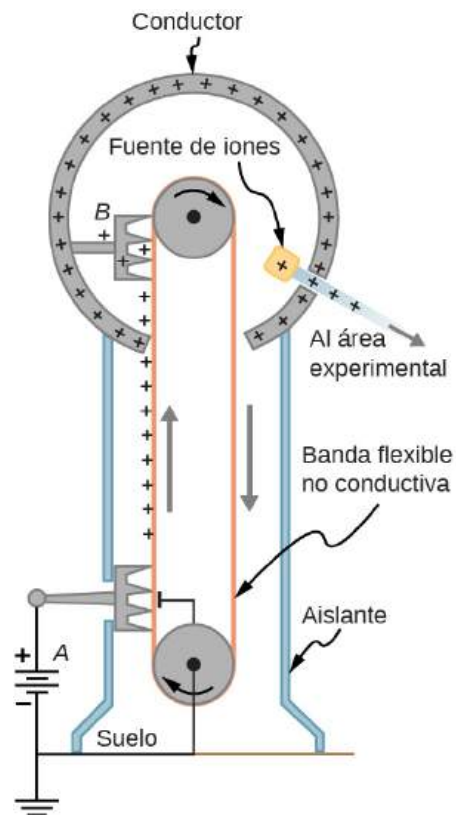
- Describir algunas de las muchas aplicaciones prácticas de la electrostática, incluyendo varias tecnologías de impresión
- Relacionar estas aplicaciones con la segunda ley de Newton y la fuerza eléctrica

El estudio de la electrostática ha resultado útil en muchos ámbitos. Este módulo cubre solo algunas de las muchas aplicaciones de la electrostática.

### El generador Van de Graaff

Los **generadores de Van de Graaff** (o Van de Graaffs) no solo son aparatos espectaculares utilizados para demostrar el alto voltaje debido a la electricidad estática, sino que también se utilizan para la investigación seria. El primero construyó Robert Van de Graaff en 1931 (basado en las sugerencias originales de Lord Kelvin) para su uso en la investigación de la física nuclear. La [Figura 7.41](#) muestra un esquema de una versión de investigación de gran tamaño. Los Van de Graaffs utilizan tanto superficies lisas como puntiagudas, y conductores y aislantes para generar grandes cargas estáticas y, por tanto, grandes voltajes.

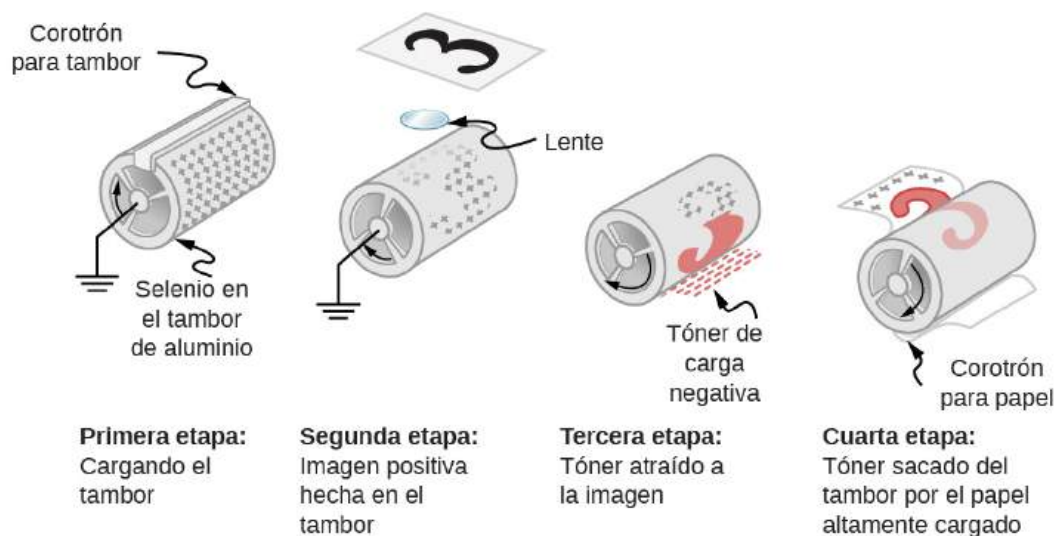
Se puede depositar un exceso de carga muy grande en la esfera porque se desplaza rápidamente hacia la superficie exterior. Los límites prácticos surgen porque los grandes campos eléctricos polarizan y acaban por ionizar los materiales circundantes, creando cargas libres que neutralizan el exceso de carga o permiten que se escape. Sin embargo, los voltajes de 15 millones de voltios están muy dentro de los límites prácticos.



**FIGURA 7.41** Esquema del generador Van de Graaff. Una batería (A) suministra un exceso de carga positiva a un conductor puntiagudo, cuyas puntas pulverizan la carga sobre una cinta aislante en movimiento cerca del fondo. El conductor puntiagudo (B) situado en la parte superior de la gran esfera recoge la carga. (El campo eléctrico inducido en los puntos es tan grande que elimina la carga de la correa). Esto puede hacerse porque la carga no permanece dentro de la esfera conductora, sino que se desplaza hacia su superficie exterior. Una fuente de iones dentro de la esfera produce iones positivos, que son acelerados fuera de la esfera positiva a altas velocidades.

### Xerografía

La mayoría de las fotocopiadoras utilizan un proceso electrostático denominado **xerografía**, palabra acuñada a partir de las palabras griegas *xeros*, que significa seco, y *graphos*, que significa escritura. El núcleo del proceso se muestra de forma simplificada en la [Figura 7.42](#).



**FIGURA 7.42** La xerografía es un proceso de copia en seco basado en la electrostática. Las principales etapas del proceso son la carga del tambor fotoconductor, la transferencia de una imagen, la creación de un duplicado de carga positiva, la atracción del tóner a las partes cargadas del tambor y la transferencia del tóner al papel. No se muestra el tratamiento térmico del papel y la limpieza del tambor para la siguiente copia.

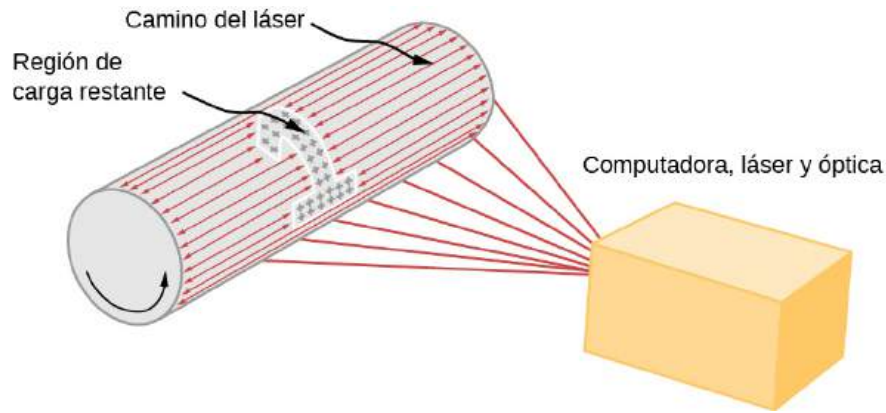
Un tambor de aluminio recubierto de selenio se rocía con carga positiva desde los puntos de un dispositivo llamado corotrón. El selenio es una sustancia con una interesante propiedad: es un **fotoconductor**. Es decir, el selenio es un aislante cuando está en la oscuridad y un conductor cuando está expuesto a la luz.

En la primera etapa del proceso de xerografía, el tambor de aluminio conductor se conecta a tierra para que se induzca una carga negativa bajo la fina capa de selenio uniformemente cargada positivamente. En la segunda etapa, la superficie del tambor se expone a la imagen de lo que se va a copiar. En los lugares donde la imagen es ligera, el selenio se convierte en conductor y la carga positiva se neutraliza. En las zonas oscuras, la carga positiva permanece, por lo que la imagen se ha transferido al tambor.

La tercera etapa toma un polvo negro seco, llamado tóner, y lo rocía con una carga negativa para que las regiones positivas del tambor lo atraigan. A continuación, a un papel en blanco se le da una carga positiva mayor que la del tambor, de modo que este extraiga el tóner del tambor. Por último, el papel y el tóner que se mantiene electrostáticamente pasan por rodillos de presión calentados, que funden y adhieren permanentemente el tóner a las fibras del papel.

### Impresoras láser

Las impresoras láser utilizan el proceso xerográfico para crear imágenes de alta calidad en el papel, empleando un láser para producir una imagen en el tambor fotoconductor, como se muestra en la [Figura 7.43](#). En su aplicación más común, la impresora láser recibe la salida de un computador y puede lograr una salida de alta calidad debido a la precisión con la que se puede controlar la luz láser. Muchas impresoras láser realizan un importante procesamiento de la información, como la elaboración de letras o fuentes sofisticadas, y en el pasado podían tener un computador más potente que el que les proporcionaba los datos brutos a imprimir.

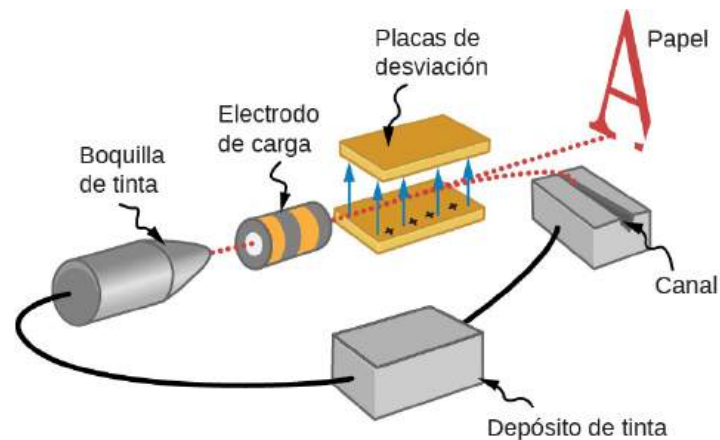


**FIGURA 7.43** En una impresora láser, se escanea un rayo láser a través de un tambor fotoconductor, dejando una imagen cargada positivamente. Los demás pasos para cargar el tambor y transferir la imagen al papel son los mismos que en la xerografía. La luz láser puede controlarse con gran precisión, lo que permite a las impresoras láser producir imágenes de alta calidad.

### Impresoras de inyección de tinta y pintura electrostática

La **impresora de inyección de tinta**, utilizada habitualmente para imprimir textos y gráficos generados por computador, también emplea la electrostática. Una boquilla produce una fina pulverización de pequeñas gotas de tinta, a las que se les aplica una carga electrostática (Figura 7.44).

Una vez cargadas, las gotas pueden dirigirse, mediante pares de placas cargadas, con gran precisión para formar letras e imágenes en el papel. Las impresoras de inyección de tinta pueden producir imágenes en color utilizando un chorro negro y otros tres chorros con colores primarios, normalmente cian, magenta y amarillo, de forma parecida a como lo hace una televisión en color. (Esto es más difícil con la xerografía, que requiere múltiples tambores y tóneres).



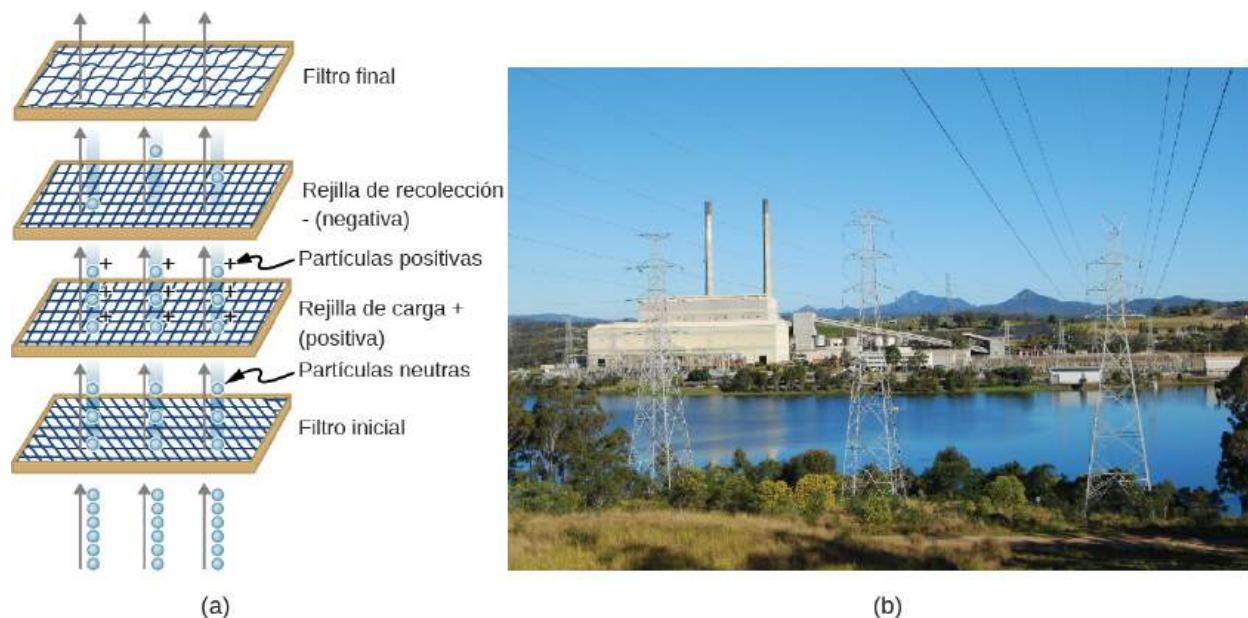
**FIGURA 7.44** La boquilla de una impresora de inyección de tinta produce pequeñas gotas de tinta que se pulverizan con carga electrostática. A continuación, se utilizan varios dispositivos informáticos para dirigir las gotas a las posiciones correctas en una página.

La pintura electrostática emplea la carga para rociar pintura sobre superficies de formas extrañas. La repulsión mutua de las cargas similares hace que la pintura se aleje de su origen. La tensión superficial forma gotas, que luego son atraídas por cargas diferentes a la superficie a pintar. La pintura electrostática puede llegar a lugares de difícil acceso, aplicando una capa uniforme de forma controlada. Si el objeto es un conductor, el campo eléctrico es perpendicular a la superficie, tendiendo a traer las gotas perpendicularmente. Las esquinas y los puntos de los conductores recibirán pintura adicional. El fieltro puede aplicarse de forma similar.

## Precipitadores de humo y limpieza electroestática del aire

Otra aplicación importante de la electrostática se encuentra en los limpiadores de aire, tanto grandes como pequeños. La parte electrostática del proceso coloca un exceso de carga (normalmente positiva) en el humo, el polvo, el polen y otras partículas del aire y, a continuación, hace pasar el aire por una rejilla con carga opuesta que atrae y retiene las partículas cargadas (Figura 7.45)

Los **precipitadores electrostáticos** grandes se utilizan en la industria para eliminar el más del 99% de las partículas procedentes de las emisiones de gases de chimenea asociadas a la combustión de carbón y petróleo. Los precipitadores domésticos, a menudo en combinación con el sistema de calefacción y aire acondicionado del hogar, son muy eficaces para eliminar las partículas contaminantes, los agentes irritantes y los alérgenos.



**FIGURA 7.45** (a) Esquema de un precipitador electrostático. El aire pasa por rejillas de carga opuesta. La primera rejilla carga las partículas suspendidas en el aire, mientras que la segunda las atrae y las recoge. (b) El dramático efecto de los precipitadores electrostáticos se aprecia en la ausencia de humo de esta central eléctrica. (crédito b: modificación del trabajo de "Cmdalgleish"/Wikimedia Commons)



## Revisión Del Capítulo

### Términos Clave

**diferencia de potencial eléctrico** la variación de la energía potencial de una carga  $q$  desplazada entre dos puntos, dividida entre la carga.

**dipolo eléctrico** sistema de dos cargas iguales pero opuestas a una distancia fija

**electronvoltio** energía dada a una carga fundamental acelerada por una diferencia de potencial de un voltio

**energía potencial eléctrica** energía potencial almacenada en un sistema de objetos cargados debido a las cargas

**fotocconductor** sustancia que es aislante hasta que se expone a la luz, cuando se convierte en conductora

**Generador Van de Graaff** máquina que produce una gran cantidad de exceso de carga, utilizada para experimentos con alto voltaje

**impresora de inyección de tinta** pequeñas gotas de tinta rociadas con una carga eléctrica se controlan mediante placas electroestáticas para crear imágenes en el papel

**línea equipotencial** representación bidimensional de una superficie equipotencial

**momento dipolar eléctrico** cantidad definida como  $\vec{p} = q\vec{d}$  para todos los dipolos, donde el vector apunta de la carga negativa a la positiva

**potencial eléctrico** energía potencial por unidad de carga

**precipitadores electroestáticos** filtros que aplican cargas a las partículas del aire, y luego atraen esas cargas a un filtro, eliminándolas de la corriente de aire

**puesta a tierra** proceso de fijación de un conductor a la tierra para garantizar que no haya diferencia de potencial entre este y la tierra

**superficie equipotencial** superficie (normalmente en tres dimensiones) en la que todos los puntos están al mismo potencial

**voltaje** cambio en la energía potencial de una carga trasladada de un punto a otro, dividido entre la carga; las unidades de la diferencia de potencial son julios por culombio, conocidos como voltios

**xerografía** proceso de copia en seco basado en la electroestática

### Ecuaciones Clave

Energía potencial de un sistema de dos cargas

$$U(r) = k \frac{qQ}{r}$$

Trabajo realizado para montar un sistema de cargas

$$W_{12\dots N} = \frac{k}{2} \sum_i^N \sum_j^N \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \text{ para } i \neq j$$

Diferencia de potencial

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \text{ o } \Delta U = q\Delta V$$

Potencial eléctrico

$$V = \frac{U}{q} = - \int_R^P \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Diferencia de potencial entre dos puntos

$$\Delta V_{BA} = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Potencial eléctrico de una carga puntual

$$V = \frac{kq}{r}$$

Potencial eléctrico de un sistema de cargas puntuales

$$V_P = k \sum_1^N \frac{q_i}{r_i}$$

Momento dipolar eléctrico

$$\vec{p} = q\vec{d}$$

Potencial eléctrico debido a un dipolo	$V_P = k \frac{\vec{p} \cdot \hat{r}}{r^2}$
Potencial eléctrico de una distribución de carga continua	$V_P = k \int \frac{dq}{r}$
Componentes del campo eléctrico	$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$
Operador Del en coordenadas cartesianas	$\vec{\nabla} = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}$
Campo eléctrico como gradiente de potencial	$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$
Operador Del en coordenadas cilíndricas	$\vec{\nabla} = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \hat{\phi} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z}$
Operador Del en coordenadas esféricas	$\vec{\nabla} = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{\phi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi}$

## Resumen

### 7.1 Energía potencial eléctrica

- El trabajo realizado para mover una carga del punto  $A$  al  $B$  en un campo eléctrico es independiente de la trayectoria, y el trabajo alrededor de una trayectoria cerrada es cero. Por lo tanto, el campo eléctrico y la fuerza eléctrica son conservadores.
- Podemos definir una energía potencial eléctrica, que entre cargas puntuales es  $U(r) = k \frac{qQ}{r}$ , con la referencia cero tomada en el infinito.
- El principio de superposición es válido para la energía potencial eléctrica; la energía potencial de un sistema de cargas múltiples es la suma de las energías potenciales de los pares individuales.

### 7.2 Potencial eléctrico y diferencia de potencial

- El potencial eléctrico es la energía potencial por unidad de carga.
- La diferencia de potencial entre los puntos  $A$  y  $B$ ,  $V_B - V_A$ , es decir, el cambio de potencial de una carga  $q$  trasladada de  $A$  hasta  $B$ , es igual al cambio de energía potencial dividido entre la carga.
- La diferencia de potencial se denomina comúnmente voltaje, representada por el símbolo  $\Delta V$ :  
 $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$  o  $\Delta U = q\Delta V$ .
- Un electrónvoltio es la energía dada a una carga fundamental acelerada a través de una diferencia de potencial de 1 V. En forma de

ecuación,

$$1 \text{ eV} = (1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1 \text{ V}) = (1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1 \text{ J/C}) = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

### 7.3 Cálculo del potencial eléctrico

- El potencial eléctrico es un escalar mientras que el campo eléctrico es un vector.
- La suma de los voltajes como números da el voltaje debido a una combinación de cargas puntuales, lo que nos permite utilizar el principio de superposición  $V_P = k \sum_1^N \frac{q_i}{r_i}$ .
- Un dipolo eléctrico está formado por dos cargas iguales y opuestas a una distancia fija, con un momento dipolar  $\vec{p} = q\vec{d}$ .
- Las distribuciones de carga continua pueden calcularse con  $V_P = k \int \frac{dq}{r}$ .

### 7.4 Determinación del campo a partir del potencial

- Al igual que podemos integrar sobre el campo eléctrico para calcular el potencial, podemos tomar la derivada del potencial para calcular el campo eléctrico.
- Esto puede hacerse para componentes individuales del campo eléctrico, o podemos calcular todo el vector del campo eléctrico con el operador de gradiente.

### 7.5 Equipotential Surfaces and Conductors

- Una superficie equipotencial es el conjunto de

puntos en el espacio que están todos al mismo potencial. Las líneas equipotenciales son la representación bidimensional de las superficies equipotenciales.

- Las superficies equipotenciales son siempre perpendiculares a las líneas de campo eléctrico.
- Los conductores en equilibrio estático son superficies equipotenciales.
- Se puede considerar que los mapas topográficos muestran las líneas equipotenciales gravitacionales.

## Preguntas Conceptuales

### 7.1 Energía potencial eléctrica

1. ¿Tendría sentido la energía potencial eléctrica si el campo eléctrico no fuera conservador?
2. ¿Por qué hay que tener cuidado con el trabajo realizado *en* el sistema frente al trabajo realizado *por* el sistema en los cálculos?
3. ¿Afecta el orden en que ensamblamos un sistema de cargas puntuales al trabajo total realizado?

### 7.2 Potencial eléctrico y diferencia de potencial

4. Discuta cómo se relacionan la diferencia de potencial y la intensidad del campo eléctrico. Dé un ejemplo.
5. ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico en una región donde el potencial eléctrico es constante?
6. Si se suelta un protón desde el reposo en un campo eléctrico, ¿se moverá en la dirección del potencial creciente o decreciente? Responda también a esta pregunta para un electrón y un neutrón. Explique por qué.
7. Voltaje es la palabra común para la diferencia de potencial. ¿Qué término es más descriptivo, voltaje o diferencia de potencial?
8. Si el voltaje entre dos puntos es cero, ¿se puede mover una carga de prueba entre ellos con un trabajo neto cero? ¿Puede hacerse necesariamente sin ejercer una fuerza? Explique.
9. ¿Cuál es la relación entre el voltaje y la energía? Más concretamente, ¿cuál es la relación entre la diferencia de potencial y la energía potencial eléctrica?
10. Los voltajes se miden siempre entre dos puntos. ¿Por qué?
11. ¿Cómo se relacionan las unidades de voltios y electronvoltios? ¿En qué se diferencian?
12. ¿Una partícula puede moverse en una dirección de aumento del potencial eléctrico y, sin embargo, disminuir su energía potencial eléctrica? Explique

### 7.6 Aplicaciones de la electrostática

- La electrostática es el estudio de los campos eléctricos en equilibrio estático.
- Además de la investigación con equipos como el generador de Van de Graaff, existen muchas aplicaciones prácticas de la electrostática, como fotocopiadoras, impresoras láser, impresoras de inyección de tinta y filtros de aire electrostáticos.

### 7.3 Cálculo del potencial eléctrico

13. Compare los momentos dipolares eléctricos de las cargas  $\pm Q$  separadas por una distancia  $d$  y cargas  $\pm Q/2$  separadas por una distancia  $d/2$ .
14. ¿Sería útil la ley de Gauss para determinar el campo eléctrico de un dipolo? ¿Por qué?
15. ¿En qué región del espacio el potencial debido a una esfera uniformemente cargada es el mismo que el de una carga puntual? ¿En qué región se diferencia de la de una carga puntual?
16. ¿Puede el potencial de una esfera con carga no uniforme ser el mismo que el de una carga puntual? Explique.

### 7.4 Determinación del campo a partir del potencial

17. Si el campo eléctrico es cero en toda una región, ¿el potencial eléctrico debe ser también cero en esa región?
18. Explique por qué el conocimiento de  $\vec{E}(x, y, z)$  no es suficiente para determinar  $V(x, y, z)$ . ¿Y al revés?

### 7.5 Equipotential Surfaces and Conductors

19. Si dos puntos están al mismo potencial, ¿existen líneas de campo eléctrico que los conecten?
20. Supongamos que tiene un mapa de superficies equipotenciales separadas por 1,0 V. ¿Qué le dicen las distancias entre las superficies de una región determinada sobre la fuerza de  $\vec{E}$  en esa región?
21. ¿El potencial eléctrico es necesariamente constante sobre la superficie de un conductor?
22. En condiciones electrostáticas, el exceso de carga de un conductor reside en su superficie. ¿Esto significa que todos los electrones de conducción de un conductor están en la superficie?

23. ¿Un conductor con carga positiva puede estar a un potencial negativo? Explique.
24. ¿Las superficies equipotenciales pueden intersectarse?

### 7.6 Aplicaciones de la electrostática

25. ¿Por qué las varillas de soporte de metal de las antenas parabólicas suelen estar conectadas a tierra?
26. (a) ¿Por qué los peces están razonablemente

seguros en una tormenta eléctrica? (b) ¿Por qué se ordena a los bañistas que salgan del agua en la misma circunstancia?

27. ¿Cuáles son las similitudes y diferencias entre los procesos de una fotocopiadora y un precipitador electrostático?
28. ¿Aproximadamente qué magnitud de potencial se utiliza para cargar el tambor de una fotocopiadora? Una búsqueda en Internet de "xerografía" puede ser útil.

## Problemas

### 7.1 Energía potencial eléctrica

29. Considere una carga  $Q_1 (+5,0 \mu\text{C})$  fijada en un sitio con otra carga  $Q_2$  (carga  $+3,0 \mu\text{C}$ , masa  $6,0 \mu\text{g}$ ) moviéndose en el espacio vecino. (a) Evalúe la energía potencial de  $Q_2$  cuando está a  $4,0 \text{ cm}$  de  $Q_1$ . (b) Si  $Q_2$  parte del reposo desde un punto a  $4,0 \text{ cm}$  de  $Q_1$ , ¿cuál será su velocidad cuando esté a  $8,0 \text{ cm}$  de  $Q_1$ ? (Nota:  $Q_1$  se mantiene fija en su lugar).
30. Dos cargas  $Q_1 (+2,00 \mu\text{C})$  y  $Q_2 (+2,00 \mu\text{C})$  se colocan simétricamente a lo largo del eje  $x$  en  $x = \pm 3,00 \text{ cm}$ . Considere una carga  $Q_3$  de carga  $+4,00 \mu\text{C}$  y una masa de  $10,0 \text{ mg}$  que se desplaza a lo largo del eje  $y$ . Si  $Q_3$  comienza desde el reposo en  $y = 2,00 \text{ cm}$ , ¿cuál es su velocidad cuando alcanza  $y = 4,00 \text{ cm}$ ?
31. Para formar un átomo de hidrógeno, se fija un protón en un punto y se trae un electrón desde muy lejos hasta una distancia de  $0,529 \times 10^{-10} \text{ m}$ , la distancia media entre el protón y el electrón en un átomo de hidrógeno. ¿Cuánto trabajo se hace?
32. (a) ¿Cuál es la potencia media de un desfibrilador cardíaco que disipa  $400 \text{ J}$  de energía en  $10,0 \text{ ms}$ ? (b) Teniendo en cuenta la alta potencia de salida, ¿por qué el desfibrilador no produce quemaduras graves?

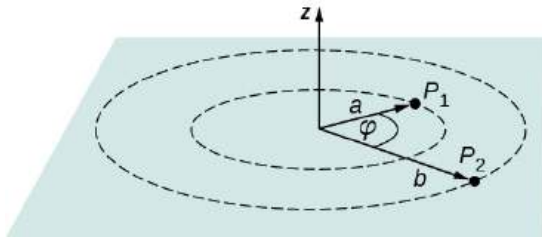
### 7.2 Potencial eléctrico y diferencia de potencial

33. Calcule la relación de velocidades de un electrón y un ion de hidrógeno negativo (que tiene un electrón extra) acelerados a través del mismo voltaje, suponiendo velocidades finales no relativistas. Tome la masa del ion de hidrógeno para ser  $1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ .
34. Un tubo evacuado utiliza un voltaje de aceleración de  $40 \text{ kV}$  para acelerar los electrones y hacerlos chocar con una placa de cobre y producir rayos X. De forma no

relativista, ¿cuál sería la velocidad máxima de estos electrones?

35. Demuestre que las unidades de  $\text{V/m}$  y  $\text{N/C}$  para la intensidad del campo eléctrico son efectivamente equivalentes.
36. ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico entre dos placas conductoras paralelas separadas por  $1,00 \text{ cm}$  y con una diferencia de potencial (voltaje) entre ellas de  $1,50 \times 10^4 \text{ V}$ ?
37. La intensidad del campo eléctrico entre dos placas conductoras paralelas separadas por  $4,00 \text{ cm}$  es  $7,50 \times 10^4 \text{ V/m}$ . (a) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas? (b) La placa con el menor potencial se toma como cero voltios. ¿Cuál es el potencial a  $1,00 \text{ cm}$  de esa placa y a  $3,00 \text{ cm}$  de la otra?
38. El voltaje a través de una membrana que forma una pared celular es de  $80,0 \text{ mV}$  y la membrana tiene un grosor de  $9,00 \text{ nm}$ . ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico? (El valor es sorprendentemente grande, pero correcto). Se puede suponer un campo eléctrico uniforme.
39. Dos placas conductoras paralelas están separadas por  $10,0 \text{ cm}$ , y se considera que una de ellas está a cero voltios. (a) ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico entre ellas si el potencial a  $8,00 \text{ cm}$  de la placa de cero voltios (y a  $2,00 \text{ cm}$  de la otra) es de  $450 \text{ V}$ ? (b) ¿Cuál es el voltaje entre las placas?
40. Calcule la máxima diferencia de potencial entre dos placas conductoras paralelas separadas por  $0,500 \text{ cm}$  de aire, dada la máxima intensidad de campo eléctrico sostenible en el aire que es  $3,0 \times 10^6 \text{ V/m}$ .
41. Un electrón debe ser acelerado en un campo eléctrico uniforme con una intensidad de  $2,00 \times 10^6 \text{ V/m}$ . (a) ¿Qué energía en  $\text{keV}$  recibe el electrón si es acelerado a través de  $0,400 \text{ m}$ ? (b) ¿A qué distancia tendría que ser acelerado para aumentar su energía en  $50,0 \text{ GeV}$ ?

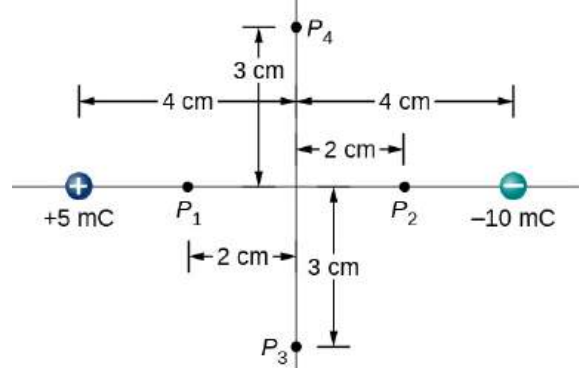
42. Utilice la definición de diferencia de potencial en términos de campo eléctrico para deducir la fórmula de la diferencia de potencial entre  $r = r_a$  y  $r = r_b$  para una carga puntual situada en el origen. Aquí  $r$  es la coordenada radial esférica.
43. El campo eléctrico en una región apunta hacia fuera del eje  $z$  y la magnitud depende de la distancia  $s$  del eje. La magnitud del campo eléctrico viene dada por  $E = \frac{\alpha}{s}$  donde  $\alpha$  es una constante. Calcule la diferencia de potencial entre los puntos  $P_1$  y  $P_2$ , indicando explícitamente el camino sobre el que se realiza la integración para la integral de línea.



44. Los iones de gas con carga única se aceleran desde el reposo mediante un voltaje de 13,0 V. ¿A qué temperatura la energía cinética media de las moléculas del gas será la misma que la de estos iones?

### 7.3 Cálculo del potencial eléctrico

45. Una esfera de plástico de 0,500 cm de diámetro, utilizada en una demostración de electricidad estática, tiene una carga de 40,0 pC distribuida uniformemente en su superficie. ¿Cuál es el potencial cerca de su superficie?
46. A qué distancia de un punto de carga  $1,00\text{-}\mu\text{C}$  es el potencial 100 V? ¿A qué distancia está  $2,00 \times 10^2$  V?
47. Si el potencial debido a una carga puntual es  $5,00 \times 10^2$  V a una distancia de 15,0 m, ¿cuáles son el signo y la magnitud de la carga?
48. En la fisión nuclear, un núcleo se divide por la mitad aproximadamente. (a) ¿Cuál es el potencial  $2,00 \times 10^{-14}$  m de un fragmento que tiene 46 protones? (b) ¿Cuál es la energía potencial en MeV de un fragmento de carga similar a esta distancia?
49. Un generador Van de Graaff de investigación tiene una esfera de metal de 2,00 m de diámetro con una carga de 5,00 mC en ella. Supongamos que la energía potencial es cero en un punto de referencia infinitamente alejado del Van de Graaff. (a) ¿Cuál es el potencial cerca de su superficie? (b) ¿A qué distancia de su centro es el potencial 1,00 MV? (c) Un átomo de oxígeno con tres electrones perdidos se libera cerca del generador Van de Graaff. ¿Cuál es su energía cinética en MeV cuando el átomo está a la distancia encontrada en la parte b?
50. Un pulverizador de pintura electrostática tiene una esfera de metal de 0,200 m de diámetro a un potencial de 25,0 kV que repele las gotas de pintura sobre un objeto conectado a tierra. (a) ¿Qué carga tiene la esfera? (b) ¿Qué carga debe tener una gota de pintura de 0,100 mg para llegar al objeto con una velocidad de 10,0 m/s?
51. (a) ¿Cuál es el potencial entre dos puntos situados a 10 cm y 20 cm de una carga puntual de  $3,0\text{-}\mu\text{C}$ ? (b) ¿A qué lugar debería desplazarse el punto a 20 cm para aumentar esta diferencia de potencial en un factor de dos?
52. Calcule el potencial en los puntos  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ , y  $P_4$  en el diagrama debido a las dos cargas dadas.



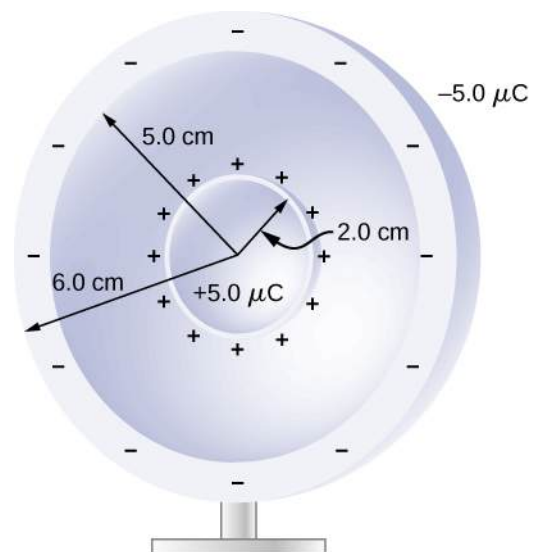
53. Dos cargas  $-2,0\text{ }\mu\text{C}$  y  $+2,0\text{ }\mu\text{C}$  están separadas por 4,0 cm en el eje  $z$  de forma simétrica respecto al origen, con el positivo más arriba. Dos puntos de interés espacial  $P_1$  y  $P_2$  están situados a 3,0 cm y 30 cm del origen en un ángulo de  $30^\circ$  con respecto al eje  $z$ . Evalúe los potenciales eléctricos en  $P_1$  y  $P_2$  de dos maneras: (a) Utilizando la fórmula exacta de las cargas puntuales, y (b) utilizando la fórmula aproximada del potencial dipolar.
54. (a) Grafique el potencial de una varilla de 1 m de carga uniforme con 1 C/m de carga en función de la distancia perpendicular al centro. Dibuje su gráfico a partir de  $s = 0,1$  m a  $s = 1,0$  m. (b) En la misma gráfica, trace el potencial de una carga puntual con una carga 1-C en el origen. (c) ¿Qué potencial es más fuerte cerca de la varilla? (d) ¿Qué ocurre con la diferencia a medida que aumenta la distancia? Interprete su resultado.

### 7.4 Determinación del campo a partir del potencial

55. En toda una región, las superficies equipotenciales vienen dadas por  $z = \text{constante}$ . Las superficies están igualmente espaciadas con  $V = 100 \text{ V}$  para  $z = 0,00 \text{ m}$ ,  $V = 200 \text{ V}$  para  $z = 0,50 \text{ m}$ ,  $V = 300 \text{ V}$  para  $z = 1,00 \text{ m}$ . ¿Cuál es el campo eléctrico en esta región?
56. En una región determinada, el potencial eléctrico viene dado por  $V = -xy^2z + 4xy$ . ¿Cuál es el campo eléctrico en esta región?
57. Calcule el campo eléctrico de una carga lineal infinita en todo el espacio.

### 7.5 Equipotential Surfaces and Conductors

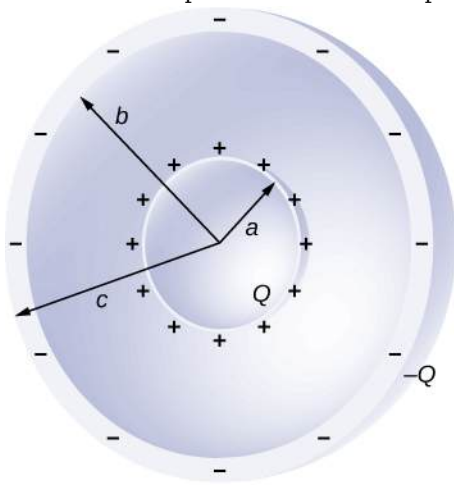
58. Se colocan dos placas de metal muy grandes a  $2,0 \text{ cm}$  de distancia, con una diferencia de potencial de  $12 \text{ V}$  entre ellas. Considere que una de las placas está a  $12 \text{ V}$  y la otra a  $0 \text{ V}$ . (a) Dibuje las superficies equipotenciales para  $0, 4, 8$  y  $12 \text{ V}$ . (b) A continuación, dibuje algunas líneas de campo eléctrico y confirme que son perpendiculares a las líneas equipotenciales.
59. A una lámina muy grande de material aislante se le colocó un exceso de electrones hasta alcanzar una densidad de carga superficial de  $-3,00 \text{ nC/m}^2$ . (a) A medida que aumenta la distancia de la lámina, ¿el potencial aumenta o disminuye? ¿Puede explicar por qué sin cálculos? ¿Importa la ubicación de su punto de referencia? (b) ¿Cuál es la forma de las superficies equipotenciales? (c) ¿Cuál es el espacio entre las superficies que difieren en  $1,00 \text{ V}$ ?
60. Una esfera de metal de radio  $2,0 \text{ cm}$  está cargada con  $+5,0\text{-}\mu\text{C}$  que se extiende por la superficie de la esfera de manera uniforme. La esfera de metal se encuentra sobre un soporte aislado y está rodeada por una capa esférica metálica más grande, de radio interior  $5,0 \text{ cm}$  y exterior  $6,0 \text{ cm}$ . Ahora, una carga de  $-5,0\text{-}\mu\text{C}$  se coloca en el interior de la capa esférica que se extiende uniformemente en la superficie interior de la capa. Si el potencial es cero en el infinito, ¿cuál es el potencial de (a) la capa esférica, (b) la esfera, (c) el espacio entre ambas, (d) el interior de la esfera y (e) el exterior de la capa?



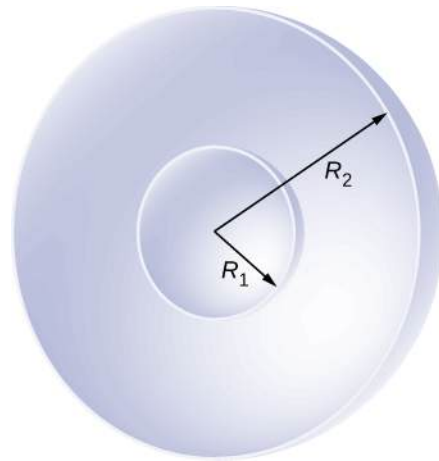
61. Dos grandes placas cargadas de densidad de carga  $\pm 30 \mu\text{C/m}^2$  se enfrentan a una separación de  $5,0 \text{ mm}$ . (a) Calcule el potencial eléctrico en todas partes. (b) Un electrón se libera del reposo en la placa negativa, ¿con qué velocidad golpeará la placa positiva?
62. Un cilindro largo de aluminio de radio  $R$  metros se carga de manera que tiene una carga uniforme por unidad de longitud en su superficie de  $\lambda$ . (a) Calcule el campo eléctrico dentro y fuera del cilindro. (b) Calcule el potencial eléctrico dentro y fuera del cilindro. (c) Trace el campo eléctrico y el potencial eléctrico en función de la distancia al centro de la varilla.
63. Dos placas paralelas de  $10 \text{ cm}$  de lado reciben cargas iguales y opuestas de magnitud  $5,0 \times 10^{-9} \text{ C}$ . Las placas están separadas  $1,5 \text{ mm}$ . ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas?
64. La densidad de carga superficial en un tubo de metal largo y recto es  $\sigma$ . ¿Cuál es el potencial eléctrico fuera y dentro de la tubería? Supongamos que la tubería tiene un diámetro de  $2a$ .



65. Las capas esféricas conductoras concéntricas llevan cargas  $Q$  y  $-Q$ , respectivamente. La capa interior tiene un grosor insignificante. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las capas?



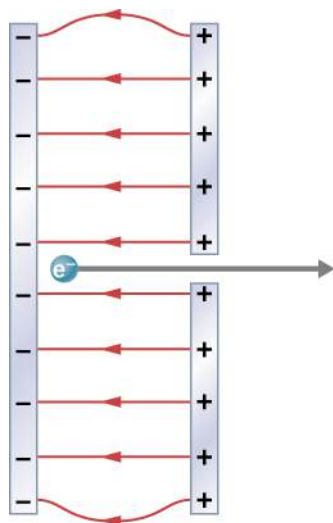
66. A continuación se muestran dos capas esféricas concéntricas de espesores y radios insignificantes  $R_1$  y  $R_2$ . Las capas interior y exterior llevan cargas netas  $q_1$  y  $q_2$ , respectivamente, donde ambas  $q_1$  y  $q_2$  son positivas. ¿Cuál es el potencial eléctrico en las regiones (a)  $r < R_1$ , (b)  $R_1 < r < R_2$ , y (c)  $r > R_2$ ?



67. Un conductor cilíndrico macizo de radio  $a$  está rodeado por una capa cilíndrica concéntrica de radio interior  $b$ . El cilindro macizo y la capa llevan cargas  $Q$  y  $-Q$ , respectivamente. Suponiendo que la longitud  $L$  de ambos conductores es mucho mayor que  $a$  o  $b$ , ¿cuál es la diferencia de potencial entre los dos conductores?

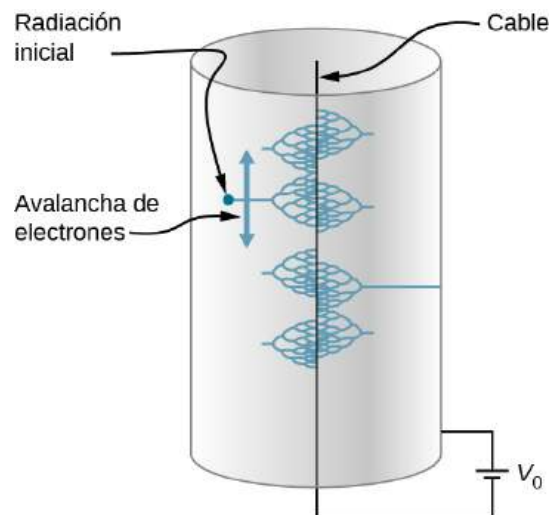
### 7.6 Aplicaciones de la electrostática

68. (a) ¿Cuál es el campo eléctrico a 5,00 m del centro del terminal de un Van de Graaff con una carga de 3,00 mC, observando que el campo es equivalente al de una carga puntual en el centro del terminal? (b) A esta distancia, ¿qué fuerza ejerce el campo sobre una carga de 2,00- $\mu$ C en la correa de Van de Graaff?
69. (a) ¿Cuál es la dirección y la magnitud de un campo eléctrico que soporta el peso de un electrón libre cerca de la superficie de la Tierra? (b) Discuta lo que implica el pequeño valor de este campo con respecto a la fuerza relativa de las fuerzas gravitacionales y electrostáticas.
70. Una técnica simple y común para acelerar electrones se muestra en la [Figura 7.46](#), donde hay un campo eléctrico uniforme entre dos placas. Los electrones se liberan, normalmente desde un filamento caliente cerca de la placa negativa, y hay un pequeño agujero en la placa positiva que permite que los electrones continúen moviéndose. (a) Calcule la aceleración del electrón si la intensidad del campo es  $2,50 \times 10^4$  N/C. (b) Explique por qué el electrón no será atraído de vuelta a la placa positiva una vez que se mueva a través del agujero.



**FIGURA 7.46** Las placas conductoras paralelas con cargas opuestas en ellas crean un campo eléctrico relativamente uniforme que sirve para acelerar los electrones hacia la derecha. Los que atraviesan el agujero pueden utilizarse para hacer brillar la pantalla de un televisor o de un computador o para producir rayos X.

- 71.** En un contador Geiger, un fino hilo de metal situado en el centro de un tubo de metal se mantiene a un alto voltaje con respecto al tubo de metal. La radiación ionizante que entra en el tubo desprende electrones de las moléculas de gas o de los lados del tubo que luego se aceleran hacia el cable central, desprendiendo aún más electrones. Este proceso acaba provocando una avalancha detectable como una corriente. Un determinado contador Geiger tiene un tubo de radio  $R$  y el hilo interior de radio  $a$  está a un potencial de  $V_0$  voltios con respecto al tubo de metal exterior. Considere un punto  $P$  a una distancia  $s$  del cable central y alejado de los extremos. (a) Encuentre una fórmula para el campo eléctrico en un punto  $P$  interior utilizando la aproximación del cable infinito. (b) Encuentre una fórmula para el potencial eléctrico en un punto  $P$  interior. (c) Utilice  $V_0 = 900 \text{ V}$ ,  $a = 3,00 \text{ mm}$ ,  $R = 2,00 \text{ cm}$ , y encuentre el valor del campo eléctrico en un punto a  $1,00 \text{ cm}$  del centro.



- 72.** El límite práctico de un campo eléctrico en el aire es de aproximadamente  $3,00 \times 10^6 \text{ N/C}$ . Por encima de esta intensidad, se producen chispas porque el aire comienza a ionizarse. (a) Con esta intensidad de campo eléctrico, ¿qué distancia recorrería un protón antes de alcanzar la velocidad de la luz (sin tener en cuenta los efectos relativistas)? (b) ¿Es práctico dejar el aire en los aceleradores de partículas?
- 73.** Para formar un átomo de helio, se fija una partícula alfa que contiene dos protones y dos neutrones en un lugar, y se traen dos electrones desde muy lejos, de uno en uno. El primer electrón se coloca a  $0,600 \times 10^{-10} \text{ m}$  de la partícula alfa y se mantiene allí mientras el segundo electrón es llevado a  $0,600 \times 10^{-10} \text{ m}$  de la partícula alfa en el otro lado del primer electrón. Observe la configuración final de abajo. (a) ¿Cuánto trabajo se realiza en cada paso? (b) ¿Cuál es la energía electrostática de la partícula alfa y de los dos electrones en la configuración final?

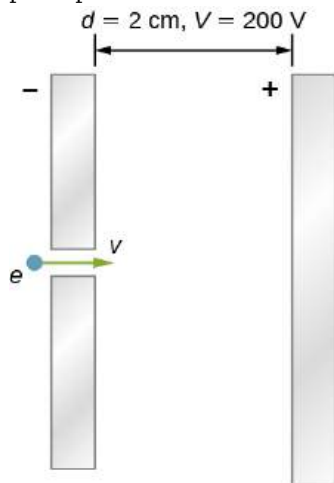


- 74.** Encuentre la energía electrostática de ocho cargas iguales ( $+3 \mu\text{C}$ ) cada una fijada en las esquinas de un cubo de  $2 \text{ cm}$  de lado.
- 75.** La probabilidad de que se produzca la fusión aumenta en gran medida cuando se acercan los núcleos correspondientes, pero hay que superar la repulsión de Coulomb mutua. Esto puede hacerse utilizando la energía cinética de los iones del gas de alta temperatura o acelerando los núcleos uno hacia el otro. (a) Calcule la energía potencial de dos núcleos de carga



simple separados por  $1,00 \times 10^{-12}$  m. b) ¿A qué temperatura los átomos de un gas tendrán una energía cinética media igual a esta energía potencial eléctrica necesaria?

76. Un núcleo de helio desnudo tiene dos cargas positivas y una masa de  $6,64 \times 10^{-27}$  kg. (a) Calcule su energía cinética en julios a 2,00% de la velocidad de la luz. (b) ¿Cuánto es esto en electronvoltios? (c) ¿Qué voltaje sería necesario para obtener esta energía?
77. Un electrón entra en una región entre dos grandes placas paralelas de aluminio separadas por una distancia de 2,0 cm y mantenidas a una diferencia de potencial de 200 V. El electrón entra a través de un pequeño agujero en la placa negativa y se mueve hacia la placa positiva. En el momento en que el electrón está cerca de la placa negativa, su velocidad es  $4,0 \times 10^5$  m/s. Suponga que el campo eléctrico entre las placas es uniforme, y encuentre la velocidad del electrón a (a) 0,10 cm, (b) 0,50 cm, (c) 1,0 cm, y (d) 1,5 cm de la placa negativa, y (e) inmediatamente antes de que choque con la placa positiva.



78. A qué distancia están dos placas conductoras que tienen una intensidad de campo eléctrico de  $4,50 \times 10^3$  V/m entre ellas, si su diferencia de potencial es de 15,0 kV?
79. a) ¿La intensidad del campo eléctrico entre dos placas conductoras paralelas superará la intensidad de ruptura del aire seco, que es  $3,00 \times 10^6$  V/m, si las placas están separadas por 2,00 mm y una diferencia de potencial de  $5,0 \times 10^3$  V? (b) ¿A qué distancia pueden estar

las placas con este voltaje aplicado?

80. Las paredes de las membranas de las células vivas tienen campos eléctricos sorprendentemente grandes a través de ellas debido a la separación de iones. ¿Cuál es el voltaje a través de una membrana de 8,00 nm de espesor si la intensidad del campo eléctrico a través de ella es de 5,50 MV/m? Se puede suponer un campo eléctrico uniforme.
81. Un ion con doble carga es acelerado hasta una energía de 32,0 keV por el campo eléctrico entre dos placas conductoras paralelas separadas por 2,00 cm. ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico entre las placas?
82. Se cree que la temperatura cerca del centro del Sol es de 15 millones de grados Celsius ( $1,5 \times 10^7$  °C) (o kelvin). ¿A través de qué voltaje se debe acelerar un ion con carga única para que tenga la misma energía que la energía cinética media de los iones a esta temperatura?
83. Un rayo impacta en un árbol, moviendo 20,0 C de carga a través de una diferencia de potencial de  $1,00 \times 10^2$  MV. (a) ¿Qué energía se disipó? (b) ¿Qué masa de agua se pudo elevar de 15 °C hasta el punto de ebullición y luego hirvió por esta energía? (c) Discuta el daño que la expansión del vapor hirviendo podría causar al árbol.
84. ¿Cuál es el potencial  $0,530 \times 10^{-10}$  m de un protón (la distancia media entre el protón y el electrón en un átomo de hidrógeno)?
85. (a) Una esfera tiene una superficie uniformemente cargada con 1,00 C. ¿A qué distancia de su centro se encuentra el potencial de 5,00 MV? (b) ¿Qué implica su respuesta sobre el aspecto práctico de aislar una carga tan grande?
86. ¿Cuáles son el signo y la magnitud de una carga puntual que produce un potencial de -2,00 V a una distancia de 1,00 mm?
87. En uno de los experimentos clásicos de la física nuclear de principios del siglo XX, se aceleró una partícula alfa hacia un núcleo de oro y su trayectoria se desvió sustancialmente por la interacción de Coulomb. Si la energía del núcleo alfa doblemente cargado es de 5,00 MeV, ¿a qué distancia del núcleo de oro (79 protones) podría llegar antes de ser desviada?

### Problemas Adicionales

88. Un calentador de botellas a batería de 12,0 V calienta 50,0 g de vidrio,  $2,50 \times 10^2$  g de

fórmula para bebés, y  $2,00 \times 10^2$  g de aluminio de 20,0 °C a 90,0 °C. (a) ¿Cuánta carga mueve la

- batería? (b) ¿Cuántos electrones por segundo fluyen si se tarda 5,00 min en calentar la fórmula? (*Pista:* Supongamos que el calor específico de la leche de fórmula para bebés es aproximadamente el mismo que el calor específico del agua).
- 89.** Un automóvil operado con batería utiliza un sistema de 12,0 V. Encuentre la carga que deben poder mover las baterías para acelerar el automóvil de 750 kg desde el reposo hasta 25,0 m/s, hacer que suba una colina de  $2,00 \times 10^2$ -m de alto y, finalmente, hacer que se desplace a una velocidad constante de 25,0 m/s mientras sube con  $5,00 \times 10^2$ -N de fuerza durante una hora.
- 90.** (a) Encuentre el voltaje cerca de una esfera de metal de 10,0 cm de diámetro que tiene 8,00 C de exceso de carga positiva. (b) ¿Qué es lo que no es razonable en este resultado? (c) ¿Qué suposiciones son responsables?
- 91.** En una mesa no conductora se coloca un semianillo de radio 10 cm cargado uniformemente. Se encuentra que a 3,0 cm por encima del centro del semianillo el potencial es de -3,0 V con respecto al potencial cero en el infinito. ¿Cuánta carga hay en el semianillo?
- 92.** Un anillo de vidrio de radio 5,0 cm se pinta con una pintura cargada de tal manera que la densidad de carga alrededor del anillo varía continuamente dada por la siguiente función del ángulo polar  $\theta$ ,  $\lambda = (3,0 \times 10^{-6} \text{ C/m}) \cos^2 \theta$ . Encuentre el potencial en un punto a 15 cm por encima del centro.
- 93.** Un disco CD de radio ( $R = 3,0$  cm) se rocía con una pintura cargada de manera que la carga varía continuamente con la distancia radial  $r$  desde el centro de la siguiente manera  $\sigma = -(6,0 \text{ C/m}) r/R$ . Encuentre el potencial en un punto a 4 cm por encima del centro.
- 94.** (a) ¿Cuál es la velocidad final de un electrón acelerado desde el reposo a través de un voltaje de 25,0 MV por un terminal de Van de Graff cargado negativamente? (b) ¿Qué no es razonable en este resultado? (c) ¿Qué suposiciones son responsables?
- 95.** Una gran placa de metal se carga uniformemente a una densidad de  $\sigma = 2,0 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$ . ¿A qué distancia están las superficies equipotenciales que representan una diferencia de potencial de 25 V?
- 96.** Su amigo se entusiasma con la idea de hacer un pararrayos o tal vez un juguete que eche chispas conectando dos esferas como se muestra en la [Figura 7.39](#), y haciendo  $R_2$  tan pequeño que el campo eléctrico es mayor que la resistencia dieléctrica del aire, justo desde el campo eléctrico habitual de 150 V/m cerca de la superficie de la Tierra. Si  $R_1$  es de 10 cm, ¿qué tan pequeño necesita ser  $R_2$ , y ¿parece práctico esto? (*Pista:* recuerde el cálculo del campo eléctrico en la superficie de un conductor a partir de [la Ley de Gauss](#)).
- 97.** (a) Encuentre el límite  $x \gg L$  del potencial de una varilla finita uniformemente cargada y demuestre que coincide con el de una fórmula de carga puntual. (b) ¿Por qué esperaríamos este resultado?
- 98.** Una pequeña bola esférica de médula de radio 0,50 cm se pinta con una pintura plateada y luego se colocan  $-10 \mu\text{C}$  de carga en ella. La bola de médula cargada se coloca en el centro de una capa esférica de oro de radio interior 2,0 cm y radio exterior 2,2 cm. (a) Encuentre el potencial eléctrico de la capa de oro con respecto al potencial cero en el infinito. (b) ¿Cuánta carga debe poner en la capa de oro si quiere que su potencial sea de 100 V?
- 99.** Dos placas conductoras paralelas, cada una de ellas con una sección transversal  $400 \text{ cm}^2$ , están a 2,0 cm de distancia y sin carga. Si  $1,0 \times 10^{12}$  electrones se transfieren de una placa a la otra, (a) ¿cuál es la diferencia de potencial entre las placas? (b) ¿cuál es la diferencia de potencial entre la placa positiva y un punto a 1,25 cm de ella que está entre las placas?
- 100.** Una carga puntual de  $q = 5,0 \times 10^{-8} \text{ C}$  se coloca en el centro de una capa conductora esférica sin carga de radio interior 6,0 cm y radio exterior 9,0 cm. Encuentre el potencial eléctrico en (a)  $r = 4,0$  cm, (b)  $r = 8,0$  cm, (c)  $r = 12,0$  cm.
- 101.** La Tierra tiene una carga neta que produce un campo eléctrico de aproximadamente 150 N/C hacia abajo en su superficie. (a) ¿Cuál es la magnitud y el signo del exceso de carga, observando que el campo eléctrico de una esfera conductora es equivalente a una carga puntual en su centro? (b) ¿Qué aceleración producirá el campo en un electrón libre cerca de la superficie de la Tierra? (c) ¿Qué objeto de masa con un solo electrón extra tendrá su peso soportado por este campo?
- 102.** Cargas puntuales de  $25,0 \mu\text{C}$  y  $45,0 \mu\text{C}$  se

colocan a 0,500 m de distancia.

(a) ¿En qué punto de la línea que las une es nulo el campo eléctrico?

(b) ¿Cuál es el campo eléctrico a medio camino entre ellas?

- 103.** ¿Qué se puede decir de dos cargas  $q_1$  y  $q_2$ , si el campo eléctrico a un cuarto de distancia de  $q_1$  a  $q_2$  es cero?
- 104.** Calcule la velocidad angular  $\omega$  de un electrón orbitando un protón en el átomo de hidrógeno, dado que el radio de la órbita es  $0,530 \times 10^{-10}$  m. Puede suponer que el

protón está inmóvil y que la fuerza centrípeta la suministra la atracción de Coulomb.

- 105.** Un electrón tiene una velocidad inicial de  $5,00 \times 10^6$  m/s en un campo eléctrico  $2,00 \times 10^5$  N/C uniforme. El campo acelera al electrón en la dirección opuesta a su velocidad inicial. (a) ¿Cuál es la dirección del campo eléctrico? (b) ¿Qué distancia recorre el electrón antes de llegar a su reposo? (c) ¿Cuánto tiempo tarda el electrón en llegar a su reposo? (d) ¿Cuál es la velocidad del electrón cuando vuelve a su punto de partida?

### Problemas De Desafío

- 106.** Tres iones  $\text{Na}^+$  y tres  $\text{Cl}^-$  se colocan de forma alterna y espaciados equitativamente alrededor de un círculo de radio 50 nm. Encuentre la energía electrostática almacenada.
- 107.** Busque (presumiblemente en Internet o desmontando un aparato antiguo y haciendo mediciones) la magnitud de las placas de desviación potencial (y el espacio entre ellas) en una impresora de inyección de tinta. A continuación, busque la velocidad con la que

la tinta sale de la boquilla. ¿Puede calcular la masa típica de una gota de tinta?

- 108.** Utilice el campo eléctrico de una esfera finita con un volumen de densidad de carga constante para calcular el potencial eléctrico, en todo el espacio. A continuación, compruebe sus resultados calculando el campo eléctrico a partir del potencial.
- 109.** Calcule el campo eléctrico de un dipolo en todo el espacio a partir del potencial.



# CAPÍTULO 8

## Capacitancia



**Figura 8.1** Los patrones de ramas en forma de árbol de este bloque de Plexiglas® transparente se conocen como figura de Lichtenberg, que recibe su nombre del físico alemán Georg Christof Lichtenberg (1742-1799), que fue el primero en estudiar estos patrones. Las "ramas" se crean por la ruptura dieléctrica producida por un fuerte campo eléctrico (créditos: modificación del trabajo de Bert Hickman).

### ESQUEMA DEL CAPITULO

- 8.1 Condensadores y capacitancia**
- 8.2 Condensadores en serie y en paralelo**
- 8.3 Energía almacenada en un condensador**
- 8.4 Condensador con dieléctrico**
- 8.5 Modelo molecular de un dieléctrico**

**INTRODUCCIÓN** Los condensadores son componentes importantes de los circuitos eléctricos de muchos dispositivos electrónicos, como marcapasos, teléfonos móviles y computadoras. En este capítulo estudiamos sus propiedades y, en los siguientes, examinamos su función en combinación con otros elementos del circuito. Por sí solos, los condensadores se utilizan a menudo para almacenar energía eléctrica y liberarla cuando se necesita; con otros componentes del circuito, los condensadores suelen actuar como parte de un filtro que permite el paso de algunas señales eléctricas mientras bloquea otras. Puede ver por qué los condensadores se consideran uno de los componentes fundamentales de los circuitos eléctricos.

## 8.1 Condensadores y capacitancia

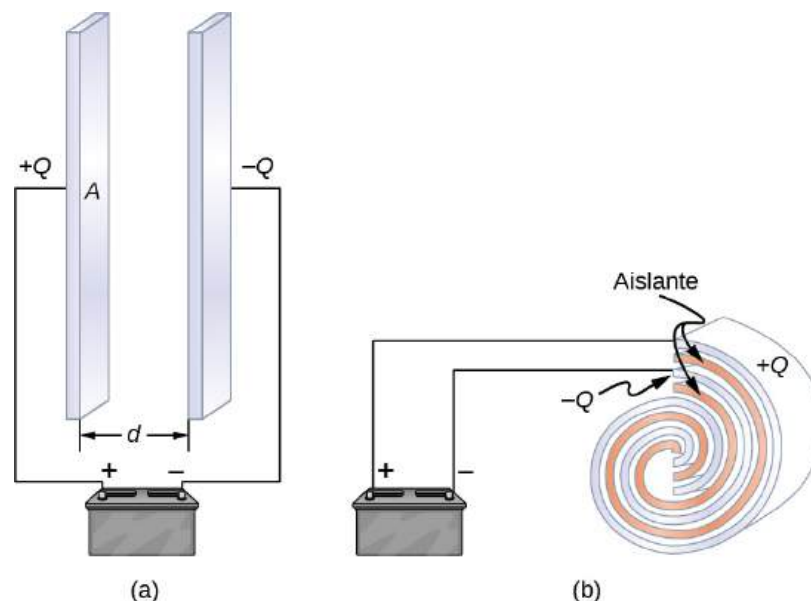
### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar los conceptos de un condensador y su capacitancia.
- Describir cómo evaluar la capacitancia de un sistema de conductores.

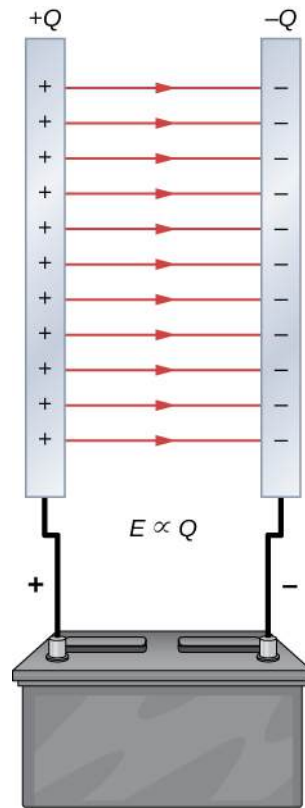
Un **condensador** es un dispositivo utilizado para almacenar carga eléctrica y energía eléctrica. Consiste en al menos dos conductores eléctricos separados por una distancia (observe que estos conductores eléctricos se denominan a veces "electrodos", pero es más correcto decir que son "placas de condensador"). El espacio entre los condensadores puede ser simplemente un vacío y, en ese caso, un condensador se conoce entonces como "condensador de vacío". Sin embargo, el espacio suele estar relleno de un material aislante conocido como **dieléctrico** (aprenderá más sobre los dieléctricos en las secciones sobre dieléctricos más adelante en este capítulo). La cantidad de almacenamiento en un condensador viene determinada por una propiedad llamada *capacitancia*, de la que aprenderá más adelante en esta sección.

Los condensadores tienen aplicaciones que van desde el filtrado de la estática de la recepción de radio hasta el almacenamiento de energía en desfibriladores cardíacos. Normalmente, los condensadores comerciales tienen dos partes conductoras cercanas entre sí pero que no se tocan, como los de la [Figura 8.2](#). La mayoría de las veces se utiliza un dieléctrico entre las dos placas. Cuando los terminales de la batería se conectan a un condensador inicialmente sin carga, el potencial de la batería mueve una pequeña cantidad de carga de magnitud  $Q$  desde la placa positiva a la negativa. El condensador permanece neutral en general, pero con cargas  $+Q$  y  $-Q$  que residen en placas opuestas.



**FIGURA 8.2** Los dos condensadores mostrados aquí estaban inicialmente sin cargar antes de ser conectados a una batería. Ahora tienen cargas de  $+Q$  y  $-Q$  (respectivamente) en sus placas. (a) Un condensador de placas paralelas consta de dos placas de carga opuesta con área  $A$  separadas por una distancia  $d$ . (b) Un condensador enrollado tiene un material dieléctrico entre sus dos láminas conductoras (placas).

Un sistema compuesto por dos placas conductoras paralelas idénticas separadas por una distancia se denomina **condensador de placas paralelas** ([Figura 8.3](#)). La magnitud del campo eléctrico en el espacio entre las placas paralelas es  $E = \sigma/\epsilon_0$ , donde  $\sigma$  denota la densidad de carga superficial en una placa (recordemos que  $\sigma$  es la carga  $Q$  por la superficie  $A$ ). Así, la magnitud del campo es directamente proporcional a  $Q$ .



**FIGURA 8.3** La separación de cargas en un condensador muestra que las cargas permanecen en las superficies de las placas del condensador. Las líneas de campo eléctrico en un condensador de placas paralelas comienzan con cargas positivas y terminan con cargas negativas. La magnitud del campo eléctrico en el espacio entre las placas está en proporción directa a la cantidad de carga en el condensador.

Los condensadores con diferentes características físicas (como la forma y el tamaño de sus placas) almacenan diferentes cantidades de carga para el mismo voltaje aplicado  $V$  a través de sus placas. La **capacitancia**  $C$  de un condensador se define como la relación entre la carga máxima  $Q$  que puede almacenarse en un condensador y el voltaje aplicado  $V$  a través de sus placas. En otras palabras, la capacitancia es la mayor cantidad de carga por voltio que se puede almacenar en el dispositivo:

$$C = \frac{Q}{V}. \quad 8.1$$

La unidad del SI de la capacitancia es el faradio (F), llamado así por Michael Faraday (1791-1867). Dado que la capacitancia es la carga por unidad de voltaje, un faradio es un culombio por un voltio, o

$$1 \text{ F} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ V}}.$$

Por definición, un condensador de 1,0 F es capaz de almacenar 1,0 C de carga (una cantidad muy grande de carga) cuando la diferencia de potencial entre sus placas es de solo 1,0 V. Un faradio es, por tanto, una capacitancia muy grande. Los valores típicos de capacitancia van desde los picofaradios ( $1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}$ ) a milifaradios ( $1 \text{ mF} = 10^{-3} \text{ F}$ ), que también incluye microfaradios ( $1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$ ). Los condensadores se pueden fabricar en varias formas y tamaños (Figura 8.4).



**FIGURA 8.4** Estos son algunos de los condensadores típicos utilizados en los dispositivos electrónicos. El tamaño de un condensador no está necesariamente relacionado con su valor de capacitancia (créditos: Windell Oskay)

### Cálculo de capacitancia

Podemos calcular la capacitancia de un par de conductores con la aproximación estándar que sigue.



## ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

### Cálculo de capacitancia

1. Supongamos que el condensador tiene una carga  $Q$ .
2. Determine el campo eléctrico  $\vec{E}$  entre los conductores. Si hay simetría en la disposición de los conductores, puede utilizar la ley de Gauss para este cálculo.
3. Calcule la diferencia de potencial entre los conductores de

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}, \quad 8.2$$

donde el camino de integración va de un conductor a otro. La magnitud de la diferencia de potencial es entonces  $V = |V_B - V_A|$ .

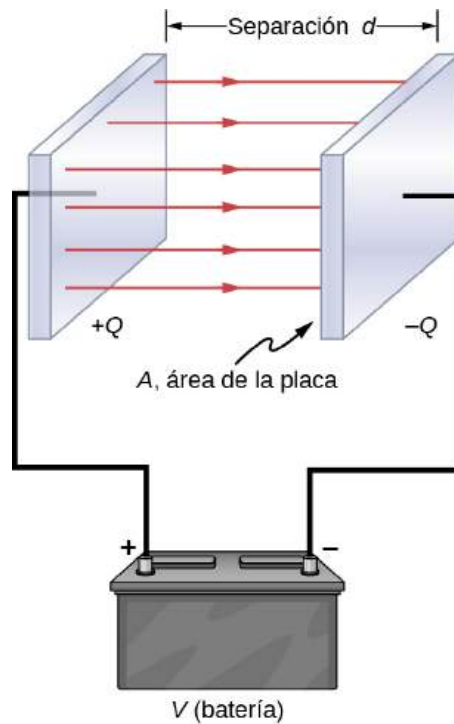
4. Conociendo  $V$ , obtenga la capacitancia directamente de la [Ecuación 8.1](#).

Para mostrar cómo funciona este procedimiento, calculamos ahora las capacitancias de condensadores de placas paralelas, esféricas y cilíndricas. En todos los casos, suponemos condensadores de vacío (condensadores vacíos) sin sustancia dieléctrica en el espacio entre los conductores.

### Condensador de placas paralelas

El condensador de placas paralelas ([Figura 8.5](#)) tiene dos placas conductoras idénticas, cada una con una superficie  $A$ , separadas por una distancia  $d$ . Cuando se aplica un voltaje  $V$  al condensador, este almacena una carga  $Q$ , como se muestra. Podemos ver cómo su capacitancia puede depender de  $A$  y  $d$  considerando las características de la fuerza de Coulomb. Sabemos que la fuerza entre las cargas aumenta con los valores de carga y disminuye con la distancia entre ellas. Es de esperar que cuanto más grandes sean las placas, más carga podrán almacenar. Por lo tanto,  $C$  debería ser mayor para un valor mayor de  $A$ . Del mismo modo, cuanto más cerca estén las placas, mayor será la atracción de las cargas opuestas en ellas. Por lo tanto,  $C$  debería ser mayor para una  $d$  más pequeña.





**FIGURA 8.5** En un condensador de placas paralelas con placas separadas por una distancia  $d$ , cada placa tiene la misma superficie  $A$ .

Definimos la densidad de carga superficial  $\sigma$  en las placas como

$$\sigma = \frac{Q}{A}.$$

Sabemos por los capítulos anteriores que cuando  $d$  es pequeño, el campo eléctrico entre las placas es bastante uniforme (ignorando los efectos de borde) y que su magnitud viene dada por

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0},$$

donde la constante  $\epsilon_0$  es la permeabilidad del espacio libre,  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$  F/m. La unidad SI de F/m equivale a  $C^2/N \cdot m^2$ . Dado que el campo eléctrico  $\vec{E}$  entre las placas es uniforme, la diferencia de potencial entre las placas es

$$V = Ed = \frac{\sigma d}{\epsilon_0} = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}.$$

Por lo tanto, la [Ecuación 8.1](#) da la capacitancia de un condensador de placas paralelas como

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Qd/\epsilon_0 A} = \epsilon_0 \frac{A}{d}.$$

**8.3**

Observe en esta ecuación que la capacitancia es una función *solo de la geometría* y del material que llena el espacio entre las placas (en este caso, el vacío) de este condensador. De hecho, esto es cierto no solo para un condensador de placas paralelas, sino para todos los condensadores: La capacitancia es independiente de  $Q$  o  $V$ . Si la carga cambia, el potencial cambia correspondientemente, de modo que  $Q/V$  permanece constante.

## EJEMPLO 8.1

### Capacitancia y carga almacenada en un condensador de placas paralelas

(a) ¿Cuál es la capacitancia de un condensador vacío de placas paralelas con placas de metal que tienen cada una un área de  $1,00 \text{ m}^2$ , separados por  $1,00 \text{ mm}$ ? (b) ¿Cuánta carga se almacena en este condensador si se aplica un voltaje de  $3,00 \times 10^3 \text{ V}$ ?

#### Estrategia

Encontrar la capacitancia  $C$  es una aplicación directa de la [Ecuación 8.3](#). Una vez que hallamos  $C$ , podemos calcular la carga almacenada utilizando la [Ecuación 8.1](#).

#### Solución

a. Al introducir los valores dados en la [Ecuación 8.3](#) se obtiene

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = \left( 8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \right) \frac{1,00 \text{ m}^2}{1,00 \times 10^{-3} \text{ m}} = 8,85 \times 10^{-9} \text{ F} = 8,85 \text{ nF}.$$

Este pequeño valor de capacitancia indica lo difícil que es fabricar un dispositivo con una gran capacitancia.

b. Al invertir la [Ecuación 8.1](#) y al introducir los valores conocidos en esta ecuación se obtiene

$$Q = CV = (8,85 \times 10^{-9} \text{ F})(3,00 \times 10^3 \text{ V}) = 26,6 \mu\text{C}.$$

#### Importancia

Esta carga es solo ligeramente superior a las que se encuentran en las aplicaciones típicas de electricidad estática. Dado que el aire se descompone (se vuelve conductor) a una intensidad de campo eléctrico de aproximadamente  $3,0 \text{ MV/m}$ , no se puede almacenar más carga en este condensador aumentando el voltaje.

## EJEMPLO 8.2

### Un condensador de placas paralelas de 1 F

Suponga que desea construir un condensador de placas paralelas con una capacitancia de  $1,0 \text{ F}$ . ¿Qué área debe utilizar para cada placa si estas están separadas por  $1,0 \text{ mm}$ ?

#### Solución

Al reordenar la [Ecuación 8.3](#), obtenemos

$$A = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{(1,0 \text{ F})(1,0 \times 10^{-3} \text{ m})}{8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}} = 1,1 \times 10^8 \text{ m}^2.$$

Cada placa cuadrada debería tener  $10 \text{ km}$  de ancho. Solía ser una broma común pedir a un estudiante que fuera al almacén del laboratorio y solicitara un condensador de placas paralelas  $1 \text{ F}$ , hasta que los encargados del almacén se cansaron de la broma.

### COMPRUEBE LO APRENDIDO 8.1

La capacitancia de un condensador de placas paralelas es de  $2,0 \text{ pF}$ . Si el área de cada placa es  $2,4 \text{ cm}^2$ , ¿cuál es la separación de las placas?

### COMPRUEBE LO APRENDIDO 8.2

Verifique que  $\sigma/V$  y  $\epsilon_0/d$  tienen las mismas unidades físicas.

## Condensador esférico

Un condensador esférico es otro conjunto de conductores cuya capacitancia puede determinarse fácilmente (Figura 8.6). Consta de dos capas esféricas conductoras concéntricas de radios  $R_1$  (capa interior) y  $R_2$  (capa exterior). Las capas tienen cargas iguales y opuestas  $+Q$  y  $-Q$ , respectivamente. Por simetría, el campo eléctrico entre las capas está dirigido radialmente hacia fuera. Podemos obtener la magnitud del campo al aplicar la ley de Gauss sobre una superficie esférica gaussiana de radio  $r$  concéntrica con las capas. La carga adjunta es  $+Q$ ; por lo tanto tenemos

$$\oint_S \vec{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA = E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

Así, el campo eléctrico entre los conductores es

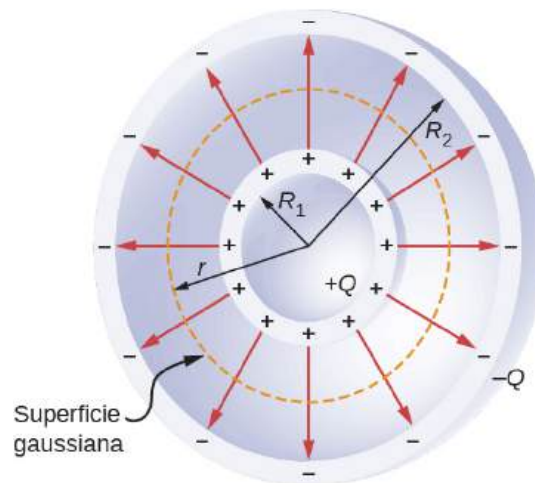
$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}.$$

Sustituimos esto por  $\vec{\mathbf{E}}$  en la Ecuación 8.2 y se integran a lo largo de una trayectoria radial entre las capas:

$$V = \int_{R_1}^{R_2} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = \int_{R_1}^{R_2} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \right) \cdot (\hat{\mathbf{r}} dr) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

En esta ecuación, la diferencia de potencial entre las placas es  $V = -(V_2 - V_1) = V_1 - V_2$ . Sustituimos este resultado en la Ecuación 8.1 para calcular la capacitancia de un condensador esférico:

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}. \quad 8.4$$



**FIGURA 8.6** Un condensador esférico está formado por dos esferas conductoras concéntricas. Observe que las cargas de un conductor residen en su superficie.

### EJEMPLO 8.3

#### Capacitancia de una esfera aislada

Calcule la capacitancia de una esfera conductora aislada de radio  $R_1$  y compárela con la Ecuación 8.4 en el límite como  $R_2 \rightarrow \infty$ .

#### Estrategia

Suponemos que la carga de la esfera es  $Q$ , por lo que seguimos los cuatro pasos señalados anteriormente. También suponemos que el otro conductor es una esfera hueca concéntrica de radio infinito.

**Solución**

En el exterior de una esfera conductora aislada, el campo eléctrico viene dado por la [Ecuación 8.2](#). La magnitud de la diferencia de potencial entre la superficie de una esfera aislada y el infinito es

$$V = \int_{R_1}^{+\infty} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{+\infty} \frac{1}{r^2} \hat{r} \cdot (\hat{r} dr) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{+\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R_1}.$$

La capacitancia de una esfera aislada es por tanto

$$C = \frac{Q}{V} = Q \frac{4\pi\epsilon_0 R_1}{Q} = 4\pi\epsilon_0 R_1.$$

**Importancia**

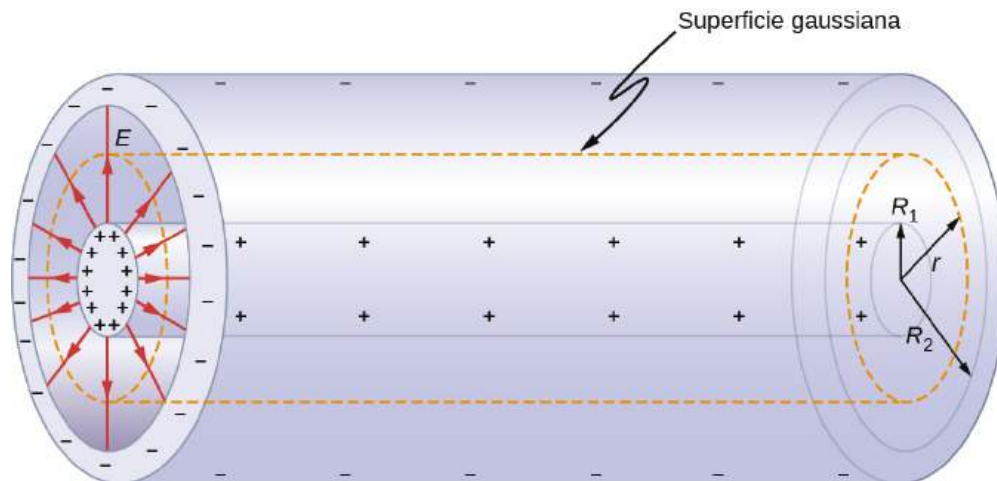
Se puede obtener el mismo resultado si se toma el límite de la [Ecuación 8.4](#) como  $R_2 \rightarrow \infty$ . Una sola esfera aislada equivale, por tanto, a un condensador esférico cuya cubierta exterior tiene un radio infinitamente grande.

**✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 8.3**

El radio de la esfera exterior de un condensador esférico es cinco veces el radio de su capa interior. ¿Cuáles son las dimensiones de este condensador si su capacitancia es de 5,00 pF?

**Condensador cilíndrico**

Un condensador cilíndrico está formado por dos cilindros conductores concéntricos ([Figura 8.7](#)). El cilindro interior, de radio  $R_1$ , puede ser una capa o ser completamente sólido. El cilindro exterior es una capa de radio interior  $R_2$ . Suponemos que la longitud de cada cilindro es  $l$  y que el exceso de cargas  $+Q$  y  $-Q$  residen en los cilindros interior y exterior, respectivamente.



**FIGURA 8.7** Un condensador cilíndrico está formado por dos cilindros concéntricos conductores. Aquí, la carga en la superficie exterior del cilindro interior es positiva (indicada por +) y la carga en la superficie interior del cilindro exterior es negativa (indicada por -).

Sin tener en cuenta los efectos de borde, el campo eléctrico entre los conductores se dirige radialmente hacia fuera desde el eje común de los cilindros. Si se utiliza la superficie gaussiana mostrada en la [Figura 8.7](#), tenemos

$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = E(2\pi rl) = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

Por lo tanto, el campo eléctrico entre los cilindros es

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r l} \hat{r}. \quad 8.5$$

Aquí  $\hat{r}$  es el vector radial unitario a lo largo del radio del cilindro. Podemos sustituir en la [Ecuación 8.2](#) y calcular la diferencia de potencial entre los cilindros:

$$V = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}_p = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r} \hat{r} \cdot (\hat{r} dr) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \text{dentro}r \Big|_{R_1}^{R_2} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \text{dentro} \frac{R_2}{R_1}.$$

Así, la capacitancia de un condensador cilíndrico es

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\text{dentro}(R_2/R_1)}. \quad 8.6$$

Como en otros casos, esta capacitancia depende únicamente de la geometría de la disposición de los conductores. Una aplicación importante de la [Ecuación 8.6](#) es la determinación de la capacitancia por unidad de longitud de un *cable coaxial*, que se utiliza habitualmente para transmitir señales eléctricas que varían en el tiempo. Un cable coaxial está formado por dos conductores cilíndricos concéntricos separados por un material aislante. (Aquí suponemos un vacío entre los conductores, pero la física es cualitativamente casi la misma cuando el espacio entre los conductores está relleno por un dieléctrico). Esta configuración protege la señal eléctrica que se propaga por el conductor interno de los campos eléctricos parásitos externos al cable. La corriente fluye en direcciones opuestas en los conductores interiores y exteriores, y el conductor exterior suele estar conectado a tierra. Ahora, a partir de la [Ecuación 8.6](#), la capacitancia por unidad de longitud del cable coaxial viene dada por

$$\frac{C}{l} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\text{dentro}(R_2/R_1)}.$$

En las aplicaciones prácticas, es importante seleccionar valores específicos de  $C/l$ . Esto puede lograrse con la elección adecuada de los radios de los conductores y del material aislante entre ellos.

#### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 8.4**

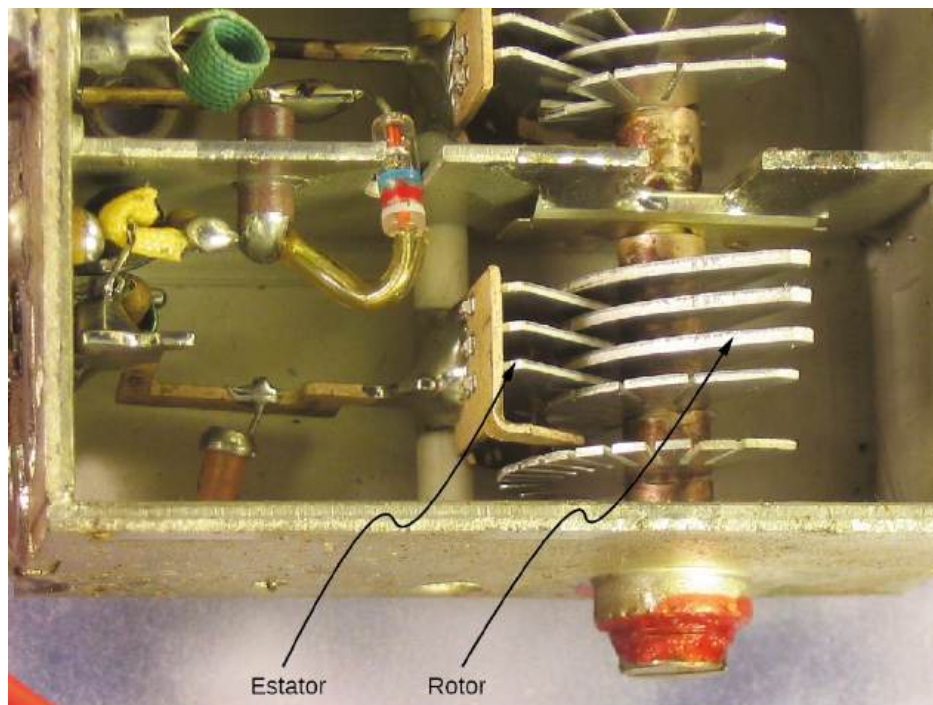
Cuando un condensador cilíndrico recibe una carga de 0,500 nC, se mide una diferencia de potencial de 20,0 V entre los cilindros. (a) ¿Cuál es la capacitancia de este sistema? (b) Si los cilindros tienen 1,0 m de longitud, ¿cuál es la relación de sus radios?

En la [Figura 8.4](#) se muestran varios tipos de condensadores prácticos. Los condensadores comunes suelen estar formados por dos pequeños trozos de lámina de metal separados por dos pequeños trozos de aislamiento (vea la [Figura 8.2\(b\)](#)). La lámina de metal y el aislamiento están envueltos en una capa protectora, y se utilizan dos cables de metal para conectar las láminas a un circuito externo. Algunos materiales aislantes comunes son la mica, la cerámica, el papel y el revestimiento antiadherente de Teflon™.

Otro tipo popular de condensador es el condensador electrolítico. Está compuesto por un metal oxidado en una pasta conductora. La principal ventaja de un condensador electrolítico es su alta capacitancia en relación con otros tipos comunes de condensadores. Por ejemplo, la capacitancia de un tipo de condensador electrolítico de aluminio puede llegar a ser de 1,0 F. Sin embargo, hay que tener cuidado al utilizarlo en un circuito, porque solo funciona correctamente cuando la lámina de metal está a un potencial más alto que la pasta conductora. Cuando se produce la polarización inversa, la acción electrolítica destruye la película de óxido. Este tipo de condensador no puede conectarse a través de una fuente de corriente alterna, porque la mitad de las veces, el voltaje alterno tendría la polaridad equivocada, ya que la corriente alterna invierte su polaridad (ver [Circuitos de corriente alterna](#) en circuitos de corriente alterna).

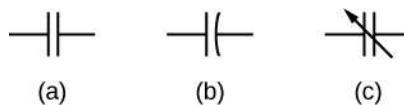
Un condensador variable de aire ([Figura 8.8](#)) tiene dos conjuntos de placas paralelas. Un conjunto de placas es fijo (indicado como "estator") y el otro conjunto de placas está unido a un eje que puede girar (indicado como

"rotor"). Al girar el eje, se puede cambiar el área de la sección transversal en la superposición de las placas; por lo tanto, la capacitancia de este sistema se puede ajustar a un valor deseado. La sintonización de condensadores tiene aplicaciones en cualquier tipo de transmisión de radio y en la recepción de señales de radio de dispositivos electrónicos. Cada vez que sintonice la radio de su automóvil en su emisora favorita, piense en la capacitancia.



**FIGURA 8.8** En un condensador variable de aire la capacitancia se puede ajustar al cambiar el área efectiva de las placas (créditos: modificación del trabajo de Robbie Sproule).

Los símbolos mostrados en la [Figura 8.9](#) son representaciones de circuitos de varios tipos de condensadores. Por lo general, utilizamos el símbolo que aparece en la [Figura 8.9\(a\)](#). El símbolo en la [Figura 8.9\(c\)](#) representa un condensador de capacitancia variable. Observe la similitud de estos símbolos con la simetría de un condensador de placas paralelas. Un condensador electrolítico se representa con el símbolo de la parte de la [Figura 8.9\(b\)](#), donde la placa curva indica el terminal negativo.

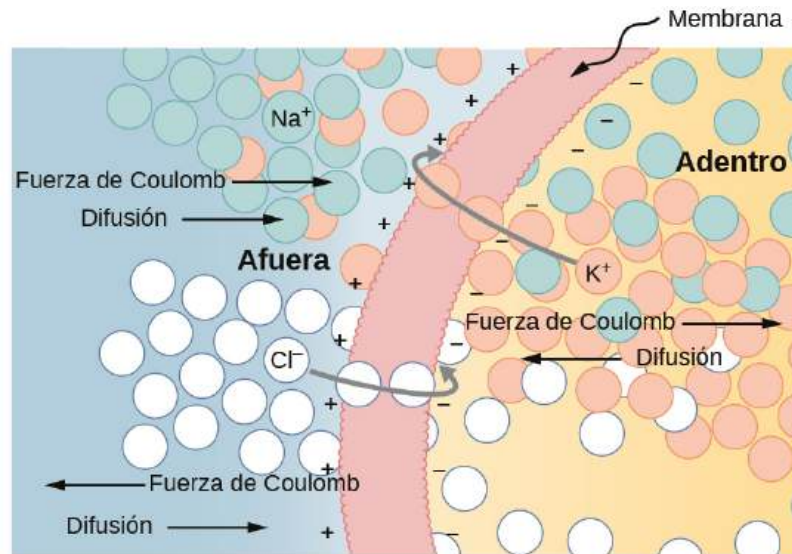


**FIGURA 8.9** Esto muestra tres representaciones de circuitos diferentes de condensadores. El símbolo de (a) es el más utilizado. El símbolo en (b) representa un condensador electrolítico. El símbolo en (c) representa un condensador de capacitancia variable.

Un interesante ejemplo aplicado de un modelo de condensador proviene de la biología celular y trata del potencial eléctrico en la membrana plasmática de una célula viva ([Figura 8.10](#)). Las membranas celulares separan las células de su entorno, pero permiten que algunos iones seleccionados entren o salgan de la célula. La diferencia de potencial a través de una membrana es de unos 70 mV. La membrana celular puede tener un grosor de 7 a 10 nm. Al tratar la membrana celular como un nano condensador, la estimación de la intensidad de campo eléctrico más pequeña a través de sus "placas" arroja el valor

$$E = \frac{V}{d} = \frac{70 \times 10^{-3} \text{ V}}{10 \times 10^{-9} \text{ m}} = 7 \times 10^6 \text{ V/m} > 3 \text{ MV/m.}$$

Esta magnitud de campo eléctrico es lo suficientemente grande como para crear una chispa eléctrica en el aire.



**FIGURA 8.10** La membrana semipermeable de una célula biológica tiene diferentes concentraciones de iones en su superficie interior que en la exterior. La difusión mueve el  $K^+$  (potasio) y  $Cl^-$  (cloruro) en las direcciones indicadas, hasta que la fuerza de Coulomb detiene la transferencia. De esta manera, el exterior de la membrana adquiere una carga positiva y su superficie interior adquiere una carga negativa, creando una diferencia de potencial a través de la membrana. Esta es normalmente impermeable a  $Na^+$  (iones de sodio).

### INTERACTIVO

Visite las [Exploraciones de PhET: Laboratorio de condensadores \(https://openstax.org/l/21phetcapacitor\\_es\)](https://openstax.org/l/21phetcapacitor_es) para explorar cómo funciona un condensador. Cambie el tamaño de las placas y añada un dieléctrico para ver el efecto en la capacitancia. Cambie el voltaje y vea las cargas acumuladas en las placas. Observe el campo eléctrico en el condensador. Mida el voltaje y el campo eléctrico.

## 8.2 Condensadores en serie y en paralelo

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

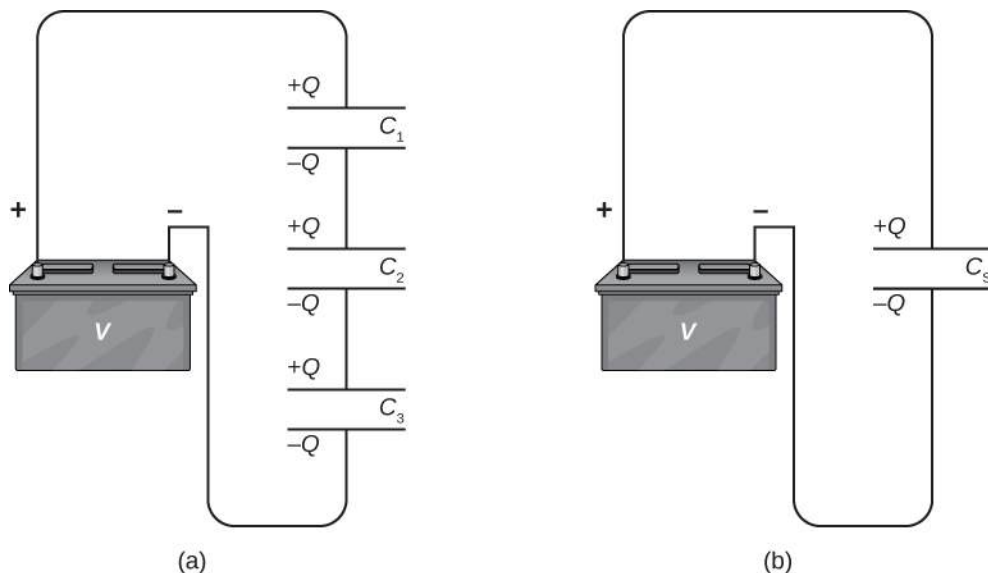
- Explicar cómo determinar la capacitancia equivalente de los condensadores en combinaciones en serie y en paralelo.
- Calcular la diferencia de potencial entre las placas y la carga en las placas para un condensador en una red y determinar la capacitancia neta de una red de condensadores.

Se pueden conectar varios condensadores entre sí para utilizarlos en diversas aplicaciones. Las conexiones múltiples de condensadores se comportan como un único condensador equivalente. La capacitancia total de este condensador único equivalente depende tanto de los condensadores individuales como de su conexión. Los condensadores pueden disponerse en dos tipos de conexiones simples y comunes, conocidas como *en serie* y *en paralelo*, para las que podemos calcular fácilmente la capacitancia total. Estas dos combinaciones básicas, en serie y en paralelo, también pueden utilizarse como parte de conexiones más complejas.

### La combinación en serie de condensadores

La [Figura 8.11](#) ilustra una combinación en serie de tres condensadores dispuestos en fila dentro del circuito. Como para cualquier condensador, la capacitancia de la combinación está relacionada con la carga y el voltaje mediante la [Ecuación 8.1](#). Cuando esta combinación en serie se conecta a una batería con voltaje  $V$ , cada uno de los condensadores adquiere una carga idéntica  $Q$ . Para explicarlo, primero hay que tener en cuenta que la carga de la placa conectada al terminal positivo de la batería es  $+Q$  y la carga en la placa conectada al terminal negativo es  $-Q$ . A continuación, se inducen cargas en las otras placas de modo que la suma de las cargas en

todas las placas, y la suma de las cargas en cualquier par de placas del condensador, sea cero. Sin embargo, la caída de potencial  $V_1 = Q/C_1$  en un condensador puede ser diferente de la caída de potencial  $V_2 = Q/C_2$  en otro condensador, porque, generalmente, los condensadores pueden tener capacitancias diferentes. La combinación en serie de dos o tres condensadores se asemeja a un único condensador con una capacitancia menor. En general, cualquier número de condensadores conectados en serie equivale a un condensador cuya capacitancia (llamada *capacitancia equivalente*) es menor que la menor de las capacitancias de la combinación en serie. La carga de este condensador equivalente es la misma que la de cualquier condensador en una combinación en serie: Es decir, *todos los condensadores de una combinación en serie tienen la misma carga*. Esto ocurre debido a la conservación de la carga en el circuito. Cuando una carga  $Q$  en un circuito en serie se retira de una placa del primer condensador (que denotamos como  $-Q$ ), debe colocarse en una placa del segundo condensador (que denotamos como  $+Q$ ), y así sucesivamente.



**FIGURA 8.11** (a) Tres condensadores están conectados en serie. La magnitud de la carga en cada placa es  $Q$ . (b) La red de condensadores en (a) es equivalente a un condensador que tiene una capacitancia menor que cualquiera de las capacitancias individuales en (a), y la carga en sus placas es  $Q$ .

Podemos calcular una expresión para la capacitancia total (equivalente) considerando los voltajes a través de los condensadores individuales. Los potenciales a través de los condensadores 1, 2 y 3 son, respectivamente,  $V_1 = Q/C_1$ ,  $V_2 = Q/C_2$  y  $V_3 = Q/C_3$ . Estos potenciales deben sumar el voltaje de la batería, dando el siguiente equilibrio de potencial:

$$V = V_1 + V_2 + V_3.$$

El potencial  $V$  se mide a través de un condensador equivalente que mantiene la carga  $Q$  y tiene una capacitancia equivalente  $C_S$ . Introduciendo las expresiones para  $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$ , obtenemos

$$\frac{Q}{C_S} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}.$$

Cancelando la carga  $Q$ , obtenemos una expresión que contiene la capacitancia equivalente,  $C_S$ , de tres condensadores conectados en serie:

$$\frac{1}{C_S} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

Esta expresión puede generalizarse a cualquier número de condensadores en una red en serie.



### Combinación en serie

Para los condensadores conectados en una **combinación en serie**, el recíproco de la capacitancia equivalente es la suma de los recíprocos de las capacitancias individuales:

$$\frac{1}{C_S} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \quad 8.7$$

### EJEMPLO 8.4

#### Capacitancia equivalente de una red en serie

Calcule la capacitancia total de tres condensadores conectados en serie, dado que sus capacitancias individuales son  $1,000 \mu\text{F}$ ,  $5,000 \mu\text{F}$  y  $8,000 \mu\text{F}$ .

#### Estrategia

Como solo hay tres condensadores en esta red podemos calcular la capacitancia equivalente utilizando la [Ecuación 8.7](#) con tres términos.

#### Solución

Introducimos las capacitancias dadas en la [Ecuación 8.7](#):

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_S} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \\ &= \frac{1}{1,000 \mu\text{F}} + \frac{1}{5,000 \mu\text{F}} + \frac{1}{8,000 \mu\text{F}} \\ \frac{1}{C_S} &= \frac{1,325}{\mu\text{F}}. \end{aligned}$$

Ahora invertimos este resultado y obtenemos  $C_S = \frac{\mu\text{F}}{1,325} = 0,755 \mu\text{F}$ .

#### Importancia

Tenga en cuenta que en una red de condensadores en serie la capacitancia equivalente es siempre menor que la menor capacitancia individual de la red.

### La combinación paralela de condensadores

Una combinación en paralelo de tres condensadores, con una placa de cada condensador conectada a un lado del circuito y la otra placa conectada al otro lado, se ilustra en la [Figura 8.12\(a\)](#). Como los condensadores están conectados en paralelo, *todos tienen el mismo voltaje  $V$  en sus placas*. Sin embargo, cada condensador de la red en paralelo puede almacenar una carga diferente. Para calcular la capacitancia equivalente  $C_P$  de la red paralela, observamos que la carga total  $Q$  almacenada por la red es la suma de todas las cargas individuales:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3.$$

En el lado izquierdo de esta ecuación, utilizamos la relación  $Q = C_P V$ , que se mantiene para toda la red. En el lado derecho de la ecuación, utilizamos las relaciones  $Q_1 = C_1 V$ ,  $Q_2 = C_2 V$ , y  $Q_3 = C_3 V$  para los tres condensadores de la red. De esta manera obtenemos

$$C_P V = C_1 V + C_2 V + C_3 V.$$

Esta ecuación, simplificada, es la expresión de la capacitancia equivalente de la red paralela de tres condensadores:

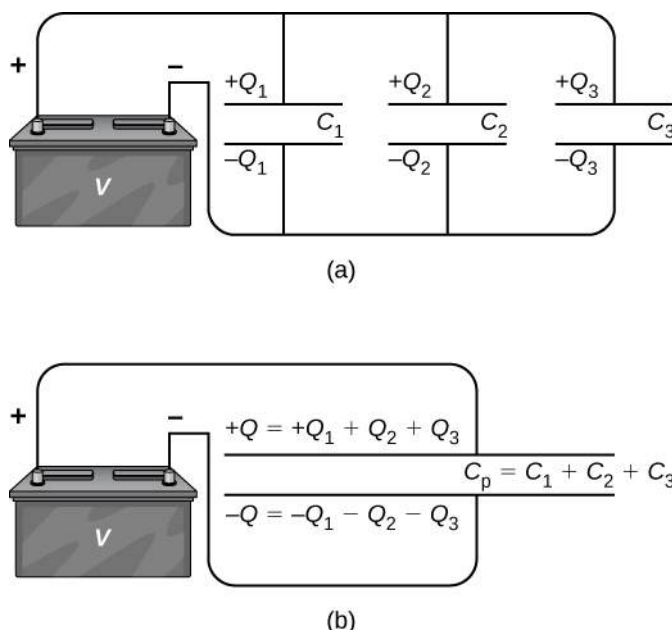
$$C_P = C_1 + C_2 + C_3.$$

Esta expresión es fácilmente generalizable a cualquier número de condensadores conectados en paralelo en la red.

### Combinación paralela

Para los condensadores conectados en una **combinación en paralelo**, la capacitancia equivalente (neta) es la suma de todas las capacitancias individuales de la red,

$$C_P = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \quad 8.8$$



**FIGURA 8.12** (a) Se conectan tres condensadores en paralelo. Cada condensador está conectado directamente a la batería. (b) La carga del condensador equivalente es la suma de las cargas de los condensadores individuales.

### EJEMPLO 8.5

#### Capacitancia equivalente de una red paralela

Calcule la capacitancia neta de tres condensadores conectados en paralelo, dado que sus capacitancias individuales son  $1,0 \mu\text{F}$ ,  $5,0 \mu\text{F}$ , y  $8,0 \mu\text{F}$ .

#### Estrategia

Como solo hay tres condensadores en esta red podemos calcular la capacitancia equivalente utilizando la [Ecuación 8.8](#) con tres términos.

#### Solución

Introduciendo las capacitancias dadas en la [Ecuación 8.8](#) se obtiene

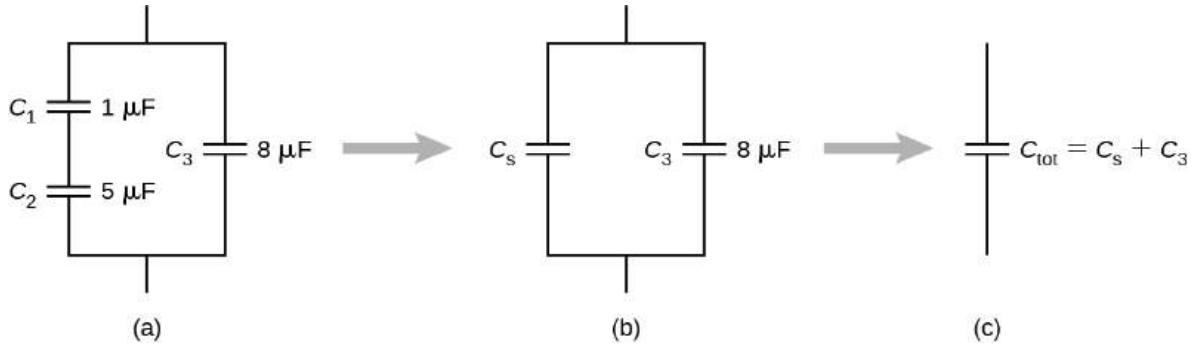
$$\begin{aligned} C_P &= C_1 + C_2 + C_3 = 1,0 \mu\text{F} + 5,0 \mu\text{F} + 8,0 \mu\text{F} \\ C_P &= 14,0 \mu\text{F}. \end{aligned}$$

#### Importancia

Observe que en una red paralela de condensadores la capacitancia equivalente es siempre mayor que cualquiera de las capacitancias individuales de la red.

Las redes de condensadores suelen ser una combinación de conexiones en serie y en paralelo, como se muestra en [Figura 8.13](#). Para calcular la capacitancia neta de tales combinaciones, identificamos las partes que contienen solo conexiones en serie o solo en paralelo, y hallamos sus capacitancias equivalentes. Repetimos este proceso hasta que podamos determinar la capacitancia equivalente de toda la red. El siguiente

ejemplo ilustra este proceso.



**FIGURA 8.13** (a) Este circuito contiene conexiones en serie y en paralelo de condensadores. (b)  $C_1$  y  $C_2$  están en serie; su capacitancia equivalente es  $C_S$ . (c) La capacitancia equivalente  $C_S$  se conecta en paralelo con  $C_3$ . Así, la capacitancia equivalente de toda la red es la suma de  $C_S$  y  $C_3$ .

### EJEMPLO 8.6

#### Capacitancia equivalente de una red

Calcule la capacitancia total de la combinación de condensadores que se muestra en la [Figura 8.13](#).

Supongamos que las capacitancias se conocen con tres decimales

( $C_1 = 1,000 \mu\text{F}$ ,  $C_2 = 5,000 \mu\text{F}$ ,  $C_3 = 8,000 \mu\text{F}$ ). Redondee su respuesta a tres decimales.

#### Estrategia

Primero identificamos qué condensadores están en serie y cuáles en paralelo. Condensadores  $C_1$  y  $C_2$  están en serie. Su combinación, denominada  $C_S$ , está en paralelo con  $C_3$ .

#### Solución

Dado que  $C_1$  y  $C_2$  están en serie, su capacitancia equivalente  $C_S$  se obtiene con la [Ecuación 8.7](#):

$$\frac{1}{C_S} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{1,000 \mu\text{F}} + \frac{1}{5,000 \mu\text{F}} = \frac{1,200}{\mu\text{F}} \Rightarrow C_S = 0,833 \mu\text{F}.$$

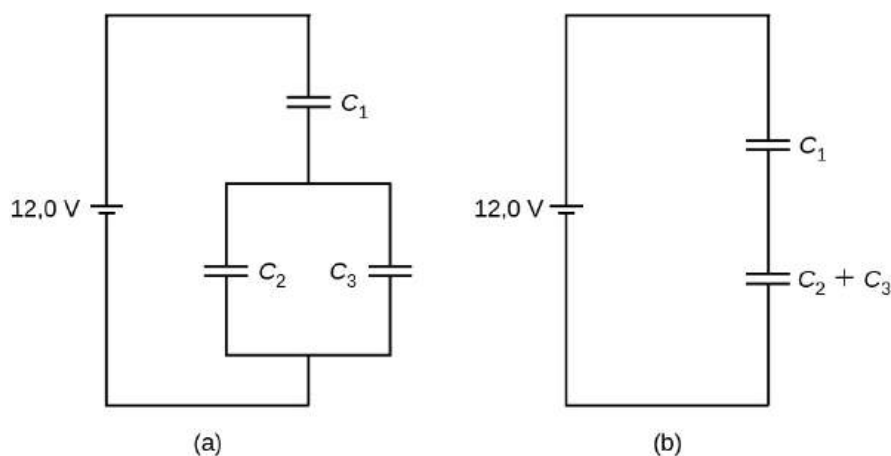
Capacitancia  $C_S$  se conecta en paralelo con la tercera capacitancia  $C_3$ , por lo que utilizamos la [Ecuación 8.8](#) para calcular la capacitancia equivalente  $C$  de toda la red:

$$C = C_S + C_3 = 0,833 \mu\text{F} + 8,000 \mu\text{F} = 8,833 \mu\text{F}.$$

### EJEMPLO 8.7

#### Red de condensadores

Determine la capacitancia neta  $C$  de la combinación de condensadores mostrada en la [Figura 8.14](#) cuando las capacitancias son  $C_1 = 12,0 \mu\text{F}$ ,  $C_2 = 2,0 \mu\text{F}$ , y  $C_3 = 4,0 \mu\text{F}$ . Cuando se mantiene una diferencia de potencial de  $12,0 \text{ V}$  a través de la combinación, halle la carga y el voltaje a través de cada condensador.



**FIGURA 8.14** (a) Una combinación de condensadores. (b) Una combinación equivalente de dos condensadores.

### Estrategia

Primero calculamos la capacitancia neta  $C_{23}$  de la conexión en paralelo  $C_2$  y  $C_3$ . Entonces  $C$  es la capacitancia neta de la conexión en serie  $C_1$  y  $C_{23}$ . Utilizamos la relación  $C = Q/V$  para hallar las cargas  $Q_1, Q_2$  y  $Q_3$ , y los voltajes  $V_1, V_2$  y  $V_3$ , a través de los condensadores 1, 2 y 3, respectivamente.

### Solución

La capacitancia equivalente para  $C_2$  y  $C_3$  es

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 2,0 \mu\text{F} + 4,0 \mu\text{F} = 6,0 \mu\text{F}.$$

La combinación completa de tres condensadores equivale a dos condensadores en serie,

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{12,0 \mu\text{F}} + \frac{1}{6,0 \mu\text{F}} = \frac{1}{4,0 \mu\text{F}} \Rightarrow C = 4,0 \mu\text{F}.$$

Considere la combinación equivalente de dos condensadores en la [Figura 8.14\(b\)](#). Como los condensadores están en serie, tienen la misma carga,  $Q_1 = Q_{23}$ . Además, los condensadores comparten la diferencia de potencial de 12,0 V, por lo que

$$12,0 \text{ V} = V_1 + V_{23} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_{23}}{C_{23}} = \frac{Q_1}{12,0 \mu\text{F}} + \frac{Q_1}{6,0 \mu\text{F}} \Rightarrow Q_1 = 48,0 \mu\text{C}.$$

Ahora la diferencia de potencial a través del condensador 1 es

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{48,0 \mu\text{C}}{12,0 \mu\text{F}} = 4,0 \text{ V}.$$

Como los condensadores 2 y 3 están conectados en paralelo, están a la misma diferencia de potencial:

$$V_2 = V_3 = 12,0 \text{ V} - 4,0 \text{ V} = 8,0 \text{ V}.$$

Por lo tanto, las cargas de estos dos condensadores son, respectivamente,

$$Q_2 = C_2 V_2 = (2,0 \mu\text{F})(8,0 \text{ V}) = 16,0 \mu\text{C},$$

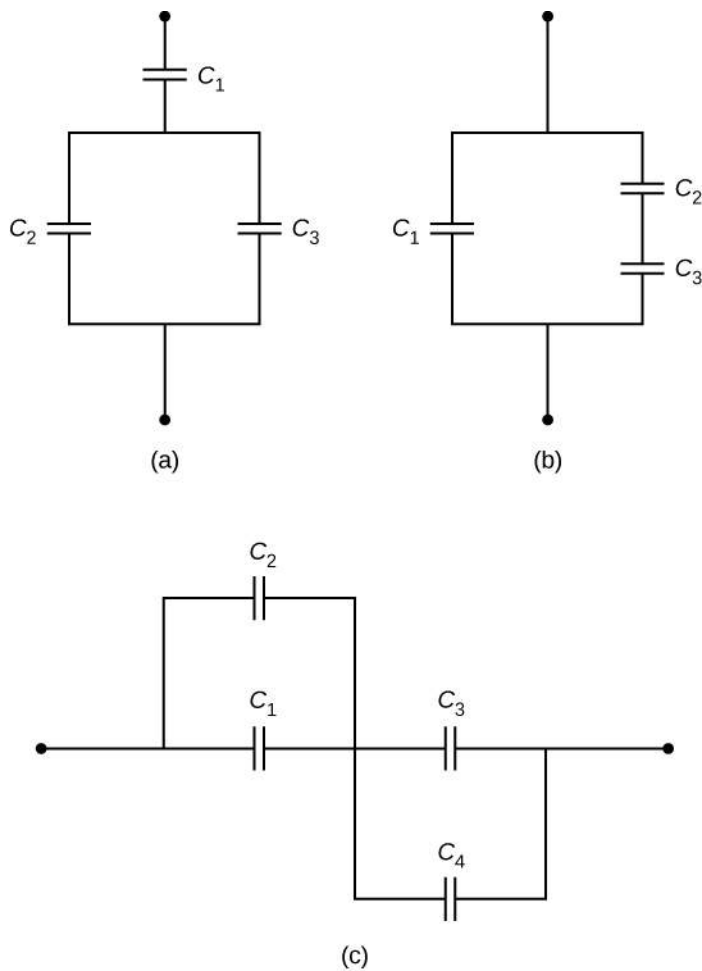
$$Q_3 = C_3 V_3 = (4,0 \mu\text{F})(8,0 \text{ V}) = 32,0 \mu\text{C}.$$

### Importancia

Como se esperaba, la carga neta en la combinación paralela de  $C_2$  y  $C_3$  es  $Q_{23} = Q_2 + Q_3 = 48,0 \mu\text{C}$ .

## ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 8.5**

Determine la capacitancia neta  $C$  de cada red de condensadores que se muestra a continuación. Supongamos que  $C_1 = 1,0 \text{ pF}$ ,  $C_2 = 2,0 \text{ pF}$ ,  $C_3 = 4,0 \text{ pF}$  y  $C_4 = 5,0 \text{ pF}$ . Calcule la carga de cada condensador suponiendo que hay una diferencia de potencial de 12,0 V en cada red.



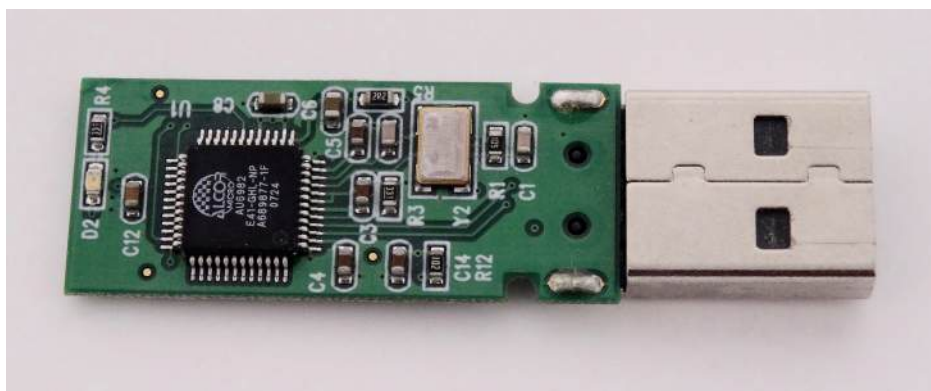
## 8.3 Energía almacenada en un condensador

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar cómo se almacena la energía en un condensador.
- Utilizar relaciones energéticas para determinar la energía almacenada en una red de condensadores.

La mayoría de nosotros hemos visto dramatizaciones del personal médico que utiliza un desfibrilador para pasar una corriente eléctrica por el corazón de un paciente y conseguir que lata con normalidad. A menudo con detalles realistas, la persona que aplica la descarga indica a otra que "esta vez sean 400 julios". La energía suministrada por el desfibrilador se almacena en un condensador y puede ajustarse a la situación. A menudo se emplean unidades de julios del SI. Menos dramático es el uso de condensadores en la microelectrónica para suministrar energía cuando se cargan las baterías ([Figura 8.15](#)). Los condensadores también se utilizan para suministrar energía a las lámparas de flash de las cámaras.



**FIGURA 8.15** Los condensadores de la placa de circuito impreso de un dispositivo electrónico siguen una convención de etiquetado que identifica a cada uno con un código que empieza por la letra "C": Windell Oskay)

La energía  $U_C$  almacenada en un condensador es energía potencial electrostática y, por tanto, está relacionada con la carga  $Q$  y el voltaje  $V$  entre las placas del condensador. Un condensador cargado almacena energía en el campo eléctrico entre sus placas. A medida que el condensador se carga, el campo eléctrico se acumula. Cuando un condensador cargado se desconecta de una batería, su energía permanece en el campo en el espacio entre sus placas.

Para comprender cómo se puede expresar esta energía (en términos de  $Q$  y  $V$ ), consideremos un condensador cargado, vacío y de placas paralelas; es decir, un condensador sin dieléctrico pero con el vacío entre sus placas. El espacio entre sus placas tiene un volumen  $Ad$ , y está lleno de un campo electrostático uniforme  $E$ . La energía total  $U_C$  del condensador está contenido en este espacio. La **densidad energética**  $u_E$  en este espacio es simplemente  $U_C$  dividido por el volumen  $Ad$ . Si conocemos la densidad de energía, la energía se puede calcular como  $U_C = u_E(Ad)$ . Aprenderemos en [Ondas electromagnéticas](#) (después de completar el estudio de las ecuaciones de Maxwell) que la densidad de energía  $u_E$  en una región del espacio libre ocupada por un campo eléctrico  $E$  depende solo de la magnitud del campo y es

$$u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2. \quad 8.9$$

Si multiplicamos la densidad de energía por el volumen entre las placas, obtenemos la cantidad de energía almacenada entre las placas de un condensador de placas

$$\text{paralelas } U_C = u_E(Ad) = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 Ad = \frac{1}{2}\epsilon_0 \frac{V^2}{d^2} Ad = \frac{1}{2}V^2 \epsilon_0 \frac{A}{d} = \frac{1}{2}V^2 C.$$

En esta derivación, utilizamos el hecho de que el campo eléctrico entre las placas es uniforme, por lo que  $E = V/d$  y  $C = \epsilon_0 A/d$ . Porque  $C = Q/V$ , podemos expresar este resultado en otras formas equivalentes:

$$U_C = \frac{1}{2}V^2 C = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QV. \quad 8.10$$

La expresión en la [Ecuación 8.10](#) para la energía almacenada en un condensador de placas paralelas es generalmente válida para todos los tipos de condensadores. Para ver esto, considere cualquier condensador sin carga (no necesariamente del tipo de placas paralelas). En algún momento, lo conectamos a través de una batería, dándole una diferencia de potencial  $V = q/C$  entre sus placas. Inicialmente, la carga en las placas es  $Q = 0$ . A medida que el condensador se carga, la carga se va acumulando en sus placas y, al cabo de un tiempo, alcanza el valor  $Q$ . Para desplazar una carga infinitesimal  $dq$  de la placa negativa a la positiva (de un potencial más bajo a uno más alto), la cantidad de trabajo  $dW$  que debe realizarse sobre  $dq$  es  $dW = Vdq = \frac{q}{C}dq$ .

Este trabajo se convierte en la energía almacenada en el campo eléctrico del condensador. Para cargar el condensador hasta una carga  $Q$ , el trabajo total requerido es

$$W = \int_0^{W(Q)} dW = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}.$$

Como no se ha especificado la geometría del condensador, esta ecuación es válida para cualquier tipo de condensador. El trabajo total  $W$  necesario para cargar un condensador es la energía potencial eléctrica  $U_C$  almacenado en él, o  $U_C = W$ . Cuando la carga se expresa en culombios, el potencial se expresa en voltios y la capacitancia se expresa en faradios, esta relación da la energía en julios.

Sabiendo que la energía almacenada en un condensador es  $U_C = Q^2/(2C)$ , ahora podemos calcular la densidad de energía  $u_E$  almacenado en el vacío entre las placas de un condensador de placas paralelas cargado. Solo tenemos que dividir  $U_C$  por el volumen  $Ad$  del espacio entre sus placas y tener en cuenta que para un condensador de placas paralelas, tenemos  $E = \sigma/\epsilon_0$  y  $C = \epsilon_0 A/d$ . Por lo tanto, obtenemos

$$u_E = \frac{U_C}{Ad} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \frac{1}{Ad} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\epsilon_0 A/d} \frac{1}{Ad} = \frac{1}{2} \frac{1}{\epsilon_0} \left( \frac{Q}{A} \right)^2 = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} = \frac{(E\epsilon_0)^2}{2\epsilon_0} = \frac{\epsilon_0}{2} E^2.$$

Vemos que esta expresión para la densidad de energía almacenada en un condensador de placas paralelas está de acuerdo con la relación general expresada en la [Ecuación 8.9](#). Podríamos repetir este cálculo para un condensador esférico o un condensador cilíndrico —o para otros condensadores— y en todos los casos, terminaríamos con la relación general dada por la [Ecuación 8.9](#).

## EJEMPLO 8.8

### Energía almacenada en un condensador

Calcule la energía almacenada en la red de condensadores en la [Figura 8.14\(a\)](#) cuando los condensadores están totalmente cargados y cuando las capacitancias son  $C_1 = 12,0 \mu\text{F}$ ,  $C_2 = 2,0 \mu\text{F}$ , y  $C_3 = 4,0 \mu\text{F}$ , respectivamente.

#### Estrategia

Utilizamos la [Ecuación 8.10](#) para calcular la energía  $U_1$ ,  $U_2$  y  $U_3$  almacenados en los condensadores 1, 2 y 3, respectivamente. La energía total es la suma de todas estas energías.

#### Solución

Identificamos  $C_1 = 12,0 \mu\text{F}$  y  $V_1 = 4,0 \text{ V}$ ,  $C_2 = 2,0 \mu\text{F}$  y  $V_2 = 8,0 \text{ V}$ ,  $C_3 = 4,0 \mu\text{F}$  y  $V_3 = 8,0 \text{ V}$ . Las energías almacenadas en estos condensadores son

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{2} C_1 V_1^2 = \frac{1}{2} (12,0 \mu\text{F})(4,0 \text{ V})^2 = 96 \mu\text{J}, \\ U_2 &= \frac{1}{2} C_2 V_2^2 = \frac{1}{2} (2,0 \mu\text{F})(8,0 \text{ V})^2 = 64 \mu\text{J}, \\ U_3 &= \frac{1}{2} C_3 V_3^2 = \frac{1}{2} (4,0 \mu\text{F})(8,0 \text{ V})^2 = 130 \mu\text{J}. \end{aligned}$$

La energía total almacenada en esta red es

$$U_C = U_1 + U_2 + U_3 = 96 \mu\text{J} + 64 \mu\text{J} + 130 \mu\text{J} = 0,29 \text{ mJ}.$$

#### Importancia

Podemos verificar este resultado calculando la energía almacenada en el  $40,0\text{-}\mu\text{F}$  condensador, que resulta ser equivalente a toda la red. El voltaje a través de la red es de  $12,0 \text{ V}$ . La energía total obtenida de este modo coincide con nuestro resultado anterior,  $U_C = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} (4,0 \mu\text{F})(12,0 \text{ V})^2 = 0,29 \text{ mJ}$ .

## COMPRUEBE LO APRENDIDO 8.6

La diferencia de potencial a través de un condensador de  $5,0 \text{ pF}$  es de  $0,40 \text{ V}$ . (a) ¿Cuál es la energía almacenada en este condensador? (b) La diferencia de potencial aumenta ahora a  $1,20 \text{ V}$ . ¿En qué factor se incrementa la energía almacenada?

En una emergencia cardíaca un dispositivo electrónico portátil conocido como desfibrilador externo automático (automated external defibrillator, AED) puede salvar vidas. Un **desfibrilador** (Figura 8.16) suministra una gran carga en una ráfaga corta, o una descarga, al corazón de una persona para corregir un ritmo cardíaco anormal (una arritmia). Un infarto puede surgir por la aparición de latidos rápidos e irregulares del corazón, llamados fibrilación cardíaca o ventricular. La aplicación de una gran descarga de energía eléctrica puede poner fin a la arritmia y permitir que el marcapasos natural del cuerpo retome su ritmo normal. Hoy en día, es habitual que las ambulancias lleven AED. Los AED también se encuentran en muchos lugares públicos. Están diseñadas para que las utilicen los profanos. El dispositivo diagnostica automáticamente el ritmo cardíaco del paciente y luego aplica la descarga con la energía y la forma de onda adecuadas. La RCP (reanimación cardiopulmonar) se recomienda en muchos casos antes de utilizar un desfibrilador.



**FIGURA 8.16** Los desfibriladores externos automáticos se encuentran en muchos lugares públicos. Estas unidades portátiles proporcionan instrucciones verbales para su uso en los importantes primeros minutos para una persona que sufre un ataque cardíaco (créditos: Owain Davies).

### EJEMPLO 8.9

#### Capacitancia de un desfibrilador cardíaco

Un desfibrilador cardíaco suministra  $4,00 \times 10^2 \text{ J}$  de energía descargando un condensador inicialmente a  $1,00 \times 10^4 \text{ V}$ . ¿Cuál es su capacitancia?

#### Estrategia

Se nos da  $U_C$  y  $V$ , y se nos pide que encontremos la capacitancia  $C$ . Resolvemos la [Ecuación 8.10](#) para  $C$  y sustituimos.

#### Solución

Resolviendo esta expresión para  $C$  e introduciendo los valores dados se obtiene

$$C = 2 \frac{U_C}{V^2} = 2 \frac{4,00 \times 10^2 \text{ J}}{(1,00 \times 10^4 \text{ V})^2} = 8,00 \mu\text{F}.$$



## 8.4 Condensador con dieléctrico

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Describir los efectos que el dieléctrico de un condensador tiene sobre la capacitancia y otras propiedades.
- Calcular la capacitancia de un condensador que contiene un dieléctrico.

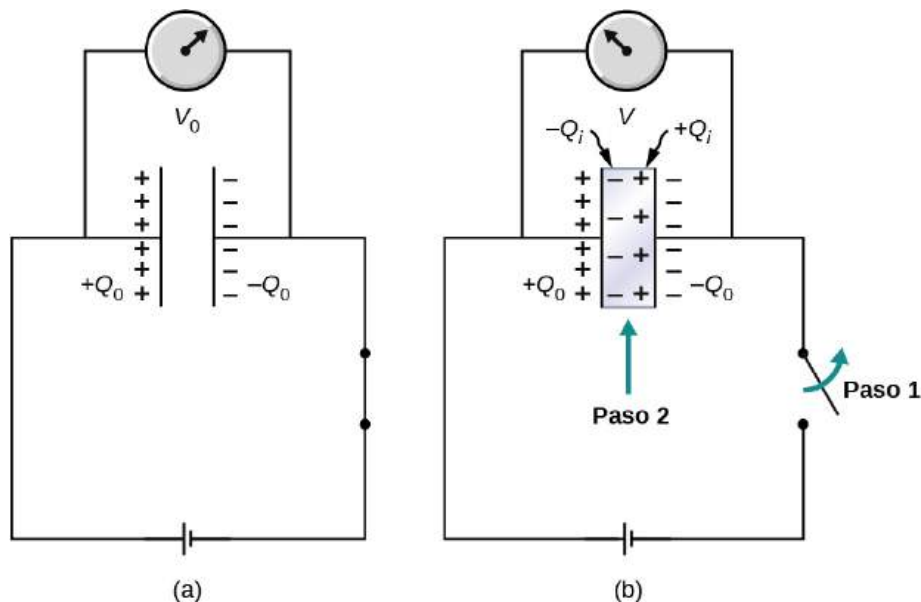
Como ya hemos comentado, un material aislante colocado entre las placas de un condensador se llama dieléctrico. La inserción de un dieléctrico entre las placas de un condensador afecta su capacitancia. Para ver por qué, consideremos un experimento descrito en la [Figura 8.17](#). Inicialmente, un condensador con capacitancia  $C_0$  cuando hay aire entre sus placas es cargado por una batería hasta el voltaje  $V_0$ . Cuando el condensador está completamente cargado, la batería se desconecta. Un cargo  $Q_0$  entonces reside en las placas, y la diferencia de potencial entre las placas se mide para ser  $V_0$ . Ahora, supongamos que insertamos un dieléctrico que llena *totalmente* el espacio entre las placas. Si controlamos el voltaje, hallamos que la lectura del voltímetro ha bajado a un *menor* valor  $V$ . Escribimos este nuevo valor de voltaje como una fracción del voltaje original  $V_0$ , con un número positivo  $\kappa$ ,  $\kappa > 1$ :

$$V = \frac{1}{\kappa} V_0.$$

La constante  $\kappa$  en esta ecuación se llama la **constante dieléctrica** del material entre las placas, y su valor es característico para el material. En la siguiente sección se explica detalladamente por qué el dieléctrico reduce el voltaje. Los distintos materiales tienen diferentes constantes dieléctricas (en la siguiente sección se ofrece una tabla de valores para materiales típicos). Una vez que la batería se desconecta, no hay camino para que la carga fluya hacia la batería desde las placas del condensador. Por lo tanto, la inserción del dieléctrico no tiene ningún efecto sobre la carga en la placa, que permanece en un valor de  $Q_0$ . Por lo tanto, hallamos que la capacitancia del condensador con dieléctrico es

$$C = \frac{Q_0}{V} = \frac{Q_0}{V_0/\kappa} = \kappa \frac{Q_0}{V_0} = \kappa C_0. \quad 8.11$$

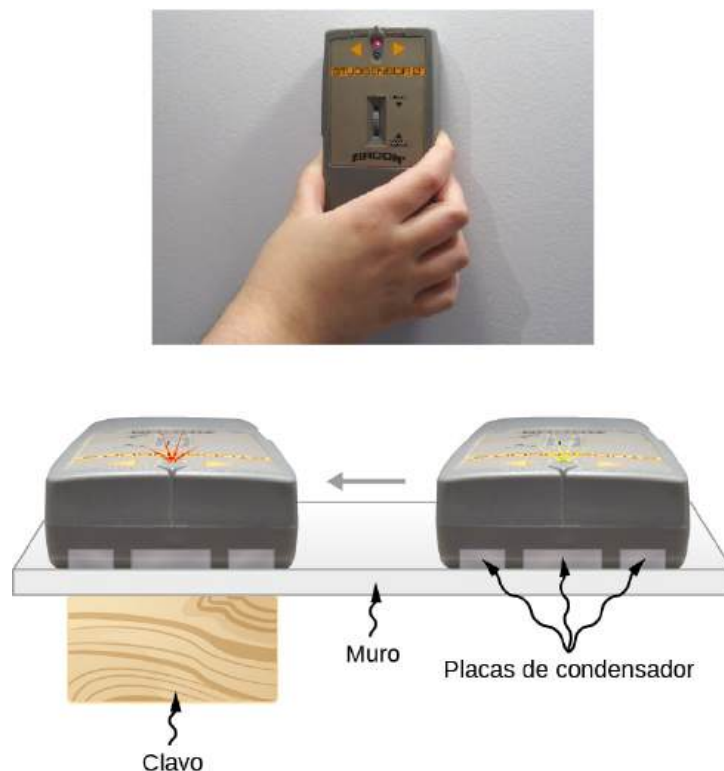
Esta ecuación nos dice que la *capacitancia  $C_0$  de un condensador vacío se puede aumentar en un factor de  $\kappa$  cuando introducimos un material dieléctrico para llenar completamente el espacio entre sus placas*. Tenga en cuenta que la [Ecuación 8.11](#) también se puede utilizar para un condensador vacío configurando  $\kappa = 1$ . En otras palabras, podemos decir que la constante dieléctrica del vacío es 1, que es un valor de referencia.



**FIGURA 8.17** (a) Cuando está completamente cargado, un condensador de vacío tiene un voltaje  $V_0$  y carga  $Q_0$  (las cargas permanecen en las superficies interiores de las placas; el esquema indica el signo de la carga en cada

placa). (b) En el paso 1, la batería está desconectada. A continuación, en el paso 2, se introduce un dieléctrico (que es eléctricamente neutro) en el condensador cargado. Cuando se mide ahora el voltaje a través del condensador se comprueba que el valor del voltaje ha disminuido a  $V = V_0/\kappa$ . El esquema indica el signo de la carga inducida que ahora está presente en las superficies del material dieléctrico entre las placas.

El principio expresado por la [Ecuación 8.11](#) se utiliza ampliamente en la industria de la construcción ([Figura 8.18](#)). Las placas metálicas de un localizador electrónico actúan como un condensador. Coloque un detector de vigas con su lado plano en la pared y muévalo continuamente en dirección horizontal. Cuando el buscador se desliza sobre un poste de madera, la capacitancia de sus placas cambia, porque la madera tiene una constante dieléctrica diferente a la de una pared de yeso. Este cambio desencadena una señal en un circuito, y así se detecta el perno.



**FIGURA 8.18** Se utiliza un localizador electrónico de montantes para detectar los montantes de madera que hay detrás de los paneles de yeso. (Crédito superior: modificación del trabajo de Jane Whitney)

La energía eléctrica almacenada por un condensador también se ve afectada por la presencia de un dieléctrico. Cuando la energía almacenada en un condensador vacío es  $U_0$ , la energía  $U$  almacenada en un condensador con dieléctrico es menor en un factor de  $\kappa$ ,

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{\kappa C_0} = \frac{1}{\kappa} U_0. \quad 8.12$$

Al acercar una muestra de material dieléctrico a un condensador vacío cargado, la muestra reacciona al campo eléctrico de las cargas en las placas del condensador. Tal y como aprendimos en [Cargas y campos eléctricos](#) sobre la electrostática, existirán las cargas inducidas en la superficie de la muestra; sin embargo, no son cargas libres como en un conductor, porque un aislante perfecto no tiene cargas en movimiento libre. Estas cargas inducidas en la superficie dieléctrica son de signo contrario a las cargas libres de las placas del condensador, por lo que son atraídas por las cargas libres de las placas. En consecuencia, el dieléctrico es "arrastrado" hacia el hueco, y el trabajo para polarizar el material dieléctrico entre las placas se realiza a expensas de la energía eléctrica almacenada, que se reduce, de acuerdo con [Ecuación 8.12](#).



### EJEMPLO 8.10

#### Inserción de un dieléctrico en un condensador aislado

Se carga un condensador vacío de 20,0 pF hasta una diferencia de potencial de 40,0 V. A continuación, se desconecta la batería de carga y se introduce un trozo de Teflon™ con una constante dieléctrica de 2,1 para rellenar completamente el espacio entre las placas del condensador (vea la [Figura 8.17](#)). ¿Cuáles son los valores de (a) la capacitancia, (b) la carga de la placa, (c) la diferencia de potencial entre las placas y (d) la energía almacenada en el condensador con y sin dieléctrico?

#### Estrategia

Identificamos la capacitancia original  $C_0 = 20,0$  pF y la diferencia de potencial original  $V_0 = 40,0$  V entre las placas. Combinamos la [Ecuación 8.11](#) con otras relaciones que implican capacitancia y sustitución.

#### Solución

- a. La capacitancia aumenta hasta

$$C = \kappa C_0 = 2,1(20,0 \text{ pF}) = 42,0 \text{ pF}.$$

- b. Sin dieléctrico, la carga en las placas es

$$Q_0 = C_0 V_0 = (20,0 \text{ pF})(40,0 \text{ V}) = 0,8 \text{ nC}.$$

Como la batería se desconecta antes de introducir el dieléctrico, la carga de la placa no se ve afectada por el dieléctrico y se mantiene en 0,8 nC.

- c. Con el dieléctrico, la diferencia de potencial se convierte en

$$V = \frac{1}{\kappa} V_0 = \frac{1}{2,1} 40,0 \text{ V} = 19,0 \text{ V}.$$

- d. La energía almacenada sin el dieléctrico es

$$U_0 = \frac{1}{2} C_0 V_0^2 = \frac{1}{2} (20,0 \text{ pF})(40,0 \text{ V})^2 = 16,0 \text{ nJ}.$$

Con el dieléctrico insertado, utilizamos la [Ecuación 8.12](#) para hallar que la energía almacenada disminuye a

$$U = \frac{1}{\kappa} U_0 = \frac{1}{2,1} 16,0 \text{ nJ} = 7,6 \text{ nJ}.$$

#### Importancia

Observe que el efecto de un dieléctrico sobre la capacitancia de un condensador es un aumento drástico de su capacitancia. Este efecto es mucho más profundo que un simple cambio en la geometría de un condensador.



### COMPRUEBE LO APRENDIDO 8.7

Cuando se introduce un dieléctrico en un condensador aislado y cargado, la energía almacenada disminuye hasta el 33% de su valor original. (a) ¿Cuál es la constante dieléctrica? (b) ¿Cómo cambia la capacitancia?

## 8.5 Modelo molecular de un dieléctrico

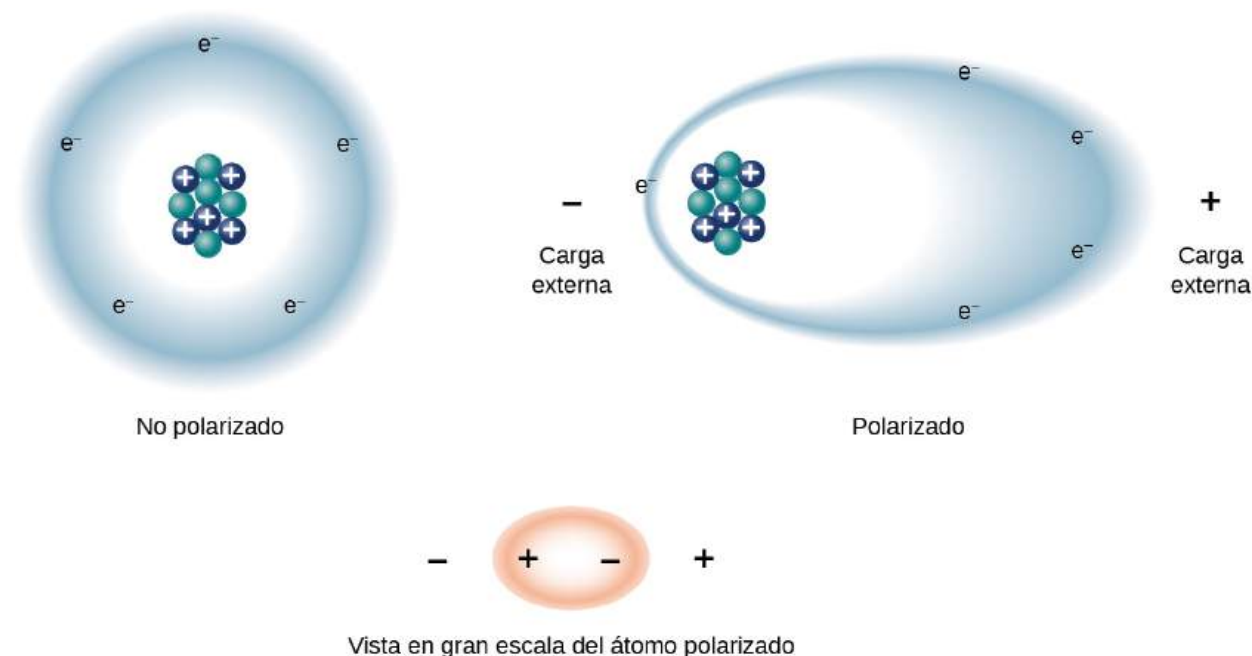
### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar la polarización de un dieléctrico en un campo eléctrico uniforme.
- Describir el efecto de un dieléctrico polarizado sobre el campo eléctrico entre las placas del condensador.
- Explicar la ruptura dieléctrica.

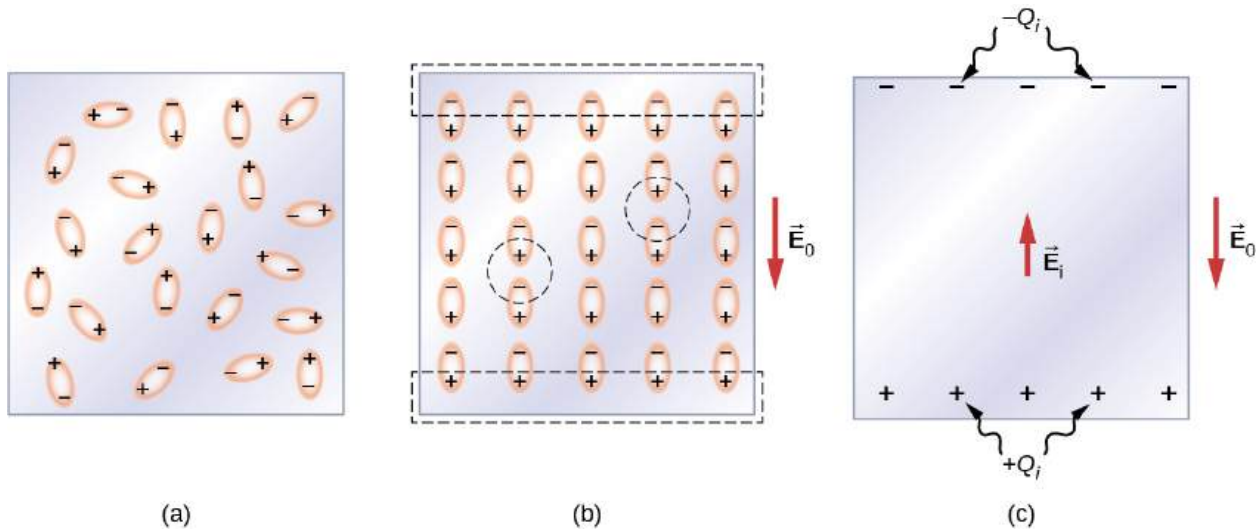
Podemos entender el efecto de un dieléctrico en la capacitancia eléctrica al observar su comportamiento a nivel molecular. Como vimos en capítulos anteriores, en general, todas las moléculas pueden clasificarse como *polares* o *no polares*. Hay una separación neta de cargas positivas y negativas en una molécula polar aislada,

mientras que no hay separación de cargas en una molécula no polar aislada (Figura 8.19). En otras palabras, las moléculas polares tienen *momentos dipolares eléctricos* permanentes y las moléculas no polares, no. Por ejemplo, una molécula de agua es polar y una molécula de oxígeno es no polar. Las moléculas no polares pueden convertirse en polares en presencia de un campo eléctrico externo, lo que se denomina *polarización inducida*.



**FIGURA 8.19** El concepto de polarización: en un átomo o molécula no polarizada, una nube de electrones con carga negativa se distribuye uniformemente alrededor de los centros con carga positiva, mientras que un átomo o molécula polarizada tiene un exceso de carga negativa en un lado, de modo que el otro lado tiene un exceso de carga positiva. Sin embargo, todo el sistema sigue siendo eléctricamente neutro. La polarización de la carga puede deberse a un campo eléctrico externo. Algunas moléculas y átomos están permanentemente polarizados (dipolos eléctricos) incluso en ausencia de un campo eléctrico externo (moléculas y átomos polares).

Consideremos primero un dieléctrico compuesto por moléculas polares. En ausencia de cualquier campo eléctrico externo, los dipolos eléctricos se orientan aleatoriamente, como se ilustra en la Figura 8.20(a). Sin embargo, si el dieléctrico se coloca en un campo eléctrico externo  $\vec{E}_0$ , las moléculas polares se alinean con el campo externo, como se muestra en la parte (b) de la figura. Las cargas opuestas de los dipolos adyacentes dentro del volumen del dieléctrico se neutralizan mutuamente, por lo que no hay carga neta dentro del dieléctrico (véanse los círculos discontinuos en la parte (b)). Sin embargo, este no es el caso muy cerca de las superficies superior e inferior que bordean el dieléctrico (la región delimitada por los rectángulos punteados en la parte (b)), donde la alineación sí produce una carga neta. Dado que el campo eléctrico externo simplemente alinea los dipolos, el dieléctrico en su conjunto es neutro, y las cargas superficiales inducidas en sus caras opuestas son iguales y opuestas. Estas **cargas superficiales inducidas**  $+Q_i$  y  $-Q_i$  producen un campo eléctrico adicional  $\vec{E}_i$  (un **campo eléctrico inducido**), que *se opone* al campo externo  $\vec{E}_0$ , como se ilustra en la parte (c).



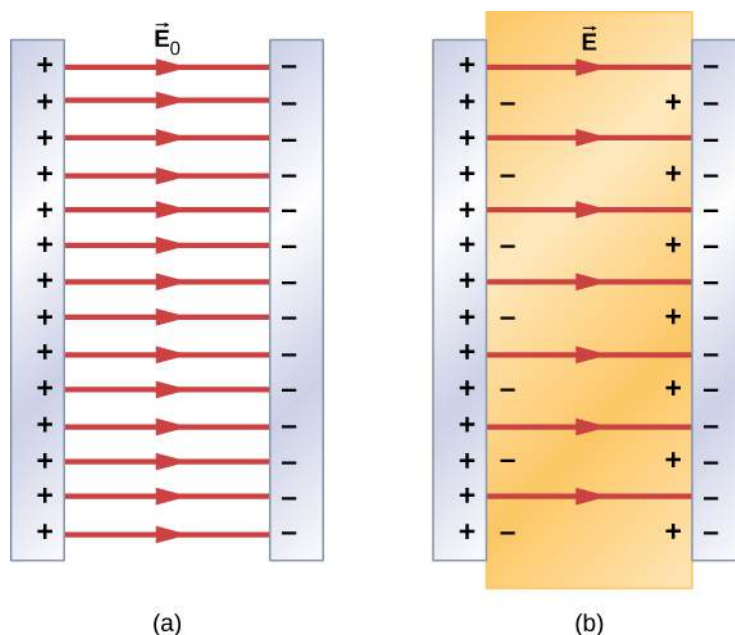
**FIGURA 8.20** Un dieléctrico con moléculas polares: (a) en ausencia de un campo eléctrico externo; (b) en presencia de un campo eléctrico externo  $\vec{E}_0$ . Las líneas discontinuas indican las regiones inmediatamente adyacentes a las placas del condensador. (c) El campo eléctrico inducido  $\vec{E}_i$  dentro del dieléctrico producido por la carga superficial inducida  $Q_i$  del dieléctrico. Observe que, en realidad, las moléculas individuales no están perfectamente alineadas con un campo externo debido a las fluctuaciones térmicas; sin embargo, la alineación *regular* es a lo largo de las líneas de campo, como se muestra.

El mismo efecto se produce cuando las moléculas de un dieléctrico no son polares. En este caso, una molécula no polar adquiere un **momento dipolar inducido eléctrico** porque el campo externo  $\vec{E}_0$  provoca una separación entre sus cargas positivas y negativas. Los dipolos inducidos de las moléculas no polares se alinean con  $\vec{E}_0$  del mismo modo que se alinean los dipolos permanentes de las moléculas polares (mostrado en la parte (b)). Por lo tanto, el campo eléctrico dentro del dieléctrico se debilita independientemente de que sus moléculas sean polares o no polares.

Por lo tanto, cuando la región entre las placas paralelas de un condensador cargado, como el que se muestra en la [Figura 8.21](#)(a), se llena con un dieléctrico, dentro del dieléctrico hay un campo eléctrico  $\vec{E}_0$  gracias a la *carga libre*  $Q_0$  en las placas del condensador y un campo eléctrico  $\vec{E}_i$  debido a la carga inducida  $Q_i$  en las superficies del dieléctrico. Su suma vectorial da el campo eléctrico neto  $\vec{E}$  dentro del dieléctrico entre las placas del condensador (mostrado en la parte (b) de la figura):

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i. \quad 8.13$$

Este campo neto puede considerarse como el campo producido por una *carga efectiva*  $Q_0 - Q_i$  en el condensador.



**FIGURA 8.21** Campo eléctrico: (a) en un condensador vacío, el campo eléctrico  $\vec{E}_0$ . (b) En un condensador relleno de dieléctrico, el campo eléctrico  $\vec{E}$ .

En la mayoría de los dieléctricos, el campo eléctrico neto  $\vec{E}$  es proporcional al campo  $\vec{E}_0$  producido por la carga libre. En términos de estos dos campos eléctricos, la constante dieléctrica  $\kappa$  del material se define como

$$\kappa = \frac{E_0}{E}. \quad 8.14$$

Dado que  $\vec{E}_0$  y  $\vec{E}_i$  apuntan en direcciones opuestas, la magnitud  $E$  es menor que la magnitud  $E_0$  y, por lo tanto,  $\kappa > 1$ . Al combinar la [Ecuación 8.14](#) con la [Ecuación 8.13](#), y al reordenar los términos, se obtiene la siguiente expresión para el campo eléctrico inducido en un dieléctrico:

$$\vec{E}_i = \left( \frac{1}{\kappa} - 1 \right) \vec{E}_0. \quad 8.15$$

Cuando la magnitud de un campo eléctrico externo es demasiado grande, las moléculas del material dieléctrico comienzan a ionizarse. Una molécula o un átomo se ionizan cuando uno o más electrones se desprenden de ellos y se convierten en electrones libres, que ya no están unidos a la estructura molecular o atómica. Cuando esto sucede, el material puede conducir, permitiendo así que la carga se mueva a través del dieléctrico de una placa del condensador a la otra. Este fenómeno se denomina **ruptura dieléctrica** (la [Figura 8.1](#) muestra patrones típicos de trayectorias aleatorias de descarga eléctrica durante la ruptura dieléctrica). El valor crítico,  $E_c$ , del campo eléctrico al que se ionizan las moléculas de un aislante se denomina **resistencia dieléctrica** del material. La resistencia dieléctrica impone un límite al voltaje que puede aplicarse para una determinada separación de placas en un condensador. Por ejemplo, la resistencia dieléctrica del aire es  $E_c = 3,0 \text{ MV/m}$ , por lo que para un condensador lleno de aire con una separación de placas de  $d = 1,00 \text{ mm}$ , el límite de la diferencia de potencial que puede aplicarse con seguridad a través de sus placas sin provocar una ruptura dieléctrica es  $V = E_c d = (3,0 \times 10^6 \text{ V/m})(1,00 \times 10^{-3} \text{ m}) = 3,0 \text{ kV}$ .

Sin embargo, este límite se convierte en 60,0 kV cuando el mismo condensador se llena de Teflon™, cuya resistencia dieléctrica es de aproximadamente 60,0 MV/m. Debido a este límite impuesto por la resistencia dieléctrica, la cantidad de carga que puede almacenar un condensador lleno de aire es solo  $Q_0 = \kappa_{\text{aire}} C_0(3,0 \text{ kV})$  y la carga almacenada en el mismo condensador relleno de Teflon™ puede ser de hasta

$$Q = \kappa_{\text{teflón}} C_0(60,0 \text{ kV}) = \kappa_{\text{teflón}} \frac{Q_0}{\kappa_{\text{aire}}(3,0 \text{ kV})}(60,0 \text{ kV}) = 20 \frac{\kappa_{\text{teflón}}}{\kappa_{\text{aire}}} Q_0 = 20 \frac{2,1}{1,00059} Q_0 \cong 42 Q_0,$$

que es unas 42 veces mayor que la carga almacenada en un condensador lleno de aire. Los valores típicos de las constantes dieléctricas y las resistencias dieléctricas de varios materiales se indican en la [Tabla 8.1](#). Observe que la constante dieléctrica  $\kappa$  es exactamente 1,0 para el vacío (el espacio vacío sirve como condición de referencia) y muy cercano a 1,0 para el aire en condiciones normales (presión normal a temperatura ambiente). Estos dos valores son tan cercanos que, de hecho, las propiedades de un condensador lleno de aire son esencialmente las mismas que las de un condensador vacío.

Material	Constante dieléctrica $\kappa$	Resistencia dieléctrica $E_c [ \times 10^6 \text{ V/m} ]$
Vacío	1	$\infty$
Aire seco (1 atm)	1,00059	3,0
Teflon™	2,1	60 a 173
Parafina	2,3	11
Aceite de silicona	2,5	10 a 15
Poliestireno	2,56	19,7
Nylon	3,4	14
Papel	3,7	16
Cuarzo fundido	3,78	8
Vidrio	4 a 6	9,8 a 13,8
Hormigón	4,5	–
Baquelita	4,9	24
Diamante	5,5	2.000
Vidrio Pyrex	5,6	14
Mica	6,0	118
Goma de neopreno	6,7	15,7 a 26,7
Agua	80	–
Ácido sulfúrico	84 a 100	–
Dióxido de titanio	86 a 173	–
Titanato de estroncio	310	8
Titanato de bario	De 1.200 a 10.000	–

Material	Constante dieléctrica $\kappa$	Resistencia dieléctrica $E_c [ \times 10^6 \text{ V/m} ]$
Titanato de calcio y cobre	> 250.000	–

**TABLA 8.1** Valores representativos de las constantes dieléctricas y las resistencias dieléctricas de varios materiales a temperatura ambiente

No todas las sustancias de la tabla son buenos aislantes, a pesar de sus elevadas constantes dieléctricas. El agua, por ejemplo, está formada por moléculas polares y tiene una gran constante dieléctrica de aproximadamente 80. Es más probable que en una molécula de agua los electrones se encuentren alrededor del núcleo de oxígeno que alrededor de los núcleos de hidrógeno. Esto hace que el extremo de oxígeno de la molécula sea ligeramente negativo y deja el extremo de hidrógenos ligeramente positivo, lo que hace que la molécula se alinee fácilmente a lo largo de un campo eléctrico externo y, por lo tanto, el agua tiene una gran constante dieléctrica. Sin embargo, la naturaleza polar de las moléculas de agua también hace que esta sea un buen disolvente para muchas sustancias, lo que produce efectos indeseables, porque cualquier concentración de iones libres en el agua conduce la electricidad.



### EJEMPLO 8.11

#### Campo eléctrico y carga superficial inducida

Supongamos que la distancia entre las placas del condensador en el [Ejemplo 8.10](#) es de 2,0 mm y el área de cada placa es  $4,5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ . Determine: (a) el campo eléctrico entre las placas antes y después de insertar el Teflon™, y (b) la carga superficial inducida en las superficies de Teflon™.

#### Estrategia

En la parte (a), sabemos que el voltaje en el condensador vacío es  $V_0 = 40 \text{ V}$ , por lo que para calcular los campos eléctricos utilizamos la relación  $V = Ed$  y la [Ecuación 8.14](#). En la parte (b), al conocer la magnitud del campo eléctrico, utilizamos la expresión para la magnitud del campo eléctrico cerca de una placa cargada  $E = \sigma/\epsilon_0$ , donde  $\sigma$  es una densidad de carga superficial uniforme causada por la carga superficial. Utilizamos el valor de la carga libre  $Q_0 = 8,0 \times 10^{-10} \text{ C}$  obtenido en el [Ejemplo 8.10](#).

#### Solución

- a. El campo eléctrico  $E_0$  entre las placas de un condensador vacío es

$$E_0 = \frac{V_0}{d} = \frac{40 \text{ V}}{2,0 \times 10^{-3} \text{ m}} = 2,0 \times 10^4 \text{ V/m.}$$

El campo eléctrico  $E$  con el Teflon™ colocado es

$$E = \frac{1}{\kappa} E_0 = \frac{1}{2,1} 2,0 \times 10^4 \text{ V/m} = 9,5 \times 10^3 \text{ V/m.}$$

- b. La carga efectiva del condensador es la diferencia entre la carga libre  $Q_0$  y la carga inducida  $Q_i$ . El campo eléctrico en el Teflon™ es causado por esta carga efectiva. Por lo tanto,

$$E = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q_0 - Q_i}{A}.$$

Invertimos esta ecuación para obtener  $Q_i$ , lo que da como resultado

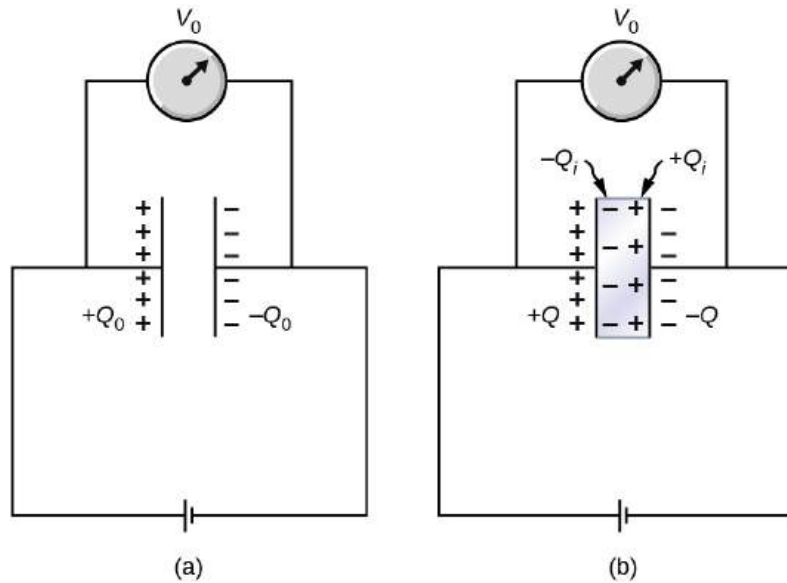
$$\begin{aligned} Q_i &= Q_0 - \epsilon_0 A E \\ &= 8,0 \times 10^{-10} \text{ C} - \left( 8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2} \right) (4,5 \times 10^{-3} \text{ m}^2) (9,5 \times 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}) \\ &= 4,2 \times 10^{-10} \text{ C} = 0,42 \text{ nC.} \end{aligned}$$



## EJEMPLO 8.12

### Inserción de un dieléctrico en un condensador conectado a una batería

Cuando una batería de voltaje  $V_0$  se conecta a través de un condensador vacío de capacitancia  $C_0$ , la carga en sus placas es  $Q_0$ , y el campo eléctrico entre sus placas es  $E_0$ . Un dieléctrico de constante dieléctrica  $\kappa$  se inserta entre las placas *mientras la batería permanece en su lugar*, como se muestra en la [Figura 8.22](#). (a) Calcule la capacitancia  $C$ , el voltaje  $V$  a través del condensador y el campo eléctrico  $E$  entre las placas después de insertar el dieléctrico. (b) Obtenga una expresión para la carga libre  $Q$  en las placas del condensador lleno y la carga inducida  $Q_i$  en la superficie dieléctrica en términos de la carga original de la placa  $Q_0$ .



**FIGURA 8.22** Se inserta un dieléctrico en el condensador cargado mientras este permanece conectado a la batería.

#### Estrategia

Identificamos los valores conocidos  $V_0$ ,  $C_0$ ,  $E_0$ ,  $\kappa$  y  $Q_0$ . Nuestra tarea es expresar los valores desconocidos en términos de estos valores conocidos.

#### Solución

(a) La capacitancia del condensador lleno es  $C = \kappa C_0$ . Como la batería siempre está conectada a las placas del condensador, la diferencia de potencial entre ellas no cambia; por lo tanto,  $V = V_0$ . Por ello, el campo eléctrico en el condensador lleno es el mismo que el campo en el condensador vacío, por lo que podemos obtener directamente que

$$E = \frac{V}{d} = \frac{V_0}{d} = E_0.$$

(b) Para el condensador lleno, la carga libre en las placas es

$$Q = CV = (\kappa C_0)V_0 = \kappa(C_0 V_0) = \kappa Q_0.$$

El campo eléctrico  $E$  en el condensador lleno se debe a la carga efectiva  $Q - Q_i$  ([Figura 8.22\(b\)](#)). Dado que  $E = E_0$ , tenemos

$$\frac{Q - Q_i}{\epsilon_0 A} = \frac{Q_0}{\epsilon_0 A}.$$

Resolviendo esta ecuación para  $Q_i$ , obtenemos para la carga inducida

$$Q_i = Q - Q_0 = \kappa Q_0 - Q_0 = (\kappa - 1)Q_0.$$

**Importancia**

Observe que para materiales con constantes dieléctricas superiores a 2 (vea la [Tabla 8.1](#)), la carga inducida en la superficie del dieléctrico es mayor que la carga en las placas de un condensador de vacío. Lo contrario ocurre con los gases, como el aire, cuya constante dieléctrica es inferior a 2.

---

**✓ Compruebe lo aprendido 8.8**

Siguiendo con el [Ejemplo 8.12](#), demuestre que cuando la batería se conecta a través de las placas la energía almacenada en el condensador lleno de dieléctrico es  $U = \kappa U_0$  (mayor que la energía  $U_0$  de un condensador vacío mantenido al mismo voltaje). Compare este resultado con el resultado  $U = U_0/\kappa$  encontrado anteriormente para un condensador aislado y cargado.

---

**✓ Compruebe lo aprendido 8.9**

Repita los cálculos del [Ejemplo 8.10](#) para el caso en el que la batería permanece conectada mientras el dieléctrico se coloca en el condensador.

---

## Revisión Del Capítulo

### Términos Clave

**campo eléctrico inducido** campo eléctrico en el dieléctrico debido a la presencia de cargas inducidas

**capacitancia** cantidad de carga almacenada por unidad de voltios

**cargas superficiales inducidas** cargas que se producen en una superficie dieléctrica debido a su polarización

**combinación en serie** componentes de un circuito dispuestos en fila uno tras otro en un circuito

**combinación paralela** componentes en un circuito dispuestos con un lado de cada componente conectado a un lado del circuito y los otros lados de los componentes conectados al otro lado del circuito

**condensador** dispositivo que almacena carga eléctrica y energía eléctrica

**condensador de placas paralelas** sistema de dos placas conductoras paralelas idénticas separadas

por una distancia

**constante dieléctrica** factor por el que aumenta la capacitancia cuando se inserta un dieléctrico entre las placas de un condensador

**densidad energética** energía almacenada en un condensador dividida entre el volumen entre las placas

**dieléctrico** material aislante utilizado para rellenar el espacio entre dos placas

**momento dipolar inducido eléctrico** momento dipolar que puede adquirir una molécula no polar cuando se coloca en un campo eléctrico

**resistencia dieléctrica** intensidad crítica del campo eléctrico por encima de la cual las moléculas del aislante comienzan a romperse y el aislante empieza a conducir

**ruptura dieléctrica** fenómeno que se produce cuando un aislante se convierte en conductor en un campo eléctrico intenso

### Ecuaciones Clave

Capacitancia

$$C = \frac{Q}{V}$$

Capacitancia de un condensador de placas paralelas

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

Capacitancia de un condensador esférico de vacío

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

Capacitancia de un condensador cilíndrico de vacío

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln(R_2/R_1)}$$

Capacitancia de una combinación en serie

$$\frac{1}{C_S} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

Capacitancia de una combinación en paralelo

$$C_P = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

Densidad de energía

$$u_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

Energía almacenada en un condensador

$$U_C = \frac{1}{2}V^2 C = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QV$$

Capacitancia de un condensador con dieléctrico

$$C = \kappa C_0$$

Energía almacenada en un condensador aislado con dieléctrico

$$U = \frac{1}{\kappa} U_0$$

Constante dieléctrica

$$\kappa = \frac{E_0}{E}$$

Campo eléctrico inducido en un dieléctrico

$$\vec{E}_i = \left(\frac{1}{\kappa} - 1\right) \vec{E}_0$$

## Resumen

### 8.1 Condensadores y capacitancia

- Un condensador es un dispositivo que almacena una carga eléctrica y energía eléctrica. La cantidad de carga que puede almacenar un condensador de vacío depende de dos factores principales: el voltaje aplicado y las características físicas del condensador, como su tamaño y geometría.
- La capacitancia de un condensador es un parámetro que nos indica la cantidad de carga que se puede almacenar en él por unidad de diferencia de potencial entre sus placas. La capacitancia de un sistema de conductores depende únicamente de la geometría de su disposición y de las propiedades físicas del material aislante que rellena el espacio entre los conductores. La unidad de capacitancia es el faradio, donde  $1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$ .

### 8.2 Condensadores en serie y en paralelo

- Cuando se conectan varios condensadores en una combinación en serie, el recíproco de la capacitancia equivalente es la suma de los recíprocos de las capacitancias individuales.
- Cuando se conectan varios condensadores en una combinación en paralelo, la capacitancia equivalente es la suma de las capacitancias individuales.
- Cuando una red de condensadores contiene una combinación de conexiones en serie y en paralelo, identificamos las redes en serie y en paralelo, y calculamos sus capacitancias equivalentes paso a paso hasta que toda la red se reduce a una capacitancia equivalente.

### 8.3 Energía almacenada en un condensador

- Los condensadores se utilizan para suministrar energía a diversos dispositivos, como desfibriladores, microelectrónica, como calculadoras, y lámparas de flash.
- La energía almacenada en un condensador es el trabajo necesario para cargar el condensador, comenzando sin carga en sus placas. La energía

se almacena en el campo eléctrico en el espacio entre las placas del condensador. Depende de la cantidad de carga eléctrica en las placas y de la diferencia de potencial entre ellas.

- La energía almacenada en una red de condensadores es la suma de las energías almacenadas en los condensadores individuales de la red. Puede calcularse como la energía almacenada en el condensador equivalente de la red.

### 8.4 Condensador con dieléctrico

- La capacitancia de un condensador vacío se incrementa en un factor de  $\kappa$  cuando el espacio entre sus placas está completamente relleno por un dieléctrico con constante dieléctrica  $\kappa$ .
- Cada material dieléctrico tiene su constante dieléctrica específica.
- La energía almacenada en un condensador aislado vacío disminuye en un factor de  $\kappa$  cuando el espacio entre sus placas está completamente lleno de un dieléctrico con constante dieléctrica  $\kappa$ .

### 8.5 Modelo molecular de un dieléctrico

- Cuando se introduce un dieléctrico entre las placas de un condensador, se induce una carga superficial igual y opuesta en las dos caras del dieléctrico. La carga superficial inducida produce un campo eléctrico inducido que se opone al campo de la carga libre en las placas del condensador.
- La constante dieléctrica de un material es la relación entre el campo eléctrico en el vacío y el campo eléctrico neto en el material. Un condensador lleno de dieléctrico tiene una capacitancia mayor que un condensador vacío.
- La resistencia dieléctrica de un aislante representa un valor crítico de campo eléctrico a partir del cual las moléculas de un material aislante comienzan a ionizarse. Cuando esto ocurre, el material puede conducir y se observa la ruptura dieléctrica.

## Preguntas Conceptuales

### 8.1 Condensadores y capacitancia

1. ¿La capacitancia de un dispositivo depende del voltaje aplicado? ¿La capacitancia de un dispositivo depende de la carga que reside en él?
2. ¿Colocaría las placas de un condensador de placas paralelas más juntas o más separadas para aumentar su capacitancia?
3. El valor de la capacitancia es cero si las placas no están cargadas. ¿Verdadero o falso?
4. Si las placas de un condensador tienen áreas diferentes, ¿adquirirán la misma carga cuando el condensador esté conectado a una batería?
5. ¿La capacitancia de un condensador esférico depende de la carga positiva o negativa de la esfera?

### 8.2 Condensadores en serie y en paralelo

6. Si quieres almacenar una gran cantidad de carga en una batería de condensadores, ¿conectarías los condensadores en serie o en paralelo? Explique.
7. ¿Cuál es la máxima capacitancia que se puede obtener conectando tres  $1,0\text{-}\mu\text{F}$  condensadores? ¿Cuál es la capacitancia mínima?

### 8.3 Energía almacenada en un condensador

8. Si quieres almacenar una gran cantidad de energía en una batería de condensadores, ¿conectarías los condensadores en serie o en paralelo? Explique.

### 8.4 Condensador con dieléctrico

9. Analice lo que ocurriría si en el hueco entre las placas del condensador se insertara una losa conductora en vez de un dieléctrico.
10. Analice cómo cambia la energía almacenada en un condensador vacío, pero cargado, cuando se

inserta un dieléctrico si (a) el condensador se aísla para que su carga no cambie; (b) el condensador permanece conectado a una batería para que la diferencia de potencial entre sus placas no cambie.

### 8.5 Modelo molecular de un dieléctrico

11. Distinga entre resistencia dieléctrica y constante dieléctrica.
12. El agua es un buen solvente porque tiene una elevada constante dieléctrica. Explique.
13. El agua tiene una elevada constante dieléctrica. Explique por qué no se utiliza entonces como material dieléctrico en los condensadores.
14. Explique por qué las moléculas de un material dieléctrico experimentan fuerzas netas sobre ellas en un campo eléctrico no uniforme pero no en un campo uniforme.
15. Explique por qué la constante dieléctrica de una sustancia que contiene dipolos eléctricos moleculares permanentes disminuye al aumentar la temperatura.
16. Razone por qué un material dieléctrico aumenta la capacitancia en comparación con lo que sería con aire entre las placas de un condensador. ¿Cómo es que un material dieléctrico también permite aplicar un mayor voltaje a un condensador? (Por lo tanto, el dieléctrico aumenta  $C$  y permite un mayor  $V$ ).
17. Explique cómo el carácter polar de las moléculas de agua ayuda a explicar la constante dieléctrica relativamente grande del agua.
18. Cuando el aire esté húmedo se producirán chispas entre las placas de un condensador lleno de aire a un voltaje menor que cuando esté seco. Discuta por qué, teniendo en cuenta el carácter polar de las moléculas de agua.

## Problemas

### 8.1 Condensadores y capacitancia

19. ¿Qué carga se almacena en un condensador de  $180,0\text{-}\mu\text{F}$  cuando se le aplican  $120,0\text{ V}$ ?
20. Calcule la carga almacenada cuando se aplican  $5,50\text{ V}$  a un condensador de  $8,00\text{ pF}$ .
21. Calcule el voltaje aplicado a un condensador de  $2,00\text{-}\mu\text{F}$  cuando mantiene  $3,10\text{ }\mu\text{C}$  de carga.
22. ¿Qué voltaje debe aplicarse a un condensador de  $8,00\text{ nF}$  para almacenar  $0,160\text{ mC}$  de carga?

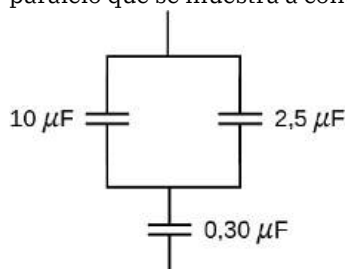
23. ¿Qué capacitancia se necesita para almacenar  $3,00\text{ }\mu\text{C}$  de carga a un voltaje de  $120\text{ V}$ ?
24. ¿Cuál es la capacitancia del terminal de un gran generador Van de Graaff, dado que almacena  $8,00\text{ mC}$  de carga a un voltaje de  $12,0\text{ MV}$ ?
25. Las placas de un condensador de placas paralelas vacío de capacitancia  $5,0\text{ pF}$  están separadas  $2,0\text{ mm}$ . ¿Cuál es el área de cada placa?
26. Un condensador de vacío de  $60,0\text{ pF}$  tiene un

área de placa de  $0,010 \text{ m}^2$ . ¿Cuál es la separación entre sus placas?

27. Un conjunto de placas paralelas tiene una capacitancia de  $5,0 \mu\text{F}$ . ¿Cuánta carga hay que añadir a las placas para aumentar la diferencia de potencial entre ellas en  $100 \text{ V}$ ?
28. Considere que la Tierra es un conductor esférico de radio  $6.400 \text{ km}$  y calcule su capacitancia.
29. Si la capacitancia por unidad de longitud de un condensador cilíndrico es de  $20 \text{ pF/m}$ , ¿cuál es la relación de los radios de los dos cilindros?
30. Un condensador de placas paralelas vacío tiene una capacitancia de  $20 \mu\text{F}$ . ¿Cuánta carga debe escaparse de sus placas para que el voltaje a través de ellas se reduzca en  $100 \text{ V}$ ?

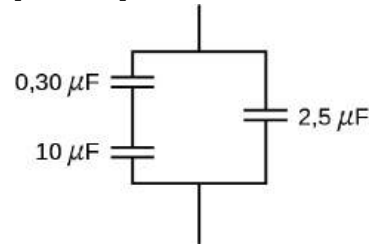
### 8.2 Condensadores en serie y en paralelo

31. Un condensador de  $4,00 \text{ pF}$  está conectado en serie con un condensador de  $8,00 \text{ pF}$  y se aplica una diferencia de potencial de  $400 \text{ V}$  a través del par. (a) ¿Cuál es la carga de cada condensador? (b) ¿Cuál es el voltaje a través de cada condensador?
32. Tres condensadores, con capacitancias de  $C_1 = 2,0 \mu\text{F}$ ,  $C_2 = 3,0 \mu\text{F}$  y  $C_3 = 6,0 \mu\text{F}$ , respectivamente, están conectados en paralelo. Se aplica una diferencia de potencial de  $500 \text{ V}$  a través de la combinación. Determine el voltaje a través de cada condensador y la carga de cada condensador.
33. Calcule la capacitancia total de esta combinación de condensadores en serie y en paralelo que se muestra a continuación.

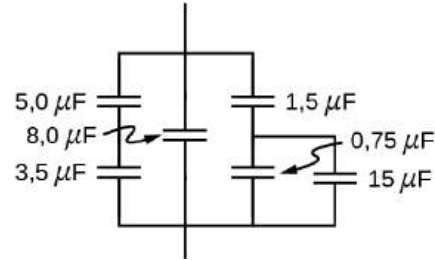


34. Supongamos que necesitas una batería de condensadores con una capacitancia total de  $0,750 \text{ F}$  pero solo tienes condensadores de  $1,50 \text{ mF}$  a su disposición. ¿Cuál es el menor número de condensadores que podría conectar para lograr su meta y cómo los conectaría?
35. ¿Qué capacitancias totales se pueden hacer conectando un  $5,00\text{-}\mu\text{F}$  y un  $8,00\text{-}\mu\text{F}$  condensador?
36. Calcule la capacitancia equivalente de la combinación de condensadores en serie y en

paralelo que se muestra a continuación.



37. Calcule la capacitancia neta de la combinación de condensadores en serie y en paralelo que se muestra a continuación.



38. Un condensador de  $40 \text{ pF}$  se carga hasta una diferencia de potencial de  $500 \text{ V}$ . A continuación se conectan sus terminales a los de un condensador de  $10 \text{ pF}$  sin cargar. Calcule: (a) la carga original en el condensador de  $40 \text{ pF}$ ; (b) la carga en cada condensador después de realizar la conexión; y (c) la diferencia de potencial a través de las placas de cada condensador después de la conexión.
39. Un resistor de  $2,0\text{-}\mu\text{F}$  y un condensador de  $4,0\text{-}\mu\text{F}$  condensador están conectados en serie a través de un potencial de  $1,0 \text{ kV}$ . A continuación, los condensadores cargados se desconectan de la fuente y se conectan entre sí con terminales de signo similar. Halle la carga de cada condensador y el voltaje a través de cada condensador.

### 8.3 Energía almacenada en un condensador

40. ¿Cuánta energía se almacena en un  $8,00\text{-}\mu\text{F}$  condensador cuyas placas están a una diferencia de potencial de  $6,00 \text{ V}$ ?
41. Un condensador tiene una carga de  $2,5 \mu\text{C}$  cuando se conecta a una batería de  $6,0 \text{ V}$ . ¿Cuánta energía se almacena en este condensador?
42. ¿Cuánta energía se almacena en el campo eléctrico de una esfera metálica de radio  $2,0 \text{ m}$  que se mantiene a un potencial de  $10,0 \text{ V}$ ?
43. (a) ¿Cuál es la energía almacenada en el  $10,0\text{-}\mu\text{F}$  condensador de un desfibrilador cardíaco cargado a  $9,00 \times 10^3 \text{ V}$ ? (b) Calcule la cantidad de carga almacenada.

44. En la cirugía a corazón abierto, una cantidad mucho menor de energía desfibrilará el corazón. (a) ¿Qué voltaje se aplica al  $8,00\text{-}\mu\text{F}$  condensador de un desfibrilador cardíaco que almacena  $40,0\text{ J}$  de energía? (b) Calcule la cantidad de carga almacenada.
45. Un resistor de  $165\text{-}\mu\text{F}$  condensador se utiliza junto con un motor de corriente continua (direct current, dc). ¿Cuánta energía se almacena en él cuando se aplican  $119\text{ V}$ ?
46. Suponga que tiene una batería de  $9,00\text{ V}$ , una  $2,00\text{-}\mu\text{F}$  condensador, y un  $7,40\text{-}\mu\text{F}$  condensador. (a) Calcule la carga y la energía almacenada si los condensadores están conectados a la batería en serie. (b) Haga lo mismo para una conexión en paralelo.
47. Un físico inquieto se preocupa de que los dos estantes metálicos de una librería con marco de madera puedan obtener un alto voltaje si se cargan con electricidad estática, quizás producida por la fricción. (a) ¿Cuál es la capacitancia de los estantes vacíos si tienen área  $1,00 \times 10^2\text{ m}^2$  y están separadas  $0,200\text{ m}$ ? (b) ¿Cuál es el voltaje entre ellas si se colocan cargas opuestas de magnitud  $2,00\text{ nC}$ ? (c) Para demostrar que este voltaje supone un pequeño peligro, calcule la energía almacenada. (d) Las estanterías reales tienen una superficie 100 veces menor que estas hipotéticas estanterías con una conexión al mismo voltaje. ¿Están justificados sus temores?
48. Un condensador de placas paralelas está formado por dos placas cuadradas de  $25\text{ cm}$  de lado y separadas  $1,0\text{ mm}$ . El condensador está conectado a una batería de  $50,0\text{ V}$ . Con la batería aún conectada, se separan las placas hasta una separación de  $2,00\text{ mm}$ . ¿Cuáles son las energías almacenadas en el condensador antes y después de separar las placas? ¿Por qué disminuye la energía a pesar de que se realiza trabajo al separar las placas?
49. Supongamos que la capacitancia de un condensador variable puede cambiarse manualmente de  $100\text{ pF}$  a  $800\text{ pF}$  girando un dial, conectado a un conjunto de placas por un eje, de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ . Con el dial puesto en  $180^\circ$  (correspondiente a  $C = 800\text{ pF}$ ), el condensador se conecta a una fuente de  $500\text{ V}$ . Después de la carga, el condensador se desconecta de la fuente, y el dial se gira a  $0^\circ$ . Si la fricción es despreciable, ¿cuánto trabajo se requiere para girar el dial de  $180^\circ$  a  $0^\circ$ ?

#### 8.4 Condensador con dieléctrico

50. Demuestre que para un material dieléctrico dado, la energía máxima que puede almacenar un condensador de placas paralelas es directamente proporcional al volumen de dieléctrico.
51. Un condensador lleno de aire está formado por dos placas planas paralelas separadas  $1,0\text{ mm}$ . La superficie interior de cada placa es  $8,0\text{ cm}^2$ . (a) ¿Cuál es la capacitancia de este conjunto de placas? (b) Si la región entre las placas se rellena con un material cuya constante dieléctrica es  $6,0$ , ¿cuál es la nueva capacitancia?
52. Un condensador está formado por dos esferas concéntricas, una de radio  $5,00\text{ cm}$  y otra de radio  $8,00\text{ cm}$ . (a) ¿Cuál es la capacitancia de este conjunto de conductores? (b) Si la región entre los conductores se rellena con un material cuya constante dieléctrica es  $6,00$ , ¿cuál es la capacitancia del sistema?
53. Un condensador de placas paralelas tiene una carga de magnitud  $9,00\text{ }\mu\text{C}$  en cada placa y la capacitancia  $3,00\text{ }\mu\text{F}$  cuando hay aire entre las placas. Las placas están separadas por  $2,00\text{ mm}$ . Con la carga en las placas mantenida constante, un dieléctrico con  $\kappa = 5$  se inserta entre las placas, llenando completamente el volumen entre las placas. (a) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas del condensador, antes y después de insertar el dieléctrico? (b) ¿Cuál es el campo eléctrico en el punto medio entre las placas antes y después de insertar el dieléctrico?
54. Algunas paredes celulares del cuerpo humano tienen una capa de carga negativa en la superficie interior. Supongamos que las densidades de carga superficial son  $\pm 0,50 \times 10^{-3}\text{ C/m}^2$ , la pared celular es  $5,0 \times 10^{-9}\text{ m}$  de espesor, y el material de la pared celular tiene una constante dieléctrica de  $\kappa = 5,4$ . (a) Calcule la magnitud del campo eléctrico en la pared entre dos capas de carga. (b) Calcule la diferencia de potencial entre el interior y el exterior de la célula. ¿Cuál está a mayor potencial? (c) Una célula típica del cuerpo humano tiene un volumen  $10^{-16}\text{ m}^3$ . Estime la energía total del campo eléctrico almacenada en la pared de una célula de este tamaño, suponiendo que la célula es esférica. (Pista: Calcule el volumen de la pared celular).
55. Un condensador de placas paralelas con solo

aire entre sus placas se carga conectando el condensador a una batería. A continuación, el condensador se desconecta de la batería, sin que la carga salga de las placas. (a) Un voltímetro marca 45,0 V cuando se coloca a través del condensador. Cuando se introduce un dieléctrico entre las placas, llenando completamente el espacio, el voltímetro marca 11,5 V. ¿Cuál es la constante dieléctrica del material? (b) ¿Qué marcará el voltímetro si ahora se retira el dieléctrico para que llene solo un tercio del espacio entre las placas?

### 8.5 Modelo molecular de un dieléctrico

56. Dos placas planas que contienen cargas iguales y opuestas están separadas por un material de 4,0 mm de espesor con una constante dieléctrica de 5,0. Si el campo eléctrico en el dieléctrico es de 1,5 MV/m, ¿cuáles son (a) la densidad de carga en las placas del condensador y (b) la densidad de carga inducida en las superficies del dieléctrico?
57. Para un condensador de placas paralelas relleno de Teflon™, el área de la placa es  $50,0 \text{ cm}^2$  y la separación entre las placas es de 0,50 mm. Si el condensador está conectado a una batería de 200 V, calcule (a) la carga libre en las placas del condensador, (b) el campo eléctrico en el dieléctrico y (c) la carga inducida en las superficies del dieléctrico.
58. Calcule la capacitancia de un condensador de placas paralelas con una superficie de  $5,00 \text{ m}^2$  y separados por 0,100 mm de Teflon™.
59. (a) ¿Cuál es la capacitancia de un condensador de placas paralelas con placas de área  $1,50 \text{ m}^2$  que están separadas por 0,0200 mm de goma de neopreno? (b) ¿Qué carga mantiene cuando se le aplican 9,00 V?
60. Dos placas paralelas tienen cargas iguales y opuestas. Cuando se evacua el espacio entre las placas, el campo eléctrico es  $E = 3,20 \times 10^5 \text{ V/m}$ . Cuando el espacio está lleno de dieléctrico, el campo eléctrico es  $E = 2,50 \times 10^5 \text{ V/m}$ . (a) ¿Cuál es la densidad de carga superficial en cada superficie del dieléctrico? (b) ¿Cuál es la constante dieléctrica?
61. El dieléctrico que se utilizará en un condensador de placas paralelas tiene una constante dieléctrica de 3,60 y una resistencia dieléctrica de  $1,60 \times 10^7 \text{ V/m}$ . El condensador debe tener una capacitancia de 1,25 nF y debe ser capaz de soportar una diferencia de potencial máxima de 5,5 kV. ¿Cuál es la superficie mínima que pueden tener las placas del condensador?
62. Cuando se conecta un condensador de aire de 360 nF a una fuente de energía, la energía almacenada en el condensador es 18,5  $\mu\text{J}$ . Mientras el condensador está conectado a la fuente de energía, se inserta una placa de dieléctrico que rellena completamente el espacio entre las placas. Esto aumenta la energía almacenada en 23,2  $\mu\text{J}$ . (a) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas del condensador? (b) ¿Cuál es la constante dieléctrica de la losa?
63. Un condensador de placas paralelas tiene placas cuadradas de 8,00 cm de lado y 3,80 mm de separación. El espacio entre las placas se rellena completamente con dos placas cuadradas de dieléctrico, cada una de 8,00 cm de lado y 1,90 mm de grosor. Una placa es de vidrio Pyrex y la otra de poliestireno. Si la diferencia de potencial entre las placas es de 86,0 V, calcule cuánta energía eléctrica puede almacenarse en este condensador.

### Problemas Adicionales

64. Un condensador está formado por dos placas planas paralelas colocadas a 0,40 mm de distancia. Cuando una carga de  $0,020 \mu\text{C}$  se coloca en las placas la diferencia de potencial entre ellas es de 250 V. (a) ¿Cuál es la capacitancia de las placas? (b) ¿Cuál es el área de cada placa? (c) ¿Cuál es la carga de las placas cuando la diferencia de potencial entre ellas es de 500 V? (d) ¿Qué diferencia de potencial máxima puede aplicarse entre las placas para que la magnitud de los campos eléctricos entre las placas no supere los 3,0 MV/m?
65. Un condensador de placas paralelas lleno de aire (vacío) está formado por dos placas cuadradas de 25 cm de lado y separadas 1,0 mm. El condensador se conecta a una batería de 50 V y se carga completamente. A continuación, se desconecta de la batería y se separan sus placas hasta alcanzar una separación de 2,00 mm. (a) ¿Cuál es la capacitancia de este nuevo condensador? (b) ¿Cuál es la carga de cada placa? (c) ¿Cuál es el campo eléctrico entre las



placas?

66. Supongamos que la capacitancia de un condensador variable puede cambiarse manualmente de 100 a 800 pF girando un dial conectado a un conjunto de placas mediante un eje, de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ . Con el dial puesto en  $180^\circ$  (correspondiente a  $C = 800$  pF), el condensador se conecta a una fuente de 500 V. Después de la carga, el condensador se desconecta de la fuente, y el dial se gira a  $0^\circ$ . (a) ¿Cuál es la carga del condensador? (b) ¿Cuál es el voltaje a través del condensador cuando el dial se pone en  $0^\circ$ ?
67. La Tierra puede considerarse como un condensador esférico con dos placas, donde la placa negativa es la superficie de la Tierra y la placa positiva es el fondo de la ionósfera, que se encuentra a una altura de aproximadamente 70 km. La diferencia de potencial entre la superficie de la Tierra y la ionósfera es de unos 350.000 V. (a) Calcule la capacitancia de este sistema. (b) Calcule la carga total de este condensador. (c) Calcule la energía almacenada en este sistema.
68. Un condensador de  $4,00\text{-}\mu\text{F}$  y un condensador de  $6,00\text{-}\mu\text{F}$  están conectados en paralelo a través de una línea de energía de 600 V. (a) Calcule la carga en cada condensador y el voltaje a través de cada uno. (b) Los condensadores cargados se desconectan de la línea y entre sí. A continuación, se vuelven a conectar entre sí con terminales de signo distinto. Calcule la carga final de cada condensador y el voltaje a través de cada uno.
69. Tres condensadores con capacitancias de 8,40, 8,40 y  $4,20\ \mu\text{F}$ , respectivamente, están conectados en serie a través de una diferencia de potencial de 36,0 V. (a) ¿Cuál es la carga en el condensador de  $4,20\text{-}\mu\text{F}$ ? (b) Los condensadores se desconectan de la diferencia de potencial sin permitir que se descarguen. A continuación, se vuelven a conectar en paralelo con las placas cargadas positivamente conectadas entre sí. ¿Cuál es el voltaje en cada condensador de la combinación en paralelo?
70. Un condensador de placas paralelas con capacitancias  $5,0\ \mu\text{F}$  se carga con una batería de 12,0 V, tras lo cual se desconecta la batería. Determine el trabajo mínimo necesario para aumentar la separación entre las placas en un factor de 3.
71. (a) ¿Cuánta energía se almacena en los campos eléctricos de los condensadores (en total) que se muestran a continuación? (b) ¿Esta energía es

igual al trabajo realizado por la fuente de 400 V al cargar los condensadores?

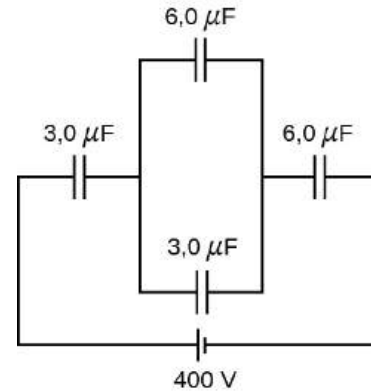


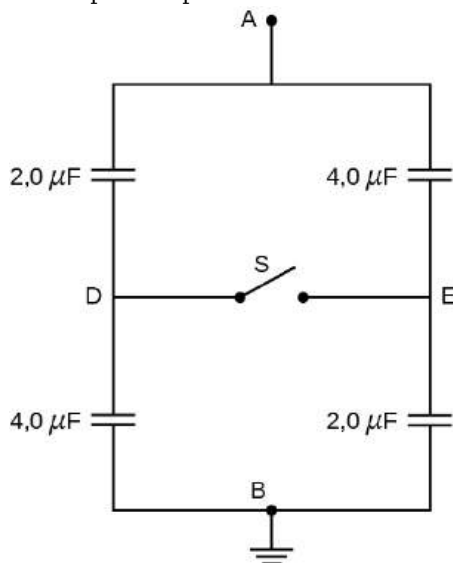
FIGURA 8.23

72. Tres condensadores con capacitancias de 8,4, 8,4 y  $4,2\ \mu\text{F}$  están conectados en serie a través de una diferencia de potencial de 36,0 V. (a) ¿Cuál es la energía total almacenada en los tres condensadores? (b) Los condensadores se desconectan de la diferencia de potencial sin permitir que se descarguen. A continuación, se vuelven a conectar en paralelo con las placas cargadas positivamente conectadas entre sí. ¿Cuál es la energía total almacenada ahora en los condensadores?
73. (a) Un condensador de  $8,00\text{-}\mu\text{F}$  está conectado en paralelo a otro condensador, lo que produce una capacitancia total de  $5,00\ \mu\text{F}$ . ¿Cuál es la capacitancia del segundo condensador? (b) ¿Qué no es razonable en este resultado? (c) ¿Qué suposiciones no son razonables o son incoherentes?
74. (a) En un día determinado, toma  $9,60 \times 10^3$  J de energía eléctrica para arrancar el motor de un camión. Calcule la capacitancia de un condensador que pudiera almacenar esa cantidad de energía a 12,0 V. (b) ¿Qué no es razonable en este resultado? (c) ¿Qué suposiciones son responsables?
75. (a) Un determinado condensador de placas paralelas tiene placas de área  $4,00\ \text{m}^2$ , separados por 0,0100 mm de nylon, y almacena 0,170 C de carga. ¿Cuál es el voltaje aplicado? (b) ¿Qué es lo que no es razonable en este resultado? (c) ¿Qué suposiciones son responsables o incoherentes?
76. Un bromista aplica 450 V a un condensador de  $80,0\text{-}\mu\text{F}$  y luego lo lanza a una víctima desprevenida. El dedo de la víctima se quema por la descarga del condensador a través de 0,200 g de piel. Haga una estimación, ¿cuál es el aumento de temperatura de la piel? ¿Es

razonable suponer que no se ha producido

### Problemas De Desafío

- 77.** Un condensador esférico está formado por dos esferas conductoras concéntricas separadas por el vacío. La esfera interior tiene un radio de 12,5 cm y la exterior de 14,8 cm. Se aplica una diferencia de potencial de 120 V al condensador. (a) ¿Cuál es la capacitancia del condensador? (b) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico en  $r = 12,6$  cm, justo fuera de la esfera interior? (c) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico en  $r = 14,7$  cm, justo dentro de la esfera exterior? (d) Para un condensador de placas paralelas el campo eléctrico es uniforme en la región entre las placas, excepto cerca de sus bordes. ¿Esto también es cierto para un condensador esférico?
- 78.** En la red de condensadores que se muestra a continuación están todos descargados cuando se aplica un potencial de 300 V entre los puntos A y B con el interruptor S abierto. (a) ¿Cuál es la diferencia de potencial  $V_E - V_D$ ? (b) ¿Cuál es el potencial en el punto E después de cerrar el interruptor? (c) ¿Cuánta carga fluye a través del interruptor después de cerrarlo?

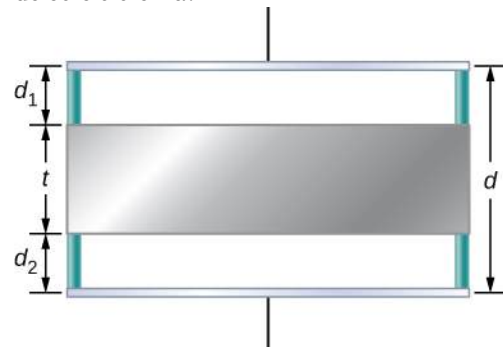


- 79.** Los flashes electrónicos para cámaras contienen un condensador para almacenar la energía utilizada para producir el flash. En una de estas unidades el destello dura  $1/675$  fracciones de segundo con una potencia lumínica media de 270 kW. (a) Si la conversión de energía eléctrica en luz es eficiente en un 95 % (porque el resto de la energía se destina a energía térmica), ¿cuánta energía debe almacenarse en el condensador para un

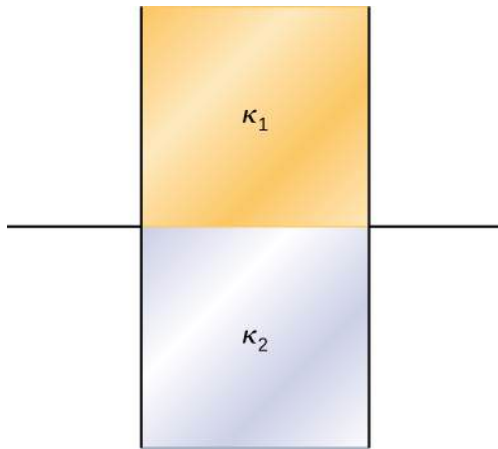
ningún cambio de fase termodinámico?

destello? (b) El condensador tiene una diferencia de potencial entre sus placas de 125 V cuando la energía almacenada es igual al valor almacenado en la parte (a). ¿Cuál es la capacitancia?

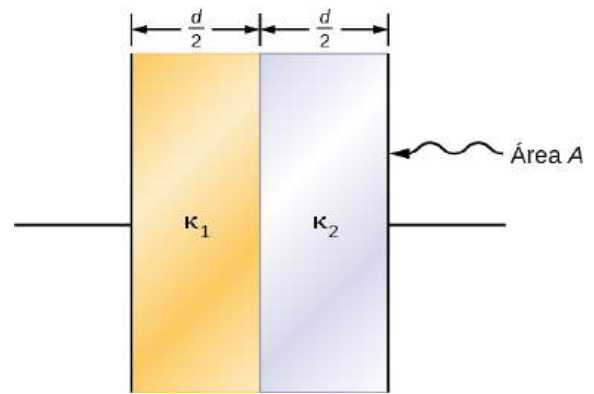
- 80.** Un condensador esférico está formado por dos capas conductoras esféricas concéntricas separadas por el vacío. La esfera interior tiene un radio de 12,5 cm y la exterior de 14,8 cm. Se aplica una diferencia de potencial de 120 V al condensador. (a) ¿Cuál es la densidad de energía a  $r = 12,6$  cm, justo fuera de la esfera interior? (b) ¿Cuál es la densidad de energía en  $r = 14,7$  cm, justo dentro de la esfera exterior? (c) Para el condensador de placas paralelas la densidad de energía es uniforme en la región entre las placas, excepto cerca de sus bordes. ¿Esto también es cierto para el condensador esférico?
- 81.** Una placa de metal de grosor  $t$  está sujeta entre dos placas de condensador por medio de clavijas de plástico, como se muestra a continuación. El efecto de las clavijas en la capacitancia es insignificante. El área de cada placa del condensador y el área de las superficies superior e inferior de la placa insertada son todas  $A$ . ¿Cuál es la capacitancia de este sistema?



- 82.** Un condensador de placas paralelas está lleno de dos dieléctricos, como se muestra a continuación. Cuando el área de las placas es  $A$  y la separación entre ellas es  $d$ , demuestre que la capacitancia está dada por
- $$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2}.$$



- 83.** Un condensador de placas paralelas está lleno de dos dieléctricos, como se muestra a continuación. Demuestre que la capacitancia viene dada por  $C = 2\epsilon_0 \frac{A}{d} \frac{\kappa_1 \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2}$ .

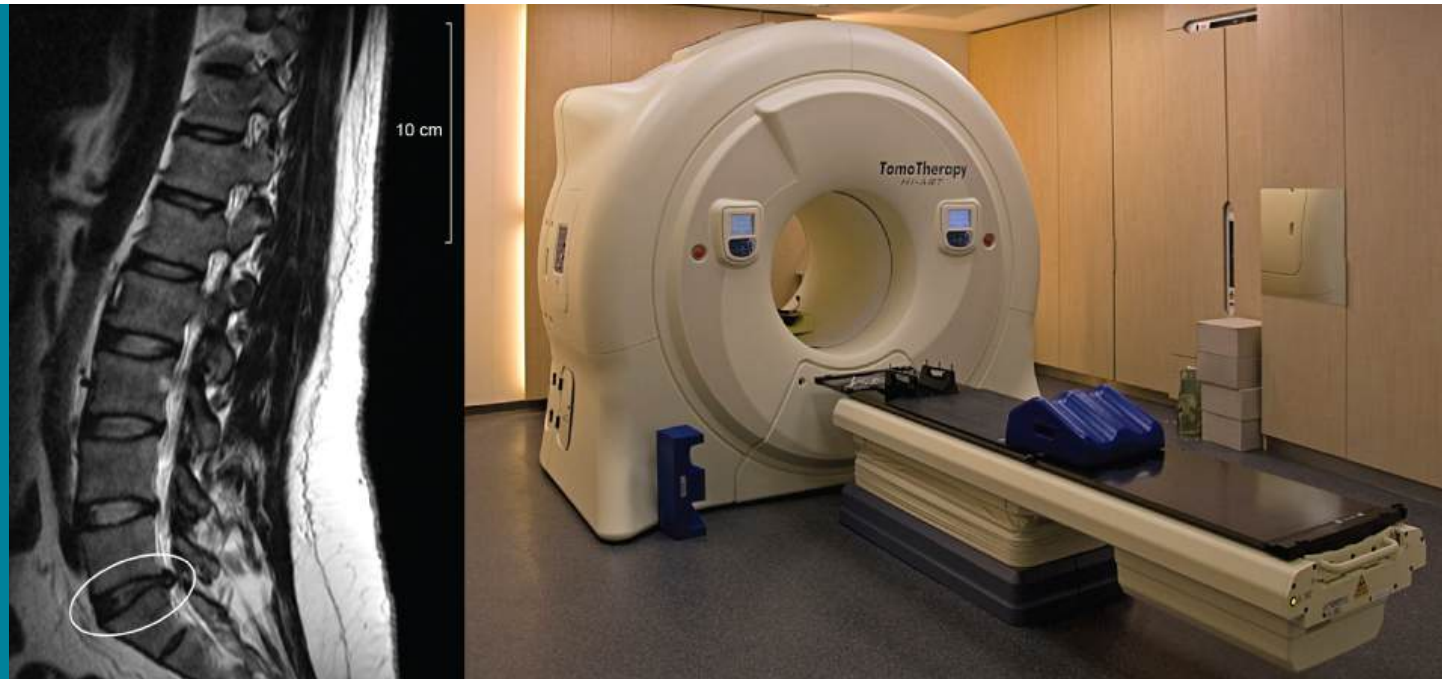


- 84.** Un condensador tiene placas paralelas de área  $12 \text{ cm}^2$  separados por  $2,0 \text{ mm}$ . El espacio entre las placas está relleno de poliestireno. (a) Calcule el voltaje máximo admisible a través del condensador para evitar la ruptura dieléctrica. (b) Cuando el voltaje es igual al valor hallado en la parte (a), calcule la densidad de carga superficial en la superficie del dieléctrico.



# CAPÍTULO 9

## Corriente y resistencia



**Figura 9.1** La resonancia magnética (IRM) utiliza imanes superconductores y produce imágenes de alta resolución sin el peligro de la radiación. La imagen de la izquierda muestra la separación de las vértebras a lo largo de una columna vertebral humana, con el círculo indicando dónde las vértebras están demasiado cerca debido a una rotura discal. A la derecha hay una imagen del instrumento de IRM, el cual rodea al paciente por todos los lados. Se necesita una gran cantidad de corriente eléctrica para hacer funcionar los electroimanes (crédito a la derecha: modificación del trabajo de "digital cat"/Flickr).

### ESQUEMA DEL CAPITULO

#### 9.1 Corriente eléctrica

#### 9.2 Modelo de conducción en metales

#### 9.3 Resistividad y resistencia

#### 9.4 Ley de Ohm

#### 9.5 Energía eléctrica y potencia

#### 9.6 Superconductores

**INTRODUCCIÓN** En este capítulo estudiamos la corriente eléctrica a través de un material, donde la corriente eléctrica es la velocidad de flujo de la carga. También examinamos una característica de los materiales conocida como la resistencia. La resistencia es una medida de cuánto impide un material el flujo de carga, y se demostrará que la resistencia depende de la temperatura. En general, un buen conductor, como el cobre, el oro o la plata, tiene una resistencia muy baja. Algunos materiales, llamados superconductores, tienen una resistencia cero a temperaturas muy bajas.

Para el funcionamiento de los electroimanes se necesitan corrientes elevadas. Con los superconductores se pueden fabricar electroimanes 10 veces más potentes que los electroimanes convencionales. Estos imanes superconductores se emplean en la construcción de dispositivos de resonancia magnética (IRM) que permiten obtener imágenes de alta resolución del cuerpo humano. La imagen que abre el capítulo muestra una IRM de

las vértebras de un sujeto humano así como el dispositivo de IRM. Los imanes superconductores tienen muchos otros usos. Por ejemplo, en el Gran Colisionador de Hadrones (Large Hadron Collider, LHC) se utilizan imanes superconductores para curvar la trayectoria de los protones en el anillo.

## 9.1 Corriente eléctrica

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Describir una corriente eléctrica.
- Definir la unidad de corriente eléctrica.
- Explicar el sentido del flujo de la corriente.

Hasta ahora, hemos considerado principalmente las cargas estáticas. Cuando las cargas se movían, se aceleraban en respuesta a un campo eléctrico creado por una diferencia de voltaje. Las cargas perdieron energía potencial y ganaron energía cinética al atravesar una diferencia de potencial en la que el campo eléctrico hizo trabajo sobre la carga.

Aunque las cargas no necesitan un material para fluir, la mayor parte de este capítulo trata de entender el movimiento de las cargas a través de un material. La velocidad a la que las cargas pasan por un lugar —es decir, la cantidad de carga por unidad de tiempo— se conoce como *corriente eléctrica*. Cuando las cargas fluyen a través de un medio, la corriente depende del voltaje aplicado, del material por el que fluyen las cargas y del estado del material. Resulta especialmente interesante el movimiento de las cargas en un cable conductor. En los capítulos anteriores, las cargas se aceleraban debido a la fuerza proporcionada por un campo eléctrico, perdiendo energía potencial y ganando energía cinética. En este capítulo se discute la situación de la fuerza proporcionada por un campo eléctrico en un conductor, donde las cargas pierden energía cinética hacia el material alcanzando una velocidad constante, conocida como "*velocidad de deriva*". Esto es análogo a un objeto que cae a través de la atmósfera y pierde energía cinética con el aire, alcanzando una velocidad terminal constante.

Si alguna vez ha asistido a un curso de primeros auxilios o de seguridad, habrá oído que, en caso de descarga eléctrica, es la corriente, y no el voltaje, el factor importante sobre la gravedad de la descarga y la cantidad de daños en el cuerpo humano. La corriente se mide en unidades denominadas amperios; es posible que se haya dado cuenta de que los disyuntores de su casa y los fusibles de su automóvil están clasificados en amperios (amp). Pero, ¿qué es el amperio y qué mide?

### Definición de la corriente y el amperio

La corriente eléctrica se define como la velocidad a la que fluye la carga. Cuando hay una gran corriente presente, como la que se utiliza para hacer funcionar un frigorífico, una gran cantidad de carga se mueve a través del cable en una pequeña cantidad de tiempo. Si la corriente es pequeña, como la que se utiliza para hacer funcionar una calculadora de mano, una pequeña cantidad de carga se mueve a través del circuito durante un largo periodo.

#### Corriente eléctrica

La corriente eléctrica media  $I$  es la velocidad a la que fluye la carga,

$$I_{\text{media}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}, \quad 9.1$$

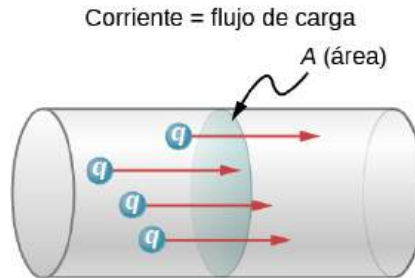
donde  $\Delta Q$  es la cantidad de carga neta que pasa a través de un área transversal determinada en el tiempo  $\Delta t$  (Figura 9.2). La unidad del SI para la corriente es el **amperio** (A), llamado así por el físico francés André-Marie Ampère (1775-1836). Dado que  $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ , vemos que un amperio se define como un culombio de carga que pasa por un área determinada por segundo:

$$1 \text{ A} \equiv 1 \frac{\text{C}}{\text{s}}. \quad 9.2$$

La corriente eléctrica instantánea, o simplemente la **corriente eléctrica**, es la derivada temporal de la carga que fluye y se calcula tomando el límite de la corriente eléctrica media como  $\Delta t \rightarrow 0$ :

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}. \quad 9.3$$

La mayoría de los aparatos eléctricos están clasificados en amperios (o amperios) necesarios para su correcto funcionamiento, al igual que los fusibles y los disyuntores.



**FIGURA 9.2** La velocidad de flujo de la carga es la corriente. Un amperio es el flujo de un culombio de carga a través de un área en un segundo. Una corriente de un amperio resultaría de  $6,25 \times 10^{18}$  electrones que fluyen a través del área  $A$  cada segundo.

### EJEMPLO 9.1

#### Cálculo de la corriente media

El propósito principal de una batería en un automóvil o camión es hacer funcionar el motor de arranque eléctrico, que arranca el motor. La operación de arranque del vehículo requiere que la batería suministre una gran corriente. Una vez que el motor se pone en marcha, un dispositivo llamado alternador se encarga de suministrar la energía eléctrica necesaria para el funcionamiento del vehículo y para cargar la batería.

(a) ¿Cuál es la corriente media implicada cuando la batería de un camión pone en movimiento 720 C de carga en 4,00 s al arrancar un motor? (b) ¿Cuánto tiempo tarda 1,00 C de carga en salir de la batería?

#### Estrategia

Podemos utilizar la definición de la corriente media en la ecuación  $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$  para calcular la corriente media en la parte (a), ya que la carga y el tiempo están dados. Para la parte (b), una vez que conocemos la corriente media, podemos su definición  $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$  para calcular el tiempo necesario para que fluya 1,00 C de carga de la batería.

#### Solución

a. Introduciendo los valores dados de carga y tiempo en la definición de corriente se obtiene

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{720 \text{ C}}{4,00 \text{ s}} = 180 \text{ C/s} = 180 \text{ A}.$$

b. Resolver la relación  $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$  para el tiempo  $\Delta t$  e introduciendo los valores conocidos de carga y corriente se obtiene

$$\Delta t = \frac{\Delta Q}{I} = \frac{1,00 \text{ C}}{180 \text{ C/s}} = 5,56 \times 10^{-3} \text{ s} = 5,56 \text{ ms}.$$

#### Importancia

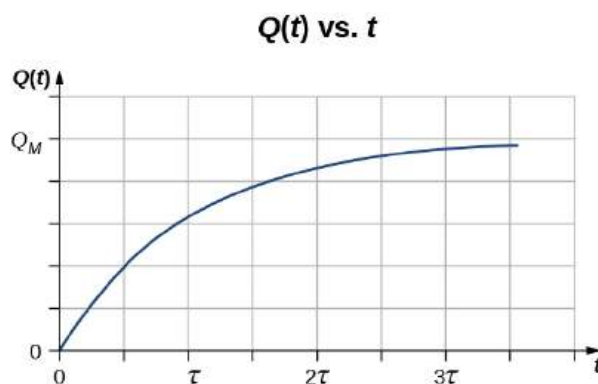
a. Este gran valor de la corriente ilustra el hecho de que se mueve una gran carga en un tiempo reducido. Las corrientes en estos "motores de arranque" son bastante grandes para vencer la inercia del motor. b. Una corriente elevada requiere poco tiempo para suministrar una gran cantidad de carga. Esta gran corriente es

necesaria para suministrar la gran cantidad de energía necesaria para arrancar el motor.

## EJEMPLO 9.2

### Cálculo de las corrientes instantáneas

Considere una carga que se mueve a través de una sección transversal de un cable donde la carga se modela como  $Q(t) = Q_M (1 - e^{-t/\tau})$ . Aquí,  $Q_M$  es la carga después de un largo periodo, cuando el tiempo se acerca al infinito, con unidades de culombios, y  $\tau$  es una constante de tiempo con unidades de segundos (vea la [Figura 9.3](#)). ¿Cuál es la corriente que pasa por el cable?



**FIGURA 9.3** Un gráfico de la carga que se mueve a través de una sección transversal de un cable en el tiempo.

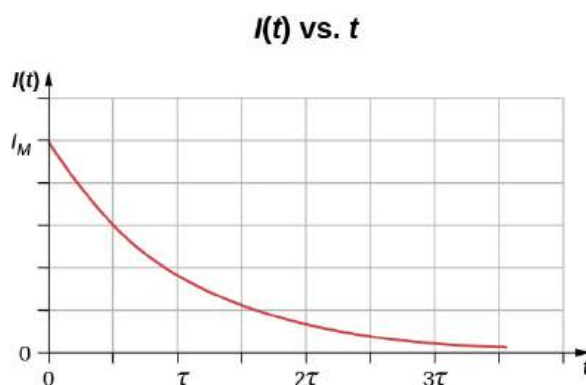
### Estrategia

La corriente que atraviesa la sección transversal se puede calcular a partir de  $I = \frac{dQ}{dt}$ . Observe en la figura que la carga aumenta hasta  $Q_M$  y la derivada disminuye, acercándose a cero, a medida que aumenta el tiempo ([Figura 9.4](#)).

### Solución

La derivada se puede calcular utilizando  $\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx}$ .

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} [Q_M (1 - e^{-t/\tau})] = \frac{Q_M}{\tau} e^{-t/\tau}.$$



**FIGURA 9.4** Un gráfico de la corriente que circula por el cable a lo largo del tiempo.

### Importancia

La corriente que atraviesa el cable en cuestión disminuye exponencialmente, como se muestra en la [Figura 9.4](#). En capítulos posteriores se demostrará que aparece una corriente dependiente del tiempo cuando un condensador se carga o descarga a través de un resistor. Recordemos que un condensador es un dispositivo que almacena carga. Aprenderá sobre el resistor en [Modelo de conducción en metales](#).



## ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 9.1

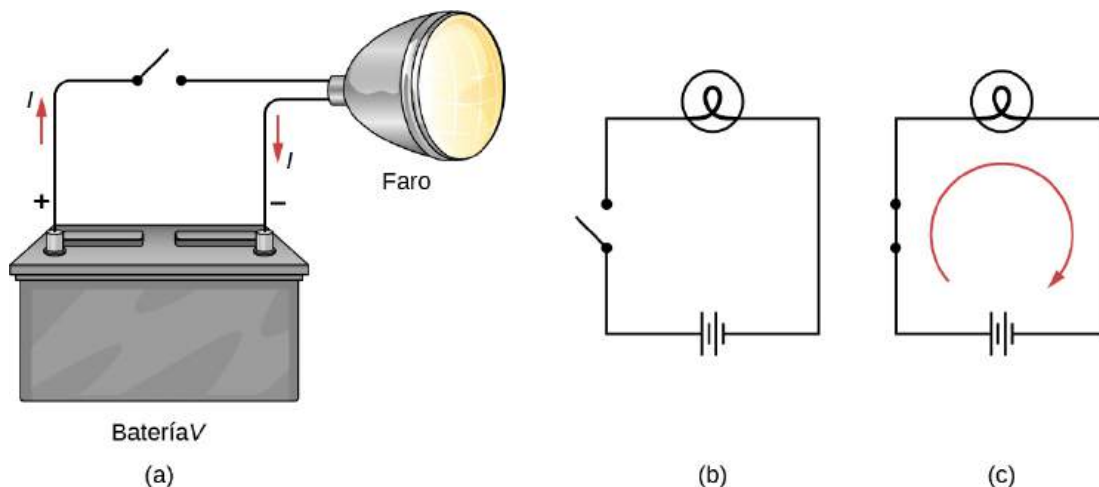
Las calculadoras portátiles suelen utilizar pequeñas células solares para suministrar la energía necesaria para realizar los cálculos necesarios para completar su próximo examen de física. La corriente necesaria para hacer funcionar la calculadora puede ser tan pequeña como 0,30 mA. ¿Cuánto tiempo tardaría en fluir 1,00 C de carga desde las células solares? ¿Se pueden usar células solares, en vez de baterías, para arrancar los motores de combustión interna tradicionales que se utilizan actualmente en la mayoría de los automóviles y camiones?

## ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 9.2

Los disyuntores de una casa están clasificados en amperios, normalmente en un rango de 10 amperios a 30 amperios, y se utilizan para proteger a los residentes de daños y a sus electrodomésticos de daños debidos a grandes corrientes. Un único disyuntor de 15 amperios puede utilizarse para proteger varios enchufes en el salón, mientras que un único disyuntor de 20 amperios puede utilizarse para proteger el frigorífico de la cocina. ¿Qué puede deducir de esto sobre la corriente utilizada por los distintos aparatos?

### Corriente en un circuito

En los párrafos anteriores, definimos la corriente como la carga que fluye a través de un área transversal por unidad de tiempo. Para que la carga fluya a través de un aparato, como el faro que se muestra en [Figura 9.5](#), debe haber un camino completo (o **circuito**) desde el terminal positivo al negativo. Considere un circuito simple de una batería de automóvil, un interruptor, una lámpara de faro y cables que proporcionan una ruta de corriente entre los componentes. Para que la lámpara se encienda, debe haber un camino completo para el flujo de corriente. En otras palabras, una carga debe ser capaz de salir del terminal positivo de la batería, viajar a través del componente y volver al terminal negativo de la batería. El interruptor está ahí para controlar el circuito. La parte (a) de la figura muestra el circuito simple de una batería de automóvil, un interruptor, una vía conductora y una lámpara de faro. También se muestra el **esquema** del circuito [parte (b)]. Un esquema es una representación gráfica de un circuito y es muy útil para visualizar las principales características de un circuito. Los esquemas utilizan símbolos normalizados para representar los componentes de un circuito y líneas sólidas para representar los cables que conectan los componentes. La batería se muestra como una serie de líneas largas y cortas, que representan la histórica pila voltaica. La lámpara se muestra como un círculo con un bucle en su interior, que representa el filamento de una bombilla incandescente. El interruptor se muestra como dos puntos con una barra conductora para conectar los dos puntos y los cables que conectan los componentes se muestran como líneas sólidas. El esquema de la parte (c) muestra el sentido del flujo de corriente cuando el interruptor está cerrado.



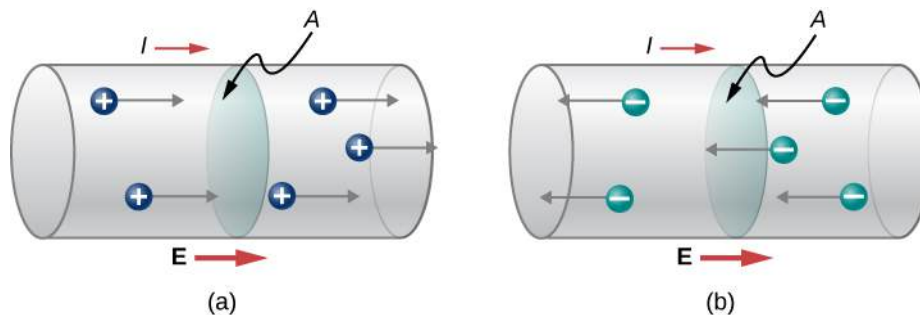
**FIGURA 9.5** (a) Un circuito eléctrico simple de un faro (lámpara), una batería y un interruptor. Cuando el interruptor está cerrado, se suministra un camino ininterrumpido para que la corriente fluya a través de los cables conductores que conectan una carga a los terminales de una batería. (b) En este esquema, la batería está

representada por líneas paralelas, que se asemejan a las placas en el diseño original de una batería. Las líneas más largas indican el terminal positivo. Los cables conductores se muestran como líneas sólidas. El interruptor se muestra, en la posición abierta, como dos terminales con una línea que representa una barra conductora que puede hacer contacto entre los dos terminales. La lámpara está representada por un círculo que engloba un filamento, como se vería en una bombilla incandescente. (c) Cuando el interruptor está cerrado, el circuito está completo y la corriente fluye desde el terminal positivo al negativo de la batería.

Cuando el interruptor está cerrado en la [Figura 9.5\(c\)](#) hay un camino completo para que las cargas fluyan: desde el terminal positivo de la batería, a través del interruptor, luego a través del faro y de vuelta al terminal negativo de la batería. Tenga en cuenta que la dirección del flujo de corriente es de positivo a negativo. El sentido de la **corriente convencional** se representa siempre en la dirección en que fluiría la carga positiva, desde el terminal positivo al negativo.

La corriente convencional fluye del terminal positivo al negativo, pero dependiendo de la situación real, pueden moverse cargas positivas, negativas o ambas. En los cables metálicos, por ejemplo, la corriente es transportada por los electrones, es decir, las cargas negativas se mueven. En las soluciones iónicas, como el agua salada, se mueven tanto las cargas positivas como las negativas. Esto también ocurre en las células nerviosas. Un generador Van de Graaff, utilizado para la investigación nuclear, puede producir una corriente de cargas positivas puras, como los protones. En el acelerador Tevatron del Fermilab, antes de su cierre en 2011, se hicieron colisionar haces de protones y antiprotones que viajaban en direcciones opuestas. Los protones son positivos y, por lo tanto, su corriente va en la misma dirección en la que se desplazan. Los antiprotones están cargados de negatividad y, por tanto, su corriente va en la dirección opuesta a la que viajan las partículas reales.

En la [Figura 9.6](#) se puede ver más de cerca la corriente que circula por un cable. La figura ilustra el movimiento de las partículas cargadas que componen una corriente. El hecho de que la corriente convencional se tome en la dirección en que fluiría la carga positiva se remonta al científico y estadista estadounidense Benjamin Franklin en el siglo XVIII. Al no tener conocimiento de las partículas que componen el átomo (a saber, el protón, el electrón y el neutrón), Franklin creía que la corriente eléctrica fluía desde un material que tenía más "fluido eléctrico" y hacia un material que tenía menos de este "fluido eléctrico". Acuñó el término *positivo* para el material que tenía más de este fluido eléctrico y *negativo* para el que carecía de él. Supuso que la corriente fluiría desde el material con más fluido eléctrico —el material positivo— hacia el material negativo, que tiene menos fluido eléctrico. Franklin llamó a esta dirección de la corriente un flujo de corriente positiva. Esto era un pensamiento bastante avanzado para un hombre que no sabía nada del átomo.



**FIGURA 9.6** La corriente  $I$  es la velocidad a la que la carga se mueve a través de un área  $A$ , como la sección transversal de un cable. La corriente convencional se define para moverse en la dirección del campo eléctrico. (a) Las cargas positivas se mueven en la dirección del campo eléctrico, que es la misma dirección que la corriente convencional. (b) Las cargas negativas se mueven en la dirección opuesta al campo eléctrico. La corriente convencional va en la dirección opuesta al movimiento de la carga negativa. El flujo de electrones se denomina a veces flujo electrónico.

Ahora sabemos que un material es positivo si tiene un mayor número de protones que de electrones, y es negativo si tiene un mayor número de electrones que de protones. En un metal conductor, el flujo de corriente se debe principalmente a los electrones que fluyen desde el material negativo hacia el material positivo, pero

por razones históricas, consideramos el flujo de corriente positivo y se muestra que la corriente fluye desde el terminal positivo de la batería hacia el terminal negativo.

Es importante darse cuenta de que un campo eléctrico está presente en los conductores y es responsable de producir la corriente (Figura 9.6). En los capítulos anteriores, hemos considerado el caso eléctrico estático, en el que las cargas de un conductor se redistribuyen rápidamente en su superficie para anular el campo eléctrico externo y restablecer el equilibrio. En el caso de un circuito eléctrico, una fuente externa de potencial eléctrico, como una batería, impide que las cargas alcancen el equilibrio. La energía necesaria para mover la carga es suministrada por el potencial eléctrico de la batería.

Aunque el campo eléctrico es responsable del movimiento de las cargas en el conductor, el trabajo realizado sobre las cargas por el campo eléctrico no aumenta la energía cinética de las cargas. Mostraremos que el campo eléctrico es el responsable de mantener las cargas eléctricas en movimiento a una "velocidad de deriva"

## 9.2 Modelo de conducción en metales

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

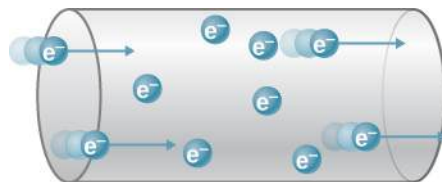
- Definir la velocidad de deriva de las cargas que se mueven a través de un metal.
- Definir la densidad de corriente vectorial.
- Describir el funcionamiento de una lámpara incandescente.

Cuando los electrones se mueven a través de un cable conductor, no se mueven a una velocidad constante, es decir, los electrones no se mueven en línea recta a una velocidad constante. Más bien, interactúan y colisionan con los átomos y otros electrones libres del conductor. Así, los electrones se mueven en zigzag y se desplazan por el cable. También debemos tener en cuenta que, aunque sea conveniente hablar de la dirección de la corriente, esta es una cantidad escalar. Cuando se habla de la velocidad de las cargas en una corriente, es más apropiado hablar de la densidad de corriente. Volveremos sobre esta idea al final de esta sección.

### Velocidad de deriva

Las señales eléctricas se mueven muy rápidamente. Las conversaciones telefónicas transportadas por corrientes en los cables cubren grandes distancias sin retrasos apreciables. Las luces se encienden en cuanto el interruptor de la luz se coloca en la posición "on". La mayoría de las señales eléctricas transportadas por las corrientes viajan a velocidades del orden de  $10^8$  m/s, una fracción significativa de la velocidad de la luz. Curiosamente, las cargas individuales que componen la corriente se mueven mucho más despacio por término medio, normalmente a velocidades del orden de  $10^{-4}$  m/s. ¿Cómo conciliamos estas dos velocidades y qué nos dice esto sobre los conductores estándar?

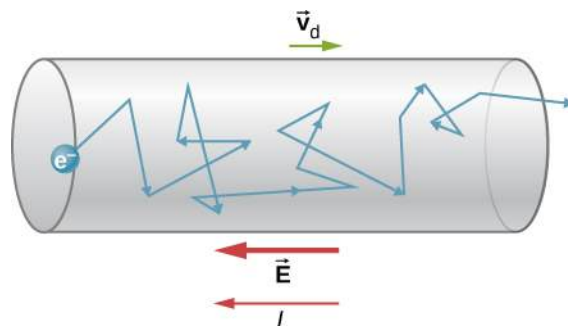
La gran velocidad de las señales eléctricas se debe a que la fuerza entre las cargas actúa rápidamente a distancia. Así, cuando una carga libre es forzada a entrar en un cable, como en la Figura 9.7, la carga entrante empuja a otras cargas por delante de ella debido a la fuerza de repulsión entre cargas similares. Estas cargas en movimiento empujan a las cargas más adelante. La densidad de carga en un sistema no puede aumentar fácilmente, por lo que la señal se transmite rápidamente. La onda de choque eléctrica resultante se desplaza por el sistema casi a la velocidad de la luz. Para ser precisos, esta señal de movimiento rápido, u onda de choque, es un cambio que se propaga rápidamente en el campo eléctrico.



**FIGURA 9.7** Cuando las partículas cargadas son forzadas a entrar en este volumen de un conductor, un número igual es forzado a salir rápidamente. La repulsión entre cargas similares dificulta el aumento del número de cargas en un volumen. Así, cuando una carga entra, otra sale casi inmediatamente, llevando la señal rápidamente hacia

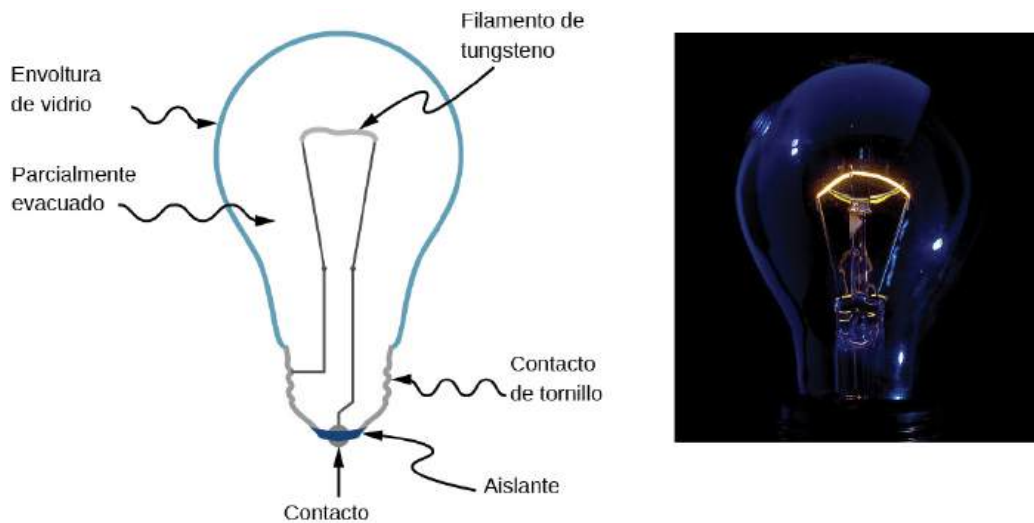
adelante.

Los buenos conductores tienen un gran número de cargas libres. En los metales, las cargas libres son electrones libres (de hecho, los buenos conductores eléctricos suelen ser también buenos conductores del calor, porque un gran número de electrones libres pueden transportar energía térmica además de la corriente eléctrica). La [Figura 9.8](#) muestra cómo se mueven los electrones libres a través de un conductor ordinario. La distancia que puede recorrer un electrón individual entre colisiones con átomos u otros electrones es bastante pequeña. Así, las trayectorias de los electrones parecen casi aleatorias, como el movimiento de los átomos en un gas. Pero hay un campo eléctrico en el conductor que hace que los electrones se desvíen en la dirección indicada (opuesta al campo, ya que son negativos). La **velocidad de deriva**  $\vec{v}_d$  es la velocidad media de las cargas libres. La velocidad de deriva es bastante pequeña, ya que hay muchas cargas libres. Si tenemos una estimación de la densidad de electrones libres en un conductor, podemos calcular la velocidad de deriva para una corriente determinada. Cuanto mayor sea la densidad, menor será la velocidad necesaria para una corriente determinada.



**FIGURA 9.8** Los electrones libres que se mueven en un conductor hacen muchas colisiones con otros electrones y otras partículas. Se muestra una trayectoria típica de un electrón. La velocidad media de las cargas libres se denomina velocidad de deriva  $\vec{v}_d$  y para los electrones, está en la dirección opuesta al campo eléctrico. Las colisiones normalmente transfieren energía al conductor, lo que requiere un suministro constante de energía para mantener una corriente constante.

Las colisiones de electrones libres transfieren energía a los átomos del conductor. El campo eléctrico realiza un trabajo al mover los electrones a través de una distancia, pero ese trabajo no aumenta la energía cinética (ni la velocidad) de los electrones. El trabajo se transfiere a los átomos del conductor, aumentando a menudo la temperatura. Por lo tanto, se requiere una entrada de energía continua para mantener el flujo de la corriente. (Una excepción son los superconductores, por razones que analizaremos en un capítulo posterior. Los superconductores pueden tener una corriente constante sin un suministro continuo de energía, lo que supone un gran ahorro energético) Para un conductor que no es superconductor, el suministro de energía puede ser útil, como en un filamento de bombilla incandescente ([Figura 9.9](#)). El suministro de energía es necesario para aumentar la temperatura del filamento de tungsteno, para que este brille.



**FIGURA 9.9** La lámpara incandescente tiene un diseño sencillo. Se coloca un filamento de tungsteno en una envoltura de vidrio parcialmente evacuada. Un extremo del filamento está unido a la base del tornillo, que está hecha de un material conductor. El segundo extremo del filamento está unido a un segundo contacto en la base de la bombilla. Los dos contactos están separados por un material aislante. La corriente fluye a través del filamento, y la temperatura del filamento se vuelve lo suficientemente grande como para hacer que el filamento brille y produzca luz. Sin embargo, estas bombillas no son muy eficientes desde el punto de vista energético, como demuestra el calor que desprende la bombilla. En el año 2012, Estados Unidos, junto con muchos otros países, comenzó a eliminar gradualmente las lámparas incandescentes en favor de lámparas energéticamente más eficientes, como las lámparas de diodos emisores de luz (light-emitting diode, LED) y las luces fluorescentes compactas (compact fluorescent lights, CFL) (créditos a la derecha: modificación del trabajo de Serge Saint).

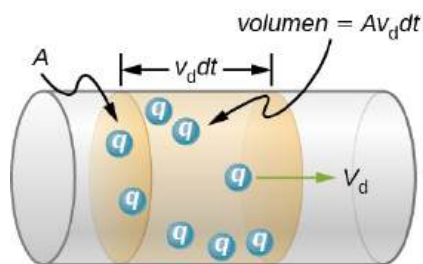
Podemos obtener una expresión para la relación entre la corriente y la velocidad de deriva considerando el número de cargas libres en un segmento de cable, como se ilustra en [Figura 9.10](#). El número de cargas libres por unidad de volumen, o la densidad numérica de cargas libres, recibe el símbolo  $n$  donde  $n = \frac{\text{número de cargos}}{\text{volumen}}$ . El valor de  $n$  depende del material. El segmento sombreado tiene un volumen  $Av_d dt$ , de modo que el número de cargas libres en el volumen es  $nAv_d dt$ . La carga  $dQ$  en este segmento es por tanto  $qnAv_d dt$ , donde  $q$  es la cantidad de carga de cada portador (la magnitud de la carga de los electrones es  $q = 1,60 \times 10^{-19}$  C). La corriente es la carga movida por unidad de tiempo; así, si todas las cargas originales se mueven fuera de este segmento en el tiempo  $dt$ , la corriente es

$$I = \frac{dQ}{dt} = qnAv_d.$$

Reordenando los términos se obtiene

$$v_d = \frac{I}{nqA} \quad 9.4$$

donde  $v_d$  es la velocidad de deriva,  $n$  es la densidad de carga libre,  $A$  es el área de la sección transversal del cable,  $I$  es la corriente que atraviesa el cable. Los portadores de la corriente tienen cada uno una carga  $q$  y se mueven con una velocidad de deriva de magnitud  $v_d$ .



**FIGURA 9.10** Todas las cargas en el volumen sombreado de este cable se desplazan en un tiempo  $dt$ , teniendo una velocidad de deriva de magnitud  $v_d$ .

Tenga en cuenta que la simple velocidad de deriva no es toda la historia. La velocidad de un electrón es a veces mucho mayor que su velocidad de deriva. Además, no todos los electrones de un conductor pueden moverse libremente, y los que se mueven pueden hacerlo algo más rápido o más lento que la velocidad de deriva. ¿Qué entendemos por electrones libres?

Los átomos de un conductor metálico están empaquetados en forma de estructura reticular. Algunos electrones están lo suficientemente lejos de los núcleos atómicos como para no experimentar la atracción de los núcleos con tanta fuerza como los electrones internos. Estos son los electrones libres. No están ligados a un solo átomo, sino que pueden moverse libremente entre los átomos en un "mar" de electrones. Cuando se aplica un campo eléctrico, estos electrones libres responden acelerando. Al moverse, chocan con los átomos de la red y con otros electrones, generando energía térmica, y el conductor se calienta. En un aislante, la organización de los átomos y la estructura no permiten esos electrones libres.

Como sabe, la energía eléctrica suele llegar a los equipos y aparatos a través de cables redondos de un material conductor (cobre, aluminio, plata u oro) trenzados o sólidos. El diámetro del cable determina la capacidad de transporte de corriente: a mayor diámetro, mayor capacidad de transporte de corriente. Aunque la capacidad de transporte de corriente viene determinada por el diámetro, el cable no suele caracterizarse directamente por el diámetro. En cambio, el cable se suele vender en una unidad conocida como "calibre". Los alambres se fabrican haciendo pasar el material por unas formas circulares llamadas "matrices de trefilado". Para fabricar alambres más finos, los fabricantes pasan los alambres por múltiples matrices de diámetro sucesivamente más fino. Históricamente, el calibre del alambre estaba relacionado con el número de procesos de trefilado necesarios para su fabricación. Por esta razón, cuanto mayor sea el calibre, menor será el diámetro. En Estados Unidos se desarrolló el calibre de alambre estadounidense (American Wire Gauge, AWG) para estandarizar el sistema. El cableado doméstico suele ser de calibre 10 (2,588 mm de diámetro) a 14 (1,628 mm de diámetro). Un dispositivo utilizado para medir el calibre del cable se muestra en la [Figura 9.11](#).



**FIGURA 9.11** Dispositivo para medir el calibre de los cables eléctricos. Como puede ver, los números de mayor calibre indican cables más finos (créditos: Joseph J. Trout).

## EJEMPLO 9.3

### Cálculo de la velocidad de deriva en un cable común

Calcule la velocidad de deriva de los electrones en un cable de cobre de 2,053 mm de diámetro (calibre 12) que transporta una corriente de 20,0 A, dado que hay un electrón libre por átomo de cobre (el cableado doméstico suele contener cables de cobre de calibre 12, y la corriente máxima permitida en estos cables suele ser de 20,0 A). La densidad del cobre es  $8,80 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  y la masa atómica del cobre es de 63,54 g/mol.

#### Estrategia

Podemos calcular la velocidad de deriva mediante la ecuación  $I = nqAv_d$ . La corriente es  $I = 20,00 \text{ A}$  y  $q = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$  es la carga de un electrón. Podemos calcular el área de una sección transversal del cable mediante la fórmula  $A = \pi r^2$ , donde  $r$  es la mitad del diámetro. El diámetro dado es de 2,053 mm, por lo que  $r$  es de 1,0265 mm. Nos dan la densidad del cobre,  $8,80 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , y la masa atómica del cobre es 63,54 g/mol. Podemos utilizar estas dos cantidades junto con el número de Avogadro,  $6,02 \times 10^{23} \text{ átomos/mol}$ , para determinar  $n$ , el número de electrones libres por metro cúbico.

#### Solución

En primer lugar, calculamos la densidad de electrones libres en el cobre. Hay un electrón libre por cada átomo de cobre. Por lo tanto, el número de electrones libres es el mismo que el número de átomos de cobre por  $\text{m}^3$ .

Ahora podemos calcular  $n$  de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} n &= \frac{1 e^-}{\text{átomo}} \times \frac{6,02 \times 10^{23} \text{ átomos}}{\text{mol}} \times \frac{1 \text{ mol}}{63,54 \text{ g}} \times \frac{1.000 \text{ g}}{\text{kg}} \times \frac{8,80 \times 10^3 \text{ kg}}{1 \text{ m}^3} \\ &= 8,34 \times 10^{28} e^-/\text{m}^3. \end{aligned}$$

El área de la sección transversal del cable es

$$A = \pi r^2 = \pi \left( \frac{2,05 \times 10^{-3} \text{ m}}{2} \right)^2 = 3,30 \times 10^{-6} \text{ m}^2.$$

Reorganización de  $I = nqAv_d$  para aislar la velocidad de deriva da

$$v_d = \frac{I}{nqA} = \frac{20,00 \text{ A}}{(8,34 \times 10^{28}/\text{m}^3)(-1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(3,30 \times 10^{-6} \text{ m}^2)} = -4,54 \times 10^{-4} \text{ m/s}.$$

#### Importancia

El signo menos indica que las cargas negativas se mueven en la dirección opuesta a la corriente convencional. El pequeño valor de la velocidad de deriva (del orden de  $10^{-4} \text{ m/s}$ ) confirma que la señal se mueve en el orden de  $10^{12}$  veces más rápido (aproximadamente  $10^8 \text{ m/s}$ ) que los cargos que lo llevan.

## COMPRUEBE LO APRENDIDO 9.3

En el [Ejemplo 9.4](#) se calculó la velocidad de deriva para un cable de cobre de 2,053 mm de diámetro (calibre 12) que transportaba una corriente de 20 amperios. ¿Cambiaría la velocidad de deriva para un cable de 1,628 mm de diámetro (calibre 14) que transportara la misma corriente de 20 amperios?

### Densidad de la corriente

Aunque a menudo es conveniente añadir un signo negativo o positivo para indicar la dirección general del movimiento de las cargas, la corriente es una cantidad escalar,  $I = \frac{dQ}{dt}$ . A menudo es necesario analizar los detalles del movimiento de la carga en vez del movimiento general de las cargas. En estos casos, es necesario hablar de la densidad de corriente,  $\vec{J}$ , una cantidad vectorial. La **densidad de corriente** es el flujo de carga a través de un área infinitesimal, dividido por el área. La densidad de corriente debe tener en cuenta la magnitud local y la dirección del flujo de carga, que varía de un punto a otro. La unidad de densidad de

corriente es el amperio por metro cuadrado, y la dirección se define como la dirección del flujo neto de cargas positivas a través del área.

La relación entre la corriente y la densidad de corriente puede verse en la [Figura 9.12](#). El flujo de corriente diferencial a través de la zona  $d\vec{A}$  se calcula como

$$dI = \vec{J} \cdot d\vec{A} = J dA \cos \theta,$$

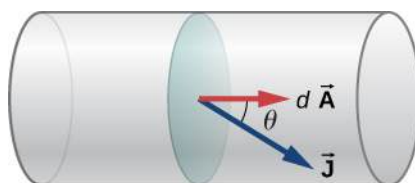
donde  $\theta$  es el ángulo entre el área y la densidad de corriente. La corriente total que pasa por el área  $d\vec{A}$  se puede calcular integrando sobre la zona,

$$I = \iint_{\text{área}} \vec{J} \cdot d\vec{A}. \quad 9.5$$

Considera la magnitud de la densidad de corriente, que es la corriente dividida entre el área:

$$J = \frac{I}{A} = \frac{n|q|Av_d}{A} = n|q|v_d.$$

Así, la densidad de corriente es  $\vec{J} = nq\vec{v}_d$ . Si  $q$  es positivo,  $\vec{v}_d$  está en la misma dirección que el campo eléctrico  $\vec{E}$ . Si  $q$  es negativo,  $\vec{v}_d$  está en la dirección opuesta a  $\vec{E}$ . En cualquier caso, la dirección de la densidad de corriente  $\vec{J}$  está en la dirección del campo eléctrico  $\vec{E}$ .



**FIGURA 9.12** La densidad de corriente  $\vec{J}$  se define como la corriente que pasa por un área transversal infinitesimal dividida entre el área. La dirección de la densidad de corriente es la dirección del flujo neto de cargas positivas y la magnitud es igual a la corriente dividida entre el área infinitesimal.

## EJEMPLO 9.4

### Cálculo de la densidad de corriente en un cable

La corriente suministrada a una lámpara con una bombilla de 100 W es de 0,87 amperios. La lámpara está cableada con un alambre de cobre de 2,588 mm de diámetro (calibre 10). Calcule la magnitud de la densidad de corriente.

#### Estrategia

La densidad de corriente es aquella que se mueve a través de un área transversal infinitesimal dividida entre el área. Podemos calcular la magnitud de la densidad de corriente utilizando  $J = \frac{I}{A}$ . La corriente es de 0,87 A. El área de la sección transversal puede calcularse como  $A = 5,26 \text{ mm}^2$ .

#### Solución

Calcule la densidad de corriente utilizando la corriente dada  $I = 0,87 \text{ A}$  y la zona, que se encuentra  $A = 5,26 \text{ mm}^2$ .

$$J = \frac{I}{A} = \frac{0,87 \text{ A}}{5,26 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 1,65 \times 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}.$$

#### Importancia

La densidad de corriente en un cable conductor depende de la corriente que atraviesa el cable conductor y del área de la sección transversal de este. Para una corriente determinada, a medida que aumenta el diámetro del



cable, la densidad de carga disminuye.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 9.4**

La densidad de corriente es proporcional a la corriente e inversamente proporcional al área. Si la densidad de corriente en un cable conductor aumenta, ¿qué ocurriría con la velocidad de deriva de las cargas en el cable?

¿Qué importancia tiene la densidad de corriente? La densidad de corriente es proporcional a la corriente, y la corriente es el número de cargas que pasan por un área de sección transversal por segundo. Las cargas se mueven a través del conductor, aceleradas por la fuerza eléctrica proporcionada por el campo eléctrico. El campo eléctrico se crea cuando se aplica un voltaje a través del conductor. En la sección sobre [Ley de Ohm](#) utilizaremos esta relación entre la densidad de corriente y el campo eléctrico para examinar la relación entre la corriente que atraviesa un conductor y el voltaje aplicada.

## 9.3 Resistividad y resistencia

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Diferenciar entre resistencia y resistividad.
- Definir el término conductividad.
- Describir el componente eléctrico conocido como resistor.
- Indicar la relación entre la resistencia de un resistor y su longitud, el área de la sección transversal y la resistividad.
- Indicar la relación entre resistividad y temperatura.

¿Qué impulsa la corriente? Podemos pensar en varios dispositivos (como baterías, generadores, tomas de corriente, etc.) que son necesarios para mantener una corriente. Todos estos dispositivos crean una diferencia de potencial y se denominan fuentes de voltaje. Cuando una fuente de voltaje se conecta a un conductor, aplica una diferencia de potencial  $V$  que crea un campo eléctrico. El campo eléctrico, a su vez, ejerce fuerza sobre las cargas libres, provocando la corriente. La cantidad de corriente no solo depende de la magnitud del voltaje, sino también de las características del material por el que circula la corriente. El material puede resistir el flujo de las cargas, y la medida de cuánto resiste un material el flujo de cargas se conoce como *resistividad*. Esta resistividad es aproximadamente análoga a la fricción entre dos materiales que se resisten al movimiento.

### Resistividad

Cuando se aplica un voltaje a un conductor, se crea un campo eléctrico  $\vec{E}$  y las cargas en el conductor sienten una fuerza debida al campo eléctrico. La densidad de corriente  $\vec{J}$  que resulta depende del campo eléctrico y de las propiedades del material. Esta dependencia puede ser muy compleja. En algunos materiales, incluidos los metales a una temperatura determinada, la densidad de corriente es aproximadamente proporcional al campo eléctrico. En estos casos, la densidad de corriente puede modelarse como

$$\vec{J} = \sigma \vec{E},$$

donde  $\sigma$  es la **conductividad eléctrica**. La conductividad eléctrica es análoga a la conductividad térmica y es una medida de la capacidad de un material para conducir o transmitir electricidad. Los conductores tienen una mayor conductividad eléctrica que los aislantes. Dado que la conductividad eléctrica es  $\sigma = J/E$ , las unidades son

$$\sigma = \frac{[J]}{[E]} = \frac{\text{A/m}^2}{\text{V/m}} = \frac{\text{A}}{\text{V} \cdot \text{m}}.$$

Aquí definimos una unidad llamada **ohmio** con el símbolo griego omega en mayúscula,  $\Omega$ . La unidad lleva el nombre de Georg Simon Ohm, de quien hablaremos más adelante en este capítulo. El  $\Omega$  se utiliza para evitar la confusión con el número 0. Un ohmio equivale a un voltio por amperio  $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$ . Por lo tanto, las unidades

de conductividad eléctrica son  $(\Omega \cdot \text{m})^{-1}$ .

La conductividad es una propiedad intrínseca de un material. Otra propiedad intrínseca de un material es la **resistividad**, o resistencia eléctrica. La resistividad de un material es una medida de la fuerza con la que un material se opone al flujo de la corriente eléctrica. El símbolo de la resistividad es la letra griega minúscula rho,  $\rho$ , y la resistividad es el recíproco de la conductividad eléctrica:

$$\rho = \frac{1}{\sigma}.$$

La unidad de resistividad en unidades del SI es el ohmímetro  $(\Omega \cdot \text{m})$ . Podemos definir la resistividad en función del campo eléctrico y de la densidad de corriente,

$$\rho = \frac{E}{J}. \quad 9.6$$

Cuanto mayor sea la resistividad, mayor será el campo necesario para producir una determinada densidad de corriente. Cuanto menor sea la resistividad, mayor será la densidad de corriente producida por un campo eléctrico determinado. Los buenos conductores tienen una alta conductividad y una baja resistividad. Los buenos aislantes tienen una baja conductividad y una alta resistividad. La [Tabla 9.1](#) enumera los valores de resistividad y conductividad de varios materiales.

Material	Conductividad, $\sigma$ ( $\Omega \cdot \text{m}$ ) <sup>-1</sup>	Resistividad, $\rho$ ( $\Omega \cdot \text{m}$ )	Coefficiente de temperatura, $\alpha$ ( $^{\circ}\text{C}$ ) <sup>-1</sup>
<i>Conductores</i>			
Plata	$6,29 \times 10^7$	$1,59 \times 10^{-8}$	0,0038
Cobre	$5,95 \times 10^7$	$1,68 \times 10^{-8}$	0,0039
Oro	$4,10 \times 10^7$	$2,44 \times 10^{-8}$	0,0034
Aluminio	$3,77 \times 10^7$	$2,65 \times 10^{-8}$	0,0039
Tungsteno	$1,79 \times 10^7$	$5,60 \times 10^{-8}$	0,0045
Hierro	$1,03 \times 10^7$	$9,71 \times 10^{-8}$	0,0065
Platino	$0,94 \times 10^7$	$10,60 \times 10^{-8}$	0,0039
Acero	$0,50 \times 10^7$	$20,00 \times 10^{-8}$	
Plomo	$0,45 \times 10^7$	$22,00 \times 10^{-8}$	
Manganina (aleación de Cu, Mn, Ni)	$0,21 \times 10^7$	$48,20 \times 10^{-8}$	0,000002
Constantán (aleación de Cu y Ni)	$0,20 \times 10^7$	$49,00 \times 10^{-8}$	0,00003
Mercurio	$0,10 \times 10^7$	$98,00 \times 10^{-8}$	0,0009
Nicromo (aleación de Ni, Fe, Cr)	$0,10 \times 10^7$	$100,00 \times 10^{-8}$	0,0004

Material	Conductividad, $\sigma$ ( $\Omega \cdot \text{m}$ ) <sup>-1</sup>	Resistividad, $\rho$ ( $\Omega \cdot \text{m}$ )	Coefficiente de temperatura, $\alpha$ ( $^{\circ}\text{C}$ ) <sup>-1</sup>
<i>Semiconductores</i> [1]			
Carbono (puro)	$2,86 \times 10^4$	$3,50 \times 10^{-5}$	-0,0005
Carbono	$(2,86 - 1,67) \times 10^{-6}$	$(3,5 - 60) \times 10^{-5}$	-0,0005
Germanio (puro)		$600 \times 10^{-3}$	-0,048
Germanio		$(1 - 600) \times 10^{-3}$	-0,050
Silicio (puro)		2.300	-0,075
Silicio		0,1 - 2.300	-0,07
<i>Aislantes</i>			
Ámbar	$2,00 \times 10^{-15}$	$5 \times 10^{14}$	
Vidrio	$10^{-9} - 10^{-14}$	$10^9 - 10^{14}$	
Leucita	$<10^{-13}$	$>10^{13}$	
Mica	$10^{-11} - 10^{-15}$	$10^{11} - 10^{15}$	
Cuarzo (fundido)	$1,33 \times 10^{-18}$	$75 \times 10^{16}$	
Goma (dura)	$10^{-13} - 10^{-16}$	$10^{13} - 10^{16}$	
Azufre	$10^{-15}$	$10^{15}$	
Teflon <sup>TM</sup>	$<10^{-13}$	$>10^{13}$	
Madera	$10^{-8} - 10^{-11}$	$10^8 - 10^{11}$	

**TABLA 9.1** Resistividades y conductividades de varios materiales a 20 °C [1] Los valores dependen en gran medida de las cantidades y los tipos de impurezas.

Los materiales que figuran en la tabla se dividen en categorías de conductores, semiconductores y aislantes, en función de amplias agrupaciones de resistividad. Los conductores tienen la menor resistividad y los aislantes la mayor; los semiconductores tienen una resistividad intermedia. Los conductores tienen densidades de carga libres, variables pero grandes, mientras que la mayoría de las cargas de los aislantes están ligadas a los átomos y no son libres de moverse. Los semiconductores son intermedios, ya que tienen muchas menos cargas libres que los conductores, pero tienen propiedades que hacen que el número de cargas libres dependa en gran medida del tipo y la cantidad de impurezas del semiconductor. Estas propiedades únicas de los semiconductores se utilizan en la electrónica moderna, como veremos en capítulos posteriores.

## ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 9.5**

Los cables de cobre se utilizan habitualmente para los cables alargadores y el cableado doméstico por varias razones. El cobre tiene el mayor índice de conductividad eléctrica y, por tanto, el menor índice de resistividad de todos los metales no preciosos. También es importante la resistencia a la tracción, donde esta es una medida de la fuerza necesaria para tirar de un objeto hasta el punto de que se rompa. La resistencia a la tracción de un material es la cantidad máxima de tensión de tracción que puede soportar antes de romperse. El cobre tiene una gran resistencia a la tracción,  $2 \times 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ . Una tercera característica importante es la ductilidad. La ductilidad es una medida de la capacidad de un material para formar cables y una medida de la flexibilidad del material, y el cobre tiene una alta ductilidad. En resumen, para que un conductor sea un candidato adecuado para fabricar cables, hay al menos tres características importantes: baja resistividad, alta resistencia a la tracción y alta ductilidad. ¿Qué otros materiales se utilizan para el cableado y cuáles son las ventajas e inconvenientes?

## 🔗 **INTERACTIVO**

Vea esta [simulación interactiva \(https://openstax.org/l/21resistwire\\_es\)](https://openstax.org/l/21resistwire_es) para ver cuáles son los efectos del área de la sección transversal, la longitud y la resistividad de un cable en la resistencia de un conductor. Ajuste las variables utilizando las barras de deslizamiento y observe si la resistencia se hace más pequeña o más grande.

## Dependencia de la temperatura de la resistividad

Volviendo a mirar la [Tabla 9.1](#), verá una columna identificada como “coeficiente de temperatura”. La resistividad de algunos materiales tiene una fuerte dependencia de la temperatura. En algunos materiales, como el cobre, la resistividad aumenta con el aumento de la temperatura. De hecho, en la mayoría de los metales conductores, la resistividad aumenta con el incremento de la temperatura. El aumento de la temperatura provoca un incremento de las vibraciones de los átomos en la estructura reticular de los metales, lo que impide el movimiento de los electrones. En otros materiales, como el carbono, la resistividad disminuye al aumentar la temperatura. En muchos materiales, la dependencia es aproximadamente lineal y puede modelarse mediante una ecuación lineal:

$$\rho \approx \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)], \quad 9.7$$

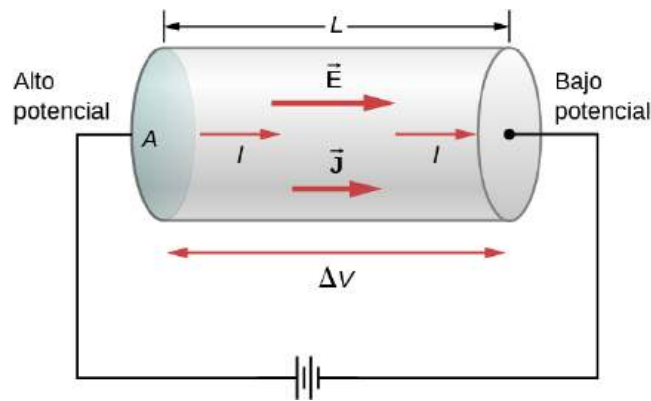
donde  $\rho$  es la resistividad del material a la temperatura  $T$ ,  $\alpha$  es el coeficiente de temperatura del material y  $\rho_0$  es la resistividad en  $T_0$ , que suele tomarse como  $T_0 = 20,00 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Observe también que el coeficiente de temperatura  $\alpha$  es negativo para los semiconductores enumerados en la [Tabla 9.1](#), lo que significa que su resistividad disminuye al aumentar la temperatura. Se convierten en mejores conductores a mayor temperatura, porque el aumento de la agitación térmica incrementa el número de cargas libres disponibles para transportar la corriente. Esta propiedad de disminuir  $\rho$  con la temperatura también está relacionada con el tipo y la cantidad de impurezas presentes en los semiconductores.

## Resistencia

Ahora consideramos la resistencia de un cable o componente. La resistencia es una medida de la dificultad para hacer pasar la corriente a través de un cable o componente; y depende de la resistividad. La resistividad es una característica del material utilizado para fabricar un cable u otro componente eléctrico, mientras que la resistencia es una característica del cable o del componente.

Para calcular la resistencia, considere una sección de cable conductor con un área transversal  $A$ , una longitud  $L$  y una resistividad  $\rho$ . Se conecta una batería a través del conductor, proporcionando una diferencia de potencial  $\Delta V$  a través de ella ([Figura 9.13](#)). La diferencia de potencial produce un campo eléctrico que es proporcional a la densidad de corriente, según  $\vec{E} = \rho \vec{J}$ .



**FIGURA 9.13** Un potencial proporcionado por una batería se aplica a un segmento de un conductor con un área de sección transversal  $A$  y una longitud  $L$ .

La magnitud del campo eléctrico a través del segmento del conductor es igual al voltaje dividido entre la longitud,  $E = V/L$ , y la magnitud de la densidad de corriente es igual a la corriente dividida entre el área de la sección transversal,  $J = I/A$ . Utilizando esta información y recordando que el campo eléctrico es proporcional a la resistividad y a la densidad de corriente, podemos ver que el voltaje es proporcional a la corriente:

$$\begin{aligned} E &= \rho J \\ \frac{V}{L} &= \rho \frac{I}{A} \\ V &= \left(\rho \frac{L}{A}\right) I. \end{aligned}$$

### Resistencia

La relación entre el voltaje y la corriente se define como la **resistencia**  $R$ :

$$R \equiv \frac{V}{I}. \quad 9.8$$

La resistencia del segmento cilíndrico de un conductor es igual a la resistividad del material por la longitud dividida entre el área:

$$R \equiv \frac{V}{I} = \rho \frac{L}{A}. \quad 9.9$$

La unidad de resistencia es el ohmio,  $\Omega$ . Para un voltaje determinado, cuanto mayor sea la resistencia, menor será la corriente.

### Resistores

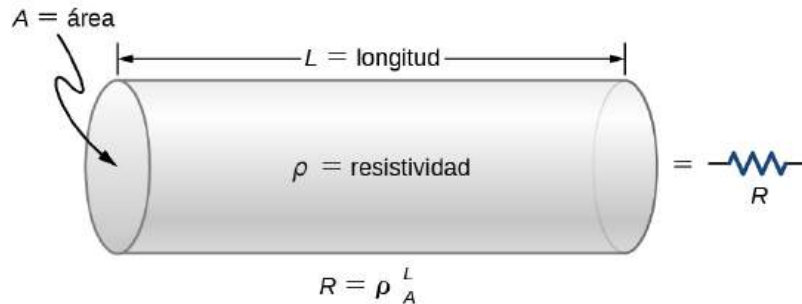
Un componente común en los circuitos electrónicos es el resistor. Este puede utilizarse para reducir el flujo de corriente o proporcionar una caída de voltaje. La [Figura 9.14](#) muestra los símbolos utilizados para un resistor en los diagramas esquemáticos de un circuito. El Instituto Nacional Estadounidense de Estándares (American National Standard Institute, ANSI) y la Comisión Electrotécnica Internacional (International Electrotechnical Commission, IEC) ofrecen dos normas de uso común para los diagramas de circuitos. Ambos sistemas se utilizan habitualmente. En este texto utilizamos la norma ANSI por su reconocimiento visual, pero observamos que para circuitos más grandes y complejos, la norma IEC puede tener una presentación más limpia, lo que facilita su lectura.



**FIGURA 9.14** Los símbolos de un resistor utilizados en los diagramas de circuitos. (a) El símbolo ANSI; (b) el símbolo IEC.

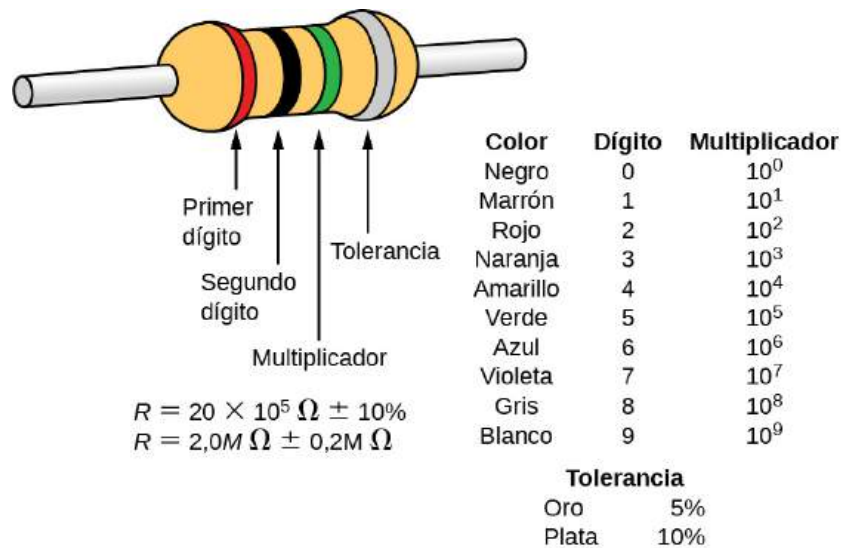
### Dependencia del material y la forma de la resistencia

Un resistor se puede modelar como un cilindro con una sección transversal  $A$  y una longitud  $L$ , hecha de un material con una resistividad  $\rho$  (Figura 9.15). La resistencia del resistor es  $R = \rho \frac{L}{A}$ .



**FIGURA 9.15** Modelo de un resistor como un cilindro uniforme de longitud  $L$  y área de sección transversal  $A$ . Su resistencia al flujo de corriente es análoga a la resistencia que presenta una tubería al flujo de un fluido. Cuanto más largo sea el cilindro, mayor será su resistencia. Cuanto mayor sea su sección transversal  $A$ , menor será su resistencia.

El material más utilizado para fabricar un resistor es el carbono. Se envuelve una línea de carbono alrededor de un núcleo de cerámica, y se unen dos cables de cobre. Un segundo tipo de resistor es el de película de metal, que también tiene un núcleo cerámico. La línea está hecha de un material de óxido de metal, que tiene propiedades semiconductoras similares a las del carbono. Una vez más, los cables de cobre se insertan en los extremos del resistor. El resistor se pinta y se marca para su identificación. Un resistor tiene cuatro bandas de color, como se muestra en la Figura 9.16.



**FIGURA 9.16** Muchos resistores se asemejan a la figura anterior. Las cuatro bandas sirven para identificar el resistor. Las dos primeras bandas de color representan los dos primeros dígitos de la resistencia del resistor. El tercer color es el multiplicador. El cuarto color representa la tolerancia del resistor. El que se muestra tiene una resistencia de  $20 \times 10^5 \Omega \pm 10\%$ .

Las resistencias varían en muchos órdenes de magnitud. Algunos aislantes cerámicos, como los utilizados para soportar las líneas eléctricas, tienen resistencias de  $10^{12} \Omega$  o más. Una persona seca puede tener una resistencia mano-pie de  $10^5 \Omega$ , mientras que la resistencia del corazón humano es de aproximadamente  $10^3 \Omega$ . Un trozo de cable de cobre de gran diámetro de un metro de longitud puede tener una resistencia de  $10^{-5} \Omega$ , y los superconductores no tienen ninguna resistencia a bajas temperaturas. Como hemos visto, la resistencia está relacionada con la forma de un objeto y el material del que está compuesto.

### EJEMPLO 9.5

#### Densidad de corriente, resistencia y campo eléctrico para un cable conductor de corriente

Calcule la densidad de corriente, la resistencia y el campo eléctrico de un cable de cobre de 5 m de longitud con un diámetro de 2,053 mm (calibre 12) que transporta una corriente de  $I = 10 \text{ mA}$ .

#### Estrategia

Podemos calcular la densidad de corriente encontrando primero el área de la sección transversal del cable, que es  $A = 3,31 \text{ mm}^2$ , y la definición de densidad de corriente  $J = \frac{I}{A}$ . La resistencia se puede calcular utilizando la longitud del cable  $L = 5,00 \text{ m}$ , el área y la resistividad del cobre  $\rho = 1,68 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ , donde  $R = \rho \frac{L}{A}$ . La resistividad y la densidad de corriente pueden utilizarse para hallar el campo eléctrico.

#### Solución

En primer lugar, calculamos la densidad de corriente:

$$J = \frac{I}{A} = \frac{10 \times 10^{-3} \text{ A}}{3,31 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 3,02 \times 10^3 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}.$$

La resistencia del cable es

$$R = \rho \frac{L}{A} = (1,68 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}) \frac{5,00 \text{ m}}{3,31 \times 10^{-6} \text{ m}^2} = 0,025 \Omega.$$

Finalmente, podemos calcular el campo eléctrico:

$$E = \rho J = 1,68 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} \left( 3,02 \times 10^3 \frac{\text{A}}{\text{m}^2} \right) = 5,07 \times 10^{-5} \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

#### Importancia

A partir de estos resultados, no es de extrañar que se utilice el cobre en los cables para transportar la corriente porque la resistencia es bastante pequeña. Observe que la densidad de corriente y el campo eléctrico son independientes de la longitud del cable, pero el voltaje depende de ella.

La resistencia de un objeto también depende de la temperatura, ya que  $R_0$  es directamente proporcional a  $\rho$ . Para un cilindro, sabemos que  $R = \rho \frac{L}{A}$ , por lo que si  $L$  y  $A$  no cambian mucho con la temperatura,  $R$  tiene la misma dependencia de la temperatura que  $\rho$ . (El estudio de los coeficientes de expansión lineal muestra que son aproximadamente dos órdenes de magnitud menos que los coeficientes de temperatura típicos de la resistividad, por lo que el efecto de la temperatura sobre  $L$  y  $A$  es aproximadamente dos órdenes de magnitud menos que sobre  $\rho$ .) Por lo tanto,

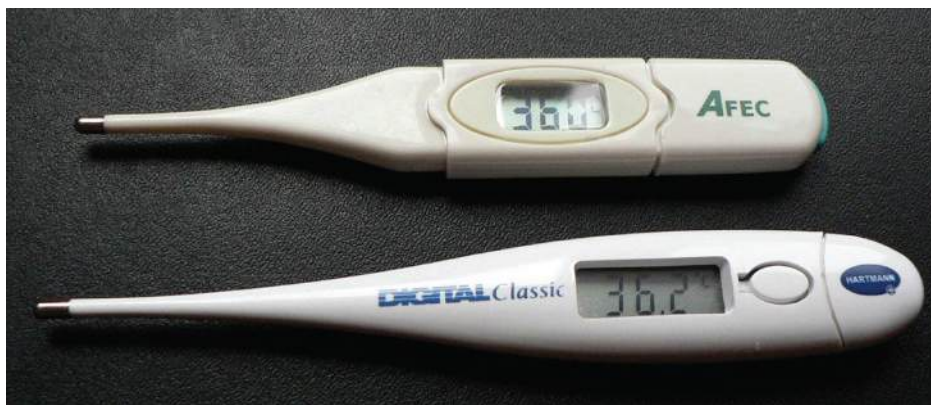
$$R = R_0(1 + \alpha \Delta T)$$

**9.10**

es la dependencia de la temperatura de la resistencia de un objeto, donde  $R_0$  es la resistencia original (normalmente se toma como  $20,00 \text{ }^\circ\text{C}$ ) y  $R$  es la resistencia después de un cambio de temperatura  $\Delta T$ . El código de colores indica la resistencia del resistor a una temperatura de  $T = 20,00 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Muchos termómetros se basan en el efecto de la temperatura sobre la resistencia (Figura 9.17). Uno de los termómetros más comunes se basa en el termistor, un cristal semiconductor con una fuerte dependencia de la

temperatura, cuya resistencia se mide para obtener su temperatura. El dispositivo es pequeño, por lo que entra rápidamente en equilibrio térmico con la parte que toca de la persona.



**FIGURA 9.17** Estos conocidos termómetros se basan en la medición automatizada de la resistencia dependiente de la temperatura de un termistor.

## EJEMPLO 9.6

### Calcular la resistencia

Aunque hay que tener cuidado al aplicar  $\rho = \rho_0(1 + \alpha\Delta T)$  y  $R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$  para los cambios de temperatura superiores a  $100\text{ }^\circ\text{C}$ , para el tungsteno, las ecuaciones funcionan razonablemente bien para cambios de temperatura muy grandes. Un filamento de tungsteno a  $20\text{ }^\circ\text{C}$  tiene una resistencia de  $0,350\ \Omega$ . ¿Cuál sería la resistencia si se aumenta la temperatura a  $2.850\text{ }^\circ\text{C}$ ?

#### Estrategia

Se trata de una aplicación directa de  $R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$ , ya que la resistencia original del filamento viene dada por  $R_0 = 0,350\ \Omega$  y el cambio de temperatura es  $\Delta T = 2830\text{ }^\circ\text{C}$ .

#### Solución

La resistencia del filamento más caliente  $R$  se obtiene introduciendo valores conocidos en la ecuación anterior:

$$R = R_0(1 + \alpha\Delta T) = (0,350\ \Omega) \left[ 1 + \left( \frac{4,5 \times 10^{-3}}{^\circ\text{C}} \right) (2830\text{ }^\circ\text{C}) \right] = 4,8\ \Omega.$$

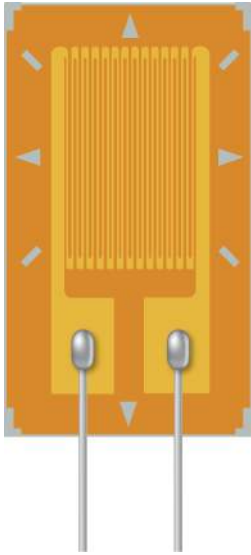
#### Importancia

Observe que la resistencia cambia en más de un factor de 10 a medida que el filamento se calienta hasta alcanzar una alta temperatura y la corriente que pasa por el filamento depende de su resistencia y del voltaje aplicado. Si el filamento se utiliza en una bombilla incandescente, la corriente inicial que pasa por el filamento cuando se enciende por primera vez será mayor que la corriente después de que el filamento alcance la temperatura de funcionamiento.

## COMPRUEBE LO APRENDIDO 9.6

Una galga extensométrica es un dispositivo eléctrico que se usa para medir la tensión, como se muestra a continuación. Consiste en un soporte flexible y aislante que soporta una lámina de conducción. La resistencia de la lámina cambia al estirar el soporte. ¿Cómo cambia la resistencia de la galga extensométrica? ¿La galga extensométrica se ve afectada por los cambios de temperatura?

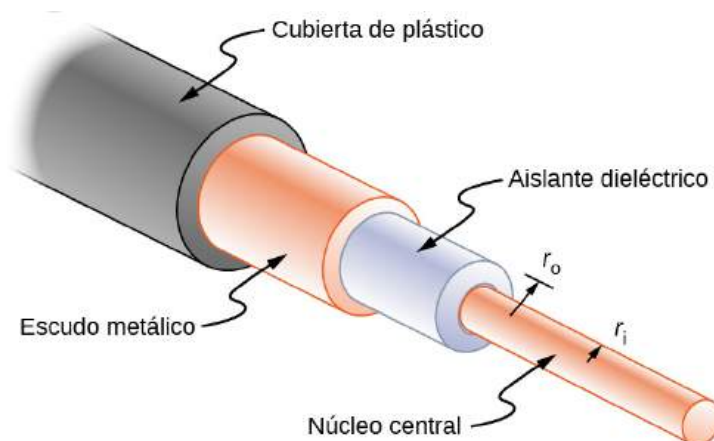




### EJEMPLO 9.7

#### La resistencia del cable coaxial

A veces, los cables largos pueden actuar como antenas, captando el ruido electrónico, que son las señales de otros equipos y aparatos. Los cables coaxiales se utilizan para muchas aplicaciones que requieren la eliminación de este ruido. Por ejemplo, pueden encontrarse en el hogar en las conexiones de televisión por cable u otras conexiones audiovisuales. Los cables coaxiales están formados por un conductor interno de radio  $r_i$  rodeado por un segundo conductor concéntrico exterior de radio  $r_o$  (Figura 9.18). Normalmente, el espacio entre ambos se rellena con un aislante como el plástico de polietileno. Se produce una pequeña cantidad de corriente de fuga radial entre los dos conductores. Determine la resistencia de un cable coaxial de longitud  $L$ .



**FIGURA 9.18** Los cables coaxiales están formados por dos conductores concéntricos separados por un aislante. Suelen utilizarse en la televisión por cable u otras conexiones audiovisuales.

#### Estrategia

No podemos utilizar la ecuación  $R = \rho \frac{L}{A}$  directamente. En su lugar, consideramos las capas cilíndricas concéntricas, con espesor  $dr$ , e integramos.

#### Solución

Primero hallamos una expresión para  $dR$  y luego integramos desde  $r_i$  a  $r_o$ ,

$$dR = \frac{\rho}{A} dr = \frac{\rho}{2\pi r L} dr,$$

$$R = \int_{r_i}^{r_o} dR = \int_{r_i}^{r_o} \frac{\rho}{2\pi r L} dr = \frac{\rho}{2\pi L} \int_{r_i}^{r_o} \frac{1}{r} dr = \frac{\rho}{2\pi L} \ln \frac{r_o}{r_i}.$$

### Importancia

La resistencia de un cable coaxial depende de su longitud, de los radios interior y exterior y de la resistividad del material que separa los dos conductores. Como esta resistencia no es infinita, se produce una pequeña corriente de fuga entre los dos conductores. Esta corriente de fuga provoca la atenuación (o debilitamiento) de la señal que se envía a través del cable.

### ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 9.7

La resistencia entre los dos conductores de un cable coaxial depende de la resistividad del material que separa los dos conductores, de la longitud del cable y del radio interior y exterior de los dos conductores. Si está diseñando un cable coaxial, ¿cómo depende la resistencia entre los dos conductores de estas variables?

### 🔗 INTERACTIVO

Vea esta [simulación \(https://openstax.org/l/21batteryresist\\_es\)](https://openstax.org/l/21batteryresist_es) para apreciar cómo el voltaje aplicado y la resistencia del material por el que fluye la corriente la afectan. Se pueden visualizar las colisiones de los electrones y los átomos del material que afectan a la temperatura del material.

## 9.4 Ley de Ohm

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Describir la ley de Ohm.
- Reconocer cuándo se aplica la ley de Ohm y cuándo no.

En este capítulo hemos hablado de tres propiedades eléctricas: corriente, voltaje y resistencia. Resulta que muchos materiales presentan una relación sencilla entre los valores de estas propiedades, conocida como ley de Ohm. Muchos otros materiales no muestran esta relación, por lo que, a pesar de llamarse ley de Ohm, no se considera una ley de la naturaleza, como las leyes de Newton o las leyes de la termodinámica. Pero es muy útil para los cálculos que implican materiales que sí obedecen la ley de Ohm.

### Descripción de la ley de Ohm

La corriente que atraviesa la mayoría de las sustancias es directamente proporcional a el voltaje  $V$  que se le aplica. El físico alemán Georg Simon Ohm (1787-1854) fue el primero en demostrar experimentalmente que la corriente en un alambre metálico es *directamente proporcional a el voltaje aplicada*:

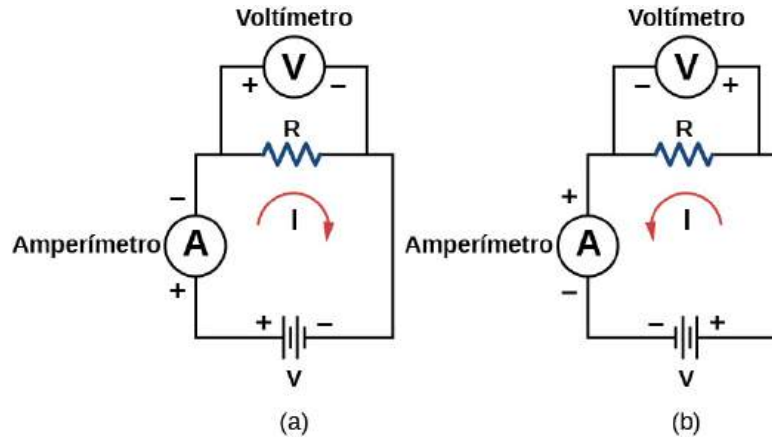
$$I \propto V.$$

Esta importante relación es la base de la **ley de Ohm**. Puede verse como una relación de causa y efecto, en la que el voltaje es la causa y la corriente el efecto. Se trata de una ley empírica, es decir, de un fenómeno observado experimentalmente, como la fricción. Esta relación lineal no siempre se da. Cualquier material, componente o dispositivo que obedezca la ley de Ohm, donde la corriente que atraviesa el dispositivo es proporcional al voltaje aplicado, se conoce como material **óhmico** o componente óhmico. Cualquier material o componente que no obedezca a la ley de Ohm se conoce como material **no óhmico** o componente no óhmico.

### Experimento de Ohm

En un artículo publicado en 1827, Georg Ohm describió un experimento en el que midió el voltaje y la

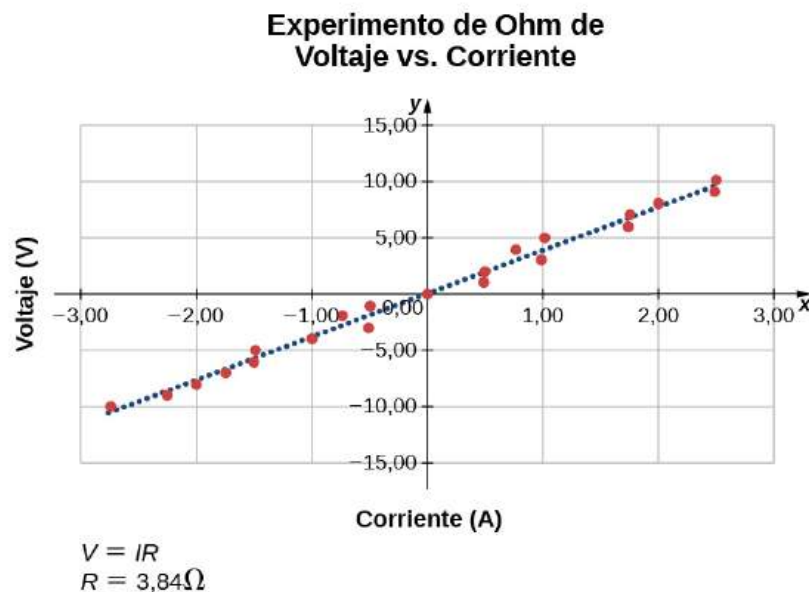
corriente a través de varios circuitos eléctricos sencillos que contenían diversas longitudes de cable. Un experimento similar se muestra en la [Figura 9.19](#). Este experimento se utiliza para observar la corriente a través de un resistor que resulta de un voltaje aplicado. En este sencillo circuito, un resistor está conectado en serie con una batería. El voltaje se mide con un voltímetro, que debe colocarse a través de resistor (en paralelo con el resistor). La corriente se mide con un amperímetro, que debe estar en línea con el resistor (en serie con el resistor).



**FIGURA 9.19** El montaje experimental utilizado para determinar si un resistor es un dispositivo óhmico o no óhmico. (a) Cuando la batería está conectada, la corriente fluye en el sentido de las agujas del reloj y el voltímetro y el amperímetro tienen lecturas positivas. (b) Cuando los cables de la batería están cambiados, la corriente fluye en el sentido contrario a las agujas del reloj y el voltímetro y el amperímetro tienen lecturas negativas.

En esta versión actualizada del experimento original de Ohm, se realizaron varias mediciones de la corriente para varios voltajes diferentes. Cuando la batería estaba conectada como en la [Figura 9.19\(a\)](#), la corriente fluía en el sentido de las agujas del reloj y las lecturas del voltímetro y del amperímetro eran positivas. ¿Cambia el comportamiento de la corriente si esta fluye en sentido contrario? Para conseguir que la corriente fluya en sentido contrario, se pueden intercambiar los cables de la batería. Cuando se cambian los cables de la batería, las lecturas del voltímetro y del amperímetro son negativas porque la corriente fluye en sentido contrario, en este caso, en sentido contrario a las agujas del reloj. Los resultados de un experimento similar se muestran en [Figura 9.20](#).

I(A)	V(V)
-2,74	-10,00
-2,25	-9,00
-2,00	-8,00
-1,75	-7,00
-1,50	-6,00
-1,49	-5,00
-1,00	-4,00
-0,51	-3,00
-0,74	-2,00
-0,49	-1,00
+0,00	+0,00
+0,49	+1,00
+0,50	+2,00
+0,99	+3,00
+0,76	+4,00
+1,01	+5,00
+1,74	+6,00
+1,75	+7,00
+2,00	+8,00
+2,49	+9,00
+2,50	+10,00



**FIGURA 9.20** Se coloca un resistor en un circuito con una batería. El voltaje aplicada varía de  $-10,00\text{ V}$  a  $+10,00\text{ V}$ ,

aumentando en incrementos de 1,00 V. Un gráfico muestra los valores del voltaje versus la corriente típica de lo que podría calcular un experimentador casual.

En este experimento, el voltaje aplicado a través del resistor varía de  $-10,00$  a  $+10,00$  V, con incrementos de 1,00 V. Se mide la corriente y el voltaje que pasan por el resistor. Se hace un gráfico de voltaje versus corriente, y el resultado es aproximadamente lineal. La pendiente de la línea es la resistencia, o el voltaje dividida entre la corriente. Este resultado se conoce como la ley de Ohm:

$$V = IR,$$

9.11

donde  $V$  es el voltaje medida en voltios a través del objeto en cuestión,  $I$  es la corriente medida a través del objeto en amperios y  $R$  es la resistencia en unidades de ohmios. Como se ha dicho anteriormente, cualquier dispositivo que muestra una relación lineal entre el voltaje y la corriente se conoce como un dispositivo óhmico. Por tanto, un resistor es un dispositivo óhmico.

### EJEMPLO 9.8

#### Medición de la resistencia

Un resistor de carbono a temperatura ambiente ( $20^\circ\text{C}$ ) está conectada a una batería de 9,00 V y la corriente medida a través del resistor es de 3,00 mA. (a) ¿Cuál es la resistencia del resistor medida en ohmios? (b) Si la temperatura del resistor se aumenta a  $60^\circ\text{C}$  calentando el resistor, ¿cuál es la corriente que atraviesa el resistor?

#### Estrategia

(a) La resistencia se puede calcular utilizando la ley de Ohm. La ley de Ohm establece que  $V = IR$ , por lo que la resistencia se puede calcular utilizando  $R = V/I$ .

(b) Primero, la resistencia depende de la temperatura, por lo que la nueva resistencia después de calentar el resistor se puede calcular utilizando  $R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$ . La corriente se puede calcular mediante la ley de Ohm en la forma  $I = V/R$ .

#### Solución

- a. Utilizando la ley de Ohm y resolviendo la resistencia se obtiene la resistencia a temperatura ambiente:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{9,00 \text{ V}}{3,00 \times 10^{-3} \text{ A}} = 3,00 \times 10^3 \Omega = 3,00 \text{ k}\Omega.$$

- b. La resistencia en  $60^\circ\text{C}$  se puede calcular mediante  $R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$  donde el coeficiente de temperatura para el carbono es  $\alpha = -0,0005$

$$R = R_0(1 + \alpha\Delta T) = 3,00 \times 10^3 (1 - 0,0005(60^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})) = 2,94 \text{ k}\Omega.$$

La corriente que atraviesa el resistor calentado es

$$I = \frac{V}{R} = \frac{9,00 \text{ V}}{2,94 \times 10^3 \Omega} = 3,06 \times 10^{-3} \text{ A} = 3,06 \text{ mA}.$$

#### Importancia

Un cambio de temperatura de  $40^\circ\text{C}$  ha supuesto un cambio de corriente del 2,00%. Esto puede no parecer un gran cambio, pero el cambio de las características eléctricas puede tener un fuerte efecto en los circuitos. Por esta razón, muchos aparatos electrónicos, como las computadoras, contienen ventiladores para eliminar el calor disipado por los componentes de los circuitos eléctricos.

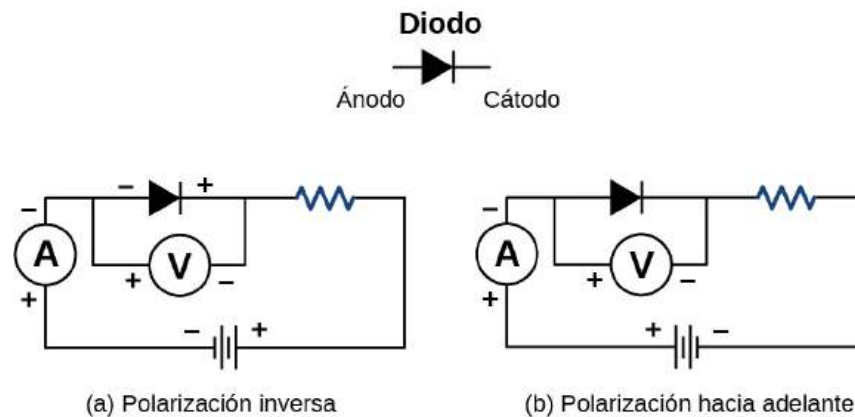
### COMPRUEBE LO APRENDIDO 9.8

El voltaje suministrado a su casa varía como  $V(t) = V_{\text{máx.}} \sin(2\pi ft)$ . Si se conecta un resistor a través de esta voltaje, la ley de Ohm  $V = IR$  ¿sigue siendo válido?

## INTERACTIVO

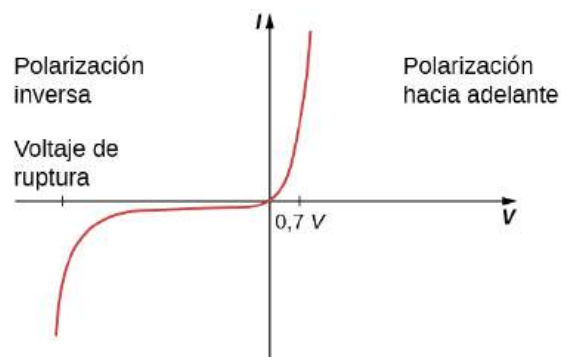
Observe cómo se relaciona la [forma de la ecuación de la ley de Ohm \(https://openstax.org/l/21ohmslaw\\_es\)](https://openstax.org/l/21ohmslaw_es) con un circuito sencillo. Ajuste el voltaje y la resistencia, y observe cómo cambia la corriente según la ley de Ohm. Los tamaños de los símbolos de la ecuación cambian para adaptarse al diagrama del circuito.

Los dispositivos no óhmicos no presentan una relación lineal entre el voltaje y la corriente. Uno de estos dispositivos es el elemento de circuito semiconductor conocido como diodo. Un **diodo** es un dispositivo de circuito que permite el flujo de corriente en una sola dirección. El diagrama de un circuito sencillo formado por una batería, un diodo y un resistor se muestra en la [Figura 9.21](#). Aunque no cubrimos la teoría del diodo en esta sección, el diodo puede ser probado para ver si es un dispositivo óhmico o no óhmico.



**FIGURA 9.21** Un diodo es un dispositivo semiconductor que solo permite el flujo de corriente si el diodo está polarizado hacia adelante, lo que significa que el ánodo es positivo y el cátodo negativo.

En la [Figura 9.22](#) se muestra un gráfico de corriente versus voltaje. Observe que el comportamiento del diodo se muestra como corriente versus voltaje, mientras que el funcionamiento del resistor se mostró como voltaje versus corriente. Un diodo está formado por un ánodo y un cátodo. Cuando el ánodo está a un potencial negativo y el cátodo a un potencial positivo, como se muestra en la parte (a), se dice que el diodo tiene polarización inversa. Con polarización inversa, el diodo tiene una resistencia extremadamente grande y hay muy poco flujo de corriente —esencialmente cero— a través del diodo y del resistor. A medida que el voltaje aplicado al circuito aumenta, la corriente permanece esencialmente cero, hasta que el voltaje alcanza el voltaje de ruptura y el diodo conduce la corriente, como se muestra en la [Figura 9.22](#). Cuando la batería y el potencial a través del diodo se invierten, lo que hace que el ánodo sea positivo y el cátodo negativo, el diodo conduce y la corriente fluye a través del diodo si el voltaje es superior a 0,7 V. La resistencia del diodo es cercana a cero (esta es la razón del resistor en el circuito; si no estuviera, la corriente sería muy grande). En el gráfico de la [Figura 9.22](#) se puede ver que el voltaje y la corriente no tienen una relación lineal. Por lo tanto, el diodo es un ejemplo de dispositivo no óhmico.



**FIGURA 9.22** Cuando el voltaje a través del diodo es negativo y pequeño hay muy poco flujo de corriente a través del diodo. Cuando el voltaje alcanza el voltaje de ruptura el diodo conduce. Cuando el voltaje a través del diodo es

positivo y superior a 0,7 V (el valor real del voltaje depende del diodo) el diodo conduce. A medida que aumenta el voltaje aplicado, la corriente a través del diodo aumenta, pero el voltaje a través del diodo se mantiene aproximadamente en 0,7 V.

La ley de Ohm se enuncia comúnmente como  $V = IR$ , pero originalmente se planteó como una visión microscópica, en términos de la densidad de corriente, la conductividad y el campo eléctrico. Esta visión microscópica sugiere la proporcionalidad  $V \propto I$  proviene de la velocidad de deriva de los electrones libres en el metal que resulta de un campo eléctrico aplicado. Como ya se ha dicho, la densidad de corriente es proporcional al campo eléctrico aplicado. La reformulación de la ley de Ohm se atribuye a Gustav Kirchhoff, cuyo nombre volveremos a ver en el próximo capítulo.

## 9.5 Energía eléctrica y potencia

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

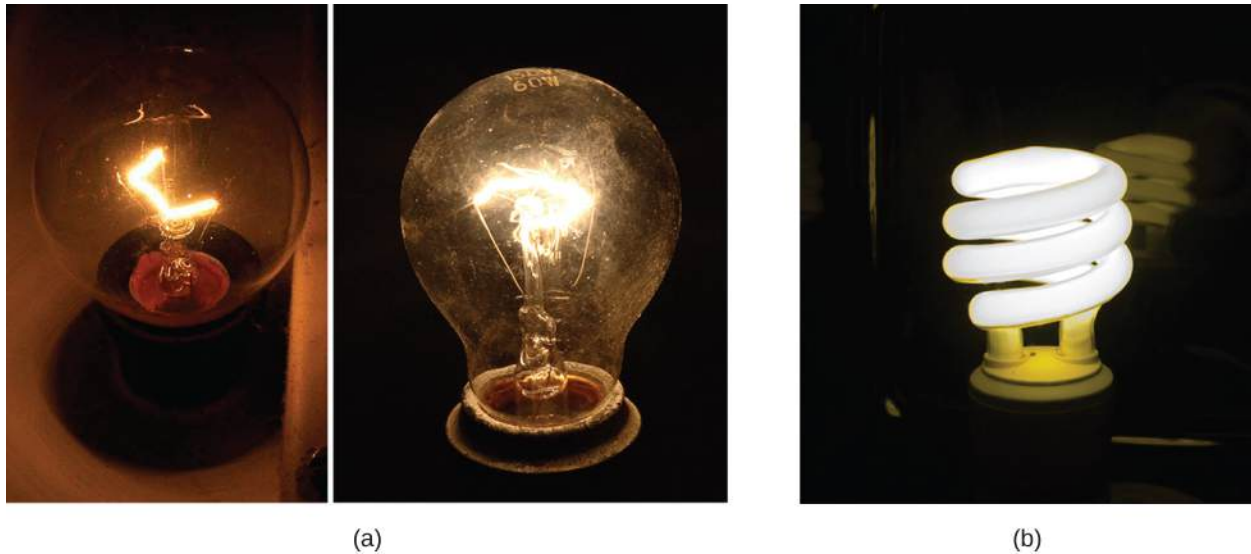
- Expresar potencia eléctrica en términos de voltaje y corriente.
- Describir la potencia disipada por un resistor en un circuito eléctrico.
- Calcular la eficiencia energética y la rentabilidad de aparatos y equipos.

En un circuito eléctrico, la energía eléctrica se convierte continuamente en otras formas de energía. Por ejemplo, cuando una corriente fluye en un conductor, la energía eléctrica se convierte en energía térmica dentro de él. El campo eléctrico, suministrado por la fuente de voltaje, acelera los electrones libres, aumentando su energía cinética durante un breve lapso. Este aumento de la energía cinética se convierte en energía térmica a través de las colisiones con los iones de la estructura reticular del conductor. En [Trabajo y energía cinética \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/7-introduccion\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/7-introduccion) definimos la potencia como la tasa a la que una fuerza medida en vatios realiza el trabajo. La potencia también puede definirse como la tasa a la que se transfiere la energía. En esta sección discutiremos la tasa de transferencia de energía, o potencia, en un circuito eléctrico.

### La potencia en los circuitos eléctricos

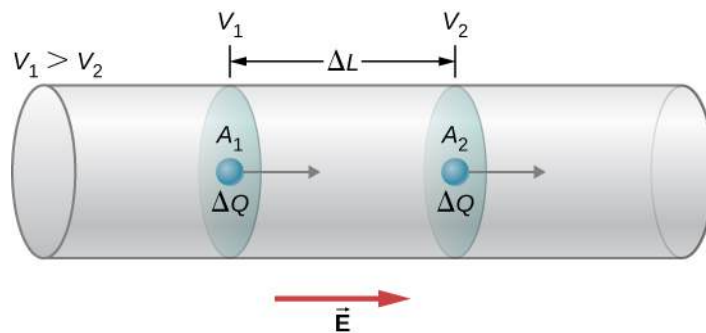
Muchas personas asocian la potencia con la electricidad. Se puede pensar en las líneas de transmisión de potencia. También pensamos en las bombillas en función de su potencia en vatios. ¿Cuál es la expresión de la **potencia eléctrica**?

Comparemos una bombilla de 25 W con una de 60 W ([Figura 9.23\(a\)](#)). La bombilla de 60 W brilla más que la de 25 W. Aunque no se muestra, una bombilla de 60 W también es más caliente que la de 25 W. El calor y la luz se producen a partir de la conversión de la energía eléctrica. La energía cinética que pierden los electrones en las colisiones se convierte en energía interna del conductor y en radiación. ¿Cómo se relacionan el voltaje, la corriente y la resistencia con la potencia eléctrica?



**FIGURA 9.23** (a) En la imagen superior aparecen dos bombillas incandescentes: una de 25 W (izquierda) y otra de 60 W (derecha). La bombilla de 60 W proporciona una luz de mayor intensidad que la bombilla de 25 W. La energía eléctrica suministrada a las bombillas se convierte en calor y luz. (b) Esta lámpara fluorescente compacta (CFL) emite la misma intensidad de luz que la bombilla de 60 W, pero con 1/4 a 1/10 de la potencia de entrada (créditos a: modificación de trabajos de "Dickbauch"/Wikimedia Commons y Greg Westfall; créditos b: modificación de trabajos de "dbgg1979"/Flickr).

Para calcular la potencia eléctrica, considere una diferencia de voltaje existente a través de un material ([Figura 9.24](#)). El potencial eléctrico  $V_1$  es mayor que el potencial eléctrico en  $V_2$ , y la diferencia de voltaje es negativa  $V = V_2 - V_1$ . Como se comentó en [Potencial eléctrico](#), existe un campo eléctrico entre los dos potenciales que apunta desde el potencial superior al inferior. Recordemos que el potencial eléctrico se define como la energía potencial por carga,  $V = \Delta U/q$ , y la carga  $\Delta Q$  pierde energía potencial al desplazarse por la diferencia de potencial.



**FIGURA 9.24** Cuando hay una diferencia de potencial a través de un conductor, existe un campo eléctrico que apunta en la dirección del potencial más alto al más bajo.

Si la carga es positiva, esta experimenta una fuerza debida al campo eléctrico  $\vec{F} = m\vec{a} = \Delta Q\vec{E}$ . Esta fuerza es necesaria para mantener la carga en movimiento. Esta fuerza no actúa para acelerar la carga a lo largo de toda la distancia  $\Delta L$  debido a las interacciones de la carga con los átomos y los electrones libres del material. La velocidad, y por tanto la energía cinética, de la carga no aumenta durante todo el recorrido a través de  $\Delta L$ , y la carga que pasa por el área  $A_2$  tiene la misma velocidad de deriva  $v_d$  como la carga que pasa por el área  $A_1$ . Sin embargo, se realiza un trabajo sobre la carga, por el campo eléctrico, que modifica la energía potencial. Como el cambio en la diferencia de potencial eléctrico es negativo, el campo eléctrico resulta ser

$$E = -\frac{(V_2 - V_1)}{\Delta L} = \frac{V}{\Delta L}.$$

El trabajo realizado sobre la carga es igual a la fuerza eléctrica por la longitud a la que se aplica la fuerza,

$$W = F\Delta L = (\Delta QE)\Delta L = \left(\Delta Q \frac{V}{\Delta L}\right)\Delta L = \Delta QV = \Delta U.$$

La carga se mueve a una velocidad de deriva  $v_d$  por lo que el trabajo realizado sobre la carga supone una pérdida de energía potencial, pero la energía cinética media permanece constante. La energía potencial eléctrica perdida aparece como energía térmica en el material. A escala microscópica, la transferencia de energía se debe a las colisiones entre la carga y las moléculas del material, lo que provoca un aumento de la temperatura en este. La pérdida de energía potencial se traduce en un aumento de la temperatura del material, que se disipa en forma de radiación. En un resistor, se disipa en forma de calor, y en una bombilla, se disipa en forma de calor y luz.

La potencia disipada por el material en forma de calor y luz es igual a la tasa de cambio temporal del trabajo:

$$P = \frac{\Delta U}{\Delta t} = -\frac{\Delta QV}{\Delta t} = IV.$$

Con un resistor, la caída de voltaje a través del resistor se disipa en forma de calor. La ley de Ohm establece que el voltaje a través del resistor es igual a la corriente por la resistencia,  $V = IR$ . Por lo tanto, la potencia disipada por el resistor es

$$P = IV = I(IR) = I^2R \text{ o } P = IV = \left(\frac{V}{R}\right)V = \frac{V^2}{R}.$$

Si se conecta un resistor a una batería, la potencia disipada como energía radiante por los cables y el resistor es igual a  $P = IV = I^2R = \frac{V^2}{R}$ . La potencia suministrada por la batería es igual a la corriente por el voltaje,  $P = IV$ .

### Potencia eléctrica

La potencia eléctrica ganada o perdida por cualquier dispositivo tiene la forma

$$P = IV. \quad 9.12$$

La potencia disipada por un resistor tiene la forma

$$P = I^2R = \frac{V^2}{R}. \quad 9.13$$

De las tres expresiones diferentes de la potencia eléctrica se pueden obtener diferentes conocimientos. Por ejemplo,  $P = V^2/R$  implica que cuanto menor sea la resistencia conectada a una fuente de voltaje determinada, mayor será la potencia suministrada. Además, como el voltaje se eleva al cuadrado en  $P = V^2/R$ , el efecto de la aplicación de un voltaje más alto es quizás mayor de lo esperado. Así, cuando se duplica el voltaje a una bombilla de 25 W, su potencia casi se cuadruplica hasta unos 100 W, quemándola. Si la resistencia de la bombilla se mantuviera constante, su potencia sería exactamente de 100 W, pero a mayor temperatura, su resistencia también es mayor.

## EJEMPLO 9.9

### Cálculo de la potencia en dispositivos eléctricos

Un motor cabrestante de corriente continua tiene una potencia nominal de 20,00 A con un voltaje de 115 V. Cuando el motor funciona a su máxima potencia, puede levantar un objeto con un peso de 4900,00 N a una distancia de 10,00 m en 30,00 s a una velocidad constante. (a) ¿Cuál es la potencia consumida por el motor? (b) ¿Cuál es la potencia utilizada para levantar el objeto? Ignore la resistencia del aire. (c) Suponiendo que la diferencia entre la potencia consumida por el motor y la potencia utilizada para levantar el objeto se disipa en forma de calor por la resistencia del motor, dé un estimado de la resistencia del motor



**Estrategia**

(a) La potencia consumida por el motor se puede calcular utilizando  $P = IV$ . (b) La potencia utilizada en la elevación del objeto a una velocidad constante se puede calcular mediante  $P = Fv$ , donde la velocidad es la distancia dividida entre el tiempo. La fuerza ascendente suministrada por el motor es igual al peso del objeto porque la aceleración es cero. (c) La resistencia del motor se puede calcular utilizando  $P = I^2 R$ .

**Solución**

- a. La potencia consumida por el motor es igual a  $P = IV$  y la corriente es de 20,00 A y el voltaje es de 115,00 V:

$$P = IV = (20,00 \text{ A}) 115,00 \text{ V} = 2300,00 \text{ W}.$$

- b. La potencia utilizada para levantar el objeto es igual a  $P = Fv$  donde la fuerza es igual al peso del objeto (1960 N) y la magnitud de la velocidad es  $v = \frac{10,00 \text{ m}}{30,00 \text{ s}} = 0,33 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,

$$P = Fv = (4.900 \text{ N}) 0,33 \text{ m/s} = 1.633,33 \text{ W}.$$

- c. La diferencia de potencia es igual a  $2300,00 \text{ W} - 1.633,33 \text{ W} = 666,67 \text{ W}$  y la resistencia se puede calcular mediante  $P = I^2 R$ :

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{666,67 \text{ W}}{(20,00 \text{ A})^2} = 1,67 \Omega.$$

**Importancia**

La resistencia del motor es bastante pequeña y se debe a los numerosos embobinados de alambre de cobre. La potencia disipada por el motor puede ser importante ya que la potencia térmica disipada por el motor es proporcional al cuadrado de la corriente ( $P = I^2 R$ ).

**✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 9.9**

Los motores eléctricos tienen un rendimiento razonablemente alto. Un motor de 100 hp puede tener un rendimiento del 90 % y un motor de 1 hp puede tener un rendimiento del 80 %. ¿Por qué es importante utilizar motores de alto rendimiento?

Un fusible ([Figura 9.25](#)) es un dispositivo que protege un circuito de corrientes demasiado elevadas. Un fusible es básicamente un trozo de cable corto entre dos contactos. Como hemos visto, cuando una corriente pasa por un conductor, la energía cinética de los portadores de carga se convierte en energía térmica en el conductor. El trozo de cable del fusible está bajo tensión y tiene un punto de fusión bajo. El cable está diseñado para calentarse y romperse con la corriente nominal. El fusible está destruido y debe ser sustituido, pero protege el resto del circuito. Los fusibles actúan rápidamente, pero hay un pequeño retraso mientras el cable se calienta y se rompe.



**FIGURA 9.25** Un fusible consiste en un trozo de cable entre dos contactos. Cuando una corriente superior a la nominal pasa por el cable, este se funde, rompiendo la conexión. En la imagen se muestra un fusible "fundido" en el que el cable se rompió para proteger un circuito (créditos: modificación de la obra de "Shardayyy"/Flickr).

Los disyuntores también están preparados para una corriente máxima y se abren para proteger el circuito,

pero pueden restablecerse; y reaccionan mucho más rápido. El funcionamiento de los disyuntores no entra en el ámbito de este capítulo y se tratará en capítulos posteriores. Otro método de protección de equipos y personas es el interruptor de circuito de falla a tierra (ground fault circuit interrupter, GFCI), que es común en baños y cocinas. Los enchufes de GFCI responden muy rápidamente a los cambios de corriente. Estas salidas se abren cuando hay un cambio en el campo magnético producido por los conductores de corriente, lo que también está fuera del alcance de este capítulo y se trata en un capítulo posterior.

## El costo de la electricidad

Cuantos más aparatos eléctricos utilice y más tiempo estén encendidos, mayor será su factura eléctrica. Este hecho tan conocido se basa en la relación entre energía y potencia. Se paga por la energía utilizada. Dado que  $P = \frac{dE}{dt}$ , vemos que

$$E = \int P dt$$

es la energía utilizada por un dispositivo que utiliza la potencia  $P$  durante un intervalo de tiempo  $t$ . Si la potencia se suministra a un ritmo constante, entonces la energía se puede calcular mediante  $E = Pt$ . Por ejemplo, cuantas más bombillas estén encendidas, mayor será la  $P$  utilizada; cuanto más tiempo estén encendidas, mayor será el  $t$ .

La unidad de energía en las facturas eléctricas es el kilovatio-hora ( $\text{kW} \cdot \text{h}$ ), en consonancia con la relación  $E = Pt$ . Es fácil calcular el costo de funcionamiento de los aparatos eléctricos si se tiene una idea de su tasa de consumo de potencia en vatios o kilovatios, el tiempo que están encendidos en horas y el costo por kilovatio-hora de la compañía eléctrica. Los kilovatios-hora, al igual que otras unidades energéticas especializadas como las calorías de los alimentos, pueden convertirse en julios. Puede demostrarse a usted mismo que  $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 3,6 \times 10^6 \text{ J}$ .

La energía eléctrica ( $E$ ) utilizada puede reducirse, bien reduciendo el tiempo de uso, bien reduciendo el consumo de potencia de ese aparato o instalación. Esto no solo reduce el costo, sino que también tiene un menor impacto en el medio ambiente. Las mejoras en la iluminación son una de las formas más rápidas de reducir la energía eléctrica utilizada en un hogar o negocio. Aproximadamente el 20 % del consumo de energía de un hogar se destina a la iluminación, y la cifra de los establecimientos comerciales se acerca al 40 %. Las luces fluorescentes son unas cuatro veces más eficientes que las incandescentes, tanto los tubos largos como las luces fluorescentes compactas (CFL) (vea la [Figura 9.23\(b\)](#)). Así, una bombilla incandescente de 60 W puede ser sustituida por una CFL de 15 W, que tiene la misma luminosidad y color. Las CFL tienen un tubo doblado dentro de un globo o un tubo en forma de espiral, todo ello conectado a una base de rosca estándar que se adapta a los enchufes de luz incandescente estándar. (los problemas originales con el color, el parpadeo, la forma y la elevada inversión inicial de las CFL se han solucionado en los años recientes).

La transferencia de calor de estas CFL es menor y duran hasta 10 veces más que las bombillas incandescentes. La importancia de una inversión en este tipo de bombillas se aborda en el siguiente ejemplo. Las nuevas luces LED blancas (que son grupos de pequeñas bombillas LED) son aun más eficientes (el doble que las CFL) y duran cinco veces más que estas.



### EJEMPLO 9.10

#### Cálculo de la rentabilidad de la bombilla LED

La sustitución típica de una bombilla incandescente de 100 W es una bombilla LED de 20 W. Esta puede proporcionar la misma cantidad de luz que la bombilla incandescente de 100 W. ¿Cuál es el ahorro de costos por utilizar la bombilla LED en vez de la incandescente durante un año, suponiendo que 0,10 dólares por kilovatio-hora es la tarifa promedio de potencia que cobra la compañía eléctrica? Supongamos que la bombilla se enciende durante tres horas al día.

#### Estrategia

(a) Calcule la energía utilizada durante el año para cada bombilla, utilizando  $E = Pt$ .

(b) Multiplique la energía por el costo.

### Solución

a. Calcule la potencia de cada bombilla.

$$E_{\text{Incandescente}} = Pt = 100 \text{ W} \left( \frac{1 \text{ kW}}{1.000 \text{ W}} \right) \left( \frac{3 \text{ h}}{\text{día}} \right) (365 \text{ días}) = 109,5 \text{ kW} \cdot \text{h}$$

$$E_{\text{LED}} = Pt = 20 \text{ W} \left( \frac{1 \text{ kW}}{1.000 \text{ W}} \right) \left( \frac{3 \text{ h}}{\text{día}} \right) (365 \text{ días}) = 21,90 \text{ kW} \cdot \text{h}$$

b. Calcule el costo de cada una.

$$\text{costo}_{\text{Incandescente}} = 109,5 \text{ kW-h} \left( \frac{\$0,10}{\text{kW}\cdot\text{h}} \right) = \$10,95$$

$$\text{costo}_{\text{LED}} = 21,90 \text{ kW-h} \left( \frac{\$0,10}{\text{kW}\cdot\text{h}} \right) = \$2,19$$

### Importancia

Una bombilla LED consume un 80 % menos de energía que la bombilla incandescente, lo que supone un ahorro de 8,76 dólares con respecto a la bombilla incandescente durante un año. La bombilla LED puede costar 20,00 dólares y la bombilla incandescente de 100 W puede costar 0,75 dólares, lo que debe incluirse en el cálculo. La vida útil típica de una bombilla incandescente es de 1.200 horas y de 50.000 horas para la bombilla LED. La bombilla incandescente duraría 1,08 años a 3 horas al día y la bombilla LED, 45,66 años. El costo inicial de la bombilla LED es elevado, pero el costo para el propietario de la vivienda será de 0,69 dólares para las bombillas incandescentes versus 0,44 dólares para las bombillas LED al año (tenga en cuenta que las bombillas LED están bajando de precio). El ahorro de costos por año es de aproximadamente 8,50 dólares, y eso es solo para una bombilla.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 9.10**

¿La eficiencia de las distintas bombillas es la única consideración a la hora de comparar las distintas bombillas?

Cambiar las bombillas incandescentes por bombillas CFL o LED es una forma sencilla de reducir el consumo de energía en los hogares y los locales comerciales. Las bombillas CFL funcionan con un mecanismo muy diferente al de las luces incandescentes. El mecanismo es complejo y va más allá del alcance de este capítulo, pero aquí hay una descripción muy general del mecanismo. Las bombillas CFL contienen vapor de argón y mercurio dentro de un tubo en forma de espiral y utilizan un "balasto" que aumenta el voltaje. Los balastos producen una corriente eléctrica que atraviesa la mezcla de gases y excita las moléculas de gas. Las moléculas de gas excitadas producen luz ultravioleta (UV), que a su vez estimula el revestimiento fluorescente del interior del tubo. Este revestimiento es fluorescente en el espectro visible, emitiendo luz visible. Los tubos fluorescentes tradicionales y las bombillas CFL tenían un breve retraso de hasta unos segundos mientras la mezcla se "calentaba" y las moléculas alcanzaban un estado excitado. Hay que tener en cuenta que estas bombillas contienen mercurio, que es venenoso, pero si la bombilla se rompe, el mercurio nunca se libera. Incluso si la bombilla se rompe, el mercurio tiende a permanecer en el revestimiento fluorescente. La cantidad también es bastante pequeña y la ventaja del ahorro de energía puede superar la desventaja de utilizar mercurio.

Las bombillas CFL están siendo sustituidas por bombillas LED, donde LED significa "diodo emisor de luz". El diodo fue brevemente discutido como un dispositivo no óhmico, hecho de material semiconductor, que esencialmente permite el flujo de corriente en una dirección. Los LED son un tipo especial de diodos fabricados con materiales semiconductores a los que se les han añadido impurezas en combinaciones y concentraciones que permiten convertir la energía extra del movimiento de los electrones durante la excitación eléctrica en luz visible. Los dispositivos semiconductores se explican con más detalle en [Física de la materia condensada \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/9-introduccion\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/9-introduccion).

Los LED comerciales se están convirtiendo rápidamente en el estándar para la iluminación comercial y residencial, sustituyendo a las bombillas incandescentes y CFL. Están diseñados para el espectro visible y se

construyen con galio dopado con átomos de arsénico y fósforo. El color emitido por un LED depende de los materiales utilizados en el semiconductor y de la corriente. En los primeros años del desarrollo de los LED, los pequeños LED que se encontraban en las placas de circuitos eran rojos, verdes y amarillos, pero ahora las bombillas LED pueden programarse para producir millones de colores de luz, así como muchas tonalidades diferentes de luz blanca.

### Comparación de las bombillas incandescentes, CFL y LED

El ahorro de energía puede ser importante al sustituir una bombilla incandescente o CFL por una luz LED. Las bombillas se clasifican por la cantidad de potencia que consumen, y la cantidad de luz se mide en lúmenes. El lumen (lm) es la unidad de flujo luminoso derivada del SI y es una medida de la cantidad total de luz visible que emite una fuente. Una bombilla incandescente de 60 W puede sustituirse por una bombilla CFL de 13 a 15 W o una bombilla LED de 6 a 8 W, las tres con una potencia luminosa de aproximadamente 800 lm. En la [Tabla 9.2](#) aparece una tabla con la potencia luminosa de algunas bombillas de uso común.

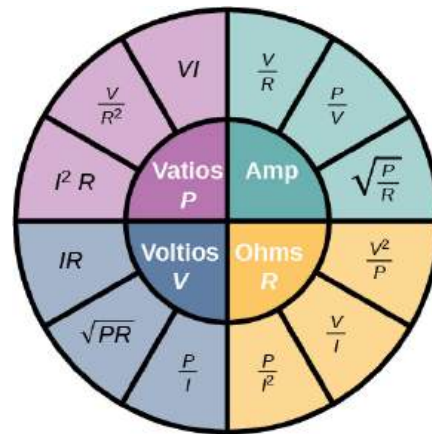
La vida útil de los tres tipos de bombillas es muy diferente. Una bombilla LED tiene una vida útil de 50.000 horas, mientras que la CFL tiene una vida útil de 8.000 horas y la incandescente dura apenas 1.200 horas. La bombilla LED es la más duradera, ya que resiste fácilmente el trato duro, como los golpes y las sacudidas. La bombilla incandescente tiene poca tolerancia al mismo tratamiento, ya que el filamento y el vidrio pueden romperse fácilmente. La bombilla CFL también es menos duradera que la bombilla LED debido a su construcción de vidrio. La cantidad de calor emitido es de 3,4 btu/h para la bombilla LED de 8 W, 85 btu/h para la bombilla incandescente de 60 W y 30 btu/h para la bombilla CFL. Como ya se ha mencionado, uno de los principales inconvenientes de las bombillas CFL es que contienen mercurio, una neurotoxina, y deben eliminarse como residuos peligrosos. A partir de estos datos, es fácil entender por qué la bombilla LED se está convirtiendo rápidamente en el estándar de la iluminación.

Salida de luz (lúmenes)	Bombillas LED (vatios)	Bombillas incandescentes (vatios)	Bombillas CFL (vatios)
450	4 a 5	40	9 a 13
800	6 a 8	60	13 a 15
1.100	9 a 13	75	18 a 25
1.600	16 a 20	100	23 a 30
2.600	25 a 28	150	30 a 55

**TABLA 9.2** Potencia luminosa de las bombillas LED, incandescentes y CFL

### Resumen de las relaciones

En este capítulo discutimos las relaciones entre voltajes, corriente, resistencia y potencia. La [Figura 9.26](#) muestra un resumen de las relaciones entre estas cantidades medibles para los dispositivos óhmicos. (Recordemos que los dispositivos óhmicos siguen la ley de Ohm  $V = IR$ ). Por ejemplo, si necesita calcular la potencia, utilice la sección rosa, que muestra que  $P = VI$ ,  $P = \frac{V^2}{R}$  y  $P = I^2R$ .



$P = \text{Potencia}$      $I = \text{Corriente}$   
 $V = \text{Voltaje}$      $R = \text{Resistencia}$

**FIGURA 9.26** Este círculo muestra un resumen de las ecuaciones de las relaciones entre potencia, corriente, voltaje y resistencia.

La ecuación que utilice depende de los valores que le den o que mida. Por ejemplo, si le dan la corriente y la resistencia, utilice  $P = I^2 R$ . Aunque todas las combinaciones posibles pueden parecer abrumadoras, no olvide que todas son combinaciones de solo dos ecuaciones, la ley de Ohm ( $V = IR$ ) y la potencia ( $P = IV$ ).

## 9.6 Superconductores

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

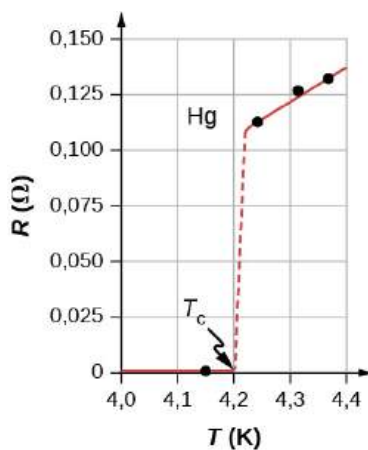
Al final de esta sección, podrá:

- Describir el fenómeno de la superconductividad.
- Enumerar aplicaciones de la superconductividad.

Toque la fuente de alimentación de su computadora portátil o algún otro dispositivo. Probablemente se sienta ligeramente caliente. Ese calor es un subproducto no deseado del proceso de conversión de la potencia eléctrica doméstica a una corriente que pueda utilizar su dispositivo. Aunque la potencia eléctrica es razonablemente eficiente, lleva asociadas otras pérdidas. Como se ha comentado en el apartado de potencia y energía, la transmisión de potencia eléctrica produce pérdidas de  $I^2 R$  en la línea. Estas pérdidas en la línea existen tanto si la energía se genera en centrales eléctricas convencionales (que utilizan carbón, petróleo o gas) como en centrales nucleares, solares, hidroeléctricas o parques eólicos. Estas pérdidas pueden reducirse, pero no eliminarse, transmitiendo con un voltaje más alto. Sería maravilloso poder eliminar estas pérdidas en las líneas, pero eso requeriría líneas de transmisión con resistencia cero. En un mundo que tiene un interés global en no desperdiciar energía, la reducción o eliminación de esta energía térmica no deseada sería un logro importante. ¿Es esto posible?

### La resistencia del mercurio

En 1911, Heike Kamerlingh Onnes, físico holandés de la Universidad de Leiden, estudiaba la dependencia de la temperatura de la resistencia del elemento mercurio. Enfrió la muestra de mercurio y observó el conocido comportamiento de una dependencia lineal de la resistencia con la temperatura; a medida que la temperatura disminuía, la resistencia también lo hacía. Kamerlingh Onnes siguió enfriando la muestra de mercurio con helio líquido. Cuando la temperatura se acercó a 4,2 K ( $-269,2^\circ\text{C}$ ), la resistencia pasó bruscamente a cero (Figura 9.27). Esta temperatura se conoce como **temperatura crítica**  $T_c$  para el mercurio. La muestra de mercurio entró en una fase en la que la resistencia era absolutamente cero. Este fenómeno se conoce como **superconductividad** (Nota: Si conecta los cables de un óhmetro de tres dígitos a través de un conductor, la lectura suele aparecer como 0,00  $\Omega$ . La resistencia del conductor no es realmente cero, es menor que 0,01  $\Omega$ ). Existen varios métodos para medir resistencias muy pequeñas, como el método de los cuatro puntos, pero un óhmetro no es un método aceptable para probar la resistencia en la superconductividad.



**FIGURA 9.27** La resistencia de una muestra de mercurio es cero a temperaturas muy bajas: es un superconductor hasta la temperatura de unos 4,2 K. Por encima de esa temperatura crítica, su resistencia da un salto repentino y luego aumenta casi linealmente con la temperatura.

### Otros materiales superconductores

A medida que avanzaban las investigaciones, se descubrió que otros materiales entraban en fase superconductor cuando la temperatura se acercaba al cero absoluto. En 1941, se encontró una aleación de nitrato de niobio que podía convertirse en superconductor a  $T_c = 16 \text{ K}$  ( $-257 \text{ °C}$ ) y en 1953 se descubrió que el vanadio-silicio se volvía superconductor a  $T_c = 17,5 \text{ K}$  ( $-255,7 \text{ °C}$ ). Las temperaturas de transición a la superconductividad fueron aumentando lentamente. Curiosamente, muchos materiales que son buenos conductores, como el cobre, la plata y el oro, no presentan superconductividad. ¡Imagínese el ahorro de energía que supondría que las líneas de transmisión de las centrales generadoras de potencia eléctrica pudieran ser superconductoras a temperaturas cercanas a la temperatura ambiente! Una resistencia de cero ohmios significa que no hay pérdidas de  $I^2 R$  y un gran impulso para reducir el consumo de energía. El problema es que  $T_c = 17,5 \text{ K}$  sigue siendo muy frío y está en el rango de temperaturas del helio líquido. A esta temperatura, no es rentable transmitir energía eléctrica debido a las necesidades de refrigeración.

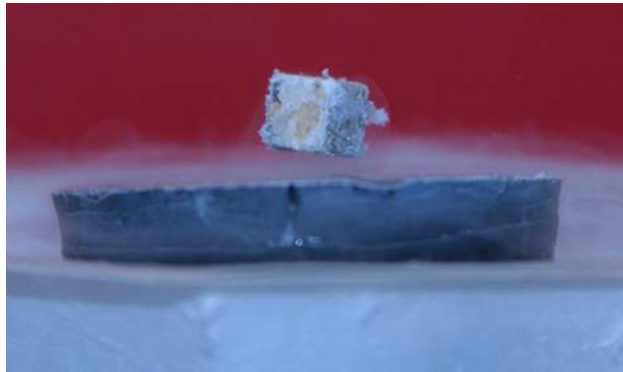
Se produjo un gran salto en 1986, cuando un equipo de investigadores, dirigido por el Dr. Ching Wu Chu de la Universidad de Houston, fabricó un compuesto cerámico frágil con una temperatura de transición de  $T_c = 92 \text{ K}$  ( $-181 \text{ °C}$ ). El material cerámico, compuesto por óxidos de itrio, bario y cobre (YBCO), era un aislante a temperatura ambiente. Aunque esta temperatura sigue pareciendo bastante fría, está cerca del punto de ebullición del nitrógeno líquido, un líquido que se utiliza habitualmente en refrigeración. Es posible que haya visto camiones de refrigeración circulando por la autopista con la etiqueta “Nitrógeno líquido refrigerado”.

La cerámica YBCO es un material que podría ser útil para la transmisión de energía eléctrica porque el ahorro de costos que supone la reducción de la pérdida de  $I^2 R$  son mayores que el costo de la refrigeración del cable superconductor, por lo que es económicamente viable. Había y hay muchos problemas de ingeniería que superar. Por ejemplo, a diferencia de los cables eléctricos tradicionales, que son flexibles y tienen una resistencia decente a la tracción, los de cerámica son frágiles y se romperían en vez de estirarse bajo presión. Los procesos que son bastante sencillos con los cables tradicionales, como hacer conexiones, se vuelven difíciles cuando se trabaja con cerámica. Los problemas son difíciles y complejos, y los científicos e ingenieros de materiales están aportando soluciones innovadoras.

Una consecuencia interesante de que la resistencia llegue a cero es que una vez que se establece una corriente en un superconductor, esta persiste sin una fuente de voltaje aplicada. Se han creado bucles de corriente en un superconductor y se ha observado que estos persisten durante años sin decaer.

La resistencia cero no es el único fenómeno interesante que se produce cuando los materiales alcanzan sus temperaturas de transición. Un segundo efecto es la exclusión de los campos magnéticos. Esto se conoce como **efecto Meissner** (Figura 9.28). Un imán ligero y permanente colocado sobre una muestra superconductor

levitará en una posición estable sobre el superconductor. Se han desarrollado trenes de alta velocidad que levitan sobre fuertes imanes superconductores, eliminando la fricción que normalmente se produce entre el tren y las vías. En Japón, la línea de prueba del Maglev de Yamanashi se inauguró el 3 de abril de 1997. En abril de 2015, el vehículo de pruebas MLX01 alcanzó una velocidad de 374 mph (603 km/h).



**FIGURA 9.28** Un pequeño y potente imán levita sobre un superconductor enfriado a la temperatura del nitrógeno líquido. El imán levita porque el superconductor excluye los campos magnéticos (créditos: Joseph J. Trout).

La [Tabla 9.3](#) muestra una lista selecta de elementos, compuestos y superconductores de alta temperatura, junto con las temperaturas críticas para las que se convierten en superconductores. Cada sección está ordenada desde la temperatura crítica más alta a la más baja. También se indica el campo magnético crítico para algunos de los materiales. Esta es la fuerza del campo magnético que destruye la superconductividad. Por último, se indica el tipo de superconductor.

Hay dos tipos de superconductores. Hay 30 metales puros que presentan una resistividad cero por debajo de su temperatura crítica y presentan el efecto Meissner, la propiedad de excluir los campos magnéticos del interior del superconductor mientras este se encuentra a una temperatura inferior a la temperatura crítica. Estos metales se denominan superconductores de tipo I. La superconductividad solo existe por debajo de sus temperaturas críticas y de una intensidad de campo magnético crítico. Los superconductores de tipo I están bien descritos por la teoría BCS (descrita a continuación). Estos superconductores tienen aplicaciones prácticas limitadas porque la intensidad del campo magnético crítico necesario para destruir la superconductividad es bastante baja.

Los superconductores de tipo II tienen campos magnéticos críticos mucho más elevados y, por tanto, pueden transportar densidades de corriente mucho mayores mientras permanecen en el estado superconductor. Una colección de diversas cerámicas que contienen óxido de bario-cobre tienen temperaturas críticas mucho más altas para la transición a un estado superconductor. Los materiales superconductores que pertenecen a esta subcategoría de los superconductores de tipo II suelen clasificarse como superconductores de alta temperatura.

### Introducción a la teoría BCS

Los superconductores de tipo I, junto con algunos superconductores de tipo II, pueden modelarse utilizando la teoría BCS, propuesta por John Bardeen, Leon Cooper y Robert Schrieffer. Aunque la teoría está fuera del alcance de este capítulo, aquí se ofrece un breve resumen (se proporcionan más detalles en [Física de la materia condensada \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/9-introduccion\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/9-introduccion)). La teoría considera los pares de electrones y cómo se acoplan entre sí a través de las interacciones de vibración de la red. A través de las interacciones con la red cristalina, los electrones cercanos al nivel de energía de Fermi sienten una pequeña fuerza de atracción y forman pares (pares de Cooper), y el acoplamiento se conoce como interacción de fonones. Los electrones simples son fermiones, que son partículas que obedecen el principio de exclusión de Pauli. El principio de exclusión de Pauli en la mecánica cuántica establece que dos fermiones idénticos (partículas con espín semientero) no pueden ocupar el mismo estado cuántico simultáneamente. Cada electrón tiene cuatro números cuánticos ( $n, l, m_l, m_s$ ). El número cuántico principal ( $n$ ) describe la energía del electrón, el número cuántico de momento angular orbital ( $l$ ) indica la distancia más probable al núcleo, el número cuántico magnético ( $m_l$ ) describe los niveles de energía en la subcélula y el

número cuántico de espín del electrón ( $m_s$ ) describe la orientación del espín del electrón, ya sea hacia arriba o hacia abajo. Cuando el material entra en un estado superconductor, los pares de electrones actúan más como bosones, que pueden condensarse en el mismo nivel de energía y no necesitan obedecer el principio de exclusión de Pauli. Los pares de electrones tienen una energía ligeramente inferior y dejan una brecha energética por encima de ellos del orden de 0,001 eV. Esta brecha energética inhibe las interacciones de colisión que conducen a la resistividad ordinaria. Cuando el material está por debajo de la temperatura crítica, la energía térmica es menor que la brecha de banda y el material presenta una resistividad cero.

Material	Símbolo o fórmula	Temperatura crítica $T_c$ (K)	Campo magnético crítico $H_c$ (T)	Tipo
<b>Elementos</b>				
Plomo	Pb	7,19	0,08	I
Lantano	La	( $\alpha$ ) 4,90 – ( $\beta$ ) 6,30		I
Tantalio	Ta	4,48	0,09	I
Mercurio	Hg	( $\alpha$ ) 4,15 – ( $\beta$ ) 3,95	0,04	I
Estaño	Sn	3,72	0,03	I
Indio	In	3,40	0,03	I
Talio	Tl	2,39	0,03	I
Renio	Re	2,40	0,03	I
Torio	Th	1,37	0,013	I
Protactinio	Pa	1,40		I
Aluminio	Al	1,20	0,01	I
Galio	Ga	1,10	0,005	I
Zinc	Zn	0,86	0,014	I
Titanio	Ti	0,39	0,01	I
Uranio	U	( $\alpha$ ) 0,68 – ( $\beta$ ) 1,80		I
Cadmio	Cd	11,4	4,00	I
<b>Compuestos</b>				
Niobio-germanio	Nb <sub>3</sub> Ge	23,20	37,00	II
Niobio-estaño	Nb <sub>3</sub> Sn	18,30	30,00	II



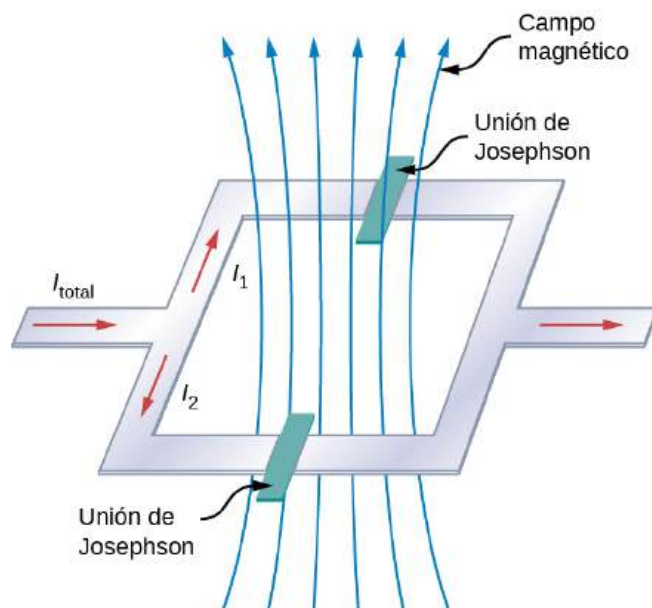
Material	Símbolo o fórmula	Temperatura crítica $T_c$ (K)	Campo magnético crítico $H_c$ (T)	Tipo
Niobio-nitrito	NbN	16,00		II
Niobio-titanio	NbTi	10,00	15,00	II
<b>Óxidos de alta temperatura</b>				
	HgBa <sub>2</sub> CaCu <sub>2</sub> O <sub>8</sub>	134,00		II
	Tl <sub>2</sub> Ba <sub>2</sub> Ca <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>10</sub>	125,00		II
	YBa <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>7</sub>	92,00	120,00	II

**TABLA 9.3** Temperaturas críticas de los superconductores

### Aplicaciones de los superconductores

Los superconductores pueden utilizarse para fabricar imanes superconductores. Estos imanes son 10 veces más fuertes que los electroimanes más potentes. Estos imanes se utilizan actualmente en las imágenes de resonancia magnética (IRM), las cuales producen imágenes de alta calidad del interior del cuerpo sin radiaciones peligrosas.

Otra aplicación interesante de la superconductividad es el dispositivo superconductor de interferencia cuántica (superconducting quantum interference device, **SQUID**). Un SQUID es un magnetómetro muy sensible que se utiliza para medir campos magnéticos extremadamente sutiles. El funcionamiento del SQUID se basa en bucles superconductores que contienen uniones de Josephson. Una **unión de Josephson** es el resultado de una predicción teórica realizada por B. D. Josephson en un artículo publicado en 1962. En el artículo, Josephson describió cómo puede fluir una supercorriente entre dos piezas de superconductor separadas por una fina capa de aislante. Este fenómeno se llama ahora efecto Josephson. El SQUID consiste en un bucle de corriente superconductor que contiene dos uniones Josephson, como se muestra en la [Figura 9.29](#). Cuando el bucle se coloca en un campo magnético, incluso muy débil, se produce un efecto de interferencia que depende de la intensidad del campo magnético.



**FIGURA 9.29** El SQUID (dispositivo superconductor de interferencia cuántica) utiliza un bucle de corriente superconductor y dos uniones Josephson para detectar campos magnéticos tan bajos como  $10^{-14}$  T (el campo magnético de la Tierra es del orden de  $0,3 \times 10^{-5}$  T).

La superconductividad es un fenómeno fascinante y útil. A temperaturas críticas cercanas al punto de ebullición del nitrógeno líquido, la superconductividad tiene aplicaciones especiales en IRM, aceleradores de partículas y trenes de alta velocidad. ¿Llegaremos a un estado en el que los materiales puedan entrar en la fase superconductor a temperaturas cercanas a la temperatura ambiente? Parece muy lejano, pero si en 1911 se preguntara a los científicos si alcanzaríamos temperaturas de nitrógeno líquido con una cerámica, lo habrían considerado inverosímil.

## Revisión Del Capítulo

### Términos Clave

**amperios (amp)** Unidad del SI para la corriente  
 $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$

**circuito** camino completo que recorre una corriente eléctrica

**conductividad eléctrica** medida de la capacidad de un material para conducir o transmitir electricidad

**corriente convencional** corriente que fluye por un circuito desde el terminal positivo de una batería a través del circuito hasta el terminal negativo de la batería

**corriente eléctrica** velocidad a la que fluye la carga,  $I = \frac{dQ}{dt}$

**densidad de corriente** flujo de carga a través de un área transversal dividido por el área

**diodo** dispositivo de circuito no óhmico que permite el flujo de corriente en una sola dirección

**efecto Meissner** fenómeno que se produce en un material superconductor donde todos los campos magnéticos son expulsados

**esquema** representación gráfica de un circuito utilizando símbolos normalizados para los componentes y líneas sólidas para el cable que conecta los componentes

**ley de Ohm** relación empírica que establece que la corriente  $I$  es proporcional a la diferencia de potencial  $V$ ; a menudo se escribe como  $V = IR$ , donde  $R$  es la resistencia

**no óhmico** tipo de material para el que la ley de Ohm no es válida

**óhmico** tipo de material para el que es válida la ley de Ohm, es decir, la caída de voltaje a través del dispositivo es igual a la corriente por la resistencia

**ohmio** ( $\Omega$ ) unidad de resistencia eléctrica,

$$1 \Omega = 1 \text{ V/A}$$

**potencia eléctrica** tasa de cambio de energía en un circuito eléctrico

**resistencia** propiedad eléctrica que impide la corriente; para los materiales óhmicos, es la relación entre el voltaje y la corriente,  $R = V/I$

**resistividad** propiedad intrínseca de un material, independiente de su forma o tamaño, directamente proporcional a la resistencia, denotada por  $\rho$

**SQUID** (Superconducting Quantum Interference Device) dispositivo superconductor de interferencia cuántica que es un magnetómetro muy sensible, utilizado para medir campos magnéticos extremadamente sutiles

**superconductividad** fenómeno que se produce en algunos materiales en los que la resistencia llega exactamente a cero y todos los campos magnéticos son expulsados, lo que ocurre de forma drástica a cierta temperatura crítica baja ( $T_C$ )

**temperatura crítica** temperatura a la que un material alcanza la superconductividad

**unión de Josephson** unión de dos piezas de material superconductor separadas por una fina capa de material aislante, que puede transportar una supercorriente

**velocidad de deriva** velocidad de una carga que se desplaza de forma casi aleatoria a través de un conductor, experimentando múltiples colisiones, promediada a lo largo de un conductor, cuya magnitud es la longitud del conductor recorrida dividida entre el tiempo que tardan las cargas en recorrer dicha longitud

### Ecuaciones Clave

Corriente eléctrica media

$$I_{\text{media}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Definición de un amperio

$$1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$$

Corriente eléctrica

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Velocidad de deriva

$$v_d = \frac{I}{nqA}$$

Densidad de corriente	$I = \iint_{\text{área}} \vec{J} \cdot d\vec{A}$
Resistividad	$\rho = \frac{E}{J}$
Expresión común de la ley de Ohm	$V = IR$
Resistividad en función de la temperatura	$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$
Definición de resistencia	$R \equiv \frac{V}{I}$
Resistencia de un cilindro de material	$R = \rho \frac{L}{A}$
Dependencia de la temperatura de la resistencia	$R = R_0 (1 + \alpha \Delta T)$
Potencia eléctrica	$P = IV$
Potencia disipada por un resistor	$P = I^2 R = \frac{V^2}{R}$

## Resumen

### 9.1 Corriente eléctrica

- La corriente eléctrica media  $I_{\text{media}}$  es la velocidad a la que fluye la carga, dada por  $I_{\text{media}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ , donde  $\Delta Q$  es la cantidad de carga que atraviesa un área en el tiempo  $\Delta t$ .
- La corriente eléctrica instantánea, o simplemente la corriente  $I$ , es la velocidad a la que fluye la carga. Tomando el límite a medida que el cambio en el tiempo se aproxima a cero, tenemos  $I = \frac{dQ}{dt}$ , donde  $\frac{dQ}{dt}$  es la derivada temporal de la carga.
- La dirección de la corriente convencional se toma como la dirección en la que se mueve la carga positiva. En un circuito simple de corriente continua (dc), será del terminal positivo de la batería al terminal negativo.
- La unidad del SI para la corriente es el amperio, o simplemente el amperio (A), donde  $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$ .
- La corriente consiste en el flujo de cargas libres, como electrones, protones e iones.

### 9.2 Modelo de conducción en metales

- La corriente que atraviesa un conductor depende principalmente del movimiento de los electrones libres.
- Cuando se aplica un campo eléctrico a un conductor, los electrones libres de un conductor

no se mueven a través de él a una velocidad y dirección constantes, sino que el movimiento es casi aleatorio debido a las colisiones con los átomos y otros electrones libres.

- Aunque los electrones se mueven de forma casi aleatoria, cuando se aplica un campo eléctrico al conductor, la velocidad global de los electrones puede definirse en términos de velocidad de deriva.
- La densidad de corriente es una cantidad vectorial definida como la corriente que atraviesa un área infinitesimal dividida entre el área.
- La corriente se puede calcular a partir de la densidad de corriente,  $I = \iint_{\text{área}} \vec{J} \cdot d\vec{A}$ .
- Una bombilla incandescente es un filamento de alambre encerrado en una bombilla de vidrio parcialmente evacuada. La corriente pasa por el filamento, donde la energía eléctrica se convierte en luz y calor.

### 9.3 Resistividad y resistencia

- La resistencia tiene unidades de ohmios ( $\Omega$ ), relacionado con los voltios y los amperios por  $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$ .
- La resistencia  $R$  de un cilindro de longitud  $L$  y sección transversal  $A$  es  $R = \frac{\rho L}{A}$ , donde  $\rho$  es la

resistividad del material.

- Los valores de  $\rho$  en la [Tabla 9.1](#) muestran que los materiales se dividen en tres grupos: conductores, semiconductores y aislantes.
- La temperatura afecta a la resistividad; para cambios de temperatura relativamente pequeños  $\Delta T$ , la resistividad es  $\rho = \rho_0 (1 + \alpha \Delta T)$ , donde  $\rho_0$  es la resistividad original y  $\alpha$  es el coeficiente de temperatura de la resistividad.
- La resistencia  $R$  de un objeto también varía con la temperatura  $R = R_0 (1 + \alpha \Delta T)$ , donde  $R_0$  es la resistencia original, y  $R$  es la resistencia después del cambio de temperatura.

#### 9.4 Ley de Ohm

- La ley de Ohm es una relación empírica para corriente, voltaje y resistencia para algunos tipos comunes de elementos de circuito, incluidos los resistores. No se aplica a otros dispositivos, como los diodos.
- Un enunciado de la ley de Ohm da la relación entre la corriente  $I$ , el voltaje  $V$  y la resistencia  $R$  en un circuito simple como  $V = IR$
- Otro enunciado de la ley de Ohm, a nivel microscópico, es  $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ .

#### 9.5 Energía eléctrica y potencia

- La potencia eléctrica es la tasa a la que se suministra la energía eléctrica a un circuito o la consume una carga.
- La potencia disipada por un resistor depende

del cuadrado de la corriente que lo atraviesa y es igual a  $P = I^2 R = \frac{V^2}{R}$ .

- La unidad del SI para la potencia eléctrica es el vatio y para la energía eléctrica es el julio. Otra unidad común para la energía eléctrica, que utilizan las compañías eléctricas, es el kilovatio-hora ( $\text{kW} \cdot \text{h}$ ).
- La energía total utilizada en un intervalo de tiempo puede hallarse mediante  $E = \int P dt$ .

#### 9.6 Superconductores

- La superconductividad es un fenómeno que se produce en algunos materiales cuando se enfrían a temperaturas críticas muy bajas, lo que provoca una resistencia exactamente cero y la expulsión de todos los campos magnéticos.
- Los materiales que normalmente son buenos conductores (como el cobre, el oro y la plata) no experimentan superconductividad.
- La superconductividad se observó por primera vez en el mercurio por Heike Kamerlingh Onnes en 1911. En 1986, el Dr. Ching Wu Chu, de la Universidad de Houston, fabricó un compuesto cerámico frágil con una temperatura crítica cercana a la del nitrógeno líquido.
- La superconductividad se puede usar en la fabricación de imanes superconductores para su uso en IRM y trenes levitados de alta velocidad.

### Preguntas Conceptuales

#### 9.1 Corriente eléctrica

1. ¿Puede un cable transportar una corriente y seguir siendo neutro, es decir, tener una carga total de cero? Explique.
2. Las baterías de los automóviles se clasifican en amperios-hora ( $\text{A} \cdot \text{h}$ ). ¿A qué magnitud física corresponden los amperios-hora (voltaje, corriente, carga, energía, potencia, ...)?
3. Cuando se trabaja con circuitos eléctricos de alta potencia, se aconseja que, siempre que sea posible, se trabaje "con una mano" o "con una mano en el bolsillo" ¿Por qué es una sugerencia sensata?

#### 9.2 Modelo de conducción en metales

4. Las bombillas incandescentes están siendo sustituidas por bombillas LED y CFL más

eficientes. ¿Hay alguna prueba evidente de que las bombillas incandescentes no sean tan eficientes energéticamente? ¿Se convierte la energía en algo más que en luz visible?

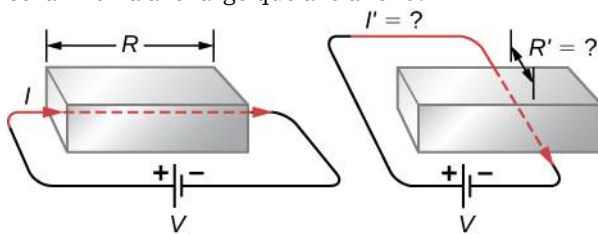
5. Se afirmó que el movimiento de un electrón parece casi aleatorio cuando se aplica un campo eléctrico al conductor. ¿Qué hace que el movimiento sea casi aleatorio y lo diferencia del movimiento aleatorio de las moléculas en un gas?
6. Los circuitos eléctricos se explican a veces utilizando un modelo conceptual de agua que fluye por una tubería. En este modelo conceptual, la fuente de voltaje se representa como una bomba que bombea agua a través de tuberías y estas conectan los componentes del circuito. ¿Es un modelo conceptual de agua fluyendo por una tubería una representación adecuada del circuito? ¿En qué se parecen los electrones y los

cables a las moléculas de agua y las tuberías? ¿En qué se diferencian?

7. Una bombilla incandescente está parcialmente evacuada. ¿Por qué crees que es así?

### 9.3 Resistividad y resistencia

8. La caída de  $IR$  a través de un resistor significa que hay un cambio de potencial o voltaje a través del resistor. ¿Hay algún cambio en la corriente cuando pasa por un resistor? Explique.
9. ¿Las impurezas de los materiales semiconductores que figuran en la [Tabla 9.1](#) aportan cargas libres? (*Pista*: Estudie el rango de resistividad de cada uno y determine si el semiconductor puro tiene la mayor o menor conductividad).
10. ¿La resistencia de un objeto depende del recorrido que hace la corriente a través de él? Consideremos, por ejemplo, una barra rectangular: ¿su resistencia es la misma a lo largo que a lo ancho?

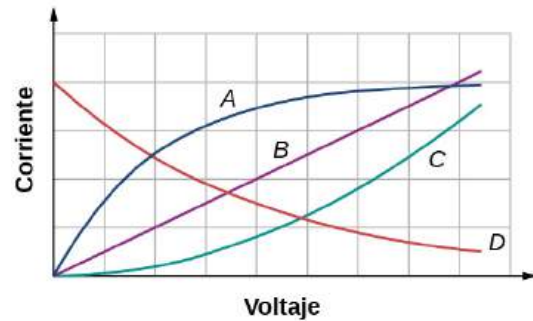


11. Si los cables de aluminio y de cobre de la misma longitud tienen la misma resistencia, ¿cuál de ellos tiene mayor diámetro? ¿Por qué?

### 9.4 Ley de Ohm

12. En [Determinación del campo a partir del potencial](#) la resistencia se definió como  $R \equiv \frac{V}{I}$ . En esta sección presentamos la ley de Ohm, que se expresa comúnmente como  $V = IR$ . Las ecuaciones son exactamente iguales. ¿Cuál es la diferencia entre la ley de Ohm y la definición de resistencia?
13. A continuación se muestran los resultados de un experimento en el que se conectaron cuatro dispositivos a través de una fuente de voltaje variable. Se aumenta el voltaje y se mide la corriente. ¿Qué dispositivo, si lo hay, es un dispositivo óhmico?

### Corriente vs. Voltaje



14. La corriente  $I$  se mide a través de una muestra de un material óhmico cuando se aplica un voltaje  $V$ . (a) ¿Cuál es la corriente cuando el voltaje se duplica a  $2V$  (suponiendo que el cambio de temperatura del material es insignificante)? (b) ¿Cuál es el voltaje aplicado si la corriente medida es  $0,2I$  (suponiendo que el cambio de temperatura del material es insignificante)? ¿Qué ocurrirá con la corriente del material si el voltaje permanece constante, pero la temperatura del material aumenta considerablemente?

### 9.5 Energía eléctrica y potencia

15. Los electrodomésticos comunes tienen un voltaje de 110 V, pero las compañías eléctricas suministran el voltaje en el rango de los kilovoltios y luego la bajan mediante transformadores a 110 V para utilizarse en los hogares. En capítulos posteriores aprenderá que los transformadores están formados por muchas vueltas de cable, que se calientan a medida que la corriente pasa por ellos, desperdiciando parte de la energía que se desprende en forma de calor. Esto parece ineficiente. ¿Por qué las compañías eléctricas transportan la potencia eléctrica con este método?
16. Su factura eléctrica indica su consumo en unidades de kilovatios-hora ( $\text{kW} \cdot \text{h}$ ). ¿Esta unidad representa la cantidad de carga, corriente, voltaje, potencia o energía que compra?
17. Los resistores suelen tener un valor nominal de  $\frac{1}{8} \text{ W}$ ,  $\frac{1}{4} \text{ W}$ ,  $\frac{1}{2} \text{ W}$ ,  $1 \text{ W}$  y  $2 \text{ W}$  para su uso en circuitos eléctricos. Si una corriente de  $I = 2,00 \text{ A}$  se pasa accidentalmente por un resistor de  $R = 1,00 \Omega$  con un valor nominal de  $1 \text{ W}$ , ¿cuál sería el resultado más probable? ¿Hay algo que se pueda hacer para evitar un accidente así?

- 18.** Un calefactor de inmersión es un pequeño aparato que sirve para calentar una taza de agua para el té haciendo pasar la corriente a través de un resistor. Si se duplica el voltaje aplicado al aparato, ¿cambiará el tiempo necesario para calentar el agua? ¿Por cuánto? ¿Es una buena idea?

## 9.6 Superconductores

- 19.** ¿Qué requisito para la superconductividad hace

## Problemas

### 9.1 Corriente eléctrica

- 21.** Un generador Van de Graaff es uno de los aceleradores de partículas originales y puede utilizarse para acelerar partículas cargadas como protones o electrones. Es posible que haya visto que se utiliza para poner los pelos de punta o producir grandes chispas. Una de las aplicaciones del generador Van de Graaff es crear rayos X bombardeando un objetivo de metal duro con el haz. Considera un haz de protones a 1,00 keV y una corriente de 5,00 mA producida por el generador. (a) ¿Cuál es la velocidad de los protones? (b) ¿Cuántos protones se producen cada segundo?
- 22.** Un tubo de rayos catódicos (cathode ray tube, CRT) es un dispositivo que produce un haz concentrado de electrones en el vacío. Los electrones chocan con una pantalla de vidrio recubierta de fósforo en el extremo del tubo, que produce un punto de luz brillante. La posición del punto luminoso en la pantalla puede ajustarse desviando los electrones con campos eléctricos, campos magnéticos o ambos. Aunque el tubo CRT era habitual en televisores, pantallas de computadora y osciloscopios, los aparatos más recientes utilizan una pantalla de cristal líquido (LCD) o de plasma. Aun así, es posible que se encuentre con un CRT en su estudio de la ciencia. Consideremos un CRT con una corriente media del haz de electrones de  $25,00 \mu\text{A}$ . ¿Cuántos electrones golpean la pantalla cada minuto?
- 23.** ¿Cuántos electrones pasan por un punto de un cable en 3,00 s si hay una corriente constante de  $I = 4,00 \text{ A}$ ?
- 24.** Un conductor transporta una corriente que disminuye exponencialmente con el tiempo. La corriente se modela como  $I = I_0 e^{-t/\tau}$ , donde  $I_0 = 3,00 \text{ A}$  es la corriente en el momento

que los dispositivos superconductores actuales sean costosos para operar?

- 20.** Nombre dos aplicaciones de la superconductividad enumeradas en esta sección y explique cómo se utiliza la superconductividad en la aplicación. ¿Se le ocurre alguna utilidad de la superconductividad que no esté en la lista?

$t = 0,00 \text{ s}$  y  $\tau = 0,50 \text{ s}$  es la constante de tiempo. Cuánta carga fluye por el conductor entre  $t = 0,00 \text{ s}$  y  $t = 3\tau$ ?

- 25.** La cantidad de carga que atraviesa un conductor se modela como  $Q = 4,00 \frac{\text{C}}{\text{s}^4} t^4 - 1,00 \frac{\text{C}}{\text{s}} t + 6,00 \text{ mC}$ .  
Cuál es la corriente en el momento  $t = 3,00 \text{ s}$ ?
- 26.** La corriente que atraviesa un conductor se modela como  $I(t) = I_m \sin(2\pi [60 \text{ Hz}] t)$ . Escriba una ecuación para la carga como una función de tiempo.
- 27.** La carga de un condensador en un circuito se modela como  $Q(t) = Q_{\text{máx.}} \cos(\omega t + \phi)$ . ¿Cuál es la corriente que atraviesa el circuito en función del tiempo?

### 9.2 Modelo de conducción en metales

- 28.** Un cable de aluminio de 1,628 mm de diámetro (calibre 14) transporta una corriente de 3,00 amperios. (a) ¿Cuál es el valor absoluto de la densidad de carga en el cable? (b) ¿Cuál es la velocidad de deriva de los electrones? (c) ¿Cuál sería la velocidad de deriva si se utilizara el mismo calibre de cobre en vez de aluminio? La densidad del cobre es  $8,96 \text{ g/cm}^3$  y la densidad del aluminio es  $2,70 \text{ g/cm}^3$ . La masa molar del aluminio es de  $26,98 \text{ g/mol}$  y la del cobre de  $63,5 \text{ g/mol}$ . Supongamos que cada átomo de metal aporta un electrón libre.
- 29.** La corriente de un haz de electrones tiene una corriente medida de  $I = 50,00 \mu\text{A}$  con un radio de 1,00 mm. ¿Cuál es la magnitud de la densidad de corriente del rayo?
- 30.** Un acelerador de protones de alta energía produce un haz de protones con un radio de  $r = 0,90 \text{ mm}$ . La corriente del rayo es  $I = 9,00 \mu\text{A}$  y es constante. La densidad de carga del haz es  $n = 6,00 \times 10^{11}$  protones por metro cúbico. (a) ¿Cuál es la densidad de

corriente del haz? (b) ¿Cuál es la velocidad de deriva del haz? (c) ¿Cuánto tiempo tarda en  $1,00 \times 10^{10}$  protones que emite el acelerador?

31. Consideremos un cable de sección circular con un radio de  $R = 3,00$  mm. La magnitud de la densidad de corriente se modela como  $J = cr^2 = 5,00 \times 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}^4} r^2$ . ¿Cuál es la corriente que atraviesa la sección interior del cable desde el centro hasta  $r = 0,5R$ ?
32. Un cable cilíndrico tiene una densidad de corriente desde el centro de la sección transversal del cable como  $J(r) = Cr^2$  donde  $r$  está en metros,  $J$  está en amperios por metro cuadrado, y  $C = 10^3$  A/m<sup>4</sup>. Esta densidad de corriente se prolonga hasta el final del cable con un radio de 1,0 mm. Calcule la corriente en el exterior de este cable.
33. La corriente suministrada a una unidad de aire acondicionado es de 4,00 amperios. El aire acondicionado está cableado con un cable de calibre 10 (diámetro 2,588 mm). La densidad de carga es  $n = 8,48 \times 10^{28} \frac{\text{electrones}}{\text{m}^3}$ . Calcule la magnitud de (a) la densidad de corriente y (b) la velocidad de deriva.

### 9.3 Resistividad y resistencia

34. ¿Qué corriente circula por la bombilla de una linterna de 3,00 V cuando su resistencia en caliente es 3,60  $\Omega$ ?
35. Calcule la resistencia efectiva de una calculadora de bolsillo que tiene una batería de 1,35 V y por la que circulan 0,200 mA.
36. ¿Cuántos voltios se suministran para hacer funcionar un indicador luminoso en un reproductor de DVD que tiene una resistencia de 140  $\Omega$ , dado que pasan 25,0 mA a través de él?
37. ¿Cuál es la resistencia de un trozo de 20,0 m de longitud de un cable de cobre de calibre 12 con un diámetro de 2,053 mm?
38. El diámetro del cable de cobre de calibre 0 es de 8,252 mm. Calcule la resistencia de un cable de 1,00 km de longitud de este tipo que se utiliza para la transmisión de potencia.
39. Si el filamento de tungsteno de 0,100 mm de diámetro de una bombilla debe tener una resistencia de 0,200  $\Omega$  a 20,0  $^{\circ}\text{C}$ , ¿cuánto tiempo debe ser?
40. Una varilla de plomo tiene una longitud de 30,00 cm y una resistencia de 5,00  $\mu\Omega$ . ¿Cuál es el radio de la varilla?
41. Calcule la relación entre el diámetro del cable de aluminio y el de cobre, si tienen la misma resistencia por unidad de longitud (como podría ser en el cableado doméstico).
42. ¿Qué corriente circula por una varilla de silicio puro de 2,54 cm de diámetro y 20,0 cm de longitud cuando se le aplican  $1,00 \times 10^3$  V? (Esta varilla puede utilizarse para fabricar detectores de partículas nucleares, por ejemplo).
43. (a) ¿A qué temperatura se debe elevar un cable de cobre, originalmente a 20,0  $^{\circ}\text{C}$ , para duplicar su resistencia, sin tener en cuenta los cambios de dimensiones? (b) ¿Sucede esto en el cableado doméstico en circunstancias ordinarias?
44. Un resistor fabricado con alambre de nicromo se utiliza en una aplicación en la que su resistencia no puede variar más del 1,00 % de su valor a 20,0  $^{\circ}\text{C}$ . ¿En qué rango de temperaturas se puede utilizar?
45. ¿De qué material está hecho un resistor si su resistencia es un 40,0 % mayor a 100,0  $^{\circ}\text{C}$  que a 20,0  $^{\circ}\text{C}$ ?
46. Un dispositivo electrónico diseñado para funcionar a cualquier temperatura en el rango de  $-10,0$   $^{\circ}\text{C}$  a 55,0  $^{\circ}\text{C}$  contiene resistores de carbono puro. ¿En qué factor aumenta su resistencia en este rango?
47. (a) ¿De qué material está hecho un cable, si tiene 25,0 m de longitud, un diámetro de 0,100 mm y una resistencia de 77,7  $\Omega$  a 20,0  $^{\circ}\text{C}$ ? (b) ¿Cuál es su resistencia a 150,0  $^{\circ}\text{C}$ ?
48. Suponiendo que existe un coeficiente de resistividad a temperatura constante, ¿cuál es el máximo porcentaje de disminución de la resistencia de un alambre de constantán a partir de 20,0  $^{\circ}\text{C}$ ?
49. Un cable de cobre tiene una resistencia de 0,500  $\Omega$  a 20,0  $^{\circ}\text{C}$ , y un cable de hierro tiene una resistencia de 0,525  $\Omega$  a la misma temperatura. ¿A qué temperatura son iguales sus resistencias?

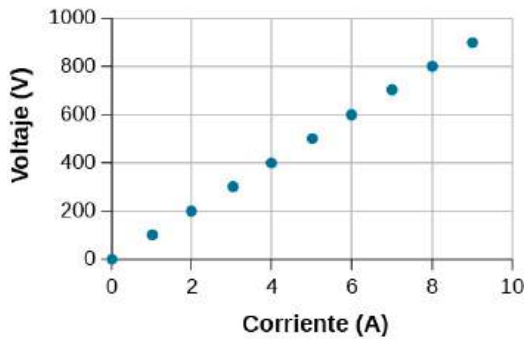
### 9.4 Ley de Ohm

50. Un resistor de 2,2-k  $\Omega$  resistor se conecta a través de una batería D (1,5 V). ¿Cuál es la corriente que pasa por el resistor?
51. Un resistor con un valor nominal de 250 k  $\Omega$  se conecta a través de dos baterías D (cada una de 1,50 V) en serie, con una voltaje total de 3,00 V. El fabricante anuncia que sus resistores están dentro del 5 % del valor nominal. ¿Cuál es la posible corriente mínima y máxima que pasa por el resistor?



52. Un resistor está conectado en serie con una fuente de alimentación de 20,00 V. La medida de corriente es de 0,50 A. ¿Cuál es la resistencia del resistor?
53. Se coloca un resistor en un circuito con una fuente de voltaje ajustable. A continuación se muestra el voltaje y la corriente que atraviesan el resistor, así como las mediciones. Estime la resistencia del resistor.

### Ley de Ohm



54. La siguiente tabla muestra las mediciones de una directa y el voltaje a través de una muestra de material. Trace los datos y, suponiendo que el objeto es un dispositivo óhmico, estime la resistencia.

$I(\text{A})$	$V(\text{V})$
0	3
2	23
4	39
6	58
8	77
10	100
12	119
14	142
16	162

### 9.5 Energía eléctrica y potencia

55. Una batería de 20,00V se utiliza para suministrar corriente a un resistor de 10-k  $\Omega$ . Supongamos que la caída de voltaje a través de los cables utilizados para las conexiones es insignificante. (a) ¿Cuál es la corriente que atraviesa el resistor? (b) ¿Cuál es la potencia disipada por el resistor? (c) ¿Cuál es la potencia de entrada de la batería, suponiendo que toda la potencia eléctrica es disipada por el resistor? (d) ¿Qué ocurre con la energía disipada por el resistor?
56. ¿Cuál es el voltaje máximo que se puede aplicar a un resistor de 20-k  $\Omega$  con un valor nominal de  $\frac{1}{4}$  W?
57. Se está diseñando un calefactor que utiliza una bobina de cable de nicromo de calibre 14 para generar 300 W utilizando un voltaje de  $V = 110$  V. ¿Qué longitud debe hacer el ingeniero que tenga el cable?
58. Una alternativa a las bombillas CFL y a las incandescentes son las bombillas de diodos luminosos (LED). Una bombilla incandescente de 100 W puede ser sustituida por una bombilla LED de 16 W. Ambas producen 1600 lúmenes de luz. Suponiendo que el costo de la electricidad es de 0,10 centavos de dólar por kilovatio-hora, ¿cuánto cuesta tener encendida la bombilla durante un año si la enciende cuatro horas al día?
59. La potencia disipada por un resistor con un resistor de  $R = 100 \Omega$  es  $P = 2,0$  W. ¿Cuáles son la corriente y la caída de voltaje a través del resistor?
60. Al llegar tarde para tomar un vuelo, un conductor deja accidentalmente los faros encendidos después de aparcarse el automóvil en el aparcamiento del aeropuerto. Durante el despegue, el conductor se da cuenta del error. Tras haber sustituido la batería, el conductor sabe que se trata de una batería de automóvil de 12 V, con una capacidad de 100 A · h. El conductor, sabiendo que no se puede hacer nada, calcula cuánto tiempo estarán encendidas las luces, suponiendo que hay dos faros de 12 V, cada uno de 40 W. ¿Qué ha concluido el conductor?
61. Un estudiante de física tiene una habitación individual. El estudiante tiene un pequeño refrigerador que funciona con una corriente de 3,00 A y un voltaje de 110 V, una lámpara que contiene una bombilla de 100 W, una lámpara de techo con una bombilla de 60 W y varios otros dispositivos pequeños que suman 3,00 W. (a) Suponiendo que la central eléctrica que suministra electricidad de 110 V al dormitorio está a 10 km de distancia y que los dos cables de transmisión de aluminio utilizan un cable de

calibre 0 con un diámetro de 8,252 mm, haga un estimado del porcentaje de la potencia total suministrada por la compañía eléctrica que se pierde en la transmisión. (b) ¿Cuál sería el resultado si la compañía eléctrica suministrara la energía eléctrica a 110 kV?

62. A un resistor de 0,50 W, 220- $\Omega$  lleva la corriente máxima posible sin dañar el resistor. Si la corriente se redujera a la mitad, ¿cuál sería la potencia consumida?

### 9.6 Superconductores

63. Considérese que una central eléctrica situada a 60 km de una zona residencial utiliza un cable de cobre de calibre 0 ( $A = 42,40 \text{ mm}^2$ ) para transmitir potencia a una corriente de  $I = 100,00 \text{ A}$ . ¿Cuánta más potencia se disipa en los cables de cobre que en los superconductores?
64. Un cable se pasa por una matriz, estirándolo hasta cuatro veces su longitud original. ¿En qué factor aumenta su resistencia?
65. Los termómetros médicos digitales determinan la temperatura midiendo la resistencia de un dispositivo semiconductor llamado termistor (que tiene  $\alpha = -0,06/^\circ\text{C}$ ) cuando está a la misma temperatura que el paciente. Cuál es la

temperatura de un paciente si la resistencia del termistor a esa temperatura es el 82,0 % de su valor a  $37^\circ\text{C}$  (temperatura corporal normal)?

66. Los generadores de potencia eléctrica a veces se "prueban en carga" haciendo pasar la corriente por un gran cubo de agua. Se puede utilizar un método similar para comprobar la potencia calorífica de un resistor. Un resistor de  $R = 30 \Omega$  está conectado a una batería de 9,0 V y los cables del resistor están impermeabilizados y el resistor se coloca en 1,0 kg de agua a temperatura ambiente ( $T = 20^\circ\text{C}$ ). La corriente pasa por el resistor durante 20 minutos. Suponiendo que toda la energía eléctrica disipada por el resistor se convierte en calor, ¿cuál es la temperatura final del agua?
67. Un cable de oro de calibre 12 tiene una longitud de 1 metro. (a) ¿Cuál sería la longitud de un cable de plata de calibre 12 con la misma resistencia? (b) ¿Cuáles son sus respectivas resistencias a la temperatura del agua hirviendo?
68. ¿Cuál es el cambio de temperatura necesario para disminuir la resistencia de un resistor de carbono en un 10 %?

### Problemas Adicionales

69. Un cable coaxial está formado por un conductor interno de radio  $r_i = 0,25 \text{ cm}$  y un radio exterior de  $r_o = 0,5 \text{ cm}$  y tiene una longitud de 10 metros. El plástico, con una resistividad de  $\rho = 2,00 \times 10^{13} \Omega \cdot \text{m}$ , separa los dos conductores. ¿Cuál es la resistencia del cable?
70. Un cable de 10,00 metros de longitud hecho de cobre tiene una resistencia de 0,051 ohmios. (a) ¿Cuál es el peso si el cable fuera de cobre? (b) ¿Cuál es el peso de un cable de 10,00 metros de longitud del mismo calibre hecho de aluminio? (c) ¿Cuál es la resistencia del cable de aluminio? La densidad del cobre es  $8.960 \text{ kg/m}^3$  y la densidad del aluminio es  $2.760 \text{ kg/m}^3$ .
71. Una varilla de nicromo de 3,00 mm de longitud con una sección transversal de  $1,00 \text{ mm}^2$  se usa para un termómetro digital. (a) ¿Cuál es la resistencia a temperatura ambiente? (b) ¿Cuál es la resistencia a temperatura corporal?
72. La temperatura en Filadelfia, PA puede variar entre  $68,00^\circ\text{F}$  y  $100,00^\circ\text{F}$  en un día de verano. ¿En qué porcentaje cambiará la resistencia de un cable de aluminio durante el día?
73. Cuando se aplican 100,0 V a través de un cable de calibre 5 (diámetro 4,621 mm) de 10 m de longitud, la magnitud de la densidad de corriente es  $2,0 \times 10^8 \text{ A/m}^2$ . ¿Cuál es la resistividad del cable?
74. Un cable con una resistencia de  $5,0 \Omega$  se extrae a través de un troquel para que su nueva longitud sea el doble de la original. Calcule la resistencia del cable más largo. Puede suponer que la resistividad y la densidad del material no cambian.
75. ¿Cuál es la resistividad de un cable de calibre 5 ( $A = 16,8 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ ), 5,00 m de longitud, y una resistencia de  $5,10 \text{ m}\Omega$ ?
76. A menudo, las bobinas se utilizan en los circuitos eléctricos y electrónicos. Consideremos una bobina que se forma enrollando 1.000 vueltas de alambre de cobre aislado de calibre 20 (área  $0,52 \text{ mm}^2$ ) en una sola capa sobre un núcleo cilíndrico no conductor de 2,0 mm de radio. ¿Cuál es la resistencia de la bobina? Ignore el grosor del aislamiento.

77. Las corrientes de aproximadamente 0,06 A pueden ser potencialmente mortales. Las corrientes en ese rango pueden hacer que el corazón fibrile (lata de forma incontrolada). La resistencia de un cuerpo humano seco puede ser de aproximadamente 100 k  $\Omega$ . (a) ¿Qué voltaje puede causar 0,06 A a través de un cuerpo humano seco? (b) Cuando un cuerpo humano está mojado, la resistencia puede caer a 100  $\Omega$ . ¿Qué voltaje puede causar daños en un cuerpo mojado?
78. Un resistor de 20,00 ohmios y 5,00 vatios se coloca en serie con una fuente de alimentación. (a) ¿Cuál es el voltaje máximo que puede

aplicarse al resistor sin dañarlo? (b) ¿Cuál sería la corriente que atraviesa el resistor?

79. Una batería con una fuerza electromotriz (electromotive force, emf) de 24,00 V suministra una corriente constante de 2,00 mA a un aparato. ¿Cuánto trabajo hace la batería en tres minutos?
80. Una batería de 12,00 V tiene una resistencia interna de una décima de ohmio. (a) ¿Cuál es la corriente si los terminales de la batería están momentáneamente en cortocircuito? (b) ¿Cuál es el voltaje del terminal si la batería suministra 0,25 amperios a un circuito?

### Problemas De Desafío

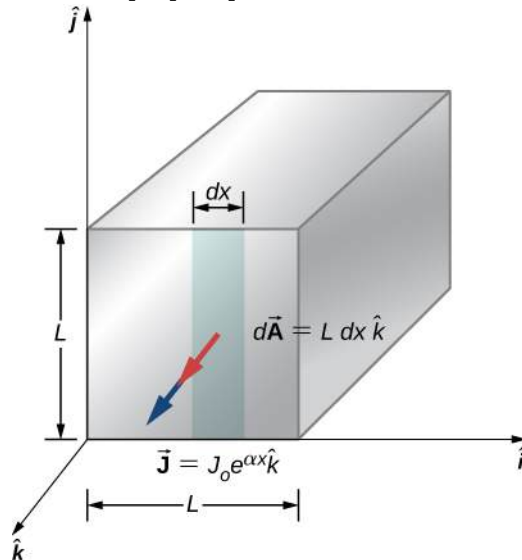
81. Un cable de cobre de calibre 10 tiene una sección transversal  $A = 5,26 \text{ mm}^2$  y lleva una corriente de  $I = 5,00 \text{ A}$ . La densidad del cobre es  $\rho = 8,95 \text{ g/cm}^3$ . Un mol de átomos de cobre ( $6,02 \times 10^{23}$  átomos) tiene una masa de aproximadamente 63,50 g. ¿Cuál es la magnitud de la velocidad de deriva de los electrones, suponiendo que cada átomo de cobre contribuye a la corriente con un electrón libre?
82. La corriente a través de un cable calibre 12 viene dada por  $I(t) = (5,00 \text{ A}) \sin(2\pi 60 \text{ Hz } t)$ . ¿Cuál es la densidad de corriente en el tiempo 15,00 ms?
83. Un acelerador de partículas produce un haz con un radio de 1,25 mm con una corriente de 2,00 mA. Cada protón tiene una energía cinética de 10,00 MeV. (a) ¿Cuál es la velocidad de los protones? (b) ¿Cuál es el número ( $n$ ) de protones por unidad de volumen? (b) ¿Cuántos electrones pasan por una sección transversal cada segundo?
84. En este capítulo la mayoría de los ejemplos y problemas involucran corriente continua (dc). Los circuitos de dc tienen la corriente que fluye en una dirección, de positivo a negativo. Cuando la corriente cambiaba, lo hacía linealmente desde  $I = -I_{\text{máx.}}$  a  $I = +I_{\text{máx.}}$  y el voltaje cambió linealmente de  $V = -V_{\text{máx.}}$  a  $V = +V_{\text{máx.}}$ , donde  $V_{\text{máx.}} = I_{\text{máx.}} R$ . Supongamos que una fuente de voltaje se coloca en serie con un resistor de  $R = 10 \Omega$  que suministraba una corriente que se alternaba como una onda sinusoidal, por ejemplo,  $I(t) = (3,00 \text{ A}) \sin\left(\frac{2\pi}{4,00 \text{ s}} t\right)$ . (a) ¿Qué aspecto tendría un gráfico de la caída de voltaje a través de resistor  $V(t)$  versus tiempo? (b) ¿Qué aspecto

tendría un gráfico de  $V(t)$  versus  $I(t)$  para un periodo? (Pista: Si no está seguro, pruebe trazar  $V(t)$  versus  $I(t)$  con una hoja de cálculo).

85. Una corriente de  $I = 25 \text{ A}$  se extrae de una batería de 100 V durante 30 segundos. ¿En cuánto se reduce la energía química?
86. Consideremos una varilla cuadrada de material con lados de longitud  $L = 3,00 \text{ cm}$  con una densidad de corriente de

$$\vec{J} = J_0 e^{\alpha x} \hat{k} = \left(0,35 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}\right) e^{\left(2,1 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}\right) x} \hat{k}$$

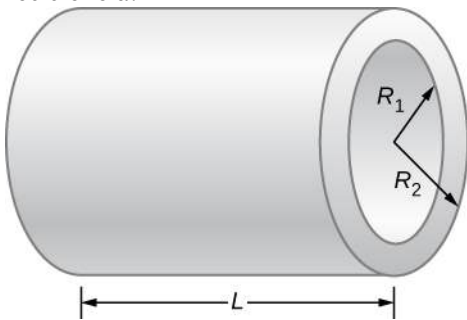
como se muestra a continuación. Calcule la corriente que pasa por la cara de la varilla.



87. Un resistor de resistencia desconocida se coloca en un recipiente aislado lleno de 0,75 kg de agua. Se conecta una fuente de voltaje en serie con el resistor y una corriente de 1,2 amperios pasa por el resistor durante 10 minutos. Durante este tiempo, se mide la temperatura del agua y el cambio de temperatura durante este

tiempo es  $\Delta T = 10,00 \text{ }^\circ\text{C}$ . (a) ¿Cuál es la resistencia del resistor? (b) ¿Cuál es el voltaje suministrado por la fuente de alimentación?

88. La carga que fluye a través de un punto en un cable en función del tiempo se modela como  $q(t) = q_0 e^{-t/T} = 10,0 \text{ C} e^{-t/5 \text{ s}}$ . (a) ¿Cuál es la corriente inicial que atraviesa el cable en el momento  $t = 0,00 \text{ s}$ ? (b) Calcule la corriente en el momento  $t = \frac{1}{2}T$ . (c) ¿En qué momento  $t$  se reducirá la corriente a la mitad  $I = \frac{1}{2}I_0$ ?
89. Considere un resistor hecho de un cilindro hueco de carbono como se muestra a continuación. El radio interior del cilindro es  $R_i = 0,20 \text{ mm}$  y el radio exterior es  $R_0 = 0,30 \text{ mm}$ . La longitud del resistor es  $L = 0,90 \text{ mm}$ . La resistividad del carbono es  $\rho = 3,5 \times 10^{-5} \text{ } \Omega \cdot \text{m}$ . (a) Demuestre que la resistencia perpendicular al eje es  $R = \frac{\rho}{2\pi L} \ln\left(\frac{R_0}{R_i}\right)$ . (b) ¿Cuál es la resistencia?



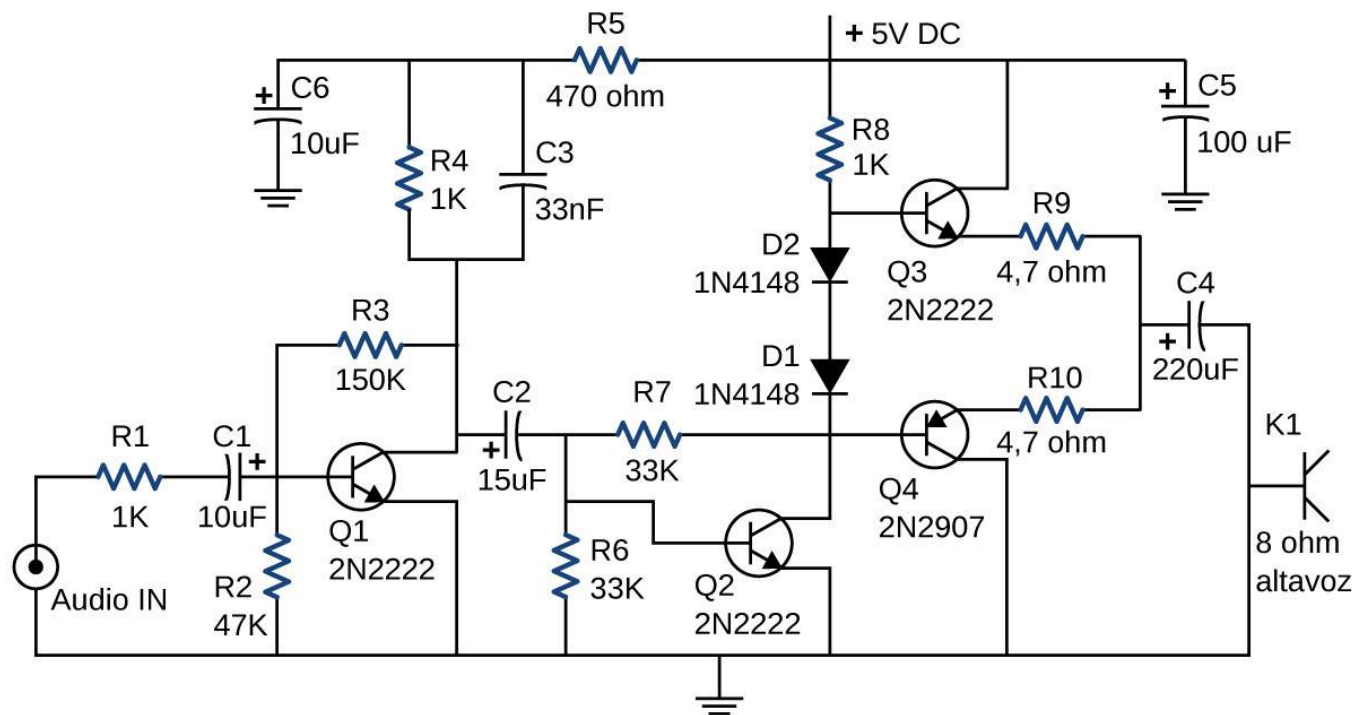
90. ¿Cuál es la corriente que atraviesa un cable cilíndrico de radio  $R = 0,1 \text{ mm}$  si la densidad de corriente es  $J = \frac{J_0}{R} r$ , donde

$$J_0 = 32000 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}?$$

91. Un estudiante utiliza un calefactor radiante de  $100,00 \text{ W}$  y  $115,00 \text{ V}$  para calentar su dormitorio durante las horas comprendidas entre la puesta y la salida del sol, de  $6:00 \text{ p. m.}$  a  $7:00 \text{ a. m.}$  (a) ¿A qué corriente funciona el calefactor? (b) ¿Cuántos electrones se mueven a través del calefactor? (c) ¿Cuál es la resistencia del calefactor? (d) ¿Cuánto calor se ha añadido al dormitorio?
92. Una batería de automóvil de  $12 \text{ V}$  se utiliza para encender una lámpara de  $20,00 \text{ W}$  y  $12,00 \text{ V}$  durante el viaje de acampada o la fiesta de las estrellas del club de física. El cable que va a la lámpara es de  $2,00 \text{ metros}$  de longitud, de cobre calibre 14 con una densidad de carga de  $n = 9,50 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ . (a) ¿Cuál es la corriente que consume la lámpara? (b) ¿Cuánto tiempo tardaría un electrón en ir de la batería a la lámpara?
93. Un estudiante de física utiliza un calefactor de inmersión de  $115,00 \text{ V}$  para calentar  $400,00 \text{ gramos}$  (casi dos tazas) de agua para una infusión de hierbas. Durante los dos minutos que tarda el agua en calentarse, el estudiante de física se aburre y decide calcular la resistencia del calefactor. El alumno parte de la suposición de que el agua está inicialmente a la temperatura de la habitación  $T_i = 25,00 \text{ }^\circ\text{C}$  y alcanza  $T_f = 100,00 \text{ }^\circ\text{C}$ . El calor específico del agua es  $c = 4.180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ . ¿Cuál es la resistencia del calefactor?

# CAPÍTULO 10

## Circuitos de corriente directa



**Figura 10.1** Este circuito mostrado se utiliza para amplificar pequeñas señales y alimentar los altavoces de los auriculares conectados a un teléfono móvil. Los componentes de este circuito incluyen resistores, condensadores y diodos, todos ellos tratados en capítulos anteriores, así como transistores, que son dispositivos semiconductores tratados en [Física de la materia condensada \(http://openstax.org/books/física-universitaria-volumen-3/pages/9-introduccion\)](http://openstax.org/books/física-universitaria-volumen-3/pages/9-introduccion). Los circuitos que utilizan componentes similares se encuentran en todo tipo de equipos y electrodomésticos de uso cotidiano, como relojes despertadores, televisores, computadoras y refrigeradores (créditos a la izquierda: modificación del trabajo de Jane Whitney).

### ESQUEMA DEL CAPITULO

- 10.1 Fuerza electromotriz
- 10.2 Resistores en serie y en paralelo
- 10.3 Reglas de Kirchoff
- 10.4 Instrumentos de medición eléctrica
- 10.5 Circuitos RC
- 10.6 Cableado doméstico y seguridad eléctrica

**INTRODUCCIÓN** En los capítulos anteriores hemos hablado de componentes eléctricos, como condensadores, resistores y diodos. En este capítulo utilizamos estos componentes eléctricos en los circuitos. Un circuito es un conjunto de componentes eléctricos conectados para realizar una tarea específica. [Figura 10.1](#) muestra un circuito amplificador, que toma una señal de pequeña amplitud y la amplifica para alimentar los altavoces de los auriculares. Aunque el circuito parece complejo, en realidad consiste en un conjunto de circuitos en serie, paralelo y serie-paralelo. La segunda sección de este capítulo abarca el análisis de los circuitos en serie y en paralelo formados por resistores. Más adelante en este capítulo introducimos las

ecuaciones y técnicas básicas para analizar cualquier circuito, lo que incluye aquellos que no son reducibles a través de la simplificación de elementos paralelos y en serie. Pero primero tenemos que entender cómo se alimenta un circuito.

## 10.1 Fuerza electromotriz

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Describir la fuerza electromotriz (emf) y la resistencia interna de una batería.
- Explicar el funcionamiento básico de una batería.

Si se le olvida apagar las luces del automóvil, estas se van apagando poco a poco a medida que la batería se va agotando. ¿Por qué no se apagan de repente cuando la energía de la batería se agota? Su atenuación gradual implica que el voltaje de salida de la batería disminuye a medida que esta se agota. La razón de la disminución del voltaje de salida de las baterías agotadas es que todas las fuentes de voltaje tienen dos partes fundamentales: una fuente de energía eléctrica y una resistencia interna. En esta sección examinamos la fuente de energía y la resistencia interna.

### Introducción a la fuerza electromotriz

El voltaje tiene muchas fuentes, algunas de las cuales se muestran en [Figura 10.2](#). Todos estos dispositivos crean una **diferencia de potencial** y pueden suministrar corriente si se conectan a un circuito. Un tipo especial de diferencia de potencial se conoce como **fuerza electromotriz (emf)**. La emf no es una fuerza en absoluto, pero el término "fuerza electromotriz" se utiliza por razones históricas. Fue acuñado por Alessandro Volta en el siglo XIX, cuando inventó la primera batería, también conocida como pila voltaica. Como la fuerza electromotriz no es una fuerza, es común referirse a estas fuentes simplemente como fuentes de emf (pronunciadas como las letras "e-eme-efe"), en vez de fuentes de fuerza electromotriz.



(a)



(b)



(c)

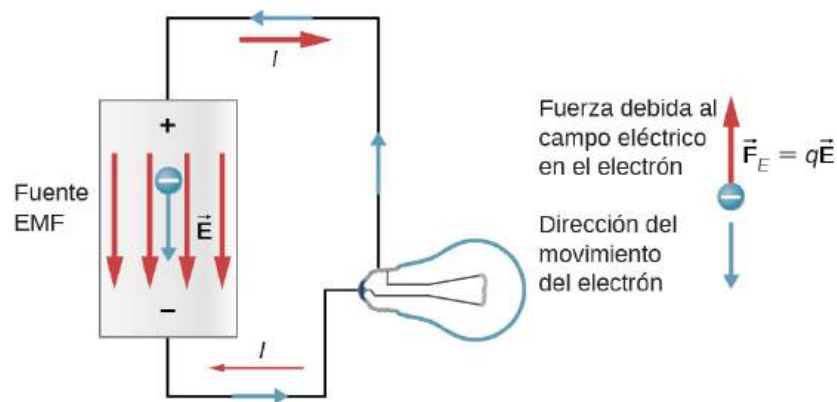


(d)

**FIGURA 10.2** Diversas fuentes de voltaje. (a) El parque eólico de Brazos en Fluvanna, Texas; (b) la presa de

Krasnoyarsk en Rusia; (c) un parque solar; (d) un grupo de baterías de níquel-hidruro metálico. La salida de voltaje de cada aparato depende de su construcción y de la carga. La salida de voltaje es igual a la emf solo si no hay carga (créditos a: modificación del trabajo de Stig Nygaard; créditos b: modificación del trabajo de "vadmpl"/Wikimedia Commons; créditos c: modificación del trabajo de "The tdog"/Wikimedia Commons; créditos d: modificación del trabajo de "Itrados"/Wikimedia Commons).

Si la fuerza electromotriz no es una fuerza en absoluto, entonces ¿qué es la emf y qué es una fuente de emf? Para responder estas preguntas considere un circuito simple de una lámpara de 12 V conectada a una batería de 12 V, como se muestra en la [Figura 10.3](#). La batería se puede modelar como un dispositivo de dos terminales que mantiene un terminal a un potencial eléctrico más alto que el segundo terminal. El potencial eléctrico más alto se denomina a veces terminal positivo y se etiqueta con un signo positivo. El terminal de menor potencial se denomina a veces terminal negativo y se etiqueta con el signo menos. Esta es la fuente de la emf.



**FIGURA 10.3** Una fuente de emf mantiene un terminal a un potencial eléctrico mayor que el otro terminal, actuando como fuente de corriente en un circuito.

Cuando la fuente de emf no está conectada a la lámpara, no hay flujo neto de carga dentro de la fuente de emf. Una vez que la batería está conectada a la lámpara, las cargas fluyen desde un terminal de la batería, a través de la lámpara (haciendo que esta se encienda), y de vuelta al otro terminal de la batería. Si consideramos el flujo de corriente positiva (convencional), las cargas positivas salen del terminal positivo, viajan a través de la lámpara y entran en el terminal negativo.

El flujo de corriente positiva es útil para la mayoría de los análisis de circuitos de este capítulo, pero en los cables metálicos y los resistores, los electrones son los que más contribuyen a la corriente, y fluyen en la dirección opuesta al flujo de corriente positiva. Por lo tanto, es más realista considerar el movimiento de los electrones para el análisis del circuito en la [Figura 10.3](#). Los electrones salen del terminal negativo, viajan a través de la lámpara y vuelven al terminal positivo. Para que la fuente de emf mantenga la diferencia de potencial entre los dos terminales, las cargas negativas (electrones) deben desplazarse del terminal positivo al negativo. La fuente de emf actúa como una bomba de carga, moviendo las cargas negativas del terminal positivo al negativo para mantener la diferencia de potencial. Esto aumenta la energía potencial de las cargas y, por tanto, su potencial eléctrico.

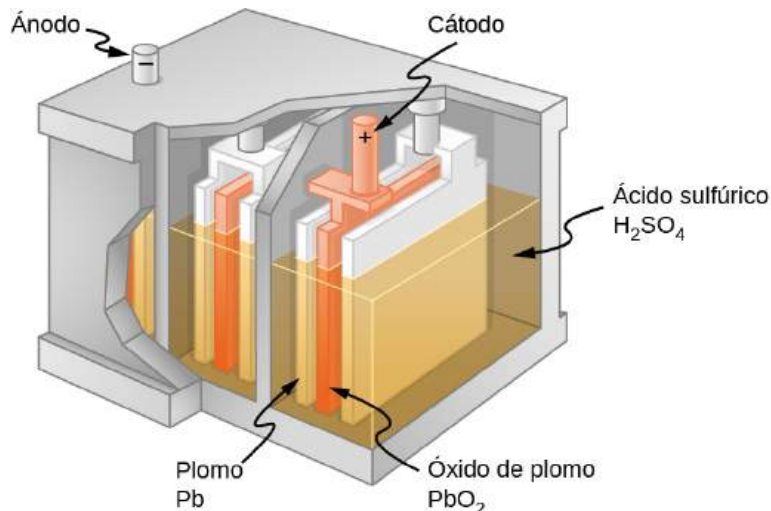
La fuerza que ejerce el campo eléctrico sobre la carga negativa está en la dirección opuesta al campo eléctrico, como se muestra en la [Figura 10.3](#). Para que las cargas negativas se desplacen al terminal negativo, debe realizarse un trabajo sobre las cargas negativas. Para ello se necesita energía, que proviene de las reacciones químicas de la batería. El potencial se mantiene alto en el terminal positivo y bajo en el negativo para mantener la diferencia de potencial entre los dos terminales. La emf es igual al trabajo realizado sobre la carga por unidad de carga ( $\mathcal{E} = \frac{dW}{dq}$ ) cuando no hay flujo de corriente. Como la unidad de trabajo es el julio y la unidad de carga es el culombio, la unidad de emf es el voltio ( $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$ ).

El **voltaje de los terminales**  $V_{\text{terminal}}$  de una batería es el voltaje medida a través de sus terminales. Una batería ideal es una fuente de emf que mantiene un voltaje constante en los terminales, independientemente

de la corriente entre los dos terminales. Una batería ideal no tiene resistencia interna, y el voltaje en los terminales es igual a la emf de la batería. En la siguiente sección demostraremos que una batería real sí tiene resistencia interna y que el voltaje de los terminales es siempre menor que la emf de la batería.

### El origen del potencial de la batería

La combinación de sustancias químicas y la composición de los terminales de una batería determinan su emf. La batería de plomo-ácido utilizada en los automóviles y otros vehículos es una de las combinaciones químicas más comunes. La [Figura 10.4](#) muestra una sola célula (una de seis) de esta batería. El terminal catódico (positivo) de la célula está conectado a una placa de óxido de plomo, mientras que el terminal anódico (negativo) está conectado a una placa de plomo. Ambas placas se sumergen en ácido sulfúrico, el electrolito del sistema.

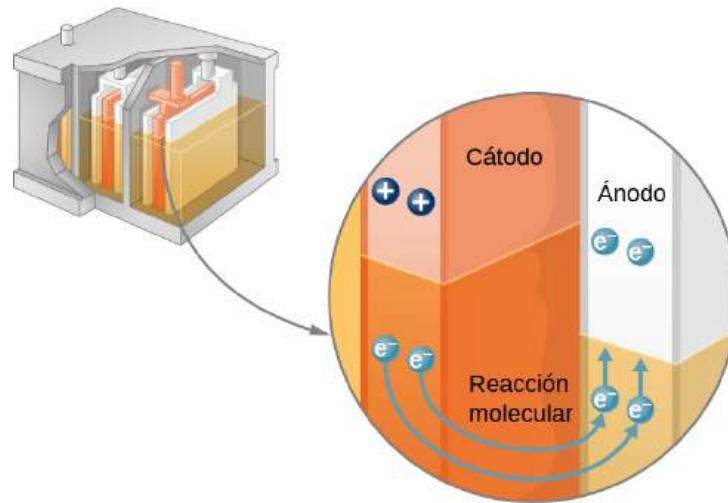


**FIGURA 10.4** Las reacciones químicas en una célula de plomo-ácido separan la carga, enviando la carga negativa al ánodo, que está conectado a las placas de plomo. Las placas de óxido de plomo se conectan al terminal positivo o catódico de la célula. El ácido sulfúrico conduce la carga, además de participar en la reacción química.

Conocer un poco cómo interactúan las sustancias químicas de una batería de plomo-ácido ayuda a entender el potencial creado por la batería. [Figura 10.5](#) La muestra el resultado de una única reacción química. Dos electrones se colocan en el ánodo, haciéndolo negativo, siempre que el cátodo suministre dos electrones. Esto deja al cátodo cargado positivamente, porque ha perdido dos electrones. En resumen, una separación de carga ha sido impulsada por una reacción química.

Observe que la reacción no se produce si no hay un circuito completo que permita suministrar dos electrones al cátodo. En muchas circunstancias, estos electrones salen del ánodo, fluyen a través de una resistencia y vuelven al cátodo. Observe también que, como en las reacciones químicas intervienen sustancias con resistencia, no es posible crear la emf sin una resistencia interna.

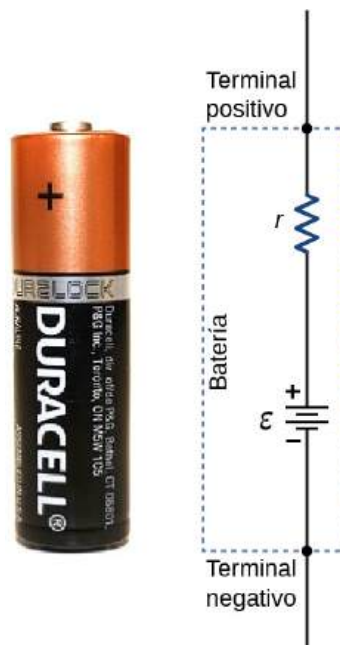




**FIGURA 10.5** En una batería de plomo-ácido, dos electrones son forzados a entrar en el ánodo de la célula, y dos electrones son retirados del cátodo de la célula. La reacción química en una batería de plomo-ácido coloca dos electrones en el ánodo y retira dos del cátodo. Requiere un circuito cerrado para proceder, ya que los dos electrones deben ser suministrados al cátodo.

### Resistencia interna y voltaje de los terminales

La cantidad de resistencia al flujo de corriente dentro de la fuente de voltaje se llama **resistencia interna**. La resistencia interna  $r$  de una batería puede comportarse de forma compleja. Por lo general, aumenta a medida que se agota una batería, debido a la oxidación de las placas o a la reducción de la acidez del electrolito. Sin embargo, la resistencia interna también puede depender de la magnitud y la dirección de la corriente a través de una fuente de voltaje, su temperatura e incluso su historia. La resistencia interna de las pilas recargables de níquel-cadmio, por ejemplo, depende de cuántas veces y a qué profundidad se han agotado. Un modelo simple para una batería consiste en una fuente de emf idealizada  $\epsilon$  y una resistencia interna  $r$  (Figura 10.6).



**FIGURA 10.6** Una batería puede ser modelada como una emf idealizada ( $\epsilon$ ) con una resistencia interna ( $r$ ). El voltaje del terminal de la batería es  $V_{\text{terminal}} = \epsilon - Ir$ .

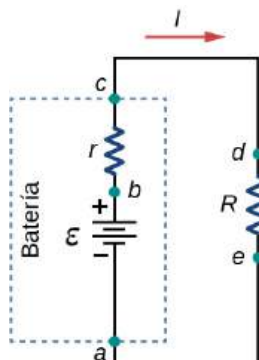
Supongamos que un resistor externo, que se conoce como resistencia de carga  $R$ , está conectado a una fuente de voltaje como una batería, como en la Figura 10.7. La figura muestra un modelo de batería con una emf  $\epsilon$ ,

una resistencia interna  $r$ , y un resistor de carga  $R$  conectado a través de sus terminales. Utilizando el flujo de corriente convencional, las cargas positivas salen del terminal positivo de la batería, viajan a través del resistor y vuelven al terminal negativo de la batería. El voltaje de los terminales de la batería depende de la emf, de la resistencia interna y de la corriente, y es igual a

$$V_{\text{terminal}} = \varepsilon - Ir.$$

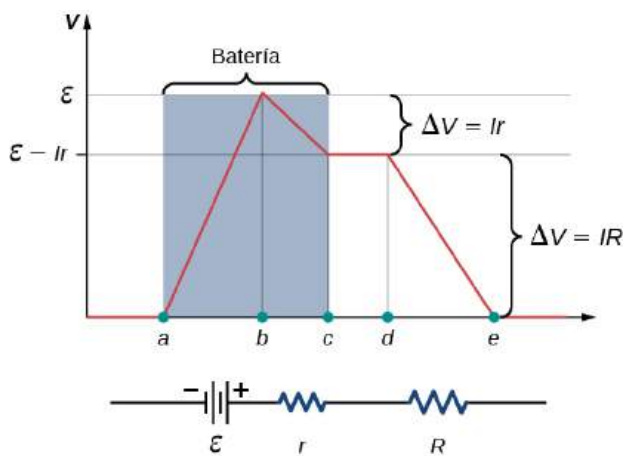
10.1

Para una emf y una resistencia interna dadas, el voltaje de los terminales disminuye a medida que aumenta la corriente debido a la caída de potencial  $Ir$  de la resistencia interna.



**FIGURA 10.7** Esquema de una fuente de voltaje y su resistor de carga  $R$ . Como la resistencia interna  $r$  está en serie con la carga, puede afectar significativamente al voltaje de los terminales y a la corriente entregada a la carga.

Un gráfico de la diferencia de potencial a través de cada elemento del circuito se muestra en la [Figura 10.8](#). Por el circuito circula una corriente  $I$  y la caída de potencial a través del resistor interno es igual a  $Ir$ . El voltaje en los terminales es igual a  $\varepsilon - Ir$ , que es igual a la **caída de potencial** a través del resistor de carga  $IR = \varepsilon - Ir$ . Al igual que con la energía potencial, lo importante es el cambio de voltaje. Cuando se utiliza el término "voltaje", suponemos que se trata realmente del cambio de potencial, o  $\Delta V$ . Sin embargo,  $\Delta$  suele omitirse por comodidad.



**FIGURA 10.8** Gráfico del voltaje a través del circuito de una batería y una resistencia de carga. El potencial eléctrico aumenta la emf de la batería debido a las reacciones químicas que realizan trabajo sobre las cargas. Hay una disminución del potencial eléctrico en la batería debido a la resistencia interna. El potencial disminuye debido a la resistencia interna ( $-Ir$ ), haciendo que el voltaje de la batería sea igual a  $(\varepsilon - Ir)$ . El voltaje disminuye entonces en  $(IR)$ . La corriente es igual a  $I = \frac{\varepsilon}{r+R}$ .

La corriente a través del resistor de carga es  $I = \frac{\varepsilon}{r+R}$ . De esta expresión se desprende que cuanto menor sea la resistencia interna  $r$ , mayor será la corriente que la fuente de voltaje suministra a su carga  $R$ . A medida que se agotan las baterías,  $r$  aumenta. Si  $r$  se convierte en una fracción significativa de la resistencia de la carga, entonces la corriente se reduce significativamente, como ilustra el siguiente ejemplo.



## EJEMPLO 10.1

### Análisis de un circuito con una batería y una carga

Una batería dada tiene una emf de 12,00 V y una resistencia interna de 0,100  $\Omega$ . (a) Calcule su voltaje en los terminales cuando se conecta a una carga de 10,00- $\Omega$ . (b) ¿Cuál es el voltaje en los terminales cuando se conecta a una carga de 0,500- $\Omega$ ? (c) ¿Qué potencia tiene el 0,500- $\Omega$  carga disipar? (d) Si la resistencia interna crece hasta 0,500  $\Omega$ , calcule la corriente, el voltaje en los terminales y la potencia disipada por un 0,500- $\Omega$  carga.

#### Estrategia

El análisis anterior dio una expresión para la corriente cuando se tiene en cuenta la resistencia interna. Una vez hallada la corriente, se puede calcular el voltaje de los terminales mediante la ecuación  $V_{\text{terminal}} = \varepsilon - Ir$ . Una vez hallada la corriente, también podemos hallar la potencia disipada por el resistor.

#### Solución

- a. Introduciendo los valores dados para la emf, la resistencia de carga y la resistencia interna en la expresión anterior se obtiene

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{12,00 \text{ V}}{10,10 \Omega} = 1,188 \text{ A.}$$

Introduce los valores conocidos en la ecuación  $V_{\text{terminal}} = \varepsilon - Ir$  para obtener el voltaje de los terminales:  
 $V_{\text{terminal}} = \varepsilon - Ir = 12,00 \text{ V} - (1,188 \text{ A})(0,100 \Omega) = 11,90 \text{ V.}$

En este caso, el voltaje de los terminales es solo ligeramente inferior a la emf, lo que implica que la corriente absorbida por esta carga ligera no es significativa.

- b. Del mismo modo, con  $R_{\text{carga}} = 0,500 \Omega$ , la corriente es

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{12,00 \text{ V}}{0,600 \Omega} = 20,00 \text{ A.}$$

El voltaje de los terminales no es

$$V_{\text{terminal}} = \varepsilon - Ir = 12,00 \text{ V} - (20,00 \text{ A})(0,100 \Omega) = 10,00 \text{ V.}$$

El voltaje en los terminales presenta una reducción más significativa en comparación con la emf, lo que implica 0,500  $\Omega$  es una carga pesada para esta batería. Una "carga pesada" significa un mayor consumo de corriente de la fuente, pero no una mayor resistencia.

- c. La potencia disipada por el 0,500- $\Omega$  carga se puede calcular utilizando la fórmula  $P = I^2 R$ . Introduciendo los valores conocidos se obtiene

$$P = I^2 R = (20,0 \text{ A})^2 (0,500 \Omega) = 2,00 \times 10^2 \text{ W.}$$

Observe que esta potencia también puede obtenerse mediante la expresión  $\frac{V^2}{R}$  o  $IV$ , donde  $V$  es el voltaje de los terminales (10,0 V en este caso).

- d. En este caso, la resistencia interna ha aumentado, quizás debido al agotamiento de la batería, hasta el punto de ser tan grande como la resistencia de la carga. Al igual que antes, primero hallamos la corriente introduciendo los valores conocidos en la expresión, dando como resultado

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{12,00 \text{ V}}{1,00 \Omega} = 12,00 \text{ A.}$$

Ahora el voltaje en los terminales es

$$V_{\text{terminal}} = \varepsilon - Ir = 12,00 \text{ V} - (12,00 \text{ A})(0,500 \Omega) = 6,00 \text{ V,}$$

y la potencia disipada por la carga es

$$P = I^2 R = (12,00 \text{ A})^2 (0,500 \Omega) = 72,00 \text{ W.}$$

Vemos que el aumento de la resistencia interna ha disminuido significativamente el voltaje en los terminales, la corriente y la potencia entregada a una carga.

### Importancia

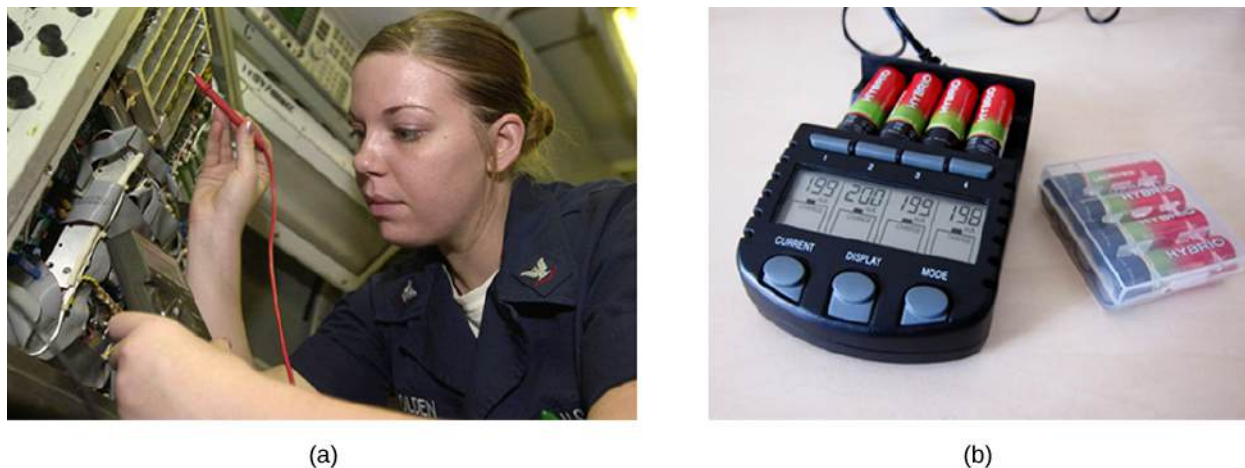
La resistencia interna de una batería puede aumentar por muchas razones. Por ejemplo, la resistencia interna de una batería recargable aumenta a medida que aumenta el número de veces que se recarga la batería. El aumento de la resistencia interna puede tener dos efectos en la batería. Primero, el voltaje de los terminales disminuirá. En segundo lugar, la batería puede sobrecalentarse debido a la mayor potencia disipada por la resistencia interna.

### ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 10.1

Si coloca un cable directamente a través de los dos terminales de una batería, poniendo en cortocircuito los terminales, la batería comenzará a calentarse. ¿Por qué crees que ocurre esto?

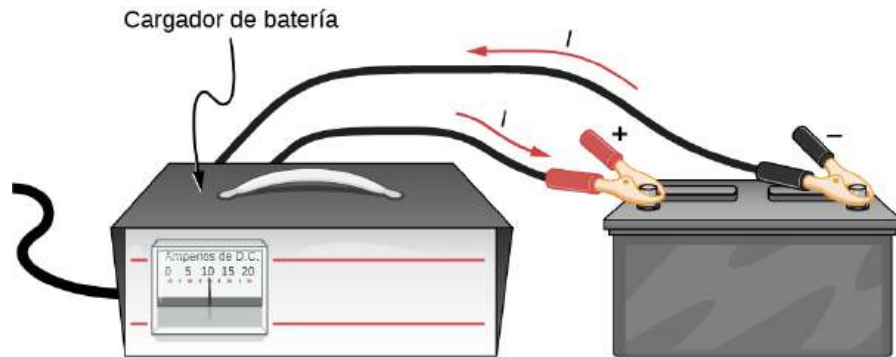
### Comprobadores de baterías

Los comprobadores de baterías, como los que se muestran en la [Figura 10.9](#), utilizan pequeños resistores de carga para extraer intencionadamente la corriente y determinar si el potencial de los terminales cae por debajo de un nivel aceptable. Aunque es difícil medir la resistencia interna de una batería, los comprobadores de baterías pueden proporcionar una medición de la resistencia interna de la batería. Si la resistencia interna es alta, la batería es débil, como lo demuestra su bajo voltaje en los terminales.



**FIGURA 10.9** Los comprobadores de baterías miden el voltaje de los terminales bajo una carga para determinar el estado de una batería. (a) Un técnico de electrónica de la Armada de los EE. UU. utiliza un comprobador de baterías para probar grandes baterías a bordo del portaaviones USS *Nimitz*. El comprobador de baterías que utiliza tiene una pequeña resistencia que puede disipar grandes cantidades de energía. (b) El pequeño dispositivo que se muestra se utiliza en baterías pequeñas y tiene una pantalla digital para indicar la aceptabilidad del voltaje de los terminales. (crédito a: modificación del trabajo de Jason A. Johnston; crédito b: modificación del trabajo de Keith Williamson)

Algunas baterías pueden recargarse haciendo pasar por ellas una corriente en sentido contrario a la que suministran a un aparato. Esto se hace de forma rutinaria en los automóviles y en las baterías de los pequeños aparatos eléctricos y electrónicos ([Figura 10.10](#)). La salida de voltaje del cargador de baterías debe ser mayor que la emf de la batería para invertir la corriente que la atraviesa. Esto hace que el voltaje de los terminales de la batería sea mayor que la emf, ya que  $V = \epsilon - Ir$  y  $I$  es ahora negativo.



**FIGURA 10.10** Un cargador de baterías de automóvil invierte el sentido normal de la corriente a través de una batería, invirtiendo su reacción química y reponiendo su potencial químico.

Es importante entender las consecuencias de la resistencia interna de las fuentes de emf, como las baterías y las células solares, pero a menudo, el análisis de los circuitos se hace con el voltaje de los terminales de la batería, como hemos hecho en los apartados anteriores. El voltaje de los terminales se denomina simplemente  $V$ , suprimiendo el subíndice “de los terminales”. Esto se debe a que la resistencia interna de la batería es difícil de medir directamente y puede cambiar con el tiempo.

## 10.2 Resistores en serie y en paralelo

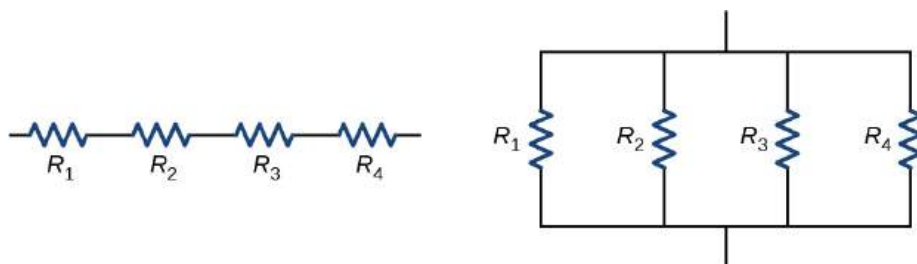
### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Definir el término resistencia equivalente.
- Calcular la resistencia equivalente de resistores conectados en serie.
- Calcular la resistencia equivalente de resistores conectados en paralelo.

En [Corriente y resistencia](#), describimos el término “resistencia” y explicamos el diseño básico de un resistor. Básicamente, un resistor limita el flujo de carga en un circuito y es un dispositivo óhmico donde  $V = IR$ . La mayoría de los circuitos tienen más de un resistor. Si se conectan varios resistores entre sí y se conectan a una batería, la corriente suministrada por la batería depende de la **resistencia equivalente** del circuito.

La resistencia equivalente de una combinación de resistores depende tanto de sus valores individuales como de su conexión. Las combinaciones más sencillas de resistores son las conexiones en serie y en paralelo ([Figura 10.11](#)). En un circuito en serie, la corriente de salida del primer resistor fluye hacia la entrada del segundo resistor, por lo tanto, la corriente es la misma en cada resistor. En un circuito en paralelo, todos los cables de los resistores de un lado están conectados entre sí y todos los cables del otro lado están conectados entre sí. En el caso de una configuración en paralelo, cada resistor tiene la misma caída de potencial a través de él, y las corrientes a través de cada resistor pueden ser diferentes, dependiendo del resistor. La suma de las corrientes individuales es igual a la corriente que fluye por las conexiones en paralelo.



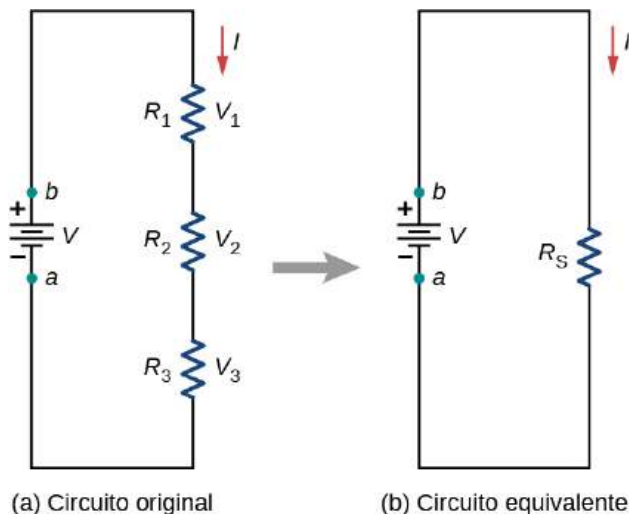
(a) Resistores conectadas en serie

(b) Resistores conectados en paralelo

**FIGURA 10.11** (a) Para una conexión en serie de resistores, la corriente es la misma en cada uno de ellos. (b) Para una conexión en paralelo de resistores, el voltaje es el mismo en cada resistor.

## Resistores en serie

Se dice que los resistores están en serie cuando la corriente fluye a través de ellos de forma secuencial. Consideremos la [Figura 10.12](#), que muestra tres resistores en serie con un voltaje aplicado igual a  $V_{ab}$ . Como solo hay un camino por el que fluyen las cargas, la corriente es la misma a través de cada resistor. La resistencia equivalente de un conjunto de resistores en una conexión en serie es igual a la suma algebraica de los resistores individuales.



**FIGURA 10.12** (a) Tres resistores conectados en serie a una fuente de voltaje. (b) El circuito original se reduce a una resistencia equivalente y una fuente de voltaje.

En la [Figura 10.12](#), la corriente procedente de la fuente de voltaje fluye a través de cada resistor, por lo que la corriente que pasa por cada resistor es la misma. La corriente que atraviesa el circuito depende del voltaje que suministra la fuente y de la resistencia de los resistores. Para cada resistor, se produce una caída de potencial que es igual a la pérdida de energía potencial eléctrica cuando una corriente viaja a través de cada resistor. Según la ley de Ohm, la caída de potencial  $V$  a través de un resistor cuando una corriente fluye por ella se calcula mediante la ecuación  $V = IR$ , donde  $I$  es la corriente en amperios (A) y  $R$  es la resistencia en ohmios ( $\Omega$ ). Dado que se conserva la energía, y que el voltaje es igual a la energía potencial por carga, la suma del voltaje aplicado al circuito por la fuente y las caídas de potencial a través de los resistores individuales alrededor de un bucle debe ser igual a cero:

$$\sum_{i=1}^N V_i = 0.$$

Esta ecuación suele denominarse ley de bucle de Kirchhoff, que veremos con más detalle más adelante en este capítulo. Para la [Figura 10.12](#), la suma de la caída de potencial de cada resistor y el voltaje suministrado por la fuente debe ser igual a cero:

$$\begin{aligned} V - V_1 - V_2 - V_3 &= 0, \\ V &= V_1 + V_2 + V_3, \\ &= IR_1 + IR_2 + IR_3, \\ I &= \frac{V}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{V}{R_S}. \end{aligned}$$

Dado que la corriente que atraviesa cada componente es la misma, la igualdad puede simplificarse a una resistencia equivalente, que no es más que la suma de las resistencias de cada uno de los resistores.

Se puede conectar en serie cualquier número de resistores. Si se conectan  $N$  resistores en serie, la resistencia equivalente es

$$R_S = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_{N-1} + R_N = \sum_{i=1}^N R_i. \quad 10.2$$

Uno de los resultados de los componentes conectados en un circuito en serie es que si algo le ocurre a un componente, afecta a todos los demás. Por ejemplo, si varias lámparas están conectadas en serie y una de ellas se funde, todas las demás se apagan.

### EJEMPLO 10.2

#### Resistencia equivalente, corriente y potencia en un circuito en serie

Una batería con un voltaje del terminal de 9 V se conecta a un circuito formado por cuatro resistores de 20-Ω y uno de 10-Ω, todos en serie (Figura 10.13). Supongamos que la batería tiene una resistencia interna insignificante. (a) Calcule la resistencia equivalente del circuito. (b) Calcule la corriente que pasa por cada resistor. (c) Calcule la caída de potencial a través de cada resistor. (d) Determine la potencia total disipada por los resistores y la potencia suministrada por la batería.

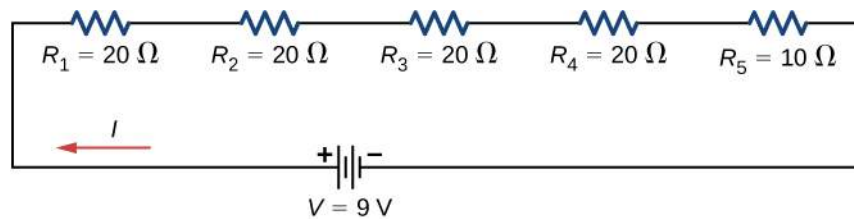


FIGURA 10.13 Un circuito en serie simple con cinco resistores.

#### Estrategia

En un circuito en serie, la resistencia equivalente es la suma algebraica de las resistencias. La corriente que atraviesa el circuito se puede calcular a partir de la ley de Ohm y es igual al voltaje dividido entre la resistencia equivalente. La caída de potencial a través de cada resistor se puede calcular utilizando la ley de Ohm. La potencia disipada por cada resistor se puede calcular mediante  $P = I^2 R$ , y la potencia total disipada por los resistores es igual a la suma de la potencia disipada por cada resistor. La potencia suministrada por la batería se puede calcular mediante  $P = I\varepsilon$ .

#### Solución

- a. La resistencia equivalente es la suma algebraica de las resistencias:

$$R_S = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 = 20 \Omega + 20 \Omega + 20 \Omega + 20 \Omega + 10 \Omega = 90 \Omega.$$

- b. La corriente que atraviesa el circuito es la misma para cada resistor en un circuito en serie y es igual al voltaje aplicado dividido entre la resistencia equivalente:

$$I = \frac{V}{R_S} = \frac{9 \text{ V}}{90 \Omega} = 0,1 \text{ A}.$$

- c. La caída de potencial a través de cada resistor se puede calcular mediante la ley de Ohm:

$$V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = (0,1 \text{ A}) 20 \Omega = 2 \text{ V},$$

$$V_5 = (0,1 \text{ A}) 10 \Omega = 1 \text{ V},$$

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 = 9 \text{ V}.$$

Observe que la suma de las caídas de potencial a través de cada resistor es igual al voltaje suministrado por la batería.

- d. La potencia disipada por un resistor es igual a  $P = I^2 R$ , y la potencia suministrada por la batería es igual a  $P = I\varepsilon$ :

$$\begin{aligned}
 P_1 = P_2 = P_3 = P_4 &= (0,1 \text{ A})^2 (20 \Omega) = 0,2 \text{ W}, \\
 P_5 &= (0,1 \text{ A})^2 (10 \Omega) = 0,1 \text{ W}, \\
 P_{\text{disipada}} &= 0,2 \text{ W} + 0,2 \text{ W} + 0,2 \text{ W} + 0,2 \text{ W} + 0,1 \text{ W} = 0,9 \text{ W}, \\
 P_{\text{fuente}} = I\varepsilon &= (0,1 \text{ A})(9 \text{ V}) = 0,9 \text{ W}.
 \end{aligned}$$

### Importancia

Hay varias razones por las que utilizaríamos varios resistores en vez de uno solo con una resistencia igual a la resistencia equivalente del circuito. Quizás no se disponga de un resistor del tamaño necesario o necesitemos disipar el calor generado o queramos minimizar el costo de los resistores. Cada resistor puede costar entre unos pocos céntimos y unos pocos dólares, pero cuando se multiplica por miles de unidades el ahorro de costos puede ser apreciable.

## ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 10.2

Algunas cadenas de luces navideñas miniatura están hechas para provocar un cortocircuito cuando se quema una bombilla. El dispositivo que provoca el cortocircuito se llama derivación (o shunt), que permite que la corriente fluya alrededor del circuito abierto. Un "cortocircuito" es como poner un trozo de cable a través del componente. Las bombillas suelen estar agrupadas en series de nueve bombillas. Si se quemaran demasiadas bombillas, las derivaciones acaban por abrirse. ¿Cuál es la causa?

Resumamos brevemente las principales características de los resistores en serie:

1. Las resistencias en serie se suman para obtener la resistencia equivalente:

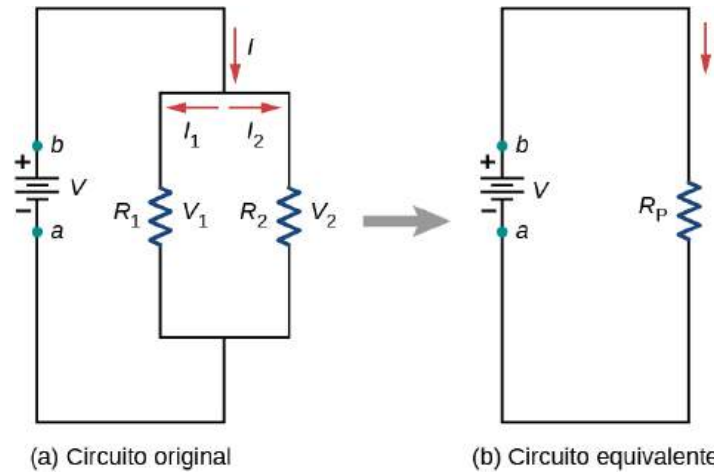
$$R_S = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_{N-1} + R_N = \sum_{i=1}^N R_i.$$

2. La misma corriente fluye por cada resistor en serie.
3. Los resistores individuales en serie no obtienen el voltaje total de la fuente, sino que lo dividen. La caída de potencial total a través de una configuración en serie de resistores es igual a la suma de las caídas de potencial a través de cada resistor.

### Resistores en paralelo

La [Figura 10.14](#) muestra resistores en paralelo, conectados a una fuente de voltaje. Los resistores están en paralelo cuando un extremo de todos los resistores están conectados por un alambre continuo de resistencia insignificante y el otro extremo de todos los resistores también están conectados entre sí por un alambre continuo de resistencia insignificante. La caída de potencial a través de cada resistor es la misma. La corriente a través de cada resistor se puede calcular mediante la ley de Ohm  $I = V/R$ , donde el voltaje es constante a través de cada resistor. Por ejemplo, los faros, la radio y otros sistemas de un automóvil se conectan en paralelo, de modo que cada subsistema utiliza todo el voltaje de la fuente y puede funcionar de forma totalmente independiente. Lo mismo ocurre con el cableado de su casa o de cualquier edificio.





**FIGURA 10.14** (a) Dos resistores conectados en paralelo a una fuente de voltaje. (b) El circuito original se reduce a una resistencia equivalente y una fuente de voltaje.

La corriente que fluye desde la fuente de voltaje en la [Figura 10.14](#) depende del voltaje suministrado por la fuente y de la resistencia equivalente del circuito. En este caso, la corriente fluye desde la fuente de voltaje y entra en una unión, o nodo, donde el circuito se divide fluyendo a través de resistores  $R_1$  y  $R_2$ . Cuando las cargas fluyen desde la batería, algunas pasan por el resistor  $R_1$  y un poco de flujo a través del resistor  $R_2$ . La suma de las corrientes que fluyen hacia una unión debe ser igual a la suma de las corrientes que fluyen fuera de la unión:

$$\sum I_{\text{dentro}} = \sum I_{\text{fuera}}.$$

Esta ecuación se denomina regla de nodos de Kirchhoff y se analizará en detalle en la siguiente sección. En la [Figura 10.14](#), la regla de nodos da  $I = I_1 + I_2$ . Hay dos bucles en este circuito, lo que lleva a las ecuaciones  $V = I_1 R_1$  y  $I_1 R_1 = I_2 R_2$ . Observe que el voltaje a través de los resistores en paralelo es la misma ( $V = V_1 = V_2$ ) y la corriente es aditiva:

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 \\ &= \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} \\ &= \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} \\ &= V \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{V}{R_P} \\ R_P &= \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1}. \end{aligned}$$

Generalizando a cualquier número de resistores  $N$ , la resistencia equivalente  $R_P$  de una conexión en paralelo está relacionada con las resistencias individuales por

$$R_P = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_{N-1}} + \frac{1}{R_N} \right)^{-1} = \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} \right)^{-1}. \quad 10.3$$

Esta relación da como resultado una resistencia equivalente  $R_P$  que es menor que las resistencias individuales más pequeñas. Cuando los resistores están conectados en paralelo, fluye más corriente desde la fuente que la que fluiría por cualquiera de ellas individualmente, por lo que la resistencia total es menor.

### EJEMPLO 10.3

#### Análisis de un circuito paralelo

Tres resistores  $R_1 = 1,00 \Omega$ ,  $R_2 = 2,00 \Omega$ , y  $R_3 = 2,00 \Omega$ , están conectados en paralelo. La conexión en paralelo está unida a una fuente de voltaje  $V = 3,00 \text{ V}$ . (a) ¿Cuál es la resistencia equivalente? (b) Calcule la corriente suministrada por la fuente al circuito paralelo. (c) Calcule las corrientes en cada resistor y demuestre que estos se suman para igualar la salida de corriente de la fuente. (d) Calcule la potencia disipada por cada resistor. (e) Calcule la potencia de salida de la fuente y demuestre que es igual a la potencia total disipada por los resistores.

#### Estrategia

(a) La resistencia total para una combinación en paralelo de resistores se encuentra utilizando

$$R_P = \left( \sum_i \frac{1}{R_i} \right)^{-1}.$$

(Tenga en cuenta que en estos cálculos, cada respuesta intermedia se muestra con un dígito extra).

(b) La corriente suministrada por la fuente se puede calcular a partir de la ley de Ohm, al sustituir  $R_P$  por la resistencia total  $I = \frac{V}{R_P}$ .

(c) Las corrientes individuales se calculan fácilmente a partir de la ley de Ohm ( $I_i = \frac{V_i}{R_i}$ ), ya que cada resistor recibe todo el voltaje. La corriente total es la suma de las corrientes individuales  $I = \sum_i I_i$ .

(d) La potencia disipada por cada resistor se puede calcular con cualquiera de las ecuaciones que relacionan la potencia con la corriente, el voltaje y la resistencia, ya que las tres son conocidas. Utilicemos  $P_i = V^2/R_i$ , ya que cada resistor recibe todo el voltaje.

(e) La potencia total también se puede calcular de varias maneras, utilice  $P = IV$ .

#### Solución

- a. La resistencia total para una combinación en paralelo de resistores se encuentra utilizando la [Ecuación 10.3](#). Introduciendo los valores conocidos se obtiene

$$R_P = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{1,00 \Omega} + \frac{1}{2,00 \Omega} + \frac{1}{2,00 \Omega} \right)^{-1} = 0,50 \Omega.$$

La resistencia total con el número correcto de dígitos significativos es  $R_P = 0,50 \Omega$ . Como se predijo,  $R_P$  es menor que la resistencia individual más pequeña.

- b. La corriente total se puede calcular a partir de la ley de Ohm, al sustituir  $R_P$  para la resistencia total. Esto da

$$I = \frac{V}{R_P} = \frac{3,00 \text{ V}}{0,50 \Omega} = 6,00 \text{ A}.$$

La corriente  $I$  de cada dispositivo es mucho mayor que la de los mismos dispositivos conectados en serie (ver el ejemplo anterior). Un circuito con conexiones en paralelo tiene una resistencia total menor que los resistores conectados en serie.

- c. Las corrientes individuales se calculan fácilmente a partir de la ley de Ohm, ya que cada resistor recibe todo el voltaje. Por lo tanto,

$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{3,00 \text{ V}}{1,00 \Omega} = 3,00 \text{ A}.$$

De la misma manera,

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{3,00 \text{ V}}{2,00 \Omega} = 1,50 \text{ A}$$

y

$$I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{6,00 \text{ V}}{2,00 \Omega} = 1,50 \text{ A.}$$

La corriente total es la suma de las corrientes individuales:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 6,00 \text{ A.}$$

- d. La potencia disipada por cada resistor se puede hallar utilizando cualquiera de las ecuaciones que relacionan potencia con corriente, voltaje y resistencia, ya que las tres son conocidas. Utilicemos  $P = V^2/R$ , ya que cada resistor recibe todo el voltaje. Por lo tanto,

$$P_1 = \frac{V^2}{R_1} = \frac{(3,00 \text{ V})^2}{1,00 \Omega} = 9,00 \text{ W.}$$

De la misma manera,

$$P_2 = \frac{V^2}{R_2} = \frac{(3,00 \text{ V})^2}{2,00 \Omega} = 4,50 \text{ W}$$

y

$$P_3 = \frac{V^2}{R_3} = \frac{(3,00 \text{ V})^2}{2,00 \Omega} = 4,50 \text{ W.}$$

- e. La potencia total también se puede calcular de varias maneras. Eligiendo  $P = IV$  e introduciendo los rendimientos totales de la corriente

$$P = IV = (6,00 \text{ A})(3,00 \text{ V}) = 18,00 \text{ W.}$$

**Importancia**

La potencia total disipada por los resistores es también de 18,00 W:

$$P_1 + P_2 + P_3 = 9,00 \text{ W} + 4,50 \text{ W} + 4,50 \text{ W} = 18,00 \text{ W.}$$

Observe que la potencia total disipada por los resistores es igual a la potencia suministrada por la fuente.

**✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 10.3**

Considere la misma diferencia de potencial ( $V = 3,00 \text{ V}$ ) aplicada a los mismos tres resistores conectados en serie. ¿La resistencia equivalente del circuito en serie sería mayor, menor o igual a la de los tres resistores en paralelo? ¿La corriente que circula por el circuito en serie sería mayor, menor o igual que la proporcionada por el mismo voltaje aplicado al circuito paralelo? ¿Cómo se compararía la potencia disipada por el resistor en serie con la potencia disipada por los resistores en paralelo?

**✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 10.4**

¿Cómo utilizaría un río y dos cascadas para modelar una configuración en paralelo de dos resistores? ¿Cómo se rompe esta analogía?

Resumamos las principales características de los resistores en paralelo:

1. La resistencia equivalente se encuentra a partir de

$$R_P = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_{N-1}} + \frac{1}{R_N} \right)^{-1} = \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} \right)^{-1},$$

y es menor que cualquier resistencia individual de la combinación.

2. La caída de potencial a través de cada resistor en paralelo es la misma.
3. Los resistores en paralelo no reciben cada uno la corriente total, sino que la dividen. La corriente que entra en una combinación en paralelo de resistores es igual a la suma de la corriente que pasa por cada resistor en paralelo.

En este capítulo introducimos la resistencia equivalente de los resistores conectados en serie y los conectados en paralelo. Tal vez recuerde que en [Capacitancia](#) introducimos la capacitancia equivalente de los condensadores conectados en serie y en paralelo. Los circuitos suelen contener condensadores y resistores. La [Tabla 10.1](#) resume las ecuaciones utilizadas para la resistencia equivalente y la capacitancia equivalente para las conexiones en serie y en paralelo.

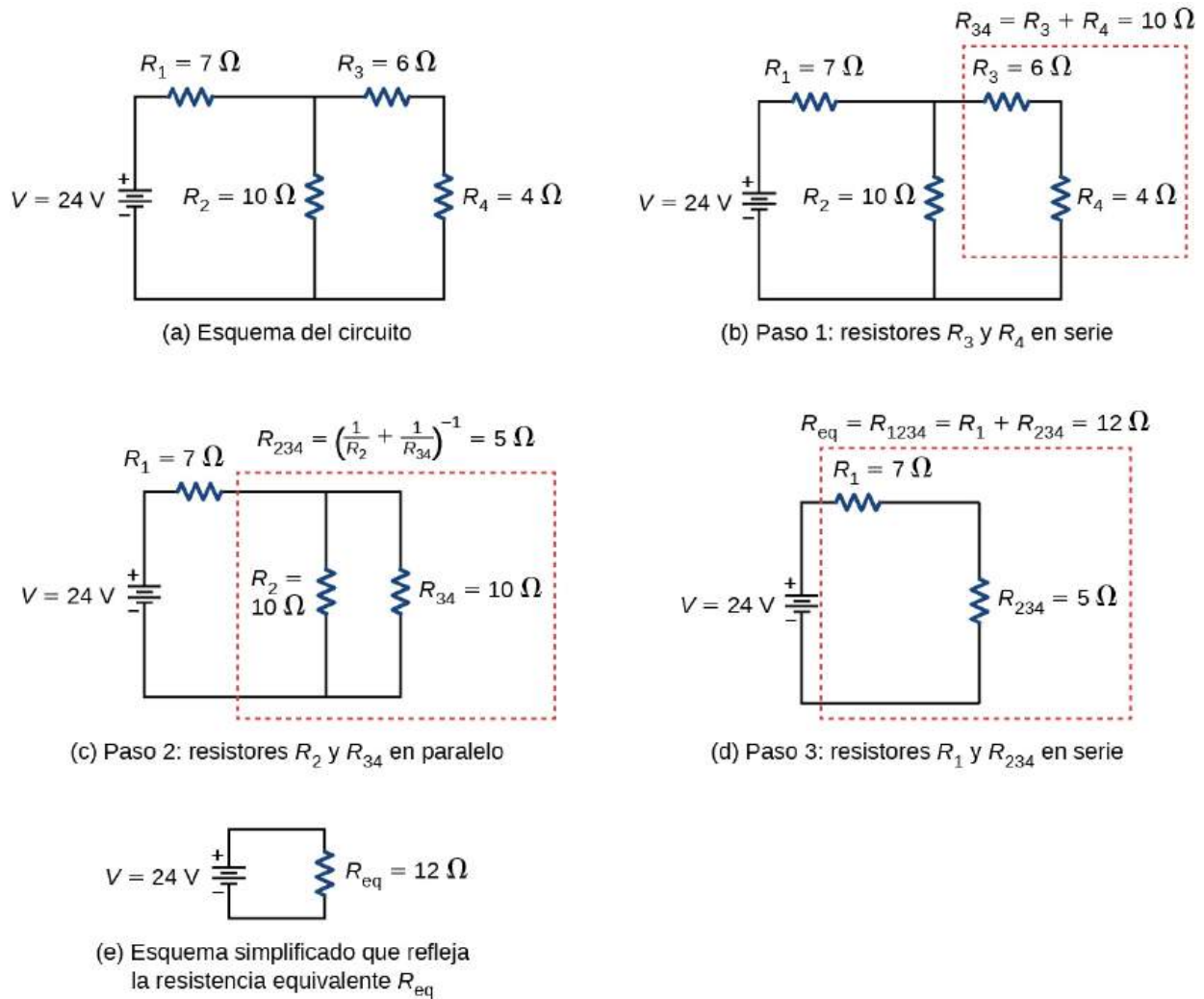
	Combinación de series	Combinación en paralelo
Capacitancia equivalente	$\frac{1}{C_S} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$	$C_P = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$
Resistencia equivalente	$R_S = R_1 + R_2 + R_3 + \dots = \sum_{i=1}^N R_i$	$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$

**TABLA 10.1** Resumen de la resistencia equivalente y la capacitancia en combinaciones en paralelo y en serie.

### Combinaciones en serie y en paralelo

Las conexiones más complejas de los resistores suelen ser solo combinaciones de conexiones en serie y en paralelo. Estas combinaciones son habituales, sobre todo si se tiene en cuenta la resistencia de los cables. En ese caso, la resistencia del cable está en serie con otras resistencias que están en paralelo.

Las combinaciones en serie y en paralelo pueden reducirse a una única resistencia equivalente mediante la técnica ilustrada en la [Figura 10.15](#). Varias partes pueden identificarse como conexiones en serie o en paralelo, reducidas a sus resistencias equivalentes, y luego reducidas aun más hasta que quede una sola resistencia equivalente. El proceso es más largo que difícil. Aquí, anotamos la resistencia equivalente como  $R_{eq}$ .



**FIGURA 10.15** (a) El circuito original de cuatro resistores. (b) Paso 1: los resistores  $R_3$  y  $R_4$  están en serie y la resistencia equivalente es  $R_{34} = 10 \Omega$ . (c) Paso 2: el circuito reducido muestra los resistores  $R_2$  y  $R_{34}$  que están en paralelo, con una resistencia equivalente de  $R_{234} = 5 \Omega$ . (d) Paso 3: el circuito reducido muestra que  $R_1$  y  $R_{234}$  están en serie con una resistencia equivalente de  $R_{1,234} = 12 \Omega$ , que es la resistencia equivalente  $R_{eq}$ . (e) El circuito reducido con una fuente de voltaje de  $V = 24 \text{ V}$  con una resistencia equivalente de  $R_{eq} = 12 \Omega$ . Esto da lugar a una corriente de  $I = 2 \text{ A}$  de la fuente de voltaje.

Observe que los resistores  $R_3$  y  $R_4$  están en serie. Pueden combinarse en una sola resistencia equivalente. Un método para seguir el proceso es incluir los resistores como subíndices. Aquí la resistencia equivalente de  $R_3$  y  $R_4$  es

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 6 \Omega + 4 \Omega = 10 \Omega.$$

El circuito se reduce ahora a tres resistores, mostrados en la [Figura 10.15\(c\)](#). Volviendo a dibujar, ahora vemos que los resistores  $R_2$  y  $R_{34}$  constituyen un circuito paralelo. Esos dos resistores pueden reducirse a una resistencia equivalente:

$$R_{234} = \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{34}} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{10 \Omega} + \frac{1}{10 \Omega} \right)^{-1} = 5 \Omega.$$

Este paso del proceso reduce el circuito a dos resistores, que se muestran en la [Figura 10.15\(d\)](#). Aquí, el circuito se reduce a dos resistores, que en este caso están en serie. Estos dos resistores pueden reducirse a una resistencia equivalente, que es la resistencia equivalente del circuito:

$$R_{\text{eq}} = R_{1,234} = R_1 + R_{234} = 7 \Omega + 5 \Omega = 12 \Omega.$$

La meta principal de este análisis del circuito se ha alcanzado, y el circuito se reduce ahora a un solo resistor y una sola fuente de voltaje.

Ahora podemos analizar el circuito. La corriente proporcionada por la fuente de voltaje es

$I = \frac{V}{R_{\text{eq}}} = \frac{24 \text{ V}}{12 \Omega} = 2 \text{ A}$ . Esta corriente pasa por el resistor  $R_1$  y se designa como  $I_1$ . La caída de potencial a través de  $R_1$  se puede calcular mediante la ley de Ohm:

$$V_1 = I_1 R_1 = (2 \text{ A})(7 \Omega) = 14 \text{ V}.$$

Mirando la [Figura 10.15\(c\)](#), esto deja  $24 \text{ V} - 14 \text{ V} = 10 \text{ V}$  que se dejan caer a través de la combinación en paralelo de  $R_2$  y  $R_{34}$ . La corriente a través de  $R_2$  se puede calcular mediante la ley de Ohm:

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{10 \text{ V}}{10 \Omega} = 1 \text{ A}.$$

Los resistores  $R_3$  y  $R_4$  están en serie por lo que las corrientes  $I_3$  y  $I_4$  son iguales a

$$I_3 = I_4 = I - I_2 = 2 \text{ A} - 1 \text{ A} = 1 \text{ A}.$$

Con la ley de Ohm podemos calcular la caída de potencial a través de los dos últimos resistores. Las caídas de potencial son  $V_3 = I_3 R_3 = 6 \text{ V}$  y  $V_4 = I_4 R_4 = 4 \text{ V}$ . El análisis final consiste en observar la potencia suministrada por la fuente de voltaje y la potencia disipada por los resistores. La potencia disipada por los resistores es

$$\begin{aligned} P_1 &= I_1^2 R_1 = (2 \text{ A})^2 (7 \Omega) = 28 \text{ W}, \\ P_2 &= I_2^2 R_2 = (1 \text{ A})^2 (10 \Omega) = 10 \text{ W}, \\ P_3 &= I_3^2 R_3 = (1 \text{ A})^2 (6 \Omega) = 6 \text{ W}, \\ P_4 &= I_4^2 R_4 = (1 \text{ A})^2 (4 \Omega) = 4 \text{ W}, \\ P_{\text{disipada}} &= P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 48 \text{ W}. \end{aligned}$$

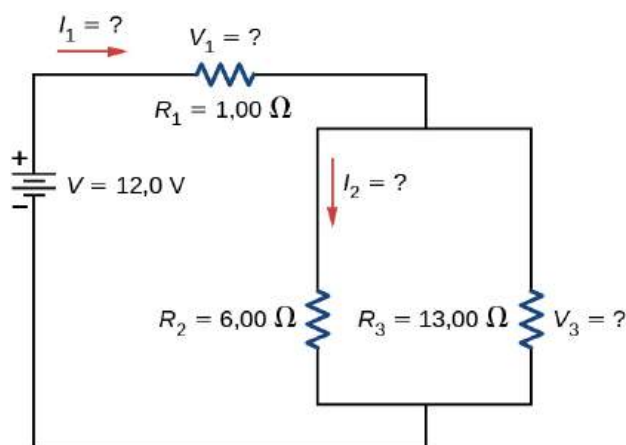
La energía total es constante en cualquier proceso. Por lo tanto, la potencia suministrada por la fuente de voltaje es  $P_s = IV = (2 \text{ A})(24 \text{ V}) = 48 \text{ W}$ . Analizar la potencia suministrada al circuito y la potencia disipada por los resistores es una buena comprobación de la validez del análisis; deben ser iguales.



## EJEMPLO 10.4

### Combinación de circuitos en serie y en paralelo

La [Figura 10.16](#) muestra resistores conectados en una combinación de serie y paralelo. Podemos considerar que  $R_1$  sea la resistencia de los cables que conducen a  $R_2$  y  $R_3$ . (a) Calcule la resistencia equivalente del circuito. (b) ¿Cuál es la caída de potencial  $V_1$  a través del resistor  $R_1$ ? (c) Calcule la corriente  $I_2$  a través del resistor  $R_2$ . (d) ¿Qué potencia se disipa por  $R_2$ ?



**FIGURA 10.16** Estos tres resistores se conectan a una fuente de voltaje de manera que  $R_2$  y  $R_3$  están en paralelo entre sí y esa combinación está en serie con  $R_1$ .

### Estrategia

- (a) Para hallar la resistencia equivalente, primero calcule la resistencia equivalente de la conexión en paralelo de  $R_2$  y  $R_3$ . A continuación, utilice este resultado para calcular la resistencia equivalente de la conexión en serie con  $R_1$ .
- (b) La corriente a través de  $R_1$  se puede calcular mediante la ley de Ohm y el voltaje aplicado. La corriente a través de  $R_1$  es igual a la corriente de la batería. La caída de potencial  $V_1$  a través del resistor  $R_1$  (que representa la resistencia en los cables de conexión) se puede calcular mediante la ley de Ohm.
- (c) La corriente a través de  $R_2$  se puede calcular mediante la ley de Ohm  $I_2 = \frac{V_2}{R_2}$ . El voltaje a través de  $R_2$  se puede calcular mediante  $V_2 = V - V_1$ .
- (d) Utilizando la ley de Ohm ( $V_2 = I_2 R_2$ ), la potencia disipada por el resistor también se puede calcular mediante  $P_2 = I_2^2 R_2 = \frac{V_2^2}{R_2}$ .

### Solución

- a. Para calcular la resistencia equivalente del circuito, observe que la conexión en paralelo de  $R_2$  y  $R_3$  está en serie con  $R_1$ , por lo que la resistencia equivalente es

$$R_{\text{eq}} = R_1 + \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} = 1,00 \, \Omega + \left( \frac{1}{6,00 \, \Omega} + \frac{1}{13,00 \, \Omega} \right)^{-1} = 5,10 \, \Omega.$$

La resistencia total de esta combinación es intermedia entre los valores puros en serie y en paralelo ( $20,0 \, \Omega$  y  $0,804 \, \Omega$ , respectivamente).

- b. La corriente a través de  $R_1$  es igual a la corriente suministrada por la batería:

$$I_1 = I = \frac{V}{R_{\text{eq}}} = \frac{12,0 \, \text{V}}{5,10 \, \Omega} = 2,35 \, \text{A}.$$

El voltaje a través de  $R_1$  es

$$V_1 = I_1 R_1 = (2,35 \, \text{A})(1 \, \Omega) = 2,35 \, \text{V}.$$

El voltaje aplicado a  $R_2$  y  $R_3$  es inferior al voltaje suministrado por la batería en una cantidad  $V_1$ . Cuando la resistencia del cable es grande, puede afectar significativamente el funcionamiento de los dispositivos representados por  $R_2$  y  $R_3$ .

- c. Para calcular la corriente a través de  $R_2$ , primero debemos calcular el voltaje que se le aplica. El voltaje a través de los dos resistores en paralelo es la misma:

$$V_2 = V_3 = V - V_1 = 12,0 \, \text{V} - 2,35 \, \text{V} = 9,65 \, \text{V}.$$

Ahora podemos calcular la corriente  $I_2$  a través de la resistencia  $R_2$  utilizando la ley de Ohm:

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{9,65 \text{ V}}{6,00 \Omega} = 1,61 \text{ A}.$$

La corriente es inferior a los 2,00 A que circularon por  $R_2$  cuando estaba conectado en paralelo con la batería en el ejemplo anterior de circuito paralelo.

- d. La potencia disipada por  $R_2$  viene dada por

$$P_2 = I_2^2 R_2 = (1,61 \text{ A})^2 (6,00 \Omega) = 15,5 \text{ W}.$$

### Importancia

A menudo, el análisis de circuitos complejos puede simplificarse reduciendo el circuito a una fuente de voltaje y una resistencia equivalente. Aunque no se pueda reducir todo el circuito a una sola fuente de voltaje y una sola resistencia equivalente, se pueden reducir partes del circuito, lo que simplifica mucho el análisis.

---

### **COMPRUEBE LO APRENDIDO 10.5**

Considere los circuitos eléctricos de su casa. Dé al menos dos ejemplos de circuitos que deban utilizar una combinación de circuitos en serie y en paralelo para funcionar eficazmente.

---

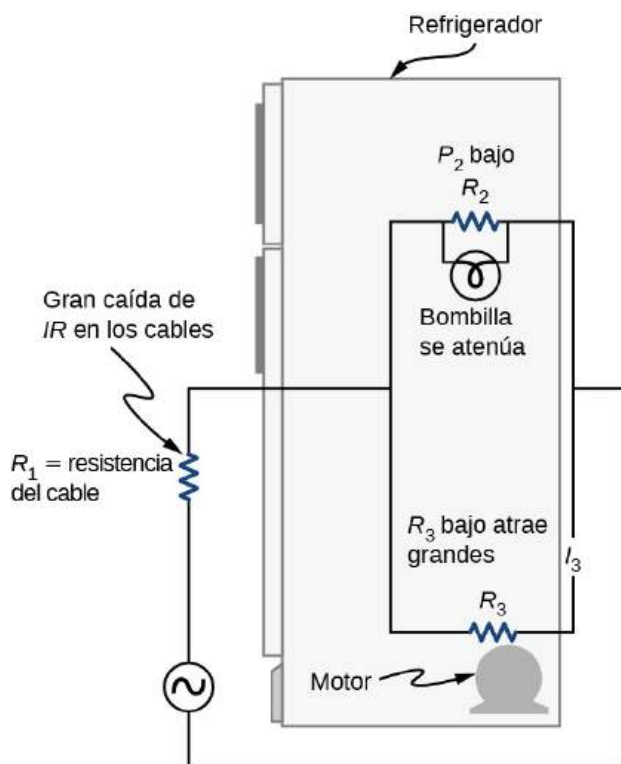
### Implicaciones prácticas

Una implicación de este último ejemplo es que la resistencia en los cables reduce la corriente y la potencia suministrada a un resistor. Si la resistencia del cable es relativamente grande, como en un cable de extensión desgastado (o muy largo), entonces esta pérdida puede ser significativa. Si se consume una corriente grande, la caída de  $IR$  en los cables también puede ser significativa y puede manifestarse por el calor generado en el cable.

Por ejemplo, cuando está rebuscando en el refrigerador y se enciende el motor, la luz del refrigerador se atenúa momentáneamente. Del mismo modo, puede ver cómo se atenúa la luz del compartimiento del pasajero cuando arranca el motor de su automóvil (aunque esto puede deberse a la resistencia dentro de la propia batería).

Lo que ocurre en estas situaciones de alta corriente se ilustra en la [Figura 10.17](#). El dispositivo representado por  $R_3$  tiene una resistencia muy baja, por lo que cuando se enciende, fluye una corriente grande. Este aumento de la corriente provoca una mayor caída de  $IR$  en los cables representada por  $R_1$ , reduciendo el voltaje a través de la bombilla (que es  $R_2$ ), que luego se atenúa notablemente.





**FIGURA 10.17** ¿Por qué se atenúan las luces cuando se enciende un aparato grande? La respuesta es que la gran corriente que consume el motor del aparato provoca una importante caída de  $IR$  en los cables y reduce el voltaje en la luz.



## ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

### Resistores en serie y en paralelo

1. Dibuje un diagrama de circuito claro, etiquetando todos los resistores y fuentes de voltaje. Este paso incluye una lista de los valores conocidos para el problema, ya que están marcados en su diagrama de circuito.
2. Identifique exactamente lo que hay que determinar en el problema (identificar las incógnitas). Es útil tener una lista escrita.
3. Determine si los resistores están en serie, en paralelo o una combinación de ambas. Examine el diagrama del circuito para hacer esta evaluación. Los resistores están en serie si la misma corriente debe pasar secuencialmente por ellos.
4. Utilice la lista apropiada de características principales para las conexiones en serie o en paralelo para resolver las incógnitas. Hay una lista para la serie y otra para el paralelo.
5. Compruebe si las respuestas son razonables y coherentes.



## EJEMPLO 10.5

### Combinación de circuitos en serie y en paralelo

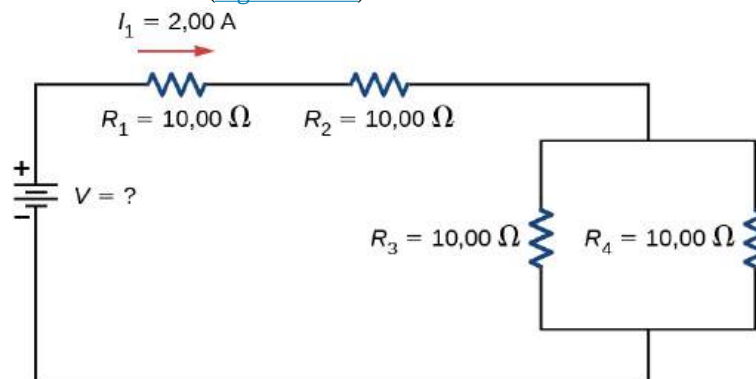
Dos resistores conectados en serie ( $R_1$ ,  $R_2$ ) se conectan a dos resistores que se conectan en paralelo ( $R_3$ ,  $R_4$ ). La combinación serie-paralelo se conecta a una batería. Cada resistor tiene una resistencia de 10,00 ohmios. Los cables que conectan los resistores y la batería tienen una resistencia insignificante. Una corriente de 2,00 amperios pasa por el resistor  $R_1$ . ¿Cuál es el voltaje suministrado por la fuente de voltaje?

### Estrategia

Utilice los pasos de la estrategia de resolución de problemas anterior para hallar la solución de este ejemplo.

### Solución

1. Dibuje un diagrama de circuito claro (Figura 10.18).



**FIGURA 10.18** Para calcular el voltaje desconocido, primero debemos calcular la resistencia equivalente del circuito.

2. La incógnita es el voltaje de la batería. Para calcular el voltaje suministrado por la batería, hay que hallar la resistencia equivalente.
3. En este circuito, ya sabemos que los resistores  $R_1$  y  $R_2$  están en serie y los resistores  $R_3$  y  $R_4$  están en paralelo. La resistencia equivalente de la configuración en paralelo de los resistores  $R_3$  y  $R_4$  está en serie con la configuración en serie de los resistores  $R_1$  y  $R_2$ .
4. El voltaje suministrado por la batería se puede calcular multiplicando la corriente de la batería por la resistencia equivalente del circuito. La corriente de la batería es igual a la corriente que pasa por  $R_1$  y es igual a 2,00 A. Tenemos que calcular la resistencia equivalente reduciendo el circuito. Para reducir el circuito, primero considere los dos resistores en paralelo. La resistencia equivalente es

$$R_{34} = \left( \frac{1}{10,00 \Omega} + \frac{1}{10,00 \Omega} \right)^{-1} = 5,00 \Omega.$$
 Esta combinación en paralelo está en serie con los otros dos resistores, por lo que la resistencia equivalente del circuito es  $R_{eq} = R_1 + R_2 + R_{34} = 25,00 \Omega$ . Por lo tanto, el voltaje suministrado por la batería es  $V = IR_{eq} = 2,00 \text{ A} (25,00 \Omega) = 50,00 \text{ V}$ .

5. Una forma de comprobar la coherencia de sus resultados es calcular la potencia suministrada por la batería y la potencia disipada por los resistores. La potencia suministrada por la batería es  $P_{\text{batería}} = IV = 100,00 \text{ W}$ .

Como están en serie, la corriente que pasa por  $R_2$  es igual a la corriente que pasa por  $R_1$ . Dado que  $R_3 = R_4$ , la corriente a través de cada uno será de 1,00 amperios. La potencia disipada por los resistores es igual a la suma de la potencia disipada por cada resistor:

$$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 = 40,00 \text{ W} + 40,00 \text{ W} + 10,00 \text{ W} + 10,00 \text{ W} = 100,00 \text{ W}.$$

Como la potencia disipada por los resistores es igual a la potencia suministrada por la batería, nuestra solución parece coherente.

### Importancia

Si un problema tiene una combinación en serie y en paralelo, como en este ejemplo, puede reducirse por pasos utilizando la estrategia de resolución de problemas anterior y considerando grupos individuales de conexiones en serie o en paralelo. Al calcular  $R_{eq}$  para una conexión en paralelo, el recíproco debe tomarse con cuidado. Además, las unidades y los resultados numéricos deben ser razonables. La resistencia equivalente en serie debe ser mayor, mientras que la resistencia equivalente en paralelo debe ser menor, por ejemplo. La potencia debe ser mayor para los mismos dispositivos en paralelo que en serie, y así sucesivamente.

## 10.3 Reglas de Kirchhoff

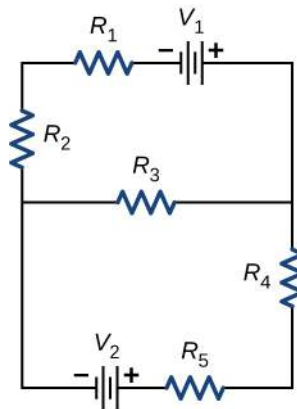
### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Expresar la regla de nodos de Kirchhoff.
- Expresar la regla de las tensiones de Kirchhoff.
- Analizar circuitos complejos mediante las reglas de Kirchhoff.

Acabamos de ver que algunos circuitos pueden analizarse reduciendo un circuito a una única fuente de voltaje y una resistencia equivalente. Muchos circuitos complejos no pueden analizarse con las técnicas en serie-en paralelo desarrolladas en los apartados anteriores. En esta sección se profundiza en el uso de las reglas de Kirchhoff para analizar circuitos más complejos. Por ejemplo, el circuito que aparece en la [Figura 10.19](#) se conoce como circuito de bucle múltiple), que consiste en uniones. Una unión, también conocida como nodo, es una conexión de tres o más cables. En este circuito no se pueden utilizar los métodos anteriores, porque no todos los resistores están en configuraciones claras en serie o en paralelo que se puedan reducir. Pruébalo. Los resistores  $R_1$  y  $R_2$  están en serie y pueden reducirse a una resistencia equivalente. Lo mismo ocurre con los resistores  $R_4$  y  $R_5$ . Pero, ¿qué puede hacer entonces?

Aunque este circuito no se puede analizar con los métodos ya aprendidos, se pueden utilizar dos reglas de análisis de circuitos para analizar cualquier circuito, simple o complejo. Estas reglas se conocen como **reglas de Kirchhoff**, en honor a su inventor Gustav Kirchhoff (1824-1887).



**FIGURA 10.19** Este circuito no puede reducirse a una combinación de conexiones en serie y en paralelo. Sin embargo, podemos utilizar las reglas de Kirchhoff para analizarlo.

### Reglas de Kirchhoff

- Primera regla de Kirchhoff: la regla de nodos. La suma de todas las corrientes que entran en un nodo debe ser igual a la suma de todas las corrientes que salen del nodo:

$$\sum I_{\text{dentro}} = \sum I_{\text{fuera}} \quad 10.4$$

- Segunda regla de Kirchhoff: la regla de las tensiones. La suma algebraica de los cambios de potencial alrededor de cualquier trayectoria de circuito cerrado (bucle) debe ser cero:

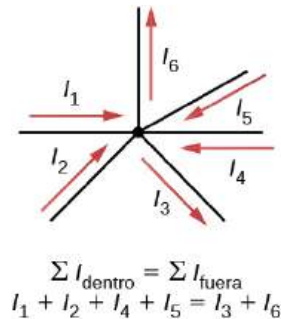
$$\sum V = 0. \quad 10.5$$

A continuación explicamos estas dos reglas, seguidas de pistas para aplicarlas y de un ejemplo práctico que las utiliza.

### Primera regla de Kirchhoff

La primera regla de Kirchhoff (la **regla de nodos**) se aplica a la carga que entra y sale de un nodo ([Figura 10.20](#)). Como ya se ha dicho, una unión, o nodo, es una conexión de tres o más cables. La corriente es el flujo de

carga, y la carga se conserva; por lo tanto, cualquier carga que entre en el nodo debe salir.

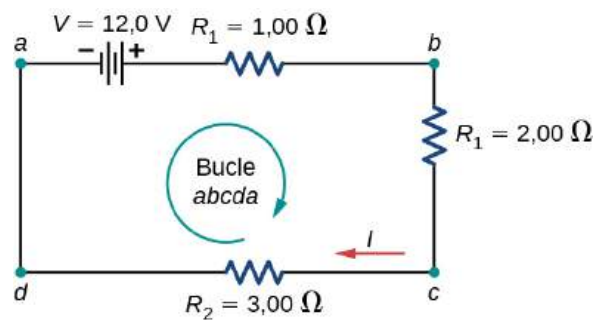


**FIGURA 10.20** La carga debe conservarse, por lo que la suma de las corrientes que entran en un nodo debe ser igual a la suma de las corrientes que salen de él.

Aunque es una simplificación excesiva, se puede hacer una analogía con las tuberías de agua conectadas en un empalme de fontanería. Si los cables de la [Figura 10.20](#) se sustituyeran por tuberías de agua, y se supusiera que el agua es incompresible, el volumen de agua que entra en la unión debe ser igual al volumen de agua que sale de ella.

### Segunda regla de Kirchhoff

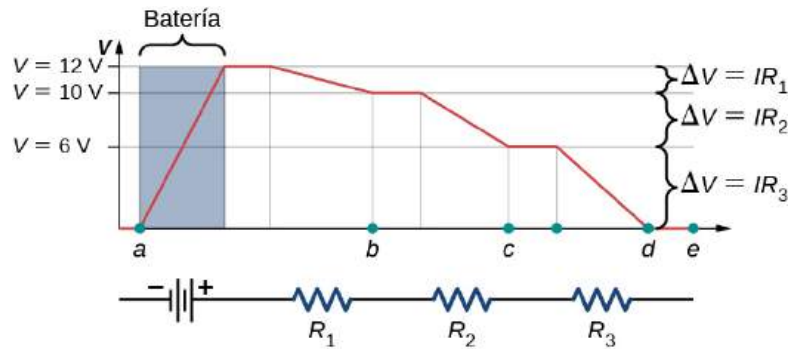
La segunda regla de Kirchhoff (la **regla de las tensiones**) se aplica a las diferencias de potencial. La regla de las tensiones se expresa en términos de potencial  $V$  y no de energía potencial, pero ambas están relacionadas, ya que  $U = qV$ . En un bucle cerrado, sea cual sea la energía suministrada por una fuente de voltaje, esta debe ser transferida a otras formas por los dispositivos en el bucle, ya que no hay otras formas de transferir la energía dentro o fuera del circuito. La regla de las tensiones de Kirchhoff establece que la suma algebraica de las diferencias de potencial, incluido el voltaje suministrado por las fuentes de voltaje y los elementos resistivos, en cualquier bucle debe ser igual a cero. Por ejemplo, consideremos un bucle simple sin nodos, como en la [Figura 10.21](#).



**FIGURA 10.21** Un bucle simple sin nodos. La regla de las tensiones de Kirchhoff establece que la suma algebraica de las diferencias de voltaje es igual a cero.

El circuito consta de una fuente de voltaje y tres resistores de carga externas. Las marcas  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  sirven de referencia y no tienen ningún otro significado. La utilidad de estas marcas se pondrá de manifiesto en breve. El bucle se designa como bucle  $abcda$ , y las marcas ayudan a llevar la cuenta de las diferencias de voltaje a medida que recorremos el circuito. Comienza en el punto  $a$  y viaja hasta el punto  $b$ . El voltaje de la fuente de voltaje se añade a la ecuación y la caída de potencial del resistor  $R_1$  se resta. Del punto  $b$  al  $c$ , la caída de potencial a través de  $R_2$  se resta. De  $c$  a  $d$ , la caída de potencial a través de  $R_3$  se resta. Del punto  $d$  al  $a$  no se hace nada porque no hay componentes.

la [Figura 10.22](#) muestra un gráfico del voltaje a medida que recorremos el bucle. El voltaje aumenta al atravesar la batería, mientras que disminuye al atravesar un resistor. La caída de potencial, o cambio en el potencial eléctrico, es igual a la corriente que atraviesa el resistor por su resistencia. Como los cables tienen una resistencia insignificante, el voltaje se mantiene constante al cruzar los cables que conectan los componentes.



**FIGURA 10.22** Un gráfico de voltaje a medida que recorremos el circuito. El voltaje aumenta al cruzar la batería y disminuye al cruzar cada resistor. Como la resistencia del cable es bastante pequeña, suponemos que el voltaje se mantiene constante al cruzar los cables que conectan los componentes.

Entonces la regla de las tensiones de Kirchhoff dice

$$V - IR_1 - IR_2 - IR_3 = 0.$$

La ecuación del bucle puede utilizarse para hallar la corriente que lo atraviesa:

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{12,00 \text{ V}}{1,00 \Omega + 2,00 \Omega + 3,00 \Omega} = 2,00 \text{ A}.$$

Este bucle podría haberse analizado con los métodos anteriores, pero en la siguiente sección demostraremos la potencia del método de Kirchhoff.

### Aplicación de las reglas de Kirchhoff

Al aplicar las reglas de Kirchhoff, generamos un conjunto de ecuaciones lineales que nos permiten hallar los valores desconocidos en los circuitos. Pueden ser corrientes, voltajes o resistencias. Cada vez que se aplica una regla, se produce una ecuación. Si hay tantas ecuaciones independientes como incógnitas, el problema se puede resolver.

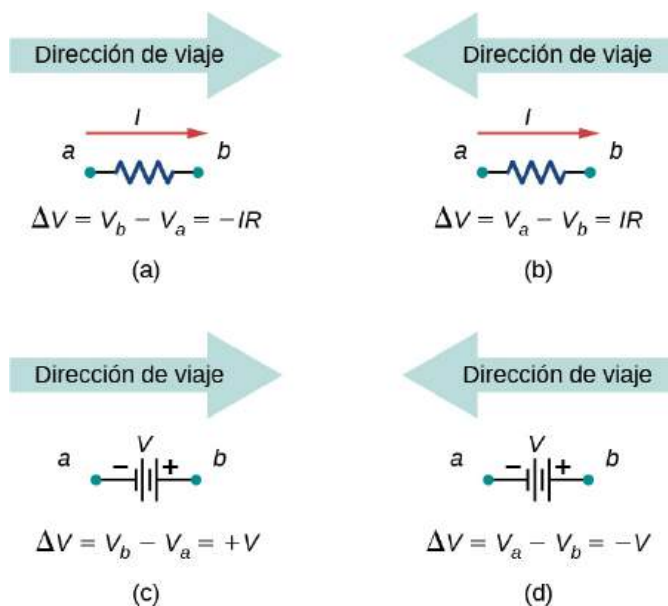
La utilización del método de análisis de Kirchhoff requiere varios pasos, como se indica en el siguiente procedimiento.



## ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

### Reglas de Kirchhoff

1. Marque los puntos del circuito con las letras minúsculas *a*, *b*, *c*,... Estas marcas simplemente ayudan a la orientación.
2. Localice los nodos en el circuito. Los nodos son puntos donde se conectan tres o más cables. Rotule cada nodo con las corrientes y direcciones de entrada y salida. Asegúrese de que al menos una corriente apunte hacia el nodo y al menos una corriente apunte hacia fuera de él.
3. Elija los bucles del circuito. Cada componente debe estar contenido en al menos un bucle, pero un componente puede estar contenido en más de uno.
4. Aplique la regla de nodos. De nuevo, algunos nodos no deberían incluirse en el análisis. Solo es necesario utilizar suficientes nodos para incluir todas las corrientes.
5. Aplique la regla de las tensiones. Utilice el mapa en la [Figura 10.23](#).

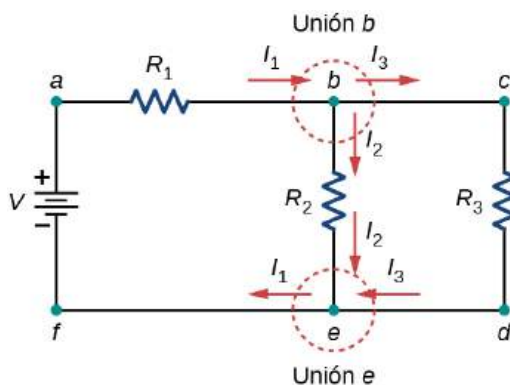


**FIGURA 10.23** Cada uno de estos resistores y fuentes de voltaje se recorren de *a* hasta *b*. (a) Al desplazarse a través de un resistor en el mismo sentido que el flujo de corriente, reste la caída de potencial. (b) Al desplazarse a través de un resistor en sentido contrario al flujo de corriente, sume la caída de potencial. (c) Al desplazarse a través de una fuente de voltaje desde el terminal negativo al positivo, sume la caída de potencial. (d) Al desplazarse a través de una fuente de voltaje desde el terminal positivo al negativo, reste la caída de potencial.

Examinemos más detenidamente algunos pasos de este procedimiento. A la hora de localizar los nodos en el circuito, no se preocupe por el sentido de las corrientes. Si la dirección del flujo de corriente no es obvia, basta con elegir cualquier dirección siempre que al menos una corriente apunte hacia el nodo y al menos una corriente apunte hacia fuera de él. Si la flecha está en la dirección opuesta al flujo de corriente convencional, el resultado para la corriente en cuestión será negativo pero la respuesta seguirá siendo correcta.

El número de nodos depende del circuito. Cada corriente debe incluirse en un nodo y, por tanto, en al menos una ecuación de nodo. No incluya nodos que no sean linealmente independientes, es decir, nodos que contengan la misma información.

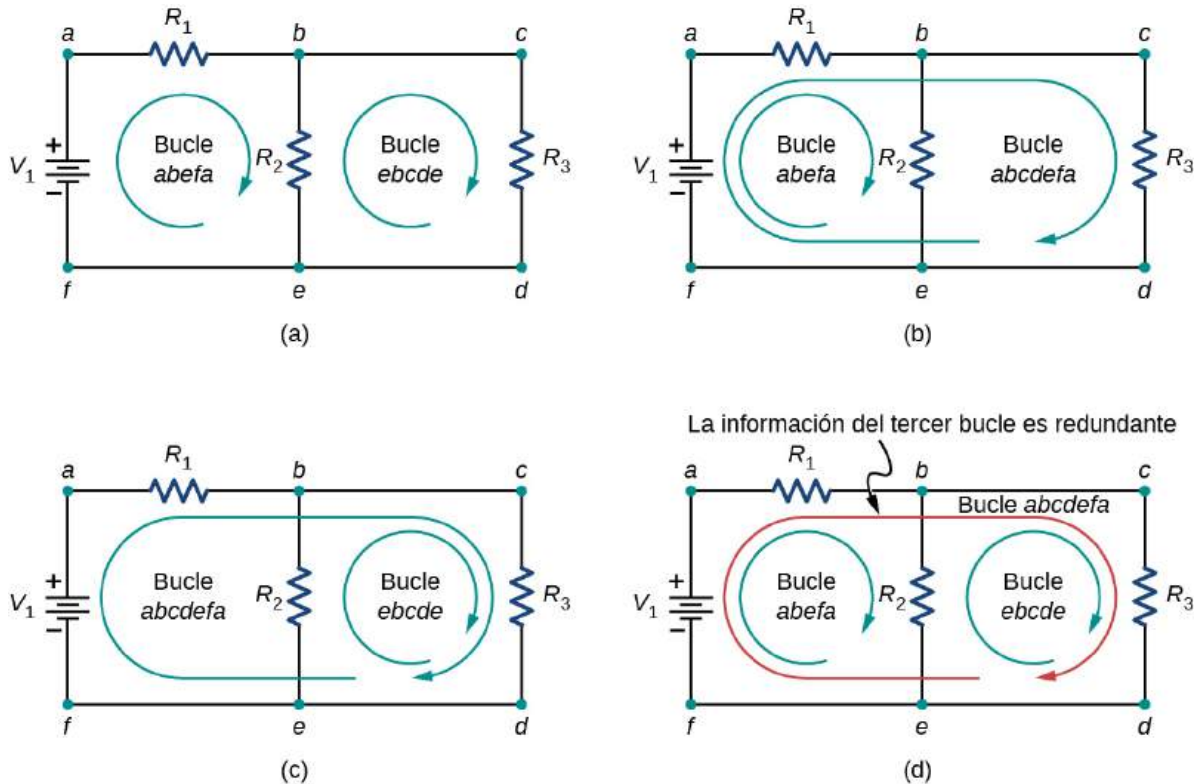
Considere la [Figura 10.24](#). En este circuito hay dos nodos: nodo *b* y nodo *e*. Los puntos *a*, *c*, *d* y *f* no son nodos, porque un nodo debe tener tres o más conexiones. La ecuación del nodo *b* es  $I_1 = I_2 + I_3$  y la ecuación del nodo *e* es  $I_2 + I_3 = I_1$ . Estas son ecuaciones equivalentes, por lo que es necesario mantener solo una de ellas.



**FIGURA 10.24** A primera vista, este circuito contiene dos nodos, el nodo *b* y el nodo *e*, pero solo debe considerarse uno porque sus ecuaciones de nodo son equivalentes.

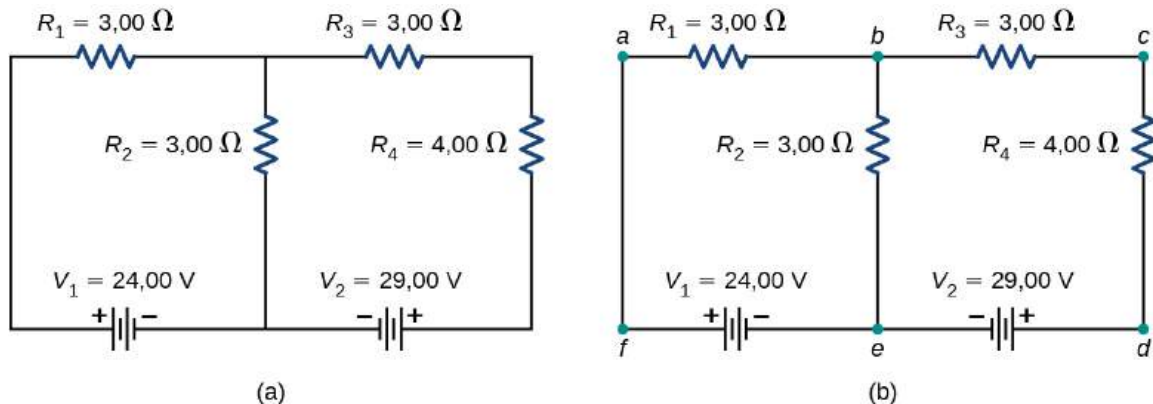
A la hora de elegir los bucles en el circuito, necesita suficientes bucles para que cada componente se cubra una vez, sin repetir bucles. La [Figura 10.25](#) muestra cuatro opciones de bucles para resolver un circuito de ejemplo; las opciones (a), (b) y (c) tienen una cantidad suficiente de bucles para resolver el circuito

completamente. La opción (d) refleja más bucles de los necesarios para resolver el circuito.



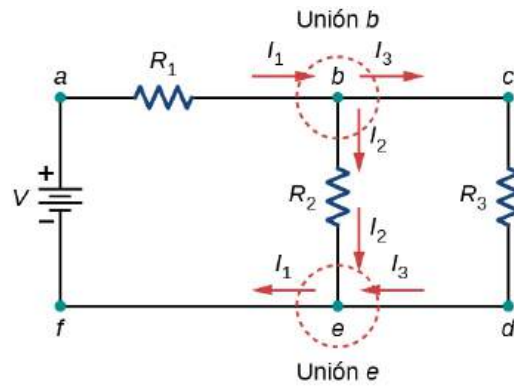
**FIGURA 10.25** Los paneles (a) hasta (c) son suficientes para el análisis del circuito. En cada caso, los dos bucles mostrados contienen todos los elementos del circuito que son necesarios para resolverlo completamente. El panel (d) muestra tres bucles utilizados, que es más de lo necesario. Dos bucles cualesquiera del sistema contendrán toda la información necesaria para resolver el circuito. Añadir el tercer bucle proporciona información redundante.

Considere el circuito de la [Figura 10.26\(a\)](#). Analicemos este circuito para hallar la corriente que pasa por cada resistor. En primer lugar, marque el circuito como se muestra en la parte (b).



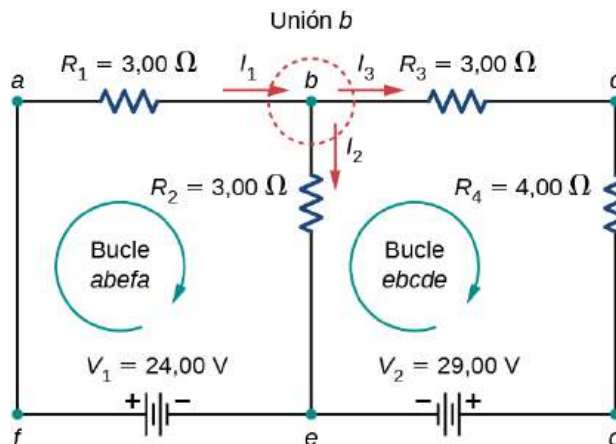
**FIGURA 10.26** (a) Un circuito multi-loop (o circuito de bucle múltiple). (b) Marque el circuito para ayudar a la orientación.

A continuación, determine los nodos. En este circuito, los puntos *b* y *e* tienen tres cables conectados cada uno, lo que los convierte en nodos. Comience a aplicar la regla de nodos de Kirchhoff ( $\sum I_{\text{dentro}} = \sum I_{\text{fuera}}$ ) dibujando flechas que representen las corrientes y marcando cada flecha, como se muestra en la [Figura 10.27\(b\)](#). El nodo *b* muestra que  $I_1 = I_2 + I_3$  y el nodo *e* muestra que  $I_2 + I_3 = I_1$ . Dado que el nodo *e* proporciona la misma información que el nodo *b*, puede ignorarse. Este circuito tiene tres incógnitas, por lo que necesitamos tres ecuaciones linealmente independientes para analizarlo.



**FIGURA 10.27** (a) Este circuito tiene dos nodos, marcados como  $b$  y  $e$ , pero solo se utiliza el nodo  $b$  en el análisis. (b) Las flechas marcadas representan las corrientes que entran y salen de los nodos.

A continuación, tenemos que elegir los bucles. En la [Figura 10.28](#), el bucle  $abefa$  incluye la fuente de voltaje  $V_1$  y los resistores  $R_1$  y  $R_2$ . El bucle comienza en el punto  $a$ , luego recorre los puntos  $b$ ,  $e$  y  $f$  y vuelve al punto  $a$ . El segundo bucle, el bucle  $ebcde$ , comienza en el punto  $e$ , incluyendo los resistores  $R_2$  y  $R_3$ , y la fuente de voltaje  $V_2$ .



**FIGURA 10.28** Elija los bucles del circuito.

Ahora podemos aplicar la regla de las tensiones de Kirchhoff, utilizando el mapa en la [Figura 10.23](#). Partiendo del punto  $a$  y llegando al punto  $b$ , el resistor  $R_1$  se cruza en la misma dirección que el flujo de corriente  $I_1$ , por lo que la caída de potencial  $I_1 R_1$  se resta. Al pasar del punto  $b$  al punto  $e$ , el resistor  $R_2$  se cruza en la misma dirección que el flujo de corriente  $I_2$  por lo que la caída de potencial  $I_2 R_2$  se resta. Al pasar del punto  $e$  al punto  $f$ , la fuente de voltaje  $V_1$  se cruza desde el terminal negativo al positivo, por lo que  $V_1$  se añade. No hay componentes entre los puntos  $f$  y  $a$ . La suma de las diferencias de voltaje debe ser igual a cero:

$$\text{Bucle } abefa : -I_1 R_1 - I_2 R_2 + V_1 = 0 \text{ o } V_1 = I_1 R_1 + I_2 R_2.$$

Por último, comprobamos el bucle  $ebcde$ . Comenzamos en el punto  $e$  y nos desplazamos hasta el punto  $b$ , cruzando  $R_2$  en la dirección opuesta al flujo de corriente  $I_2$ . La caída de potencial  $I_2 R_2$  se añade. A continuación, cruzamos  $R_3$  y  $R_4$  en la misma dirección que el flujo de corriente  $I_3$  y se restan las caídas de potencial  $I_3 R_3$  y  $I_3 R_4$ . Observe que la corriente es la misma a través de los resistores  $R_3$  y  $R_4$ , porque están conectados en serie. Finalmente, la fuente de voltaje se cruza desde el terminal positivo al negativo, y la fuente de voltaje  $V_2$  se resta. La suma de estas diferencias de voltaje es igual a cero y da lugar a la ecuación de bucle

$$\text{Bucle } ebcde : I_2 R_2 - I_3 (R_3 + R_4) - V_2 = 0.$$

Ahora tenemos tres ecuaciones, que podemos resolver para las tres incógnitas.



$$(1) \text{Nodo } b : I_1 - I_2 - I_3 = 0.$$

$$(2) \text{Bucle } abefa : I_1 R_1 + I_2 R_2 = V_1.$$

$$(3) \text{Bucle } ebcd : I_2 R_2 - I_3 (R_3 + R_4) = V_2.$$

Para resolver las tres ecuaciones de las tres corrientes desconocidas, se empieza por eliminar la corriente  $I_2$ . Primero hay que añadir la Ec. (1) por  $R_2$  a la Ec. (2). El resultado se marca como Ec. (4):

$$(R_1 + R_2) I_1 - R_2 I_3 = V_1.$$

$$(4) 6 \Omega I_1 - 3 \Omega I_3 = 24 \text{ V.}$$

A continuación, se resta la Ec. (3) de la Ec. (2). El resultado se marca como Ec. (5):

$$I_1 R_1 + I_3 (R_3 + R_4) = V_1 - V_2.$$

$$(5) 3 \Omega I_1 + 7 \Omega I_3 = -5 \text{ V.}$$

Podemos resolver las Ecs. (4) y (5) para la corriente  $I_1$ . Al sumar siete veces la Ec. (4) y tres veces la Ec. (5) resulta en  $51 \Omega I_1 = 153 \text{ V}$ , o  $I_1 = 3,00 \text{ A}$ . Al utilizar la Ec. (4) resulta en  $I_3 = -2,00 \text{ A}$ . Por último, la Ec. (1) produce  $I_2 = I_1 - I_3 = 5,00 \text{ A}$ . Una forma de comprobar que las soluciones son coherentes es comprobar la potencia suministrada por las fuentes de voltaje y la potencia disipada por los resistores:

$$P_{\text{dentro}} = I_1 V_1 + I_3 V_2 = 130 \text{ W},$$

$$P_{\text{fuera}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_3^2 R_4 = 130 \text{ W}.$$

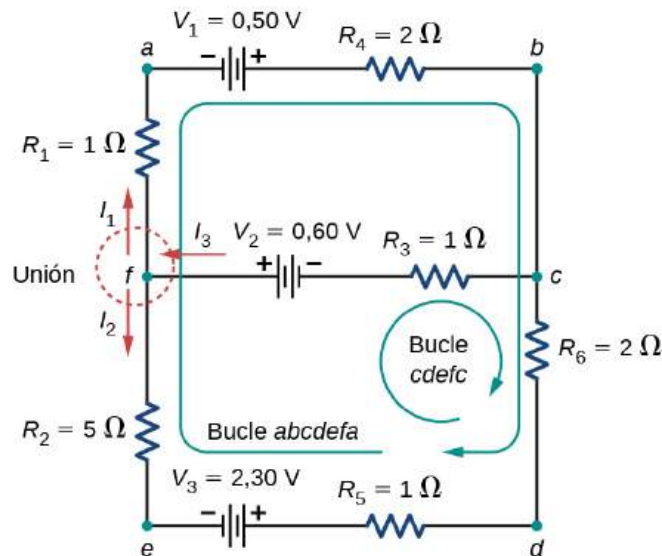
Observe que la solución para la corriente  $I_3$  es negativa. Esta es la respuesta correcta, pero sugiere que la flecha dibujada originalmente en el análisis de la unión es la dirección opuesta al flujo de corriente convencional. La potencia suministrada por la segunda fuente de voltaje es de 58 W y no de -58 W.



## EJEMPLO 10.6

### Cálculo de la corriente mediante el uso de las reglas de Kirchhoff

Calcule las corrientes que fluyen en el circuito en la [Figura 10.29](#).



**FIGURA 10.29** Este circuito es una combinación de configuraciones en serie y en paralelo de resistores y fuentes de voltaje. Este circuito no puede ser analizado utilizando las técnicas discutidas en [Fuerza electromotriz](#) pero puede ser analizado utilizando las reglas de Kirchhoff.

### Estrategia

Este circuito es lo suficientemente complejo como para que las corrientes no puedan hallarse mediante la ley de Ohm y las técnicas en serie en paralelo, sino que es necesario utilizar las reglas de Kirchhoff. Las corrientes se han marcado  $I_1$ ,  $I_2$ , y  $I_3$  en la figura, y se han hecho suposiciones sobre sus direcciones. Las ubicaciones en el diagrama se han marcado con letras de la  $a$  a la  $h$ . En la solución, aplicamos las reglas de nodos y de las tensiones, buscando tres ecuaciones independientes que nos permitan resolver las tres corrientes desconocidas.

### Solución

Al aplicar las reglas de nodos y de las tensiones se obtienen las tres ecuaciones siguientes. Tenemos tres incógnitas, por lo que se requieren tres ecuaciones.

$$\text{Nodo } c : I_1 + I_2 = I_3.$$

$$\text{Bucle } abcdefa : I_1 (R_1 + R_4) - I_2 (R_2 + R_5 + R_6) = V_1 - V_3.$$

$$\text{Bucle } cdefc : I_2 (R_2 + R_5 + R_6) + I_3 R_3 = V_2 + V_3.$$

Simplificamos las ecuaciones colocando las incógnitas en un lado de las ecuaciones.

$$\text{Nodo } c : I_1 + I_2 - I_3 = 0.$$

$$\text{Bucle } abcdefa : I_1 (3 \Omega) - I_2 (8 \Omega) = 0,5 \text{ V} - 2,30 \text{ V}.$$

$$\text{Bucle } cdefc : I_2 (8 \Omega) + I_3 (1 \Omega) = 0,6 \text{ V} + 2,30 \text{ V}.$$

Simplificamos las ecuaciones. La primera ecuación de bucle puede simplificarse dividiendo ambos lados entre 3,00. La segunda ecuación de bucle puede simplificarse dividiendo ambos lados entre 6,00.

$$\text{Nodo } c : I_1 + I_2 - I_3 = 0.$$

$$\text{Bucle } abcdefa : I_1 (3 \Omega) - I_2 (8 \Omega) = -1,8 \text{ V}.$$

$$\text{Bucle } cdefc : I_2 (8 \Omega) + I_3 (1 \Omega) = 2,9 \text{ V}.$$

Los resultados son

$$I_1 = 0,20 \text{ A}, \quad I_2 = 0,30 \text{ A}, \quad I_3 = 0,50 \text{ A}.$$

### Importancia

Un método para comprobar los cálculos es calcular la potencia disipada por los resistores y la potencia

suministrada por las fuentes de voltaje:

$$P_{R_1} = I_1^2 R_1 = 0,04 \text{ W.}$$

$$P_{R_2} = I_2^2 R_2 = 0,45 \text{ W.}$$

$$P_{R_3} = I_3^2 R_3 = 0,25 \text{ W.}$$

$$P_{R_4} = I_1^2 R_4 = 0,08 \text{ W.}$$

$$P_{R_5} = I_2^2 R_5 = 0,09 \text{ W.}$$

$$P_{R_6} = I_2^2 R_6 = 0,18 \text{ W.}$$

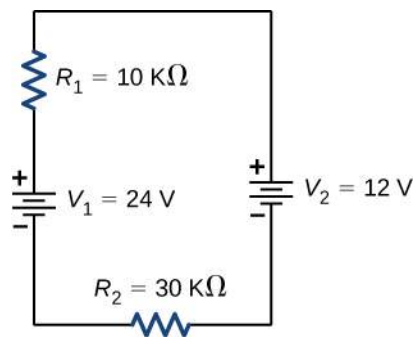
$$P_{\text{disipado}} = 1,09 \text{ W.}$$

$$P_{\text{fuente}} = I_1 V_1 + I_2 V_3 + I_3 V_2 = 0,10 \text{ W} + 0,69 \text{ W} + 0,30 \text{ W} = 1,09 \text{ W.}$$

La potencia suministrada es igual a la potencia disipada por los resistores.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 10.6**

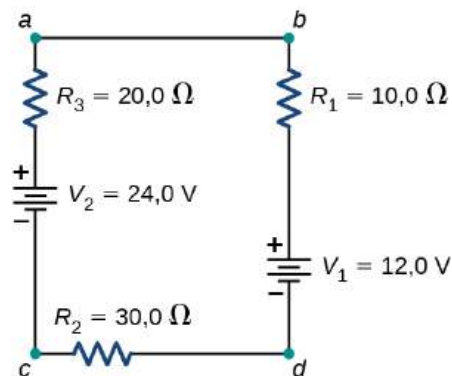
Al considerar el siguiente esquema y la potencia suministrada y consumida por un circuito, ¿una fuente de voltaje siempre proporcionará energía al circuito o una fuente de voltaje puede consumir energía?



### ✿ **EJEMPLO 10.7**

#### **Cálculo de la corriente mediante el uso de las reglas de Kirchhoff**

Calcule la corriente que fluye en el circuito en la [Figura 10.30](#).



**FIGURA 10.30** Este circuito consta de tres resistores y dos baterías conectados en serie. Observe que las baterías están conectadas con polaridades opuestas.

### Estrategia

Este circuito puede analizarse utilizando las reglas de Kirchhoff. Solo hay un bucle y no hay nodos. Elija el sentido del flujo de la corriente. Para este ejemplo, utilizaremos la dirección de las agujas del reloj desde el punto *a* hasta el punto *b*. Considere el bucle *abcd* y utilice la [Figura 10.23](#) para escribir la ecuación del bucle. Observe que, según la [Figura 10.23](#), la batería  $V_1$  se añadirá y la batería  $V_2$  se restará.

### Solución

Al aplicar la regla de nodos se obtienen las tres ecuaciones siguientes. Tenemos una incógnita, por lo que se requiere una ecuación:

$$\text{Bucle } abcd : -IR_1 - V_1 - IR_2 + V_2 - IR_3 = 0.$$

Simplificamos las ecuaciones colocando las incógnitas en un lado de las ecuaciones. Utilice los valores indicados en la figura.

$$I(R_1 + R_2 + R_3) = V_2 - V_1.$$

$$I = \frac{V_2 - V_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{24 \text{ V} - 12 \text{ V}}{10,0 \Omega + 30,0 \Omega + 10,0 \Omega} = 0,20 \text{ A}.$$

### Importancia

La potencia disipada o consumida por el circuito es igual a la potencia suministrada al circuito, pero observe que la corriente en la batería  $V_1$  fluye a través de la batería desde el terminal positivo al negativo y consume potencia.

$$P_{R_1} = I^2 R_1 = 0,40 \text{ W}$$

$$P_{R_2} = I^2 R_2 = 1,20 \text{ W}$$

$$P_{R_3} = I^2 R_3 = 0,80 \text{ W}$$

$$P_{V_1} = IV_1 = 2,40 \text{ W}$$

$$P_{\text{disipado}} = 4,80 \text{ W}$$

$$P_{\text{fuente}} = IV_2 = 4,80 \text{ W}$$

La potencia suministrada es igual a la potencia disipada por los resistores y consumida por la batería  $V_1$ .

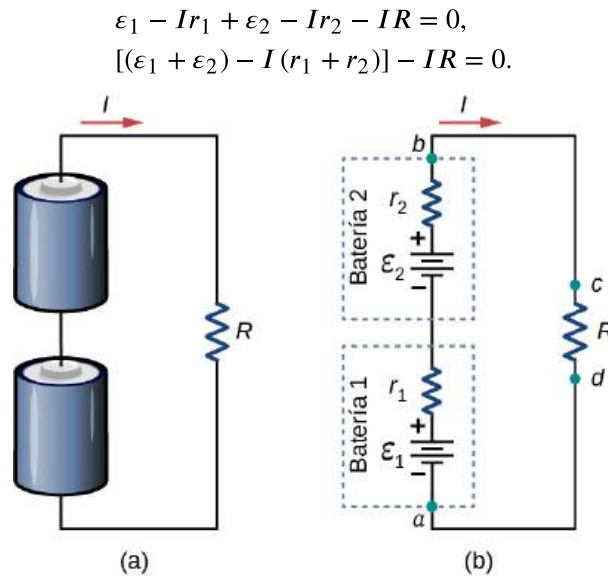
### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 10.7**

Al utilizar las leyes de Kirchhoff, tiene que decidir qué bucles utilizar y el sentido del flujo de la corriente a través de cada uno. Al analizar el circuito en el [Ejemplo 10.7](#), se eligió que la dirección del flujo de corriente fuera en el sentido de las agujas del reloj, desde el punto *a* hasta el punto *b*. ¿Cómo cambiarían los resultados si la dirección de la corriente se eligiera en sentido contrario a las agujas del reloj, desde el punto *b* al punto *a*?

### Múltiples fuentes de voltaje

Muchos dispositivos necesitan más de una batería. Las fuentes de voltajes múltiples, como las baterías, pueden conectarse en configuraciones en serie, en paralelo o en una combinación de ambas.

Cuando están en serie, el terminal positivo de una batería se conecta al terminal negativo de otra. Se puede conectar en serie cualquier número de fuentes de voltaje, incluidas las baterías. En la [Figura 10.31](#) se muestran dos baterías conectadas en serie. Utilizando la regla de las tensiones de Kirchhoff para el circuito de la parte (b) se obtiene el resultado



**FIGURA 10.31** (a) Dos baterías conectadas en serie con un resistor de carga. (b) El diagrama del circuito de las dos baterías y el resistor de carga, con cada batería modelada como una fuente de emf idealizada y una resistencia interna.

Cuando las fuentes de voltaje están en serie, sus resistencias internas se pueden sumar y sus emf se pueden sumar para obtener los valores totales. Las conexiones en serie de las fuentes de voltaje son habituales, por ejemplo, en linternas, juguetes y otros aparatos. Normalmente, las celdas están en serie para producir una emf total mayor. En la [Figura 10.31](#), el voltaje del terminal es

$$V_{\text{terminal}} = (\varepsilon_1 - Ir_1) + (\varepsilon_2 - Ir_2) = [(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - I(r_1 + r_2)] = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + Ir_{\text{eq}}.$$

Observe que la misma corriente  $I$  se encuentra en cada batería porque están conectadas en serie. El inconveniente de las conexiones en serie de las celdas es que sus resistencias internas son aditivas.

Las baterías se conectan en serie para aumentar el voltaje suministrado al circuito. Por ejemplo, una linterna LED puede tener dos baterías de celda AAA, cada una con un voltaje del terminal de 1,5 V, para proporcionar 3,0 V a la linterna.

Se puede conectar cualquier número de baterías en serie. Para  $N$  baterías en serie, el voltaje del terminal es igual a

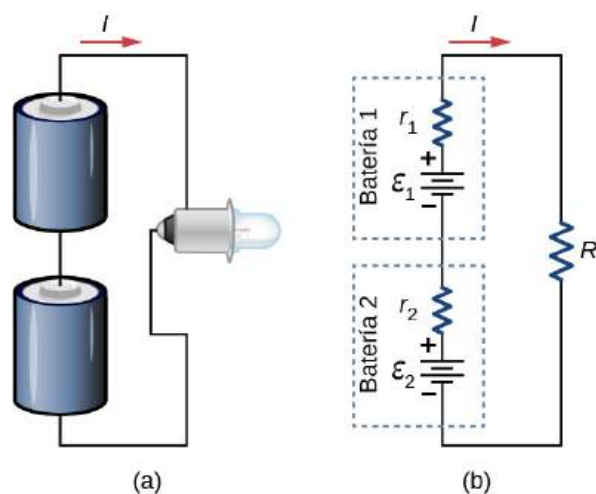
$$V_{\text{terminal}} = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \cdots + \varepsilon_{N-1} + \varepsilon_N) - I(r_1 + r_2 + \cdots + r_{N-1} + r_N) = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i - Ir_{\text{eq}} \quad 10.6$$

donde la resistencia equivalente es  $r_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^N r_i$ .

Cuando se coloca una carga a través de fuentes de voltaje en serie, como en la [Figura 10.32](#), podemos hallar la corriente:

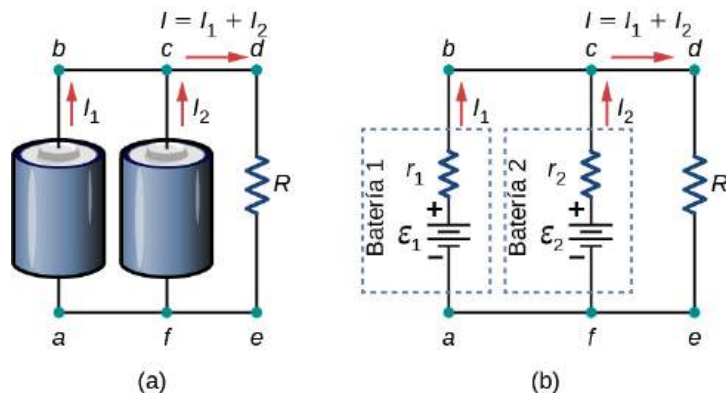
$$\begin{aligned} (\varepsilon_1 - Ir_1) + (\varepsilon_2 - Ir_2) &= IR, \\ Ir_1 + Ir_2 + IR &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \\ I &= \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{r_1 + r_2 + R}. \end{aligned}$$

Como era de esperar, las resistencias internas aumentan la resistencia equivalente.



**FIGURA 10.32** Dos baterías conectadas en serie a una bombilla LED, como las que se encuentran en una linterna.

Las fuentes de voltaje, como las baterías, también pueden conectarse en paralelo. La [Figura 10.33](#) muestra dos baterías con emf idénticas en paralelo y conectadas a una resistencia de carga. Cuando las baterías se conectan en paralelo, los terminales positivos se conectan juntos y los negativos también, y la resistencia de carga se conecta a los terminales positivos y negativos. Normalmente, las fuentes de voltaje en paralelo tienen emf idénticas. En este caso sencillo, como las fuentes de voltaje están en paralelo, la emf total es la misma que las emf individuales de cada batería.



**FIGURA 10.33** (a) Dos baterías se conectan en paralelo a un resistor de carga. (b) El diagrama del circuito muestra la batería como fuente de emf y un resistor interno. Las dos fuentes tienen emf idénticas (cada una marcada por  $\epsilon$ ) conectadas en paralelo que producen la misma emf.

Considere el análisis de Kirchhoff del circuito en la [Figura 10.33](#)(b). Hay dos bucles y un nodo en el punto  $b$  y  $\epsilon = \epsilon_1 = \epsilon_2$ .

$$\text{Nodo } b: I_1 + I_2 - I = 0.$$

$$\begin{aligned} \text{Bucle } abcfa: \quad \epsilon - I_1 r_1 + I_2 r_2 - \epsilon &= 0, \\ I_1 r_1 &= I_2 r_2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Bucle } fcdef: \quad \epsilon_2 - I_2 r_2 - IR &= 0, \\ \epsilon - I_2 r_2 - IR &= 0. \end{aligned}$$

Al resolver la corriente a través del resistor de carga se obtiene  $I = \frac{\epsilon}{r_{\text{eq}} + R}$ , donde  $r_{\text{eq}} = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)^{-1}$ . El voltaje del terminal es igual a la caída de potencial a través del resistor de carga  $IR = \left(\frac{\epsilon}{r_{\text{eq}} + R}\right)$ . La conexión en paralelo reduce la resistencia interna y, por tanto, puede producir una corriente mayor.

Se puede conectar cualquier número de baterías en paralelo. Para  $N$  baterías en paralelo, el voltaje del

terminal es igual a

$$V_{\text{terminal}} = \varepsilon - I \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \cdots + \frac{1}{r_{N-1}} + \frac{1}{r_N} \right)^{-1} = \varepsilon - I r_{\text{eq}} \quad 10.7$$

donde la resistencia equivalente es  $r_{\text{eq}} = \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{r_i} \right)^{-1}$ .

Por ejemplo, algunos camiones diésel utilizan dos baterías de 12 V en paralelo; producen una emf total de 12 V pero pueden suministrar la mayor corriente necesaria para arrancar un motor diésel.

En resumen, el voltaje del terminal de las baterías en serie es igual a la suma de las emf individuales menos la suma de las resistencias internas por la corriente. Cuando las baterías están conectadas en paralelo, suelen tener emf iguales y el voltaje del terminal es igual a la emf menos la resistencia interna equivalente por la corriente, donde la resistencia interna equivalente es menor que las resistencias internas individuales. Las baterías se conectan en serie para aumentar el voltaje del terminal de la carga. Las baterías se conectan en paralelo para aumentar la corriente hacia la carga.

### Matrices de celdas solares

Otro ejemplo de fuentes de voltaje múltiples es el de las combinaciones de celdas solares conectadas en combinaciones en serie y en paralelo para obtener el voltaje y la corriente deseados. La generación fotovoltaica, que es la conversión de la luz solar directamente en electricidad, se basa en el efecto fotoeléctrico. Este efecto está fuera del alcance de este capítulo y se trata en [Fotones y ondas de materia \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/6-introduccion\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/6-introduccion), pero en general, los fotones que inciden en la superficie de una celda solar crean una corriente eléctrica en ella.

La mayoría de las celdas solares están hechas de silicio puro. La mayoría de las celdas individuales tienen una salida de voltaje de unos 0,5 V, mientras que la salida de corriente es una función de la cantidad de luz solar que incide en la celda (la radiación solar incidente conocida como la insolación). Bajo la luz del sol del mediodía, una corriente por unidad de superficie de aproximadamente 100 mA/cm<sup>2</sup> de la superficie de la celda es producida por las típicas celdas monocristalinas.

Las celdas solares individuales se conectan de manera eléctrica en módulos para satisfacer las necesidades de energía eléctrica. Pueden conectarse en serie o en paralelo, como las baterías de las que hemos hablado antes. Un conjunto o módulo de celdas solares suele estar formado por entre 36 y 72 celdas, con una potencia de 50 W a 140 W.

Las celdas solares, al igual que las baterías, proporcionan un voltaje de corriente continua (dc). La corriente de una fuente de voltaje continua es unidireccional. La mayoría de los electrodomésticos necesitan un voltaje de corriente alterna (alternating current, ac).

## 10.4 Instrumentos de medición eléctrica

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Describir cómo conectar un voltímetro en un circuito para medir el voltaje.
- Describir cómo conectar un amperímetro en un circuito para medir la corriente.
- Describir el uso de un óhmetro.

La ley de Ohm y el método de Kirchhoff son útiles para analizar y diseñar circuitos eléctricos, ya que proporcionan los voltajes y la corriente a través y la resistencia de los componentes que componen el circuito. Para medir estos parámetros se necesitan instrumentos, que se describen en esta sección.

### Voltímetros y amperímetros de dc

Mientras que los **voltímetros** miden el voltaje, los **amperímetros** miden la corriente. Algunos de los medidores de los tableros de los automóviles, las cámaras digitales, los teléfonos móviles y los sintonizadores-

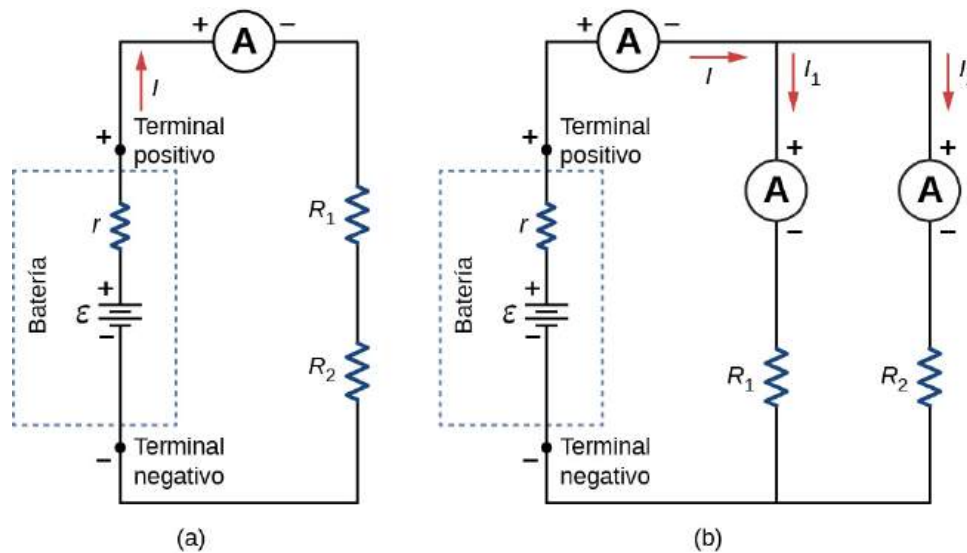
amplificadores son en realidad voltímetros o amperímetros (Figura 10.34). La construcción interna de los medidores más sencillos y la forma en que se conectan al sistema que controlan permiten conocer mejor las aplicaciones de las conexiones en serie y en paralelo.



**FIGURA 10.34** Los indicadores de combustible y temperatura (extremo derecho y extremo izquierdo, respectivamente) de este Volkswagen de 1996 son voltímetros que registran la salida de voltaje de las unidades "emisoras". Estas unidades son proporcionales a la cantidad de gasolina en el tanque y a la temperatura del motor (créditos: Christian Giersing).

### Medición de la corriente con un amperímetro

Para medir la corriente a través de un dispositivo o componente, el amperímetro se coloca en serie con el dispositivo o componente. Se utiliza una conexión en serie porque los objetos en serie tienen la misma corriente que pasa a través de ellos (vea la Figura 10.35, donde el amperímetro se representa con el símbolo A).



**FIGURA 10.35** (a) Cuando se utiliza un amperímetro para medir la corriente a través de dos resistores conectados en serie a una batería, se coloca un único amperímetro en serie con los dos resistores porque la corriente es la misma a través de los dos resistores en serie. (b) Cuando se conectan dos resistores en paralelo con una batería, se necesitan tres medidores, o tres lecturas de amperímetro por separado, para medir la corriente desde la batería y a través de cada resistor. El amperímetro se conecta en serie con el componente en cuestión.

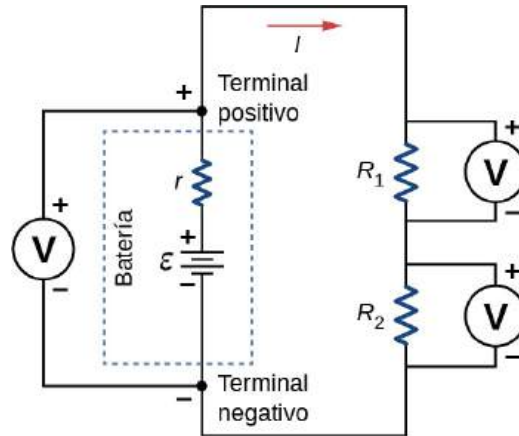
Los amperímetros deben tener una resistencia muy baja, una fracción de miliohmio. Si la resistencia no es insignificante, colocar el amperímetro en el circuito cambiaría la resistencia equivalente del circuito y modificaría la corriente que se está midiendo. Dado que la corriente del circuito viaja a través del medidor, los amperímetros suelen contener un fusible para protegerlo de los daños causados por corrientes demasiado



elevadas.

### Medición del voltaje con un voltímetro

Un voltímetro se conecta en paralelo con el dispositivo que está midiendo. Se utiliza una conexión en paralelo porque los objetos en paralelo experimentan la misma diferencia de potencial (vea la [Figura 10.36](#), donde el voltímetro se representa con el símbolo V).



**FIGURA 10.36** Para medir las diferencias de potencial en este circuito en serie, el voltímetro (V) se coloca en paralelo con la fuente de voltaje o con cualquiera de los resistores. Observe que el voltaje del terminal se mide entre el terminal positivo y el negativo de la batería o la fuente de voltaje. No es posible conectar un voltímetro directamente a través de la emf sin incluir la resistencia interna  $r$  de la batería.

Como los voltímetros se conectan en paralelo, este debe tener una resistencia muy grande. Los voltímetros digitales convierten el voltaje analógico en un valor digital para mostrarlo en un indicador digital ([Figura 10.37](#)). Los voltímetros baratos tienen resistencias del orden de  $R_M = 10 \text{ M}\Omega$ , mientras que los voltímetros de alta precisión tienen resistencias del orden de  $R_M = 10 \text{ G}\Omega$ . El valor de la resistencia puede variar, dependiendo de la escala que se utilice en el medidor.



(a)



(b)

**FIGURA 10.37** (a) Un voltímetro analógico utiliza un galvanómetro para medir el voltaje. (b) Los medidores digitales utilizan un convertidor analógico-digital para medir el voltaje (créditos: modificación de trabajos de Joseph J. Trout).

### Medidores analógicos y digitales

En el laboratorio de física puede encontrar dos tipos de medidores: analógicos y digitales. El término "analógico" se refiere a las señales o la información representada por una cantidad física continuamente variable, como el voltaje o la corriente. Un medidor analógico utiliza un galvanómetro, que es esencialmente una bobina de alambre con una pequeña resistencia, en un campo magnético, con un puntero conectado que apunta a una escala. La corriente fluye a través de la bobina, haciendo que esta gire. Para utilizar el

galvanómetro como amperímetro, se coloca una pequeña resistencia en paralelo con la bobina. Para un voltímetro, se coloca una gran resistencia en serie con la bobina. Un medidor digital utiliza un componente llamado convertidor analógico-digital (A-D) y expresa la corriente o el voltaje como una serie de dígitos 0 y 1, que se utilizan para ejecutar una pantalla digital. La mayoría de los medidores analógicos han sido sustituidos por los digitales.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 10.8**

Los medidores digitales son capaces de detectar corrientes más pequeñas que los medidores analógicos que emplean galvanómetros. ¿Cómo se explica su capacidad para medir el voltaje y la corriente con más precisión que los medidores analógicos?

### 🔗 **INTERACTIVO**

En esta simulación de [laboratorio virtual \(https://openstax.org/l/21cirreslabsim\\_es\)](https://openstax.org/l/21cirreslabsim_es), podrá construir circuitos con resistores, fuentes de voltaje, amperímetros y voltímetros para poner a prueba sus conocimientos de diseño de circuitos.

## Óhmetros

Un óhmetro es un instrumento utilizado para medir la resistencia de un componente o dispositivo. El funcionamiento del óhmetro se basa en la ley de Ohm. Los óhmetros tradicionales contenían una fuente de voltaje interna (como una batería) que se conectaba a través del componente que se iba a probar, produciendo una corriente a través del componente. A continuación, se utilizó un galvanómetro para medir la corriente y se dedujo la resistencia mediante la ley de Ohm. Los medidores digitales modernos utilizan una fuente de corriente constante para hacer pasar la corriente a través del componente, y se mide la diferencia de voltaje a través de él. En cualquier caso, la resistencia se mide utilizando la ley de Ohm ( $R = V/I$ ), donde se conoce el voltaje y se mide la corriente, o se conoce la corriente y se mide el voltaje.

La componente de interés debe estar aislada del circuito; de lo contrario, estará midiendo su resistencia equivalente. Un óhmetro nunca debe conectarse a un circuito "vivo", uno con una fuente de voltaje conectada a él y con corriente corriendo a través de él. Hacerlo puede dañar el medidor.

## 10.5 Circuitos RC

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

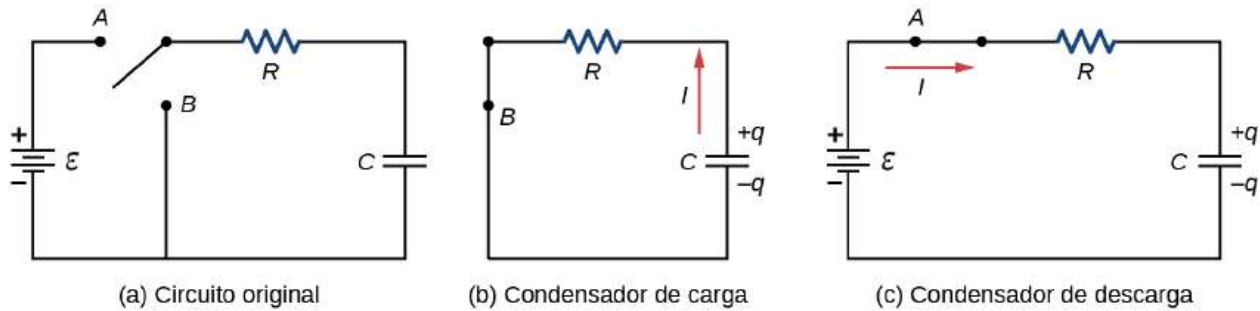
- Describir el proceso de carga de un condensador.
- Describir el proceso de descarga de un condensador.
- Enumerar algunas aplicaciones de los circuitos RC.

Cuando utiliza una cámara con flash, se tarda unos segundos en cargar el condensador que le da potencia al flash. El destello de luz descarga el condensador en una pequeña fracción de segundo. ¿Por qué la carga tarda más que la descarga? Esta cuestión y otros fenómenos que implican la carga y descarga de los condensadores se analizan en este módulo.

### Circuitos con resistencia y capacitancia

Un **circuito RC** es un circuito que contiene resistencia y capacitancia. Como se presenta en [Capacitancia](#), el condensador es un componente eléctrico que almacena carga eléctrica, almacenando energía en un campo eléctrico.

[Figura 10.38\(a\)](#) muestra un circuito *RC* sencillo que emplea una fuente de voltaje de dc (corriente continua)  $\mathcal{E}$ , un resistor  $R$ , un condensador  $C$  y un interruptor de dos posiciones. El circuito permite cargar o descargar el condensador, según la posición del interruptor. Cuando el interruptor se mueve a la posición *A*, el condensador se carga, dando lugar al circuito de la parte (b). Cuando el interruptor se mueve a la posición *B*, el condensador se descarga a través del resistor.



**FIGURA 10.38** (a) Un circuito  $RC$  con un interruptor bipolar que puede utilizarse para cargar y descargar un condensador. (b) Cuando el interruptor se mueve a la posición A, el circuito se reduce a una simple conexión en serie de la fuente de voltaje, el resistor, el condensador y el interruptor. (c) Cuando el interruptor se mueve a la posición B, el circuito se reduce a una simple conexión en serie del resistor, el condensador y el interruptor. La fuente de voltaje se retira del circuito.

### Cargar un condensador

Podemos utilizar la regla de las tensiones de Kirchhoff para entender la carga del condensador. El resultado es la ecuación  $\varepsilon - V_R - V_C = 0$ . Esta ecuación puede utilizarse para modelar la carga en función del tiempo a medida que se carga el condensador. La capacitancia se define como  $C = q/V$ , por lo que el voltaje a través del condensador es  $V_C = \frac{q}{C}$ . Al utilizar la ley de Ohm, la caída de potencial a través del resistor es  $V_R = IR$ , y la corriente se define como  $I = dq/dt$ .

$$\begin{aligned}\varepsilon - V_R - V_C &= 0, \\ \varepsilon - IR - \frac{q}{C} &= 0, \\ \varepsilon - R \frac{dq}{dt} - \frac{q}{C} &= 0.\end{aligned}$$

Esta ecuación diferencial se puede integrar para hallar una ecuación para la carga del condensador en función del tiempo.

$$\begin{aligned}\varepsilon - R \frac{dq}{dt} - \frac{q}{C} &= 0, \\ \frac{dq}{dt} &= \frac{\varepsilon C - q}{RC}, \\ \int_0^q \frac{dq}{\varepsilon C - q} &= \frac{1}{RC} \int_0^t dt.\end{aligned}$$

Supongamos que  $u = \varepsilon C - q$ , entonces  $du = -dq$ . El resultado es

$$\begin{aligned}- \int_0^q \frac{du}{u} &= \frac{1}{RC} \int_0^t dt, \\ \ln \left( \frac{\varepsilon C - q}{\varepsilon C} \right) &= -\frac{1}{RC} t, \\ \frac{\varepsilon C - q}{\varepsilon C} &= e^{-t/RC}.\end{aligned}$$

Al simplificar se obtiene una ecuación para la carga del condensador de carga en función del tiempo:

$$q(t) = C\varepsilon \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) = Q \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right). \quad 10.8$$

En la [Figura 10.39\(a\)](#) se muestra un gráfico de la carga del condensador en función del tiempo. En primer lugar hay que tener en cuenta que a medida que el tiempo se acerca al infinito, la exponencial va a cero, por lo que la carga se acerca a la carga máxima  $Q = C\varepsilon$  y tiene unidades de culombios. Las unidades de  $RC$  son segundos, unidades de tiempo. Esta cantidad se conoce como la constante de tiempo:

$$\tau = RC. \quad 10.9$$

En el tiempo  $t = \tau = RC$ , la carga es igual a  $1 - e^{-1} = 1 - 0,368 = 0,632$  de la carga máxima  $Q = C\varepsilon$ . Observe que la tasa de cambio de tiempo de la carga es la pendiente en un punto del gráfico de carga versus tiempo. La pendiente del gráfico es grande en el tiempo  $t = 0,0$  s y se acerca a cero a medida que aumenta el tiempo.

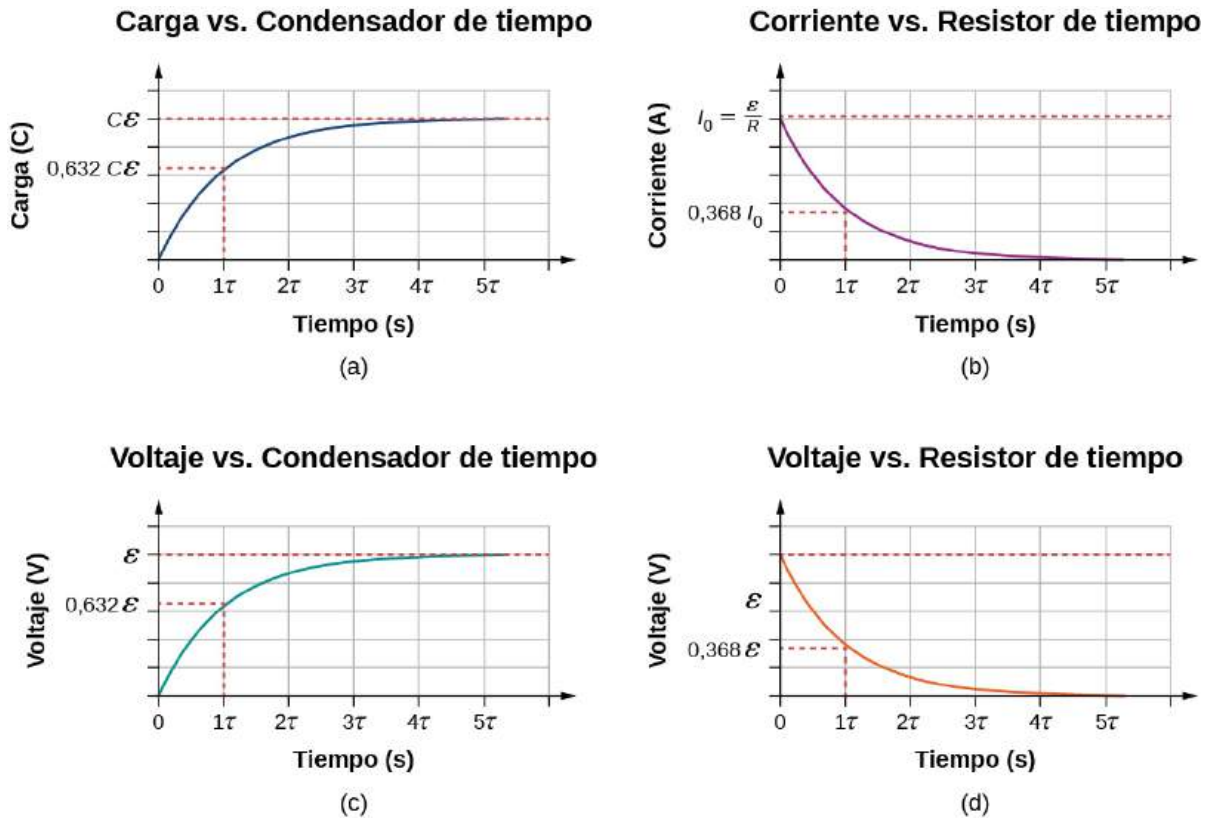
A medida que aumenta la carga en el condensador, disminuye la corriente a través del resistor, como se muestra en la [Figura 10.39\(b\)](#). La corriente a través del resistor se puede calcular tomando la derivada temporal de la carga.

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \left[ C\varepsilon \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \right],$$

$$I(t) = C\varepsilon \left( \frac{1}{RC} \right) e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{RC}},$$

$$I(t) = I_0 e^{-t/\tau}. \quad 10.10$$

En el tiempo  $t = 0,00$  s, la corriente a través del resistor es  $I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$ . A medida que el tiempo se acerca al infinito, la corriente se aproxima a cero. En el tiempo  $t = \tau$ , la corriente a través del resistor es  $I(t = \tau) = I_0 e^{-1} = 0,368 I_0$ .



**FIGURA 10.39** (a) Carga en el condensador en función del tiempo a medida que se carga. (b) Corriente a través del resistor en función del tiempo. (c) Diferencia de voltaje a través del condensador. (d) Diferencia de voltaje a través del resistor.

la [Figura 10.39\(c\)](#) y la [Figura 10.39\(d\)](#) muestran las diferencias de voltaje a través del condensador y el resistor, respectivamente. A medida que aumenta la carga del condensador, disminuye la corriente, al igual que la diferencia de voltaje en el resistor  $V_R(t) = (I_0 R) e^{-t/\tau} = \epsilon e^{-t/\tau}$ . La diferencia de voltaje a través del condensador aumenta a medida que  $V_C(t) = \epsilon (1 - e^{-t/\tau})$ .

### Descargar un condensador

Cuando el interruptor en la [Figura 10.38\(a\)](#) se mueve a la posición *B*, el circuito se reduce al circuito de la parte (c), y se permite que el condensador cargado se descargue a través del resistor. En la [Figura 10.40\(a\)](#) se muestra un gráfico de la carga del condensador en función del tiempo. Al utilizar la regla de las tensiones de Kirchhoff para analizar el circuito a medida que se descarga el condensador se obtiene la ecuación  $-V_R - V_C = 0$ , que se simplifica en  $IR + \frac{q}{C} = 0$ . Al utilizar la definición de corriente  $\frac{dq}{dt} R = -\frac{q}{C}$  e integrando la ecuación de bucle se obtiene una ecuación para la carga del condensador en función del tiempo:

$$q(t) = Q e^{-t/\tau}. \quad 10.11$$

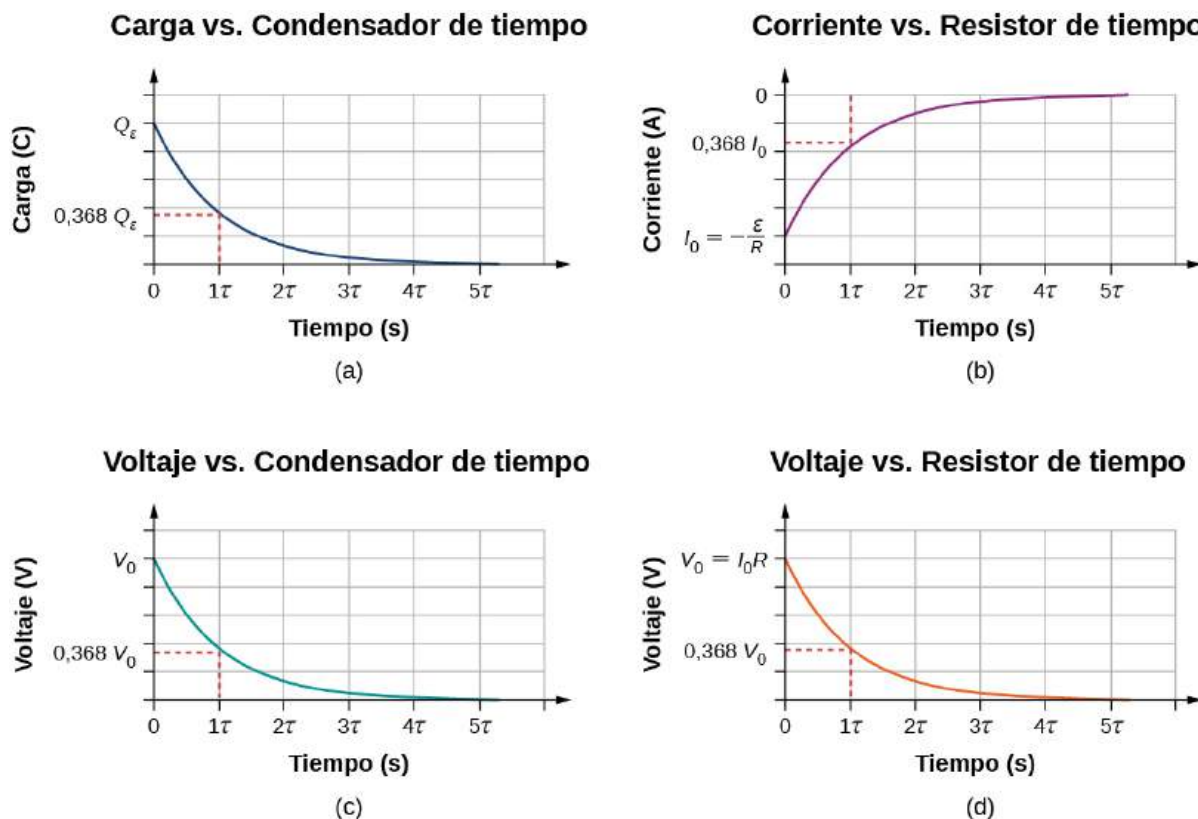
Aquí,  $Q$  es la carga inicial del condensador y  $\tau = RC$  es la constante de tiempo del circuito. Como se muestra en el gráfico, la carga disminuye exponencialmente desde la carga inicial, acercándose a cero a medida que el tiempo se aproxima al infinito.

La corriente en función del tiempo se puede calcular tomando la derivada temporal de la carga:

$$I(t) = -\frac{Q}{RC} e^{-t/\tau}. \quad 10.12$$

El signo negativo muestra que la corriente fluye en la dirección opuesta a la que se encuentra cuando se está

cargando el condensador. La [Figura 10.40\(b\)](#) muestra un ejemplo de un gráfico de carga en función del tiempo y de corriente en función del tiempo. En las partes (c) y (d) de la figura se muestra un gráfico de la diferencia de voltaje a través del condensador y la diferencia de voltaje a través del resistor en función del tiempo. Observe que las magnitudes de la carga, la corriente y el voltaje disminuyen exponencialmente, acercándose a cero a medida que aumenta el tiempo.



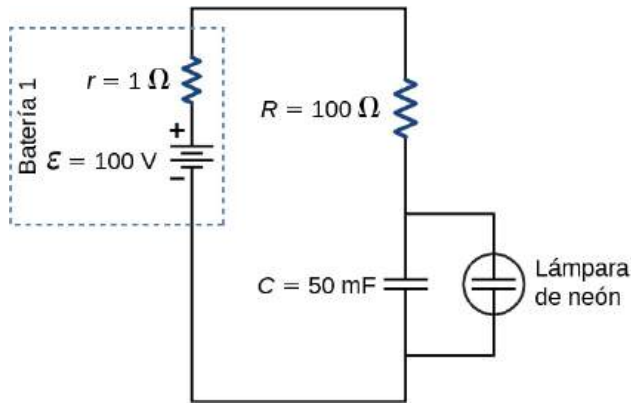
**FIGURA 10.40** (a) Carga en el condensador en función del tiempo a medida que se descarga el condensador. (b) Corriente a través del resistor en función del tiempo. (c) Diferencia de voltaje a través del condensador. (d) Diferencia de voltaje a través del resistor.

Ahora podemos explicar por qué la cámara con *flash* mencionada al principio de esta sección tarda mucho más en cargarse que en descargarse: La resistencia durante la carga es significativamente mayor que durante la descarga. La resistencia interna de la batería representa la mayor parte de la resistencia durante la carga. A medida que la batería envejece, el aumento de la resistencia interna hace que el proceso de carga sea aun más lento.

## EJEMPLO 10.8

### El oscilador de relajación

Una aplicación de un circuito  $RC$  es el oscilador de relajación, como se muestra a continuación. El oscilador de relajación consta de una fuente de voltaje, un resistor, un condensador y una lámpara de neón. La lámpara de neón actúa como un circuito abierto (resistencia infinita) hasta que la diferencia de potencial a través de la lámpara de neón alcanza un voltaje determinado. A ese voltaje, la lámpara actúa como un cortocircuito (resistencia cero), y el condensador se descarga a través de la lámpara de neón y produce luz. En el oscilador de relajación mostrado, la fuente de voltaje carga el condensador hasta que el voltaje a través del condensador es de 80 V. Cuando esto ocurre, el neón de la lámpara se rompe y permite que el condensador se descargue a través de ella, produciendo un destello brillante. Después de que el condensador se descarga completamente a través de la lámpara de neón, comienza a cargarse de nuevo, y el proceso se repite. Suponiendo que el tiempo que tarda el condensador en descargarse es insignificante, ¿cuál es el intervalo de tiempo entre destellos?



### Estrategia

El tiempo se puede calcular considerando la ecuación  $V_C(t) = \epsilon(1 - e^{-t/\tau})$ , donde  $\tau = (R + r)C$ .

### Solución

La lámpara de neón parpadea cuando el voltaje en el condensador alcanza 80 V. La constante de tiempo  $RC$  es igual a  $\tau = (R + r)C = (101 \Omega)(50 \times 10^{-3} \text{ F}) = 5,05 \text{ s}$ . Podemos resolver la ecuación del voltaje para el tiempo que tarda el condensador en alcanzar los 80 V:

$$\begin{aligned} V_C(t) &= \epsilon(1 - e^{-t/\tau}), \\ e^{-t/\tau} &= 1 - \frac{V_C(t)}{\epsilon}, \\ \ln(e^{-t/\tau}) &= \ln\left(1 - \frac{V_C(t)}{\epsilon}\right), \\ t &= -\tau \ln\left(1 - \frac{V_C(t)}{\epsilon}\right) = -5,05 \text{ s} \cdot \ln\left(1 - \frac{80 \text{ V}}{100 \text{ V}}\right) = 8,13 \text{ s}. \end{aligned}$$

### Importancia

Una aplicación del oscilador de relajación es el control de luces indicadoras que parpadean a una frecuencia determinada por los valores de  $R$  y  $C$ . En este ejemplo, la lámpara de neón parpadeará cada 8,13 segundos, una frecuencia de  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{8,13 \text{ s}} = 0,123 \text{ Hz}$ . El oscilador de relajación tiene muchos otros usos prácticos. Se suele utilizar en circuitos electrónicos, donde la lámpara de neón se sustituye por un transistor o un dispositivo conocido como diodo de túnel. La descripción del transistor y del diodo de túnel está fuera del alcance de este capítulo, pero puede pensar en ellos como interruptores controlados por voltaje. Son interruptores normalmente abiertos, pero cuando se aplica el voltaje adecuado, el interruptor se cierra y conduce. El "interruptor" puede utilizarse para encender otro circuito, encender una luz o hacer funcionar un pequeño motor. Un oscilador de relajación puede servir para hacer parpadear las luces intermitentes del automóvil o hacer vibrar el teléfono móvil.

Los circuitos  $RC$  tienen muchas aplicaciones. Pueden utilizarse eficazmente como temporizadores para aplicaciones como limpiaparabrisas intermitentes, marcapasos y luces estroboscópicas. Algunos modelos de limpiaparabrisas intermitentes utilizan un resistor variable para ajustar el intervalo entre barridos del limpiaparabrisas. Al aumentar la resistencia, se incrementa la constante de tiempo  $RC$ , lo que aumenta el tiempo entre el funcionamiento de los limpiaparabrisas.

Otra aplicación es el marcapasos. Normalmente, la frecuencia cardíaca se controla mediante señales eléctricas que hacen que los músculos del corazón se contraigan y bombeen sangre. Cuando el ritmo cardíaco es anormal (los latidos son demasiado altos o demasiado bajos), se pueden utilizar marcapasos para corregir esta anomalía. Los marcapasos disponen de sensores que detectan el movimiento del cuerpo y la respiración para aumentar la frecuencia cardíaca durante las actividades físicas, satisfaciendo así la mayor necesidad de sangre y oxígeno, y se puede utilizar un circuito de sincronización  $RC$  para controlar el tiempo entre las señales de voltaje al corazón.

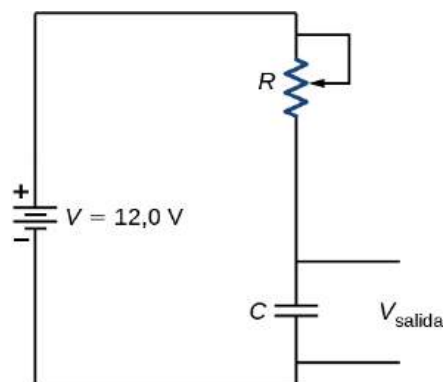
Adelantándonos al estudio de los [Circuitos de corriente alterna](#), los voltajes alternos varían como funciones sinusoidales con frecuencias específicas. Los científicos suelen registrar las variaciones periódicas del voltaje o las señales eléctricas. Estas señales de voltaje pueden proceder de la música grabada por un micrófono o de los datos atmosféricos recogidos por un radar. En ocasiones, estas señales pueden contener frecuencias no deseadas conocidas como “ruido”. Los filtros  $RC$  pueden utilizarse para filtrar las frecuencias no deseadas.

En el estudio de la electrónica, un dispositivo popular conocido como temporizador 555 proporciona pulsos de voltaje temporizados. El tiempo entre impulsos se controla mediante un circuito  $RC$ . Estas son solo algunas de las innumerables aplicaciones de los circuitos  $RC$ .

## EJEMPLO 10.9

### Limpiaparabrisas intermitente

Se utiliza un oscilador de relajación para controlar un par de limpiaparabrisas. El oscilador de relajación está compuesto por un condensador de  $10,00 \text{ mF}$  y un resistor variable de  $10,00\text{-k}\Omega$  conocido como reóstato. Un mando conectado al resistor variable permite ajustar la resistencia de  $0,00 \Omega$  a  $10,00 \text{ k}\Omega$ . La salida del condensador se utiliza para controlar un interruptor controlado por voltaje. Normalmente, el interruptor está abierto, pero cuando el voltaje de salida alcanza los  $10,00 \text{ V}$ , el interruptor se cierra, activando un motor eléctrico y descargando el condensador. El motor hace que los limpiaparabrisas barran el parabrisas una vez y el condensador comienza a cargarse de nuevo. ¿A qué resistencia debe ajustarse el reóstato para que el periodo de las escobillas sea de  $10,00$  segundos?



#### Estrategia

La resistencia considera la ecuación  $V_{\text{fuera}}(t) = V(1 - e^{-t/\tau})$ , donde  $\tau = RC$ . La capacitancia, el voltaje de salida y el voltaje de la batería están dados. Tenemos que resolver esta ecuación para la resistencia.

#### Solución

El voltaje de salida será de  $10,00 \text{ V}$  y el de la batería es de  $12,00 \text{ V}$ . La capacitancia se da como  $10,00 \text{ mF}$ . Si se resuelve la resistencia, se obtiene

$$\begin{aligned}
 V_{\text{fuera}}(t) &= V(1 - e^{-t/\tau}), \\
 e^{-t/RC} &= 1 - \frac{V_{\text{fuera}}(t)}{V}, \\
 \ln(e^{-t/RC}) &= \ln\left(1 - \frac{V_{\text{fuera}}(t)}{V}\right), \\
 -\frac{t}{RC} &= \ln\left(1 - \frac{V_{\text{fuera}}(t)}{V}\right), \\
 R &= \frac{-t}{C \ln\left(1 - \frac{V_{\text{fuera}}(t)}{V}\right)} = \frac{-10,00 \text{ s}}{10 \times 10^{-3} \text{ F} \ln\left(1 - \frac{10 \text{ V}}{12 \text{ V}}\right)} = 558,11 \Omega.
 \end{aligned}$$



### Importancia

Al aumentar la resistencia, se incrementa el tiempo de retardo entre las operaciones de los limpiaparabrisas. Cuando la resistencia es cero, los limpiaparabrisas funcionan continuamente. Con la resistencia máxima, el periodo de funcionamiento de los limpiaparabrisas es:

$$t = -RC \ln \left( 1 - \frac{V_{\text{fuera}}(t)}{V} \right) = - (10 \times 10^{-3} \text{ F}) (10 \times 10^3 \Omega) \ln \left( 1 - \frac{10 \text{ V}}{12 \text{ V}} \right) = 179,18 \text{ s} = 2,98 \text{ min.}$$

El circuito  $RC$  tiene miles de usos y es un circuito muy importante para estudiar. No solo se puede utilizar para cronometrar circuitos, sino también para filtrar frecuencias no deseadas en un circuito y se utiliza en fuentes de alimentación, como la de su computadora, para ayudar a convertir el voltaje ac en dc.

## 10.6 Cableado doméstico y seguridad eléctrica

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

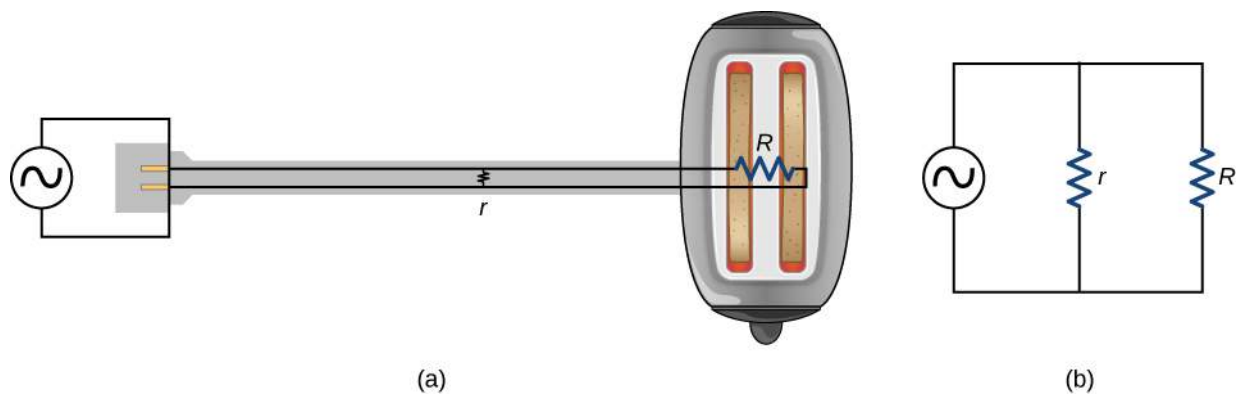
- Enumerar los conceptos básicos de la instalación eléctrica de una casa.
- Definir los términos riesgo térmico y riesgo de choque.
- Describir los efectos de los choques eléctricos en la fisiología humana y su relación con la cantidad de corriente que atraviesa el cuerpo.
- Explicar la función de fusibles y disyuntores.

La electricidad presenta dos riesgos conocidos: el térmico y el de choque. Un **riesgo térmico** es aquel en el que una corriente eléctrica excesiva provoca efectos térmicos no deseados, como el inicio de un incendio en la pared de una casa. Un **riesgo de choque** se produce cuando una corriente eléctrica pasa a través de una persona. Los choques varían en gravedad, desde los más dolorosos, pero inofensivos, hasta los más letales. En esta sección consideramos estos riesgos y los diversos factores que los afectan de manera cuantitativa. También examinamos los sistemas y dispositivos para prevenir los riesgos eléctricos.

### Riesgos térmicos

La potencia eléctrica provoca efectos de calentamiento no deseados siempre que la energía eléctrica se convierte en energía térmica a una velocidad superior a la que se puede disipar de forma segura. Un ejemplo clásico es el cortocircuito, una trayectoria de baja resistencia entre los terminales de una fuente de voltaje. En la [Figura 10.41](#) se muestra un ejemplo de cortocircuito. Una tostadora se enchufa a una toma de corriente doméstica común. El aislamiento de los cables que conducen a un aparato se ha desgastado, lo que permite que los dos cables entren en contacto, o hagan "cortocircuito" En consecuencia, la energía térmica puede elevar rápidamente la temperatura de los materiales circundantes, fundiendo el aislamiento y pudiendo provocar un incendio.

El diagrama del circuito muestra un símbolo que consiste en una onda sinusoidal encerrada en un círculo. Este símbolo representa una fuente de voltaje de corriente alterna (ac). En una fuente de voltaje alterno, el voltaje oscila entre una amplitud máxima positiva y otra negativa. Hasta ahora hemos considerado las fuentes de voltaje de corriente continua (dc), pero muchos de los mismos conceptos son aplicables a circuitos ac.



**FIGURA 10.41** Un cortocircuito es una trayectoria no deseada de baja resistencia a través de una fuente de voltaje. (a) El aislamiento desgastado de los cables de una tostadora permite que entren en contacto con una resistencia baja  $r$ . Dado que  $P = V^2/r$ , la potencia térmica se crea tan rápidamente que el cable se funde o se quema. (b) Un esquema del cortocircuito.

Otro riesgo térmico grave se produce cuando los cables que suministran potencia a un aparato están sobrecargados. Los cables y aparatos eléctricos suelen estar clasificados según la corriente máxima que pueden soportar con seguridad. El término "sobrecarga" se refiere a una condición en la que la corriente supera la corriente máxima nominal. Como la corriente fluye a través de un cable, la potencia disipada en los cables de alimentación es  $P = I^2 R_W$ , donde  $R_W$  es la resistencia de los cables e  $I$  es la corriente que circula por ellos. Si  $I$  o  $R_W$  son demasiado grandes, los cables se sobrecalientan. Los fusibles y disyuntores se utilizan para limitar las corrientes excesivas.

### Riesgos de choque

El choque eléctrico es la reacción o lesión fisiológica causada por una corriente eléctrica externa que atraviesa el cuerpo. El efecto de un choque eléctrico puede ser negativo o positivo. Cuando una corriente con una magnitud superior a 300 mA pasa por el corazón, puede producirse la muerte. La mayoría de las muertes por choque eléctrico se producen porque la corriente provoca una fibrilación ventricular, un latido del corazón muy irregular y a menudo mortal. Por otro lado, una víctima de un infarto, cuyo corazón está en fibrilación, puede ser salvada por el choque eléctrico de un desfibrilador.

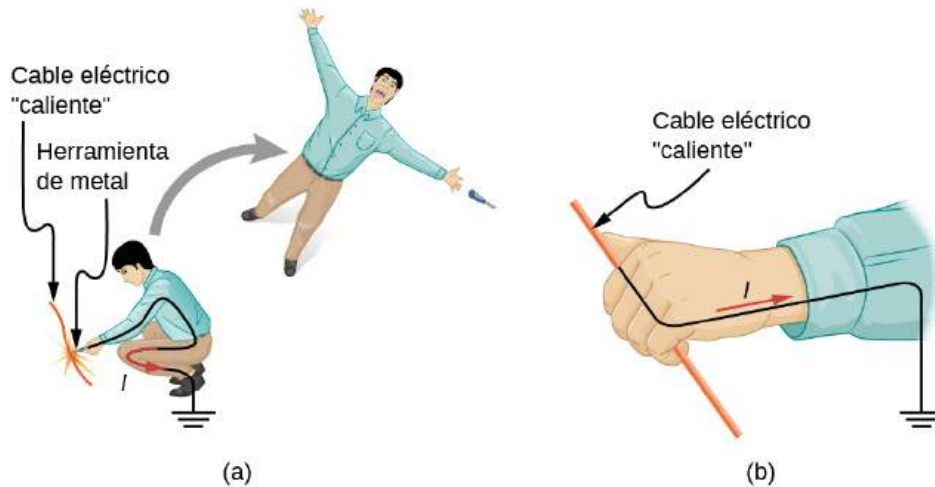
Los efectos de un choque eléctrico indeseable pueden variar en gravedad: una ligera sensación en el punto de contacto, dolor, pérdida de control muscular voluntario, dificultad para respirar, fibrilación cardíaca y posiblemente la muerte. La pérdida de control muscular voluntario puede hacer que la víctima no sea capaz de soltar la fuente de la corriente.

Los principales factores de los que depende la gravedad de los efectos de los choques eléctricos son:

1. la cantidad de corriente  $I$ ;
2. la trayectoria que sigue la corriente;
3. la duración del choque;
4. la frecuencia  $f$  de la corriente ( $f = 0$  para dc).

Nuestros cuerpos son relativamente buenos conductores eléctricos debido al contenido de agua del cuerpo. Se produce una condición peligrosa cuando el cuerpo está en contacto con una fuente de voltaje y "tierra". El término "tierra" se refiere a un gran sumidero o fuente de electrones, por ejemplo, la tierra (de ahí el nombre). Cuando hay una trayectoria directa a tierra, las grandes corrientes pasarán por las partes del cuerpo con menor resistencia y una trayectoria directa a tierra. Muchas profesiones usan calzado aislante como medida de seguridad. Los zapatos aislantes impiden el paso de los electrones a tierra a través de los pies, ya que ofrecen una gran resistencia. Siempre que trabaje con herramientas de alta potencia, o con cualquier circuito eléctrico, asegúrese de no proporcionar una vía para el flujo de corriente (especialmente a través del corazón). Una medida de seguridad habitual es trabajar con una sola mano, lo que reduce la posibilidad de que la corriente atraviese el corazón.

Las corrientes muy pequeñas pasan sin hacer daño y no se sienten a través del cuerpo. Esto ocurre regularmente sin que lo sepa. El umbral de sensibilidad es de solo 1 mA y, aunque es desagradable, las descargas son aparentemente inofensivas para corrientes inferiores a 5 mA. Un gran número de normas de seguridad toman el valor de 5 mA para el choque máximo permitido. A partir de 5 a 30 mA, la corriente puede estimular contracciones musculares sostenidas, de forma parecida a los impulsos nerviosos normales (Figura 10.42). Las corrientes muy grandes (superiores a 300 mA) hacen que el corazón y el diafragma del pulmón se contraigan mientras dura el choque. Tanto el corazón como la respiración se detienen. Ambos suelen volver a la normalidad tras el choque.



**FIGURA 10.42** Una corriente eléctrica puede provocar contracciones musculares con efectos diversos. (a) La víctima es "lanzada" hacia atrás por contracciones musculares involuntarias que extienden las piernas y el torso. La víctima no puede soltar el cable que está estimulando todos los músculos de la mano. Los que cierran los dedos son más fuertes que los que los abren.

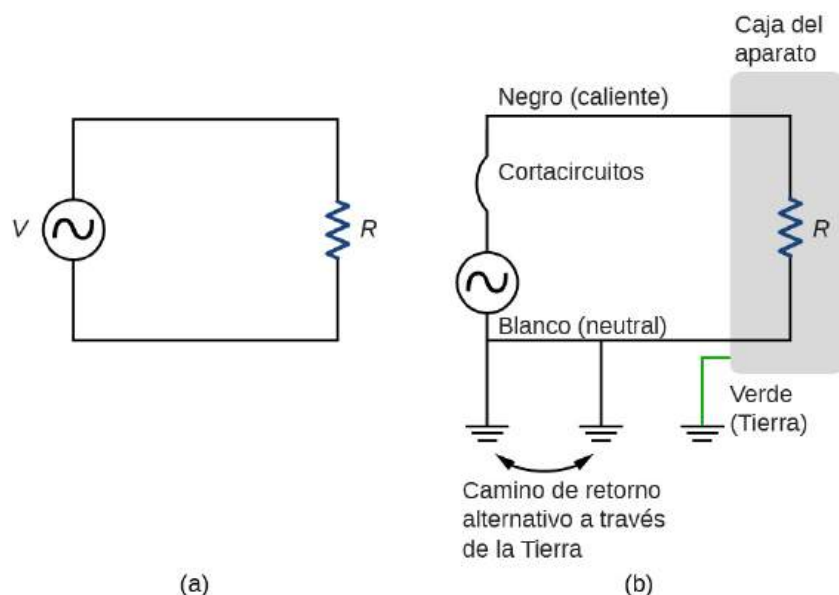
La corriente es el principal factor que determina la gravedad del choque. Un voltaje mayor es más peligroso, pero como  $I = V/R$ , la gravedad del choque depende de la combinación de voltaje y resistencia. Por ejemplo, una persona con piel seca tiene una resistencia de aproximadamente 200 k $\Omega$ . Si entra en contacto con 120 V ac, una corriente

$$I = (120 \text{ V})/(200 \text{ k}\Omega) = 0,6 \text{ mA}$$

pasa inofensivamente a través de ella. La misma persona empapada puede tener una resistencia de 10,0 k $\Omega$  y los mismos 120 V producirán una corriente de 12 mA, por encima del umbral de "no poder soltar" y potencialmente peligrosa.

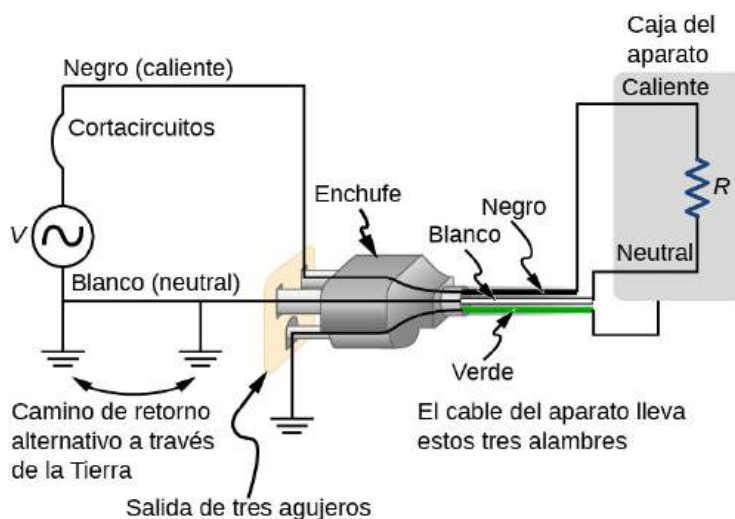
### Seguridad eléctrica: sistemas y dispositivos

La Figura 10.43(a) muestra el esquema de un circuito simple de ac sin elementos de seguridad. No es así como se distribuye la potencia en la práctica. El cableado doméstico e industrial moderno requiere el **sistema de tres cables**, mostrado esquemáticamente en la parte (b), que tiene varias características de seguridad, con cables vivos, neutros y de tierra. La primera es el conocido disyuntor (o fusible) para evitar la sobrecarga térmica. La segunda es una caja protectora alrededor del aparato, como una tostadora o un refrigerador. La característica de seguridad de la caja es que impide que una persona toque los cables expuestos y entre en contacto eléctrico con el circuito, lo que ayuda a evitar los choques.



**FIGURA 10.43** (a) Esquema de un circuito simple de ac con una fuente de voltaje y un solo aparato representado por la resistencia  $R$ . En este circuito no hay elementos de seguridad. (b) El sistema de tres cables conecta el cable neutro a tierra en la fuente de voltaje y en el lugar del usuario, obligándolo a estar a cero voltios y proporcionando una vía de retorno alternativa para la corriente a través de tierra. La caja del aparato también está conectada a tierra a cero voltios. Un disyuntor o fusible protege contra la sobrecarga térmica y está en serie en el cable activo (vivo/caliente).

Hay tres conexiones a tierra que se muestran en la [Figura 10.43\(b\)](#). Recordemos que una conexión a tierra es una trayectoria de baja resistencia directamente a tierra. Las dos conexiones a tierra del cable neutro lo obligan a estar a cero voltios con respecto a la tierra, lo que da nombre al cable. Por lo tanto, este cable es seguro al tacto, incluso si no tiene su aislamiento, que generalmente es blanco. El cable neutro es la vía de retorno que sigue la corriente para completar el circuito. Además, las dos conexiones a tierra proporcionan una vía alternativa a través de la tierra (un buen conductor) para completar el circuito. La conexión a tierra más cercana a la fuente de potencia podría estar en la planta generadora, mientras que la otra está en la ubicación del usuario. La tercera toma de tierra es a la caja del aparato, a través del cable verde de tierra, obligando a la caja a estar a cero voltios, también. El cable vivo o caliente (en lo sucesivo denominado "vivo/caliente") suministra voltaje y corriente para el funcionamiento del aparato. La [Figura 10.44](#) muestra una versión más pictórica de cómo se conecta el sistema de tres cables a través de un enchufe de tres clavijas a un aparato.

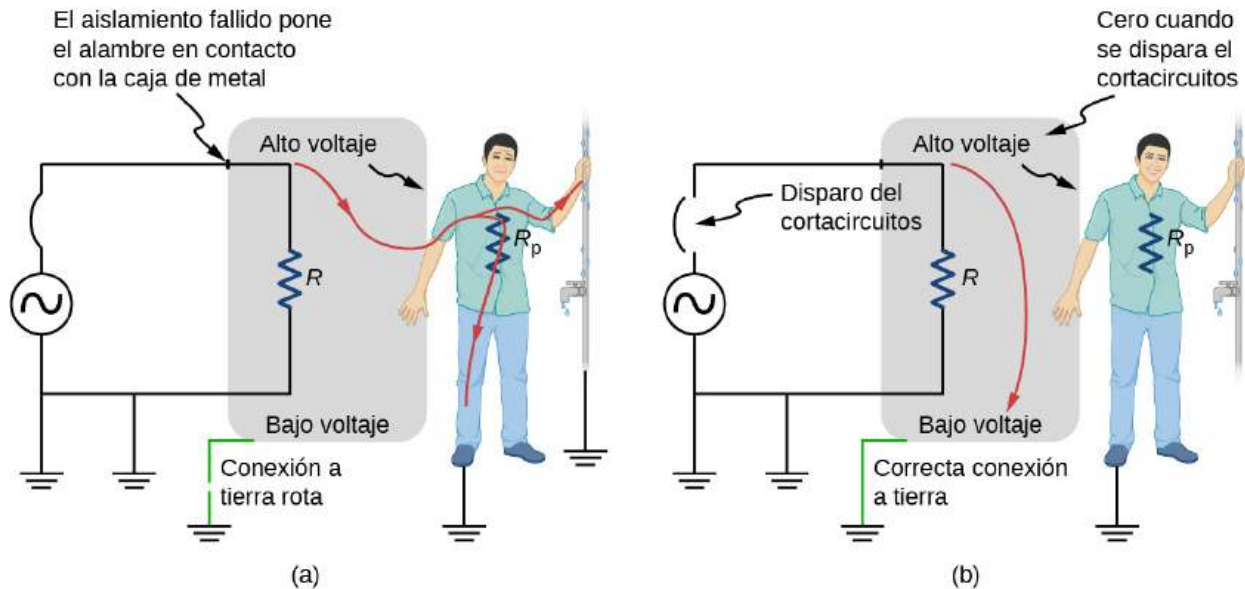


**FIGURA 10.44** El enchufe estándar de tres clavijas solo puede insertarse en un sentido, para garantizar el correcto

funcionamiento del sistema de tres cables.

El plástico aislante está codificado por colores para identificar los cables vivos/calientes, neutros y de tierra, pero estos códigos varían en todo el mundo. Es esencial determinar el código de colores en su región. Los revestimientos a rayas se utilizan a veces en beneficio de los daltónicos.

La puesta a tierra de la caja resuelve más de un problema. El problema más sencillo es un aislamiento desgastado en el cable vivo/caliente que le permite entrar en contacto con la caja, como se muestra en la [Figura 10.45](#). Si no hay puesta a tierra, es posible que se produzca un choque fuerte. Esto es especialmente peligroso en la cocina, donde se dispone de una buena puesta a tierra a través del agua del suelo o de un grifo. Con la puesta a tierra intacta, el disyuntor se disparará, obligando a reparar el aparato.



**FIGURA 10.45** Un aislamiento desgastado permite que el cable vivo/caliente entre en contacto directo con la caja de metal de este aparato. (a) Al romperse la puesta a tierra, la persona recibe un fuerte choque. El aparato puede funcionar normalmente en esta situación. (b) Con una puesta a tierra adecuada, el disyuntor se dispara, obligando a reparar el aparato.

Un interruptor de circuito de falla a tierra (GFCI) es un dispositivo de seguridad que se encuentra en el cableado actualizado de cocinas y baños y que funciona con base en la inducción electromagnética. Los GFCI comparan las corrientes de los cables vivos/calientes y del neutro. Cuando las corrientes del cable vivo/caliente y del neutro no son iguales, casi siempre es porque la corriente en el neutro es menor que en el vivo/caliente. Entonces una parte de la corriente, llamada corriente de fuga, vuelve a la fuente de voltaje por una trayectoria distinta a la del cable neutro. Se supone que esta trayectoria presenta un riesgo. Los GFCI suelen estar configurados para interrumpir el circuito si la corriente de fuga es superior a 5 mA, el choque máximo inocuo aceptado. Incluso si la corriente de fuga llega a tierra de forma segura a través de un cable de tierra intacto, el GFCI se disparará, obligando a reparar la fuga.

## Revisión Del Capítulo

### Términos Clave

**amperímetro** instrumento que mide la corriente

**caída de potencial** pérdida de energía potencial eléctrica cuando una corriente atraviesa un resistor, un cable u otro componente

**circuito RC** circuito que contiene un resistor y un condensador

**diferencia de potencial** diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos de un circuito eléctrico, medida en voltios

**fuerza electromotriz (emf)** energía producida por unidad de carga, extraída de una fuente que produce una corriente eléctrica

**regla de las tensiones** la suma algebraica de los cambios de potencial alrededor de cualquier circuito cerrado (bucle) debe ser cero

**regla de nodos** la suma de todas las corrientes que entran en un nodo debe ser igual a la suma de todas las corrientes que salen de él

**reglas de Kirchhoff** conjunto de dos reglas que rigen la corriente y los cambios de potencial en

un circuito eléctrico

**resistencia equivalente** resistencia de una combinación de resistores; puede considerarse como la resistencia de un solo resistor que puede sustituir a una combinación de resistores en un circuito paralelo o en serie.

**resistencia interna** cantidad de resistencia al flujo de corriente dentro de la fuente de voltaje

**riesgo de choque** riesgo en el que una corriente eléctrica pasa a través de una persona

**riesgo térmico** riesgo en el que una corriente eléctrica excesiva provoca efectos térmicos no deseados

**sistema de tres cables** sistema de cableado utilizado en la actualidad por razones de seguridad, con cables vivos, neutros y de tierra

**voltaje en los terminales** diferencia de potencial medida a través de los terminales de una fuente cuando no hay carga conectada

**voltímetro** instrumento que mide el voltaje

### Ecuaciones Clave

Voltaje de terminal de una fuente de voltaje única

$$V_{\text{terminal}} = \varepsilon - Ir_{\text{eq}}$$

Resistencia equivalente de un circuito en serie

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_{N-1} + R_N = \sum_{i=1}^N R_i$$

Resistencia equivalente de un circuito paralelo

$$R_{\text{eq}} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N} \right)^{-1} = \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} \right)^{-1}$$

Regla de nodos

$$\sum I_{\text{dentro}} = \sum I_{\text{fuera}}$$

Regla de las tensiones

$$\sum V = 0$$

Voltaje de terminal de  $N$  fuentes de voltaje en serie

$$V_{\text{terminal}} = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i - I \sum_{i=1}^N r_i = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i - Ir_{\text{eq}}$$

Voltaje de terminal de  $N$  fuentes de voltaje en paralelo

$$V_{\text{terminal}} = \varepsilon - I \sum_{i=1}^N \left( \frac{1}{r_i} \right)^{-1} = \varepsilon - Ir_{\text{eq}}$$

Carga en un condensador de carga

$$q(t) = C\varepsilon \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) = Q \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

Constante de tiempo

$$\tau = RC$$

Corriente durante la carga de un condensador

$$I = \frac{\epsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

Carga en un condensador en descarga

$$q(t) = Q e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Corriente durante la descarga de un condensador

$$I(t) = -\frac{Q}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

## Resumen

### 10.1 Fuerza electromotriz

- Todas las fuentes de voltaje tienen dos partes fundamentales: una fuente de energía eléctrica que tiene una fuerza electromotriz (emf) característica y una resistencia interna  $r$ . La emf es el trabajo realizado por carga para mantener constante la diferencia de potencial de una fuente. La emf es igual a la diferencia de potencial entre los terminales cuando no fluye la corriente. La resistencia interna  $r$  de una fuente de voltaje afecta el voltaje de salida cuando fluye una corriente.
- La salida de voltaje de un dispositivo se denomina voltaje de los terminales  $V_{\text{terminal}}$  y viene dada por  $V_{\text{terminal}} = \epsilon - Ir$ , donde  $I$  es la corriente eléctrica y es positiva cuando fluye desde el terminal positivo de la fuente de voltaje y  $r$  es la resistencia interna.

### 10.2 Resistores en serie y en paralelo

- La resistencia equivalente de un circuito eléctrico con resistores conectados en serie es la suma de las resistencias individuales

$$R_s = R_1 + R_2 + R_3 + \dots = \sum_{i=1}^N R_i.$$

- Cada resistor en un circuito en serie tiene la misma cantidad de corriente que fluye a través de él.
- La caída de potencial, o disipación de potencia, a través de cada resistor individual en una serie es diferente, y su total combinado es la entrada de la fuente de energía.
- La resistencia equivalente de un circuito eléctrico con resistores conectados en paralelo es menor que la resistencia más baja de cualquiera de los componentes y puede determinarse mediante la fórmula

$$R_{\text{eq}} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots \right)^{-1} = \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} \right)^{-1}.$$

- Cada resistor de un circuito paralelo tiene el

mismo voltaje completo de la fuente que se le aplica.

- La corriente que fluye por cada resistor en un circuito paralelo es diferente, dependiendo de la resistencia.
- Si una conexión más compleja de resistores es una combinación de serie y paralelo, puede reducirse a una sola resistencia equivalente identificando sus distintas partes como serie o paralelo, reduciendo cada una a su equivalente y continuando hasta llegar a una sola resistencia.

### 10.3 Reglas de Kirchhoff

- Las reglas de Kirchhoff pueden utilizarse para analizar cualquier circuito, simple o complejo. Las reglas de conexión en serie y en paralelo más sencillas son casos especiales de las reglas de Kirchhoff.
- La primera regla de Kirchhoff, también conocida como regla de nodos, se aplica a la carga de un nodo. La corriente es el flujo de carga; por lo tanto, toda la carga que entra en el nodo debe salir.
- La segunda regla de Kirchhoff, también conocida como regla de las tensiones, establece que la caída de voltaje alrededor de un bucle es cero.
- Al calcular el potencial y la corriente utilizando las reglas de Kirchhoff, hay que seguir una serie de convenciones para determinar los signos correctos de los distintos términos.
- Cuando varias fuentes de voltaje están en serie, sus resistencias internas se suman y sus emf se suman para obtener los valores totales.
- Cuando varias fuentes de voltaje están en paralelo, sus resistencias internas se combinan en una resistencia equivalente que es menor que la resistencia individual y proporciona una corriente mayor que una sola celda.
- Las celdas solares pueden conectarse en serie o en paralelo para aumentar el voltaje o la corriente, respectivamente.

### 10.4 Instrumentos de medición eléctrica

- Los voltímetros miden el voltaje y los amperímetros la corriente. Los contadores analógicos se basan en la combinación de un resistor y un galvanómetro, un dispositivo que proporciona una lectura analógica de la corriente o el voltaje. Los contadores digitales se basan en convertidores analógico-digitales y proporcionan una medición discreta o digital de la corriente o el voltaje.
- Un voltímetro se coloca en paralelo con la fuente de voltaje para recibir todo el voltaje y debe tener una gran resistencia para limitar su efecto en el circuito.
- Un amperímetro se coloca en serie para obtener toda la corriente que circula por una rama y debe tener una pequeña resistencia para limitar su efecto en el circuito.
- Los voltímetros y amperímetros estándar alteran el circuito al que están conectados y, por tanto, su precisión es limitada.
- Los óhmetros se utilizan para medir la resistencia. La componente en el que se va a medir la resistencia debe estar aislada (retirado) del circuito.

### 10.5 Circuitos RC

- Un circuito  $RC$  es aquel que tiene un resistor y un condensador.
- La constante de tiempo  $\tau$  para un circuito  $RC$  es  $\tau = RC$ .
- Cuando un condensador inicialmente no cargado ( $q = 0$  en  $t = 0$ ) en serie no cargado con un resistor es cargado por una fuente de

voltaje dc, el condensador se acerca asintóticamente a la carga máxima.

- A medida que aumenta la carga del condensador, la corriente disminuye exponencialmente desde la corriente inicial  $I_0 = \varepsilon/R$ .
- Si un condensador con una carga inicial  $Q$  se descarga a través de un resistor a partir de  $t = 0$ , entonces su carga disminuye exponencialmente. La corriente fluye en sentido contrario a cuando se carga y la magnitud de la carga disminuye con el tiempo.

### 10.6 Cableado doméstico y seguridad eléctrica

- Los dos tipos de riesgos eléctricos son el térmico (potencia excesiva) y el de choque (corriente a través de una persona). Se emplean sistemas y dispositivos de seguridad eléctrica para evitar los riesgos térmicos y de choque.
- La gravedad del choque viene determinada por la corriente, la trayectoria, la duración y la frecuencia de la ac.
- Los disyuntores y fusibles interrumpen las corrientes excesivas para evitar riesgos térmicos.
- El sistema de tres cables protege contra los riesgos térmicos y de choque, utilizando cables vivos/calientes, neutros y de tierra, y conectando a tierra el cable neutro y la caja del aparato.
- Un interruptor de circuito de falla a tierra (GFCI) previene descargas eléctricas al detectar la pérdida de corriente en trayectorias involuntarias.

## Preguntas Conceptuales

### 10.1 Fuerza electromotriz

1. ¿Qué efecto tendrá la resistencia interna de una batería recargable en la energía que se utiliza para recargarla?
2. Una batería con una resistencia interna de  $r$  y una emf de 10,00 V se conecta a un resistor de carga  $R = r$ . A medida que la batería envejece, la resistencia interna se triplica. ¿Cuánto se reduce la corriente a través del resistor de carga?
3. Demuestre que la potencia disipada por el resistor de carga es máxima cuando la resistencia del resistor de carga es igual a la resistencia interna de la batería.

### 10.2 Resistores en serie y en paralelo

4. Se produce un voltaje a través de un interruptor abierto. ¿Cuál es la potencia disipada por el interruptor abierto?
5. La gravedad de una descarga depende de la magnitud de la corriente que atraviesa su cuerpo. ¿Preferiría estar en serie o en paralelo con una resistencia, como el elemento de calentamiento de una tostadora, si recibiera una descarga eléctrica? Explique.
6. Suponga que está trabajando en un laboratorio de física en el que le piden que ponga un resistor en un circuito, pero todos los resistores suministrados tienen una resistencia mayor que el valor solicitado. ¿Cómo conectaría las

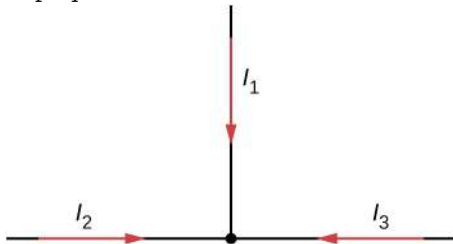


resistencias disponibles para intentar conseguir el valor más pequeño que se pide?

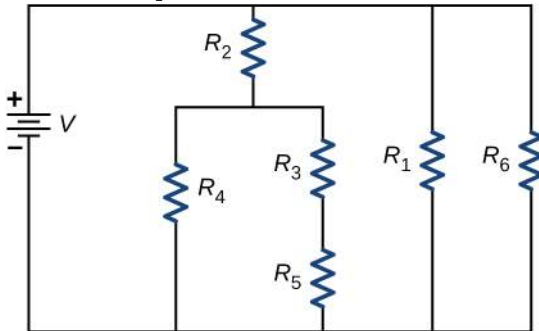
7. Algunas bombillas tienen tres niveles de potencia (sin incluir el cero), obtenidos a partir de múltiples filamentos que se conmutan individualmente y se conectan en paralelo. ¿Cuál es el número mínimo de filamentos necesarios para tres ajustes de potencia?

### 10.3 Reglas de Kirchhoff

8. ¿Todas las corrientes que entran en el nodo que se muestra a continuación pueden ser positivas? Explique.



9. Considere el circuito que se muestra a continuación. ¿El análisis del circuito requiere el método de Kirchhoff o se puede rediseñar para simplificar el circuito? Si se trata de un circuito de conexiones en serie y en paralelo, ¿cuál es la resistencia equivalente?

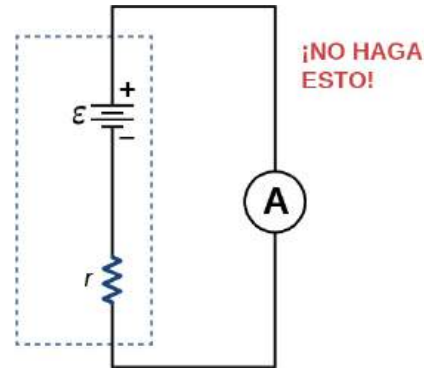


10. ¿Las baterías en un circuito siempre suministran potencia a un circuito o pueden absorber la energía en él? Dé un ejemplo.
11. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de conectar las baterías en serie? ¿En paralelo?
12. Los camiones semirremolque utilizan cuatro grandes baterías de 12 V. El sistema de arranque requiere 24 V, mientras que el funcionamiento normal de los demás componentes eléctricos del camión utiliza 12 V. ¿Cómo podrían conectarse las cuatro baterías

para producir 24 V? ¿Para producir 12 V? ¿Por qué es mejor 24 V que 12 V para arrancar el motor del camión (una carga muy pesada)?

### 10.4 Instrumentos de medición eléctrica

13. ¿Qué pasaría si colocara un voltímetro en serie con una componente a probar?
14. ¿Cuál es el funcionamiento básico de un óhmetro al medir un resistor?
15. ¿Por qué no se debe conectar un amperímetro directamente a una fuente de voltaje como se muestra a continuación?



### 10.5 Circuitos RC

16. Una batería, un interruptor, un condensador y una lámpara están conectados en serie. Describa lo que le ocurre a la lámpara cuando se cierra el interruptor.
17. Cuando se realiza una medición de electrocardiograma (ECG), es importante medir las variaciones de voltaje en pequeños intervalos de tiempo. El tiempo está limitado por la constante  $RC$  del circuito: no es posible medir variaciones de tiempo más cortas que la  $RC$ . ¿Cómo manipularía  $R$  y  $C$  en el circuito para permitir las mediciones necesarias?

### 10.6 Cableado doméstico y seguridad eléctrica

18. ¿Por qué un cortocircuito no es necesariamente un riesgo de choque?
19. A menudo se nos aconseja no pulsar los interruptores eléctricos con las manos mojadas, séquese primero la mano. También se aconseja no echar nunca agua a un fuego eléctrico. ¿Por qué?

## Problemas

### 10.1 Fuerza electromotriz

20. Una batería de automóvil con una emf de 12 V y

una resistencia interna de  $0,050 \Omega$  se está cargando con una corriente de 60 A. Observe que en este proceso se está cargando la batería.

- (a) ¿Cuál es la diferencia de potencial a través de sus terminales? (b) ¿A qué velocidad se disipa la energía térmica en la batería? (c) ¿A qué velocidad se convierte la energía eléctrica en energía química?
- 21.** La etiqueta de una radio a batería recomienda el uso de una celda recargable de níquel-cadmio (nicads), aunque tiene una emf de 1,25 V, mientras que una celda alcalina tiene una emf de 1,58 V. La radio tiene un  $3,20\ \Omega$  resistencia. (a) Dibuja un diagrama del circuito de la radio y su batería. Ahora, calcule la potencia entregada a la radio (b) cuando se utilizan pilas de nicad, cada una con una resistencia interna de  $0,0400\ \Omega$ , y c) cuando se utilice una pila alcalina, que tenga una resistencia interna de  $0,200\ \Omega$ . (d) ¿Le parece significativa esta diferencia, teniendo en cuenta que la resistencia efectiva de la radio disminuye cuando se sube el volumen?
- 22.** El motor de arranque de un automóvil tiene una resistencia equivalente de  $0,0500\ \Omega$  y se alimenta de una batería de 12,0 V con una  $0,0100\text{-}\Omega$  resistencia interna. (a) ¿Cuál es la corriente que llega al motor? (b) ¿Qué voltaje se le aplica? (c) ¿Qué potencia se suministra al motor? (d) Repita estos cálculos para cuando las conexiones de la batería estén corroidas y añada  $0,0900\ \Omega$  al circuito (incluso pequeñas cantidades de resistencia no deseada causan problemas importantes en aplicaciones de bajo voltaje y alta corriente).
- 23.** (a) ¿Cuál es la resistencia interna de una fuente de voltaje si su potencial en los terminales disminuye en 2,00 V cuando la corriente suministrada aumenta en 5,00 A? (b) ¿Puede hallarse la emf de la fuente de voltaje con la información suministrada?
- 24.** Una persona con resistencia corporal entre sus manos de  $10,0\ \text{k}\Omega$  agarra accidentalmente los terminales de una fuente de alimentación de 20,0 kV. (¡NO lo hagas!) (a) Dibuja un diagrama de circuito para representar la situación. (b) Si la resistencia interna de la fuente de alimentación es  $2.000\ \Omega$ , ¿cuál es la corriente que atraviesa su cuerpo? (c) ¿Cuál es la potencia disipada en su cuerpo? (d) Si la fuente de alimentación debe hacerse segura aumentando su resistencia interna, ¿cuál debe ser la resistencia interna para que la corriente máxima en esta situación sea de 1,00 mA o menos? (e) ¿Comprometerá esta modificación la eficacia de la fuente de alimentación para

accionar dispositivos de baja resistencia? Explique su razonamiento.

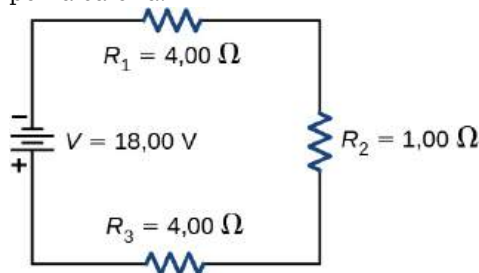
- 25.** Una batería de automóvil de 12,0 V emf tiene una voltaje de los terminales de 16,0 V cuando se carga con una corriente de 10,0 A. (a) ¿Cuál es la resistencia interna de la batería? (b) ¿Qué potencia se disipa en el interior de la batería? (c) ¿A qué velocidad (en  $^{\circ}\text{C}/\text{min}$ ) aumentará su temperatura si su masa es de 20,0 kg y tiene un calor específico de  $0,300\ \text{kcal}/\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}$ , suponiendo que no se escape el calor

## 10.2 Resistores en serie y en paralelo

- 26.** (a) ¿Cuál es la resistencia de un resistor de  $1,00 \times 10^2\text{-}\Omega$ , de  $2,50\text{-k}\Omega$  y de  $4,00\text{-k}\Omega$  conectado en serie? (b) ¿En paralelo?
- 27.** ¿Cuáles son las resistencias más grandes y más pequeñas que se pueden obtener conectando un resistor de  $36,0\text{-}\Omega$ , de  $50,0\text{-}\Omega$  y de  $700\text{-}\Omega$  juntos?
- 28.** Una tostadora de 1800 W, un altavoz de 1400 W y una lámpara de 75 W están conectados a la misma toma de corriente en un fusible de 15 A y un circuito de 120 V. (Los tres aparatos están en paralelo cuando se conectan a la misma toma de corriente). (a) ¿Qué corriente consume cada aparato? (b) ¿Esta combinación fundirá el fusible de 15 A?
- 29.** Los faros de 30,0 W y el motor de arranque de 2,40 kW de su automóvil suelen estar conectados en paralelo en un sistema de 12,0 V. ¿Qué potencia consumirían un faro y el motor de arranque si se conectaran en serie a una batería de 12,0 V? (Ignore cualquier otra resistencia en el circuito y cualquier cambio de resistencia en los dos dispositivos).
- 30.** (a) Dada una batería de 48,0 V y resistores de  $24,0\text{-}\Omega$  y  $96,0\text{-}\Omega$ , calcule la corriente y la potencia de cada uno cuando están conectados en serie. (b) Repita cuando las resistencias están en paralelo.
- 31.** Refiriéndose al ejemplo que combina circuitos en serie y en paralelo y la [Figura 10.16](#), calcule  $I_3$  de las siguientes dos maneras diferentes: (a) a partir de los valores conocidos de  $I$  y  $I_2$ ; (b) utilizando la ley de Ohm para  $R_3$ . En ambas partes demuestre de manera explícita cómo se siguen los pasos en [Resistores en serie y en paralelo](#).
- 32.** Consultando la [Figura 10.16](#), (a) Calcule  $P_3$  y observe cómo se compara con  $P_3$  que se encuentran en los dos primeros problemas de ejemplo de este módulo. (b) Calcule la potencia

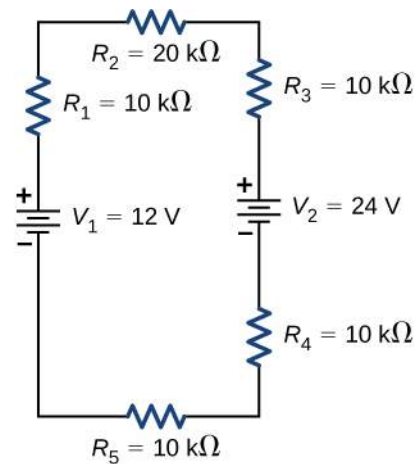
total suministrada por la fuente y compárela con la suma de las potencias disipadas por los resistores.

33. Consulte la [Figura 10.17](#) y la discusión sobre la atenuación de las luces cuando se enciende un aparato pesado. (a) Dado que la fuente de voltaje es de 120 V, la resistencia del cable es  $0,800 \Omega$ , y la bombilla es nominalmente de 75,0 W, ¿qué potencia disipará la bombilla si pasa un total de 15,0 A por los cables cuando se enciende el motor? Supongamos que la resistencia de la bombilla es insignificante. (b) ¿Qué potencia consume el motor?
34. Demuestre que si dos resistores  $R_1$  y  $R_2$  se combinan y uno es mucho mayor que el otro ( $R_1 \gg R_2$ ), (a) su resistencia en serie es casi igual a la resistencia más grande  $R_1$  y (b) su resistencia en paralelo es casi igual a la resistencia más pequeña  $R_2$ .
35. Considere el circuito que se muestra a continuación. El voltaje del terminal de la batería es  $V = 18,00 \text{ V}$ . (a) Calcule la resistencia equivalente del circuito. (b) Calcule la corriente a través de cada resistor. (c) Calcule la caída de potencial a través de cada resistor. (d) Calcule la potencia disipada por cada resistor. (e) Calcule la potencia suministrada por la batería.

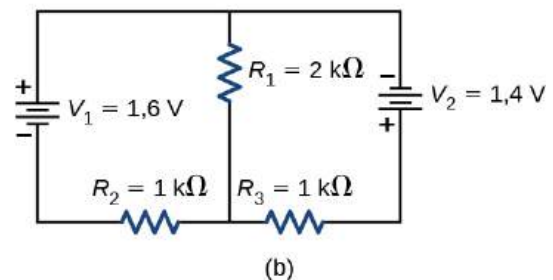
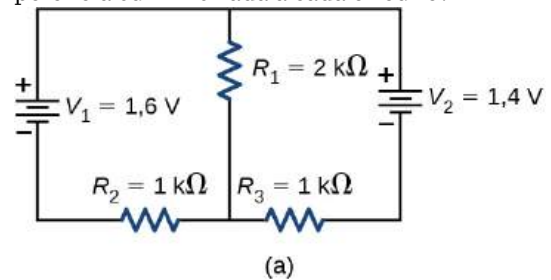


### 10.3 Reglas de Kirchhoff

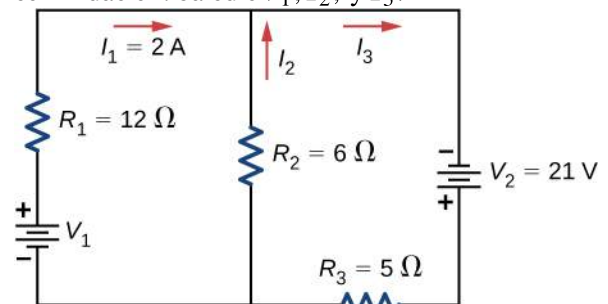
36. Considere el circuito que se muestra a continuación. (a) Halle el voltaje a través de cada resistor. (b) ¿Cuál es la potencia suministrada al circuito y la potencia disipada o consumida por él?



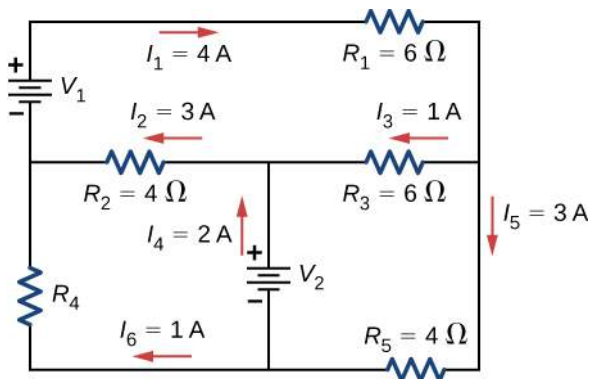
37. Considere los circuitos que se muestran a continuación. (a) ¿Cuál es la corriente que pasa por cada resistor en la parte (a)? (b) ¿Cuál es la corriente que pasa por cada resistor en la parte (b)? (c) ¿Cuál es la potencia disipada o consumida por cada circuito? (d) ¿Cuál es la potencia suministrada a cada circuito?



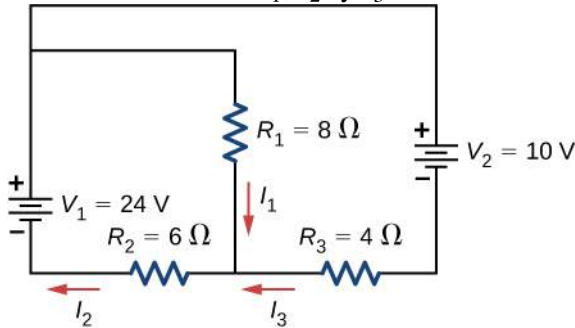
38. Considere el circuito que se muestra a continuación. Calcule  $V_1$ ,  $I_2$ , y  $I_3$ .



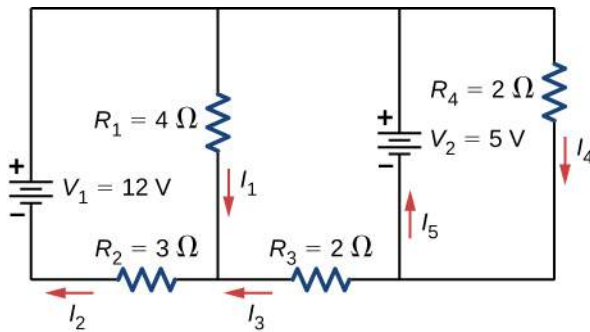
39. Considere el circuito que se muestra a continuación. Calcule  $V_1$ ,  $V_2$ , y  $R_4$ .



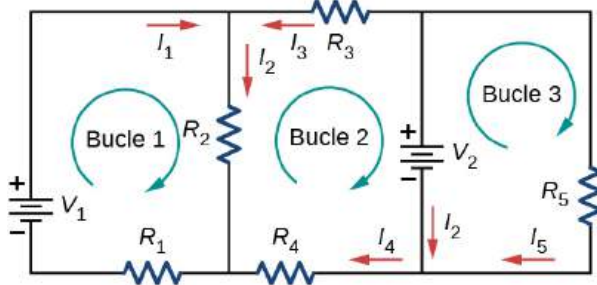
40. Considere el circuito que se muestra a continuación. Calcule  $I_1$ ,  $I_2$ , y  $I_3$ .



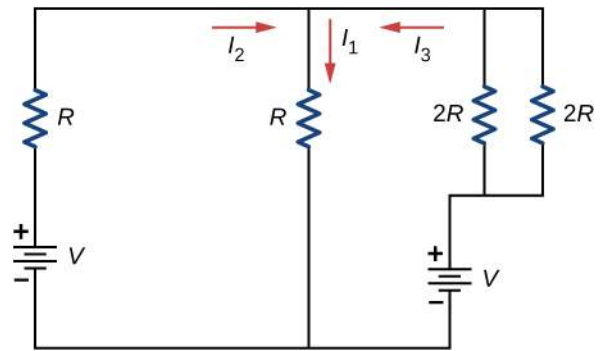
41. Considere el circuito que se muestra a continuación. (a) Calcule  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_4$ , y  $I_5$ . (b) Calcule la potencia suministrada por las fuentes de voltaje. (c) Calcule la potencia disipada por los resistores.



42. Considere el circuito que se muestra a continuación. Escriba las tres ecuaciones de los bucles mostrados.



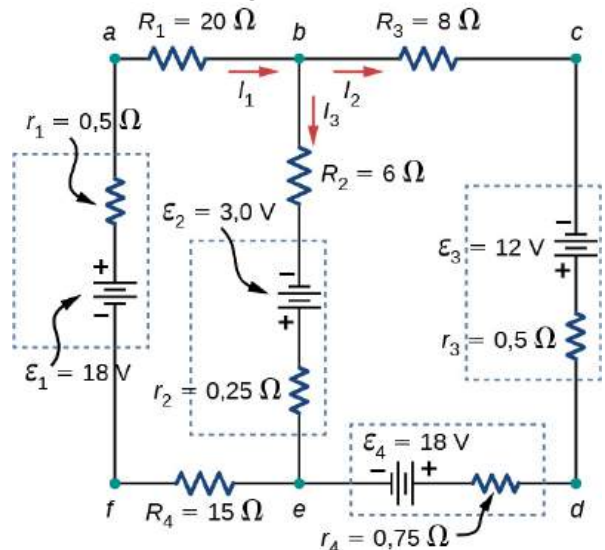
43. Considere el circuito que se muestra a continuación. Escriba las ecuaciones de las tres corrientes en términos de  $R$  y  $V$ .



44. Considere el circuito mostrado en el problema anterior. Escriba las ecuaciones de la potencia suministrada por las fuentes de voltaje y la potencia disipada por los resistores en términos de  $R$  y  $V$ .

45. Un juguete electrónico para niños se alimenta de tres baterías alcalinas de 1,58 V con resistencias internas de  $0,0200 \Omega$  en serie con una batería seca de carbono-zinc de 1,53 V con  $0,100\text{-}\Omega$  de resistencia interna. La resistencia de la carga es  $10,0 \Omega$ . (a) Dibuje un diagrama del circuito del juguete y sus baterías. (b) ¿Qué corriente fluye? (c) ¿Cuánta potencia se suministra a la carga? (d) ¿Cuál es la resistencia interna de la batería seca si se estropea, lo que hace que solo se suministren  $0,500 \text{ W}$  a la carga?

46. Aplique la regla de nodos al nodo  $b$  que se muestra a continuación. ¿Se obtiene alguna información nueva al aplicar la regla de nodos en  $e$ ?

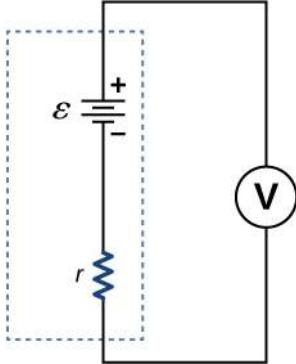


47. Aplique la regla de las tensiones  $afedcba$  en el problema anterior.

### 10.4 Instrumentos de medición eléctrica

48. Supongamos que se mide el voltaje del terminal

de una batería alcalina de 1,585 V que tiene una resistencia interna de  $0,100 \Omega$  colocando un voltímetro de  $1,00\text{-k}\Omega$  a través de sus terminales (ver abajo). (a) ¿Qué corriente fluye? (b) Halle el voltaje del terminal. (c) Para ver lo cerca que está el voltaje del terminal medido de la emf, calcule su relación.



### 10.5 Circuitos RC

49. El dispositivo de sincronización del sistema de limpiaparabrisas intermitente de un automóvil se basa en una constante de tiempo  $RC$  y utiliza un condensador de  $0,500\text{-}\mu\text{F}$  y un resistor variable. ¿En qué rango se debe hacer variar  $R$  para conseguir constantes de tiempo de  $2,00$  a  $15,0$  s?
50. Un marcapasos cardíaco se dispara 72 veces por minuto, cada vez que un condensador de  $25,0$  nF se carga (mediante una batería en serie con un resistor) a  $0,632$  de su voltaje total. ¿Cuál es el valor de la resistencia?
51. La duración de un flash fotográfico está relacionada con una constante de tiempo  $RC$ , que es  $0,100\mu\text{s}$  para una determinada cámara. (a) Si la resistencia de la lámpara de flash es  $0,0400 \Omega$  durante la descarga, ¿cuál es el tamaño del condensador que suministra su energía? (b) ¿Cuál es la constante de tiempo para cargar el condensador, si la resistencia de carga es  $800 \text{ k}\Omega$ ?
52. Un condensador de  $2,00$  y  $7,50\text{-}\mu\text{F}$  puede conectarse en serie o en paralelo, al igual que un resistor de  $25,0$  y  $100\text{-k}\Omega$ . Calcule las cuatro constantes de tiempo  $RC$  posibles de conectar la capacitancia y la resistencia resultantes en serie.
53. Un resistor de  $500\text{-}\Omega$ , condensador sin carga de  $1,50\text{-}\mu\text{F}$  y una emf de  $6,16$  V están conectados en serie. (a) ¿Cuál es la corriente inicial? (b) ¿Cuál es la constante de tiempo  $RC$ ? (c) ¿Cuál es la corriente después de una constante de tiempo? (d) ¿Cuál es el voltaje en el condensador después de una constante de tiempo?
54. Un desfibrilador cardíaco que se utiliza en un paciente tiene una constante de tiempo  $RC$  de  $10,0$  ms debido a la resistencia del paciente y a la capacitancia del desfibrilador. (a) Si el desfibrilador tiene una capacitancia de  $8,00\mu\text{F}$ , ¿cuál es la resistencia de la trayectoria a través del paciente? (Puede ignorar la capacitancia del paciente y la resistencia del desfibrilador). (b) Si el voltaje inicial es de  $12,0$  kV, ¿cuánto tiempo tarda en disminuir hasta  $6,00 \times 10^2$  V?
55. Un monitor de ECG debe tener una constante de tiempo  $RC$  inferior a  $1,00 \times 10^2 \mu\text{s}$  para poder medir las variaciones de voltaje en pequeños intervalos de tiempo. (a) Si la resistencia del circuito (debida sobre todo a la del pecho del paciente) es  $1,00 \text{ k}\Omega$ , ¿cuál es la capacitancia máxima del circuito? (b) ¿Sería difícil en la práctica limitar la capacitancia a menos del valor encontrado en (a)?
56. Utilizando el tratamiento exponencial exacto, determine cuánto tiempo se requiere para cargar un condensador de  $100$  pF inicialmente no cargado a través de un resistor de  $75,0\text{-M}\Omega$  a  $90,0\%$  de su voltaje final.
57. Si se quiere fotografiar una bala que viaja a  $500$  m/s, un breve destello de luz producido por una descarga  $RC$  a través de un tubo de flash puede limitar el desenfoque. Suponiendo que  $1,00$  mm de movimiento durante una constante  $RC$  es aceptable, y dado que el flash es impulsado por un condensador de  $600\text{-}\mu\text{F}$ , ¿cuál es la resistencia en el tubo de flash?

### 10.6 Cableado doméstico y seguridad eléctrica

58. (a) ¿Cuánta potencia se disipa en un cortocircuito de  $240$  V ac a través de una resistencia de  $0,250 \Omega$ ? (b) ¿Qué corriente fluye?
59. ¿Qué voltaje se produce en un cortocircuito de  $1,44$  kW a través de una resistencia de  $0,100\text{-}\Omega$ ?
60. Calcule la corriente que atraviesa una persona e identifique el efecto probable en ella si toca una fuente de ac de  $120$  V: (a) si está de pie sobre una alfombra de goma y ofrece una resistencia total de  $300 \text{ k}\Omega$ ; (b) si está descalza sobre la hierba mojada y tiene una resistencia de solo  $4000 \text{ k}\Omega$ .
61. Mientras se baña, una persona toca la caja de metal de una radio. La trayectoria a través de la persona hasta la tubería de desagüe y la tierra tiene una resistencia de  $4000 \Omega$ . ¿Cuál es el menor voltaje en la caja de la radio que podría causar una fibrilación ventricular?

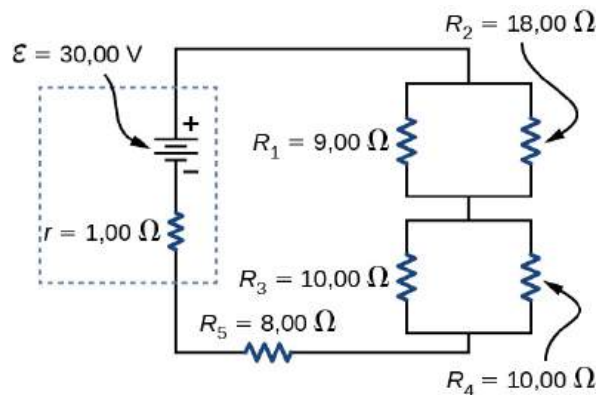
- 62.** Un hombre intenta tontamente pescar un trozo de pan quemado de una tostadora con un cuchillo para untar de metal y entra en contacto con 120 V de ac. Ni siquiera lo siente ya que, por suerte, lleva zapatos con suela de goma. ¿Cuál es la resistencia mínima de la trayectoria que sigue la corriente a través de la persona?
- 63.** (a) Durante la cirugía, una corriente tan pequeña como  $20,0 \mu\text{A}$  aplicada directamente al corazón puede provocar una fibrilación ventricular. Si la resistencia del corazón expuesto es  $300 \Omega$ , ¿cuál es el voltaje más pequeño que supone este riesgo? (b) ¿Su respuesta implica que se necesitan precauciones especiales de seguridad eléctrica?
- 64.** (a) ¿Cuál es la resistencia de un cortocircuito de 220 V ac que genera una potencia máxima de 96,8 kW? (b) ¿Cuál sería la potencia media si el

voltaje fuera de 120 V ac?

- 65.** Un desfibrilador cardíaco hace pasar a través del torso de un paciente 10,0 A durante 5,00 ms en un intento de restablecer el latido normal. (a) ¿Cuánta carga pasó? (b) ¿Qué voltaje se aplicó si se disiparon 500 J de energía? (c) ¿Cuál fue la resistencia del trayecto? (d) Halle el aumento de temperatura causado en los 8,00 kg de tejido afectado.
- 66.** Un cortocircuito en el cable de un aparato de 120 V tiene una resistencia de  $0,500\text{-}\Omega$ . Calcule el aumento de temperatura de los 2,00 g de materiales circundantes, suponiendo que su capacidad calorífica específica es  $0,200 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$  y que un disyuntor tarda 0,0500 s en interrumpir la corriente. ¿Es probable que esto sea perjudicial?

### Problemas Adicionales

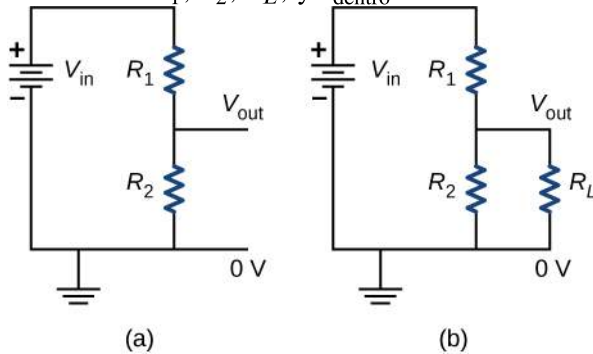
- 67.** Un circuito contiene una batería de celdas D, un interruptor, un resistor de  $20\text{-}\Omega$  y cuatro condensadores de 20 mF conectados en serie. (a) ¿Cuál es la capacitancia equivalente del circuito? (b) ¿Cuál es la constante de tiempo  $RC$ ? (c) ¿Cuánto tiempo pasa antes de que la corriente disminuya al 50% del valor inicial una vez cerrado el interruptor?
- 68.** Un circuito contiene una batería de celda D, un interruptor, un resistor de  $20\text{-}\Omega$  y tres condensadores de 20 mF. Los condensadores están conectados en paralelo y esta conexión está conectada en serie con el interruptor, el resistor y la batería. (a) ¿Cuál es la capacitancia equivalente del circuito? (b) ¿Cuál es la constante de tiempo  $RC$ ? (c) ¿Cuánto tiempo pasa antes de que la corriente disminuya al 50% del valor inicial una vez cerrado el interruptor?
- 69.** Considere el siguiente circuito. La batería tiene una emf de  $\varepsilon = 30,00 \text{ V}$  y una resistencia interna de  $r = 1,00 \Omega$ . (a) Calcule la resistencia equivalente del circuito y la corriente de salida de la batería. (b) Halle la corriente a través de cada resistor. (c) Halle la caída de potencial a través de cada resistor. (d) Halle la potencia disipada por cada resistor. (e) Halle la potencia total suministrada por las baterías.



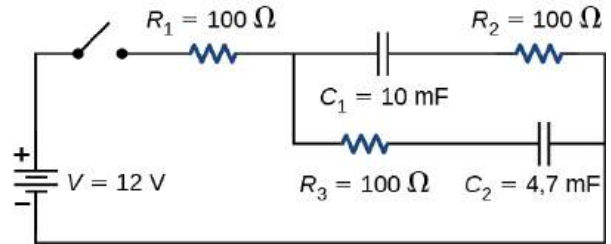
- 70.** Un condensador casero se construye con 2 láminas de papel de aluminio de 2,00 metros cuadrados de superficie, separadas por un papel de 0,05 mm de espesor, de la misma superficie y con una constante dieléctrica de 3,7. El condensador casero se conecta en serie con un resistor de  $100,00\text{-}\Omega$ , un interruptor y una fuente de voltaje de 6,00 V. (a) ¿Cuál es la constante de tiempo  $RC$  del circuito? (b) ¿Cuál es la corriente inicial que atraviesa el circuito, cuando el interruptor está cerrado? (c) ¿Cuánto tiempo tarda la corriente en alcanzar un tercio de su valor inicial?
- 71.** Un estudiante fabrica un resistor casero con un lápiz de grafito de 5,00 cm de longitud, donde el grafito tiene 0,05 mm de diámetro. La resistividad del grafito es  $\rho = 1,38 \times 10^{-5} \Omega/\text{m}$ . El resistor casero se coloca en serie con un interruptor, un condensador sin carga de 10,00 mF y una fuente de alimentación de 0,50 V. (a) ¿Cuál es la

constante de tiempo  $RC$  del circuito? (b) ¿Cuál es la caída de potencial a través del lápiz 1,00 s después de cerrar el interruptor?

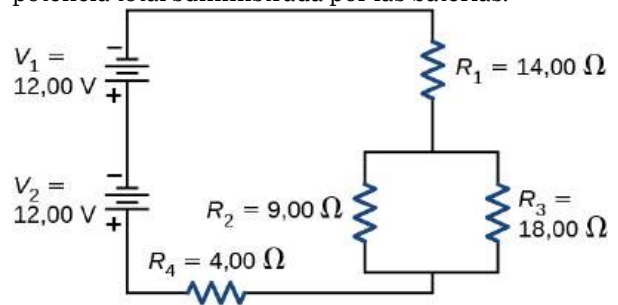
72. El circuito bastante sencillo que se muestra a continuación se conoce como divisor de voltaje. El símbolo formado por tres líneas horizontales representa la "tierra" y puede definirse como el punto donde el potencial es cero. El divisor de voltaje es muy utilizado en los circuitos y se puede utilizar una única fuente de voltaje para proporcionar un voltaje reducido a un resistor de carga, como se muestra en la segunda parte de la figura. (a) ¿Cuál es el voltaje de salida  $V_{\text{fuera}}$  del circuito (a) en términos de  $R_1$ ,  $R_2$ , y  $V_{\text{dentro}}$ ? (b) ¿Cuál es el voltaje de salida  $V_{\text{fuera}}$  del circuito (b) en términos de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_L$ , y  $V_{\text{dentro}}$ ?



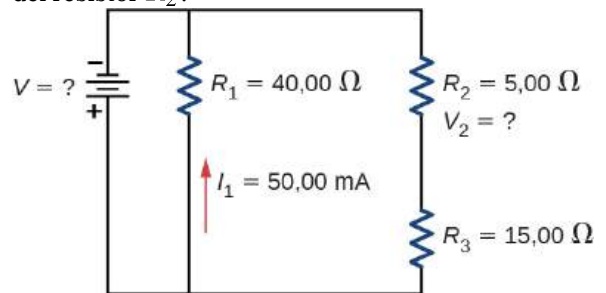
73. Tres resistores de  $300\text{-}\Omega$  se conectan en serie con una batería AAA de 3 amperios/hora. (a) ¿Por cuánto tiempo puede suministrar potencia la batería a los resistores? (b) Si los resistores se conectan en paralelo, ¿cuánto tiempo puede durar la batería?
74. Considere un circuito que consiste en una batería real con una emf  $\epsilon$  y una resistencia interna de  $r$  conectada a un resistor variable  $R$ . (a) Para que el voltaje del terminal de la batería sea igual a su emf, ¿a qué debe ajustarse la resistencia del resistor variable? (b) Para obtener la máxima corriente de la batería, ¿a qué debe ajustarse la resistencia del resistor variable? (c) Para alcanzar la máxima potencia de la batería, ¿a qué debe ajustarse la resistencia del resistor variable?
75. Considere el circuito que se muestra a continuación. ¿Cuál es la energía almacenada en cada condensador después de que el interruptor haya estado cerrado durante mucho tiempo?



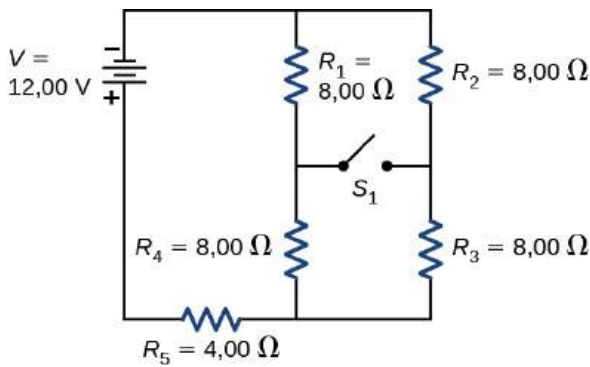
76. Considere un circuito formado por una batería con una emf  $\epsilon$  y una resistencia interna de  $r$  conectada en serie con un resistor  $R$  y un condensador  $C$ . Demuestre que la energía total suministrada por la batería mientras se carga es igual a  $\epsilon^2 C$ .
77. Considere el circuito que se muestra a continuación. Se muestran los voltajes del terminal de las baterías. (a) Calcule la resistencia equivalente del circuito y la corriente que sale de la batería. (b) Calcule la corriente que pasa por cada resistor. (c) Halle la caída de potencial a través de cada resistor. (d) Halle la potencia disipada por cada resistor. (e) Halle la potencia total suministrada por las baterías.



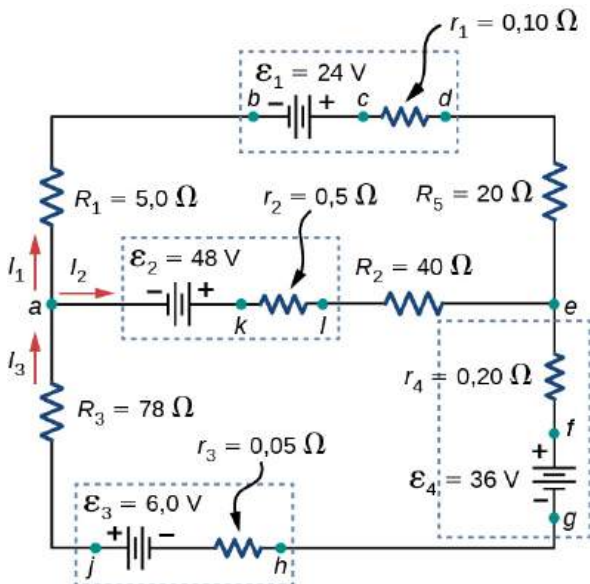
78. Considere el circuito que se muestra a continuación. (a) ¿Cuál es el voltaje del terminal de la batería? (b) ¿Cuál es la caída de potencial a través del resistor  $R_2$ ?



79. Considere el circuito que se muestra a continuación. (a) Determine la resistencia equivalente y la corriente de la batería con interruptor  $S_1$  abierto. (b) Determine la resistencia equivalente y la corriente de la batería con el interruptor  $S_1$  cerrado.



- 80.** Dos resistores, uno con una resistencia de  $145\ \Omega$ , se conectan en paralelo para producir una resistencia total de  $150\ \Omega$ . (a) ¿Cuál es el valor de la segunda resistencia? (b) ¿Qué es lo irrazonable de este resultado? (c) ¿Qué suposiciones son irrazonables o inconsistentes?
- 81.** Dos resistores, uno con una resistencia de  $900\ \text{k}\Omega$ , se conectan en serie para producir una resistencia total de  $0,500\ \text{M}\Omega$ . (a) ¿Cuál es el valor de la segunda resistencia? (b) ¿Qué es lo irrazonable de este resultado? (c) ¿Qué suposiciones son irrazonables o inconsistentes?
- 82.** Aplique la regla de nodos en el punto *a* que se muestra a continuación.

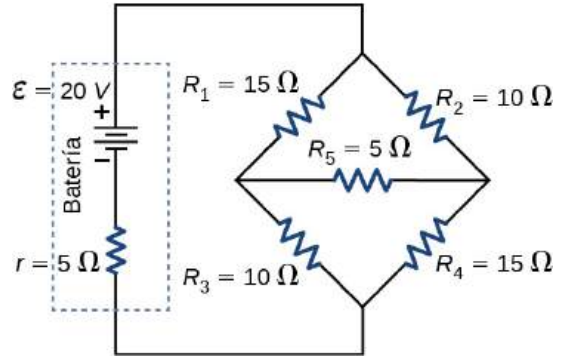


- 83.** Aplique la regla de las tensiones *akledcba* en el problema anterior.

### Problemas De Desafío

- 88.** Algunos destellos de cámara utilizan tubos de flash que requieren un alto voltaje. Obtienen un alto voltaje cargando condensadores en paralelo y luego cambiando internamente las conexiones de los condensadores para colocarlos en serie. Considere un circuito que

- 84.** Halle las corrientes que fluyen en el circuito del problema anterior. Muestre explícitamente cómo sigue los pasos de la [Estrategia de resolución de problemas: resistores en serie y en paralelo](#).
- 85.** Considere el circuito que se muestra a continuación. (a) Calcule la corriente que pasa por cada resistor. (b) Compruebe los cálculos analizando la potencia en el circuito.



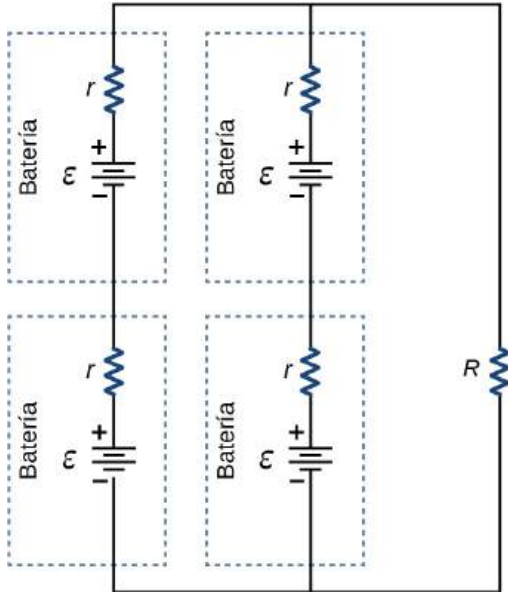
- 86.** Una lámpara intermitente de un pendiente de Navidad se basa en la descarga *RC* de un condensador a través de su resistencia. La duración efectiva del destello es de  $0,250\ \text{s}$ , durante los cuales produce una media de  $0,500\ \text{W}$  a partir de una media de  $3,00\ \text{V}$ . (a) ¿Qué energía disipa? (b) ¿Cuánta carga se mueve por la lámpara? (c) Calcule la capacitancia. (d) ¿Cuál es la resistencia de la lámpara? (Dado que se dan valores medios para algunas cantidades, no es necesario conocer la forma del perfil del pulso).
- 87.** Un condensador de  $160\text{-}\mu\text{F}$  cargado a  $450\ \text{V}$  se descarga a través de un resistor de  $31,2\text{-k}\Omega$ . (a) Halle la constante de tiempo. (b) Calcule el aumento de temperatura de la resistor, dado que su masa es de  $2,50\ \text{g}$  y su calor específico es  $1,67\ \text{kJ/kg}\cdot^\circ\text{C}$ , observando que la mayor parte de la energía térmica se retiene en el corto tiempo de la descarga. (c) Calcule la nueva resistencia, suponiendo que se trata de carbono puro. (d) ¿Le parece significativo este cambio de resistencia?

utiliza cuatro baterías AAA conectadas en serie para cargar seis condensadores de  $10\ \text{mF}$  a través de una resistencia equivalente de  $100\ \Omega$ . Las conexiones se conmutan internamente para colocar los condensadores en serie. Los condensadores se descargan a través de una



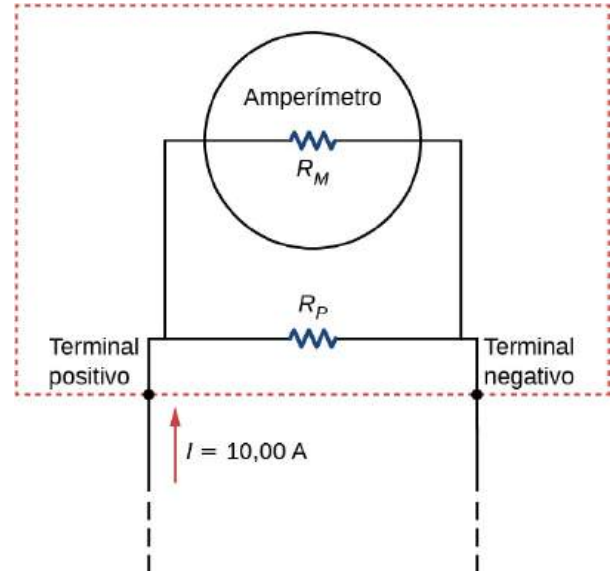
lámpara con una resistencia de  $100\ \Omega$ . (a) ¿Cuál es la constante de tiempo  $RC$  y la corriente inicial de las baterías mientras están conectadas en paralelo? (b) ¿Cuánto tiempo tardan los condensadores en cargarse hasta el 90% del voltaje del terminal de las baterías? (c) ¿Cuál es la constante de tiempo  $RC$  y la corriente inicial de los condensadores conectados en serie suponiendo que se descarga al 90% de carga completa? (d) ¿Cuánto tiempo tarda la corriente en disminuir hasta el 10% del valor inicial?

89. Considere el circuito que se muestra a continuación. Cada batería tiene una emf de  $1,50\ \text{V}$  y una resistencia interna de  $1,00\ \Omega$ . (a) ¿Cuál es la corriente que pasa por el resistor externo, que tiene una resistencia de  $10,00\ \text{ohmios}$ ? (b) ¿Cuál es el voltaje del terminal de cada batería?

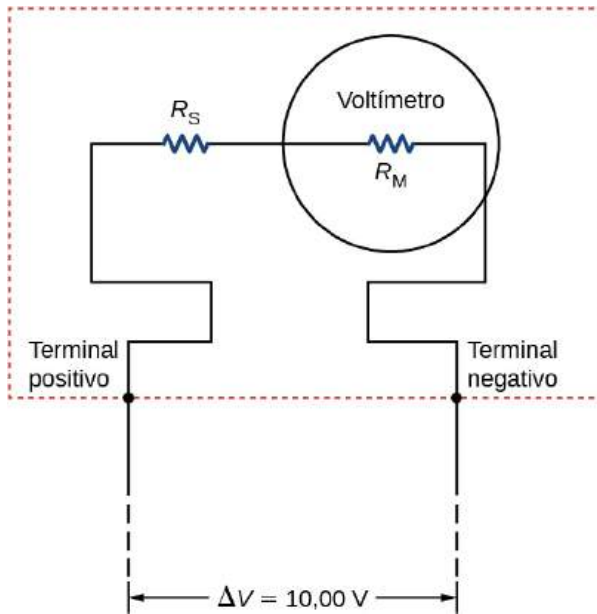


90. Los medidores analógicos utilizan un galvanómetro, que consiste esencialmente en una bobina de cable con una pequeña resistencia y un puntero con una escala adjunta. Cuando la corriente pasa por la bobina, la aguja gira; la cantidad que gira la aguja es proporcional a la cantidad de corriente que pasa por la bobina. Los galvanómetros pueden utilizarse para hacer un amperímetro si se coloca un resistor en paralelo con el galvanómetro. Considere un galvanómetro que tiene una resistencia de  $25,00\ \Omega$  y da una lectura de escala completa cuando una corriente de  $50\text{-}\mu\text{A}$  pasa a través de ella. El galvanómetro se utilizará para hacer un amperímetro que tenga una lectura de escala completa de  $10,00\ \text{A}$ , como se muestra a continuación. Recuerde que un amperímetro está

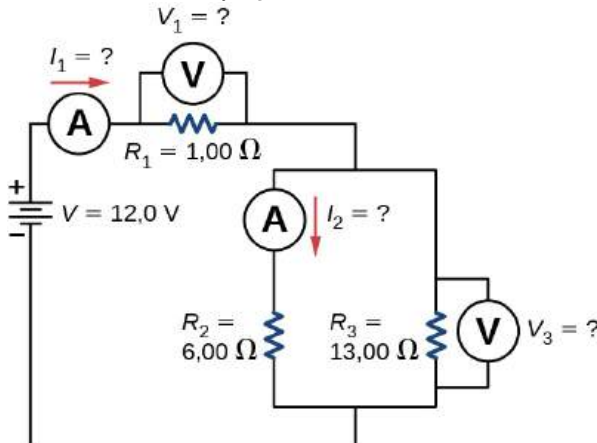
conectado en serie con el circuito de interés, por lo que los  $10\ \text{A}$  deben pasar por el medidor. (a) ¿Cuál es la corriente que pasa por el resistor en paralelo del medidor? (b) ¿Cuál es el voltaje a través del resistor en paralelo? (c) ¿Cuál es la resistencia del resistor en serie?



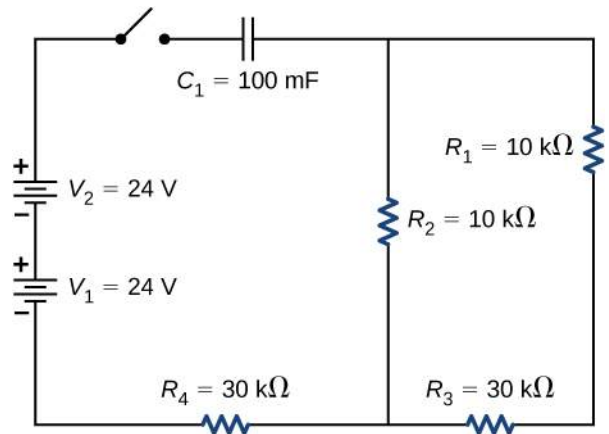
91. Los medidores analógicos utilizan un galvanómetro, que consiste esencialmente en una bobina de cable con una pequeña resistencia y un puntero con una escala adjunta. Cuando la corriente pasa por la bobina, la punta gira; la cantidad de vueltas que da es proporcional a la cantidad de corriente que pasa por la bobina. Los galvanómetros pueden utilizarse para hacer un voltímetro si se coloca un resistor en serie con el galvanómetro. Considere un galvanómetro que tiene una resistencia de  $25,00\ \Omega$  y da una lectura de escala completa cuando una corriente de  $50\text{-}\mu\text{A}$  pasa a través de ella. El galvanómetro se utilizará para hacer un voltímetro que tiene una lectura de escala completa de  $10,00\ \text{V}$ , como se muestra a continuación. Recuerde que un voltímetro se conecta en paralelo con la componente de interés, por lo que el medidor debe tener una resistencia alta o cambiará la corriente que pasa por la componente. (a) ¿Cuál es la caída de potencial a través del resistor en serie del medidor? (b) ¿Cuál es la resistencia del resistor en paralelo?



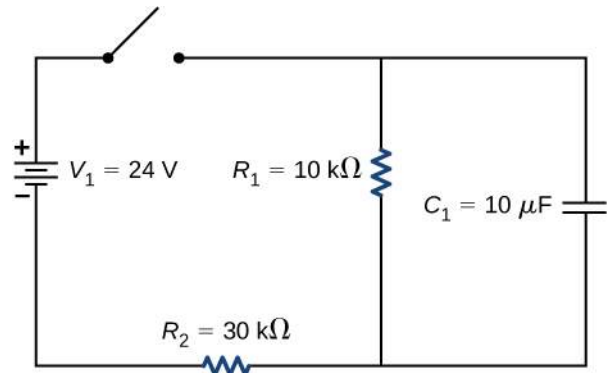
92. Considere el circuito que se muestra a continuación. Calcule  $I_1$ ,  $V_1$ ,  $I_2$ , y  $V_3$ .



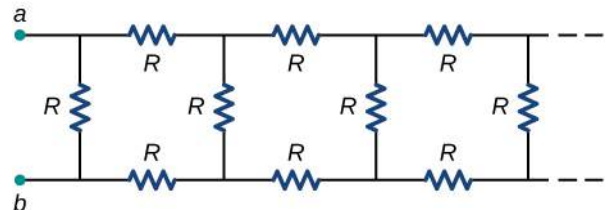
93. Considere el siguiente circuito. (a) ¿Cuál es la constante de tiempo  $RC$  del circuito? (b) ¿Cuál es la corriente inicial en el circuito una vez que se cierra el interruptor? (c) ¿Cuánto tiempo pasa entre el instante en que se cierra el interruptor y el momento en que la corriente ha alcanzado la mitad de la corriente inicial?



94. Considere el siguiente circuito. (a) ¿Cuál es la corriente inicial a través del resistor  $R_2$  cuando el interruptor está cerrado? (b) ¿Cuál es la corriente que atraviesa el resistor  $R_2$  cuando el condensador está completamente cargado, mucho después de que el interruptor esté cerrado? (c) ¿Qué sucede si el interruptor se abre después de haber estado cerrado durante algún tiempo? (d) Si el interruptor ha estado cerrado durante un tiempo suficiente para que el condensador se cargue completamente, y luego se abre el interruptor, ¿cuánto tiempo pasará antes de que la corriente a través del resistor  $R_1$  alcance la mitad de su valor inicial?

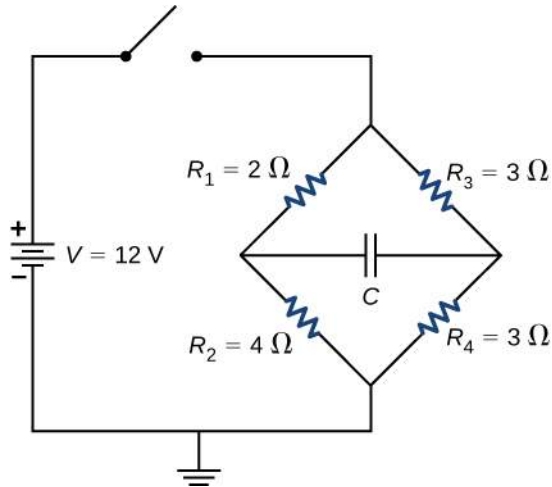


95. Considere la cadena infinitamente larga de resistores que se muestra a continuación. ¿Cuál es la resistencia entre los terminales  $a$  y  $b$ ?



96. Considere el siguiente circuito. El condensador tiene una capacitancia de 10 mF. El interruptor está cerrado y después de un largo tiempo el condensador está completamente cargado. (a) ¿Cuál es la corriente a través de cada resistor mucho tiempo después de cerrar el interruptor?

- (b) ¿Cuál es el voltaje a través de cada resistor mucho tiempo después de cerrar el interruptor?  
 (c) ¿Cuál es el voltaje a través del condensador mucho tiempo después de cerrar el interruptor?  
 (d) ¿Cuál es la carga del condensador mucho tiempo después de cerrar el interruptor? (e) A continuación, se abre el interruptor. El condensador se descarga a través de los resistores. ¿Cuánto tiempo pasa antes de que la corriente baje a una quinta parte del valor inicial?



97. Un calefactor de inmersión de 120 V consiste en una bobina de cable que se coloca en una taza para hervir el agua. El calefactor puede hervir

una taza de agua de  $20,00\text{ }^{\circ}\text{C}$  en 180,00 segundos. Compra uno para utilizarlo en su dormitorio, pero le preocupa que se sobrecargue el circuito y se dispare el disyuntor de 15,00 A, 120 V, que abastece a su dormitorio. En su dormitorio, tiene cuatro bombillas incandescentes de 100,00 W y un calefactor de 1500,00 W. (a) ¿Cuál es la potencia del calefactor de inmersión? (b) ¿Hará saltar el disyuntor cuando todo esté encendido? (c) Si sustituye las bombillas incandescentes por LED de 18,00 W, ¿hará saltar el disyuntor cuando todo esté encendido?

98. Halle la resistencia que debe colocarse en serie con un galvanómetro de  $25,0\text{-}\Omega$  que tiene  $50,0\text{-}\mu\text{A}$  de sensibilidad (la misma que se comenta en el texto) para poder utilizarlo como voltímetro con una lectura de 3.000 V a escala real. Incluya un diagrama del circuito con su solución.
99. Halle la resistencia que debe colocarse en paralelo con un galvanómetro de  $60,0\text{-}\Omega$  con una sensibilidad de 1,00 mA (la misma que se comenta en el texto) para poder utilizarlo como amperímetro con una lectura a escala real de 25,0 A. Incluya un diagrama del circuito con su solución.



# CAPÍTULO 11

## Fuerzas y campos magnéticos



**Figura 11.1** Un electroimán industrial es capaz de levantar miles de kilos de residuos metálicos (créditos: modificación del trabajo de “BedfordAI”/Flickr).

### ESQUEMA DEL CAPITULO

- 11.1 El magnetismo y sus descubrimientos históricos**
- 11.2 Campos y líneas magnéticas**
- 11.3 Movimiento de una partícula cargada en un campo magnético**
- 11.4 Fuerza magnética sobre un conductor portador de corriente**
- 11.5 Fuerza y torque en un bucle de corriente**
- 11.6 El efecto Hall**
- 11.7 Aplicaciones de las fuerzas y campos magnéticos**

**INTRODUCCIÓN** En los últimos capítulos hemos estudiado las fuerzas y los campos electrostáticos, que son causados por cargas eléctricas en reposo. Estos campos eléctricos pueden mover otras cargas libres, como producir una corriente en un circuito; sin embargo, las fuerzas y campos electrostáticos provienen de otras cargas estáticas. En este capítulo vemos que cuando una carga eléctrica se mueve genera otras fuerzas y campos. Estas fuerzas y campos adicionales son lo que comúnmente llamamos magnetismo.

Antes de examinar los orígenes del magnetismo, describimos primero qué es y cómo se comportan los campos magnéticos. Una vez que estemos más familiarizados con los efectos magnéticos, podremos explicar cómo surgen del comportamiento de los átomos y las moléculas, y cómo se relaciona el magnetismo con la electricidad. La conexión entre electricidad y magnetismo es fascinante desde el punto de vista teórico, pero también es inmensamente práctica, como demuestra un electroimán industrial capaz de levantar miles de kilos de metal.

## 11.1 El magnetismo y sus descubrimientos históricos

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar atracción y repulsión de los imanes.
- Describir aplicaciones históricas y contemporáneas del magnetismo.

El magnetismo se conoce desde la época de los antiguos griegos, pero siempre ha sido un poco misterioso. Puede ver la electricidad en el destello de un rayo, pero cuando la aguja de brújula apunta al norte magnético, no puede ver ninguna fuerza que la haga girar. El conocimiento de las propiedades magnéticas fue gradual, a lo largo de muchos años, antes de que varios físicos del siglo XIX relacionaran el magnetismo con la electricidad. En esta sección repasamos las ideas básicas del magnetismo y describimos cómo encajan en la imagen de un campo magnético.

### Breve historia del magnetismo

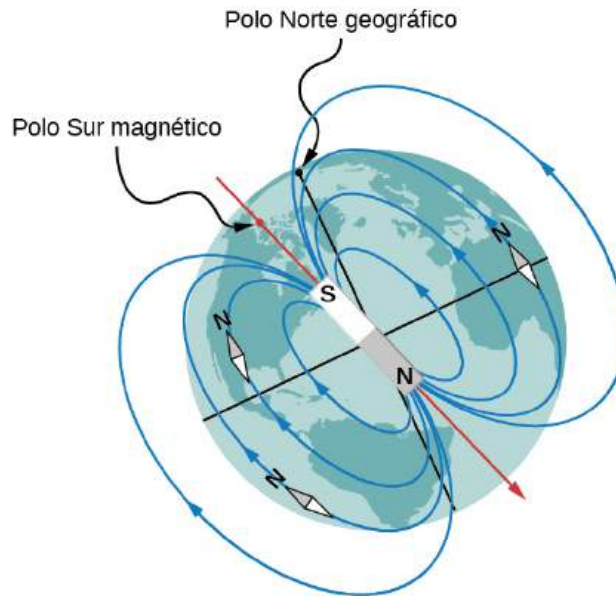
Los imanes se encuentran habitualmente en objetos cotidianos, como juguetes, perchas, elevadores, timbres y dispositivos informáticos. La experimentación con estos imanes muestra que todos los imanes tienen dos polos: uno está marcado como norte (N) y el otro como sur (S). Los polos magnéticos se repelen si son iguales (ambos N o ambos S), se atraen si son opuestos (uno N y el otro S) y ambos polos de un imán atraen trozos de hierro no magnetizados. Un punto importante que se debe tener en cuenta aquí es que no se puede aislar un polo magnético individual. Toda pieza de un imán, por pequeña que sea, que contenga un polo norte debe contener también un polo sur.

### INTERACTIVO

Visite este [sitio web \(https://openstax.org/l/21magnetcompass\\_es\)](https://openstax.org/l/21magnetcompass_es) para ver una demostración interactiva de los polos norte y sur magnéticos.

---

Un ejemplo de imán es la aguja de brújula. Se trata simplemente de una barra magnética delgada suspendida en su centro, por lo que es libre de girar en un plano horizontal. La propia Tierra también actúa como una gran barra magnética, con su polo sur cerca del Polo Norte geográfico ([Figura 11.2](#)). El polo norte de una brújula es atraído hacia el Polo Norte geográfico de la Tierra porque el polo magnético que está cerca del Polo Norte geográfico es en realidad un polo sur magnético. La confusión se debe a que el término geográfico "Polo Norte" se ha llegado a utilizar (incorrectamente) para el polo magnético que está cerca del Polo Norte. Por lo tanto, el "**polo norte magnético**" es en realidad un término erróneo: debería llamarse **polo sur magnético** (observe que la orientación del campo magnético de la Tierra no es permanente, sino que cambia ["da la vuelta"] tras largos intervalos de tiempo. Con el tiempo, el polo norte magnético de la Tierra podría situarse cerca de su Polo Norte geográfico).



**FIGURA 11.2** El polo norte de una aguja de brújula apunta hacia el polo sur de un imán, que es como se orienta el campo magnético actual desde el interior de la Tierra. También apunta hacia el polo norte geográfico de la Tierra porque el polo norte geográfico está cerca del polo sur magnético.

En 1819, el físico danés Hans Oersted realizaba una demostración para unos estudiantes y se dio cuenta de que la aguja de brújula se movía cuando circulaba corriente por un cable cercano. La investigación posterior de este fenómeno convenció a Oersted de que una corriente eléctrica podía provocar de algún modo una fuerza magnética. Informó de este hallazgo en una reunión de 1820 de la Academia Francesa de Ciencias.

Poco después de este informe, las investigaciones de Oersted fueron repetidas y ampliadas por otros científicos. Entre los trabajos más importantes se encuentran los de Jean-Baptiste Biot y Felix Savart, que investigaron las fuerzas que ejercen las corrientes sobre los imanes; André Marie Ampère, que estudió las fuerzas que ejerce una corriente sobre otra; François Arago, que descubrió que el hierro podía ser magnetizado por una corriente; y Humphry Davy, que descubrió que un imán ejerce una fuerza sobre un cable que porta una corriente eléctrica. Dentro de los 10 años del descubrimiento de Oersted, Michael Faraday descubrió que el movimiento relativo de un imán y un cable de metal inducía corriente en el cable. Este hallazgo demostró no solo que una corriente tiene un efecto magnético, sino que un imán puede generar corriente eléctrica. Más adelante verá que los nombres de Biot, Savart, Ampère y Faraday están relacionados con algunas de las leyes fundamentales del electromagnetismo.

Las pruebas de estos diversos experimentos llevaron a Ampère a proponer que la corriente eléctrica es la fuente de todos los fenómenos magnéticos. Para explicar los imanes permanentes, sugirió que la materia contiene bucles de corriente microscópicos que se alinean de algún modo cuando un material se magnetiza. Hoy sabemos que los imanes permanentes se crean en realidad por la alineación de los electrones que giran, una situación bastante similar a la propuesta por Ampère. Este modelo de imanes permanentes fue desarrollado por Ampère casi un siglo antes de que se comprendiera la naturaleza atómica de la materia (para conocer un tratamiento mecánico cuántico completo de los espines magnéticos, consulte [Mecánica cuántica](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/7-introduccion) (<http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/7-introduccion>) y [Estructura atómica](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/8-introduccion) (<http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/8-introduccion>)).

### Aplicaciones contemporáneas del magnetismo

Hoy en día, el magnetismo desempeña muchas funciones importantes en nuestras vidas. La comprensión del magnetismo por parte de los físicos ha permitido el desarrollo de tecnologías que afectan tanto a los individuos como a la sociedad. La tableta electrónica que lleva en su bolso o mochila, por ejemplo, no habría sido posible sin las aplicaciones del magnetismo y la electricidad a pequeña escala ([Figura 11.3](#)). Se descubrió que los débiles cambios de un campo magnético en una fina película de hierro y cromo provocan cambios mucho mayores en la resistencia, llamados magnetorresistencia gigante. La información puede entonces

registrarse magnéticamente en función de la dirección en que se magnetiza la capa de hierro. Gracias al descubrimiento de la magnetorresistencia gigante y sus aplicaciones al almacenamiento digital, el Premio Nobel de Física 2007 fue concedido al francés Albert Fert y al alemán Peter Grunberg.



**FIGURA 11.3** La tecnología de la ingeniería, como el almacenamiento informático, no sería posible sin un profundo conocimiento del magnetismo (créditos: Klaus Eifert).

Todos los motores eléctricos (con usos tan diversos como alimentar refrigeradores, arrancar automóviles o mover elevadores) contienen imanes. Los generadores, ya sea para producir energía hidroeléctrica o para hacer funcionar las luces de las bicicletas, utilizan campos magnéticos. Las instalaciones de reciclaje emplean imanes para separar el hierro de otros residuos. La investigación sobre el uso de la contención magnética de la fusión como futura fuente de energía continúa desde hace varios años. La imagen de resonancia magnética (IRM) se ha convertido en una importante herramienta de diagnóstico en el campo de la medicina, y el uso del magnetismo para explorar la actividad cerebral es un tema de investigación y desarrollo contemporáneo. La lista de aplicaciones incluye también discos duros de computadoras, grabación de cintas, detección de amianto inhalado y levitación de trenes de alta velocidad. El magnetismo interviene en la estructura de los niveles de energía atómica, así como en el movimiento de los rayos cósmicos y las partículas cargadas atrapadas en los cinturones de Van Allen alrededor de la Tierra. Una vez más, vemos que todos estos fenómenos dispares están vinculados por un pequeño número de principios físicos subyacentes.

## 11.2 Campos y líneas magnéticas

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Definir el campo magnético a partir de una carga en movimiento que experimenta una fuerza.
- Aplicar la regla de la mano derecha para determinar la dirección de una fuerza magnética a partir del movimiento de una carga en un campo magnético.
- Dibujar líneas de campo magnético para comprender hacia dónde apunta el campo magnético y su intensidad en una región del espacio.

Hemos mencionado las propiedades de los imanes, descrito su comportamiento y enumerado algunas de las aplicaciones de las propiedades magnéticas. Aunque no existen las cargas magnéticas aisladas, podemos definir la atracción y repulsión de los imanes como basadas en un campo. En esta sección definimos el campo magnético, determinamos su dirección basándonos en la regla de la mano derecha y discutimos cómo dibujar líneas de campo magnético.

### Definición del campo magnético

Un campo magnético se define por la fuerza que experimenta una partícula cargada moviéndose en este campo, después de que consideramos las fuerzas gravitacionales y cualquier fuerza eléctrica adicional posible sobre la carga. La magnitud de esta fuerza es proporcional a la cantidad de carga  $q$ , la velocidad de la partícula cargada  $v$  y la magnitud del campo magnético aplicado. La dirección de esta fuerza es perpendicular tanto a la dirección de la partícula cargada en movimiento como a la dirección del campo magnético aplicado. A partir



de estas observaciones, definimos la intensidad del campo magnético  $B$  en función de la **fuerza magnética**  $\vec{F}$  en una carga  $q$  que se mueve a velocidad  $\vec{v}$  como el producto cruz de la velocidad y el campo magnético, es decir,

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad 11.1$$

De hecho, así es como definimos el campo magnético  $\vec{B}$ , en términos de la fuerza sobre una partícula cargada que se mueve en un campo magnético. La magnitud de la fuerza se determina a partir de la definición del producto cruz en relación con las magnitudes de cada uno de los vectores. En otras palabras, la magnitud de la fuerza satisface

$$F = qvB\sin\theta \quad 11.2$$

donde  $\theta$  es el ángulo entre la velocidad y el campo magnético.

La unidad del SI para la fuerza del campo magnético  $B$  se llama **tesla** (T) en honor al excéntrico pero brillante inventor Nikola Tesla (1856–1943), donde

$$1 \text{ T} = \frac{1 \text{ N}}{\text{A} \cdot \text{m}}. \quad 11.3$$

Una unidad más pequeña, llamada **gauss** (G), donde  $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$ , a veces se utiliza. Los imanes permanentes más fuertes tienen campos cercanos a 2 T; los electroimanes superconductores pueden alcanzar 10 T o más. El campo magnético de la Tierra en su superficie es solo de unos  $5 \times 10^{-5} \text{ T}$ , o 0,5 G.

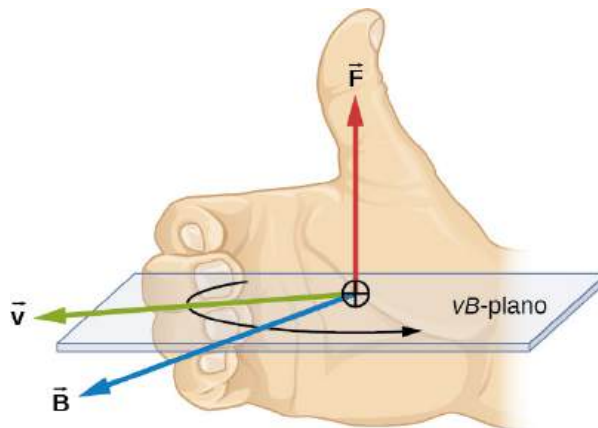


## ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

### Dirección del campo magnético según la regla de la mano derecha

La dirección de la fuerza magnética  $\vec{F}$  es perpendicular al plano formado por  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$ , según la **regla de la mano derecha-1** (right-hand rule-1, RHR-1), que se ilustra en la [Figura 11.4](#).

1. Oriente su mano derecha para que sus dedos se curven en el plano definido por los vectores de velocidad y campo magnético.
2. Con la mano derecha, haga un barrido desde la velocidad hacia el campo magnético con los dedos en el menor ángulo posible.
3. La fuerza magnética se dirige hacia donde apunta el pulgar.
4. Si la carga era negativa, invierta la dirección hallada por estos pasos.



**FIGURA 11.4** Los campos magnéticos ejercen fuerzas sobre las cargas en movimiento. La dirección de la fuerza magnética sobre una carga en movimiento es perpendicular al plano formado por  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$  y sigue la regla de la mano

derecha-1 (RHR-1) como se muestra. La magnitud de la fuerza es proporcional a  $q$ ,  $v$ ,  $B$ , y el seno del ángulo entre  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$ .

### INTERACTIVO

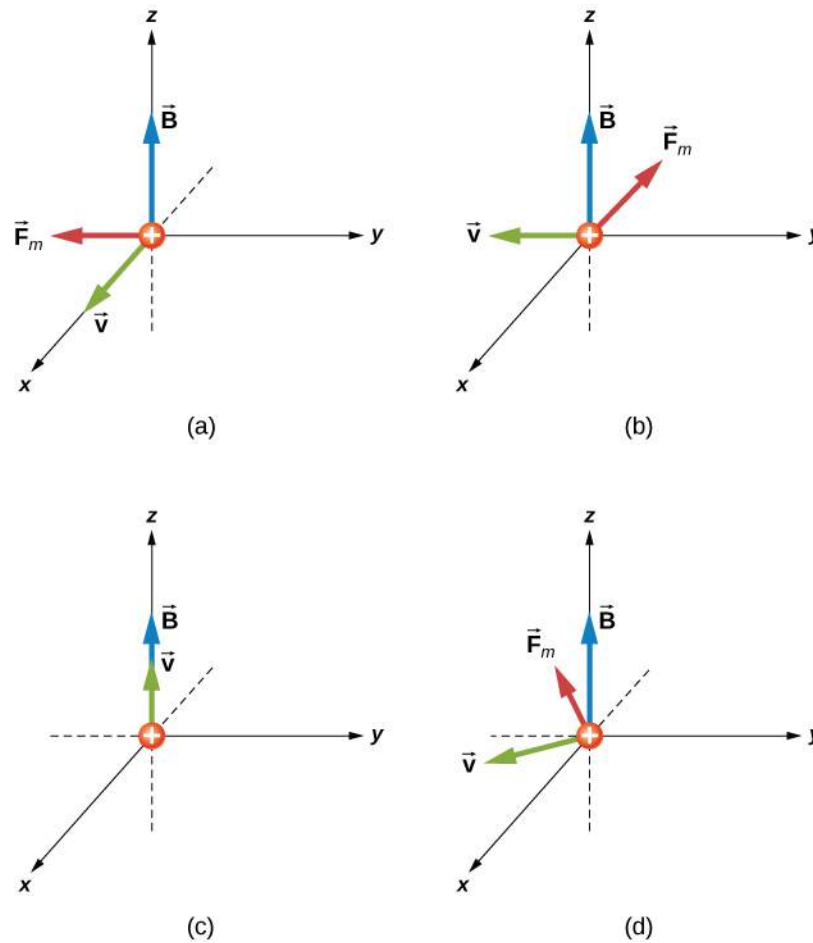
Visite este [sitio web \(https://openstax.org/l/21magfields\)](https://openstax.org/l/21magfields) para practicar más con la dirección de los campos magnéticos.

No hay fuerza magnética en las cargas estáticas. Sin embargo, existe una fuerza magnética sobre las cargas que se mueven en ángulo con respecto a un campo magnético. Cuando las cargas están inmóviles, sus campos eléctricos no afectan a los imanes. Sin embargo, cuando las cargas se mueven, producen campos magnéticos que ejercen fuerzas sobre otros imanes. Cuando hay un movimiento relativo, surge una conexión entre las fuerzas eléctricas y magnéticas: cada una afecta a la otra.

### EJEMPLO 11.1

#### Una partícula alfa en movimiento en un campo magnético

Una partícula alfa ( $q = 3,2 \times 10^{-19} \text{ C}$ ) se mueve a través de un campo magnético uniforme cuya magnitud es de 1,5 T. El campo es directamente paralelo al eje  $z$  positivo del sistema de coordenadas rectangulares de la [Figura 11.5](#). ¿Cuál es la fuerza magnética sobre la partícula alfa cuando se mueve (a) en la dirección  $x$  positiva con una velocidad de  $5,0 \times 10^4 \text{ m/s}$ ? (b) ¿en la dirección  $y$  negativa con una velocidad de  $5,0 \times 10^4 \text{ m/s}$ ? (c) ¿en la dirección  $z$  positiva con una velocidad de  $5,0 \times 10^4 \text{ m/s}$ ? (d) ¿con una velocidad  $\vec{v} = (2,0\hat{i} - 3,0\hat{j} + 1,0\hat{k}) \times 10^4 \text{ m/s}$ ?



**FIGURA 11.5** Las fuerzas magnéticas sobre una partícula alfa que se mueve en un campo magnético uniforme. El campo es el mismo en cada dibujo, pero la velocidad es diferente.

### Estrategia

Nos dan la carga, su velocidad y la fuerza y dirección del campo magnético. Por lo tanto, podemos utilizar la ecuación  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$  o  $F = qvB\sin\theta$  para calcular la fuerza. La dirección de la fuerza está determinada por la RHR-1.

### Solución

- En primer lugar, para determinar la dirección, comience con los dedos apuntando en la dirección  $x$  positiva. Deslice los dedos hacia arriba en la dirección del campo magnético. El pulgar debe apuntar en la dirección  $y$  negativa. Esto debería coincidir con la respuesta matemática. Para calcular la fuerza, utilizamos la carga, la velocidad y el campo magnético dados y la definición de la fuerza magnética en forma de producto cruz para calcular:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = (3,2 \times 10^{-19}\text{C}) (5,0 \times 10^4\text{m/s} \hat{i}) \times (1,5\text{T} \hat{k}) = -2,4 \times 10^{-14}\text{N} \hat{j}.$$

- En primer lugar, para determinar la direccionalidad, comience con los dedos apuntando en la dirección  $y$  negativa. Deslice los dedos hacia arriba en la dirección del campo magnético como en el problema anterior. El pulgar debe estar abierto en la dirección  $x$  negativa. Esto debería coincidir con la respuesta matemática. Para calcular la fuerza, utilizamos la carga, la velocidad y el campo magnético dados y la definición de la fuerza magnética en forma de producto cruz para calcular:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = (3,2 \times 10^{-19}\text{C}) (-5,0 \times 10^4\text{m/s} \hat{j}) \times (1,5\text{T} \hat{k}) = -2,4 \times 10^{-14}\text{N} \hat{i}.$$

Un enfoque alternativo es utilizar la [Ecuación 11.2](#) para calcular la magnitud de la fuerza. Esto se aplica a las dos partes, (a) y (b). Como la velocidad es perpendicular al campo magnético, el ángulo entre ambos es

de 90 grados. Por lo tanto, la magnitud de la fuerza es:

$$F = qvB\text{sen}\theta = (3,2 \times 10^{-19}\text{C})(5,0 \times 10^4\text{m/s})(1,5\text{T})\text{sen}(90^\circ) = 2,4 \times 10^{-14}\text{N}.$$

- c. Como la velocidad y el campo magnético son paralelos entre sí, no hay ninguna orientación de la mano que dé lugar a una dirección de la fuerza. Por lo tanto, la fuerza sobre esta carga en movimiento es cero. Así lo confirma el producto cruz. Cuando se cruzan dos vectores que apuntan en la misma dirección, el resultado es igual a cero.
- d. En primer lugar, para determinar la dirección, sus dedos podrían apuntar en cualquier orientación; sin embargo, debe barrer sus dedos hacia arriba en la dirección del campo magnético. Al girar la mano, observe que el pulgar puede apuntar en cualquier dirección  $x$  o  $y$  posible, pero no en la dirección  $z$ . Esto debería coincidir con la respuesta matemática. Para calcular la fuerza, utilizamos la carga, la velocidad y el campo magnético dados y la definición de la fuerza magnética en forma de producto cruz para calcular:

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{F}} &= q\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}} = (3,2 \times 10^{-19}\text{C}) \left( (2,0\hat{\mathbf{i}} - 3,0\hat{\mathbf{j}} + 1,0\hat{\mathbf{k}}) \times 10^4\text{m/s} \right) \times (1,5\text{T}\hat{\mathbf{k}}) \\ &= (-14,4\hat{\mathbf{i}} - 9,6\hat{\mathbf{j}}) \times 10^{-15}\text{N}.\end{aligned}$$

Esta solución puede reescribirse en términos de una magnitud y un ángulo en el plano  $xy$ :

$$|\vec{\mathbf{F}}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(-14,4)^2 + (-9,6)^2} \times 10^{-15}\text{N} = 1,7 \times 10^{-14}\text{N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-9,6 \times 10^{-15}\text{N}}{-14,4 \times 10^{-15}\text{N}}\right) = 34^\circ.$$

La magnitud de la fuerza también puede calcularse mediante la [Ecuación 11.2](#). Sin embargo, la velocidad en esta pregunta tiene tres componentes. La componente  $z$  de la velocidad puede ignorarse, porque es paralela al campo magnético y, por tanto, no genera ninguna fuerza. La magnitud de la velocidad se calcula a partir de los componentes  $x$  y  $y$ . El ángulo entre la velocidad en el plano  $xy$  y el campo magnético en el plano  $z$  es de 90 grados. Por lo tanto, se calcula que la fuerza es:

$$\begin{aligned}|\vec{\mathbf{v}}| &= \sqrt{(2)^2 + (-3)^2} \times 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,6 \times 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ F &= qvB\text{sen}\theta = (3,2 \times 10^{-19}\text{C})(3,6 \times 10^4\text{m/s})(1,5\text{T})\text{sen}(90^\circ) = 1,7 \times 10^{-14}\text{N}.\end{aligned}$$

Se trata de la misma magnitud de fuerza calculada por vectores unitarios.

### Importancia

El producto cruz en esta fórmula da como resultado un tercer vector que debe ser perpendicular a los otros dos. Otras magnitudes físicas, como el momento angular, también tienen tres vectores que se relacionan mediante el producto cruz. Observe que los valores típicos de la fuerza en los problemas de fuerza magnética son mucho mayores que la fuerza gravitacional. Por lo tanto, para una carga aislada, la fuerza magnética es la fuerza dominante que gobierna el movimiento de la carga.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 11.1**

Repita el problema anterior con el campo magnético en la dirección  $x$  en vez de en la dirección  $z$ . Compruebe sus respuestas con la RHR-1.

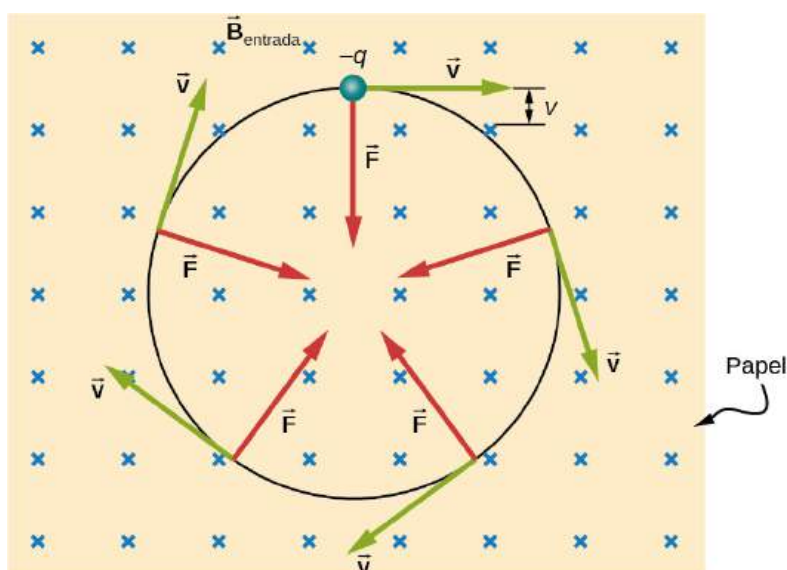
### Representación de los campos magnéticos

La representación de los campos magnéticos mediante **líneas de campo magnético** es muy útil para visualizar la fuerza y la dirección del campo magnético. Como se muestra en la [Figura 11.6](#), cada una de estas líneas forma un bucle cerrado, aunque no se muestre por las limitaciones del espacio disponible para la figura. Las líneas de campo salen del polo norte (N), hacen un bucle hacia el polo sur (S) y continúan a través de la barra magnética de vuelta al polo norte.

Las líneas de campo magnético tienen varias reglas estrictas:

1. La dirección del campo magnético es tangente a la línea de campo en cualquier punto del espacio. Una





**FIGURA 11.7** Una partícula cargada negativamente se mueve en el plano del papel en una región donde el campo magnético es perpendicular al papel (representado por las  $\times$  pequeñas, como las colas de las flechas). La fuerza magnética es perpendicular a la velocidad, por lo que esta cambia de dirección pero no de magnitud. El resultado es un movimiento circular uniforme. (Observe que, como la carga es negativa, la fuerza es de sentido contrario a la predicción de la regla de la mano derecha).

En esta situación, la fuerza magnética suministra la fuerza centrípeta  $F_c = \frac{mv^2}{r}$ . Al observar que la velocidad es perpendicular al campo magnético, la magnitud de la fuerza magnética se reduce a  $F = qvB$ . Puesto que la fuerza magnética  $F$  suministra la fuerza centrípeta  $F_c$ , tenemos

$$qvB = \frac{mv^2}{r}. \quad 11.4$$

Al resolver para  $r$  se obtiene

$$r = \frac{mv}{qB}. \quad 11.5$$

Aquí,  $r$  es el radio de curvatura de la trayectoria de una partícula cargada, con masa  $m$  y carga  $q$ , que se mueve a una velocidad  $v$  que es perpendicular a un campo magnético de intensidad  $B$ . El tiempo que tarda la partícula cargada en recorrer la trayectoria circular se define como el periodo, que es igual a la distancia recorrida (la circunferencia) dividida entre la velocidad. Con base en esto y en la [Ecuación 11.4](#), podemos derivar el periodo del movimiento como

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v} \frac{mv}{qB} = \frac{2\pi m}{qB}. \quad 11.6$$

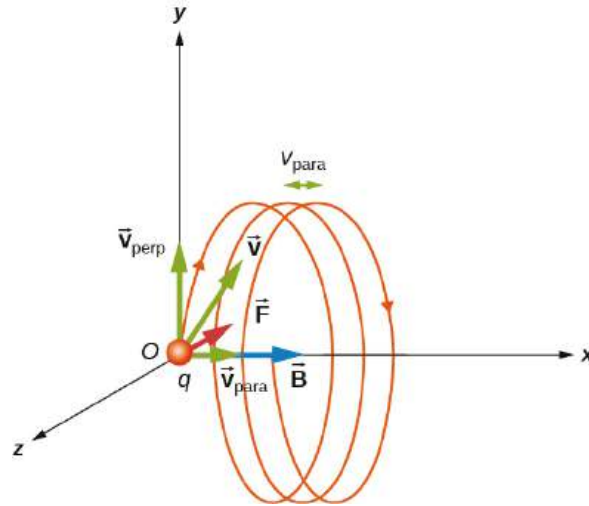
Si la velocidad no es perpendicular al campo magnético, entonces podemos comparar cada componente de la velocidad por separado con el campo magnético. La componente de la velocidad perpendicular al campo magnético produce una fuerza magnética perpendicular tanto a esta velocidad como al campo:

$$v_{\text{perp}} = v \sin \theta, \quad v_{\text{para}} = v \cos \theta. \quad 11.7$$

donde  $\theta$  es el ángulo entre  $v$  y  $B$ . La componente paralela al campo magnético crea un movimiento constante a lo largo de la misma dirección que el campo magnético, también mostrado en la [Ecuación 11.7](#). El movimiento paralelo determina el *paso*  $p$  de la hélice, que es la distancia entre vueltas adyacentes. Esta distancia es igual a la componente paralela de la velocidad entre el periodo:

$$p = v_{\text{para}} T. \quad 11.8$$

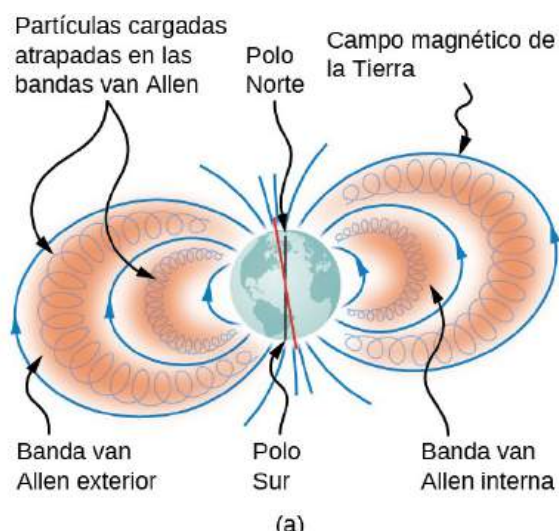
El resultado es un **movimiento helicoidal**, como se muestra en la siguiente figura.



**FIGURA 11.8** Una partícula cargada que se mueve con una velocidad que no está en la misma dirección que el campo magnético. La componente de la velocidad perpendicular al campo magnético crea un movimiento circular, mientras que la componente de la velocidad paralela al campo mueve la partícula a lo largo de una línea recta. El paso es la distancia horizontal entre dos círculos consecutivos. El movimiento resultante es helicoidal.

Mientras la partícula cargada viaja en una trayectoria helicoidal, puede entrar en una región donde el campo magnético no es uniforme. En particular, supongamos que una partícula viaja desde una región de campo magnético fuerte a una región de campo más débil, y luego vuelve a una región de campo más fuerte. La partícula puede reflejarse antes de entrar en la región del campo magnético más fuerte. Esto es similar a una onda en una cuerda que viaja desde una cuerda muy ligera y fina hasta una pared dura y se refleja hacia atrás. Si la reflexión se produce en ambos extremos, la partícula queda atrapada en la llamada botella magnética.

Las partículas atrapadas en los campos magnéticos se encuentran en los cinturones de radiación de Van Allen alrededor de la Tierra, que forman parte del campo magnético terrestre. Estos cinturones fueron descubiertos por James Van Allen mientras intentaba medir el flujo de **rayos cósmicos** en la Tierra (partículas de alta energía que provienen del exterior del sistema solar) para ver si este era similar al flujo medido en la Tierra. Van Allen descubrió que, debido a la contribución de las partículas atrapadas en el campo magnético de la Tierra, el flujo era mucho mayor en la Tierra que en el espacio exterior. Las auroras, como la famosa aurora boreal del hemisferio norte (luces del norte) ([Figura 11.9](#)), son hermosos despliegues de luz emitidos cuando los iones se recombinan con los electrones que entran en la atmósfera al recorrer en espiral las líneas de campo magnético. (Los iones son principalmente átomos de oxígeno y nitrógeno que se ionizan inicialmente por colisiones con partículas energéticas en la atmósfera terrestre). También se han observado auroras en otros planetas, como Júpiter y Saturno.

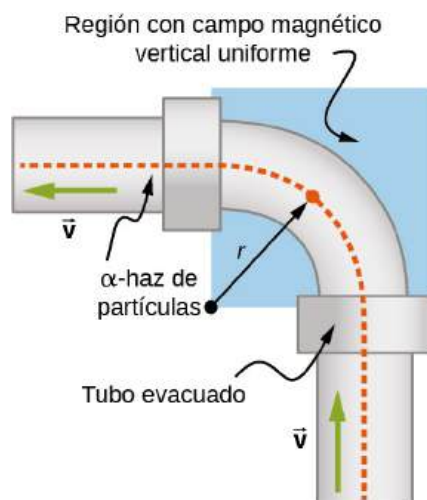


**FIGURA 11.9** (a) Los cinturones de radiación de Van Allen que rodean la Tierra atrapan los iones producidos por los rayos cósmicos que inciden en la atmósfera terrestre. (b) El magnífico espectáculo de la aurora boreal, o luces del norte, brilla en el cielo boreal sobre el lago Bear, cerca de la base Eielson de la Fuerza Aérea en Alaska. Formada por el campo magnético de la Tierra, esta luz es producida por moléculas e iones brillantes de oxígeno y nitrógeno. (crédito b: modificación del trabajo del aviador senior de la USAF Joshua Strang)

## EJEMPLO 11.2

### Deflector de rayo

Un grupo de investigación está estudiando los isótopos radiactivos de vida corta. Tienen que diseñar una forma de transportar las partículas alfa (núcleos de helio) desde el lugar donde se fabrican hasta un lugar donde colisionarán con otro material para formar un isótopo. El rayo de partículas alfa ( $m = 6,64 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $q = 3,2 \times 10^{-19} \text{ C}$ ) atraviesa una región de 90 grados con un campo magnético uniforme de 0,050 T (Figura 11.10). (a) ¿En qué dirección debe aplicarse el campo magnético? (b) ¿Cuánto tiempo tardan las partículas alfa en atravesar la región de campo magnético uniforme?



**FIGURA 11.10** Vista superior del montaje del deflector de rayos.

### Estrategia

- La dirección del campo magnético se muestra con la regla de la mano derecha-1 (right hand rule-1, RHR-1). Los dedos apuntan en la dirección de  $\vec{v}$  y el pulgar debe apuntar en la dirección de la fuerza, hacia



la izquierda. Por lo tanto, como las partículas alfa están cargadas positivamente, el campo magnético debe apuntar hacia abajo.

- b. El periodo de la partícula alfa que da la vuelta al círculo es

$$T = \frac{2\pi m}{qB}. \quad 11.9$$

Como la partícula solo recorre un cuarto de círculo, podemos tomar 0,25 veces el periodo para calcular el tiempo que tarda en recorrer esta trayectoria.

### Solución

- a. Empecemos por centrarnos en la partícula alfa que entra en el campo cerca de la parte inferior de la imagen. En primer lugar, apunte con el pulgar hacia arriba en la página. Para que la palma de la mano se abra hacia la izquierda, donde apunta la fuerza centrípeta (y, por tanto, la fuerza magnética), los dedos deben cambiar de orientación hasta apuntar a la página. Esta es la dirección del campo magnético aplicado.
- b. El periodo de la partícula cargada que gira alrededor de un círculo se calcula utilizando la masa, la carga y el campo magnético dados en el problema. El resultado es

$$T = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi (6,64 \times 10^{-27} \text{ kg})}{(3,2 \times 10^{-19} \text{ C})(0,050 \text{ T})} = 2,6 \times 10^{-6} \text{ s}.$$

Sin embargo, para el problema dado, la partícula alfa recorre un cuarto del círculo, por lo que el tiempo que tarda sería

$$t = 0,25 \times 2,61 \times 10^{-6} \text{ s} = 6,5 \times 10^{-7} \text{ s}.$$

### Importancia

Este tiempo puede ser lo suficientemente rápido como para llegar al material que queremos bombardear, dependiendo de la corta vida del isótopo radiactivo y de que siga emitiendo partículas alfa. Si pudiéramos aumentar el campo magnético aplicado en la región, esto acortaría aun más el tiempo. La trayectoria que deben recorrer las partículas podría acortarse, pero esto puede no ser económico dado el montaje experimental.

## ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 11.2**

Un campo magnético uniforme de magnitud 1,5 T se dirige horizontalmente de oeste a este. (a) ¿Cuál es la fuerza magnética sobre un protón en el instante en que se mueve verticalmente hacia abajo en el campo con una velocidad de  $4 \times 10^7$  m/s? (b) Compare esta fuerza con el peso  $w$  de un protón.



## **EJEMPLO 11.3**

### **Movimiento helicoidal en un campo magnético**

Un protón entra en un campo magnético uniforme de  $1,0 \times 10^{-4}$  T con una velocidad de  $5 \times 10^5$  m/s. ¿A qué ángulo debe estar el campo magnético respecto a la velocidad para que el paso del movimiento helicoidal resultante sea igual al radio de la hélice?

### **Estrategia**

El paso del movimiento está relacionado con la velocidad paralela por el periodo del movimiento circular, mientras que el radio está relacionado con la componente de la velocidad perpendicular. Después de fijar el radio y el paso iguales, resuelva el ángulo entre el campo magnético y la velocidad o  $\theta$ .

**Solución**

El paso viene dado por la [Ecuación 11.8](#), el periodo por la [Ecuación 11.6](#) y el radio de movimiento circular por la [Ecuación 11.5](#). Observe que la velocidad en la ecuación del radio está relacionada solo con la velocidad perpendicular, que es donde se produce el movimiento circular. Por lo tanto, sustituimos la componente sinusoidal de la velocidad global en la ecuación del radio para igualar el paso y el radio:

$$\begin{aligned} p &= r \\ v_{\parallel} T &= \frac{mv_{\perp}}{qB} \\ v \cos \theta \frac{2\pi m}{qB} &= \frac{mv \sin \theta}{qB} \\ 2\pi &= \tan \theta \\ \theta &= 81,0^{\circ}. \end{aligned}$$

**Importancia**

Si este ángulo fuera  $0^{\circ}$ , solo se produciría una velocidad paralela y la hélice no se formaría, porque no habría movimiento circular en el plano perpendicular. Si este ángulo fuera  $90^{\circ}$ , solo se produciría un movimiento circular y no habría ningún movimiento de los círculos perpendicular al movimiento. Eso es lo que crea el movimiento helicoidal.

## 11.4 Fuerza magnética sobre un conductor portador de corriente

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

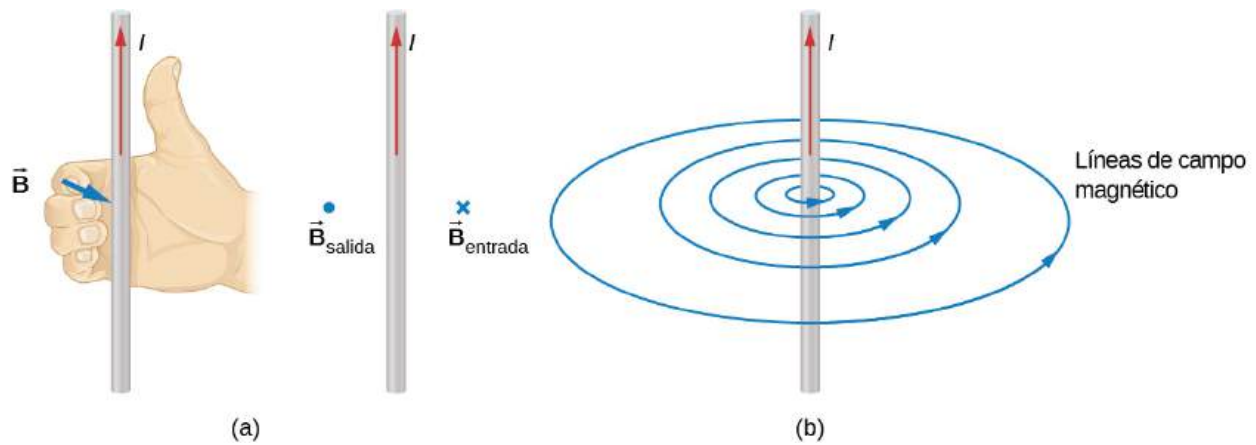
- Determinar la dirección en la que un cable portador de corriente experimenta una fuerza en un campo magnético externo.
- Calcular la fuerza sobre un cable portador de corriente en un campo magnético externo.

Las cargas en movimiento experimentan una fuerza en un campo magnético. Si estas cargas en movimiento están en un cable (es decir, si este porta una corriente), también debería experimentar una fuerza. Sin embargo, antes de hablar de la fuerza ejercida sobre una corriente por un campo magnético, examinamos primero el campo magnético generado por una corriente eléctrica. Aquí estudiamos dos efectos distintos que interactúan estrechamente: Un cable portador de corriente genera un campo magnético y el campo magnético ejerce una fuerza sobre el cable portador de corriente.

### Campos magnéticos producidos por corrientes eléctricas

Al hablar de los descubrimientos históricos del magnetismo, mencionamos el hallazgo de Oersted de que un cable que portaba una corriente eléctrica provocaba la desviación de una brújula cercana. Se estableció la conexión de que las corrientes eléctricas producen campos magnéticos (esta conexión entre la electricidad y el magnetismo se trata con más detalle en [Fuentes de campos magnéticos](#)).

La aguja de brújula cerca del cable experimenta una fuerza que alinea la aguja tangente a un círculo alrededor del cable. Por lo tanto, un cable portador de corriente produce bucles circulares de campo magnético. Para determinar la dirección del campo magnético generado a partir de un cable, utilizamos una segunda regla de la mano derecha. En la RHR-2, el pulgar apunta en la dirección de la corriente mientras los dedos envuelven el cable, apuntando en la dirección del campo magnético producido ([Figura 11.11](#)). Si el campo magnético viniera hacia usted o fuera de la página, lo representamos con un punto. Si el campo magnético entrara en la página, lo representaríamos con una  $\times$ . Estos símbolos provienen de la consideración de una flecha vectorial: Una flecha apuntando hacia usted, desde su perspectiva, se vería como un punto o la punta de una flecha. Una flecha apuntando en dirección contraria a usted, desde su perspectiva, se vería como una cruz o una  $\times$ . En la [Figura 11.11](#) se muestra un esquema compuesto de los círculos magnéticos, en el que se muestra que la intensidad del campo disminuye a medida que se aleja del cable mediante bucles más separados.



**FIGURA 11.11** (a) Cuando el cable está en el plano del papel, el campo es perpendicular al papel. Observe los símbolos utilizados para el campo que apunta hacia adentro (como la cola de una flecha) y el campo que apunta hacia afuera (como la punta de una flecha). (b) Un cable largo y recto crea un campo con líneas de campo magnético que forman bucles circulares.

### Cálculo de la fuerza magnética

La corriente eléctrica es un movimiento ordenado de carga. Por lo tanto, un cable portador de corriente en un campo magnético debe experimentar una fuerza debida al campo. Para investigar esta fuerza, consideremos la sección infinitesimal de cable que se muestra en la [Figura 11.12](#). La longitud y el área transversal de la sección son  $dl$  y  $A$ , respectivamente, por lo que su volumen es  $V = A \cdot dl$ . El cable está formado por un material que contiene  $n$  portadores de carga por unidad de volumen, por lo que el número de portadores de carga en la sección es  $nA \cdot dl$ . Si los portadores de carga se mueven con velocidad de deriva  $\vec{v}_d$ , la corriente  $I$  en el cable es (a partir de [Corriente y resistencia](#))

$$I = neAv_d.$$

La fuerza magnética sobre cualquier portador de carga individual es  $e\vec{v}_d \times \vec{B}$ , por lo que la fuerza magnética total  $d\vec{F}$  en los portadores de carga  $nA \cdot dl$  en la sección de cable es

$$d\vec{F} = (nA \cdot dl)e\vec{v}_d \times \vec{B}. \quad 11.10$$

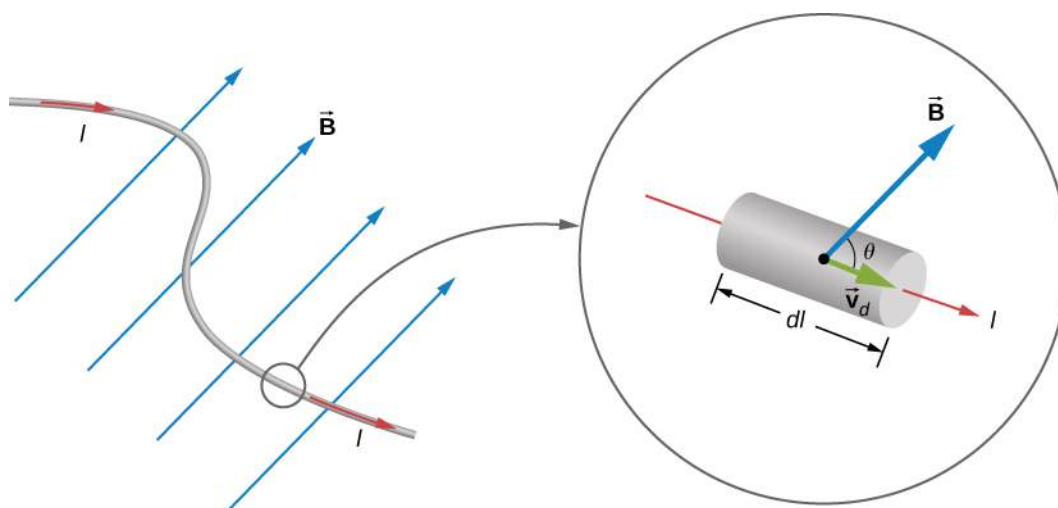
Podemos definir  $dl$  como un vector de longitud  $dl$  que apunta a lo largo de  $\vec{v}_d$ , lo que nos permite reescribir esta ecuación como

$$d\vec{F} = neAv_d \vec{dl} \times \vec{B}, \quad 11.11$$

o

$$d\vec{F} = I\vec{dl} \times \vec{B}. \quad 11.12$$

Esta es la fuerza magnética sobre la sección de cable. Observe que en realidad es la fuerza neta ejercida por el campo sobre los propios portadores de carga. La dirección de esta fuerza viene dada por la RHR-1, en la que se apuntan los dedos en la dirección de la corriente y se curvan hacia el campo. El pulgar apunta entonces en la dirección de la fuerza.



**FIGURA 11.12** Una sección infinitesimal de cable portador de corriente en un campo magnético.

Para determinar la fuerza magnética  $\vec{F}$  en un cable de longitud y forma arbitrarias, debemos integrar la [Ecuación 11.12](#) en todo el cable. Si la sección del cable resulta ser recta y  $B$  es uniforme, las diferenciales de la ecuación se convierten en cantidades absolutas, dándonos

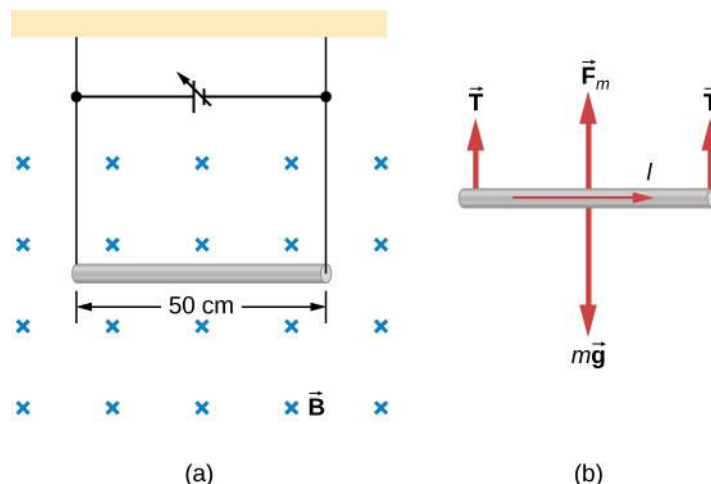
$$\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B}. \quad 11.13$$

Esta es la fuerza que se ejerce sobre un cable recto portador de corriente en un campo magnético uniforme.

### EJEMPLO 11.4

#### Equilibrio de las fuerzas gravitacionales y magnéticas en un cable portador de corriente

Un cable de 50 cm de longitud y 10 g de masa está suspendido en un plano horizontal por un par de cables flexibles ([Figura 11.13](#)). A continuación, el cable se somete a un campo magnético constante de magnitud 0,50 T, que se dirige como se indica. ¿Cuál es la magnitud y la dirección de la corriente en el cable necesaria para eliminar la tensión en los cables de soporte?



**FIGURA 11.13** (a) Un cable suspendido en un campo magnético. (b) El diagrama de cuerpo-libre del cable.

#### Estrategia

Según el diagrama de cuerpo-libre de la figura, las tensiones en los cables de soporte llegan a cero cuando las fuerzas gravitacionales y magnéticas se equilibran. Con el uso de la RHR-1, hallamos que la fuerza magnética apunta hacia arriba. Entonces podemos determinar la corriente  $I$  al guiar las dos fuerzas.

**Solución**

Igualé las dos fuerzas del peso y la fuerza magnética sobre el cable:

$$mg = IlB.$$

Así,

$$I = \frac{mg}{lB} = \frac{(0,010 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)}{(0,50 \text{ m})(0,50 \text{ T})} = 0,39 \text{ A}.$$

**Importancia**

Este gran campo magnético crea una fuerza significativa sobre una longitud de cable para contrarrestar su peso.

**EJEMPLO 11.5****Cálculo de la fuerza magnética en un cable portador de corriente**

Un cable largo y rígido situado a lo largo del eje  $y$  y conduce una corriente de 5,0 A que fluye en la dirección  $y$  positiva. (a) Si un campo magnético constante de magnitud 0,30 T se dirige a lo largo del eje  $x$  positivo, ¿cuál es la fuerza magnética por unidad de longitud en el cable? (b) Si un campo magnético constante de 0,30 T se dirige 30 grados desde el eje  $x$  positivo hacia el eje  $y$  positivo, ¿cuál es la fuerza magnética por unidad de longitud en el cable?

**Estrategia**

La fuerza magnética sobre un cable portador de corriente en un campo magnético viene dada por  $\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B}$ . Para la parte a, como la corriente y el campo magnético son perpendiculares en este problema, podemos simplificar la fórmula para que nos dé la magnitud y hallar la dirección a través del RHR-1. El ángulo  $\theta$  es de 90 grados, lo que significa  $\sin \theta = 1$ . Además, la longitud se puede dividir hacia el lado izquierdo para calcular la fuerza por unidad de longitud. Para la parte b, la corriente por la longitud se escribe en notación vectorial unitaria, así como el campo magnético. Después de tomar el producto cruz, la direccionalidad es evidente por el vector unitario resultante.

**Solución**

- a. Comenzamos con la fórmula general de la fuerza magnética sobre un cable. Buscamos la fuerza por unidad de longitud, así que dividimos entre la longitud para llevarla al lado izquierdo. También hemos establecido  $\sin \theta = 1$ . La solución, por tanto, es

$$\begin{aligned} F &= IlB \sin \theta \\ \frac{F}{l} &= (5,0 \text{ A})(0,30 \text{ T}) \\ \frac{F}{l} &= 1,5 \text{ N/m}. \end{aligned}$$

Direccionalidad: Apunte con los dedos en la dirección  $y$  positiva y curve los dedos en la dirección  $x$  positiva. El pulgar apuntará en la dirección  $-\hat{k}$ . Por lo tanto, con la direccionalidad, la solución es

$$\frac{\vec{F}}{l} = -1,5\hat{k} \text{ N/m}.$$

- b. La corriente por la longitud y el campo magnético se escriben en notación vectorial unitaria. Entonces, tomamos el producto cruz para calcular la fuerza:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= I\vec{l} \times \vec{B} = (5,0\text{A})l\hat{j} \times (0,30T \cos(30^\circ)\hat{i} + 0,30T \sin(30^\circ)\hat{j}) \\ \vec{F}/l &= -1,30\hat{k} \text{ N/m}. \end{aligned}$$

**Importancia**

Este gran campo magnético crea una fuerza significativa en una pequeña longitud de cable. A medida que el

ángulo del campo magnético se alinea más estrechamente con la corriente en el cable, hay menos fuerza sobre él, como se ve al comparar las partes a y b.

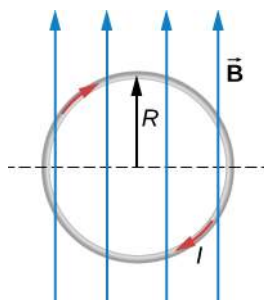
### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 11.3**

Un cable de cobre recto y flexible se sumerge en un campo magnético dirigido hacia la página. (a) Si la corriente del cable corre en la dirección  $+x$ , ¿hacia qué lado se doblará el cable? (b) ¿Hacia qué lado se doblará el cable si la corriente corre en la dirección  $-x$ ?

### ✿ **EJEMPLO 11.6**

#### **Fuerza en un cable circular**

Un bucle circular de radio  $R$  que porta una corriente  $I$  se sitúa en el plano  $xy$ . Un campo magnético uniforme y constante atraviesa el bucle paralelamente al eje  $y$  (Figura 11.14). Halle la fuerza magnética sobre la mitad superior del bucle, la mitad inferior del bucle y la fuerza total sobre este.



**FIGURA 11.14** Un bucle de cable que porta una corriente en un campo magnético.

#### **Estrategia**

La fuerza magnética sobre el bucle superior debe escribirse en términos de la fuerza diferencial que actúa sobre cada segmento de él. Si integramos sobre cada pieza diferencial, resolvemos la fuerza global en esa sección del bucle. La fuerza en el bucle inferior se calcula de manera similar, y la fuerza total es la suma de estas dos fuerzas.

#### **Solución**

Una fuerza diferencial sobre un trozo de cable arbitrario situado en el anillo superior es:

$$dF = IB \sin \theta dl.$$

donde  $\theta$  es el ángulo entre la dirección del campo magnético ( $y+$ ) y el segmento de cable. Un segmento diferencial se encuentra en el mismo radio, por lo que al utilizar una fórmula de longitud de arco, tenemos:

$$\begin{aligned} dl &= R d\theta \\ dF &= IBR \sin \theta d\theta. \end{aligned}$$

Para hallar la fuerza sobre un segmento, integramos sobre la mitad superior del círculo, de  $0$  a  $\pi$ . Esto da como resultado:

$$F = IBR \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta = IBR(-\cos \pi + \cos 0) = 2IBR.$$

La mitad inferior del bucle se integra de  $\pi$  a  $2\pi$ , lo que nos da:

$$F = IBR \int_{\pi}^0 \sin\theta d\theta = IBR(-\cos\theta + \cos\pi) = -2IBR.$$

La fuerza neta es la suma de estas fuerzas, que es cero.

### Importancia

La fuerza total sobre cualquier bucle cerrado en un campo magnético uniforme es cero. Aunque cada pieza del bucle tiene una fuerza que actúa sobre él, la fuerza neta sobre el sistema es cero. (Observe que hay un torque neto en el bucle, que consideramos en la siguiente sección).

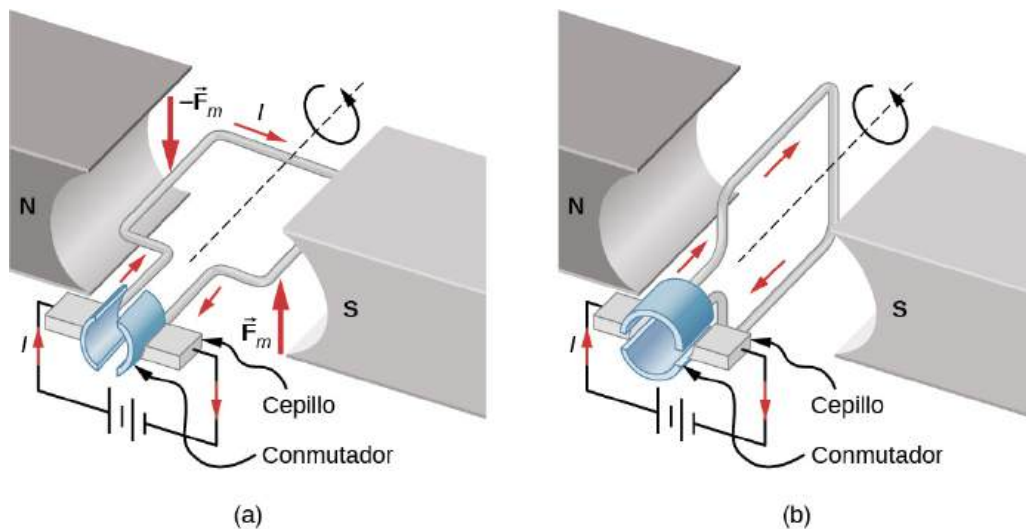
## 11.5 Fuerza y torque en un bucle de corriente

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Evaluar la fuerza neta sobre un bucle de corriente en un campo magnético externo.
- Evaluar el torque neto en un bucle de corriente en un campo magnético externo.
- Definir el momento dipolar magnético de un bucle de corriente.

Los **motores** son la aplicación más común de la fuerza magnética en los cables portadores de corriente. Los motores contienen bucles de cable en un campo magnético. Cuando la corriente pasa por los bucles, el campo magnético ejerce un torque en los bucles, que hace girar un eje. La energía eléctrica se convierte en trabajo mecánico en el proceso. Una vez que la superficie del bucle se alinea con el campo magnético, el sentido de la corriente se invierte, por lo que hay un torque continuo en el bucle (Figura 11.15). Esta inversión de la corriente se realiza con conmutadores y escobillas. El conmutador se ajusta para invertir el flujo de corriente en los puntos establecidos para mantener un movimiento continuo en el motor. Un conmutador básico tiene tres zonas de contacto que hay que evitar y puntos muertos en los que el bucle tendría un torque instantáneo cero en ese punto. Las escobillas presionan contra el conmutador, creando un contacto eléctrico entre sus partes durante el movimiento de giro.



**FIGURA 11.15** Versión simplificada de un motor eléctrico de corriente continua. (a) El bucle de alambre rectangular se coloca en un campo magnético. Las fuerzas sobre los alambres más cercanos a los polos magnéticos (N y S) son de sentido opuesto, tal y como determina la regla 1 de la mano derecha. Por lo tanto, el bucle tiene un torque neto y gira hasta la posición indicada en (b). (b) Las escobillas tocan ahora los segmentos del conmutador, por lo que no circula corriente por el bucle. Sobre el bucle no actúa ningún torque, pero el bucle sigue girando a partir de la velocidad inicial que se le dio en la parte (a). En el momento en que se invierte el bucle, la corriente vuelve a circular por los alambres, pero ahora en sentido contrario, y el proceso se repite como en la parte (a). Esto provoca una rotación continua del bucle.

En un campo magnético uniforme, un bucle de alambre que porta corriente, como el bucle de un motor, experimenta tanto fuerzas como torque en el bucle. La [Figura 11.16](#) muestra un bucle de alambre rectangular que porta una corriente  $I$  y tiene lados de longitudes  $a$  y  $b$ . El bucle está en un campo magnético uniforme  $\vec{B} = B\hat{j}$ . La fuerza magnética sobre un cable recto portador de corriente de longitud  $l$  viene dada por  $I\vec{l} \times \vec{B}$ . Para calcular la fuerza neta sobre el bucle, tenemos que aplicar esta ecuación a cada uno de los cuatro lados. La fuerza en el lado 1 es

$$\vec{F}_1 = IaB\sin(90^\circ - \theta)\hat{i} = IaB\cos\theta\hat{i} \quad 11.14$$

donde la dirección ha sido determinada con la RHR-1. La corriente en el lado 3 fluye en dirección opuesta a la del lado 1, por lo que

$$\vec{F}_3 = -IaB\sin(90^\circ + \theta)\hat{i} = -IaB\cos\theta\hat{i}. \quad 11.15$$

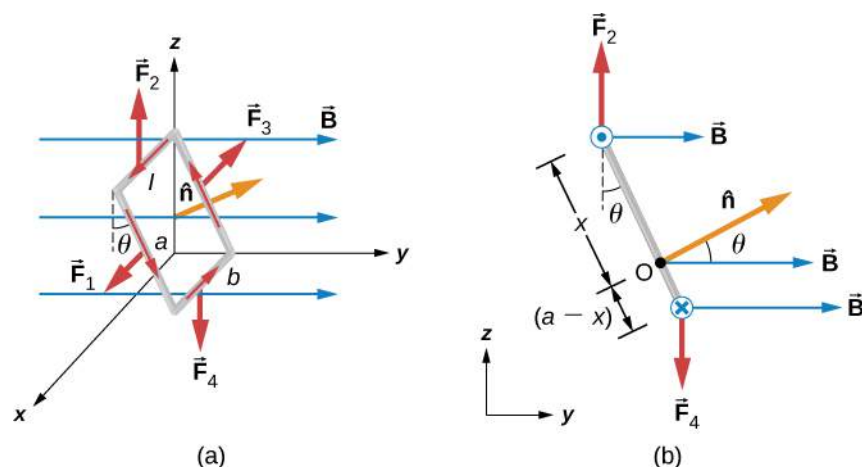
Las corrientes de los lados 2 y 4 son perpendiculares a  $\vec{B}$  y las fuerzas en estos lados son

$$\vec{F}_2 = IbB\hat{k}, \quad \vec{F}_4 = -IbB\hat{k}. \quad 11.16$$

Ahora podemos calcular la fuerza neta en el bucle:

$$\sum \vec{F}_{\text{neta}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0. \quad 11.17$$

Aunque este resultado ( $\Sigma F = 0$ ) se ha obtenido para un bucle rectangular, es mucho más general y vale para bucles portadores de corriente de formas arbitrarias; es decir, no hay fuerza neta en un bucle de corriente en un campo magnético uniforme.



**FIGURA 11.16** (a) Un bucle de corriente rectangular en un campo magnético uniforme está sometido a un torque neto pero no a una fuerza neta. (b) Una vista lateral de la bobina.

Para calcular el torque neto en el bucle de corriente mostrado en la [Figura 11.16](#), primero consideramos  $F_1$  y  $F_3$ . Como tienen la misma línea de acción y son iguales y opuestos, la suma de sus torques alrededor de cualquier eje es cero (ver [Rotación de eje fijo \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/10-introduccion\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/10-introduccion)). Por lo tanto, si hay algún torque en el bucle, debe ser proporcionado por  $F_2$  y  $F_4$ .

Calculemos los torques alrededor del eje que pasa por el punto  $O$  de la [Figura 11.16](#) (una vista lateral de la bobina) y es perpendicular al plano de la página. El punto  $O$  está a una distancia  $x$  del lado 2 y a una distancia  $(a - x)$  desde el lado 4 del bucle. Los brazos de momento de  $F_2$  y  $F_4$  son  $x \sin\theta$  y  $(a - x) \sin\theta$ , respectivamente, por lo que el torque neto en el bucle es

$$\begin{aligned} \sum \vec{\tau} &= \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \vec{\tau}_3 + \vec{\tau}_4 = F_2 x \sin\theta \hat{i} - F_4 (a - x) \sin(\theta) \hat{i} \\ &= -IbBx \sin\theta \hat{i} - IbB(a - x) \sin\theta \hat{i}. \end{aligned} \quad 11.18$$

Esto se simplifica a

$$\vec{\tau} = -IAB \sin\theta \hat{i} \quad 11.19$$



donde  $A = ab$  es el área del bucle.

Observe que este torque es independiente de  $x$ ; por lo tanto, es independiente de dónde se encuentre el punto  $O$  en el plano del bucle de corriente. En consecuencia, el bucle experimenta el mismo torque del campo magnético alrededor de cualquier eje en el plano del bucle y paralelo al eje  $x$ .

Un bucle de corriente cerrado se denomina comúnmente **dipolo magnético** y el término  $IA$  se conoce como su **momento dipolar magnético**  $\mu$ . En realidad, el momento dipolar magnético es un vector que se define como

$$\vec{\mu} = IA\hat{n} \quad 11.20$$

donde  $\hat{n}$  es un vector unitario dirigido perpendicularmente al plano del bucle (consulte la [Figura 11.16](#)). La dirección de  $\hat{n}$  se obtiene con la RHR-2: si se curvan los dedos de la mano derecha en la dirección del flujo de corriente en el bucle, entonces el pulgar apunta a lo largo de  $\hat{n}$ . Si el bucle contiene  $N$  vueltas de cable, su momento dipolar magnético viene dado por

$$\vec{\mu} = NIA\hat{n}. \quad 11.21$$

En términos del momento dipolar magnético, el torque en un bucle de corriente debido a un campo magnético uniforme puede escribirse simplemente como

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}. \quad 11.22$$

Esta ecuación es válida para un bucle de corriente en un plano bidimensional de forma arbitraria.

Al utilizar un cálculo análogo al encontrado en [Capacitancia](#) para un dipolo eléctrico, la energía potencial de un dipolo magnético es

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}. \quad 11.23$$



## EJEMPLO 11.7

### Fuerzas y torques en los bucles portadores de corriente

Un bucle circular de radio 2,0 cm conduce una corriente de 2,0 mA. (a) ¿Cuál es la magnitud de su momento dipolar magnético? (b) Si el dipolo está orientado a 30 grados respecto a un campo magnético uniforme de magnitud 0,50 T, ¿cuál es la magnitud del torque que experimenta y cuál es su energía potencial?

#### Estrategia

El momento dipolar se define por la corriente multiplicada por el área del bucle. El área del bucle se puede calcular a partir del área del círculo. El torque en el bucle y la energía potencial se calculan a partir de la identificación del momento magnético, el campo magnético y el ángulo orientado en el campo.

#### Solución

- a. El momento magnético  $\mu$  se calcula mediante la corriente por el área del bucle o  $\pi r^2$ .

$$\mu = IA = (2,0 \times 10^{-3} \text{ A})(\pi(0,02 \text{ m})^2) = 2,5 \times 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

- b. El torque y la energía potencial se calculan identificando el momento magnético, el campo magnético y el ángulo entre estos dos vectores. Los cálculos de estas cantidades son:

$$\tau = \vec{\mu} \times \vec{B} = \mu B \sin \theta = (2,5 \times 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{m}^2)(0,50 \text{ T}) \sin(30^\circ) = 6,3 \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos \theta = -(2,5 \times 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{m}^2)(0,50 \text{ T}) \cos(30^\circ) = -1,1 \times 10^{-6} \text{ J}.$$

#### Importancia

El concepto de momento magnético a nivel atómico se analiza en el siguiente capítulo. El concepto de alinear el momento magnético con el campo magnético es la funcionalidad de dispositivos como los motores

magnéticos, en los que la conmutación del campo magnético externo da lugar a un giro constante del bucle mientras intenta alinearse con el campo para minimizar su energía potencial.

## ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 11.4**

### Compruebe lo aprendido

¿En qué orientación tendría que estar un dipolo magnético para producir (a) un torque máximo en un campo magnético? (b) Una energía máxima del dipolo?

## 11.6 El efecto Hall

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar la corrección de Maxwell de la ley de Ampère incluida la corriente de desplazamiento.
- Enunciar y aplicar las ecuaciones de Maxwell en forma integral.
- Describir cómo la simetría entre los campos eléctricos y magnéticos cambiantes explica la predicción de Maxwell sobre ondas electromagnéticas.
- Describir cómo Hertz confirmó la predicción de Maxwell sobre las ondas electromagnéticas.

En 1879, E. H. Hall ideó un experimento que puede utilizarse para identificar el signo de los portadores de carga predominantes en un material conductor. Desde una perspectiva histórica, este experimento fue el primero en demostrar que los portadores de carga en la mayoría de los metales son negativos.

### 🔗 **INTERACTIVO**

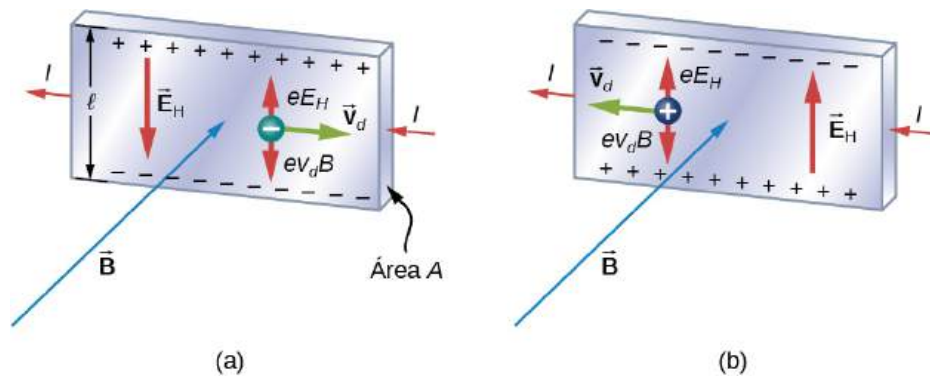
Visite este [sitio web \(https://openstax.org/l/21halleffect\)](https://openstax.org/l/21halleffect) para encontrar más información sobre el efecto Hall.

Investigamos el **efecto Hall** al estudiar el movimiento de los electrones libres a lo largo de una banda de metal de anchura  $l$  en un campo magnético constante ([Figura 11.17](#)). Los electrones se mueven de izquierda a derecha, por lo que la fuerza magnética que experimentan los empuja hacia el borde inferior de la tira. Esto deja un exceso de carga positiva en el borde superior de la tira, lo que da lugar a un campo eléctrico  $E$  dirigido de arriba a abajo. La concentración de carga en ambos bordes se acumula hasta que la fuerza eléctrica sobre los electrones en una dirección se equilibra con la fuerza magnética sobre ellos en la dirección opuesta. El equilibrio se alcanza cuando:

$$eE = ev_d B \quad 11.24$$

donde  $e$  es la magnitud de la carga del electrón,  $v_d$  es la velocidad de deriva de los electrones, y  $E$  es la magnitud del campo eléctrico creado por la carga separada. Al resolver esto para la velocidad de deriva se obtiene

$$v_d = \frac{E}{B} \quad 11.25$$



**FIGURA 11.17** En el efecto Hall, se produce una diferencia de potencial entre los bordes superior e inferior de la banda metálica cuando los portadores de carga en movimiento son desviados por el campo magnético. (a) Efecto Hall para portadores de carga negativa; (b) Efecto Hall para portadores de carga positiva.

Una situación en la que los campos eléctrico y magnético son perpendiculares entre sí se denomina situación de campo cruzado. Si estos campos producen fuerzas iguales y opuestas sobre una partícula cargada con la velocidad que iguala las fuerzas, estas partículas son capaces de pasar por un aparato, llamado **selector de velocidad**, sin ser desviadas. Esta velocidad se representa en la [Ecuación 11.26](#). Cualquier otra velocidad de una partícula cargada enviada a los mismos campos sería desviada por la fuerza magnética o la fuerza eléctrica.

Volviendo al efecto Hall, si la corriente en la tira es  $I$ , entonces a partir de [Corriente y resistencia](#), sabemos que

$$I = nev_d A \quad 11.26$$

donde  $n$  es el número de portadores de carga por volumen y  $A$  es el área de la sección transversal de la tira. Al combinar las ecuaciones de  $v_d$  y  $I$  se obtiene

$$I = ne \left( \frac{E}{B} \right) A. \quad 11.27$$

El campo  $E$  está relacionado con la diferencia de potencial  $V$  entre los bordes de la tira por

$$E = \frac{V}{l}. \quad 11.28$$

La cantidad  $V$  se denomina potencial Hall y se puede medir con un voltímetro. Finalmente, al combinar las ecuaciones de  $I$  y  $E$  obtenemos

$$V = \frac{IBl}{neA} \quad 11.29$$

donde el borde superior de la tira en la [Figura 11.17](#) es positivo con respecto al borde inferior.

También podemos combinar la [Ecuación 11.24](#) y la [Ecuación 11.28](#) para obtener una expresión para el voltaje Hall en términos del campo magnético:

$$V = Blv_d. \quad 11.30$$

¿Y si los portadores de carga son positivos, como en la [Figura 11.17](#)? Para la misma corriente  $I$ , la magnitud de  $V$  sigue estando dada por la [Ecuación 11.29](#). Sin embargo, el borde superior es ahora negativo con respecto al borde inferior. Por lo tanto, simplemente al medir el signo de  $V$ , podemos determinar el signo de los portadores de carga mayoritarios en un metal.

Las mediciones del potencial Hall muestran que los electrones son los portadores de carga dominantes en la mayoría de los metales. Sin embargo, los potenciales Hall indican que para unos pocos metales, como el tungsteno, el berilio y muchos semiconductores, la mayoría de los portadores de carga son positivos. Resulta que la conducción por carga positiva está causada por la migración de sitios de electrones perdidos (llamados

agujeros) en los iones. La conducción por agujeros se estudia más adelante en [Física de la materia condensada \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/9-introduccion\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/9-introduccion).

El efecto Hall puede utilizarse para medir campos magnéticos. Si un material con una densidad conocida de portadores de carga  $n$  se coloca en un campo magnético y se mide  $V$ , entonces se puede determinar el campo a partir de la [Ecuación 11.29](#). En los laboratorios de investigación en los que los campos de los electroimanes utilizados para mediciones precisas tienen que ser extremadamente estables, se suele utilizar una "sonda Hall" como parte de un circuito electrónico que regula el campo.

## EJEMPLO 11.8

### Selector de velocidad

Un rayo de electrones entra en un selector de velocidad de campo cruzado con campos magnéticos y eléctricos de 2,0 mT y  $6,0 \times 10^3$  N/C, respectivamente. (a) ¿Cuál debe ser la velocidad del rayo de electrones para atravesar los campos cruzados sin ser desviado? Si se apaga el campo eléctrico, (b) ¿cuál es la aceleración del rayo de electrones y (c) cuál es el radio del movimiento circular resultante?

#### Estrategia

El rayo de electrones no es desviado por ninguno de los dos campos magnéticos o eléctricos si estas fuerzas están equilibradas. A partir de estas fuerzas equilibradas, calculamos la velocidad del rayo. Sin el campo eléctrico, en la segunda ley de Newton solo se utiliza la fuerza magnética para hallar la aceleración. Por último, el radio de la trayectoria se basa en el movimiento circular resultante de la fuerza magnética.

#### Solución

- a. La velocidad del rayo de electrones no perturbado con campos cruzados se calcula mediante [Ecuación 11.25](#):

$$v_d = \frac{E}{B} = \frac{6 \times 10^3 \text{ N/C}}{2 \times 10^{-3} \text{ T}} = 3 \times 10^6 \text{ m/s.}$$

- b. La aceleración se calcula a partir de la fuerza neta del campo magnético, igual a la masa por la aceleración. La magnitud de la aceleración es:

$$ma = qvB$$

$$a = \frac{qvB}{m} = \frac{(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(3 \times 10^6 \text{ m/s})(2 \times 10^{-3} \text{ T})}{9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}} = 1,1 \times 10^{15} \text{ m/s}^2.$$

- c. El radio de la trayectoria proviene de un equilibrio de las fuerzas circulares y magnéticas, o [Ecuación 11.25](#):

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{(9,1 \times 10^{-31} \text{ kg})(3 \times 10^6 \text{ m/s})}{(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(2 \times 10^{-3} \text{ T})} = 8,5 \times 10^{-3} \text{ m.}$$

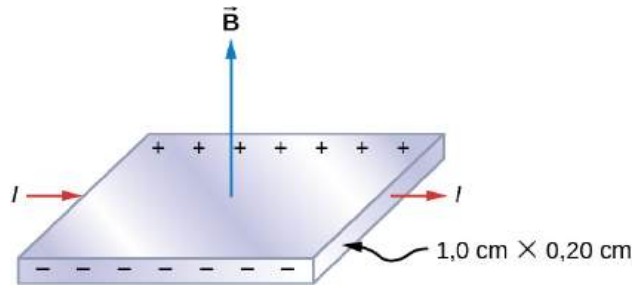
#### Importancia

Si los electrones del rayo tuvieran velocidades superiores o inferiores a la respuesta de la parte (a), esos electrones tendrían una fuerza neta más fuerte ejercida por el campo magnético o eléctrico. Por lo tanto, solo los electrones a esta velocidad específica lo lograrían.

## EJEMPLO 11.9

### El potencial Hall en una cinta de plata

La [Figura 11.18](#) muestra una cinta de plata cuya sección transversal es de 1,0 cm por 0,20 cm. La cinta lleva una corriente de 100 A de izquierda a derecha, y se encuentra en un campo magnético uniforme de magnitud 1,5 T. Utilizando un valor de densidad de  $n = 5,9 \times 10^{28}$  electrones por metro cúbico para la plata, calcule el potencial Hall entre los bordes de la cinta.



**FIGURA 11.18** Se muestra el potencial Hall en una cinta de plata en un campo magnético.

### Estrategia

Como la mayoría de los portadores de carga son electrones, la polaridad del voltaje Hall es la indicada en la figura. El valor del voltaje Hall se calcula mediante la [Ecuación 11.29](#):

$$V = \frac{IBl}{neA}$$

### Solución

Para calcular el voltaje Hall, necesitamos conocer la corriente que atraviesa el material, el campo magnético, la longitud, el número de portadores de carga y el área. Como todo esto está dado, el voltaje Hall se calcula como:

$$V = \frac{IBl}{neA} = \frac{(100 \text{ A})(1,5 \text{ T})(1,0 \times 10^{-2} \text{ m})}{(5,9 \times 10^{28} / \text{m}^3)(1,6 \times 10^{-19} \text{ C})(2,0 \times 10^{-5} \text{ m}^2)} = 7,9 \times 10^{-6} \text{ V}.$$

### Importancia

Como en este ejemplo, el potencial Hall es generalmente muy pequeño y se requiere una cuidadosa experimentación con equipos sensibles para su medición.

## ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 11.5

Una sonda Hall consiste en una tira de cobre,  $n = 8,5 \times 10^{28}$  electrones por metro cúbico, que tiene 2,0 cm de ancho y 0,10 cm de espesor. ¿Cuál es el campo magnético cuando  $I = 50 \text{ A}$  y el potencial Hall es (a)  $4,0 \mu\text{V}$  y (b)  $6,0 \mu\text{V}$ ?

## 11.7 Aplicaciones de las fuerzas y campos magnéticos

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

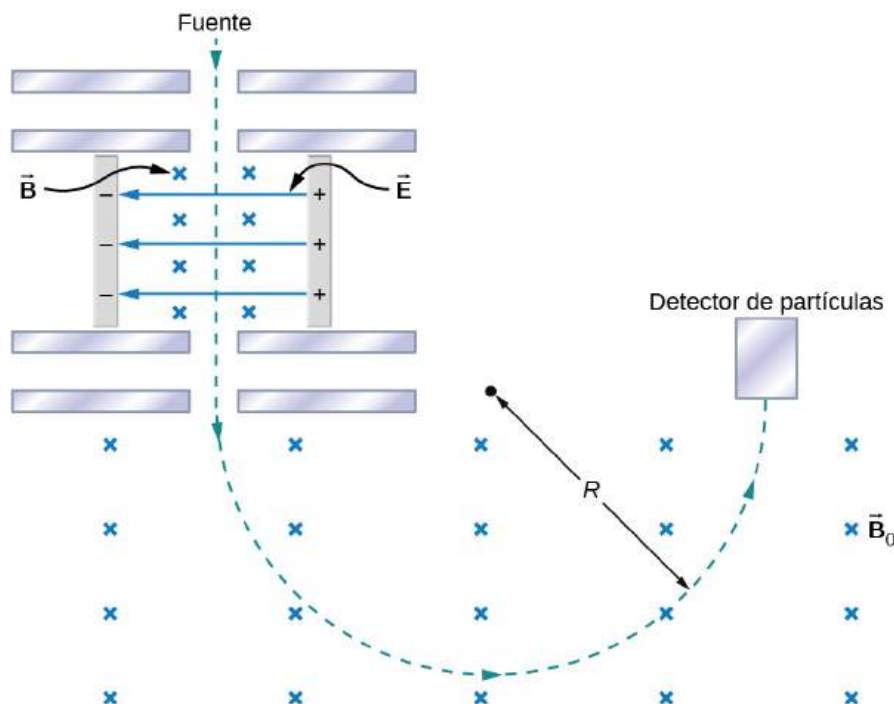
- Explicar cómo funciona un espectrómetro de masas para separar cargas.
- Explicar cómo funciona un ciclotrón.

Poder manipular y clasificar las partículas cargadas permite profundizar en la experimentación para entender de qué está hecha la materia. En primer lugar, observamos un espectrómetro de masas para ver cómo podemos separar los iones por su relación carga-masa. A continuación, hablaremos de los ciclotrones como método para acelerar cargas a energías muy altas.

### Espectrómetro de masas

El **espectrómetro de masas** es un dispositivo que separa los iones según su relación carga-masa. Una versión concreta, el espectrómetro de masas de Bainbridge, se ilustra en la [Figura 11.19](#). Los iones producidos en una fuente se envían primero a través de un selector de velocidad, donde la fuerza magnética se equilibra por igual con la fuerza eléctrica. Estos iones salen todos con la misma velocidad  $v = E/B$  ya que cualquier ion con una velocidad diferente es desviado preferentemente por la fuerza eléctrica o magnética y, en última instancia, bloqueado de la siguiente etapa. A continuación, entran en un campo magnético uniforme  $B_0$  donde recorren una trayectoria circular cuyo radio  $R$  viene dado por la [Ecuación 11.3](#). El radio se mide con un detector de

partículas situado como se muestra en la figura.



**FIGURA 11.19** Un esquema del espectrómetro de masas de Bainbridge, que muestra las partículas cargadas que salen de una fuente, seguidas de un selector de velocidad donde se equilibran las fuerzas eléctricas y magnéticas, seguido de una región de campo magnético uniforme donde se detecta finalmente la partícula.

La relación entre la tasa carga-masa  $q/m$  y el radio  $R$  se determina combinando la [Ecuación 11.3](#) y la [Ecuación 11.25](#):

$$\frac{q}{m} = \frac{E}{BB_0 R}. \quad 11.31$$

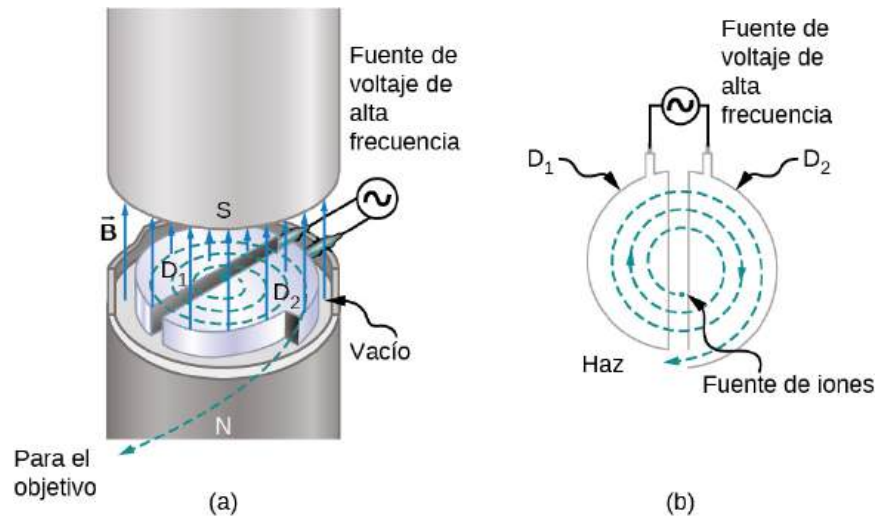
Dado que la mayoría de los iones están cargados de manera individual ( $q = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ), los valores medidos de  $R$  pueden utilizarse con esta ecuación para determinar la masa de los iones. Con los instrumentos modernos, las masas pueden determinarse con una parte en  $10^8$ .

Un uso interesante de un espectrómetro es como parte de un sistema para detectar fugas muy pequeñas en un aparato de investigación. En los laboratorios de física de baja temperatura, un dispositivo conocido como refrigerador de dilución utiliza una mezcla de He-3, He-4 y otros criógenos para alcanzar temperaturas muy por debajo de 1 K. El rendimiento del refrigerador se ve gravemente afectado si se produce incluso una mínima fuga entre sus distintos componentes. Por lo tanto, antes de que se enfríe a la temperatura deseada, el refrigerador se somete a una prueba de estanqueidad. En uno de sus compartimentos se inyecta una pequeña cantidad de helio gaseoso, mientras que un compartimento adyacente, pero supuestamente aislado, está conectado a una bomba de alto vacío a la que está conectado un espectrómetro de masas. Un filamento calentado ioniza los átomos de helio evacuados por la bomba. La detección de estos iones por el espectrómetro indica entonces una fuga entre los dos compartimentos del refrigerador de dilución.

Junto con la cromatografía de gases, los espectrómetros de masas se utilizan ampliamente para identificar sustancias desconocidas. Mientras que la parte de la cromatografía de gases descompone la sustancia, el espectrómetro de masas separa las moléculas ionizadas resultantes. Esta técnica se utiliza con los restos de un incendio para determinar la causa, en los cuerpos policiales para identificar drogas ilegales, en seguridad para identificar explosivos y en muchas aplicaciones medicinales.

## Ciclotrón

El **ciclotrón** fue desarrollado por E. O. Lawrence para acelerar partículas cargadas (normalmente protones, deuterones o partículas alfa) hasta alcanzar grandes energías cinéticas. Estas partículas se utilizan después en experimentos de colisión nuclear para producir isótopos radiactivos. Se ilustra un ciclotrón en la [Figura 11.20](#). Las partículas se mueven entre dos recipientes de metal planos y semicilíndricos D1 y D2, llamados **dees**. Los dees están encerrados en un recipiente de metal más grande y el aparato se coloca entre los polos de un electroimán que proporciona un campo magnético uniforme. El aire se retira del gran contenedor para que las partículas no pierdan energía ni se desvíen debido a las colisiones con las moléculas de aire. Los dees están conectados a una fuente de voltaje de alta frecuencia que proporciona un campo eléctrico alterno en la pequeña región entre ellos. Como los dees son de metal, su interior está protegido del campo eléctrico.



**FIGURA 11.20** El interior de un ciclotrón. Se aplica un campo magnético uniforme a medida que los protones que circulan viajan a través de los dees, ganando energía a medida que atraviesan el espacio entre los dees.

Supongamos que se inyecta una partícula cargada positivamente en el espacio entre los dees cuando D2 está a un potencial positivo respecto a D1. La partícula es entonces acelerada a través del espacio y entra en D1 después de ganar energía cinética  $qV$ , donde  $V$  es la diferencia de potencial media que experimenta la partícula entre los dees. Cuando la partícula está dentro de D1, solo el campo magnético uniforme  $\vec{B}$  del electroimán actúa sobre ella, por lo que la partícula se mueve en un círculo de radio

$$r = \frac{mv}{qB} \quad 11.32$$

con un periodo de

$$T = \frac{2\pi m}{qB}. \quad 11.33$$

El periodo del curso del voltaje alterno se fija en  $T$ , de modo que mientras la partícula está dentro de D1, moviéndose a lo largo de su órbita semicircular en un tiempo  $T/2$ , la polaridad de los dees se invierte. Cuando la partícula vuelve a entrar en el espacio, D1 es positivo con respecto a D2, y la partícula se acelera de nuevo a través del espacio, ganando así una energía cinética  $qV$ . A continuación, la partícula entra en D2, circula en un círculo ligeramente mayor y sale de D2 tras pasar un tiempo  $T/2$  en este dee. Este proceso se repite hasta que la órbita de la partícula alcanza el límite de los dees. En ese momento, la partícula (en realidad, un rayo de partículas) se extrae del ciclotrón y se utiliza para algún propósito experimental.

El funcionamiento del ciclotrón depende del hecho de que, en un campo magnético uniforme, el periodo orbital de una partícula es independiente de su radio y de su energía cinética. Por lo tanto, el periodo de la fuente de voltaje alterno solo debe fijarse en el valor dado por la [Ecuación 11.33](#). Con esa configuración, el campo eléctrico acelera las partículas cada vez que se encuentran entre los dees.

Si el radio orbital máximo en el ciclotrón es  $R$ , entonces desde la [Ecuación 11.32](#), la velocidad máxima de una partícula circulante de masa  $m$  y carga  $q$  es

$$v_{\text{máx.}} = \frac{qBR}{m}. \quad 11.34$$

Por lo tanto, su energía cinética al ser expulsada del ciclotrón es

$$\frac{1}{2}mv_{\text{máx.}}^2 = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m}. \quad 11.35$$

La energía cinética máxima alcanzable con este tipo de ciclotrón es de aproximadamente 30 MeV. Por encima de esta energía, los efectos relativistas se vuelven importantes, lo que hace que el periodo orbital aumente con el radio. Hasta energías de varios cientos de MeV, los efectos relativistas pueden compensarse haciendo que el campo magnético aumente gradualmente con el radio de la órbita. Sin embargo, para energías más altas, hay que utilizar métodos mucho más elaborados para acelerar las partículas.

Las partículas se aceleran a energías muy elevadas con aceleradores lineales o sincrotrones. El acelerador lineal acelera las partículas de forma continua con el campo eléctrico de una onda electromagnética que recorre un largo tubo evacuado. El Acelerador Lineal de Stanford (Stanford Linear Accelerator, SLAC) tiene unos 3,3 km de longitud y acelera electrones y positrones (electrones con carga positiva) hasta energías de 50 GeV. El sincrotrón está construido de forma que su campo magnético de flexión aumenta con la velocidad de las partículas de forma que estas permanecen en una órbita de radio fijo. El sincrotrón de mayor energía del mundo se encuentra en la Organización Europea para la Investigación Nuclear (European Organization for Nuclear Research, CERN), en la frontera franco-suiza, cerca de Ginebra. Recientemente, la CERN ha cobrado interés con el descubrimiento verificado del Bosón de Higgs (consulte [Física de partículas y cosmología](#) (<http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/11-introduccion>)). Este sincrotrón puede acelerar rayos de aproximadamente  $10^{13}$  protones a energías de aproximadamente  $10^3$  GeV.



### EJEMPLO 11.10

#### Aceleración de partículas alfa en un ciclotrón

Un ciclotrón utilizado para acelerar partículas alfa ( $m = 6,64 \times 10^{-27}$  kg,  $q = 3,2 \times 10^{-19}$  C) tiene un radio de 0,50 m y un campo magnético de 1,8 T. (a) ¿Cuál es el periodo de revolución de las partículas alfa? (b) ¿Cuál es su energía cinética máxima?

#### Estrategia

- El periodo de revolución es aproximadamente la distancia recorrida en un círculo dividida entre la velocidad. Al identificar que la fuerza magnética aplicada es la fuerza centrípeta, podemos derivar la fórmula del periodo.
- La energía cinética puede hallarse a partir de la velocidad máxima del rayo, correspondiente al radio máximo dentro del ciclotrón.

#### Solución

- Al identificar la masa, la carga y el campo magnético en el problema, podemos calcular el periodo:

$$T = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi (6,64 \times 10^{-27} \text{ kg})}{(3,2 \times 10^{-19} \text{ C})(1,8 \text{ T})} = 7,3 \times 10^{-8} \text{ s}.$$

- Al identificar la carga, el campo magnético, el radio de la trayectoria y la masa, podemos calcular la energía cinética máxima:

$$\frac{1}{2}mv_{\text{máx.}}^2 = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m} = \frac{(3,2 \times 10^{-19} \text{ C})^2 (1,8 \text{ T})^2 (0,50 \text{ m})^2}{2(6,65 \times 10^{-27} \text{ kg})} = 6,2 \times 10^{-12} \text{ J} = 39 \text{ MeV}.$$



**✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 11.6**

Se va a diseñar un ciclotrón para acelerar protones hasta energías cinéticas de 20 MeV utilizando un campo magnético de 2,0 T. ¿Cuál es el radio necesario del ciclotrón?

---

## Revisión Del Capítulo

### Términos Clave

**ciclotrón** dispositivo utilizado para acelerar partículas cargadas hasta alcanzar grandes energías cinéticas

**dees** grandes contenedores de metal utilizados en los ciclotrones que sirven para contener una corriente de partículas cargadas al aumentar su velocidad

**dipolo magnético** bucle de corriente cerrado

**efecto Hall** creación de voltaje a través de un conductor portador de corriente por un campo magnético

**espectrómetro de masas** dispositivo que separa los iones según su proporción carga-masa

**fuerza magnética** fuerza aplicada a una partícula cargada que se mueve a través de un campo magnético

**gauss**  $G$ , unidad de la intensidad del campo magnético  $1 G = 10^{-4} T$

**líneas de campo magnético** curvas continuas que muestran la dirección de un campo magnético; estas líneas apuntan en la misma dirección que la brújula, hacia el polo sur magnético de una barra magnética

**momento dipolar magnético** término  $IA$  del dipolo magnético, también llamado  $\mu$

**motor (dc)** bucle de alambre en un campo magnético; cuando la corriente pasa a través de los bucles, el campo magnético ejerce un torque en los bucles, que hace girar un eje; la energía eléctrica se convierte en trabajo mecánico en el proceso

**movimiento helicoidal** superposición del movimiento circular con un movimiento

rectilíneo que sigue una partícula cargada que se mueve en una región de campo magnético con un ángulo respecto al campo

**polo norte magnético** actualmente donde una brújula señala el norte, cerca del Polo Norte geográfico; este es el polo sur efectivo de una barra magnética, pero ha alternado entre los polos norte y sur efectivos de una barra magnética múltiples veces a lo largo de la edad de la Tierra

**polo sur magnético** actualmente donde una brújula apunta al sur, cerca del Polo Sur geográfico; este es el polo norte efectivo de una barra magnética pero se ha volteado igual que el polo norte magnético

**rayos cósmicos** compuesto por partículas que se originan principalmente en el exterior del sistema solar y llegan a la Tierra

**regla de la mano derecha-1** utilizar la mano derecha para determinar la dirección de la fuerza magnética, la velocidad de una partícula cargada o el campo magnético

**selector de velocidad** aparato en el que los campos eléctrico y magnético cruzados producen fuerzas iguales y opuestas sobre una partícula cargada que se desplaza con una velocidad específica; esta partícula se desplaza a través del selector de velocidad sin verse afectada por ninguno de los dos campos, mientras que las partículas que se desplazan con velocidades diferentes son desviadas por el aparato

**tesla** unidad del SI para el campo magnético:  $1 T = 1 N/A \cdot m$

### Ecuaciones Clave

Fuerza sobre una carga en un campo magnético

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Magnitud de la fuerza magnética

$$F = qvB \sin \theta$$

Radio de la trayectoria de una partícula en un campo magnético

$$r = \frac{mv}{qB}$$

Periodo del movimiento de una partícula en un campo magnético

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

Fuerza sobre un cable conductor de corriente en un campo magnético uniforme

$$\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B}$$

Momento dipolar magnético

$$\vec{\mu} = NIA\hat{n}$$

Torque en un bucle de corriente

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

Energía de un dipolo magnético

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

Velocidad de deriva en campos eléctricos y magnéticos cruzados

$$v_d = \frac{E}{B}$$

Potencial Hall

$$V = \frac{IBl}{neA}$$

Potencial Hall en términos de velocidad de deriva

$$V = Blv_d$$

Proporción carga-masa en un espectrómetro de masas

$$\frac{q}{m} = \frac{E}{BB_0 R}$$

Velocidad máxima de una partícula en un ciclotrón

$$v_{\text{máx.}} = \frac{qBR}{m}$$

## Resumen

### 11.1 El magnetismo y sus descubrimientos históricos

- Los imanes tienen dos tipos de polos magnéticos, llamados polo norte magnético y polo sur magnético. Los polos norte magnéticos son los que son atraídos hacia el Polo Norte geográfico de la Tierra.
- Los polos semejantes se repelen y los polos diferentes se atraen.
- Los descubrimientos de Oersted y otros sobre la respuesta de los imanes a las corrientes crearon un marco que condujo a la invención de los dispositivos electrónicos modernos, los motores eléctricos y la tecnología de imágenes magnéticas.

### 11.2 Campos y líneas magnéticas

- Las cargas que se mueven a través de un campo magnético experimentan una fuerza determinada por  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ . La fuerza es perpendicular al plano formado por  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$ .
- La dirección de la fuerza sobre una carga en movimiento viene dada por la regla de la mano derecha 1 (RHR-1): Barrer con los dedos en un plano de velocidad y campo magnético. Empiece apuntando en la dirección de la velocidad y barra hacia el campo magnético. Su pulgar apunta en la dirección de la fuerza magnética para las cargas positivas.
- Los campos magnéticos pueden representarse gráficamente mediante líneas de campo magnético, que tienen las siguientes propiedades
  1. El campo es tangente a la línea de campo

magnético.

2. La intensidad del campo es proporcional a la densidad de la línea.
  3. Las líneas de campo no pueden cruzarse.
  4. Las líneas de campo forman bucles continuos y cerrados.
- Los polos magnéticos siempre se presentan en pares de norte y sur; no es posible aislar los polos norte y sur.

### 11.3 Movimiento de una partícula cargada en un campo magnético

- Una fuerza magnética puede aportar una fuerza centrípeta y hacer que una partícula cargada se mueva en una trayectoria circular de radio  $r = \frac{mv}{qB}$ .
- El periodo de movimiento circular para una partícula cargada que se mueve en un campo magnético perpendicular al plano de movimiento es  $T = \frac{2\pi m}{qB}$ .
- El movimiento helicoidal se produce cuando la velocidad de la partícula cargada tiene una componente paralela al campo magnético y otra perpendicular al mismo.

### 11.4 Fuerza magnética sobre un conductor portador de corriente

- Una corriente eléctrica produce un campo magnético alrededor del cable.
- La direccionalidad del campo magnético producido viene determinada por la regla de la mano derecha-2, en la que el pulgar apunta en la dirección de la corriente y los dedos

envuelven el cable en la dirección del campo magnético.

- La fuerza magnética sobre los conductores portadores de corriente viene dada por  $\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B}$  donde  $I$  es la corriente y  $l$  es la longitud de un cable en un campo magnético uniforme  $B$ .

### 11.5 Fuerza y torque en un bucle de corriente

- La fuerza neta sobre un bucle portador de corriente de cualquier forma plana en un campo magnético uniforme es cero.
- El torque neto  $\tau$  en un bucle portador de corriente de cualquier forma en un campo magnético uniforme se calcula mediante  $\tau = \vec{\mu} \times \vec{B}$  donde  $\vec{\mu}$  es el momento dipolar magnético y  $\vec{B}$  es la intensidad del campo magnético.
- El momento dipolar magnético  $\mu$  es el producto del número de vueltas de cable  $N$ , la corriente en el bucle  $I$  y el área del bucle  $A$  o  $\vec{\mu} = NIA\hat{n}$ .

### 11.6 El efecto Hall

- Los campos eléctricos y magnéticos

## Preguntas Conceptuales

### 11.2 Campos y líneas magnéticas

1. Discuta las similitudes y diferencias entre la fuerza eléctrica sobre una carga y la fuerza magnética sobre una carga.
2. (a) ¿Es posible que la fuerza magnética sobre una carga que se mueve en un campo magnético sea cero? (b) ¿Es posible que la fuerza eléctrica sobre una carga que se mueve en un campo eléctrico sea cero? (c) ¿Es posible que la resultante de las fuerzas eléctrica y magnética sobre una carga que se mueve simultáneamente por ambos campos sea cero?

### 11.3 Movimiento de una partícula cargada en un campo magnético

3. En un instante dado, un electrón y un protón se mueven con la misma velocidad en un campo magnético constante. Compare las fuerzas magnéticas sobre estas partículas. Compare sus aceleraciones.
4. ¿Aumentar la magnitud de un campo magnético uniforme a través del que viaja una carga significa necesariamente aumentar la fuerza magnética sobre la carga? ¿Cambiar la dirección del campo implica necesariamente un cambio en

perpendiculares ejercen fuerzas iguales y opuestas para una velocidad específica de las partículas que entran, actuando así como un selector de velocidad. La velocidad que pasa sin desviarse se calcula mediante  $v = \frac{E}{B}$ .

- El efecto Hall puede utilizarse para medir el signo de la mayoría de los portadores de carga de los metales. También puede utilizarse para medir un campo magnético.

### 11.7 Aplicaciones de las fuerzas y campos magnéticos

- Un espectrómetro de masas es un dispositivo que separa los iones según su proporción carga-masa haciéndolos pasar primero por un selector de velocidad y luego por un campo magnético uniforme.
- Los ciclotrones se utilizan para acelerar partículas cargadas hasta alcanzar grandes energías cinéticas mediante campos eléctricos y magnéticos aplicados.

la fuerza sobre la carga?

5. Un electrón atraviesa un campo magnético sin ser desviado. ¿Qué conclusión saca sobre el campo magnético?
6. Si una partícula cargada se mueve en línea recta, ¿puede concluir que no hay campo magnético presente?
7. ¿Cómo podría determinar qué polo de un electroimán es el norte y qué polo es el sur?

### 11.4 Fuerza magnética sobre un conductor portador de corriente

8. Describa el error que se produce al utilizar accidentalmente la mano izquierda en lugar de la derecha al determinar la dirección de una fuerza magnética.
9. Teniendo en cuenta la ley de la fuerza magnética, ¿la velocidad y el campo magnético son siempre perpendiculares? ¿La fuerza y la velocidad son siempre perpendiculares? ¿Y la fuerza y el campo magnético?
10. ¿Por qué un imán cercano puede distorsionar la imagen de un televisor de tubo de rayos catódicos?
11. Un campo magnético ejerce una fuerza sobre

los electrones en movimiento en un cable portador de corriente. ¿Qué ejerce la fuerza sobre un cable?

12. Hay regiones en las que el campo magnético terrestre es casi perpendicular a la superficie de la Tierra. ¿Qué dificultad supone el uso de la brújula?

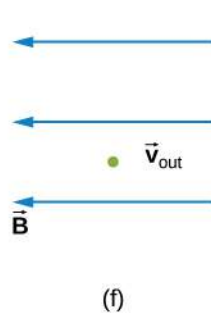
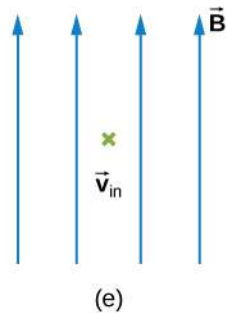
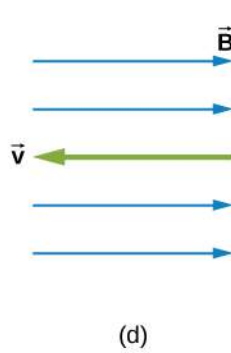
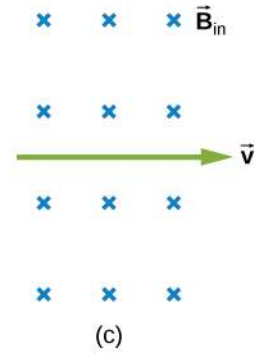
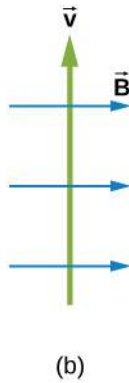
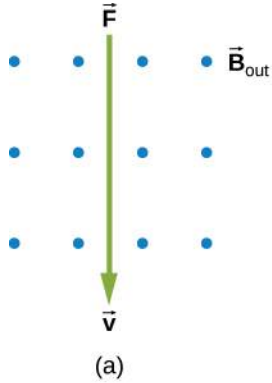
11.6 El efecto Hall

13. Los potenciales Hall son mucho mayores para

Problemas

11.2 Campos y líneas magnéticas

15. ¿Cuál es la dirección de la fuerza magnética sobre una carga positiva que se mueve como se muestra en cada uno de los seis casos?



16. Repita el ejercicio anterior para una carga

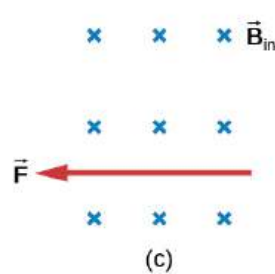
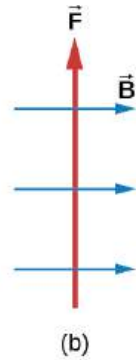
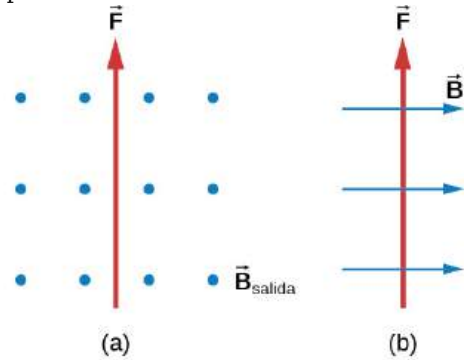
los malos conductores que para los buenos. ¿Por qué?

11.7 Aplicaciones de las fuerzas y campos magnéticos

14. Describa la función principal del campo eléctrico y del campo magnético en un ciclotrón.

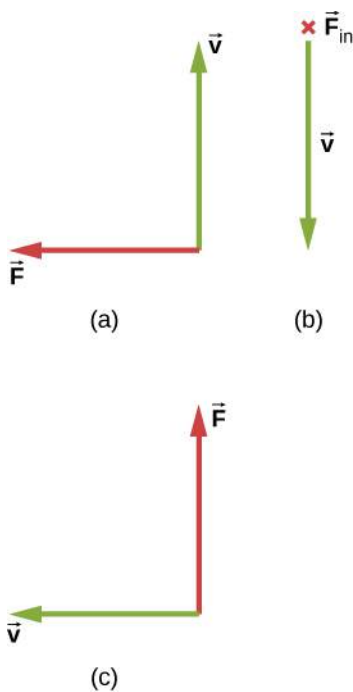
negativa.

17. ¿Cuál es la dirección de la velocidad de una carga negativa que experimenta la fuerza magnética mostrada en cada uno de los tres casos, suponiendo que se mueve perpendicularmente a B?



18. Repita el ejercicio anterior para una carga positiva.

19. ¿Cuál es la dirección del campo magnético que produce la fuerza magnética sobre una carga positiva como se muestra en cada uno de los tres casos, suponiendo que  $\vec{B}$  es perpendicular a  $\vec{v}$ ?



20. Repita el ejercicio anterior para una carga negativa.
21. (a) Los aviones a veces adquieren pequeñas cargas estáticas. Suponga que un avión supersónico tiene una carga de  $0,500 \mu\text{C}$  y vuela hacia el oeste a una velocidad de  $660 \text{ m/s}$  sobre el polo magnético sur de la Tierra, donde el campo magnético de  $8,00 \times 10^{-5} \text{ T}$  apunta directamente al suelo. ¿Cuáles son la dirección y la magnitud de la fuerza magnética sobre el plano? (b) Discuta si el valor obtenido en la parte (a) implica que se trata de un efecto significativo o no.
22. (a) Un protón de un rayo cósmico que se mueve hacia la Tierra a  $5,00 \times 10^7 \text{ m/s}$  experimenta una fuerza magnética de  $1,70 \times 10^{-16} \text{ N}$ . ¿Cuál es la intensidad del campo magnético si hay un ángulo de  $45^\circ$  entre este y la velocidad del protón? (b) ¿El valor obtenido en la parte a es consistente con la intensidad conocida del campo magnético de la Tierra en su superficie? Discuta.
23. Un electrón que se mueve a  $4,00 \times 10^3 \text{ m/s}$  en un campo magnético de  $1,25 \text{ T}$  experimenta una fuerza magnética de  $1,40 \times 10^{-16} \text{ N}$ . ¿Qué ángulo forma la velocidad del electrón con el campo magnético? Hay dos respuestas.
24. (a) Un físico que realiza una medición sensible quiere limitar la fuerza magnética sobre una carga en movimiento en su equipo a menos de  $1,00 \times 10^{-12} \text{ N}$ . ¿Cuál es el mayor valor que puede tener la carga si se mueve a una velocidad máxima de  $30,0 \text{ m/s}$  en el campo

terrestre? (b) Discuta si sería difícil limitar la carga a un valor inferior al encontrado en (a) comparándolo con la electricidad estática típica y observando que la estática suele estar ausente.

### 11.3 Movimiento de una partícula cargada en un campo magnético

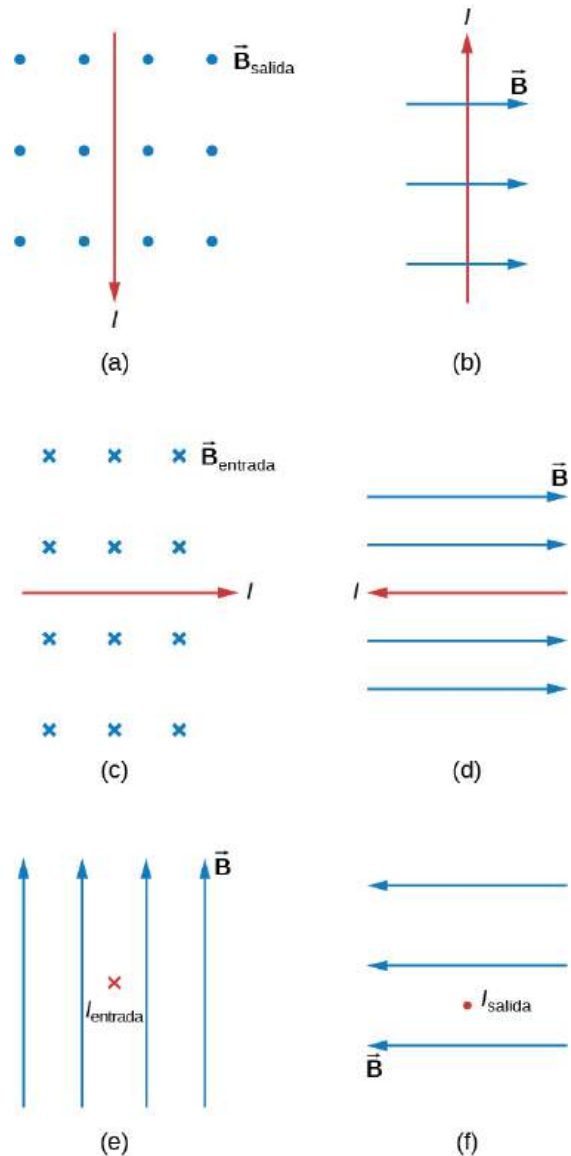
25. Un electrón de rayos cósmicos se mueve a  $7,5 \times 10^6 \text{ m/s}$  perpendicular al campo magnético de la Tierra a una altitud en la que la intensidad del campo es  $1,0 \times 10^{-5} \text{ T}$ . ¿Cuál es el radio de la trayectoria circular que sigue el electrón?
26. (a) Los espectadores de Star Trek han oído hablar de un motor de antimateria en la nave estelar *Enterprise*. Una posibilidad para esta fuente de energía futurista es almacenar partículas cargadas de antimateria en una cámara de vacío, circulando en un campo magnético, y luego extraerlas cuando se necesiten. La antimateria aniquila la materia normal, produciendo energía pura. ¿Qué fuerza de campo magnético se necesita para mantener los antiprotones, moviéndose a  $5,0 \times 10^7 \text{ m/s}$  en una trayectoria circular de  $2,00 \text{ m}$  de radio? Los antiprotones tienen la misma masa que los protones pero la carga opuesta (negativa). (b) ¿Es posible obtener esta intensidad de campo con la tecnología actual o es una posibilidad futurista?
27. (a) Un ion oxígeno-16 con una masa de  $2,66 \times 10^{-26} \text{ kg}$  viaja a  $5,0 \times 10^6 \text{ m/s}$  perpendicular a un campo magnético de  $1,20 \text{ T}$ , lo que hace que se mueva en un arco circular de  $0,231 \text{ m}$  de radio. ¿Qué carga positiva tiene el ion? (b) ¿Cuál es la relación entre esta carga y la carga de un electrón? (c) Discuta por qué la relación encontrada en (b) debe ser un número entero.
28. Un electrón en un televisor de CRT se mueve con una velocidad de  $6,0 \times 10^6 \text{ m/s}$ , en dirección perpendicular al campo terrestre, que tiene una fuerza de  $5,0 \times 10^{-5} \text{ T}$ . (a) ¿Qué intensidad de campo eléctrico hay que aplicar perpendicularmente al campo terrestre para que el electrón se mueva en línea recta? (b) Si se hace entre placas separadas  $1,00 \text{ cm}$ , ¿cuál es el voltaje aplicado? (Observe que los televisores suelen estar rodeados de un material ferromagnético para protegerlos de los campos magnéticos externos y evitar la necesidad de

dicha corrección).

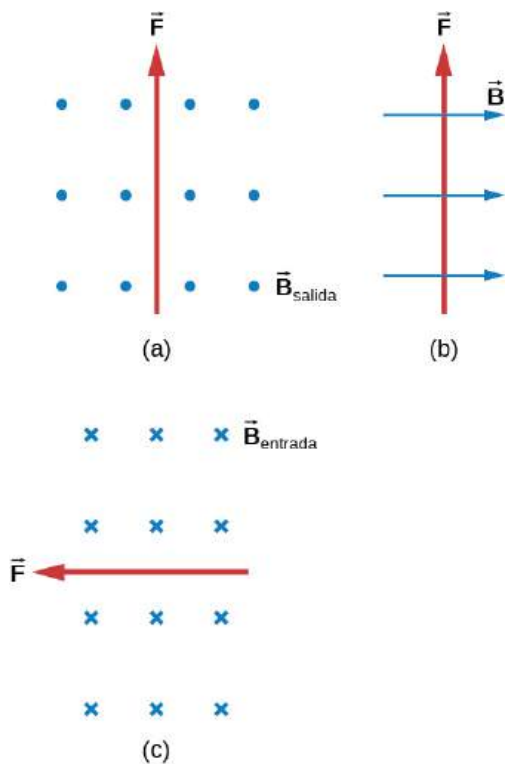
29. (a) ¿A qué velocidad se moverá un protón en una trayectoria circular del mismo radio que el electrón del ejercicio anterior? (b) ¿Cuál sería el radio de la trayectoria si el protón tuviera la misma velocidad que el electrón? (c) ¿Cuál sería el radio si el protón tuviera la misma energía cinética que el electrón? (d) ¿El mismo momento?
30. (a) ¿Qué voltaje acelerará los electrones a una velocidad de  $6,00 \times 10^{-7}$  m/s? (b) Halle el radio de curvatura de la trayectoria de un protón acelerado a través de este potencial en un campo de 0,500 T y compárelo con el radio de curvatura de un electrón acelerado a través del mismo potencial.
31. Una partícula alfa ( $m = 6,64 \times 10^{-27}$  kg,  $q = 3,2 \times 10^{-19}$  C) se desliza en una trayectoria circular de radio 25 cm en un campo magnético uniforme de magnitud 1,5 T. (a) ¿Cuál es la velocidad de la partícula? (b) ¿Cuál es la energía cinética en electronvoltios? (c) ¿A través de qué diferencia de potencial debe ser acelerada la partícula para darle esta energía cinética?
32. Una partícula de carga  $q$  y masa  $m$  es acelerada desde el reposo a través de una diferencia de potencial  $V$ , tras lo cual se encuentra con un campo magnético uniforme  $B$ . Si la partícula se mueve en un plano perpendicular a  $B$ , ¿cuál es el radio de su órbita circular?

#### 11.4 Fuerza magnética sobre un conductor portador de corriente

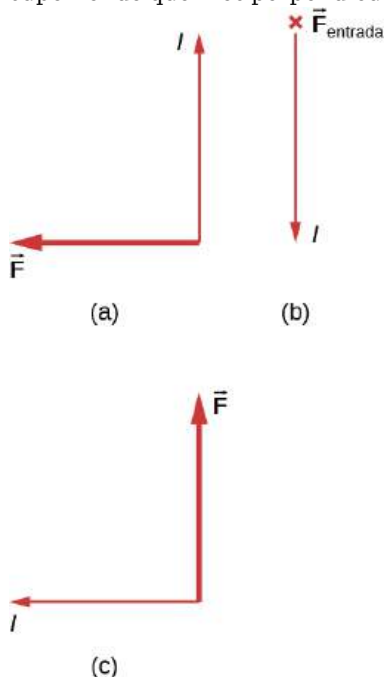
33. ¿Cuál es la dirección de la fuerza magnética sobre la corriente en cada uno de los seis casos?



34. ¿Cuál es el sentido de una corriente que experimenta la fuerza magnética indicada en cada uno de los tres casos, suponiendo que la corriente discurre perpendicular a  $\vec{B}$ ?



35. ¿Cuál es la dirección del campo magnético que produce la fuerza magnética indicada sobre las corrientes en cada uno de los tres casos, suponiendo que  $\vec{B}$  es perpendicular a  $I$ ?



36. (a) ¿Cuál es la fuerza por metro en un rayo en el ecuador que lleva 20.000 A perpendicularmente al campo  $3,0 \times 10^{-5} \text{ T}$  de la Tierra? (b) ¿Cuál es la dirección de la fuerza si la corriente es recta hacia arriba y la dirección del campo terrestre es hacia el norte, paralela al

suelo?

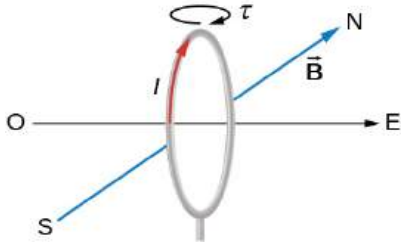
37. (a) Una línea eléctrica de corriente continua para un sistema de tren ligero conduce 1.000 A con un ángulo de  $30,0^\circ$  respecto al campo  $5,0 \times 10^{-5} \text{ T}$  de la Tierra. ¿Cuál es la fuerza en un tramo de 100 m de esta línea? (b) Discuta los problemas prácticos que esto presenta, si los hay.
38. Un cable que porta una corriente de 30,0 A pasa entre los polos de un imán fuerte que es perpendicular a su campo y experimenta una fuerza de 2,16 N sobre los 4,00 cm de cable en el campo. ¿Cuál es la intensidad media del campo?

### 11.5 Fuerza y torque en un bucle de corriente

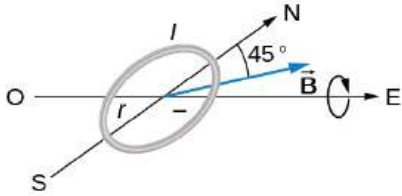
39. (a) ¿En qué porcentaje disminuye el torque de un motor si sus imanes permanentes pierden un 5,0 % de su fuerza? (b) ¿En qué porcentaje habría que aumentar la corriente para devolver la torsión a los valores originales?
40. (a) ¿Cuál es el torque máximo en un bucle cuadrado de 150 vueltas de alambre de 18,0 cm de lado que lleva una corriente de 50,0 A en un campo de 1,60 T? (b) ¿Cuál es el par cuando  $\theta$  es de  $10,9^\circ$ ?
41. Halle la corriente necesaria a través de un bucle para crear un torque máximo de  $9,0 \text{ N} \cdot \text{m}$ . El bucle tiene 50 vueltas cuadradas de 15,0 cm de lado y está en un campo magnético uniforme de 0,800 T.
42. Calcule la intensidad necesaria de campo magnético en un bucle cuadrado de 200 vueltas y 20,0 cm de lado para crear un torque máximo de  $300 \text{ N} \cdot \text{m}$  si el bucle porta 25,0 A.
43. Como la ecuación del torque en un bucle portador de corriente es  $\tau = NIAB \sin \theta$ , las unidades de  $\text{N} \cdot \text{m}$  deben ser iguales a las unidades de  $\text{A} \cdot \text{m}^2 \text{ T}$ . Compruébelo.
44. (a) ¿En qué ángulo  $\theta$  el torque en un bucle de corriente es el 90,0 % del máximo? (b) ¿El 50,0 % del máximo? (c) ¿El 10,0 % del máximo?
45. Un protón tiene un campo magnético debido a su espín. El campo es similar al creado por un bucle de corriente circular  $0,65 \times 10^{-15} \text{ m}$  de radio con una corriente de  $1,05 \times 10^4 \text{ A}$ . Halle el torque máximo de un protón en un campo de 2,50 T. (Se trata de un torque importante en una partícula pequeña).
46. (a) Un bucle circular de 200 vueltas de radio 50,0 cm es vertical, con su eje en una línea este-oeste. Una corriente de 100 A circula en el



sentido de las agujas del reloj en el bucle visto desde el este. El campo de la Tierra aquí es hacia el norte, paralelo al suelo, con una fuerza de  $3,0 \times 10^{-5} \text{ T}$ . ¿Cuál es el sentido y la magnitud del torque en el bucle? b) ¿Este dispositivo tiene alguna aplicación práctica como motor?

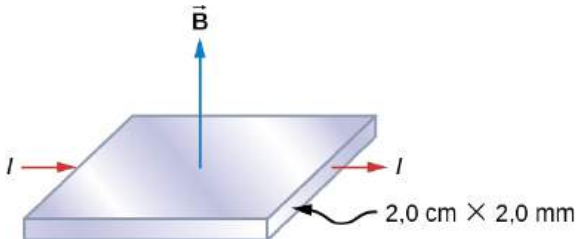


47. Repita el problema anterior, pero con el bucle tumbado en el suelo con su corriente circulando en sentido contrario a las agujas del reloj (cuando se ve desde arriba) en un lugar donde el campo de la Tierra está al norte, pero con un ángulo de  $45,0^\circ$  por debajo de la horizontal y con una fuerza de  $6,0 \times 10^{-5} \text{ T}$ .



### 11.6 El efecto Hall

48. Se coloca una tira de cobre en un campo magnético uniforme de magnitud  $2,5 \text{ T}$ . Se mide que el campo eléctrico Hall es  $1,5 \times 10^{-3} \text{ V/m}$ . (a) ¿Cuál es la velocidad de deriva de los electrones de conducción? (b) Suponiendo que  $n = 8,0 \times 10^{28}$  electrones por metro cúbico y que el área de la sección transversal de la banda es  $5,0 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ , calcule la corriente en la tira. (c) ¿Cuál es el coeficiente Hall  $1/nq$ ?
49. Las dimensiones de la sección transversal de la tira de cobre mostrada son de  $2,0 \text{ cm}$  por  $2,0 \text{ mm}$ . La cinta lleva una corriente de  $100 \text{ A}$  y se coloca en un campo magnético de magnitud  $B = 1,5 \text{ T}$ . ¿Cuáles son el valor y la polaridad del potencial Hall en la cinta de cobre?



50. Las magnitudes de los campos eléctricos y

magnéticos en un selector de velocidad son  $1,8 \times 10^5 \text{ V/m}$  y  $0,080 \text{ T}$ , respectivamente. (a) ¿Qué velocidad debe tener un protón para atravesar el selector? (b) Calcule también las velocidades necesarias para una partícula alfa y un átomo ionizado simple  ${}_8\text{O}^{16}$  para pasar por el selector.

51. Una partícula cargada se mueve a través de un selector de velocidad a velocidad constante. En el selector,  $E = 1,0 \times 10^4 \text{ N/C}$  y  $B = 0,250 \text{ T}$ . Cuando se apaga el campo eléctrico, la partícula cargada recorre una trayectoria circular de radio  $3,33 \text{ mm}$ . Determine la relación carga-masa de la partícula.
52. Una sonda Hall da una lectura de  $1,5 \mu\text{V}$  para una corriente de  $2 \text{ A}$  cuando se coloca en un campo magnético de  $1 \text{ T}$ . ¿Cuál es el campo magnético en una región donde la lectura es  $2 \mu\text{V}$  para  $1,7 \text{ A}$  de corriente?

### 11.7 Aplicaciones de las fuerzas y campos magnéticos

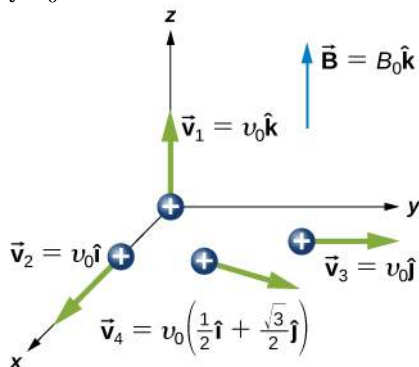
53. Un físico está diseñando un ciclotrón para acelerar protones a una décima parte de la velocidad de la luz. El campo magnético tendrá una intensidad de  $1,5 \text{ T}$ . Determine (a) el periodo de rotación de los protones que circulan y (b) el radio máximo de la órbita de los protones.
54. Las intensidades de los campos en el selector de velocidad de un espectrómetro de masas de Bainbridge son  $B = 0,500 \text{ T}$  y  $E = 1,2 \times 10^5 \text{ V/m}$ , y la fuerza del campo magnético que separa los iones es  $B_0 = 0,750 \text{ T}$ . Se halla que una corriente de iones de Li cargados de manera individual se dobla en un arco circular de radio  $2,32 \text{ cm}$ . ¿Cuál es la masa de los iones Li?
55. El campo magnético de un ciclotrón es de  $1,25 \text{ T}$ , y el radio orbital máximo de los protones que circulan es de  $0,40 \text{ m}$ . (a) ¿Cuál es la energía cinética de los protones cuando son expulsados del ciclotrón? (b) ¿Cuál es esta energía en MeV? (c) ¿A través de qué diferencia de potencial tendría que ser acelerado un protón para adquirir esta energía cinética? (d) ¿Cuál es el periodo de la fuente de voltaje utilizada para acelerar los protones? (e) Repita los cálculos para las partículas alfa.
56. Se está utilizando un espectrómetro de masas para separar el oxígeno-16 común del oxígeno-18, mucho más raro, tomado de una

muestra de hielo glacial antiguo. (La abundancia relativa de estos isótopos de oxígeno está relacionada con la temperatura climática en el momento en que se depositó el hielo). La relación de las masas de estos dos iones es de 16 a 18, la masa del oxígeno-16 es  $2,66 \times 10^{-26}$  kg, y se cargan de manera individual y viajan a  $5,00 \times 10^6$  m/s en un campo magnético de 1,20 T. ¿Cuál es la separación entre sus trayectorias cuando alcanzan un objetivo después de atravesar un semicírculo?

57. (a) En un espectrómetro de masas se separan

### Problemas Adicionales

58. Calcule la fuerza magnética sobre una hipotética partícula de carga  $1,0 \times 10^{-19}$  C moviéndose con una velocidad de  $6,0 \times 10^4 \hat{i}$  m/s en un campo magnético de  $1,2\hat{k}$  T.
59. Repita el problema anterior con un nuevo campo magnético de  $(0,4\hat{i} + 1,2\hat{k})$  T.
60. Un electrón se proyecta en un campo magnético uniforme  $(0,5\hat{i} + 0,8\hat{k})$  T con una velocidad de  $(3,0\hat{i} + 4,0\hat{j}) \times 10^6$  m/s. ¿Cuál es la fuerza magnética sobre el electrón?
61. La masa y la carga de una gota de agua son  $1,0 \times 10^{-4}$  g y  $2,0 \times 10^{-8}$  C, respectivamente. Si la gota recibe una velocidad horizontal inicial de  $5,0 \times 10^5 \hat{i}$  m/s, ¿qué campo magnético lo mantendrá en esta dirección? ¿Por qué hay que tener en cuenta la gravedad en este caso?
62. Se dan cuatro velocidades de protones diferentes. Para cada caso, determine la fuerza magnética sobre el protón en términos de  $e$ ,  $v_0$ , y  $B_0$ .



63. Un electrón de energía cinética 2.000 eV pasa entre placas paralelas que están a 1,0 cm de distancia y se mantienen a una diferencia de potencial de 300 V. ¿Cuál es la intensidad del campo magnético uniforme B que permitirá al

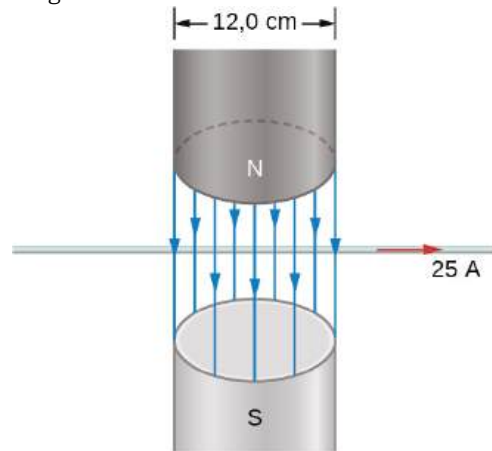
iones de uranio 235 y uranio 238 con tres cargas. (El uranio-235, mucho más raro, se utiliza como combustible de reactores). Las masas de los iones son  $3,90 \times 10^{-25}$  kg y  $3,95 \times 10^{-25}$  kg, respectivamente, y viajan a  $3,0 \times 10^5$  m/s en un campo de 0,250 T. ¿Cuál es la separación entre sus trayectorias cuando chocan con un objetivo después de atravesar un semicírculo? (b) Discuta si esta distancia entre sus trayectorias parece ser lo suficientemente grande como para ser práctica en la separación del uranio-235 del uranio-238.

electrón viajar sin desviarse a través de las placas? Supongamos que E y B son perpendiculares.

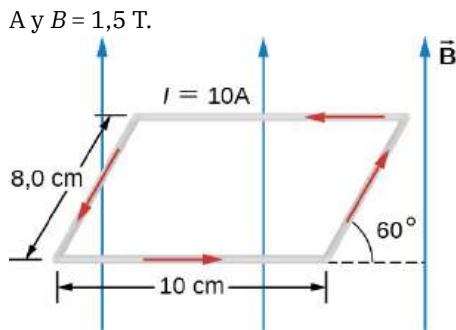
64. Una partícula alfa ( $m = 6,64 \times 10^{-27}$  kg,  $q = 3,2 \times 10^{-19}$  C) moviéndose con una velocidad  $\vec{v} = (2,0\hat{i} - 4,0\hat{k}) \times 10^6$  m/s entra en una región donde  $\vec{E} = (5,0\hat{i} - 2,0\hat{j}) \times 10^4$  V/m y  $\vec{B} = (1,0\hat{i} + 4,0\hat{k}) \times 10^{-2}$  T. ¿Cuál es la fuerza inicial sobre ella?
65. Un electrón que se mueve con una velocidad  $\vec{v} = (4,0\hat{i} + 3,0\hat{j} + 2,0\hat{k}) \times 10^6$  m/s entra en una región donde hay un campo eléctrico y un campo magnético uniformes. El campo magnético viene dado por  $\vec{B} = (1,0\hat{i} - 2,0\hat{j} + 4,0\hat{k}) \times 10^{-2}$  T. Si el electrón viaja a través de una región sin ser desviado, ¿cuál es el campo eléctrico?
66. En un instante determinado, un electrón viaja de oeste a este con una energía cinética de 10 keV. El campo magnético de la Tierra tiene una componente horizontal de  $1,8 \times 10^{-5}$  T norte y una componente vertical de  $5,0 \times 10^{-5}$  T abajo. (a) ¿Cuál es la trayectoria del electrón? (b) ¿Cuál es el radio de curvatura de la trayectoria?
67. ¿Cuál es la (a) trayectoria de un protón y (b) la fuerza magnética sobre el protón que viaja de oeste a este con una energía cinética de 10 keV en el campo magnético de la Tierra que tiene una componente horizontal de  $1,8 \times 10^{-5}$  T hacia el norte y una componente vertical de  $5,0 \times 10^{-5}$  T hacia abajo?
68. ¿Qué campo magnético se necesita para confinar un protón que se mueve con una velocidad de  $4,0 \times 10^6$  m/s a una órbita circular de radio 10 cm?
69. Un electrón y un protón se mueven con la

misma velocidad en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme. Compare los radios y periodos de sus órbitas.

70. Un protón y una partícula alfa tienen la misma energía cinética y ambos se mueven en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme. Compare los periodos de sus órbitas.
71. Un ion con carga simple toma  $2,0 \times 10^{-3}$  s para completar ocho revoluciones en un campo magnético uniforme de magnitud  $2,0 \times 10^{-2}$  T. ¿Cuál es la masa del ion?
72. Una partícula que se mueve hacia abajo a una velocidad de  $6,0 \times 10^6$  m/s entra en un campo magnético uniforme que es horizontal y está dirigido de este a oeste. (a) Si la partícula se desvía inicialmente hacia el norte en un arco circular, ¿su carga es positiva o negativa? (b) Si  $B = 0,25$  T y la proporción carga-masa ( $q/m$ ) de la partícula es  $4,0 \times 10^7$  C/kg, ¿cuál es el radio de la trayectoria? (c) ¿Cuál es la velocidad de la partícula después de haberse movido en el campo por  $1,0 \times 10^{-5}$  s? ¿Por  $2,0$  s?
73. Un protón, un deuterón y una partícula alfa son acelerados desde el reposo por la misma diferencia de potencial. Luego entran en el mismo campo magnético, moviéndose perpendicularmente a él. Calcule los cocientes de los radios de sus trayectorias circulares. Supongamos que  $m_d = 2m_p$  y  $m_\alpha = 4m_p$ .
74. Un ion con una sola carga que se mueve en un campo magnético uniforme de  $7,5 \times 10^{-2}$  T completa 10 revoluciones en  $3,47 \times 10^{-4}$  s. Identifique el ion.
75. Dos partículas tienen el mismo momento lineal, pero la partícula A tiene cuatro veces la carga de la partícula B. Si ambas partículas se mueven en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme, ¿cuál es la proporción  $R_A/R_B$  de los radios de sus órbitas circulares?
76. Un campo magnético uniforme de magnitud  $B$  se dirige en paralelo al eje  $z$ . Un protón entra en el campo con una velocidad  $\vec{v} = (4\hat{j} + 3\hat{k}) \times 10^6$  m/s y se desplaza en una trayectoria helicoidal con un radio de 5,0 cm. (a) ¿Cuál es el valor de  $B$ ? (b) ¿Cuál es el tiempo necesario para un viaje alrededor de la hélice? (c) ¿Dónde está el protón  $5,0 \times 10^{-7}$  s después de entrar en el campo?
77. Un electrón que se mueve a lo largo del eje  $+x$  a  $5,0 \times 10^6$  m/s entra en un campo magnético que hace un ángulo de  $75^\circ$  con el eje  $x$  de magnitud 0,20 T. Calcule el (a) paso y (b) radio de la trayectoria.
78. (a) Un tramo de cable de 0,750 m de longitud que porta corriente al motor de arranque de un automóvil forma un ángulo de  $60^\circ$  con el campo de  $5,5 \times 10^{-5}$  T de la Tierra. ¿Cuál es la corriente cuando el cable experimenta una fuerza de  $7,0 \times 10^{-3}$  N? b) Si se pasa el cable entre los polos de un imán de herradura fuerte, sometiendo 5,00 cm del mismo a un campo de 1,75 T, ¿qué fuerza se ejerce sobre este segmento de cable?
79. (a) ¿Cuál es el ángulo entre un cable que porta una corriente de 8,00 A y el campo de 1,20 T en el que se encuentra si 50,0 cm del cable experimentan una fuerza magnética de 2,40 N? (b) ¿Cuál es la fuerza sobre el cable si se gira para formar un ángulo de  $90^\circ$  con el campo?
80. Un segmento de cable de 1,0 m de longitud se encuentra a lo largo del eje  $x$  y lleva una corriente de 2,0 A en la dirección  $x$  positiva. Alrededor del cable está el campo magnético de  $(3,0\hat{i} \times 4,0\hat{k}) \times 10^{-3}$  T. Halle la fuerza magnética en este segmento.
81. Una sección de 5,0 m de un cable largo y recto porta una corriente de 10 A mientras se encuentra en un campo magnético uniforme de magnitud  $8,0 \times 10^{-3}$  T. Calcule la magnitud de la fuerza sobre la sección si el ángulo entre el campo y la dirección de la corriente es (a)  $45^\circ$ ; (b)  $90^\circ$ ; (c)  $0^\circ$ ; o (d)  $180^\circ$ .
82. Un electroimán produce un campo magnético de magnitud 1,5 T en toda una región cilíndrica de radio 6,0 cm. Un cable recto que porta una corriente de 25 A pasa por el campo como se muestra en la figura adjunta. ¿Cuál es la fuerza magnética sobre el cable?



83. El bucle de corriente que se muestra en la figura adjunta se encuentra en el plano de la página, al igual que el campo magnético. Determine la fuerza neta y el torque neto en el bucle si  $I = 10$



84. Una bobina circular de radio 5,0 cm está enrollada con cinco vueltas y porta una corriente de 5,0 A. Si la bobina se coloca en un campo magnético uniforme de intensidad 5,0 T, ¿cuál es el torque máximo en ella?
85. Una bobina circular de alambre de radio 5,0 cm tiene 20 vueltas y porta una corriente de 2,0 A. La bobina se encuentra en un campo magnético de magnitud 0,50 T que está dirigido paralelamente al plano de la bobina. (a) ¿Cuál es el momento dipolar magnético de la bobina? (b) ¿Cuál es el torque en la bobina?
86. Una bobina portadora de corriente en un campo magnético experimenta un torque que es el 75 % del torque máximo posible. ¿Cuál es el ángulo entre el campo magnético y la normal al plano de la bobina?
87. Un bucle rectangular de 4,0 cm por 6,0 cm porta una corriente de 10 A. ¿Cuál es el momento dipolar magnético del bucle?
88. Una bobina circular de 200 vueltas tiene un radio de 2,0 cm. (a) ¿Qué corriente a través de la bobina da lugar a un momento dipolar magnético de  $3,0 \text{ Am}^2$ ? (b) ¿Cuál es el torque máximo que experimentará la bobina en un campo uniforme de intensidad  $5,0 \times 10^{-2} \text{ T}$ ? (c) Si el ángulo entre  $\mu$  y  $B$  es de  $45^\circ$ , ¿cuál es la magnitud del torque en la bobina? (d) ¿Cuál es la energía potencial magnética de la bobina para esta orientación?
89. La corriente que atraviesa un bucle circular de radio 10 cm es de 5,0 A. (a) Calcule el momento dipolar magnético del bucle. (b) ¿Cuál es el torque en el bucle si está en un campo magnético uniforme de 0,20 T tal que  $\mu$  y  $B$  se dirigen a  $30^\circ$  entre sí? (c) Para esta posición, ¿cuál es la energía potencial del dipolo?
90. Un cable de 1,0 m de longitud se enrolla en un bucle plano de una sola vuelta. El bucle lleva una corriente de 5,0 A, y está situado en un campo magnético uniforme de intensidad 0,25 T. (a) ¿Cuál es el torque máximo que experimentará el bucle si es cuadrado? (b) ¿Si

es circular? (c) ¿Con qué ángulo respecto a  $B$  tendría que estar orientada la normal de la bobina circular para que el torque en ella fuera el mismo que el torque máximo en la bobina cuadrada?

91. Consideremos un electrón que gira en una órbita circular de radio  $r$ . Demuestre que las magnitudes del momento dipolar magnético  $\mu$  y el momento angular  $L$  del electrón están relacionadas por:

$$\frac{\mu}{L} = \frac{e}{2m}.$$

92. El efecto Hall debe utilizarse para calcular el signo de los portadores de carga en una muestra de semiconductor. La sonda se coloca entre los polos de un imán para que el campo magnético apunte hacia arriba. Se hace pasar una corriente a través de una muestra rectangular colocada horizontalmente. Al pasar la corriente a través de la muestra en dirección este, la cara norte de esta se encuentra a un potencial más alto que la cara sur. Decida si la densidad numérica de portadores de carga está cargada positiva o negativamente.
93. La densidad de portadores de carga para el cobre es  $8,47 \times 10^{28}$  electrones por metro cúbico. ¿Cuál será la lectura del voltaje Hall de una sonda formada por una placa de cobre de  $3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$  ( $L \times W \times T$ ) cuando se hace pasar por ella una corriente de 1,5 A en un campo magnético de 2,5 T perpendicular a  $3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ .
94. Debe utilizarse el efecto Hall para calcular la densidad de portadores de carga en un material desconocido. Un voltaje Hall de  $40 \mu\text{V}$  para una corriente de 3 A se observa en un campo magnético de 3 T para una muestra rectangular con una longitud de 2 cm, una anchura de 1,5 cm y una altura de 0,4 cm. Determine la densidad de los portadores de carga.
95. Demuestre que el voltaje Hall a través de cables del mismo material, que portan corrientes idénticas y que están sometidos al mismo campo magnético, es inversamente proporcional a sus diámetros. (Pista: Considere cómo la velocidad de deriva depende del diámetro del cable).
96. Un selector de velocidad en un espectrómetro de masas utiliza un campo magnético de 0,100 T. (a) ¿Qué intensidad de campo eléctrico se necesita para seleccionar una velocidad de  $4,0 \times 10^6 \text{ m/s}$ ? (b) ¿Cuál es el voltaje entre las placas si están separadas por 1,00 cm?

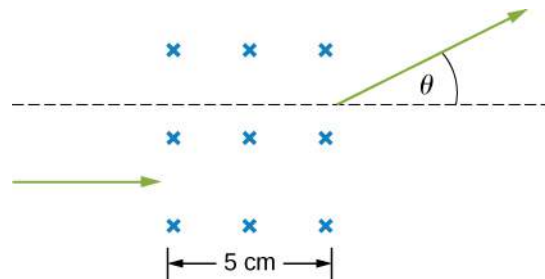
97. Halle el radio de curvatura de la trayectoria de un protón de 25,0 MeV que se mueve perpendicularmente al campo de 1,20 T de un ciclotrón.
98. **Resultados no razonables** Para construir un medidor de agua no mecánico, se coloca un campo magnético de 0,500 T a través de la tubería de suministro de agua de una vivienda y se registra el voltaje Hall. (a) Halle el caudal que pasa por una tubería de 3,00 cm de diámetro si el voltaje Hall es de 60,0 mV. (b) ¿Cuál sería el voltaje Hall para el mismo caudal que pasa por una tubería de 10,0 cm de diámetro con el mismo campo aplicado?
99. **Resultados no razonables** Una partícula cargada con masa  $6,64 \times 10^{-27}$  kg (la de un átomo de helio) que se mueve a  $8,70 \times 10^5$  m/s perpendicular a un campo magnético de 1,50 T viaja en una trayectoria circular de radio 16,0 mm. (a) ¿Cuál es la carga de la partícula? (b) ¿Qué no es razonable en este resultado? (c) ¿Qué

suposiciones son responsables?

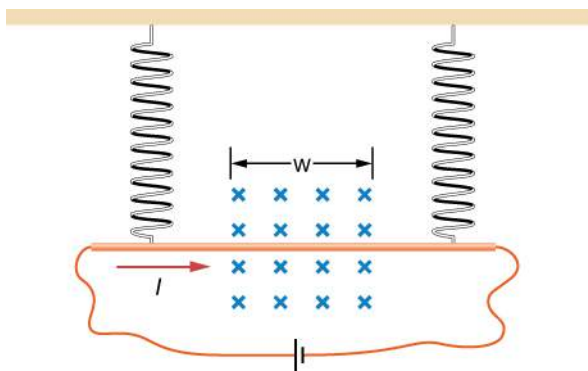
100. **Resultados no razonables** Un inventor quiere generar energía de 120 V moviendo un cable de 1,00 m de longitud perpendicular al campo de  $5,00 \times 10^{-5}$  T de la Tierra. (a) Halle la velocidad con la que debe moverse el cable. (b) ¿Qué es lo que no es razonable en este resultado? (c) ¿Qué suposición es la responsable?
101. **Resultados no razonables** Frustrado por el pequeño voltaje Hall obtenido en las mediciones del flujo sanguíneo, un físico médico decide aumentar la intensidad del campo magnético aplicado para obtener una salida de 0,500 V para la sangre que se mueve a 30,0 cm/s en un vaso de 1,50 cm de diámetro. (a) ¿Qué intensidad de campo magnético se necesita? (b) ¿Qué es lo no razonable de este resultado? (c) ¿Qué premisa es responsable?

### Problemas De Desafío

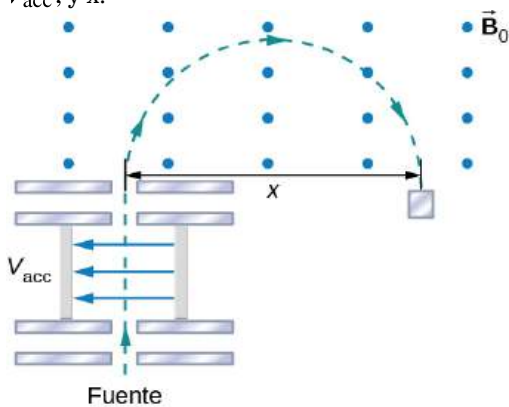
102. Una partícula de carga  $+q$  y masa  $m$  se mueve con velocidad  $\vec{v}_0$  apuntando en la dirección  $+y$  al cruzar el eje  $x$  en  $x = R$  en un momento determinado. Hay una carga negativa  $-Q$  fija en el origen, y existe un campo magnético uniforme  $\vec{B}_0$  apuntando en la dirección  $+z$ . Se halla que la partícula describe un círculo de radio  $R$  alrededor de  $-Q$ . Calcule  $\vec{B}_0$  en términos de las cantidades dadas.
103. Un protón de velocidad  $v = 6 \times 10^5$  m/s entra en una región de campo magnético uniforme de  $B = 0,5$  T con un ángulo de  $q = 30^\circ$  al campo magnético. En la región del campo magnético el protón describe una trayectoria helicoidal con radio  $R$  y paso  $p$  (distancia entre bucles). Halle  $R$  y  $p$ .
104. La trayectoria de una partícula se dobla cuando pasa por una región de campo magnético distinto de cero, aunque su velocidad permanece inalterada. Esto es muy útil para la "dirección del rayo" en los aceleradores de partículas. Considere un protón de velocidad  $4 \times 10^6$  m/s que entra en una región de campo magnético uniforme de 0,2 T en una región de 5 cm de ancho. El campo magnético es perpendicular a la velocidad de la partícula. ¿En qué ángulo se doblará la trayectoria del protón? (Pista: La partícula sale tangente a un círculo).



105. En una región existe un campo magnético no uniforme tal que  $B_x = 0$ ,  $B_y = 0$ , and  $B_z = ax$ , donde  $a$  es una constante. En algún momento  $t$ , un cable de longitud  $L$  que porta una corriente  $I$  se encuentra a lo largo del eje  $x$  desde el origen hasta  $x = L$ . Halle la fuerza magnética sobre el cable en este instante de tiempo.
106. Una varilla de cobre de masa  $m$  y longitud  $L$  se cuelga del techo mediante dos resortes de constante elástica  $k$ . Un campo magnético uniforme de magnitud  $B_0$  apuntando perpendicularmente a la varilla y al resorte (entrando en la página en la figura) existe en una región del espacio que cubre una longitud  $w$  de la varilla de cobre. Los extremos de la varilla se conectan mediante un cable de cobre flexible a los terminales de una batería de voltaje  $V$ . Determine la variación de la longitud de los resortes cuando a corriente  $I$  recorre la varilla de cobre en el sentido indicado en la figura. (Ignore cualquier fuerza por el cable flexible).

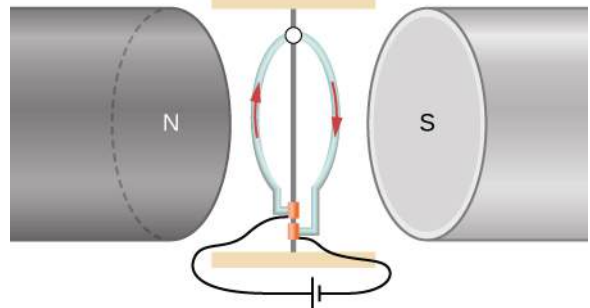


- 107.** La figura adjunta muestra una disposición para medir la masa de los iones mediante un instrumento llamado espectrómetro de masas. Un ion de masa  $m$  y carga  $+q$  se produce esencialmente en reposo en la fuente  $S$ , una cámara en la que tiene lugar una descarga de gas. El ion es acelerado por una diferencia de potencial  $V_{\text{acc}}$  y se le permite entrar en una región de campo magnético constante  $\vec{B}_0$ . En la región del campo magnético uniforme, el ion se mueve en una trayectoria semicircular golpeando una placa fotográfica a una distancia  $x$  del punto de entrada. Deduzca una fórmula para la masa  $m$  en términos de  $B_0$ ,  $q$ ,  $V_{\text{acc}}$ , y  $x$ .



- 108.** Se hace un alambre de forma circular de radio  $R$  y

se hace pivotar a lo largo de un soporte central. Los dos extremos del alambre están en contacto con una escobilla que está conectada a una fuente de alimentación de corriente continua. La estructura se encuentra entre los polos de un imán, por lo que podemos suponer que existe un campo magnético uniforme en el cable. En términos de un sistema de coordenadas con origen en el centro del anillo, el campo magnético es  $B_x = B_0$ ,  $B_y = B_z = 0$ , y el anillo gira alrededor del eje  $z$ . Halle el torque en el anillo cuando no está en el plano  $xz$ .



- 109.** Un cable largo y rígido se encuentra a lo largo del eje  $x$  y porta una corriente de  $2,5$  A en la dirección  $x$  positiva. Alrededor del cable está el campo magnético  $\vec{B} = 2,0\hat{i} + 5,0x^2\hat{j}$ , con  $x$  en metros y  $B$  en militesla. Calcule la fuerza magnética sobre el segmento de cable entre  $x = 2,0$  m y  $x = 4,0$  m.
- 110.** Un bucle circular de cable de  $10$  cm<sup>2</sup> lleva una corriente de  $25$  A. En un instante determinado el bucle se encuentra en el plano  $xy$  y está sometido a un campo magnético  $\vec{B} = (2,0\hat{i} + 6,0\hat{j} + 8,0\hat{k}) \times 10^{-3}$  T. Vista desde el plano  $xy$ , la corriente circula en el sentido de las agujas del reloj. (a) ¿Cuál es el momento dipolar magnético del bucle de corriente? (b) En este instante, ¿cuál es el torque magnético en el bucle?

# CAPÍTULO 12

## Fuentes de campos magnéticos



**Figura 12.1** Un disco duro externo conectado a una computadora funciona codificando magnéticamente la información que se puede almacenar o recuperar rápidamente. Una idea clave en el desarrollo de dispositivos digitales es la capacidad de producir y utilizar campos magnéticos de esta manera (créditos: modificación de la obra de "Miss Karen"/Flickr).

### ESQUEMA DEL CAPITULO

- 12.1 La ley de Biot-Savart**
- 12.2 Campo magnético debido a un cable recto delgado**
- 12.3 Fuerza magnética entre dos corrientes paralelas**
- 12.4 Campo magnético de un bucle de corriente**
- 12.5 Ley de Ampère**
- 12.6 Solenoides y toroides**
- 12.7 El magnetismo en la materia**

**INTRODUCCIÓN** En el capítulo anterior vimos que una partícula cargada en movimiento produce un campo magnético. Esta conexión entre electricidad y magnetismo se aprovecha en los dispositivos electromagnéticos, como el disco duro de una computadora. De hecho, es el principio subyacente a la mayor parte de la tecnología de la sociedad moderna, incluidos los teléfonos, la televisión, las computadoras e internet.

En este capítulo examinamos cómo se crean los campos magnéticos mediante distribuciones arbitrarias de corriente eléctrica, utilizando la ley de Biot-Savart. A continuación, veremos cómo los cables conductores de corriente crean campos magnéticos y deduciremos las fuerzas que surgen entre dos cables conductores de corriente debido a estos campos magnéticos. También estudiamos los torques producidos por los campos magnéticos de los bucles de corriente. A continuación, generalizamos estos resultados a una importante ley del electromagnetismo, llamada ley de Ampère.

Examinamos algunos dispositivos que producen campos magnéticos a partir de corrientes en geometrías

basadas en bucles, conocidas como solenoides y toroides. Por último, estudiamos cómo se comportan los materiales en los campos magnéticos y clasificamos los materiales en función de sus respuestas a los campos magnéticos.

## 12.1 La ley de Biot-Savart

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

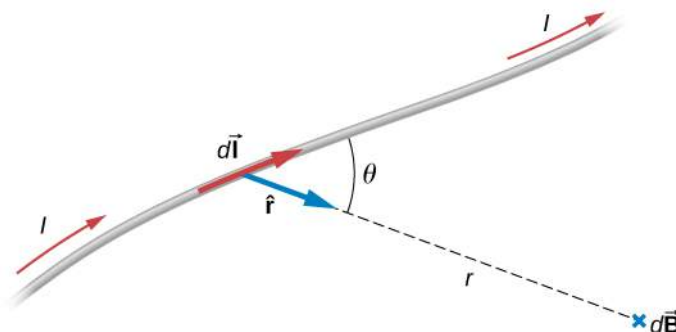
Al final de esta sección, podrá:

- Explicar cómo derivar un campo magnético a partir de una corriente arbitraria en un segmento de línea.
- Calcular el campo magnético a partir de la ley de Biot-Savart en geometrías específicas, como una corriente en una línea y una corriente en un arco circular.

Hemos visto que la masa produce un campo gravitacional y también interactúa con ese campo. La carga produce un campo eléctrico y también interactúa con ese campo. Dado que la carga en movimiento (es decir, la corriente) interactúa con un campo magnético, cabe esperar que también cree ese campo, y así es.

La ecuación utilizada para calcular el campo magnético producido por una corriente se conoce como ley de Biot-Savart. Se trata de una ley empírica que recibe su nombre en honor a dos científicos que investigaron la interacción entre un cable recto conductor de corriente y un imán permanente. Esta ley permite calcular la magnitud y la dirección del campo magnético producido por una corriente en un cable. La **ley de Biot-Savart** establece que en cualquier punto  $P$  (Figura 12.2), el campo magnético  $d\vec{B}$  debido a un elemento  $d\vec{l}$  de un cable conductor de corriente viene dado por

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}. \quad 12.1$$



**FIGURA 12.2** Un elemento de corriente  $I d\vec{l}$  produce un campo magnético en el punto  $P$  dado por la ley de Biot-Savart.

La constante  $\mu_0$  se conoce como la **permeabilidad del espacio libre** y es exactamente

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A} \quad 12.2$$

en el sistema SI. El segmento de cable infinitesimal  $d\vec{l}$  está en la misma dirección que la corriente  $I$  (que se supone positiva),  $r$  es la distancia desde  $d\vec{l}$  a  $P$  y  $\hat{r}$  es un vector unitario que apunta desde  $d\vec{l}$  a  $P$ , como se muestra en la figura.

La dirección de  $d\vec{B}$  se determina aplicando la regla de la mano derecha al producto vectorial  $d\vec{l} \times \hat{r}$ . La magnitud de  $d\vec{B}$  es

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \theta}{r^2} \quad 12.3$$

donde  $\theta$  es el ángulo entre  $d\vec{l}$  y  $\hat{r}$ . Observe que si  $\theta = 0$ , entonces  $d\vec{B} = \vec{0}$ . El campo producido por un elemento de corriente  $I d\vec{l}$  no tiene ningún componente paralelo a  $d\vec{l}$ .



El campo magnético debido a una longitud finita de cable conductor de corriente se encuentra integrando la [Ecuación 12.3](#) a lo largo del cable, lo que nos da la forma habitual de la ley de Biot-Savart.

### Ley de Biot-Savart

El campo magnético  $\vec{\mathbf{B}}$  debido a un elemento  $d\vec{\mathbf{l}}$  de un cable conductor de corriente viene dado por

$$\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{cable}} \frac{I d\vec{\mathbf{l}} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}. \quad 12.4$$

Como se trata de una integral vectorial, las contribuciones de los distintos elementos de la corriente pueden no apuntar en la misma dirección. En consecuencia, la integral suele ser difícil de evaluar, incluso para geometrías bastante sencillas. La siguiente estrategia puede ser útil.



## ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

### Resolución de los problemas de Biot-Savart

Para resolver los problemas de la ley de Biot-Savart, son útiles los siguientes pasos:

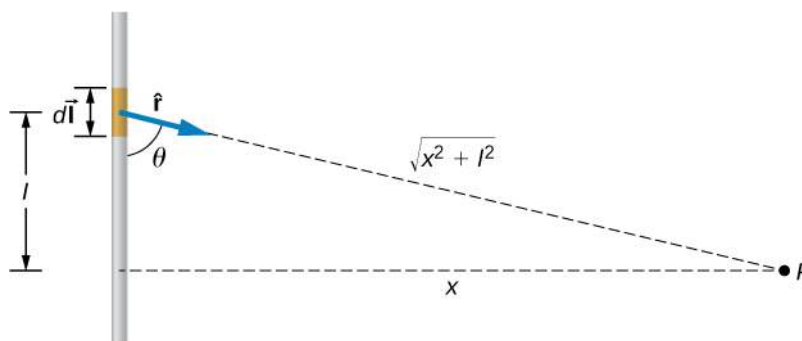
1. Identifique que la ley de Biot-Savart es el método elegido para resolver el problema dado. Si hay simetría en el problema al comparar  $\vec{\mathbf{B}}$  y  $d\vec{\mathbf{l}}$ , La ley de Ampère puede ser el método preferido para resolver la cuestión.
2. Dibuje la longitud del elemento de corriente  $d\vec{\mathbf{l}}$  y el vector unitario  $\hat{\mathbf{r}}$ , señalando que  $d\vec{\mathbf{l}}$  apunta en la dirección de la corriente y  $\hat{\mathbf{r}}$  apunta desde el elemento de corriente hacia el punto donde se desea el campo.
3. Calcule el producto cruz  $d\vec{\mathbf{l}} \times \hat{\mathbf{r}}$ . El vector resultante da la dirección del campo magnético según la ley de Biot-Savart.
4. Utilice la [Ecuación 12.4](#) y sustituya todas las cantidades dadas en la expresión para resolver el campo magnético. Observe que todas las variables que permanecen constantes a lo largo de toda la longitud del cable pueden ser eliminadas de la integración.
5. Utilice la regla de la mano derecha para verificar la dirección del campo magnético producido por la corriente o para escribir la dirección del campo magnético si solo se resolvió la magnitud en la parte anterior.



### EJEMPLO 12.1

#### Cálculo de los campos magnéticos de los segmentos cortos de corriente

Un cable corto de 1,0 cm de longitud porta una corriente de 2,0 A en la dirección vertical ([Figura 12.3](#)). El resto del cable está protegido para que no se sume al campo magnético producido por el cable. Calcule el campo magnético en el punto  $P$ , que está a 1 metro del cable en la dirección  $x$ .



**FIGURA 12.3** Un pequeño segmento de línea lleva una corriente  $I$  en la dirección vertical. ¿Cuál es el campo magnético a una distancia  $x$  del segmento?

### Estrategia

Podemos determinar el campo magnético en el punto  $P$  mediante la ley de Biot-Savart. Como el segmento actual es mucho más pequeño que la distancia  $x$ , podemos eliminar la integral de la expresión. La integración se convierte de nuevo en una suma, pero solo para segmentos  $dl$  pequeños, que ahora escribimos como  $\Delta l$ . Otra forma de pensar en ello es que cada uno de los valores del radio es casi el mismo, sin importar dónde se encuentre el elemento actual en el segmento de línea, si  $\Delta l$  es pequeño en comparación con  $x$ . El ángulo  $\theta$  se calcula mediante una función tangente. Al utilizar los números dados, podemos calcular el campo magnético en  $P$ .

### Solución

El ángulo entre  $\Delta \vec{l}$  y  $\hat{r}$  se calcula a partir de la trigonometría, conociendo las distancias  $l$  y  $x$  del problema:

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{1 \text{ m}}{0,01 \text{ m}} \right) = 89,4^\circ.$$

El campo magnético en el punto  $P$  se calcula mediante la ley de Biot-Savart:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta l \sin \theta}{r^2} = (1 \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) \left( \frac{2 \text{ A}(0,01 \text{ m}) \sin(89,4^\circ)}{(1 \text{ m})^2} \right) = 2,0 \times 10^{-9} \text{ T}.$$

A partir de la regla de la mano derecha y la ley de Biot-Savart, el campo se dirige hacia la página.

### Importancia

Esta aproximación solo es buena si la longitud del segmento de línea es muy pequeña comparada con la distancia del elemento de corriente al punto. Si no es así, hay que utilizar la forma integral de la ley de Biot-Savart en todo el segmento de línea para calcular el campo magnético.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 12.1**

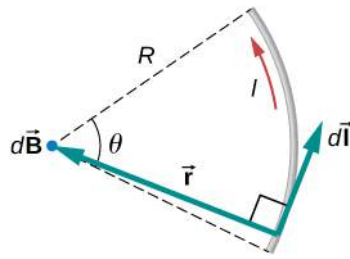
Al utilizar el [Ejemplo 12.1](#), ¿a qué distancia tendría que estar  $P$  para medir un campo magnético la mitad de la respuesta dada?



### **EJEMPLO 12.2**

#### **Cálculo del campo magnético de un arco de cable circular**

Un cable porta una corriente  $I$  en un arco circular de radio  $R$  barrido por un ángulo arbitrario  $\theta$  ([Figura 12.4](#)). Calcule el campo magnético en el centro de este arco en el punto  $P$ .



**FIGURA 12.4** Un segmento de cable que porta una corriente  $I$ . La trayectoria  $d\vec{l}$  y dirección radial  $\hat{r}$  se indican.

### Estrategia

Podemos determinar el campo magnético en el punto  $P$  mediante la ley de Biot-Savart. Las direcciones radial y de la longitud de la trayectoria están siempre en ángulo recto, por lo que el producto cruz se convierte en una multiplicación. También sabemos que la distancia a lo largo de la trayectoria  $dl$  está relacionada con el radio por el ángulo  $\theta$  (en radianes). Entonces podemos sacar todas las constantes de la integración y resolver el campo magnético.

### Solución

La ley de Biot-Savart parte de la siguiente ecuación:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{cable}} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}.$$

Al integrar a lo largo del arco, todas las contribuciones al campo magnético están en la misma dirección (fuera de la página), por lo que podemos trabajar con la magnitud del campo. El producto cruz se convierte en multiplicación porque la trayectoria  $dl$  y la dirección radial son perpendiculares. También podemos sustituir la fórmula de la longitud de arco,  $dl = r d\theta$ :

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{cable}} \frac{I r d\theta}{r^2}.$$

La corriente y el radio se pueden sacar de la integral porque son los mismos sin importar el lugar en el que nos encontremos en la trayectoria. Esto deja solo la integral sobre el ángulo,

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \int_{\text{cable}} d\theta.$$

El ángulo varía en el cable de 0 a  $\theta$ ; por lo tanto, el resultado es

$$B = \frac{\mu_0 I \theta}{4\pi r}.$$

### Importancia

La dirección del campo magnético en el punto  $P$  viene determinada por la regla de la mano derecha, tal y como se ha mostrado en el capítulo anterior. Si hay otros cables en el diagrama junto con el arco, y se le pide que calcule el campo magnético neto, halle cada contribución de un cable o arco y sume los resultados por superposición de vectores. Asegúrese de prestar atención a la dirección de cada contribución. También hay que tener en cuenta que en una situación simétrica, como un cable recto o circular, las contribuciones de los lados opuestos del punto  $P$  se anulan entre sí.

## ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 12.2

El bucle de cable forma un círculo completo de radio  $R$  y corriente  $I$ . ¿Cuál es la magnitud del campo magnético en el centro?

## 12.2 Campo magnético debido a un cable recto delgado

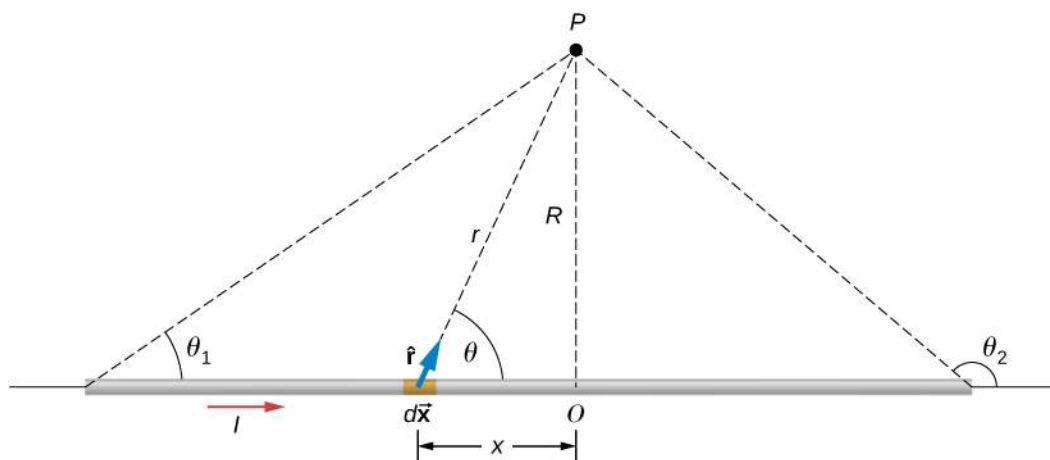
### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar cómo se utiliza la ley de Biot-Savart para determinar el campo magnético debido a un cable delgado y recto.
- Determinar la dependencia del campo magnético de un cable delgado y recto en función de la distancia al mismo y de la corriente que circula por él.
- Hacer un croquis del campo magnético creado a partir de un cable delgado y recto utilizando la segunda regla de la mano derecha.

¿Cuánta corriente se necesita para producir un campo magnético significativo, quizás tan fuerte como el campo de la Tierra? Los topógrafos le dirán que las líneas eléctricas aéreas crean campos magnéticos que interfieren con sus lecturas de la brújula. De hecho, cuando Oersted descubrió en 1820 que una corriente en un cable afectaba a la aguja de brújula, no se trataba de corrientes extremadamente grandes. ¿Cómo afecta la forma de los cables que portan la corriente a la forma del campo magnético creado? En el capítulo 28 observamos que un bucle de corriente creaba un campo magnético similar al de una barra magnética, pero ¿qué ocurre con un cable recto? Podemos utilizar la ley de Biot-Savart para responder a todas estas preguntas, lo que incluye la determinación del campo magnético de un cable largo y recto.

La [Figura 12.5](#) muestra una sección de un cable recto de longitud infinita que porta una corriente  $I$ . ¿Cuál es el campo magnético en un punto  $P$ , situado a una distancia  $R$  del cable?



**FIGURA 12.5** Sección de un cable delgado y recto que transporta la corriente. La variable independiente  $\theta$  tiene los límites  $\theta_1$  y  $\theta_2$ .

Empecemos por considerar el campo magnético debido al elemento de corriente  $I d\vec{x}$  situado en la posición  $x$ . Al utilizar la regla 1 de la mano derecha del capítulo anterior,  $d\vec{x} \times \hat{r}$  apunta fuera de la página para cualquier elemento a lo largo del cable. En el punto  $P$ , por tanto, los campos magnéticos debidos a todos los elementos de la corriente tienen la misma dirección. Esto significa que podemos calcular el campo neto allí evaluando la suma escalar de las contribuciones de los elementos. Con  $|d\vec{x} \times \hat{r}| = (dx)(1) \sin \theta$ , obtenemos de la ley de Biot-Savart

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{cable}} \frac{I \sin \theta dx}{r^2}. \quad 12.5$$

El cable es simétrico respecto al punto  $O$ , por lo que podemos establecer los límites de la integración de cero a infinito y duplicar la respuesta, en lugar de integrar de infinito negativo a infinito positivo. Basándonos en la imagen y la geometría, podemos escribir expresiones para  $r$  y  $\sin \theta$  en términos de  $x$  y  $R$ , a saber:

$$r = \sqrt{x^2 + R^2}$$

$$\text{sen } \theta = \frac{R}{\sqrt{x^2 + R^2}}.$$

Al sustituir estas expresiones en la [Ecuación 12.5](#), la integración del campo magnético se convierte en

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^\infty \frac{R dx}{(x^2 + R^2)^{3/2}}. \quad 12.6$$

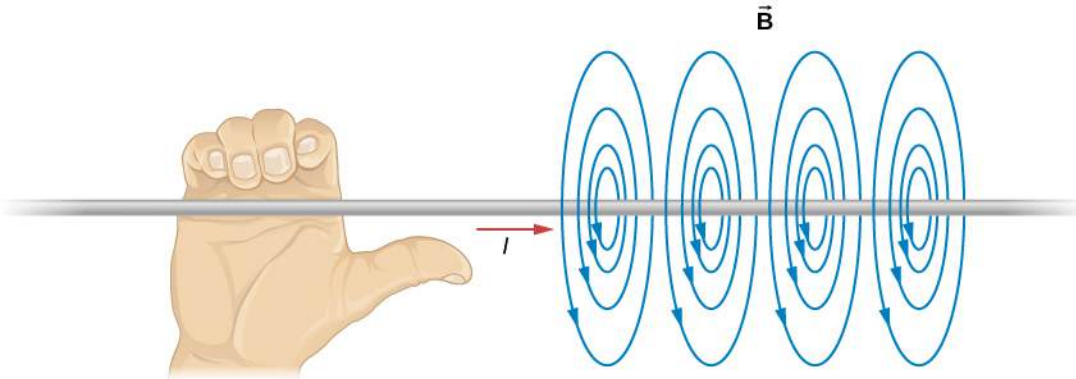
Al evaluar la integral se obtiene

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \left[ \frac{x}{(x^2 + R^2)^{1/2}} \right]_0^\infty. \quad 12.7$$

Al sustituir los límites obtenemos la solución

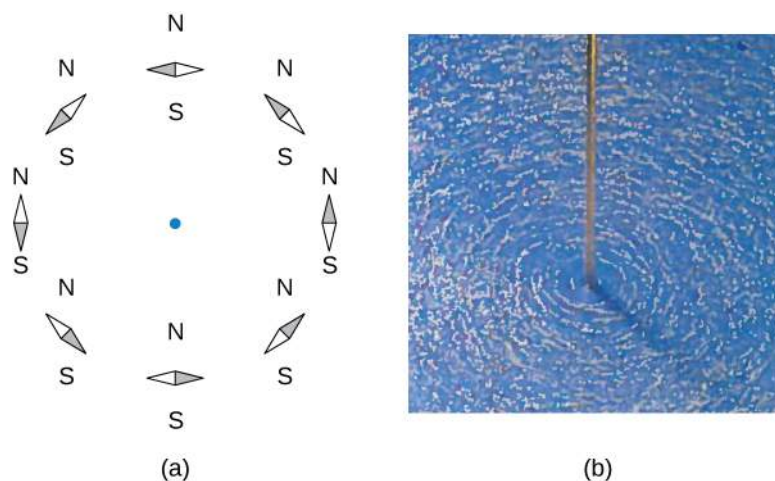
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}. \quad 12.8$$

Las líneas de campo magnético del cable infinito son circulares y centradas en el cable ([Figura 12.6](#)), y son idénticas en todos los planos perpendiculares este. Dado que el campo disminuye con la distancia al cable, el espaciado de las líneas de campo debe aumentar de forma correspondiente con la distancia. La dirección de este campo magnético puede encontrarse con una segunda forma de la regla de la mano derecha (ilustrada en [Figura 12.6](#)). Si se sujeta el cable con la mano derecha de forma que el pulgar apunte a lo largo de la corriente, entonces los dedos envuelven el cable en el mismo sentido que  $\vec{B}$ .



**FIGURA 12.6** Algunas líneas de campo magnético de un cable infinito. La dirección de  $\vec{B}$  se puede calcular con una forma de la regla de la mano derecha.

La dirección de las líneas de campo se puede observar de manera experimental colocando varias agujas de brújula pequeñas en un círculo cerca del cable, como se ilustra en la [Figura 12.7](#). Cuando no hay corriente en el cable, las agujas se alinean con el campo magnético de la Tierra. Sin embargo, cuando se envía una gran corriente a través del cable, las agujas de brújula apuntan todas tangentes al círculo. Las limaduras de hierro espolvoreadas sobre una superficie horizontal también delimitan las líneas de campo, como se muestra en la [Figura 12.7](#).

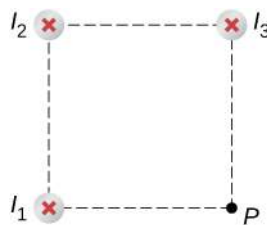


**FIGURA 12.7** La forma de las líneas de campo magnético de un cable largo puede verse utilizando (a) pequeñas agujas de brújula y (b) limaduras de hierro.

### EJEMPLO 12.3

#### Cálculo del campo magnético debido a tres cables

Tres cables se sitúan en las esquinas de un cuadrado, todos llevan corrientes de 2 amperios a la página como se muestra en la [Figura 12.8](#). Calcule la magnitud del campo magnético en la otra esquina del cuadrado, el punto  $P$ , si la longitud de cada lado del cuadrado es de 1 cm.



**FIGURA 12.8** Tres cables tienen corriente que fluye hacia la página. El campo magnético se determina en la cuarta esquina del cuadrado.

#### Estrategia

Se calcula el campo magnético debido a cada cable en el punto deseado. La distancia diagonal se calcula mediante el teorema de Pitágoras. A continuación, se determina la dirección de la contribución de cada campo magnético dibujando un círculo centrado en el punto del cable y hacia el punto deseado. La dirección de la contribución del campo magnético de ese cable es tangencial a la curva. Por último, trabajando con estos vectores, se calcula la resultante.

#### Solución

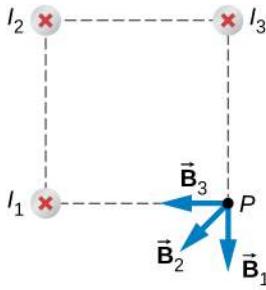
Los cables 1 y 3 tienen la misma magnitud de contribución del campo magnético en el punto  $P$ :

$$B_1 = B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(2 \text{ A})}{2\pi(0,01 \text{ m})} = 4 \times 10^{-5} \text{ T}.$$

El cable 2 tiene una distancia mayor y una contribución del campo magnético en el punto  $P$  de:

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(2 \text{ A})}{2\pi(0,01414 \text{ m})} = 3 \times 10^{-5} \text{ T}.$$

Se muestran los vectores de cada una de estas contribuciones de campo magnético.



El campo magnético en la dirección  $x$  tiene contribuciones del cable 3 y de la componente  $x$  del cable 2:

$$B_{\text{net}a\ x} = -4 \times 10^{-5}\text{T} - 2,83 \times 10^{-5}\text{T} \cos(45^\circ) = -6 \times 10^{-5}\text{T}.$$

La componente  $y$  es igualmente las contribuciones del cable 1 y la componente  $y$  del cable 2:

$$B_{\text{net}a\ y} = -4 \times 10^{-5}\text{T} - 2,83 \times 10^{-5}\text{T} \sin(45^\circ) = -6 \times 10^{-5}\text{T}.$$

Por lo tanto, el campo magnético neto es la resultante de estas dos componentes:

$$B_{\text{net}a} = \sqrt{B_{\text{net}a\ x}^2 + B_{\text{net}a\ y}^2}$$

$$B_{\text{net}a} = \sqrt{(-6 \times 10^{-5}\text{T})^2 + (-6 \times 10^{-5}\text{T})^2}$$

$$B_{\text{net}a} = 8 \times 10^{-5}\text{T}.$$

### Importancia

La geometría de este problema hace que las contribuciones del campo magnético en las direcciones  $x$  y  $y$  tengan la misma magnitud. Esto no es necesariamente el caso si las corrientes fueran de valores diferentes o si los cables estuvieran situados en posiciones diferentes. Independientemente de los resultados numéricos, al trabajar con las componentes de los vectores se obtendrá el campo magnético resultante en el punto necesario.

### ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 12.3

Al utilizar el [Ejemplo 12.3](#), al mantener las corrientes iguales en los cables 1 y 3, ¿cuál debería ser la corriente en el cable 2 para contrarrestar los campos magnéticos de los cables 1 y 3 de manera que no haya un campo magnético neto en el punto P?

## 12.3 Fuerza magnética entre dos corrientes paralelas

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

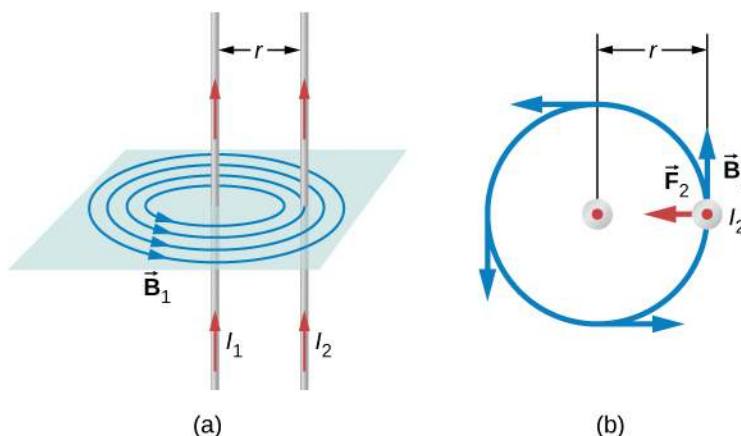
- Explicar cómo los cables paralelos que portan corrientes pueden atraerse o repelerse.
- Definir el amperio y describir su relación con los cables conductores de corriente.
- Calcular la fuerza de atracción o repulsión entre dos cables conductores de corriente.

Es de esperar que dos cables conductores de corriente generen fuerzas importantes entre ellos, ya que las corrientes ordinarias producen campos magnéticos y estos campos ejercen fuerzas importantes sobre las corrientes ordinarias. Pero no se puede esperar que la fuerza entre los cables se utilice para definir el amperio. También podría sorprenderle saber que esta fuerza tiene algo que ver con la razón por la que los grandes disyuntores se queman cuando intentan interrumpir grandes corrientes.

La fuerza entre dos conductores largos, rectos y paralelos, separados por una distancia  $r$ , puede hallarse aplicando lo que hemos desarrollado en los apartados anteriores. La [Figura 12.9](#) muestra los cables, sus

corrientes, el campo creado por un cable y la consecuente fuerza que experimenta el otro cable por el campo creado. Consideremos el campo producido por el cable 1 y la fuerza que ejerce sobre el cable 2 (llamémoslo fuerza  $F_2$ ). El campo debido a  $I_1$  a una distancia  $r$  es

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \quad 12.9$$



**FIGURA 12.9** (a) El campo magnético producido por un conductor recto largo es perpendicular a un conductor paralelo, como indica la segunda regla de la mano derecha (right hand rule-2, RHR)-2. (b) Una vista desde arriba de los dos cables mostrados en (a), con una línea de campo magnético mostrada para el cable 1. La RHR-1 muestra que la fuerza entre los conductores paralelos es atractiva cuando las corrientes están en la misma dirección. Un análisis similar muestra que la fuerza es repulsiva entre corrientes en direcciones opuestas.

Este campo es uniforme desde el cable 1 y perpendicular a él, por lo que la fuerza  $F_2$  que ejerce sobre una longitud  $l$  del cable 2 viene dada por  $F = IlB \sin \theta$  con  $\sin \theta = 1$ :

$$F_2 = I_2 l B_1. \quad 12.10$$

Las fuerzas sobre los cables son de igual magnitud, por lo que simplemente escribimos  $F$  para la magnitud de  $F_2$ . (Observe que  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ .) Como los cables son muy largos, es conveniente pensar en términos de  $F/l$ , la fuerza por unidad de longitud. Al sustituir la expresión de  $B_1$  en la [Ecuación 12.10](#) y al reordenar los términos se obtiene

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}. \quad 12.11$$

La relación  $F/l$  es la fuerza por unidad de longitud entre dos corrientes paralelas  $I_1$  y  $I_2$  separadas por una distancia  $r$ . La fuerza es atractiva si las corrientes están en la misma dirección y repulsiva si están en direcciones opuestas.

Esta fuerza es responsable del *efecto pellizco* en los arcos eléctricos y otros plasmas. La fuerza existe tanto si las corrientes están en los cables como si no. Solo es evidente si la densidad de carga global es cero; de lo contrario, la repulsión de Coulomb supera la atracción magnética. En un arco eléctrico, en el que las cargas se mueven en paralelo, una fuerza de atracción comprime las corrientes en un tubo más pequeño. En los grandes disyuntores, como los que se utilizan en los sistemas de distribución de potencia de los vecindarios, el efecto pellizco puede concentrar un arco entre las placas de un interruptor que intenta interrumpir una gran corriente, quemar agujeros e incluso incendiar el equipo. Otro ejemplo del efecto pellizco se encuentra en el plasma solar, donde los chorros de material ionizado, como las erupciones solares, son moldeados por fuerzas magnéticas.

La definición del amperio se basa en la fuerza entre los cables conductores de corriente. Observe que para cables largos y paralelos, separados por 1 metro y con 1 amperio cada uno, la fuerza por metro es



$$\frac{F}{l} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(1 \text{ A})^2}{(2\pi)(1 \text{ m})} = 2 \times 10^{-7} \text{ N/m.} \quad 12.12$$

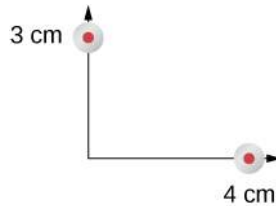
Dado que  $\mu_0$  es exactamente  $4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$  por definición, y porque  $1 \text{ T} = 1 \text{ N}/(\text{A} \cdot \text{m})$ , la fuerza por metro es exactamente  $2 \times 10^{-7} \text{ N/m}$ . Esta es la base de la definición del amperio.

Los cables de longitud infinita son poco prácticos, por lo que en la práctica, una balanza de corriente se construye con bobinas de cable separadas por unos pocos centímetros. La fuerza se mide para determinar la corriente. Esto también nos proporciona un método para medir el culombio. Medimos la carga que fluye para una corriente de un amperio en un segundo. Eso es,  $1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot \text{s}$ . Tanto para el amperio como para el culombio, el método de medición de la fuerza entre conductores es el más preciso en la práctica.

## EJEMPLO 12.4

### Cálculo de fuerzas en los cables

Dos cables, ambos con corriente fuera de la página, tienen una corriente de magnitud 5,0 mA. El primer cable está situado en (0,0 cm, 3,0 cm) mientras que el otro cable está situado a (4,0 cm, 0,0 cm) como se muestra en la [Figura 12.10](#). ¿Cuál es la fuerza magnética por unidad de longitud del primer cable sobre el segundo y del segundo cable sobre el primero?



**FIGURA 12.10** Dos cables portadores de corriente en lugares determinados con corrientes fuera de la página.

#### Estrategia

Cada cable produce un campo magnético que siente el otro cable. La distancia a lo largo de la hipotenusa del triángulo entre los cables es la distancia radial utilizada en el cálculo para determinar la fuerza por unidad de longitud. Como ambos cables tienen corrientes que fluyen en la misma dirección, la dirección de la fuerza es hacia el otro.

#### Solución

La distancia entre los cables resulta de calcular la hipotenusa de un triángulo:

$$r = \sqrt{(3,0 \text{ cm})^2 + (4,0 \text{ cm})^2} = 5,0 \text{ cm.}$$

La fuerza por unidad de longitud puede calcularse entonces utilizando las corrientes conocidas en los cables:

$$\frac{F}{l} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(5 \times 10^{-3} \text{ A})^2}{(2\pi)(5 \times 10^{-2} \text{ m})} = 1 \times 10^{-10} \text{ N/m.}$$

La fuerza del primer cable tira del segundo. El ángulo entre el radio y el eje x es

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{3 \text{ cm}}{4 \text{ cm}} \right) = 36,9^\circ.$$

El vector unitario para ello se calcula mediante

$$-\cos(36,9^\circ)\hat{\mathbf{i}} + \sin(36,9^\circ)\hat{\mathbf{j}} = -0,8\hat{\mathbf{i}} + 0,6\hat{\mathbf{j}}.$$

Por lo tanto, la fuerza por unidad de longitud del cable uno sobre el cable 2 es

$$\frac{\vec{F}}{l} = (1 \times 10^{-10} \text{ N/m}) \times (-0,8\hat{\mathbf{i}} + 0,6\hat{\mathbf{j}}) = (-8 \times 10^{-11}\hat{\mathbf{i}} + 6 \times 10^{-11}\hat{\mathbf{j}}) \text{ N/m.}$$

La fuerza por unidad de longitud del cable 2 sobre el cable 1 es el negativo de la respuesta anterior:

$$\frac{\vec{F}}{l} = (8 \times 10^{-11} \hat{i} - 6 \times 10^{-11} \hat{j}) \text{N/m}.$$

### Importancia

Estos cables producían campos magnéticos de igual magnitud pero de direcciones opuestas en los lugares donde se encontraban. Tanto si los campos son idénticos como si no, las fuerzas que ejercen los cables entre sí son siempre de igual magnitud y de sentido contrario (tercera ley de Newton).

### ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 12.4

Dos cables, ambos portando corriente fuera de la página, tienen una corriente de magnitud 2,0 mA y 3,0 mA, respectivamente. El primer cable está situado a (0,0 cm, 5,0 cm) mientras que el otro cable está situado a (12,0 cm, 0,0 cm). ¿Cuál es la magnitud de la fuerza magnética por unidad de longitud del primer cable sobre el segundo y del segundo cable sobre el primero?

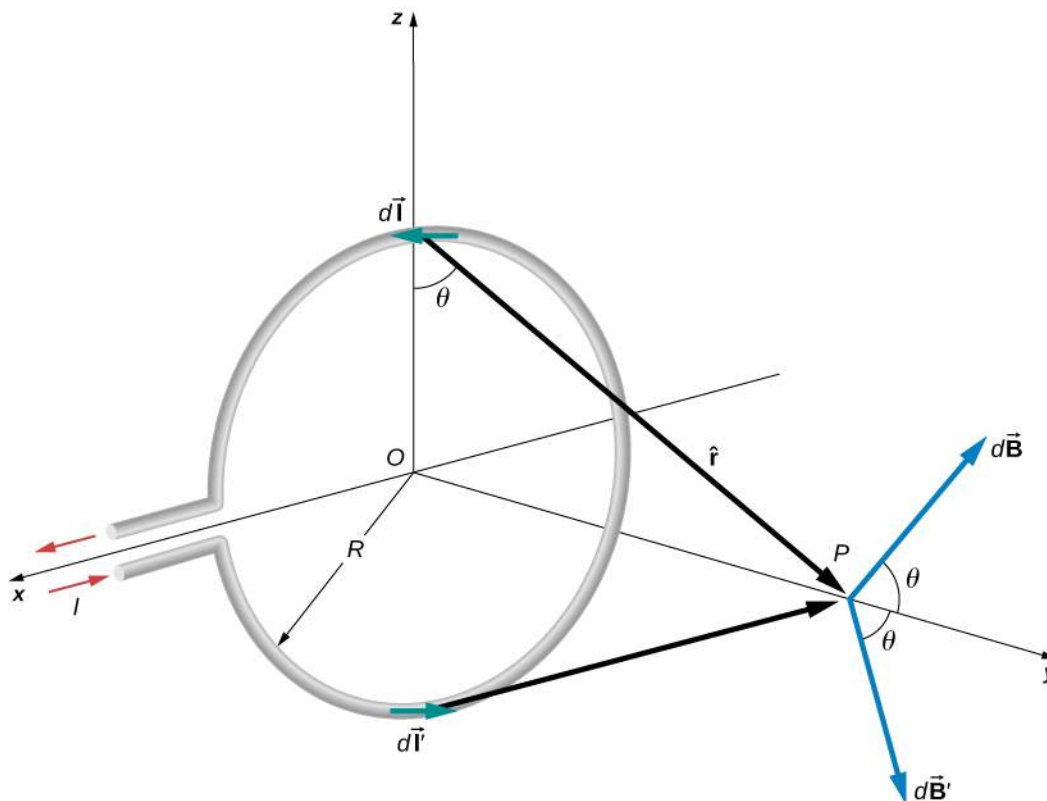
## 12.4 Campo magnético de un bucle de corriente

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar cómo se utiliza la ley de Biot-Savart para determinar el campo magnético debido a una corriente en un bucle de cable en un punto a lo largo de una línea perpendicular al plano del bucle.
- Determinar el campo magnético de un arco de corriente.

El bucle circular de la [Figura 12.11](#) tiene un radio  $R$ , porta una corriente  $I$  y se encuentra en el plano  $xz$ . ¿Cuál es el campo magnético debido a la corriente en un punto arbitrario  $P$  a lo largo del eje del bucle?



**FIGURA 12.11** Determinación del campo magnético en el punto  $P$  a lo largo del eje de un bucle de cable conductor de corriente.

Podemos utilizar la ley de Biot-Savart para calcular el campo magnético debido a una corriente. Primero consideramos segmentos arbitrarios en lados opuestos del bucle para mostrar de manera cualitativa por los resultados vectoriales que la dirección del campo magnético neto es a lo largo del eje central del bucle. A partir de ahí, podemos utilizar la ley de Biot-Savart para derivar la expresión del campo magnético.

Supongamos que  $P$  una distancia  $y$  del centro del bucle. A partir de la regla de la mano derecha, el campo magnético  $d\vec{B}$  en  $P$ , producido por el elemento de corriente  $I d\vec{l}$ , se dirige a un ángulo  $\theta$  por encima del eje  $y$  como se muestra. Dado que  $d\vec{l}$  es paralelo a lo largo del eje  $x$  y  $\hat{r}$  está en el plano  $yz$ , los dos vectores son perpendiculares, por lo que tenemos

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \pi/2}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{y^2 + R^2} \quad 12.13$$

donde hemos utilizado  $r^2 = y^2 + R^2$ .

Consideremos ahora el campo magnético  $d\vec{B}'$  debido al elemento de corriente  $I d\vec{l}'$ , que está justo enfrente de  $I d\vec{l}$  en el bucle. La magnitud de  $d\vec{B}'$  también está dada por la [Ecuación 12.13](#), pero está dirigida a un ángulo  $\theta$  por debajo del eje  $y$ . Las componentes de  $d\vec{B}$  y  $d\vec{B}'$  perpendiculares al eje  $y$  se anulan, por lo que al calcular el campo magnético neto solo hay que considerar las componentes a lo largo del eje  $y$ . Las componentes perpendiculares al eje del bucle suman cero por pares. Por lo tanto, en el punto  $P$ :

$$\vec{B} = \hat{j} \int_{\text{bucle}} dB \cos \theta = \hat{j} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\text{bucle}} \frac{\cos \theta dl}{y^2 + R^2}. \quad 12.14$$

Para todos los elementos  $d\vec{l}$  en el cable,  $y$ ,  $R$  y  $\cos \theta$  son constantes y están relacionadas por

$$\cos \theta = \frac{R}{\sqrt{y^2 + R^2}}.$$

Ahora de la [Ecuación 12.14](#), el campo magnético en  $P$  es

$$\vec{B} = \hat{j} \frac{\mu_0 IR}{4\pi(y^2 + R^2)^{3/2}} \int_{\text{bucle}} dl = \frac{\mu_0 IR^2}{2(y^2 + R^2)^{3/2}} \hat{j} \quad 12.15$$

donde hemos utilizado  $\int_{\text{bucle}} dl = 2\pi R$ . Como se ha comentado en el capítulo anterior, el bucle de corriente cerrado es un dipolo magnético de momento  $\vec{\mu} = IA\hat{n}$ . Para este ejemplo,  $A = \pi R^2$  y  $\hat{n} = \hat{j}$ , por lo que el campo magnético en  $P$  también puede escribirse como

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu \hat{j}}{2\pi(y^2 + R^2)^{3/2}}. \quad 12.16$$

Al establecer  $y = 0$  en la [Ecuación 12.16](#), obtenemos el campo magnético en el centro del bucle:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R} \hat{j}. \quad 12.17$$

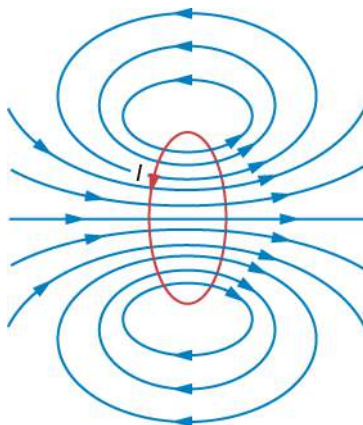
Esta ecuación se convierte en  $B = \mu_0 nI/(2R)$  para una bobina plana de  $n$  bucles por longitud. También puede expresarse como

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{\mu}}{2\pi R^3}. \quad 12.18$$

Si consideramos  $y \gg R$  en la [Ecuación 12.16](#), la expresión se reduce a una conocida como el campo magnético de un dipolo:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{\mu}}{2\pi y^3}. \quad 12.19$$

El cálculo del campo magnético debido al bucle de corriente circular en puntos fuera del eje requiere unas matemáticas bastante complejas, así que nos limitaremos a ver los resultados. Las líneas del campo magnético tienen la forma que se muestra en la [Figura 12.12](#). Observe que una línea de campo sigue el eje del bucle. Esta es la línea de campo que acabamos de calcular. Además, muy cerca del cable, las líneas de campo son casi circulares, como las líneas de un cable largo y recto.

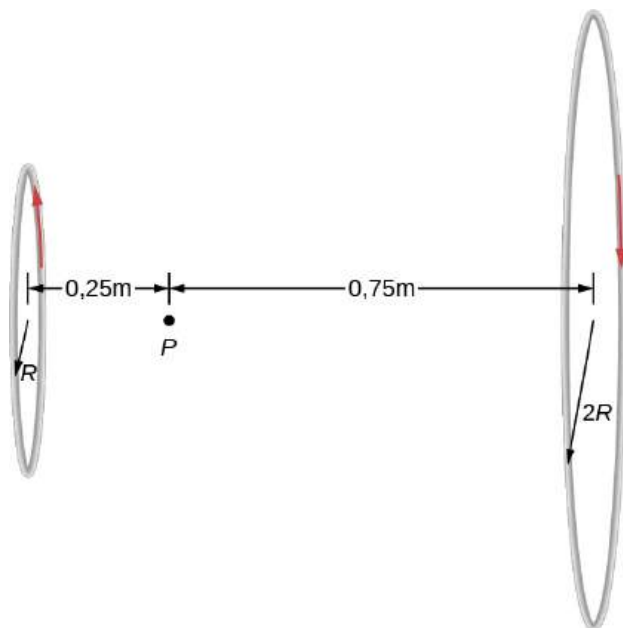


**FIGURA 12.12** Esquema de las líneas de campo magnético de un bucle de corriente circular.

### EJEMPLO 12.5

#### Campo magnético entre dos bucles

Dos bucles de cable llevan la misma corriente de 10 mA, pero fluyen en direcciones opuestas como se ve en la [Figura 12.13](#). Se mide un bucle para tener un radio de  $R = 50$  cm mientras que el otro bucle tiene un radio de  $2R = 100$  cm. La distancia del primer bucle al punto donde se mide el campo magnético es de 0,25 m, y la distancia de ese punto al segundo bucle es de 0,75 m. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético neto en el punto  $P$ ?



**FIGURA 12.13** Dos bucles de diferente radio tienen la misma corriente pero fluyen en direcciones opuestas. El campo magnético en el punto  $P$  se mide como cero.

**Estrategia**

El campo magnético en el punto  $P$  se ha determinado en la [Ecuación 12.15](#). Como las corrientes fluyen en direcciones opuestas, el campo magnético neto es la diferencia entre los dos campos generados por las bobinas. Al utilizar las cantidades dadas en el problema, se calcula entonces el campo magnético neto.

**Solución**

Al resolver el campo magnético neto mediante la [Ecuación 12.15](#) y las cantidades dadas en el problema se obtiene

$$B = \frac{\mu_0 I R_1^2}{2(y_1^2 + R_1^2)^{3/2}} - \frac{\mu_0 I R_2^2}{2(y_2^2 + R_2^2)^{3/2}}$$

$$B = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A})(0,010 \text{ A})(0,5 \text{ m})^2}{2((0,25 \text{ m})^2 + (0,5 \text{ m})^2)^{3/2}} - \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A})(0,010 \text{ A})(1,0 \text{ m})^2}{2((0,75 \text{ m})^2 + (1,0 \text{ m})^2)^{3/2}}$$

$$B = 5,77 \times 10^{-9} \text{ T a la derecha.}$$

**Importancia**

Las bobinas de Helmholtz suelen tener bucles con radios iguales con la corriente fluyendo en la misma dirección para tener un fuerte campo uniforme en el punto medio entre los bucles. Una aplicación similar de la distribución del campo magnético creada por las bobinas de Helmholtz se encuentra en una botella magnética que puede atrapar temporalmente partículas cargadas. Consulte [Fuerzas y campos magnéticos](#) para conocer una discusión al respecto.

**✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 12.5**

Al utilizar el [Ejemplo 12.5](#), ¿a qué distancia debería mover la primera bobina para tener un campo magnético cero medible en el punto  $P$ ?

## 12.5 Ley de Ampère

**OBJETIVOS DE APRENDIZAJE**

Al final de esta sección, podrá:

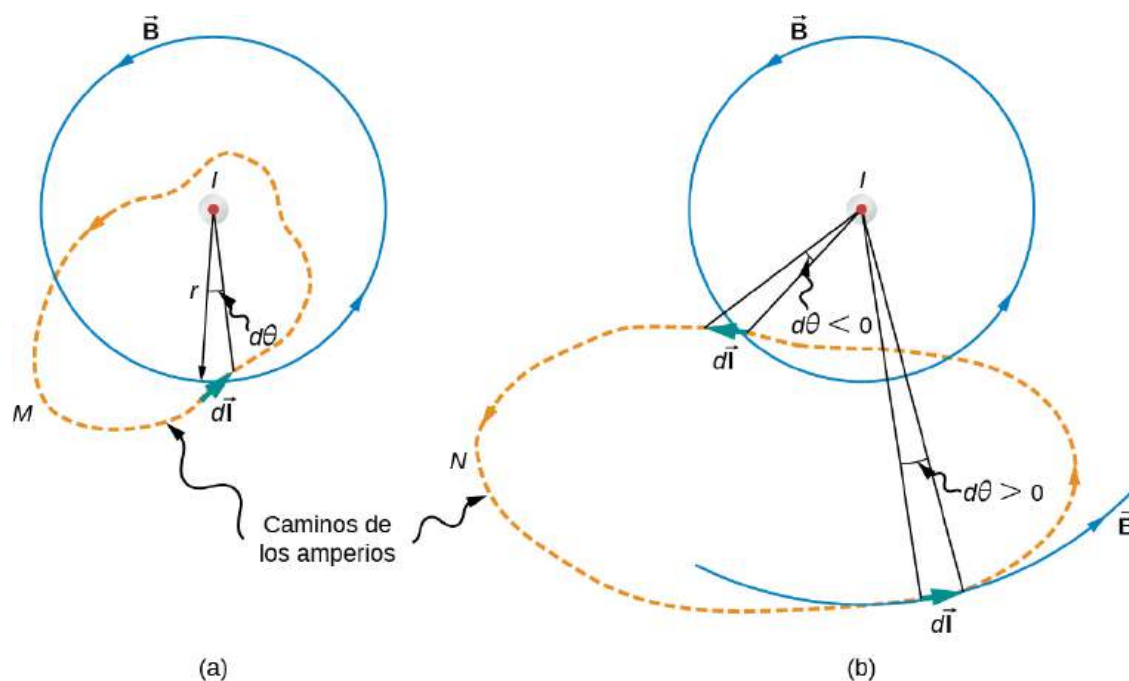
- Explicar cómo la ley de Ampère relaciona el campo magnético producido por una corriente con su valor.
- Calcular el campo magnético de un cable largo y recto, ya sea delgado o grueso, por la ley de Ampère.

Una propiedad fundamental de un campo magnético estático es que, a diferencia de un campo electrostático, no es conservador. Un campo conservador es aquel que realiza la misma cantidad de trabajo sobre una partícula que se desplaza entre dos puntos diferentes, sin importar la trayectoria elegida. Los campos magnéticos no tienen esa propiedad. En cambio, existe una relación entre el campo magnético y su fuente, la corriente eléctrica. Se expresa en términos de la integral de línea de  $\vec{\mathbf{B}}$  y se conoce como **la ley de Ampère**. Esta ley también puede derivarse directamente de la ley de Biot-Savart. Consideramos ahora esa derivación para el caso especial de un cable lineal infinito.

La [Figura 12.14](#) muestra un plano arbitrario perpendicular a un cable lineal infinito cuya corriente  $I$  se dirige fuera de la página. Las líneas de campo magnético son círculos dirigidos en sentido contrario a las agujas del reloj y centrados en el cable. Para empezar, consideremos  $\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{l}}$  sobre las trayectorias cerradas  $M$  y  $N$ .

Observe que una trayectoria ( $M$ ) encierra el cable, mientras que la otra ( $N$ ) no. Como las líneas de campo son circulares,  $\vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{l}}$  es el producto de  $B$  y la proyección de  $d\vec{\mathbf{l}}$  sobre el círculo que pasa por  $d\vec{\mathbf{l}}$ . Si el radio de este círculo particular es  $r$ , la proyección es  $r d\theta$ , y

$$\vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = Br d\theta.$$



**FIGURA 12.14** La corriente  $I$  de un cable lineal largo se dirige hacia fuera de la página. La integral  $\oint d\theta$  es igual a  $2\pi$  y  $0$ , respectivamente, para los trayectos  $M$  y  $N$ .

Con  $\vec{B}$  dado por la [Ecuación 12.9](#),

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint \left( \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \right) r d\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \oint d\theta. \quad 12.20$$

Para la trayectoria  $M$ , que circula alrededor del cable,  $\oint_M d\theta = 2\pi$  y

$$\oint_M \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I. \quad 12.21$$

La trayectoria  $N$ , por el contrario, circula por el positivo (en sentido contrario a las agujas del reloj) y el negativo (en sentido de las agujas del reloj)  $d\theta$  (vea la [Figura 12.14](#)), y como está cerrado,  $\oint_N d\theta = 0$ . Así, para la trayectoria  $N$ ,

$$\oint_N \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0. \quad 12.22$$

La extensión de este resultado al caso general es la ley de Ampère.

### Ley de Ampère

Sobre una trayectoria cerrada arbitraria,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad 12.23$$

donde  $I$  es la corriente total que pasa por cualquier superficie abierta  $S$  cuyo perímetro es la trayectoria de integración. Solo hay que tener en cuenta las corrientes dentro de la trayectoria de integración.

Para determinar si una corriente específica  $I$  es positiva o negativa, curve los dedos de su mano derecha en la

dirección de la trayectoria de integración, como se muestra en la [Figura 12.14](#). Si  $I$  pasa por  $S$  en la misma dirección que su pulgar extendido,  $I$  es positivo; si  $I$  pasa por  $S$  en la dirección opuesta a su pulgar extendido, es negativo.



## ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

### Ley de Ampère

Para calcular el campo magnético creado a partir de la corriente en el/los cable(s), utilice los siguientes pasos:

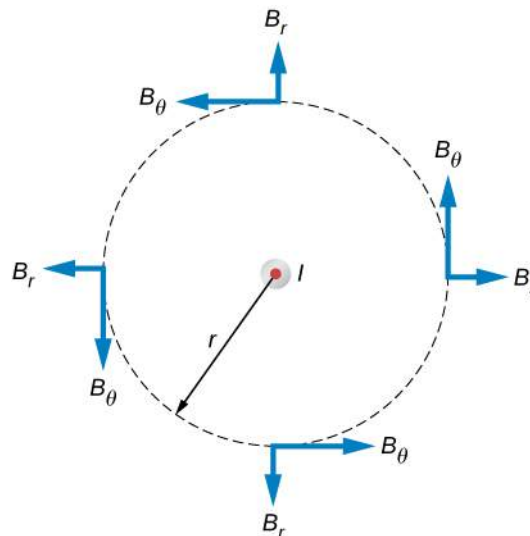
1. Identifique la simetría de la corriente en el o los cables. Si no hay simetría, utilice la ley de Biot-Savart para determinar el campo magnético.
2. Determine la dirección del campo magnético creado por el o los cables por la regla de la mano derecha 2.
3. Elija un bucle de trayectoria en el que el campo magnético sea constante o cero.
4. Calcule la corriente dentro del bucle.
5. Calcule la integral de línea  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$  alrededor del bucle cerrado.
6. Iguale  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$  con  $\mu_0 I_{\text{enc}}$  y resuelva para  $\vec{B}$ .



## EJEMPLO 12.6

### Uso de la ley de Ampère para calcular el campo magnético debido a un cable

Utilice la ley de Ampère para calcular el campo magnético debido a una corriente constante  $I$  en un cable lineal infinito y delgado como se muestra en la [Figura 12.15](#).



**FIGURA 12.15** Las posibles componentes del campo magnético  $B$  debidas a una corriente  $I$ , que se dirige fuera de la página. La componente radial es cero porque el ángulo entre el campo magnético y la trayectoria es un ángulo recto.

### Estrategia

Considere un plano arbitrario perpendicular al cable, con la corriente dirigida fuera de la página. Las posibles componentes del campo magnético en este plano,  $B_r$  y  $B_\theta$ , se muestran en puntos arbitrarios de un círculo de radio  $r$  centrado en el cable. Dado que el campo es cilíndricamente simétrico, ni  $B_r$  ni  $B_\theta$  varían con la posición en este círculo. También por simetría, las líneas radiales, si existen, deben dirigirse todas hacia dentro o todas hacia fuera del cable. Esto significa, sin embargo, que debe haber un flujo magnético neto a través de un cilindro arbitrario concéntrico con el cable. La componente radial del campo magnético debe ser

cero porque  $\vec{\mathbf{B}}_r \cdot d\vec{\mathbf{l}} = 0$ . Por lo tanto, podemos aplicar la ley de Ampère a la trayectoria circular como se muestra.

### Solución

Por esta trayectoria,  $\vec{\mathbf{B}}$  es constante y paralela a  $d\vec{\mathbf{l}}$ , así que

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = B_\theta \oint dl = B_\theta(2\pi r).$$

Así, la ley de Ampère se reduce a

$$B_\theta(2\pi r) = \mu_0 I.$$

Por último, dado que  $B_\theta$  es el único componente de  $\vec{\mathbf{B}}$ , podemos eliminar el subíndice y escribir

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

Esto coincide con el cálculo de Biot-Savart anterior.

### Importancia

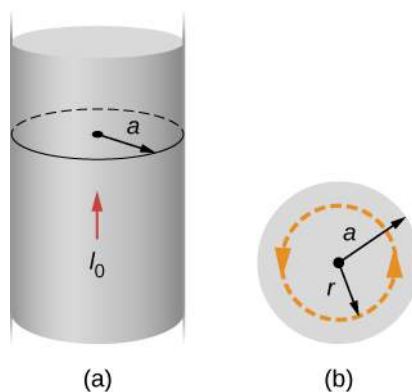
La ley de Ampère funciona bien si se tiene una trayectoria a integrar sobre la cual  $\vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{l}}$  tiene resultados que son fáciles de simplificar. Para el cable infinito, esto funciona fácilmente con una trayectoria que es circular alrededor del cable para que el campo magnético se excluya de la integración. Si la dependencia de la trayectoria parece complicada, siempre se puede volver a la ley de Biot-Savart y utilizarla para calcular el campo magnético.



## EJEMPLO 12.7

### Cálculo del campo magnético de un cable grueso con la ley de Ampère

El radio del cable lineal y largo de la [Figura 12.16](#) es  $a$ , y el cable lleva una corriente  $I_0$  que se distribuye uniformemente en su sección transversal. Calcule el campo magnético tanto dentro como fuera del cable.



**FIGURA 12.16** (a) Un modelo de un cable conductor de corriente de radio  $a$  y corriente  $I_0$ . (b) Una sección transversal del mismo cable que muestra el radio  $a$  y el bucle de Ampère de radio  $r$ .

### Estrategia

Este problema tiene la misma geometría que el [Ejemplo 12.6](#), pero la corriente encerrada cambia a medida que movemos la trayectoria de integración desde el exterior del alambre hasta su interior, donde no captura toda la corriente encerrada (ver [Figura 12.16](#)).

### Solución

Para cualquier trayectoria circular de radio  $r$  que esté centrada en el cable,



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint B dl = B \oint dl = B(2\pi r).$$

A partir de la ley de Ampère, esto es igual a la corriente total que pasa a través de cualquier superficie delimitada por la trayectoria de integración.

Consideremos primero una trayectoria circular que está dentro del cable ( $r \leq a$ ) como la mostrada en la parte (a) de la [Figura 12.16](#). Necesitamos la corriente  $I$  que pasa por la zona delimitada por la trayectoria. Es igual a la densidad de corriente  $J$  por el área encerrada. Dado que la corriente es uniforme, la densidad de corriente dentro de la trayectoria es igual a la densidad de corriente en todo el cable, que es  $I_0/\pi a^2$ . Por lo tanto, la corriente  $I$  que pasa por la zona delimitada por la trayectoria es

$$I = \frac{\pi r^2}{\pi a^2} I_0 = \frac{r^2}{a^2} I_0.$$

Podemos considerar esta relación porque la densidad de corriente  $J$  es constante sobre el área del cable. Por lo tanto, la densidad de corriente de una parte del cable es igual a la densidad de corriente en toda la zona. Al utilizar la ley de Ampère, obtenemos

$$B(2\pi r) = \mu_0 \left( \frac{r^2}{a^2} \right) I_0,$$

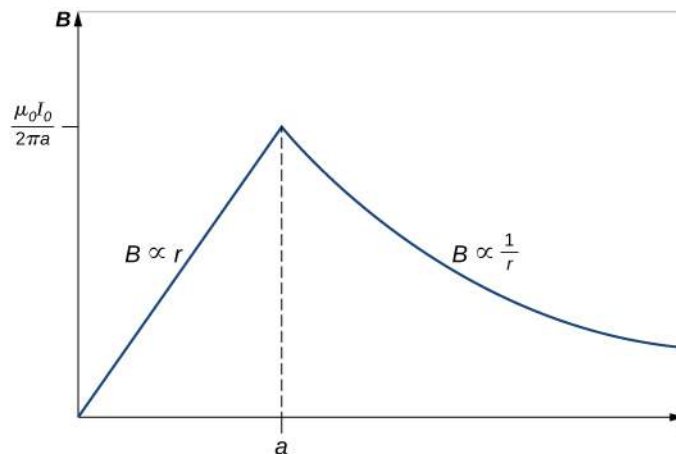
y el campo magnético dentro del cable es

$$B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \frac{r}{a^2} \quad (r \leq a).$$

Fuera del cable, la situación es idéntica a la del cable fino infinito del ejemplo anterior; es decir,

$$B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \quad (r \geq a).$$

La variación de  $B$  con  $r$  se muestra en la [Figura 12.17](#).



**FIGURA 12.17** Variación del campo magnético producido por una corriente  $I_0$  en un cable lineal y largo de radio  $a$ .

### Importancia

Los resultados muestran que, a medida que aumenta la distancia radial dentro del alambre grueso, el campo magnético aumenta desde cero hasta un valor familiar del campo magnético de un cable fino. Fuera del cable, el campo disminuye independientemente de si se trata de un cable grueso o fino.

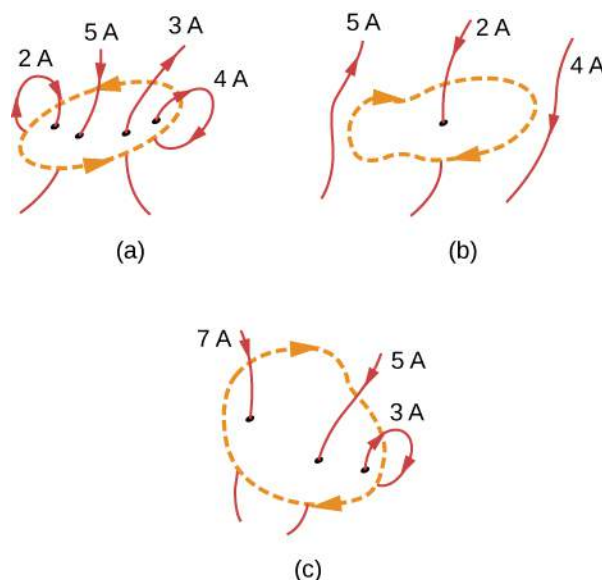
Este resultado es similar a cómo se comporta la ley de Gauss para las cargas eléctricas dentro de una distribución uniforme de la carga, excepto que esta ley para las cargas eléctricas tiene una distribución uniforme del volumen de la carga, mientras que la ley de Ampère tiene aquí una distribución uniforme del área de la corriente. Además, la caída fuera del cable grueso es similar a cómo cae un campo eléctrico fuera de

una distribución de carga lineal, ya que los dos casos tienen la misma geometría y ninguno de ellos depende de la configuración de cargas o corrientes una vez que el bucle está fuera de la distribución.

## EJEMPLO 12.8

### Uso de la Ley de Ampère con trayectorias arbitrarias

Utilice la ley de Ampère para evaluar  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$  para las configuraciones y trayectorias actuales en la [Figura 12.18](#).



**FIGURA 12.18** Configuraciones y trayectorias de corriente para el [Ejemplo 12.8](#).

#### Estrategia

La ley de Ampère establece que  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$  donde  $I$  es la corriente total que pasa por el bucle cerrado. La forma más rápida de evaluar la integral es calcular  $\mu_0 I$  encontrando la corriente neta a través del bucle. Las corrientes positivas fluyen con el pulgar de la mano derecha si los dedos se envuelven en la dirección del bucle. Esto nos indicará el signo de la respuesta.

#### Solución

(a) La corriente que baja por el bucle es igual a la que sale de él, por lo que la corriente neta es cero. Así,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0.$$

(b) La única corriente a considerar en este problema es 2A porque es la única corriente dentro del bucle. La regla de la mano derecha nos indica que la corriente que baja por el bucle es en sentido positivo. Por lo tanto, la respuesta es  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0(2 \text{ A}) = 2,51 \times 10^{-6} \text{ T} \cdot \text{m}$ .

(c) La regla de la mano derecha nos indica que la corriente que baja por el bucle es en sentido positivo. Hay  $7\text{A} + 5\text{A} = 12\text{A}$  de corriente hacia abajo y  $-3\text{A}$  hacia arriba. Por lo tanto, la corriente total es de  $9\text{A}$  y

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0(9 \text{ A}) = 1,13 \times 10^{-5} \text{ T} \cdot \text{m}.$$

#### Importancia

Si todas las corrientes se envolvieran de forma que la misma corriente entrara y saliera del bucle, la corriente

neta sería cero y no habría campo magnético. Por eso los cables están muy cerca unos de otros en un cable eléctrico. Las corrientes que fluyen hacia un dispositivo y que se alejan de él en un cable son iguales al flujo de corriente total cero a través de un bucle de Ampère alrededor de estos cables. Por lo tanto, no puede haber campos magnéticos parásitos en los cables que portan corriente.

## ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 12.6**

Considere el uso de la ley de Ampère para calcular los campos magnéticos de un cable lineal finito y de un bucle circular. ¿Por qué no es útil para estos cálculos?

## 12.6 Solenoides y toroides

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Establecer una relación de cómo varía el campo magnético de un solenoide con la distancia y la corriente utilizando tanto la ley de Biot-Savart como la ley de Ampère.
- Establecer una relación de cómo varía el campo magnético de un toroide con la distancia y la corriente utilizando la ley de Ampère.

Dos de los dispositivos electromagnéticos más comunes y útiles son los llamados solenoides y toroides. De una forma u otra, forman parte de numerosos instrumentos, tanto grandes como pequeños. En esta sección examinamos el campo magnético típico de estos dispositivos.

### Solenoides

Un cable largo enrollado en forma de bobina helicoidal se conoce como **solenoides**. Los solenoides se utilizan habitualmente en la investigación experimental que requiere campos magnéticos. Un solenoide es generalmente fácil de enrollar, y cerca de su centro, su campo magnético es bastante uniforme y directamente proporcional a la corriente en el cable.

La [Figura 12.19](#) muestra un solenoide formado por  $N$  vueltas de alambre fuertemente enrolladas sobre una longitud  $L$ . Por el alambre del solenoide circula una corriente  $I$ . El número de vueltas por unidad de longitud es  $N/L$ ; por tanto, el número de vueltas en una longitud infinitesimal  $dy$  son  $(N/L)dy$  vueltas. Esto produce una corriente

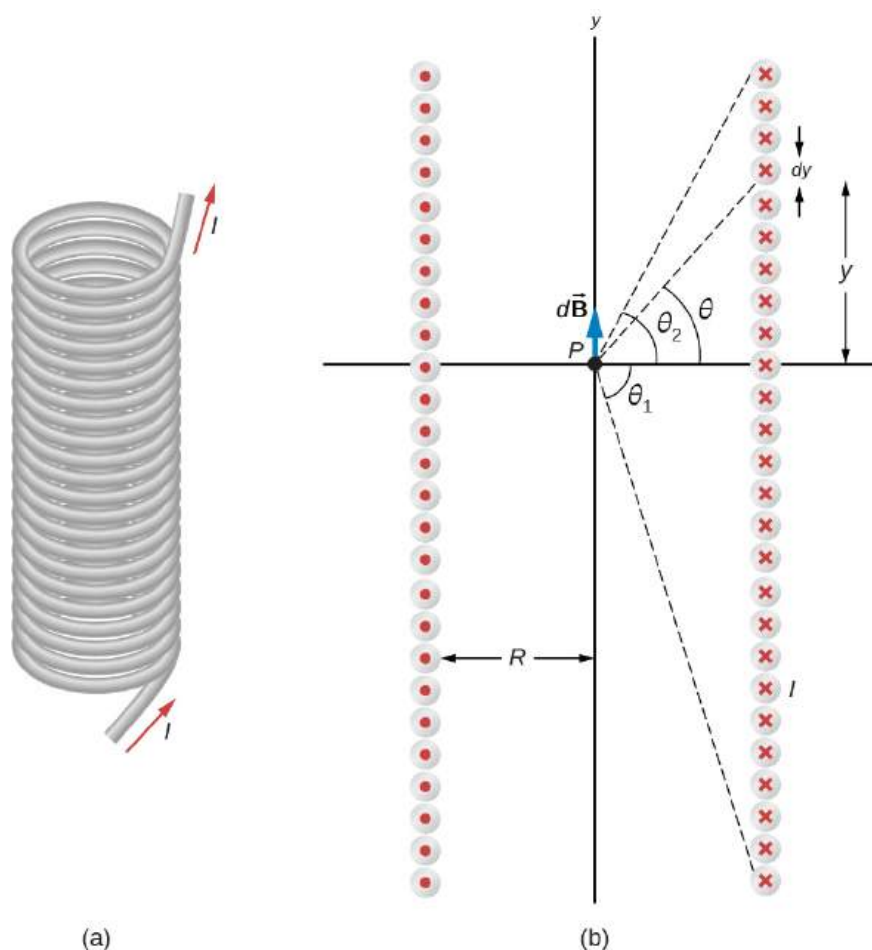
$$dI = \frac{NI}{L} dy. \quad 12.24$$

Primero calculamos el campo magnético en el punto  $P$  de la [Figura 12.19](#). Este punto se encuentra en el eje central del solenoide. Básicamente, estamos cortando el solenoide en rebanadas finas que tienen un grosor  $dy$  y tratando cada una de ellas como un bucle de corriente. Por lo tanto,  $dI$  es la corriente que atraviesa cada rodaja. El campo magnético  $d\vec{B}$  debido a la corriente  $dI$  en  $dy$  se puede calcular con la ayuda de la [Ecuación 12.15](#) y la [Ecuación 12.24](#):

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 R^2 dI}{2(y^2 + R^2)^{3/2}} \hat{\mathbf{j}} = \left( \frac{\mu_0 I R^2 N}{2L} \hat{\mathbf{j}} \right) \frac{dy}{(y^2 + R^2)^{3/2}} \quad 12.25$$

donde utilizamos la [Ecuación 12.24](#) para sustituir a  $dI$ . El campo resultante en  $P$  se encuentra integrando  $d\vec{B}$  a lo largo de toda la longitud del solenoide. Es más fácil evaluar esta integral al cambiar la variable independiente de  $y$  a  $\theta$ . De la inspección de la [Figura 12.19](#), tenemos:

$$\text{sen } \theta = \frac{y}{\sqrt{y^2 + R^2}}. \quad 12.26$$



**FIGURA 12.19** (a) Un solenoide es un alambre largo enrollado en forma de hélice. (b) El campo magnético en el punto  $P$  del eje del solenoide es el campo neto debido a todos los bucles de corriente.

Al tomar la diferencial de ambos lados de esta ecuación, obtenemos

$$\begin{aligned} \cos \theta d\theta &= \left[ -\frac{y^2}{(y^2+R^2)^{3/2}} + \frac{1}{\sqrt{y^2+R^2}} \right] dy \\ &= \frac{R^2 dy}{(y^2+R^2)^{3/2}}. \end{aligned}$$

Cuando esto se sustituye en la ecuación de  $d\vec{\mathbf{B}}$ , tenemos

$$\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0 IN}{2L} \hat{\mathbf{j}} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta d\theta = \frac{\mu_0 IN}{2L} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \hat{\mathbf{j}}, \quad 12.27$$

que es el campo magnético a lo largo del eje central de un solenoide finito.

De especial interés es el solenoide infinitamente largo, para el que  $L \rightarrow \infty$ . Desde un punto de vista práctico, el solenoide infinito es aquel cuya longitud es mucho mayor que su radio ( $L \gg R$ ). En este caso,  $\theta_1 = -\frac{\pi}{2}$  y  $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$ . Entonces de la [Ecuación 12.27](#), el campo magnético a lo largo del eje central de un solenoide infinito es

$$\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0 IN}{2L} \hat{\mathbf{j}} [\sin(\pi/2) - \sin(-\pi/2)] = \frac{\mu_0 IN}{L} \hat{\mathbf{j}}$$

0

$$\vec{\mathbf{B}} = \mu_0 n I \hat{\mathbf{j}}, \quad 12.28$$

donde  $n$  es el número de vueltas por unidad de longitud. Puede calcular la dirección de  $\vec{\mathbf{B}}$  con una regla de la mano derecha: Envuelva los dedos en la dirección de la corriente y el pulgar apunta a lo largo del campo magnético en el interior del solenoide.

Ahora utilizamos estas propiedades, junto con la ley de Ampère, para calcular la magnitud del campo magnético en cualquier lugar dentro del solenoide infinito. Consideremos la trayectoria cerrada de la [Figura 12.20](#). A lo largo del segmento 1,  $\vec{\mathbf{B}}$  es uniforme y paralelo a la trayectoria. A lo largo de los segmentos 2 y 4,  $\vec{\mathbf{B}}$  es perpendicular a una parte de la trayectoria y se desvanece en el resto. Por lo tanto, los segmentos 2 y 4 no contribuyen a la integral de línea en la ley de Ampère. A lo largo del segmento 3,  $\vec{\mathbf{B}} = 0$  porque el campo magnético es cero fuera del solenoide. Si se considera un bucle de la ley de Ampère fuera del solenoide, la corriente fluye en direcciones opuestas en diferentes segmentos de cable. Por lo tanto, no hay corriente encerrada ni campo magnético según la ley de Ampère. Por lo tanto, no hay contribución a la integral de la línea del segmento 3. Como resultado, hallamos

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = \int_1 \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = Bl. \quad 12.29$$

**FIGURA 12.20** La vía de integración utilizada en la ley de Ampère para evaluar el campo magnético de un solenoide infinito.

El solenoide tiene  $n$  vueltas por unidad de longitud, por lo que la corriente que pasa por la superficie encerrada por la trayectoria es  $nIl$ . Por lo tanto, a partir de la ley de Ampère,

$$Bl = \mu_0 n I$$

y

$$B = \mu_0 n I \quad 12.30$$

dentro del solenoide. Esto coincide con lo que hemos encontrado antes para  $B$  en el eje central del solenoide. Aquí, sin embargo, la ubicación del segmento 1 es arbitraria, por lo que hemos encontrado que esta ecuación da el campo magnético en cualquier lugar dentro del solenoide infinito.

Fuera del solenoide, se puede dibujar un bucle de la ley de Ampère alrededor de todo él. Esto encerraría la corriente que fluye en ambas direcciones. Por lo tanto, la corriente neta dentro del bucle es cero. Según la ley de Ampère, si la corriente neta es cero, el campo magnético debe ser cero. Por lo tanto, para lugares fuera del radio del solenoide, el campo magnético es cero.

Cuando un paciente se somete a una imagen de resonancia magnética (IRM), la persona se acuesta en una mesa que se mueve hacia el centro de un gran solenoide que puede generar campos magnéticos muy grandes. El solenoide es capaz de producir estos altos campos a partir de altas corrientes que fluyen a través de los cables superconductores. El gran campo magnético se utiliza para cambiar el giro de los protones en el cuerpo del paciente. El tiempo que tardan los espines en alinearse o relajarse (volver a la orientación original) es una marca de los diferentes tejidos que pueden analizarse para ver si sus estructuras son normales ([Figura 12.21](#)).



**FIGURA 12.21** En una máquina de IRM el solenoide cilíndrico que rodea al paciente genera un gran campo magnético (créditos: Liz West)



### EJEMPLO 12.9

#### Campo magnético dentro de un solenoide

Un solenoide tiene 300 vueltas enrolladas alrededor de un cilindro de 1,20 cm de diámetro y 14,0 cm de longitud. Si la corriente que atraviesa las bobinas es de 0,410 A, ¿cuál es la magnitud del campo magnético en el interior y cerca del centro del solenoide?

#### Estrategia

Nos dan el número de vueltas y la longitud del solenoide para que podamos calcular el número de vueltas por unidad de longitud. Por lo tanto, el campo magnético dentro y cerca del centro del solenoide viene dado por la [Ecuación 12.30](#). Fuera del solenoide, el campo magnético es cero.

#### Solución

El número de vueltas por unidad de longitud es

$$n = \frac{300 \text{ vueltas}}{0,140 \text{ m}} = 2,14 \times 10^3 \text{ vueltas/m.}$$

El campo magnético producido en el interior del solenoide es

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 n I = (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(2,14 \times 10^3 \text{ vueltas/m})(0,410 \text{ A}) \\ B &= 1,10 \times 10^{-3} \text{ T.} \end{aligned}$$

#### Importancia

Esta solución solo es válida si la longitud del solenoide es razonablemente grande en comparación con su diámetro. Este ejemplo es un caso en el que esto es válido.



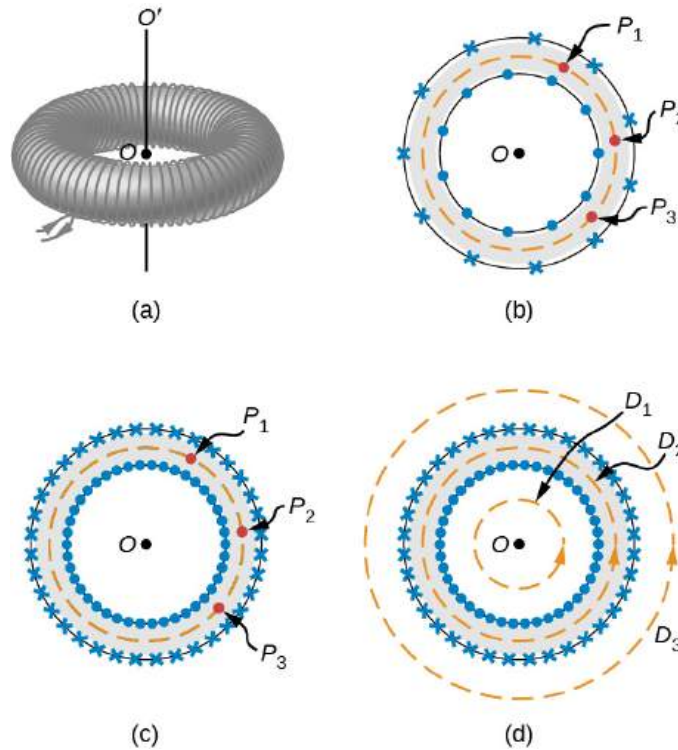
### COMPRUEBE LO APRENDIDO 12.7

¿Cuál es la relación entre el campo magnético producido al utilizar una fórmula finita sobre la aproximación infinita para un ángulo  $\theta$  de (a)  $85^\circ$ ? (b)  $89^\circ$ ? El solenoide tiene 1.000 vueltas en 50 cm con una corriente de 1,0 A que fluye a través de las bobinas

#### Toroides

Un toroide es una bobina en forma de rosquilla estrechamente enrollada con un alambre continuo, como se

ilustra en la parte (a) de la [Figura 12.22](#). Si el toroide tiene  $N$  bobinados y la corriente en el cable es  $I$ , ¿cuál es el campo magnético dentro y fuera del toroide?



**FIGURA 12.22** (a) Un toroide es una bobina bobinada en un objeto con forma de rosquilla. (b) Un toroide poco bobinado no tiene simetría cilíndrica. (c) En un toroide muy bobinado la simetría cilíndrica es una muy buena aproximación. (d) Varias trayectorias de integración para la ley de Ampère.

Comenzamos asumiendo una simetría cilíndrica alrededor del eje  $OO'$ . En realidad, esta suposición no es precisamente correcta, pues como muestra la parte (b) de la [Figura 12.22](#), la vista de la bobina toroidal varía de un punto a otro (por ejemplo,  $P_1$ ,  $P_2$ , y  $P_3$ ) en una trayectoria circular centrada en  $OO'$ . Sin embargo, si el toroide está fuertemente bobinado, todos los puntos del círculo se vuelven esencialmente equivalentes (parte [c] de la [Figura 12.22](#)), y la simetría cilíndrica es una aproximación precisa.

Con esta simetría, el campo magnético debe ser tangente y de magnitud constante a lo largo de cualquier trayectoria circular centrada en  $OO'$ . Esto nos permite escribir para cada una de las trayectorias  $D_1$ ,  $D_2$ , y  $D_3$  que se muestra en la parte (d) de la [Figura 12.22](#),

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B(2\pi r). \quad 12.31$$

La ley de Ampère relaciona esta integral con la corriente neta que atraviesa cualquier superficie delimitada por la trayectoria de integración. En el caso de una trayectoria externa al toroide, o bien no pasa corriente a través de la superficie envolvente (trayectoria  $D_1$ ) o la corriente que pasa por la superficie en una dirección se equilibra exactamente con la corriente que pasa por ella en la dirección opuesta (trayectoria  $D_3$ ). En cualquier caso, no hay corriente neta que pase por la superficie, por lo que

$$\oint B(2\pi r) = 0$$

y

$$B = 0 \quad (\text{fuera del toroide}). \quad 12.32$$

Las vueltas de un toroide forman una hélice, en vez de bucles circulares. Como resultado, hay un pequeño campo externo a la bobina; sin embargo, la derivación anterior se mantiene si las bobinas fueran circulares.

Para una trayectoria circular dentro del toroide (trayectoria  $D_2$ ), la corriente en el cable corta la superficie  $N$  veces, lo que resulta en una corriente neta  $NI$  a través de la superficie. Ahora calculamos con la ley de Ampère,

$$B(2\pi r) = \mu_0 NI$$

y

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \quad (\text{dentro del toroide}). \quad \mathbf{12.33}$$

El campo magnético está dirigido en el sentido contrario a las agujas del reloj para los bobinados mostrados. Cuando se invierte la corriente en las bobinas, la dirección del campo magnético también se invierte.

El campo magnético en el interior de un toroide no es uniforme, ya que varía inversamente con la distancia  $r$  del eje  $OO'$ . Sin embargo, si el radio central  $R$  (el radio a medio camino entre los radios interior y exterior del toroide) es mucho mayor que el diámetro de la sección transversal de las bobinas  $r$ , la variación es bastante pequeña, y la magnitud del campo magnético puede calcularse mediante la [Ecuación 12.33](#) donde  $r = R$ .

## 12.7 El magnetismo en la materia

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Clasificar los materiales magnéticos como paramagnéticos, diamagnéticos o ferromagnéticos, según su respuesta a un campo magnético.
- Esbozar cómo se alinean los dipolos magnéticos con el campo magnético en cada tipo de sustancia.
- Definir la histéresis y la susceptibilidad magnética que determinan el tipo de material magnético.

¿Por qué algunos materiales son magnéticos y otros no? ¿Y por qué ciertas sustancias se magnetizan con un campo, mientras que otras no se ven afectadas? Para responder a estas preguntas, necesitamos comprender el magnetismo a nivel microscópico.

Dentro de un átomo, cada electrón viaja en una órbita y gira sobre un eje interno. Ambos tipos de movimiento producen bucles de corriente y, por tanto, dipolos magnéticos. Para un átomo concreto, el momento dipolar magnético neto es la suma vectorial de los momentos dipolares magnéticos. Se indican valores de  $\mu$  para varios tipos de átomos en la [Tabla 12.1](#). Observe que algunos átomos tienen un momento dipolar neto cero y que las magnitudes de los momentos no evanescentes suelen ser  $10^{-23} \text{ A} \cdot \text{m}^2$ .

Átomo	Momento magnético ( $10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2$ )
H	9,27
He	0
Li	9,27
O	13,9
Na	9,27
S	13,9

**TABLA 12.1** Momentos magnéticos de algunos átomos

Un puñado de materia tiene aproximadamente  $10^{26}$  átomos e iones, cada uno con su momento dipolar magnético. Si no hay un campo magnético externo, los dipolos magnéticos se orientan de forma aleatoria: tantos apuntan hacia arriba como hacia abajo, tantos apuntan al este como al oeste, etc. En consecuencia, el



momento dipolar magnético neto de la muestra es cero. Sin embargo, si la muestra se coloca en un campo magnético, estos dipolos tienden a alinearse con el campo (vea la [Ecuación 12.14](#)), y esta alineación determina cómo responde la muestra al campo. En función de esta respuesta, se dice que un material es paramagnético, ferromagnético o diamagnético.

En un **material paramagnético**, solo una pequeña fracción (aproximadamente un tercio) de los dipolos magnéticos están alineados con el campo aplicado. Dado que cada dipolo produce su propio campo magnético, esta alineación aporta uno adicional, que aumenta el campo aplicado. Cuando un **material ferromagnético** se coloca en un campo magnético, sus dipolos magnéticos también se alinean; además, se bloquean entre sí de modo que se produce una magnetización permanente, incluso cuando el campo se apaga o se invierte. Esta magnetización permanente se produce en los materiales ferromagnéticos pero no en los paramagnéticos. Los **materiales diamagnéticos** están compuestos por átomos que no tienen un momento dipolar magnético neto. Sin embargo, cuando un material diamagnético se coloca en un campo magnético, un momento dipolar magnético se dirige de forma opuesta al campo aplicado y, por lo tanto, produce un campo magnético que se opone al campo aplicado. A continuación, examinamos con más detalle cada tipo de material.

### Materiales paramagnéticos

Para simplificar, suponemos que nuestra muestra es una pieza larga y cilíndrica que llena completamente el interior de un solenoide largo y bien enrollado. Cuando no hay corriente en el solenoide, los dipolos magnéticos de la muestra están orientados al azar y no producen ningún campo magnético neto. Con una corriente de solenoide, el campo magnético debido al solenoide ejerce un torque sobre los dipolos que tiende a alinearlos con el campo. En competencia con el torque de alineación están las colisiones térmicas que tienden a aleatorizar las orientaciones de los dipolos. La importancia relativa de estos dos procesos en competencia puede estimarse al comparar las energías implicadas. De la [Ecuación 12.14](#), la diferencia de energía entre un dipolo magnético alineado con y contra un campo magnético es  $U_B = 2\mu B$ . Si  $\mu = 9,3 \times 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2$  (el valor del hidrógeno atómico) y  $B = 1,0 \text{ T}$ , entonces

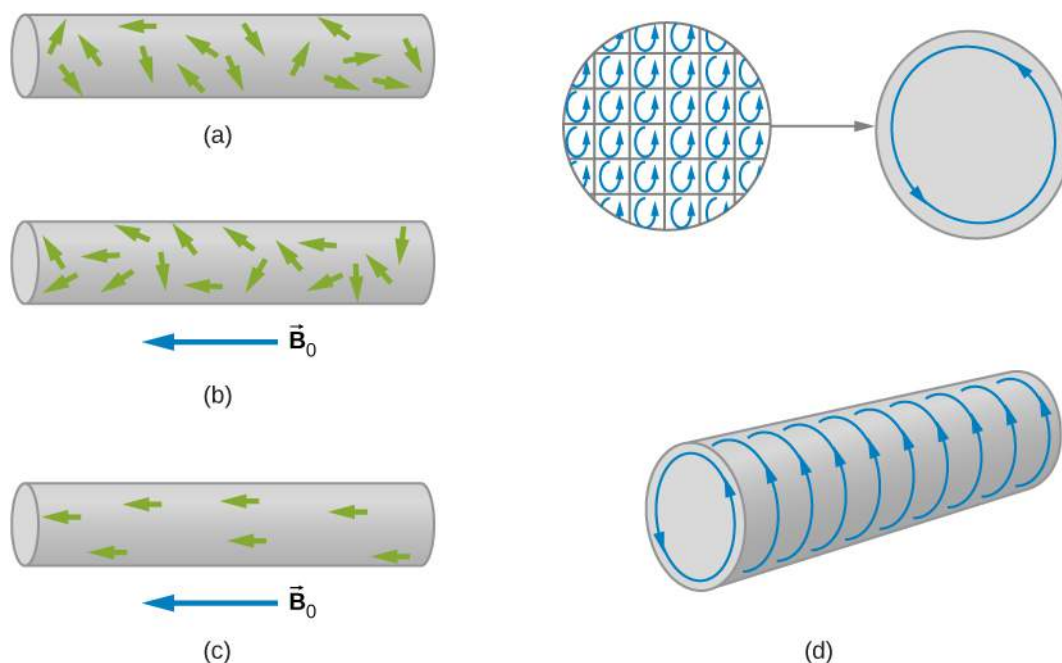
$$U_B = 1,9 \times 10^{-23} \text{ J}.$$

A una temperatura ambiente de  $27^\circ\text{C}$ , la energía térmica por átomo es

$$U_T \approx kT = (1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(300 \text{ K}) = 4,1 \times 10^{-21} \text{ J},$$

que es unas 220 veces mayor que  $U_B$ . Está claro que los intercambios de energía en las colisiones térmicas pueden interferir seriamente en la alineación de los dipolos magnéticos. Como resultado, solo una pequeña fracción de los dipolos está alineada en cualquier instante.

Los cuatro bocetos de la [Figura 12.23](#) proporcionan un modelo sencillo de este proceso de alineación. En la parte (a), antes de que se aplique el campo del solenoide (no mostrado) que contiene la muestra paramagnética, los dipolos magnéticos están orientados al azar y no hay ningún momento dipolar magnético neto asociado al material. Con la introducción del campo, se produce una alineación parcial de los dipolos, como se representa en la parte (b). La componente del momento dipolar magnético neto que es perpendicular al campo, desaparece. Podemos entonces representar la muestra mediante la parte (c), que muestra una colección de dipolos magnéticos completamente alineados con el campo. Al tratar estos dipolos como bucles de corriente, podemos imaginar la alineación de los dipolos como equivalente a una corriente alrededor de la superficie del material, como en la parte (d). Esta corriente superficial ficticia produce su propio campo magnético, que aumenta el campo del solenoide.



**FIGURA 12.23** El proceso de alineación en un material paramagnético que rellena un solenoide (no se muestra). (a) Sin un campo aplicado, los dipolos magnéticos se orientan al azar. (b) Con un campo, se produce una alineación parcial. (c) Una representación equivalente de la parte (b). (d) Las corrientes internas se cancelan, dejando una corriente superficial efectiva que produce un campo magnético similar al de un solenoide finito.

Podemos expresar el campo magnético total  $\vec{B}$  en el material como

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_m, \quad 12.34$$

donde  $\vec{B}_0$  es el campo debido a la corriente  $I_0$  en el solenoide y  $\vec{B}_m$  es el campo debido a la corriente superficial  $I_m$  alrededor de la muestra. Ahora  $\vec{B}_m$  suele ser proporcional a  $\vec{B}_0$ , un hecho que expresamos mediante

$$\vec{B}_m = \chi \vec{B}_0, \quad 12.35$$

donde  $\chi$  es una cantidad sin dimensiones llamada **susceptibilidad magnética**. Se indican valores de  $\chi$  para algunos materiales paramagnéticos en la [Tabla 12.2](#). Como la alineación de los dipolos magnéticos es tan débil,  $\chi$  es muy pequeño para los materiales paramagnéticos. Al combinar la [Ecuación 12.34](#) y la [Ecuación 12.35](#), obtenemos:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \chi \vec{B}_0 = (1 + \chi) \vec{B}_0. \quad 12.36$$

Para una muestra dentro de un solenoide infinito, esto se convierte en

$$B = (1 + \chi) \mu_0 n I. \quad 12.37$$

Esta expresión nos dice que la inserción de un material paramagnético en un solenoide aumenta el campo en un factor de  $(1 + \chi)$ . Sin embargo, como  $\chi$  es tan pequeño, el campo no se mejora mucho.

La cantidad

$$\mu = (1 + \chi) \mu_0. \quad 12.38$$

se denomina permeabilidad magnética de un material. En términos de  $\mu$ , la [Ecuación 12.37](#) puede escribirse como

$$B = \mu n I \quad 12.39$$

para el solenoide lleno.

Materiales paramagnéticos	$\chi$	Materiales diamagnéticos	$\chi$
Aluminio	$2,2 \times 10^{-5}$	Bismuto	$-1,7 \times 10^{-5}$
Calcio	$1,4 \times 10^{-5}$	Carbono (diamante)	$-2,2 \times 10^{-5}$
Cromo	$3,1 \times 10^{-4}$	Cobre	$-9,7 \times 10^{-6}$
Magnesio	$1,2 \times 10^{-5}$	Plomo	$-1,8 \times 10^{-5}$
Gas oxígeno (1 atm)	$1,8 \times 10^{-6}$	Mercurio	$-2,8 \times 10^{-5}$
Oxígeno líquido (90 K)	$3,5 \times 10^{-3}$	Gas hidrógeno (1 atm)	$-2,2 \times 10^{-9}$
Tungsteno	$6,8 \times 10^{-5}$	Gas nitrógeno (1 atm)	$-6,7 \times 10^{-9}$
Aire (1 atm)	$3,6 \times 10^{-7}$	Agua	$-9,1 \times 10^{-6}$

**TABLA 12.2** Susceptibilidades magnéticas \*Nota: A menos que se especifique lo contrario, los valores indicados se refieren a la temperatura ambiente.

### Materiales diamagnéticos

Un campo magnético siempre induce un dipolo magnético en un átomo. Este dipolo inducido apunta de forma opuesta al campo aplicado, por lo que su campo magnético también se dirige de forma opuesta al campo aplicado. En los materiales paramagnéticos y ferromagnéticos, los dipolos magnéticos permanentes de los átomos, que son mucho más fuertes, ocultan el dipolo magnético inducido. Sin embargo, en los materiales diamagnéticos, cuyos átomos no tienen momentos dipolares magnéticos permanentes, el efecto del dipolo inducido es observable.

Ahora podemos describir los efectos magnéticos de los materiales diamagnéticos con el mismo modelo desarrollado para los materiales paramagnéticos. Sin embargo, en este caso la corriente superficial ficticia fluye en sentido contrario a la corriente del solenoide, y la susceptibilidad magnética  $\chi$  es negativa. Los valores de  $\chi$  para algunos materiales diamagnéticos también se indican en la [Tabla 12.2](#).

### INTERACTIVO

El agua es un material comúnmente diamagnético. Los animales están compuestos principalmente por agua. Se han realizado experimentos con [ranas \(https://openstax.org/l/21frogs\)](https://openstax.org/l/21frogs) y [ratones \(https://openstax.org/l/21mice\)](https://openstax.org/l/21mice) en campos magnéticos divergentes. Las moléculas de agua son repelidas por el campo magnético aplicado contra la gravedad hasta que el animal alcanza el equilibrio. El resultado es que el animal es levitado por el campo magnético.

### Materiales ferromagnéticos

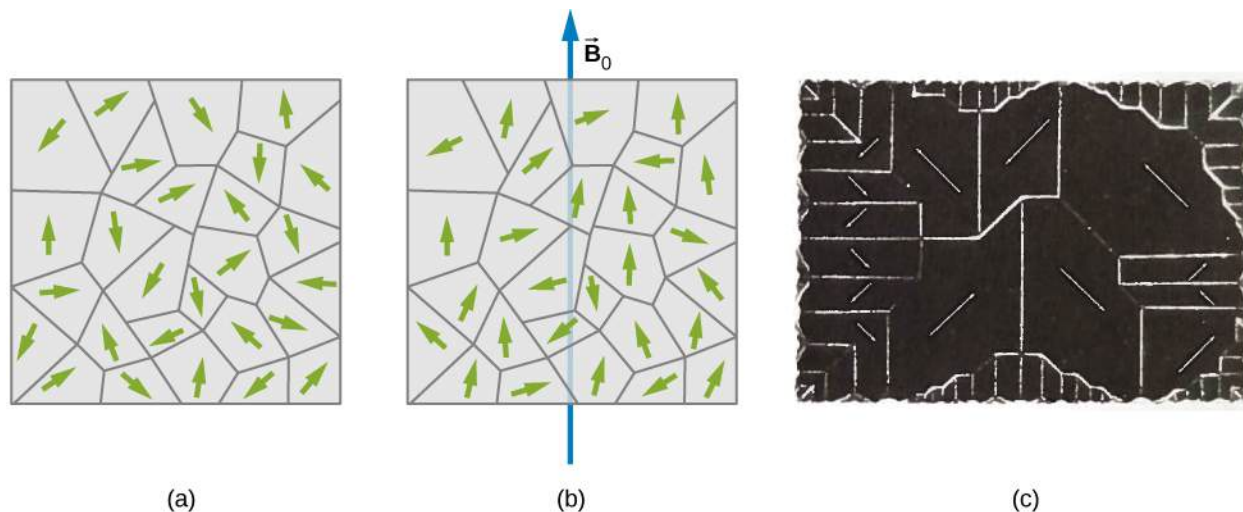
Los imanes comunes están hechos de un material ferromagnético como el hierro o una de sus aleaciones. Los experimentos revelan que un material ferromagnético está formado por pequeñas regiones conocidas como **dominios magnéticos**. Sus volúmenes suelen oscilar entre  $10^{-12}$  a  $10^{-8} \text{ m}^3$ , y contienen alrededor de  $10^{17}$  a  $10^{21}$  átomos. Dentro de un dominio, los dipolos magnéticos se alinean rígidamente en la misma dirección mediante el acoplamiento entre los átomos. Este acoplamiento, que se debe a efectos mecánicos cuánticos, es tan fuerte que ni siquiera la agitación térmica a temperatura ambiente puede romperlo. El resultado es que cada dominio tiene un momento dipolar neto. Algunos materiales tienen un acoplamiento más débil y son

ferromagnéticos solo a bajas temperaturas.

Si los dominios de una muestra ferromagnética están orientados aleatoriamente, como se muestra en la [Figura 12.24](#), la muestra no tiene un momento dipolar magnético neto y se dice que está desmagnetizada.

Supongamos que llenamos el volumen de un solenoide con una muestra ferromagnética no magnetizada.

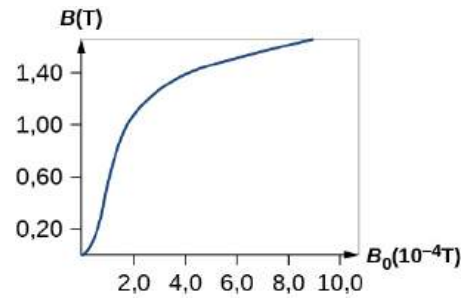
Cuando el campo magnético  $\vec{B}_0$  del solenoide se enciende, los momentos dipolares de los dominios giran de manera que se alinean un poco con el campo, como se representa en la [Figura 12.24](#). Además, los dominios alineados tienden a aumentar de tamaño a costa de los no alineados. El efecto neto de estos dos procesos es la creación de un momento dipolar magnético neto para el ferromagneto que se dirige a lo largo del campo magnético aplicado. Este momento dipolar magnético neto es mucho mayor que el de una muestra paramagnética, y los dominios, con su gran número de átomos, no se desalinean por la agitación térmica. En consecuencia, el campo debido a la alineación de los dominios es bastante grande.



**FIGURA 12.24** (a) Los dominios se orientan aleatoriamente en una muestra ferromagnética no magnetizada, como el hierro. Las flechas representan las orientaciones de los dipolos magnéticos dentro de los dominios. (b) En un campo magnético aplicado, los dominios se alinean un poco con el campo. (c) Los dominios de un solo cristal de níquel. Las líneas blancas muestran los límites de los dominios. Estas líneas se producen por el polvo de óxido de hierro espolvoreado sobre el cristal.

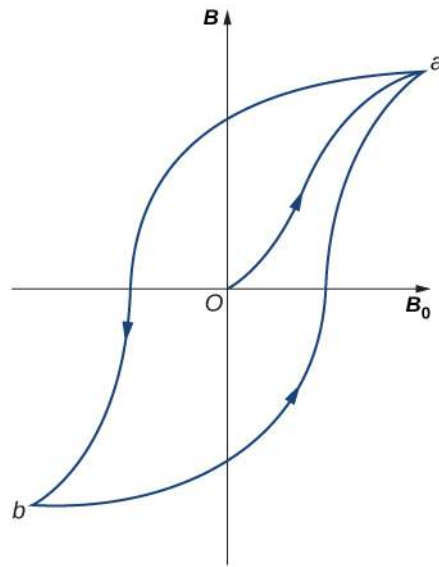
Además del hierro, solo cuatro elementos contienen los dominios magnéticos necesarios para mostrar un comportamiento ferromagnético: el cobalto, el níquel, el gadolinio y el disprosio. Muchas aleaciones de estos elementos son también ferromagnéticas. Los materiales ferromagnéticos pueden describirse usando la [Ecuación 12.34](#) hasta la [Ecuación 12.39](#), las ecuaciones paramagnéticas. Sin embargo, el valor de  $\chi$  para el material ferromagnético suele ser del orden de  $10^3$  a  $10^4$ , y también depende de la historia del campo magnético al que ha estado sometido el material. Un gráfico típico de  $B$  (el campo total en el material) versus  $B_0$  (el campo aplicado) para una pieza de hierro inicialmente no magnetizada se muestra en la [Figura 12.25](#).

Algunos números de muestra son (1) para  $B_0 = 1,0 \times 10^{-4} \text{ T}$ ,  $B = 0,60 \text{ T}$ , y  $\chi = \left( \frac{0,60}{1,0 \times 10^{-4}} \right) - 1 \approx 6,0 \times 10^3$ ; (2) para  $B_0 = 6,0 \times 10^{-4} \text{ T}$ ,  $B = 1,5 \text{ T}$ , y  $\chi = \left( \frac{1,5}{6,0 \times 10^{-4}} \right) - 1 \approx 2,5 \times 10^3$ .



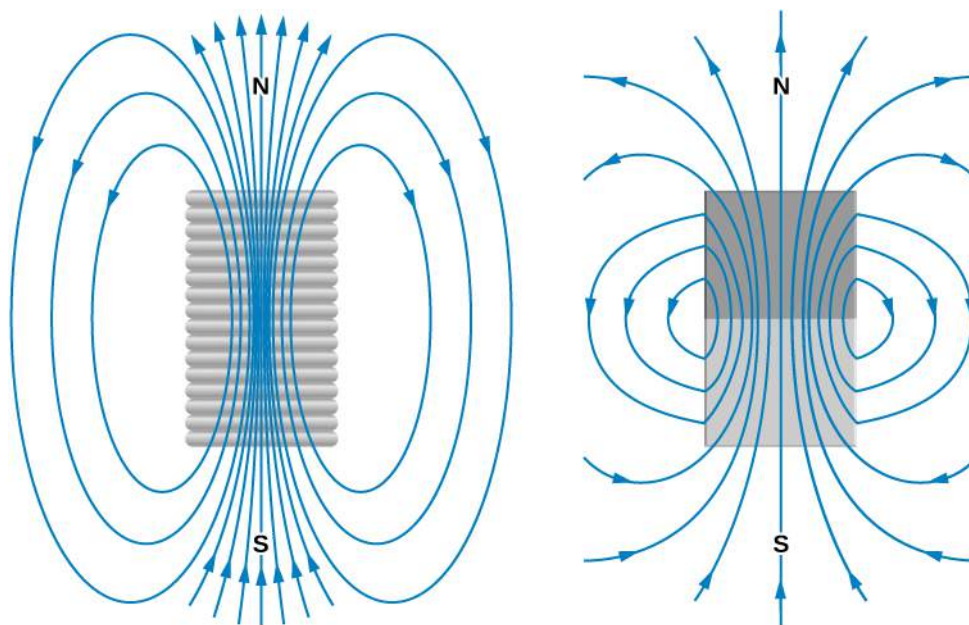
**FIGURA 12.25** (a) El campo magnético  $B$  en el hierro recocido en función del campo aplicado  $B_0$ .

Cuando  $B_0$  se varía en un rango de valores positivos y negativos, se halla que  $B$  se comporta como se muestra en la [Figura 12.26](#). Observe que el mismo  $B_0$  (correspondiente a la misma corriente en el solenoide) pueden producir diferentes valores de  $B$  en el material. El campo magnético  $B$  producido en un material ferromagnético por un campo aplicado  $B_0$  depende de la historia magnética del material. Este efecto se denomina **histéresis**, y la curva de la [Figura 12.26](#) se llama bucle de histéresis. Observe que  $B$  no desaparece cuando  $B_0 = 0$  (es decir, cuando la corriente en el solenoide está apagada). El hierro permanece magnetizado, lo que significa que se ha convertido en un imán permanente.



**FIGURA 12.26** Un bucle de histéresis típico de un ferromagneto. Cuando el material se magnetiza por primera vez, sigue una curva de 0 a  $a$ . Cuando  $B_0$  se invierte, toma la trayectoria indicada de  $a$  hasta  $b$ . Si  $B_0$  se invierte de nuevo, el material sigue la curva de  $b$  hasta  $a$ .

Al igual que la muestra paramagnética de la [Figura 12.23](#), la alineación parcial de los dominios en un ferromagneto equivale a una corriente que fluye alrededor de la superficie. Por lo tanto, una barra magnética puede imaginarse como un solenoide fuertemente bobinado con una gran corriente circulando por sus bobinas (la corriente superficial). Puede ver en la [Figura 12.27](#) que este modelo se ajusta bastante bien. Los campos de la barra magnética y del solenoide finito son sorprendentemente similares. La figura también muestra cómo se identifican los polos de la barra magnética. Para formar bucles cerrados, las líneas de campo fuera del imán salen del polo norte (N) y entran en el polo sur (S), mientras que dentro del imán, salen de S y entran en N.



**FIGURA 12.27** Comparación de los campos magnéticos de un solenoide finito y una barra magnética.

Los materiales ferromagnéticos se encuentran en los discos duros de las computadoras y en los dispositivos de almacenamiento permanente de datos ([Figura 12.28](#)). Un material utilizado en las unidades de disco duro se llama válvula de espín, que tiene capas alternas de metales ferromagnéticos (se alinean con el campo magnético externo) y antiferromagnéticos (cada átomo se alinea de forma opuesta al siguiente). Se observó que se descubrió un cambio significativo en la resistencia en función de si un campo magnético aplicado estaba sobre la válvula de espín o no. Este gran cambio en la resistencia crea una forma rápida y consistente de registrar o leer información mediante una corriente aplicada.



**FIGURA 12.28** El interior de un disco duro. El disco plateado contiene la información, mientras que el fino lápiz óptico situado en la parte superior del disco lee y escribe información en este.

### EJEMPLO 12.10

#### Núcleo de hierro en una bobina

Una bobina larga está fuertemente bobinada alrededor de un cilindro de hierro cuya curva de magnetización se muestra en la [Figura 12.25](#). (a) Si  $n = 20$  vueltas por centímetro, ¿cuál es el campo aplicado  $B_0$  cuando  $I_0 = 0,20$  A? (b) ¿Cuál es el campo magnético neto para esta misma corriente? (c) ¿Cuál es la susceptibilidad magnética en este caso?

**Estrategia**

(a) Se calcula el campo magnético de un solenoide utilizando la [Ecuación 12.28](#). (b) Se lee la gráfica para determinar el campo magnético neto para esta misma corriente. (c) Se calcula la susceptibilidad magnética utilizando la [Ecuación 12.37](#).

**Solución**

- a. El campo aplicado  $B_0$  de la bobina es

$$B_0 = \mu_0 n I_0 = (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(2.000/\text{m})(0,20 \text{ A})$$

$$B_0 = 5,0 \times 10^{-4} \text{ T}.$$

- b. De la inspección de la curva de magnetización de la [Figura 12.25](#), vemos que, para este valor de  $B_0$ ,  $B = 1,4 \text{ T}$ . Observe que el campo interno de los átomos alineados es mucho mayor que el campo aplicado externamente.

- c. Se calcula que la susceptibilidad magnética es

$$\chi = \frac{B}{B_0} - 1 = \frac{1,4 \text{ T}}{5,0 \times 10^{-4} \text{ T}} - 1 = 2,8 \times 10^3.$$

**Importancia**

Los materiales ferromagnéticos tienen susceptibilidades en el rango de  $10^3$  que se compara bien con nuestros resultados aquí. Los materiales paramagnéticos tienen susceptibilidades fraccionarias, por lo que su campo aplicado de la bobina es mucho mayor que el campo magnético generado por el material.

**✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 12.8**

Repita los cálculos del ejemplo anterior para  $I_0 = 0,040 \text{ A}$ .

## Revisión Del Capítulo

### Términos Clave

- dominios magnéticos** grupos de dipolos magnéticos alineados en la misma dirección y acoplados mecánicamente
- histéresis** propiedad de los ferromagnetos que se observa cuando se examina el campo magnético de un material versus el campo magnético aplicado; se crea un bucle resultante de barrer el campo aplicado hacia delante y hacia atrás
- ley de Ampère** ley física que establece que la integral de línea del campo magnético alrededor de una corriente eléctrica es proporcional a la corriente
- ley de Biot-Savart** una ecuación que da el campo magnético en un punto producido por un cable portador de corriente
- materiales diamagnéticos** sus dipolos magnéticos se alinean de forma opuesta a un campo magnético aplicado; cuando se retira el campo, el material se desmanta
- materiales ferromagnéticos** contienen grupos de dipolos, llamados dominios, que se alinean con el campo magnético aplicado; cuando este campo se

- retira, el material sigue magnetizado
- materiales paramagnéticos** sus dipolos magnéticos se alinean parcialmente en la misma dirección que el campo magnético aplicado; cuando este campo se retira, el material se desmanta
- permeabilidad del espacio libre**  $\mu_0$ , medida de la capacidad de un material, en este caso el espacio libre, para soportar un campo magnético
- solenoides** alambre fino bobinado en una bobina que produce un campo magnético cuando se hace pasar una corriente eléctrica a través de él
- susceptibilidad magnética** relación del campo magnético en el material sobre el campo aplicado en ese momento; las susceptibilidades positivas son paramagnéticas o ferromagnéticas (alineadas con el campo) y las negativas son diamagnéticas (alineadas en sentido contrario al campo)
- toroide** bobina en forma de rosquilla estrechamente bobinada que es un alambre continuo

### Ecuaciones Clave

Permeabilidad del espacio libre

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{T} \cdot \text{m/A}$$

Contribución al campo magnético de un elemento de corriente

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin\theta}{r^2}$$

Ley Biot-Savart

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\text{cable}} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Campo magnético debido a un cable lineal y largo

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Fuerza entre dos corrientes paralelas

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$$

Campo magnético de un bucle de corriente

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \text{ (en el centro del bucle)}$$

Ley de Ampère

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

Intensidad del campo magnético dentro de un solenoide

$$B = \mu_0 n I$$



Intensidad del campo magnético dentro de un toroide	$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$
Permeabilidad magnética	$\mu = (1 + \chi)\mu_0$
Campo magnético de un solenoide lleno de material paramagnético	$B = \mu nI$

## Resumen

### 12.1 La ley de Biot-Savart

- El campo magnético creado por un cable conductor de corriente se halla por la ley de Biot-Savart.
- El elemento de corriente  $I d\vec{l}$  produce un campo magnético a una distancia  $r$ .

### 12.2 Campo magnético debido a un cable recto delgado

- La intensidad del campo magnético creado por la corriente en un cable recto largo viene dada por  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$  (cable recto largo) donde  $I$  es la corriente,  $R$  es la distancia más corta del cable y la constante  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/s}$  es la permeabilidad del espacio libre.
- La dirección del campo magnético creado por un cable recto largo viene dada por la regla de la mano derecha 2 (right hand rule-2, RHR-2): Apunte el pulgar de la mano derecha en la dirección de la corriente, y los dedos se curvan en la dirección de los bucles de campo magnético creados por ella.

### 12.3 Fuerza magnética entre dos corrientes paralelas

- La fuerza entre dos corrientes paralelas  $I_1$  y  $I_2$ , separadas por una distancia  $r$ , tiene una magnitud por unidad de longitud dada por  $\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$ .
- La fuerza es atractiva si las corrientes están en la misma dirección y repulsiva si están en direcciones opuestas.

### 12.4 Campo magnético de un bucle de corriente

- La intensidad del campo magnético en el centro de un bucle circular viene dada por  $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$  (en el centro del bucle), donde  $R$  es el radio del bucle. La segunda regla de mano derecha (right hand rule-2, RHR-2) da la dirección del campo sobre el bucle.

### 12.5 Ley de Ampère

- El campo magnético creado por la corriente que sigue una trayectoria cualquiera es la suma (o integral) de los campos debidos a los segmentos a lo largo de la trayectoria (magnitud y dirección como para un cable lineal), lo que da lugar a una relación general entre la corriente y el campo conocida como ley de Ampère.
- La ley de Ampère puede utilizarse para determinar el campo magnético de un cable delgado o de uno grueso mediante una trayectoria de integración geoméricamente conveniente. Los resultados son coherentes con la ley de Biot-Savart.

### 12.6 Solenoides y toroides

- La intensidad del campo magnético dentro de un solenoide es  $B = \mu_0 nI$  (dentro de un solenoide) donde  $n$  es el número de bucles por unidad de longitud del solenoide. El campo interior es muy uniforme en magnitud y dirección.
- La intensidad del campo magnético dentro de un toroide es

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \quad (\text{dentro del toroide})$$

donde  $N$  es el número de bobinas. El campo dentro de un toroide no es uniforme y varía con la distancia como  $1/r$ .

### 12.7 El magnetismo en la materia

- Los materiales se clasifican como paramagnéticos, diamagnéticos o ferromagnéticos, según su comportamiento ante un campo magnético aplicado.
- Los materiales paramagnéticos tienen una alineación parcial de sus dipolos magnéticos con un campo magnético aplicado. Se trata de una susceptibilidad magnética positiva. Solo queda una corriente superficial que crea un campo magnético similar al de un solenoide.

- Los materiales diamagnéticos presentan dipolos inducidos opuestos a un campo magnético aplicado. Se trata de una susceptibilidad magnética negativa.
- Los materiales ferromagnéticos tienen grupos de dipolos, llamados dominios, que se alinean con el campo magnético aplicado. Sin embargo,

cuando se retira el campo, el material ferromagnético permanece magnetizado, a diferencia de los materiales paramagnéticos. Este efecto de magnetización del material versus el campo aplicado se denomina histéresis.

## Preguntas Conceptuales

### 12.1 La ley de Biot-Savart

1. Para calcular los campos magnéticos, ¿cuáles son las ventajas e inconvenientes de la ley de Biot-Savart?
2. Describa el campo magnético debido a la corriente en dos cables conectados a los dos terminales de una fuente de emf y retorcidos fuertemente uno alrededor del otro.
3. ¿Cómo se puede decidir si un cable es infinito?
4. Se transportan corrientes idénticas en dos bucles circulares; sin embargo, un bucle tiene el doble de diámetro que el otro. Compare los campos magnéticos creados por los bucles en el centro de cada uno de ellos.

### 12.2 Campo magnético debido a un cable recto delgado

5. ¿Cómo orientaría dos cables largos, rectos y conductores de corriente para que no haya una fuerza magnética neta entre ellos? (*Pista:* ¿Qué orientación llevaría a que un cable no experimentara un campo magnético procedente del otro?).

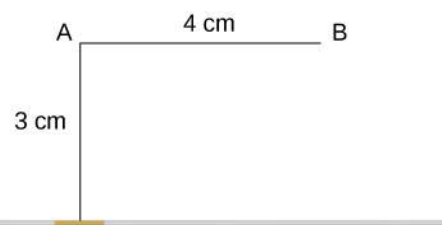
### 12.3 Fuerza magnética entre dos corrientes paralelas

6. Compare y contraste el campo eléctrico de una línea infinita de carga y el campo magnético de una línea infinita de corriente.
7. Es  $\vec{B}$  constante en magnitud para los puntos que se encuentran en una línea de campo magnético?

## Problemas

### 12.1 La ley de Biot-Savart

16. Por el cable mostrado circula una corriente de 10 A. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético debido a un segmento de cable de 0,5 mm medido en (a) el punto A y (b) el punto B?



### 12.4 Campo magnético de un bucle de corriente

8. ¿El campo magnético de un bucle de corriente es uniforme?
9. ¿Qué ocurre con la longitud de un resorte suspendido cuando una corriente pasa por él?
10. Dos cables circulares concéntricos de distinto diámetro conducen las corrientes en la misma dirección. Describa la fuerza sobre el cable interior.

### 12.5 Ley de Ampère

11. ¿La ley de Ampère es válida para todas las trayectorias cerradas? ¿Por qué no suele ser útil para calcular un campo magnético?

### 12.6 Solenoides y toroides

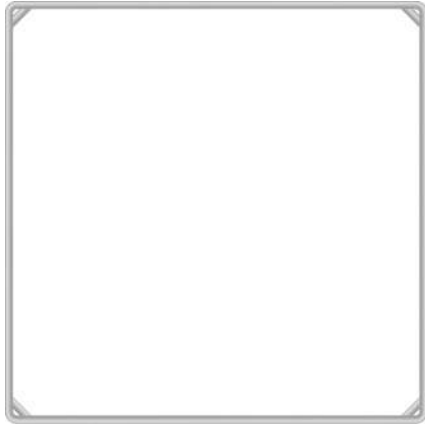
12. ¿El campo magnético dentro de un toroide es completamente uniforme? ¿Casi uniforme?
13. Explique por qué  $\vec{B} = 0$  dentro de un tubo de cobre largo y hueco que porta una corriente eléctrica paralela al eje. ¿Está  $\vec{B} = 0$  fuera de la tubería?

### 12.7 El magnetismo en la materia

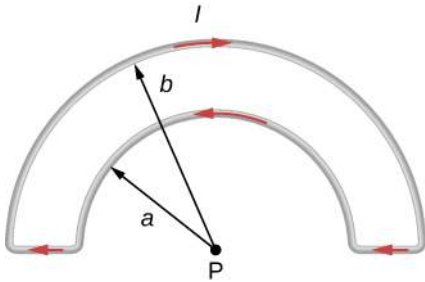
14. Un material diamagnético se acerca a un imán permanente. ¿Qué ocurre con el material?
15. Si corta una barra magnética en dos trozos, ¿acabará teniendo un imán con un polo norte aislado y otro imán con un polo sur aislado? Explique su respuesta.

17. Diez amperios fluyen a través de un bucle

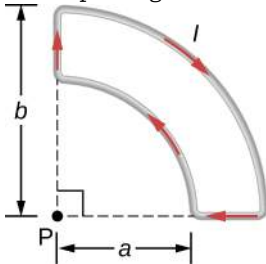
cuadrado en el que cada lado tiene 20 cm de longitud. En cada esquina del bucle hay un segmento de 0,01 cm que conecta los cables más largos como se muestra. Calcule la magnitud del campo magnético en el centro del bucle.



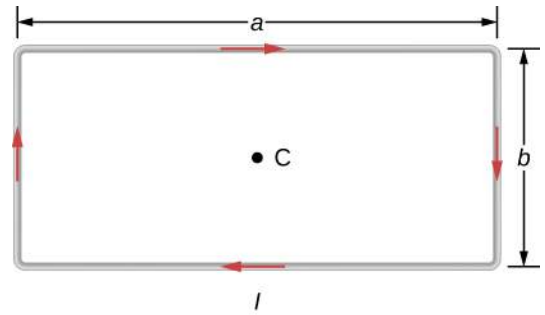
18. ¿Cuál es el campo magnético en P debido a la corriente  $I$  en el cable mostrado?



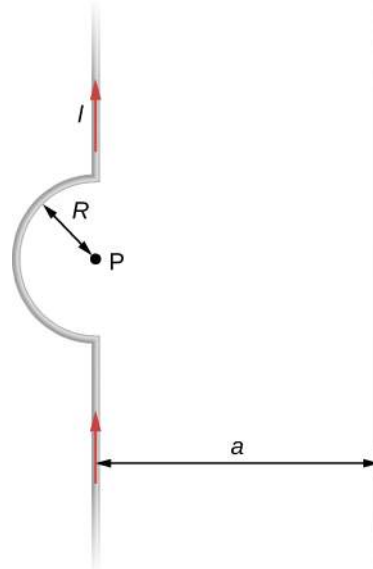
19. La figura adjunta muestra un bucle de corriente formado por dos arcos circulares concéntricos y dos líneas radiales perpendiculares. Determine el campo magnético en el punto P.



20. Halle el campo magnético en el centro C del bucle rectangular de cable mostrado en la figura adjunta.



21. Dos cables largos, uno de los cuales tiene una curva semicircular de radio  $R$ , se colocan como se muestra en la figura adjunta. Si ambos cables portan una corriente  $I$ , ¿a qué distancia deben estar sus secciones paralelas para que el campo magnético neto en P sea cero? ¿La corriente en el cable recto fluye hacia arriba o hacia abajo?

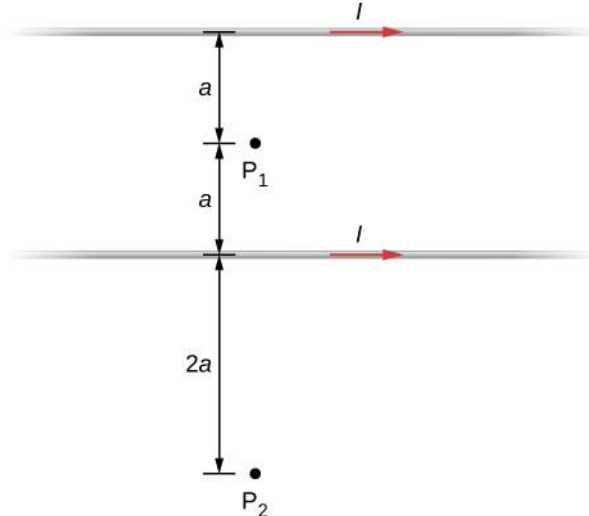


### 12.2 Campo magnético debido a un cable recto delgado

22. La corriente típica de un rayo es  $10^4$  A. Estime el campo magnético a 1 m del rayo.
23. La magnitud del campo magnético a 50 cm de un cable largo, fino y recto es  $8,0 \mu\text{T}$ . ¿Cuál es la corriente que pasa por el cable largo?
24. Una línea de transmisión tendida a 7,0 m por encima del suelo porta una corriente de 500 A. ¿Cuál es el campo magnético en el suelo directamente debajo del cable? Compare su respuesta con el campo magnético de la Tierra.
25. Un cable largo, recto y horizontal porta una corriente de izquierda a derecha de 20 A. Si el cable se coloca en un campo magnético uniforme de magnitud  $4,0 \times 10^{-5} \text{T}$  que se dirige verticalmente hacia abajo, ¿cuál es la magnitud resultante del campo magnético a 20

cm por encima del cable? ¿20 cm por debajo del cable?

26. Los dos cables largos y paralelos que se muestran en la figura adjunta portan corrientes en la misma dirección. Si  $I_1 = 10 \text{ A}$  y  $I_2 = 20 \text{ A}$ , ¿cuál es el campo magnético en el punto  $P$ ?
27. La figura adjunta muestra dos cables largos, rectos y horizontales que están paralelos y a una distancia  $2a$  de separación. Si ambos cables llevan la corriente  $I$  en el mismo sentido, (a) ¿cuál es el campo magnético en  $P_1$ ? (b) ¿ $P_2$ ?



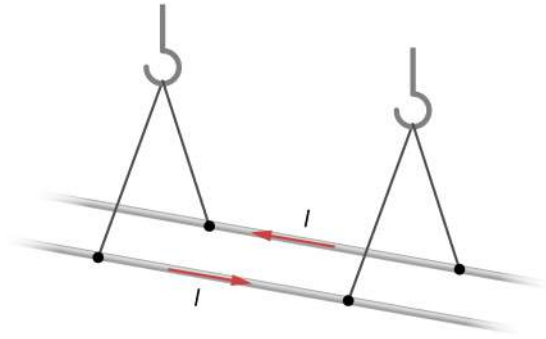
28. Repita los cálculos del problema anterior con el sentido de la corriente en el cable inferior invertido.
29. Considere el área entre los cables del problema anterior. ¿A qué distancia del cable superior el campo magnético neto es mínimo? Supongamos que las corrientes son iguales y fluyen en direcciones opuestas.

### 12.3 Fuerza magnética entre dos corrientes paralelas

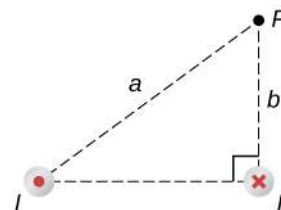
30. Dos cables largos y rectos están paralelos y separados 25 cm. (a) Si cada cable lleva una corriente de 50 A en la misma dirección, ¿cuál es la fuerza magnética por metro ejercida sobre cada uno? (b) ¿La fuerza tira de los cables para juntarlos o los separa? (c) ¿Qué ocurre si las corrientes fluyen en direcciones opuestas?
31. Dos cables largos y rectos están paralelos y separados 10 cm. Uno porta una corriente de 2,0 A, el otro una corriente de 5,0 A. (a) Si las dos corrientes fluyen en direcciones opuestas, ¿cuál es la magnitud y la dirección de la fuerza por unidad de longitud de un cable sobre el otro? (b) ¿Cuál es la magnitud y la dirección de

la fuerza por unidad de longitud si las corrientes fluyen en la misma dirección?

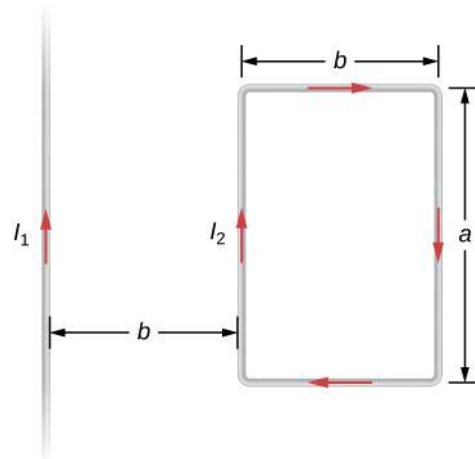
32. Dos cables largos y paralelos están colgados por cuerdas de 5,0 cm de longitud, como se muestra en la figura adjunta. Cada cable tiene una masa por unidad de longitud de 30 g/m, y llevan la misma corriente en direcciones opuestas. ¿Cuál es la corriente si las cuerdas cuelgan a  $6,0^\circ$  con respecto a la vertical?



33. Un circuito con corriente  $I$  tiene dos largas secciones de cable en paralelo que portan la corriente en direcciones opuestas. Halle el campo magnético en un punto  $P$  cerca de estos cables que está a una distancia  $a$  de un cable y  $b$  del otro cable como se muestra en la figura.

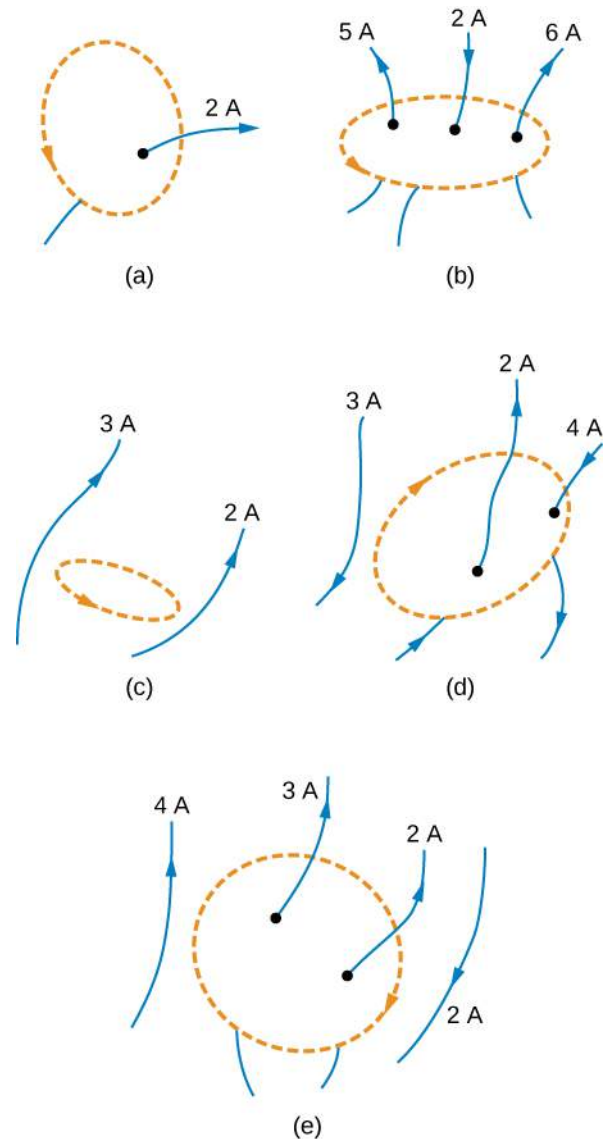


34. El cable infinito y recto que se muestra en la figura adjunta porta una corriente  $I_1$ . El bucle rectangular, cuyos lados largos son paralelos al cable, porta una corriente  $I_2$ . ¿Cuál es la magnitud y la dirección de la fuerza sobre el bucle rectangular debida al campo magnético del cable?



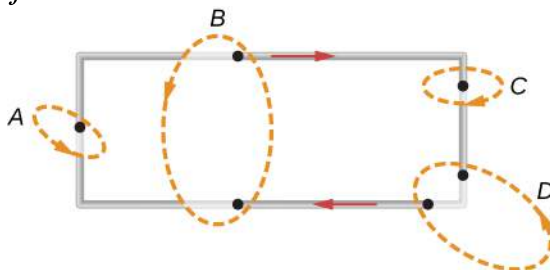
12.4 Campo magnético de un bucle de corriente

35. Cuando la corriente que atraviesa un bucle circular es de 6,0 A, el campo magnético en su centro es  $2,0 \times 10^{-4} \text{T}$ . ¿Cuál es el radio del bucle?
36. ¿Cuántas vueltas debe dar una bobina circular plana de 20 cm de radio para producir un campo magnético de magnitud  $4,0 \times 10^{-5} \text{T}$  en el centro de la bobina cuando la corriente que la atraviesa es de 0,85 A?
37. Un bucle plano y circular tiene 20 vueltas. El radio del bucle es de 10,0 cm y la corriente que atraviesa el cable es de 0,50 A. Determine la magnitud del campo magnético en el centro del bucle.
38. Un bucle circular de radio  $R$  porta una corriente  $I$ . ¿A qué distancia del eje del bucle el campo magnético es la mitad de su valor en el centro del bucle?
39. Dos bobinas circulares planas, cada una de ellas con un radio  $R$  y enrolladas con  $N$  vueltas, están montadas a lo largo del mismo eje de manera que son paralelas a una distancia  $d$ . ¿Cuál es el campo magnético en el punto medio del eje común si una corriente  $I$  circula en el mismo sentido por cada bobina?
40. Para las bobinas del problema anterior, ¿cuál es el campo magnético en el centro de cualquiera de ellas?



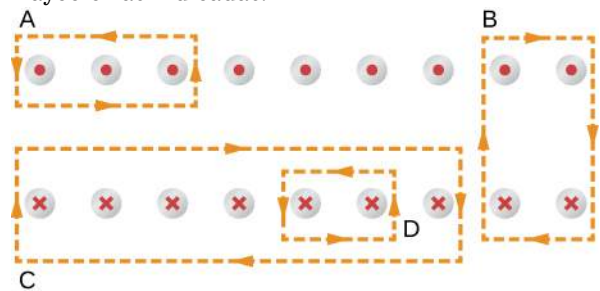
12.5 Ley de Ampère

41. Una corriente  $I$  circula por el bucle rectangular que se muestra en la figura adjunta. Evalúe  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$  para las trayectorias A, B, C y D.



42. Evalúe  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$  para cada uno de los casos que se muestran en la figura adjunta.

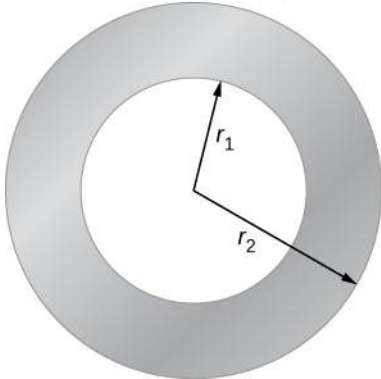
43. La bobina cuya sección transversal se muestra en la figura adjunta porta una corriente  $I$  y tiene  $N$  vueltas uniformemente espaciadas distribuidas a lo largo de la longitud  $l$ . Evalúe  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$  para las trayectorias indicadas.



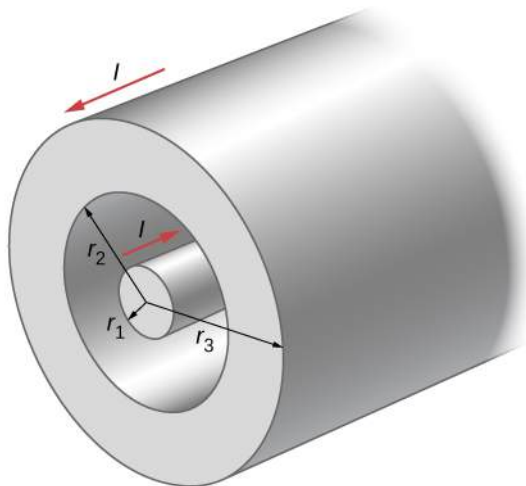
44. Un cable superconductor de 0,25 cm de diámetro porta una corriente de 1.000 A. ¿Cuál es el campo magnético en el exterior del cable?
45. Un cable lineal y largo de radio  $R$  porta una

corriente  $I$  que se distribuye uniformemente por la sección transversal del cable. ¿A qué distancia del eje del cable la magnitud del campo magnético es máxima?

46. La figura adjunta muestra una sección transversal de un conductor cilíndrico largo y hueco de radio interior  $r_1 = 3,0$  cm y radio exterior  $r_2 = 5,0$  cm. En la página fluye una corriente de 50 A distribuida uniformemente sobre la sección transversal. Calcule el campo magnético en  $r = 2,0$  cm,  $r = 4,0$  cm, y  $r = 6,0$  cm.

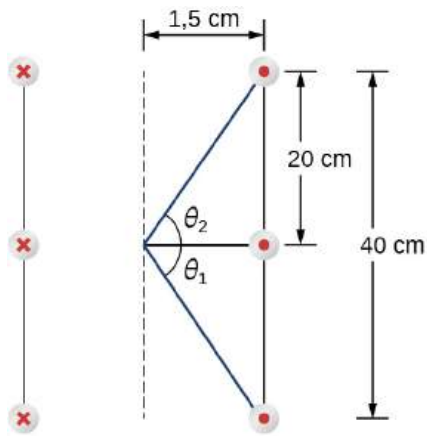


47. Un conductor cilíndrico, largo y sólido, de radio 3,0 cm, porta una corriente de 50 A distribuida uniformemente en su sección transversal. Grafique el campo magnético en función de la distancia radial  $r$  desde el centro del conductor.
48. En la figura adjunta se muestra una porción de un cable coaxial largo y cilíndrico. Una corriente  $I$  fluye por el conductor central y esta corriente se devuelve en el conductor exterior. Determine el campo magnético en las regiones (a)  $r \leq r_1$ , (b)  $r_2 \geq r \geq r_1$ , (c)  $r_3 \geq r \geq r_2$ , y (d)  $r \geq r_3$ . Supongamos que la corriente se distribuye uniformemente en las secciones transversales de las dos partes del cable.

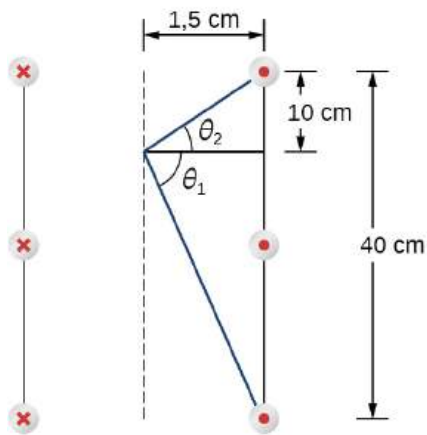


## 12.6 Solenoides y toroides

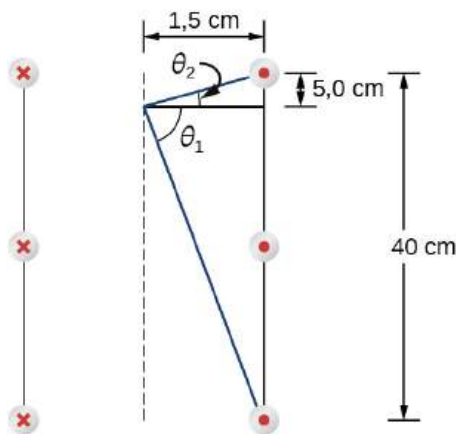
49. Un solenoide se embobina con 2.000 vueltas por metro. Cuando la corriente es de 5,2 A, ¿cuál es el campo magnético dentro del solenoide?
50. Un solenoide tiene 12 vueltas por centímetro. ¿Qué corriente producirá un campo magnético de  $2,0 \times 10^{-2}$  T dentro del solenoide?
51. Si una corriente es de 2,0 A, ¿cuántas vueltas por centímetro debe bobinar un solenoide para producir un campo magnético de  $2,0 \times 10^{-3}$  T dentro de él?
52. Un solenoide mide 40 cm de largo, tiene un diámetro de 3,0 cm y está bobinado con 500 vueltas. Si la corriente que pasa por los bobinados es de 4,0 A, ¿cuál es el campo magnético en un punto del eje del solenoide que está (a) en el centro del solenoide; (b) a 10,0 cm de un extremo del solenoide; y (c) a 5,0 cm de un extremo del solenoide? (d) Compare estas respuestas con el caso del solenoide infinito.



(a)



(b)



(c)

53. Determine el campo magnético en el eje central en la apertura de un solenoide seminfinito. (Es decir, tomar la apertura para estar en  $x = 0$  y el otro extremo para estar en  $x = \infty$ .)
54. ¿Por cuánto es la aproximación  $B = \mu_0 n I$  errónea en el centro de un solenoide que mide

15,0 cm de largo, tiene un diámetro de 4,0 cm, está envuelto con  $n$  vueltas por metro y lleva una corriente  $I$ ?

55. Un solenoide de 25 vueltas por centímetro porta una corriente  $I$ . Un electrón se mueve dentro del solenoide en un círculo que tiene un radio de 2,0 cm y es perpendicular al eje del solenoide. Si la velocidad del electrón es  $2,0 \times 10^5$  m/s, ¿cuánto es  $I$ ?
56. Un toroide tiene 250 vueltas de alambre y transporta una corriente de 20 A. Sus radios interior y exterior son de 8,0 y 9,0 cm. ¿Cuáles son los valores de su campo magnético en  $r = 8,1, 8,5, \text{ y } 8,9$  cm?
57. Un toroide de sección cuadrada de 3,0 cm  $\times$  3,0 cm tiene un radio interior de 25,0 cm. Está bobinado con 500 vueltas de cable y porta una corriente de 2,0 A. ¿Cuál es la intensidad del campo magnético en el centro de la sección transversal cuadrada?

### 12.7 El magnetismo en la materia

58. El campo magnético en el núcleo de un solenoide lleno de aire es de 1,50 T. ¿En cuánto disminuirá este campo magnético si se bombea el aire fuera del núcleo mientras la corriente se mantiene constante?
59. Un solenoide tiene un núcleo ferromagnético,  $n = 1.000$  vueltas por metro, e  $I = 5,0$  A. Si  $B$  en el interior del solenoide es 2,0 T, ¿cuál es  $\chi$  para el material del núcleo?
60. Una corriente de 20 A circula por un solenoide de 2.000 vueltas por metro. ¿Cuál es el campo magnético dentro del solenoide si su núcleo está (a) en el vacío y (b) lleno de oxígeno líquido a 90 K?
61. El momento dipolar magnético del átomo de hierro es de aproximadamente  $2,1 \times 10^{-23}$  A  $\cdot$  m<sup>2</sup>. (a) Calcule el momento dipolar magnético máximo de un dominio formado por  $10^{19}$  átomos de hierro. (b) ¿Qué corriente tendría que fluir a través de un único bucle circular de alambre de 1,0 cm de diámetro para producir este momento dipolar magnético?
62. Supongamos que desea producir un campo magnético de 1,2 T en un toroide con núcleo de hierro para el que  $\chi = 4,0 \times 10^3$ . El toroide tiene un radio medio de 15 cm y está bobinado con 500 vueltas. ¿Qué corriente se necesita?
63. Una corriente de 1,5 A circula por las bobinas de un gran toroide delgado de 200 vueltas por

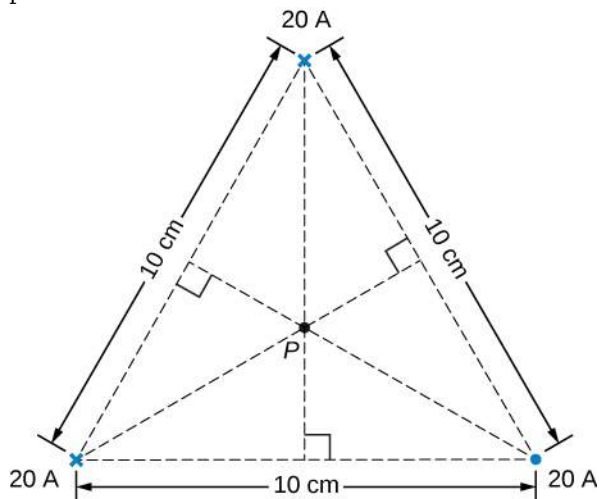
metro y un radio de 1 metro. Si el toroide está lleno de hierro para el que  $\chi = 3,0 \times 10^3$ , ¿cuál es el campo magnético en su interior?

64. Un solenoide con núcleo de hierro tiene 25 cm de longitud y está envuelto con 100 vueltas de cable. Cuando la corriente que atraviesa el

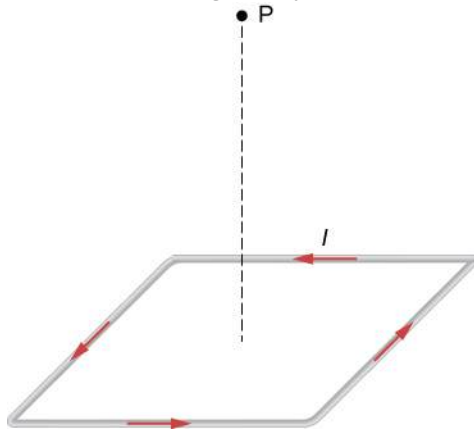
solenoide es de 10 A, el campo magnético en su interior es de 2,0 T. Para esta corriente, ¿cuál es la permeabilidad del hierro? Si se apaga la corriente y se restablece a 10 A, ¿el campo magnético volverá necesariamente a 2,0 T?

### Problemas Adicionales

65. Tres cables lineales, largos y paralelos, todos de 20 A, se colocan como se muestra en la figura adjunta. ¿Cuál es la magnitud del campo magnético en el punto  $P$ ?



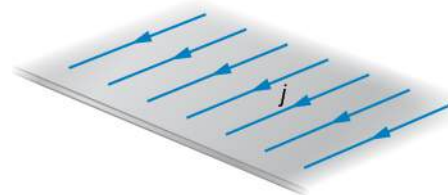
66. Una corriente  $I$  circula alrededor de un cable doblado en forma de cuadrado de lado  $a$ . ¿Cuál es el campo magnético en el punto  $P$  que está a una distancia  $z$  por encima del centro del cuadrado (ver la figura adjunta)?



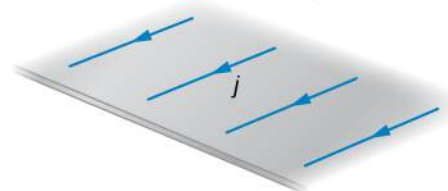
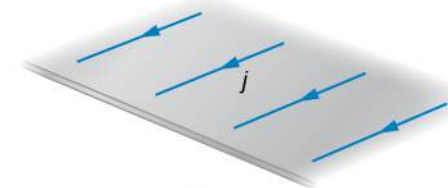
67. La figura adjunta muestra un cable lineal y largo que porta una corriente de 10 A. ¿Cuál es la fuerza magnética sobre un electrón en el instante en que se encuentra a 20 cm del cable, viajando en paralelo a este con una velocidad de  $2,0 \times 10^5$  m/s? Describa cualitativamente el movimiento posterior del electrón.



68. La corriente fluye a lo largo de una lámina delgada e infinita como se muestra en la figura adjunta. La corriente por unidad de longitud a lo largo de la lámina es  $J$  en amperios por metro. (a) Utilice la ley de Biot-Savart para demostrar que  $B = \mu_0 J/2$  a cada lado de la lámina. ¿Cuál es la dirección de  $\vec{B}$  en cada lado? (b) Utilice ahora la ley de Ampère para calcular el campo.



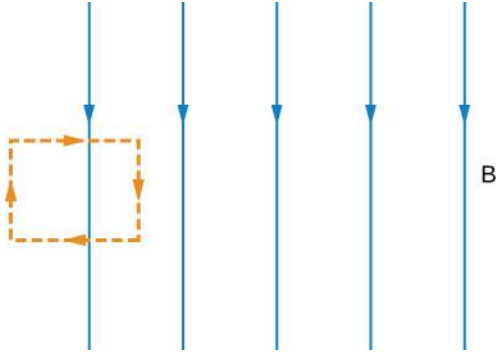
69. (a) Utilice el resultado del problema anterior para calcular el campo magnético entre, por encima y por debajo del par de láminas infinitas que se muestran en la figura adjunta. (b) Repita sus cálculos si se invierte el sentido de la corriente en la lámina inferior.



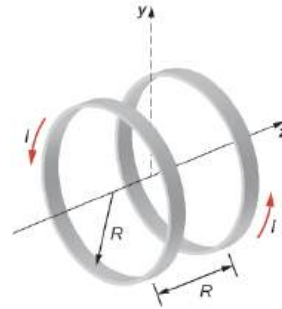
70. A menudo suponemos que el campo magnético es uniforme en una región y cero en el resto. Demuestre que en realidad es imposible que un campo magnético descienda bruscamente a cero, como se ilustra en la figura adjunta. (Pista: Aplique la ley de Ampère sobre la trayectoria



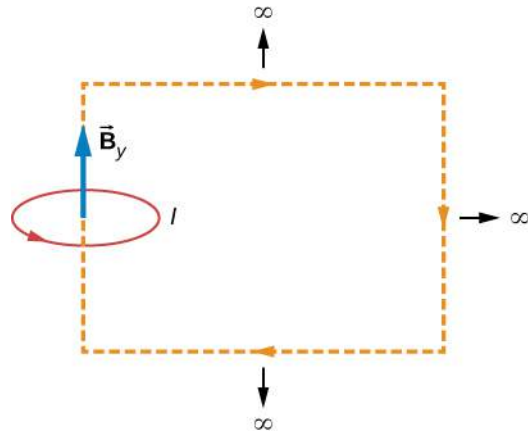
indicada).



71. ¿Cómo se relaciona el cambio fraccionario en la intensidad del campo magnético a través de la cara del toroide con el cambio fraccionario en la distancia radial desde el eje del toroide?
72. Demuestre que la expresión para el campo magnético de un toroide se reduce a la del campo de un solenoide infinito en el límite en que el radio central llega a infinito.
73. Un toroide con un radio interior de 20 cm y un radio exterior de 22 cm está fuertemente bobinado con una capa de alambre que tiene un diámetro de 0,25 mm. (a) ¿Cuántas vueltas tiene el toroide? (b) Si la corriente que pasa por el bobinado del toroide es de 2,0 A, ¿cuál es la intensidad del campo magnético en el centro del toroide?
74. Un elemento de cable tiene  $d\vec{l}$ ,  $I d\vec{l} = \mathbf{J} dV = \mathbf{J} dv$ , donde  $A$  y  $dv$  son el área de la sección transversal y el volumen del elemento, respectivamente. Utilice esto, la ley de Biot-Savart, y  $\mathbf{J} = nev$  para demostrar que el campo magnético de una carga puntual  $q$  en movimiento viene dado por 
$$\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\mathbf{v} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$
75. Un campo magnético razonablemente uniforme en una región limitada del espacio puede producirse con la bobina de Helmholtz, que consiste en dos bobinas paralelas centradas en el mismo eje. Las bobinas están conectadas de forma que portan la misma corriente  $I$ . Cada bobina tiene  $N$  vueltas y un radio  $R$ , que es también la distancia entre las bobinas. (a) Calcule el campo magnético en cualquier punto del eje  $z$  mostrado en la figura adjunta. (b) Demuestre que  $dB/dz$  y  $d^2B/dz^2$  son ambos cero en  $z = 0$ . (Estas derivadas evanescentes demuestran que el campo magnético solo varía ligeramente cerca de  $z = 0$ )

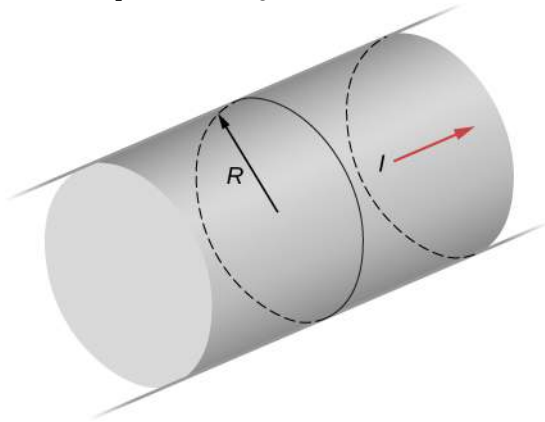


76. Una carga de  $4,0 \mu\text{C}$  se distribuye uniformemente alrededor de un fino anillo de material aislante. El anillo tiene un radio de 0,20 m y gira a  $2,0 \times 10^4$  revoluciones por minuto alrededor del eje que pasa por su centro y es perpendicular al plano del anillo. ¿Cuál es el campo magnético en el centro del anillo?
77. Un disco delgado no conductor de radio  $R$  es libre de girar alrededor del eje que pasa por su centro y es perpendicular a la cara del disco. Este está cargado uniformemente con una carga total  $q$ . Si el disco gira a una velocidad angular constante  $\omega$ , ¿cuál es el campo magnético en su centro?
78. Considere el disco del problema anterior. Calcule el campo magnético en un punto de su eje central que esté a una distancia  $y$  por encima del disco.
79. Consideremos el campo magnético axial  $B_y = \mu_0 I R^2 / 2(y^2 + R^2)^{3/2}$  del bucle de corriente circular que se muestra a continuación. (a) Evalúe  $\int_{-a}^a B_y dy$ . Demuestre también que  $\lim_{a \rightarrow \infty} \int_{-a}^a B_y dy = \mu_0 I$ . (b) ¿Puede deducir este límite sin evaluar la integral? (Pista: Vea la figura adjunta).

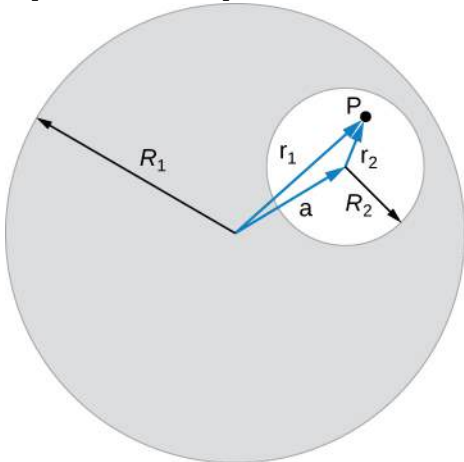


80. La densidad de corriente en el cable largo y cilíndrico mostrado en la figura adjunta varía

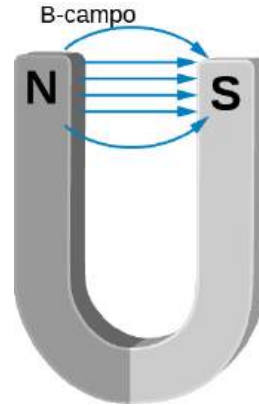
con la distancia  $r$  desde el centro del cable según  $J = cr$ , donde  $c$  es una constante. (a) ¿Cuál es la corriente que atraviesa el cable? (b) ¿Cuál es el campo magnético producido por esta corriente para  $r \leq R$ ? ¿Para  $r \geq R$ ?



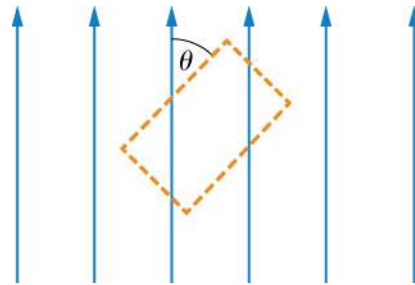
- 81.** Un conductor lineal, largo y cilíndrico contiene una cavidad cilíndrica cuyo eje está desplazado por  $a$  del eje del conductor, como se muestra en la figura adjunta. La densidad de corriente en el conductor viene dada por  $\vec{J} = J_0 \hat{k}$ , donde  $J_0$  es una constante y  $\hat{k}$  es a lo largo del eje del conductor. Calcule el campo magnético en un punto arbitrario  $P$  de la cavidad superponiendo el campo de un conductor cilíndrico sólido de radio  $R_1$  y la densidad de corriente  $\vec{J}$  en el campo de un conductor cilíndrico sólido de radio  $R_2$  y la densidad de corriente  $-\vec{J}$ . A continuación, utilice el hecho de que los vectores unitarios acimutales adecuados pueden expresarse como  $\hat{\theta}_1 = \hat{k} \times \hat{r}_1$  y  $\hat{\theta}_2 = \hat{k} \times \hat{r}_2$  para demostrar que en todo el interior de la cavidad el campo magnético viene dado por la constante  $\vec{B} = \frac{1}{2} \mu_0 J_0 \mathbf{k} \times \mathbf{a}$ , donde  $\mathbf{a} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$  y  $\mathbf{r}_1 = r_1 \hat{r}_1$  es la posición de  $P$  respecto al centro del conductor y  $\mathbf{r}_2 = r_2 \hat{r}_2$  es la posición de  $P$  respecto al centro de la cavidad.



- 82.** Entre los dos extremos de un imán en forma de herradura el campo es uniforme como se muestra en el diagrama. A medida que se avanza hacia los bordes exteriores, el campo se curva. Demuestre, por la ley de Ampère, que el campo debe curvarse y por lo tanto el campo se debilita debido a estas curvas.

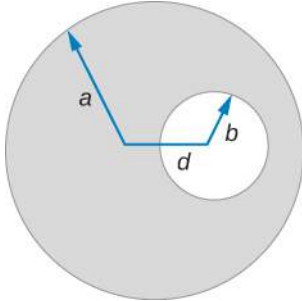


- 83.** Demuestre que el campo magnético de un cable delgado y el de un bucle de corriente son cero si se encuentran a una distancia infinita.
- 84.** Se elige un bucle de Ampère como se muestra en las líneas discontinuas para un campo magnético constante paralelo como se muestra en las flechas sólidas. Calcule  $\vec{B} \cdot d\vec{l}$  para cada lado del bucle y, a continuación, halle completo  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ . ¿Se le ocurre algún bucle de Ampère que facilite el problema? ¿Coinciden esos resultados con estos?

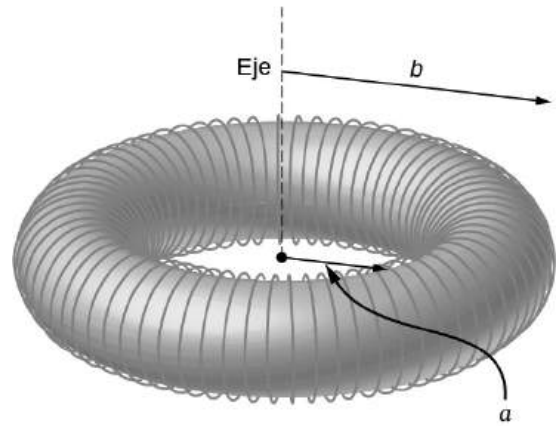


- 85.** Un cable cilíndrico muy largo y grueso de radio  $R$  porta una densidad de corriente  $J$  que varía a través de su sección transversal. La magnitud de la densidad de corriente en un punto a una distancia  $r$  del centro del cable viene dada por  $J = J_0 \frac{r}{R}$ , donde  $J_0$  es una constante. Halle el campo magnético (a) en un punto fuera del cable y (b) en un punto dentro del cable. Escriba su respuesta en términos de la corriente neta  $I$  que pasa por el cable.
- 86.** Un cable cilíndrico muy largo de radio  $a$  tiene un agujero circular de radio  $b$  en él a una distancia  $d$  del centro. El cable lleva una

corriente uniforme de magnitud  $I$  a través de él. La dirección de la corriente en la figura está fuera del papel. Halle el campo magnético (a) en un punto del borde del agujero más cercano al centro del cable grueso, (b) en un punto arbitrario dentro del agujero, y (c) en un punto arbitrario fuera del cable. (*Pista:* Piense en el agujero como una suma de dos cables que llevan la corriente en direcciones opuestas).



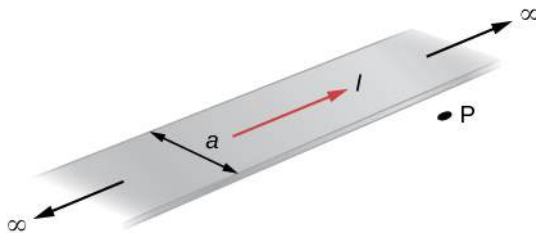
- 87.** Campo magnético dentro de un toroide. Consideremos un toro de sección rectangular con radio interior  $a$  y radio exterior  $b$ .  $N$  vueltas de un alambre delgado aislado se bobinan uniformemente en el toro, firmemente alrededor de este, y se conectan a una batería que produce una corriente constante  $I$  en el alambre. Supongamos que la corriente en las superficies superior e inferior de la figura es radial, y la corriente en las superficies del radio interior y exterior es vertical. Halle el campo magnético en el interior del toro en función de la distancia radial  $r$  al eje.



- 88.** Dos largos tubos coaxiales de cobre, cada uno de ellos de longitud  $L$ , están conectados a una batería de voltaje  $V$ . El tubo interior tiene radio interior  $a$  y radio exterior  $b$ , y el tubo exterior tiene radio interior  $c$  y radio exterior  $d$ . A continuación, los tubos se desconectan de la batería y se giran en la misma dirección a una velocidad angular de  $\omega$  radianes por segundo alrededor de su eje común. Halle el campo magnético (a) en un punto dentro del espacio encerrado por el tubo interior  $r < a$ , y (b) en un punto entre los tubos  $b < r < c$ , y (c) en un punto fuera de los tubos  $r > d$ . (*Pista:* Piense en los tubos de cobre como un condensador y calcule la densidad de carga en función del voltaje aplicado,  $Q = VC$ ,  $C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(c/b)}$ .)

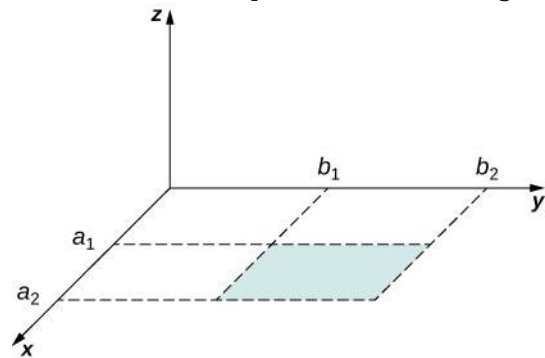
**Problemas De Desafío**

- 89.** La figura adjunta muestra una lámina plana e infinitamente larga de anchura  $a$  que lleva una corriente  $I$  uniformemente distribuida a través de ella. Halle el campo magnético en el punto P, que está en el plano de la lámina y a una distancia  $x$  de un borde. Pruebe su resultado para el límite  $a \rightarrow 0$ .



- 90.** Una corriente hipotética que fluye en la dirección  $z$  crea el campo  $\vec{B} = C \left[ (x/y^2) \hat{i} + (1/y) \hat{j} \right]$  en la región rectangular del plano  $xy$  que se muestra en la figura adjunta. Utilice la ley de Ampère para

calcular la corriente que atraviesa el rectángulo.



- 91.** Un disco circular de goma dura no conductora de radio  $R$  está pintado con una densidad de carga superficial uniforme  $\sigma$ . Se gira alrededor de su eje con velocidad angular  $\omega$ . (a) Halle el campo magnético producido en un punto del eje a una distancia  $h$  metros del centro del disco. (b) Calcule el valor numérico de la magnitud del campo magnético cuando

$\sigma = 1\text{C/m}^2$ ,  $R = 20\text{ cm}$ ,  $h = 2\text{ cm}$ , y  
 $\omega = 400\text{ rad/seg}$ , y compárelo con la magnitud

del campo magnético de la Tierra, que es de  
aproximadamente  $1/2\text{ Gauss}$ .

# CAPÍTULO 13

## Inducción electromagnética



**Figura 13.1** La banda negra que se encuentra en el reverso de las tarjetas de crédito y los permisos de conducir es una capa muy fina de material magnético con información almacenada. La lectura y escritura de la información de la tarjeta de crédito se realiza con un movimiento de barrido. La razón física por la que esto es necesario se denomina inducción electromagnética y se analiza en este capítulo (créditos: modificación del trabajo de Jane Whitney).

### ESQUEMA DEL CAPITULO

#### 13.1 Ley de Faraday

#### 13.2 Ley de Lenz

#### 13.3 Fuerza electromotriz (emf) de movimiento

#### 13.4 Campos eléctricos inducidos

#### 13.5 Corrientes de Foucault

#### 13.6 Generadores eléctricos y fuerza contraelectromotriz

#### 13.7 Aplicaciones de la inducción electromagnética

**INTRODUCCIÓN** Hemos estado considerando los campos eléctricos creados por distribuciones de carga fijas y los campos magnéticos producidos por corrientes constantes, pero los fenómenos electromagnéticos no se limitan a estas situaciones estacionarias. La mayoría de las aplicaciones interesantes del electromagnetismo son, de hecho, dependientes del tiempo. Para investigar algunas de estas aplicaciones, ahora eliminamos la suposición de independencia del tiempo que hemos estado haciendo y permitimos que los campos varíen con el tiempo. En este capítulo y en los siguientes, verá una maravillosa simetría en el comportamiento exhibido por los campos eléctricos y magnéticos que varían en el tiempo. Matemáticamente, esta simetría se expresa mediante un término adicional en la ley de Ampère y por otra ecuación clave del electromagnetismo llamada ley de Faraday. También discutimos sobre cómo el movimiento de un cable a través de un campo magnético produce emf o voltaje. Por último, se describen las aplicaciones de estos principios, como el lector de tarjetas mostrado anteriormente.

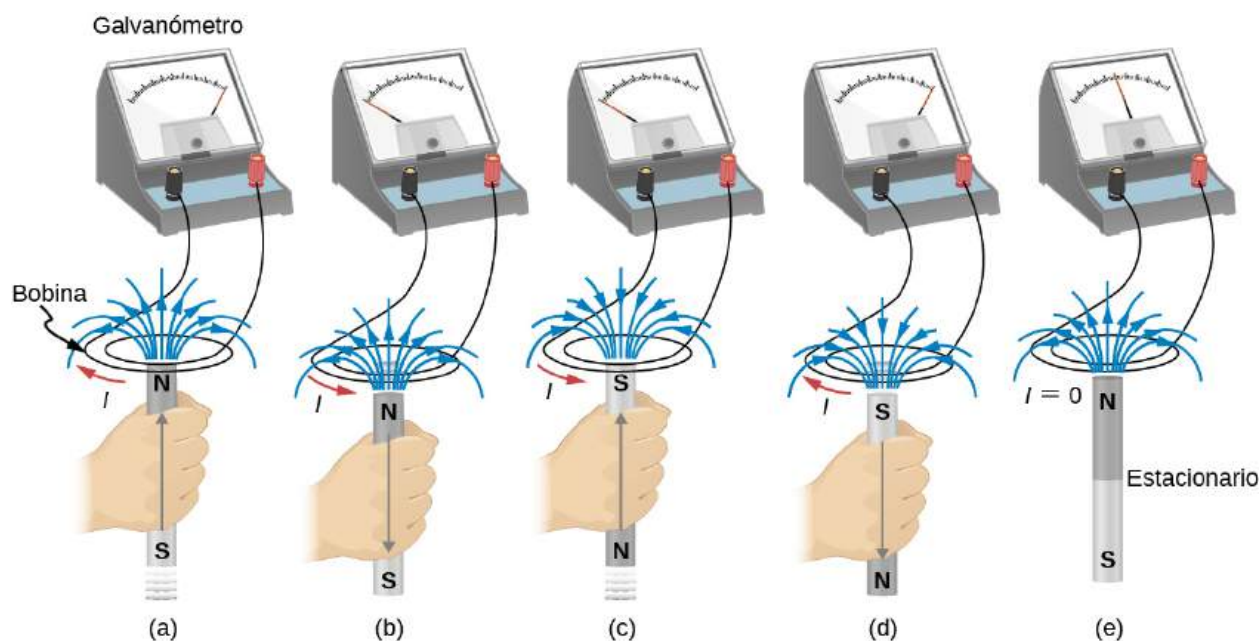
## 13.1 Ley de Faraday

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

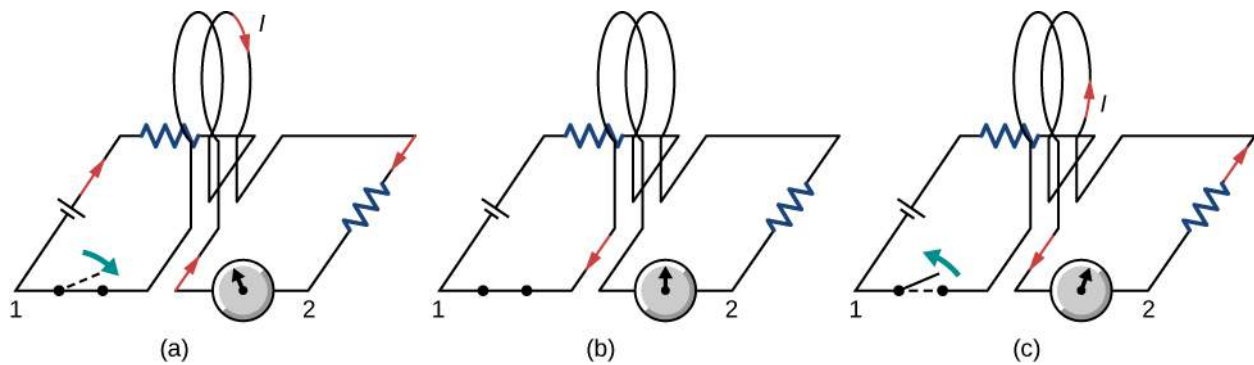
- Determinar el flujo magnético a través de una superficie, conociendo la intensidad del campo magnético, el área de la superficie y el ángulo entre la normal a la superficie y el campo magnético.
- Utilizar la ley de Faraday para determinar la magnitud de la emf inducida en un bucle cerrado debido al cambio de flujo magnético a través del bucle.

Los primeros experimentos productivos sobre los efectos de los campos magnéticos que varían en el tiempo fueron realizados por Michael Faraday en 1831. Uno de sus primeros experimentos está representado en la [Figura 13.2](#). Se una emf cuando el campo magnético de la bobina se modifica al empujar una barra magnética dentro o fuera de la bobina. Las emf de signos opuestos se producen por el movimiento en direcciones opuestas, y las direcciones de las emf también se invierten al invertir los polos. Se producen los mismos resultados si se mueve la bobina en lugar del imán: lo importante es el movimiento relativo. Cuanto más rápido es el movimiento, mayor es la emf, y no hay emf cuando el imán está inmóvil respecto a la bobina.



**FIGURA 13.2** El movimiento de un imán con respecto a una bobina produce emf como se muestra (a-d). Las mismas emf se producen si la bobina se mueve con respecto al imán. Esta emf de corta duración solo está presente durante el movimiento. Cuanto mayor es la velocidad, mayor es la magnitud de la emf, y esta es cero cuando no hay movimiento, como se muestra en (e).

Faraday también descubrió que se puede producir un efecto similar utilizando dos circuitos: una corriente cambiante en un circuito induce una corriente en un segundo circuito cercano. Por ejemplo, cuando el interruptor está cerrado en el circuito 1 de la [Figura 13.3\(a\)](#), la aguja del amperímetro del circuito 2 se desvía momentáneamente, indicando que se ha inducido un pico de corriente de corta duración en ese circuito. La aguja del amperímetro vuelve rápidamente a su posición original, donde permanece. Sin embargo, si ahora se abre repentinamente el interruptor del circuito 1, se observa en el circuito 2 otro pico de corriente de corta duración en sentido contrario al anterior.



**FIGURA 13.3** (a) Al cerrar el interruptor del circuito 1 se produce un pico de corriente de corta duración en el circuito 2. (b) Si el interruptor permanece cerrado, no se observa corriente en el circuito 2. (c) Al abrir de nuevo el interruptor se produce una corriente de corta duración en el circuito 2, pero en sentido contrario al anterior.

Faraday se dio cuenta de que en ambos experimentos, una corriente fluía en el circuito que contenía el amperímetro solo cuando el campo magnético en la región ocupada por ese circuito estaba *cambiando*. Al mover el imán de la figura, cambiaba la intensidad de su campo magnético en el bucle; y al conectar o desconectar la corriente en el circuito 1, cambiaba la intensidad de su campo magnético en el circuito 2. Faraday pudo finalmente interpretar estos y todos los demás experimentos con campos magnéticos que varían con el tiempo en términos de la siguiente ley:

### Ley de Faraday

La emf  $\varepsilon$  inducida es el cambio negativo en el flujo magnético  $\Phi_m$  por unidad de tiempo. Cualquier cambio en el campo magnético o en la orientación del área de la bobina con respecto al campo magnético induce un voltaje (emf).

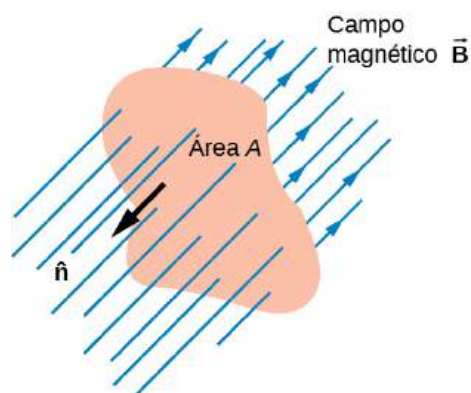
El **flujo magnético** es una medida de la cantidad de líneas de campo magnético que atraviesa una superficie determinada, como se ve en la [Figura 13.4](#). Esta definición es similar al flujo eléctrico estudiado anteriormente. Esto significa que si tenemos

$$\Phi_m = \int_S \vec{\mathbf{B}} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA, \quad 13.1$$

entonces la **emf inducida** o el voltaje generado por un conductor o bobina que se mueve en un campo magnético es

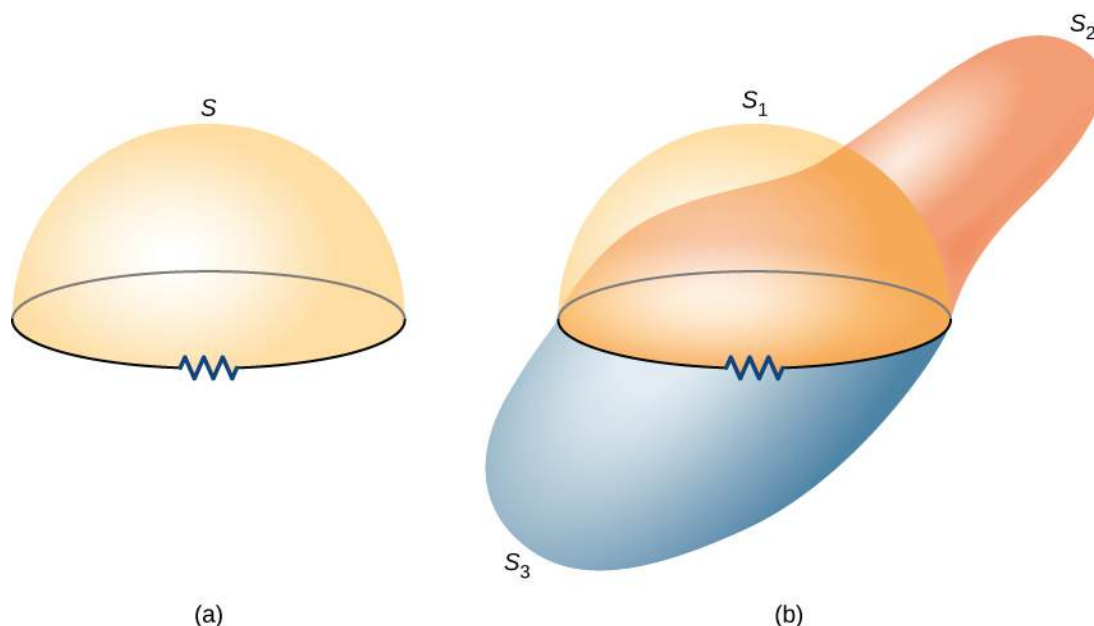
$$\varepsilon = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{\mathbf{B}} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA = -\frac{d\Phi_m}{dt}. \quad 13.2$$

El signo negativo describe la dirección en la que la emf inducida conduce la corriente alrededor de un circuito. Sin embargo, esa dirección se determina más fácilmente con una regla conocida como ley de Lenz, de la que hablaremos en breve.



**FIGURA 13.4** El flujo magnético es la cantidad de líneas de campo magnético que atraviesan una superficie  $A$  definida por el vector de área unitaria  $\hat{n}$ . Si el ángulo entre el área unitaria  $\hat{n}$  y el vector del campo magnético  $\vec{B}$  son paralelos o antiparalelos, como se muestra en el diagrama, el flujo magnético es el mayor valor posible dados los valores de área y campo magnético.

La parte (a) de la [Figura 13.5](#) representa un circuito y una superficie arbitraria  $S$  a la que limita. Observe que  $S$  es una *superficie abierta*. Se puede demostrar que *cualquier* superficie abierta delimitada por el circuito en cuestión puede utilizarse para evaluar  $\Phi_m$ . Por ejemplo,  $\Phi_m$  es el mismo para las distintas superficies  $S_1, S_2, \dots$  de la parte (b) de la figura.



**FIGURA 13.5** (a) Un circuito que delimita una superficie abierta arbitraria  $S$ . El área plana delimitada por el circuito no forma parte de  $S$ . (b) Tres superficies abiertas arbitrarias delimitadas por el mismo circuito. El valor de  $\Phi_m$  es el mismo para todas estas superficies.

La unidad del SI para el flujo magnético es el weber (Wb),

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2.$$

En ocasiones, la unidad de campo magnético se expresa en webers por metro cuadrado ( $\text{Wb}/\text{m}^2$ ) en lugar de teslas, basándose en esta definición. En muchas aplicaciones prácticas, el circuito de interés consiste en un número  $N$  de vueltas apretadas (ver [Figura 13.6](#)). Cada vuelta experimenta el mismo flujo magnético. Por lo tanto, el flujo magnético neto a través de los circuitos es  $N$  veces el flujo a través de una vuelta, y la ley de Faraday se escribe como



$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}(N\Phi_m) = -N\frac{d\Phi_m}{dt}.$$

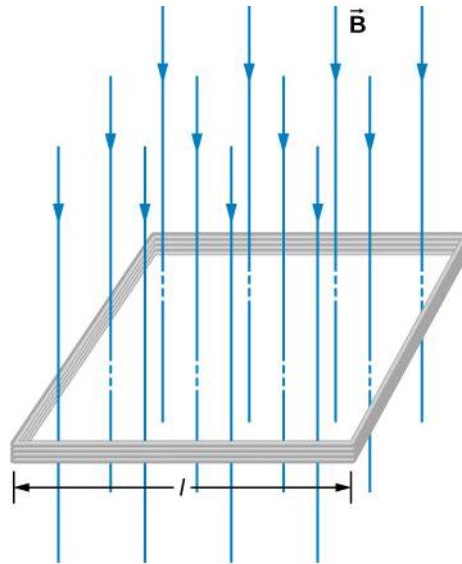
13.3



### EJEMPLO 13.1

#### Una bobina cuadrada en un campo magnético cambiante

La bobina cuadrada de la [Figura 13.6](#) tiene lados  $l = 0,25$  m de largo y se bobina firmemente con  $N = 200$  vueltas de cable. La resistencia de la bobina es  $R = 5,0 \Omega$ . La bobina se encuentra en un campo magnético espacialmente uniforme que se dirige perpendicularmente a la cara de la bobina y cuya magnitud disminuye a una velocidad  $dB/dt = -0,040$  T/s. (a) ¿Cuál es la magnitud de la emf inducida en la bobina? (b) ¿Cuál es la magnitud de la corriente que circula por la bobina?



**FIGURA 13.6** Una bobina cuadrada con  $N$  vueltas de alambre con campo magnético uniforme  $\vec{B}$  dirigido hacia abajo, perpendicular a la bobina.

#### Estrategia

El vector de área, o dirección  $\hat{n}$ , es perpendicular al área que cubre el bucle. Elegiremos que esto apunte hacia abajo para que  $\vec{B}$  sea paralelo a  $\hat{n}$  y que el flujo se convierta en la multiplicación del campo magnético por el área. El área del bucle no cambia en el tiempo, por lo que se puede eliminar de la derivada temporal, dejando el campo magnético como la única cantidad que varía en el tiempo. Por último, podemos aplicar la ley de Ohm una vez conocida la emf inducida para calcular la corriente en el bucle.

#### Solución

- a. El flujo a través de una vuelta es

$$\Phi_m = BA = Bl^2,$$

por lo que podemos calcular la magnitud de la emf a partir de la ley de Faraday. El signo de la emf se discutirá en la siguiente sección, en la ley de Lenz:

$$\begin{aligned} |\varepsilon| &= \left| -N \frac{d\Phi_m}{dt} \right| = Nl^2 \frac{dB}{dt} \\ &= (200)(0,25 \text{ m})^2(0,040 \text{ T/s}) = 0,50 \text{ V}. \end{aligned}$$

- b. La magnitud de la corriente inducida en la bobina es

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{0,50 \text{ V}}{5,0 \Omega} = 0,10 \text{ A}.$$

### Importancia

Si el área del bucle cambiara en el tiempo, no podríamos sacarlo de la derivada temporal. Como el bucle es una trayectoria cerrada, el resultado de esta corriente sería un pequeño calentamiento de los cables hasta que el campo magnético deje de cambiar. Esto puede aumentar ligeramente el área del bucle al calentarse los cables.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 13.1**

Una bobina estrechamente enrollada tiene un radio de 4,0 cm, 50 vueltas y una resistencia total de  $40\ \Omega$ . ¿A qué velocidad debe cambiar un campo magnético perpendicular a la cara de la bobina para producir un calentamiento Joule en la bobina a una velocidad de 2,0 mW?

## 13.2 Ley de Lenz

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Utilizar la ley de Lenz para determinar la dirección de la emf inducida siempre que cambie un flujo magnético.
- Utilizar la ley de Faraday con la ley de Lenz para determinar la emf inducida en una bobina y en un solenoide.

La dirección en la que la emf inducida impulsa la corriente alrededor de un bucle de cable se puede calcular a través del signo negativo. Sin embargo, suele ser más fácil determinar esta dirección con **la ley de Lenz**, llamada así en honor a su descubridor, Heinrich Lenz (1804-1865) (Faraday también descubrió esta ley, independientemente de Lenz). Enunciamos la ley de Lenz de la siguiente manera:

#### Ley de Lenz

La dirección de la emf inducida impulsa la corriente alrededor de un bucle de cable para *oponerse* siempre al cambio de flujo magnético que causa la emf.

La ley de Lenz también puede considerarse en términos de conservación de la energía. Si al empujar un imán en una bobina se produce una corriente, la energía de esa corriente tiene que venir de alguna parte. Si la corriente inducida provoca un campo magnético opuesto al aumento del campo del imán que empujamos, entonces la situación es clara. Empujamos un imán contra un campo e hicimos un trabajo en el sistema, y eso apareció como corriente. Si no fuera porque el campo inducido se opone al cambio de flujo, el imán sería atraído para producir una corriente sin que nada haya hecho trabajo. Se habría creado energía potencial eléctrica, violando la conservación de la energía.

Para determinar una emf inducida  $\epsilon$ , primero se calcula el flujo magnético  $\Phi_m$  y luego se obtiene  $d\Phi_m/dt$ . La magnitud de  $\epsilon$  viene dada por  $\epsilon = |d\Phi_m/dt|$ . Por último, se puede aplicar la ley de Lenz para determinar el sentido de  $\epsilon$ . Esto se desarrollará a través de ejemplos que ilustran la siguiente estrategia de resolución de problemas.



### ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

#### Ley de Lenz

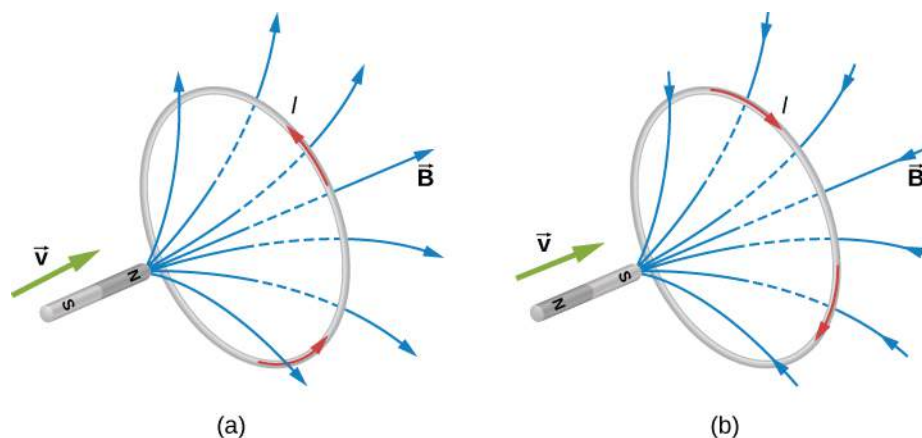
Para utilizar la ley de Lenz para determinar las direcciones de los campos magnéticos inducidos, las corrientes y las emf:

1. Haga un croquis de la situación para utilizarlo en la visualización y el registro de las direcciones.
2. Determine la dirección del campo magnético aplicado  $\vec{B}$ .
3. Determine si su flujo magnético está aumentando o disminuyendo.
4. Ahora determine la dirección del campo magnético inducido  $\vec{B}$ . El campo magnético inducido trata de reforzar un flujo magnético que está disminuyendo o se opone a un flujo magnético que está aumentando.

Por lo tanto, el campo magnético inducido se suma o se resta al campo magnético aplicado, en función del cambio de flujo magnético.

- Utilice la segunda regla de la mano derecha ([right hand rule-2, RHR-2]; consulte [Fuerzas y campos magnéticos](#)) para determinar la dirección de la corriente inducida  $I$  que es responsable del campo magnético inducido  $\vec{B}$ .
- La dirección (o polaridad) de la emf inducida puede ahora conducir una corriente convencional en esta dirección.

Apliquemos la ley de Lenz al sistema de la [Figura 13.7\(a\)](#). Designamos la "parte delantera" del bucle conductor cerrado como la región que contiene la barra magnética que se aproxima, y la "parte trasera" del bucle como la otra región. A medida que el polo norte del imán se desplaza hacia el bucle, el flujo que lo atraviesa debido al campo del imán aumenta porque la intensidad de las líneas de campo dirigidas desde la parte delantera hacia la parte trasera es cada vez mayor. Por lo tanto, se induce una corriente en el bucle. Según la ley de Lenz, la dirección de la corriente inducida debe ser tal que su propio campo magnético se dirija de una manera que se oponga al flujo cambiante que causa el campo del imán que se aproxima. Por lo tanto, la corriente inducida circula de manera que sus líneas de campo magnético a través del bucle se dirigen desde la parte trasera a la delantera del bucle. En la RHR-2, coloque el pulgar apuntando hacia las líneas de campo magnético, es decir, hacia la barra magnética. Los dedos se enrollan en sentido contrario a las agujas del reloj, visto desde la barra magnética. De manera alternativa, podemos determinar la dirección de la corriente inducida tratando el bucle de corriente como un electroimán que se *opone* a la aproximación del polo norte de la barra magnética. Esto ocurre cuando la corriente inducida fluye como se muestra, pues entonces la cara del bucle más cercano al imán que se aproxima es también un polo norte.

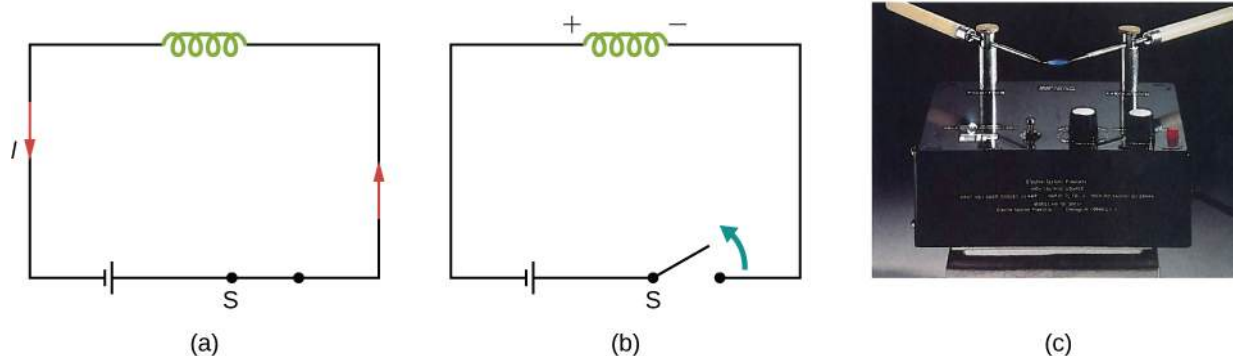


**FIGURA 13.7** El cambio en el flujo magnético que causa el imán que se aproxima induce una corriente en el bucle. (a) Un polo norte que se aproxima induce una corriente en sentido contrario a las agujas del reloj con respecto a la barra magnética. (b) Un polo sur que se aproxima induce una corriente en sentido de las agujas del reloj con respecto a la barra magnética.

La parte (b) de la figura muestra el polo sur de un imán moviéndose hacia un bucle conductor. En este caso, el flujo que atraviesa el bucle debido al campo del imán aumenta porque el número de líneas de campo dirigidas desde la parte trasera a la delantera del bucle es cada vez mayor. Para oponerse a este cambio, se induce una corriente en el bucle cuyas líneas de campo que la atraviesan se dirigen desde la parte delantera hacia la trasera. De manera equivalente, podemos decir que la corriente fluye en una dirección tal que la cara del bucle más cercano al imán que se aproxima es un polo sur, que entonces repele al polo sur del imán que se aproxima. En la RHR-2, el pulgar apunta lejos de la barra magnética. Los dedos se enrollan en el sentido de las agujas del reloj, que es la dirección de la corriente inducida.

Otro ejemplo que ilustra el uso de la ley de Lenz se muestra en la [Figura 13.8](#). Cuando se abre el interruptor, la disminución de la corriente a través del solenoide provoca una disminución del flujo magnético a través de sus bobinas, lo que induce una emf en el solenoide. Esta emf debe oponerse al cambio (la terminación de la corriente) que la provoca. En consecuencia, la emf inducida tiene la polaridad indicada y se conduce en la

dirección de la corriente original. Esto puede generar un arco en los terminales del interruptor al abrirse.



**FIGURA 13.8** (a) Un solenoide conectado a una fuente de emf. (b) La apertura del interruptor S termina la corriente, que a su vez induce una emf en el solenoide. (c) Se produce una diferencia de potencial entre los extremos de las varillas de punta aguda induciendo una emf en una bobina. Esta diferencia de potencial es lo suficientemente grande como para producir un arco entre las puntas afiladas.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 13.2**

Halle la dirección de la corriente inducida en el bucle de cable que se muestra a continuación cuando el imán entra, pasa y sale del bucle.

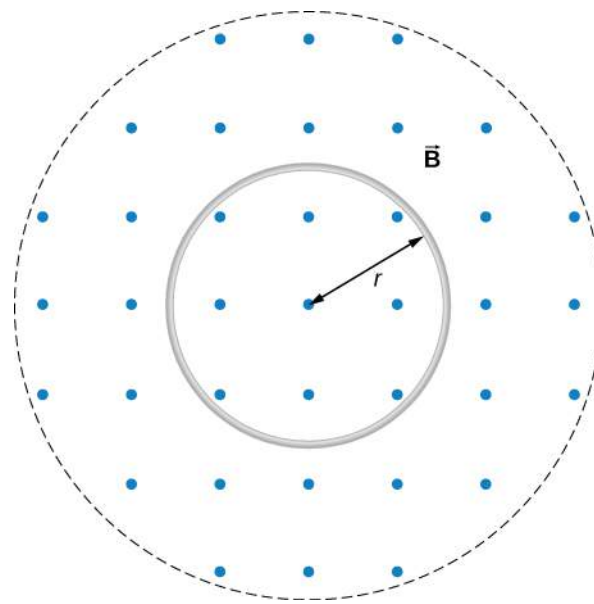
### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 13.3**

Compruebe las direcciones de las corrientes inducidas en la [Figura 13.3](#).

## **EJEMPLO 13.2**

### Una bobina circular en un campo magnético cambiante

Un campo magnético  $\vec{B}$  se dirige hacia el exterior perpendicularmente al plano de una bobina circular de radio  $r = 0,50$  m ([Figura 13.9](#)). El campo es cilíndricamente simétrico con respecto al centro de la bobina, y su magnitud decae exponencialmente según  $B = (1,5T)e^{-(5,0s^{-1})t}$ , donde  $B$  está en teslas y  $t$  está en segundos. (a) Calcule la emf inducida en la bobina en los tiempos  $t_1 = 0$ ,  $t_2 = 5,0 \times 10^{-2}$  s, y  $t_3 = 1,0$  s. b) Determine la corriente en la bobina en estos tres momentos si su resistencia es  $10 \Omega$ .



**FIGURA 13.9** Una bobina circular en un campo magnético decreciente.

### Estrategia

Como el campo magnético es perpendicular al plano de la bobina y constante sobre cada punto de la misma, el producto punto del campo magnético  $\vec{B}$  y la normal al vector de la unidad de área  $\hat{n}$  se convierten en una multiplicación. El campo magnético puede extraerse de la integración, dejando el flujo como el producto del campo magnético por el área. Tenemos que tomar la derivada temporal de la función exponencial para calcular la emf utilizando la ley de Faraday. A continuación, utilizamos la ley de Ohm para calcular la corriente.

### Solución

- a. Dado que  $\vec{B}$  es perpendicular al plano de la bobina, el flujo magnético viene dado por

$$\begin{aligned}\Phi_m &= B\pi r^2 = (1,5e^{-5,0t} \text{ T})\pi(0,50 \text{ m})^2 \\ &= 1,2e^{-(5,0\text{s}^{-1})t} \text{ Wb}.\end{aligned}$$

A partir de la ley de Faraday, la magnitud de la emf inducida es

$$\varepsilon = \left| \frac{d\Phi_m}{dt} \right| = \left| \frac{d}{dt}(1,2e^{-(5,0\text{s}^{-1})t} \text{ Wb}) \right| = 6,0 e^{-(5,0\text{s}^{-1})t} \text{ V}.$$

Dado que  $\vec{B}$  se dirige hacia fuera de la página y está disminuyendo, la corriente inducida debe fluir en sentido contrario a las agujas del reloj cuando se ve desde arriba para que el campo magnético que produce a través de la bobina también apunte hacia fuera de la página. Para los tres tiempos, el sentido de  $\varepsilon$  es antihorario; sus magnitudes son

$$\varepsilon(t_1) = 6,0 \text{ V}; \quad \varepsilon(t_2) = 4,7 \text{ V}; \quad \varepsilon(t_3) = 0,040 \text{ V}.$$

- b. Según la ley de Ohm, las corrientes respectivas son

$$\begin{aligned}I(t_1) &= \frac{\varepsilon(t_1)}{R} = \frac{6,0 \text{ V}}{10 \Omega} = 0,60 \text{ A}; \\ I(t_2) &= \frac{4,7 \text{ V}}{10 \Omega} = 0,47 \text{ A};\end{aligned}$$

y

$$I(t_3) = \frac{0,040 \text{ V}}{10 \Omega} = 4,0 \times 10^{-3} \text{ A}.$$

**Importancia**

Un voltaje de emf se crea por un flujo magnético cambiante en el tiempo. Si sabemos cómo varía el campo magnético con el tiempo sobre un área constante, podemos tomar su derivada temporal para calcular la emf inducida.

**EJEMPLO 13.3****Cambio del campo magnético dentro de un solenoide**

La corriente que pasa por los bobinados de un solenoide con  $n = 2.000$  vueltas por metro está cambiando a un ritmo  $dI/dt = 3,0$  A/s. (Para obtener más información sobre los solenoides, consulte [Fuentes de campos magnéticos](#)). El solenoide tiene una longitud de 50 cm y un diámetro transversal de 3,0 cm. Una pequeña bobina formada por  $N = 20$  vueltas estrechamente enrolladas en un círculo de 1,0 cm de diámetro se coloca en el centro del solenoide de manera que el plano de la bobina es perpendicular al eje central del solenoide. Suponiendo que la aproximación del solenoide infinito es válida en el lugar de la pequeña bobina, determine la magnitud de la emf inducida en la bobina.

**Estrategia**

El campo magnético en el centro del solenoide es un valor uniforme de  $\mu_0 nI$ . Este campo está produciendo un flujo magnético máximo a través de la bobina al dirigirse a lo largo de la longitud del solenoide. Por lo tanto, el flujo magnético que atraviesa la bobina es el producto del campo magnético del solenoide por el área de la bobina. La ley de Faraday implica una derivada temporal del flujo magnético. La única cantidad que varía en el tiempo es la corriente, el resto se puede sacar de la derivada del tiempo. Por último, incluimos el número de vueltas de la bobina para determinar su emf inducida.

**Solución**

Dado que el campo del solenoide viene dado por  $B = \mu_0 nI$ , el flujo a través de cada vuelta de la bobina pequeña es

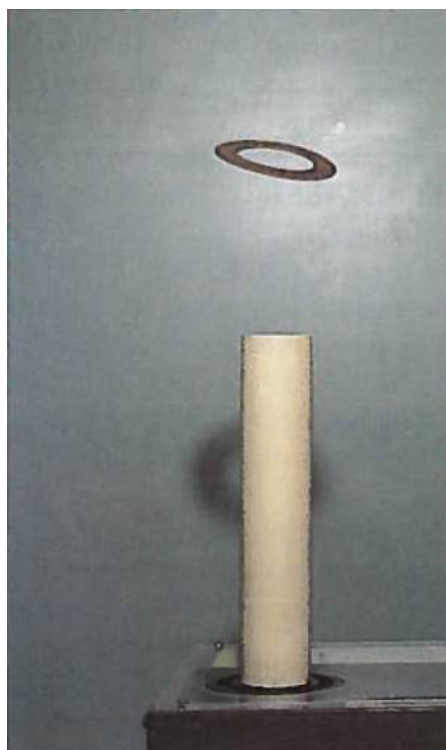
$$\Phi_m = \mu_0 nI \left( \frac{\pi d^2}{4} \right),$$

donde  $d$  es el diámetro de la bobina. Ahora, a partir de la ley de Faraday, la magnitud de la emf inducida en la bobina es

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \left| N \frac{d\Phi_m}{dt} \right| = \left| N \mu_0 n \frac{\pi d^2}{4} \frac{dI}{dt} \right| \\ &= 20 (4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/s}) (2.000 \text{ m}^{-1}) \frac{\pi(0,010 \text{ m})^2}{4} (3,0 \text{ A/s}) \\ &= 1,2 \times 10^{-5} \text{ V}. \end{aligned}$$

**Importancia**

Cuando se enciende la corriente en un solenoide vertical, como se muestra en la [Figura 13.10](#), el anillo tiene una emf inducida por el flujo magnético cambiante del solenoide que se opone al cambio. El resultado es que el anillo se dispara verticalmente en el aire.



**FIGURA 13.10** El anillo que salta. Cuando se enciende una corriente en el solenoide vertical, se induce una corriente en el anillo de metal. El campo perdido producido por el solenoide hace que el anillo salte.

### INTERACTIVO

Visite este [sitio web \(https://openstax.org/l/21flashmagind\)](https://openstax.org/l/21flashmagind) para ver una demostración del anillo que salta del MIT.

## 13.3 Fuerza electromotriz (emf) de movimiento

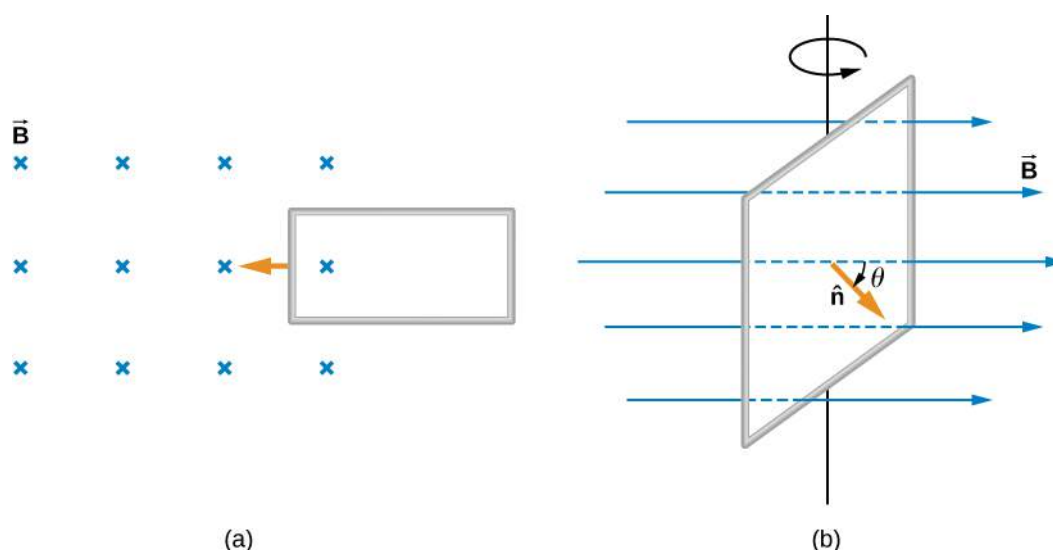
### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Determinar la magnitud de una emf inducida en un cable que se mueve a velocidad constante a través de un campo magnético.
- Discutir ejemplos que utilicen emf de movimiento, como un cañón de riel y un satélite atado.

El flujo magnético depende de tres factores: la intensidad del campo magnético, la superficie por la que pasan las líneas de campo y la orientación del campo con la superficie. Si cualquiera de estas magnitudes varía, se produce la correspondiente variación del flujo magnético. Hasta ahora, solo hemos considerado los cambios de flujo debidos a un campo cambiante. Ahora vemos otra posibilidad: un área cambiante a través de la cual pasan las líneas de campo, incluyendo un cambio en la orientación del área.

Dos ejemplos de este tipo de cambio de flujo se representan en la [Figura 13.11](#). En la parte (a), el flujo que atraviesa el bucle rectangular aumenta a medida que se adentra en el campo magnético, y en la parte (b), el flujo que atraviesa la bobina giratoria varía con el ángulo  $\theta$ .



**FIGURA 13.11** (a) El flujo magnético cambia cuando un bucle se mueve en un campo magnético; (b) el flujo magnético cambia cuando un bucle gira en un campo magnético.

Es interesante observar que lo que percibimos como causa de un cambio de flujo concreto depende en realidad del marco de referencia que elijamos. Por ejemplo, si usted está en reposo con respecto a las bobinas en movimiento de la [Figura 13.11](#), vería que el flujo varía debido a un campo magnético cambiante: en la parte (a), el campo se mueve de izquierda a derecha en su marco de referencia, y en la parte (b), el campo está girando. A menudo es posible describir un cambio de flujo a través de una bobina que se mueve en un marco de referencia particular en términos de un campo magnético cambiante en un segundo marco, donde la bobina es estacionaria. Sin embargo, las cuestiones del marco de referencia relacionadas con el flujo magnético están más allá del nivel de este libro de texto. Evitaremos estas complejidades trabajando siempre en un marco en reposo relativo al laboratorio y explicaremos las variaciones de flujo como debidas a un cambio de campo o a un cambio de área.

Ahora veamos una varilla conductora arrastrada en un circuito, cambiando el flujo magnético. El área encerrada por el circuito 'MNOP' de la [Figura 13.12](#) es  $lx$  y es perpendicular al campo magnético, por lo que podemos simplificar la integración de la [Ecuación 13.1](#) en una multiplicación de campo magnético y área. Por lo tanto, el flujo magnético que atraviesa la superficie abierta es

$$\Phi_m = Blx. \quad 13.4$$

Como  $B$  y  $l$  son constantes y la velocidad de la varilla es  $v = dx/dt$ , ahora podemos replantear la ley de Faraday, la [Ecuación 13.2](#), para la magnitud de la emf en términos de la varilla conductora en movimiento como

$$\varepsilon = \frac{d\Phi_m}{dt} = Bl \frac{dx}{dt} = Blv. \quad 13.5$$

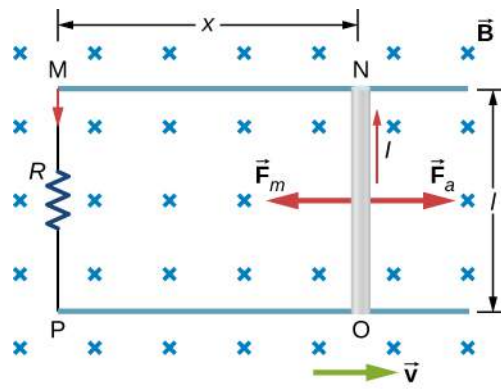
La corriente inducida en el circuito es la emf dividida entre la resistencia o

$$I = \frac{Blv}{R}.$$

Además, la dirección de la emf inducida satisface la ley de Lenz, como se puede comprobar al inspeccionar la figura.

Este cálculo de la emf inducida por el movimiento no se limita a una varilla que se mueve sobre rieles conductores. Con  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$  como punto de partida, se puede demostrar que  $\varepsilon = -d\Phi_m/dt$  es válido para cualquier cambio de flujo causado por el movimiento de un conductor. Hemos visto en la [ley de Faraday](#) que la emf inducida por un campo magnético que varía en el tiempo obedece a esta misma relación, que es la ley de Faraday. Por lo tanto, la ley de Faraday es válida para todos los cambios de flujo, ya sean producidos por un campo magnético cambiante, por el movimiento o por una combinación de ambos.





**FIGURA 13.12** Una varilla conductora es empujada hacia la derecha a velocidad constante. El cambio resultante en el flujo magnético induce una corriente en el circuito.

Desde el punto de vista energético,  $\vec{F}_a$  produce una potencia  $F_a v$ , y el resistor disipa potencia  $I^2 R$ . Como la varilla se mueve a velocidad constante, la fuerza aplicada  $F_a$  debe equilibrar la fuerza magnética  $F_m = IlB$  en la varilla cuando esta lleva la corriente inducida  $I$ . Así, la potencia producida es

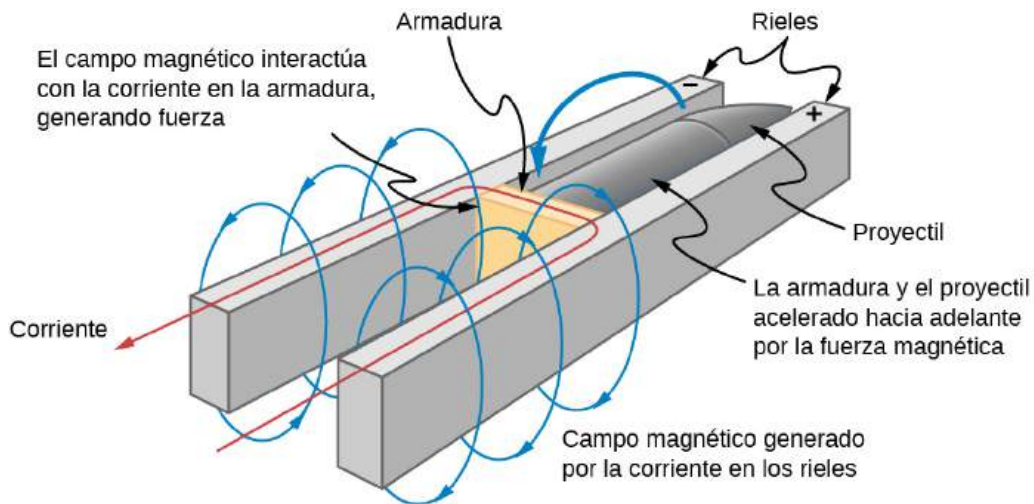
$$F_a v = IlBv = \frac{Blv}{R} \cdot lBv = \frac{l^2 B^2 v^2}{R}. \quad 13.6$$

La potencia disipada es

$$P = I^2 R = \left( \frac{Blv}{R} \right)^2 R = \frac{l^2 B^2 v^2}{R}. \quad 13.7$$

Al cumplir el principio de conservación de energía, las potencias producidas y disipadas son iguales.

Este principio puede verse en el funcionamiento de un cañón de riel. Un cañón de riel es un lanzador electromagnético de proyectiles que utiliza un aparato similar a la [Figura 13.12](#) y que se muestra de forma esquemática en la [Figura 13.13](#). La varilla conductora se sustituye por un proyectil o un arma para disparar. Hasta ahora, solo hemos oído hablar de cómo el movimiento provoca una emf. En un cañón de riel, la desconexión/reducción óptima de un campo magnético disminuye el flujo entre los rieles, haciendo que fluya una corriente en la varilla (armazón) que sostiene el proyectil. Esta corriente a través del armazón experimenta una fuerza magnética y es impulsada hacia adelante. Sin embargo, los cañones de riel no se utilizan mucho en el ejército debido al alto costo de producción y a las altas corrientes: Se necesita casi un millón de amperios para producir suficiente energía para que un cañón de riel sea un arma eficaz.

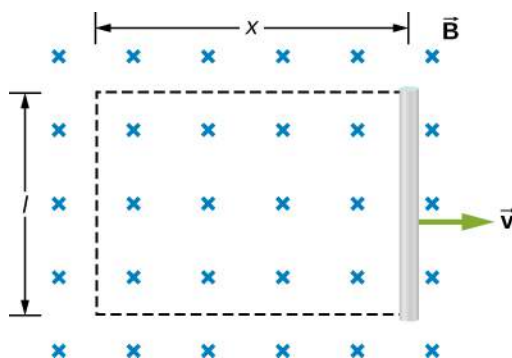


**FIGURA 13.13** La corriente a través de dos rieles impulsa un proyectil conductor hacia adelante por la fuerza magnética creada.

Podemos calcular una **emf inducida de movimiento** con la ley de Faraday *incluso cuando no hay un circuito cerrado real*. Simplemente imaginamos una zona cerrada cuyo límite incluye el conductor en movimiento, calculamos  $\Phi_m$  y luego hallamos la emf a partir de la ley de Faraday. Por ejemplo, podemos dejar que la varilla móvil de la [Figura 13.14](#) sea un lado del área rectangular imaginaria representada por las líneas discontinuas. El área del rectángulo es  $lx$ , por lo que el flujo magnético que lo atraviesa es  $\Phi_m = Blx$ . Al diferenciar esta ecuación, obtenemos

$$\frac{d\Phi_m}{dt} = Bl \frac{dx}{dt} = Blv, \quad 13.8$$

que es idéntica a la diferencia de potencial entre los extremos de la varilla que determinamos anteriormente.

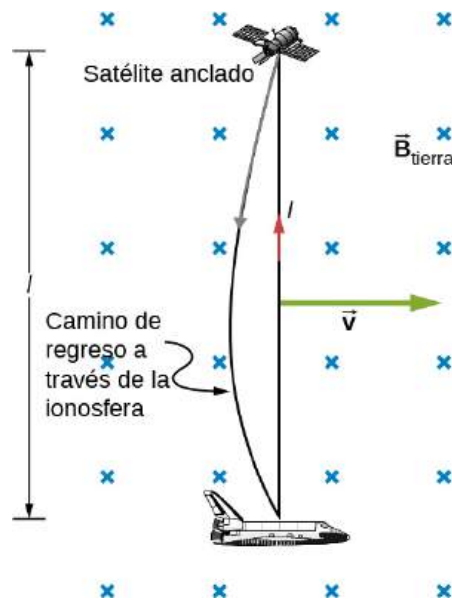


**FIGURA 13.14** Con el rectángulo imaginario mostrado podemos utilizar la ley de Faraday para calcular la emf inducida en la varilla en movimiento.

Las emf de movimiento en el débil campo magnético de la Tierra no suelen ser muy grandes, o notaríamos voltaje a lo largo de varillas de metal, como un destornillador, durante los movimientos ordinarios. Por ejemplo, un simple cálculo de la emf de movimiento de una varilla de 1,0 m que se mueve a 3,0 m/s perpendicularmente al campo terrestre da

$$\text{emf} = B\ell v = (5,0 \times 10^{-5} \text{ T})(1,0 \text{ m})(3,0 \text{ m/s}) = 150 \mu\text{V}.$$

Este pequeño valor es coherente con la experiencia. Sin embargo, hay una excepción espectacular. En 1992 y 1996, se intentó crear grandes emf de movimiento con el transbordador espacial. El satélite atado debía salir por un cable de 20 km de longitud, como se muestra en la [Figura 13.15](#), para crear una emf de 5 kV al moverse a rapidez orbital a través del campo terrestre. Esta emf podría utilizarse para convertir parte de la energía cinética y potencial del transbordador en energía eléctrica si se pudiera realizar un circuito completo. Para completar el circuito, la ionósfera estacionaria debía suministrar una vía de retorno por la que pudiera circular la corriente (La ionósfera es la atmósfera enrarecida y parcialmente ionizada en las altitudes orbitales. Tiene conducción debido a la ionización. La ionósfera cumple la misma función que los rieles fijos y el resistor de conexión en la [Figura 13.13](#), sin los cuales no habría un circuito completo). El arrastre de la corriente en el cable debido a la fuerza magnética  $F = I\ell B \sin \theta$  realiza el trabajo que reduce la energía cinética y potencial del transbordador, y permite convertirla en energía eléctrica. Ambas pruebas fueron infructuosas. En la primera, el cable se colgó y solo pudo extenderse un par de cientos de metros; en la segunda, el cable se rompió cuando estaba casi completamente extendido. La [Ejemplo 13.4](#) indica la viabilidad en principio.



**FIGURA 13.15** La emf de movimiento como conversión de potencia eléctrica para el transbordador espacial fue la motivación para el experimento del satélite atado. Se predijo que se induciría una emf de 5 kV en el cable de 20 km mientras se movía a rapidez orbital en el campo magnético de la Tierra. El circuito se completa con una vía de retorno a través de la ionósfera estacionaria.

### EJEMPLO 13.4

#### Cálculo de la gran emf de movimiento de un objeto en órbita

Calcule la emf de movimiento inducida a lo largo de un conductor de 20,0 km que se mueve a una rapidez orbital de 7,80 km/s perpendicular al campo magnético de  $5,00 \times 10^{-5}$  T de la Tierra.

#### Estrategia

Este es un gran ejemplo del uso de la ecuación de movimiento  $\varepsilon = B\ell v$ .

#### Solución

Al introducir los valores dados en  $\varepsilon = B\ell v$  se obtiene

$$\begin{aligned}\varepsilon &= B\ell v \\ &= (5,00 \times 10^{-5} \text{ T})(2,00 \times 10^4 \text{ m})(7,80 \times 10^3 \text{ m/s}) \\ &= 7,80 \times 10^3 \text{ V}.\end{aligned}$$

#### Importancia

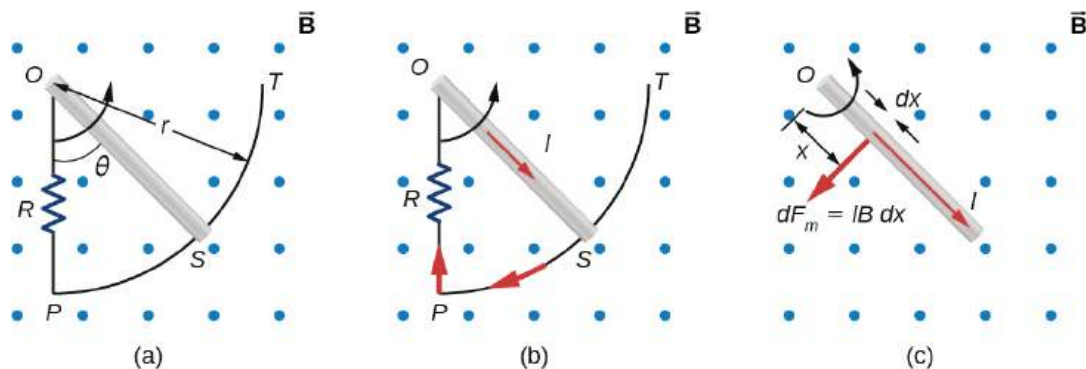
El valor obtenido es mayor que el voltaje medido de 5 kV para el experimento del transbordador, ya que el movimiento orbital real de la atadura no es perpendicular al campo terrestre. El valor de 7,80 kV es la máxima emf obtenida cuando  $\theta = 90^\circ$  y así  $\sin \theta = 1$ .

### EJEMPLO 13.5

#### Una varilla de metal que gira en un campo magnético

La parte (a) de la [Figura 13.16](#) muestra una varilla de metal  $OS$  que está girando en un plano horizontal alrededor del punto  $O$ . La varilla se desliza a lo largo de un cable que forma un arco circular  $PST$  de radio  $r$ . El sistema está en un campo magnético constante  $\vec{B}$  que se dirige hacia fuera de la página. (a) Si se hace girar la varilla con una velocidad angular constante  $\omega$ , ¿cuál es la corriente  $I$  en el bucle cerrado  $OPSO$ ? Suponga que el

resistor  $R$  proporciona toda la resistencia en el bucle cerrado. (b) Calcule el trabajo por unidad de tiempo que realiza al girar la varilla y demuestre que es igual a la potencia disipada en el resistor.



**FIGURA 13.16** (a) El extremo de una varilla de metal que gira se desliza a lo largo de un cable circular en un plano horizontal. (b) La corriente inducida en la varilla. (c) La fuerza magnética sobre un segmento de corriente infinitesimal.

### Estrategia

El flujo magnético es el campo magnético por el área del cuarto de círculo o  $A = r^2\theta/2$ . Al calcular la emf a través de la ley de Faraday, todas las variables son constantes en el tiempo menos  $\theta$ , con  $\omega = d\theta/dt$ . Para calcular el trabajo por unidad de tiempo, sabemos que este está relacionado con el torque por la velocidad angular. El torque se calcula conociendo la fuerza sobre una varilla e integrándola sobre la longitud de la misma.

### Solución

- a. A partir de la geometría, el área del bucle  $OPSO$  es  $A = \frac{r^2\theta}{2}$ . Por lo tanto, el flujo magnético que atraviesa el bucle es

$$\Phi_m = BA = B \frac{r^2\theta}{2}.$$

Al diferenciar con respecto al tiempo y al utilizar  $\omega = d\theta/dt$ , tenemos

$$\epsilon = \left| \frac{d\Phi_m}{dt} \right| = \frac{Br^2\omega}{2}.$$

Si se divide entre la resistencia  $R$  del bucle, se obtiene para la magnitud de la corriente inducida

$$I = \frac{\epsilon}{R} = \frac{Br^2\omega}{2R}.$$

Como  $\theta$  aumenta, también lo hace el flujo a través del bucle debido a  $\vec{B}$ . Para contrarrestar este aumento, el campo magnético debido a la corriente inducida debe dirigirse hacia la página en la región encerrada por el bucle. Por lo tanto, como ilustra la parte (b) de la [Figura 13.16](#), la corriente circula en el sentido de las agujas del reloj.

- b. Se hace girar la varilla ejerciendo un torque sobre ella. Como la varilla gira a velocidad angular constante, este torque es igual y opuesto al ejercido sobre la corriente en la varilla por el campo magnético original. La fuerza magnética sobre el segmento infinitesimal de longitud  $dx$  mostrado en la parte (c) de la [Figura 13.16](#) es  $dF_m = IBdx$ , por lo que el torque magnético en este segmento es

$$d\tau_m = x \cdot dF_m = IBx dx.$$

El torque magnético neto sobre la varilla es entonces

$$\tau_m = \int_0^r d\tau_m = IB \int_0^r x dx = \frac{1}{2} IB r^2.$$

El torque  $\tau$  que ejerce sobre la varilla es igual y opuesto a  $\tau_m$ , y el trabajo que se realiza cuando la varilla gira por un ángulo  $d\theta$  es  $dW = \tau d\theta$ . Por lo tanto, el trabajo por unidad de tiempo que realiza en la varilla

es

$$\frac{dW}{dt} = \tau \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} I B r^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} \left( \frac{B r^2 \omega}{2R} \right) B r^2 \omega = \frac{B^2 r^4 \omega^2}{4R},$$

donde hemos sustituido  $I$ . La potencia disipada en el resistor es  $P = I^2 R$ , que puede escribirse como

$$P = \left( \frac{B r^2 \omega}{2R} \right)^2 R = \frac{B^2 r^4 \omega^2}{4R}.$$

Por lo tanto, vemos que

$$P = \frac{dW}{dt}.$$

Por lo tanto, la potencia disipada en el resistor es igual al trabajo por unidad de tiempo realizado en el giro de la varilla.

### Importancia

Una forma alternativa de ver la emf inducida a partir de la ley de Faraday es integrar en el espacio en vez de en el tiempo. La solución, sin embargo, sería la misma. La emf de movimiento es

$$|\varepsilon| = \int B v dl.$$

La velocidad puede escribirse como la velocidad angular por el radio y la longitud diferencial escrita como  $dr$ . Por lo tanto,

$$|\varepsilon| = B \int v dr = B \omega \int_0^l r dr = \frac{1}{2} B \omega l^2,$$

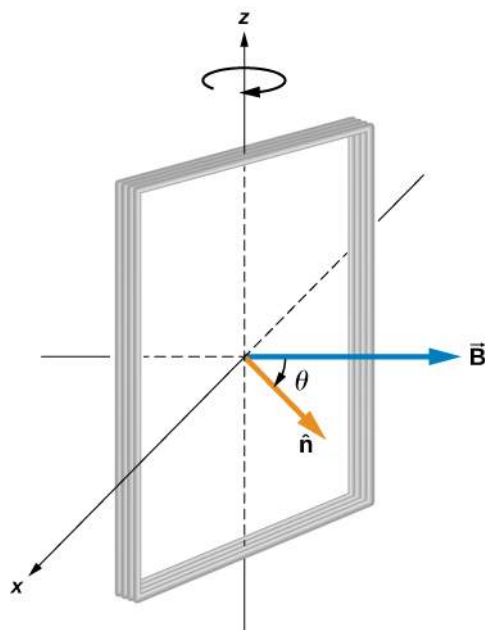
que es la misma solución anterior.



### EJEMPLO 13.6

#### Una bobina rectangular que gira en un campo magnético

Una bobina rectangular de área  $A$  y  $N$  vueltas se coloca en un campo magnético uniforme  $\vec{\mathbf{B}} = B\hat{\mathbf{j}}$ , como se muestra en la [Figura 13.17](#). La bobina gira alrededor del eje  $z$  por su centro con una velocidad angular constante  $\omega$ . Obtenga una expresión para la emf inducida en la bobina.



**FIGURA 13.17** Una bobina rectangular que gira en un campo magnético uniforme.

### Estrategia

Según el diagrama, el ángulo entre la perpendicular a la superficie ( $\hat{n}$ ) y el campo magnético ( $\vec{B}$ ) es  $\theta$ . El producto punto de  $\vec{B} \cdot \hat{n}$  se simplifica a solo la componente  $\cos \theta$  del campo magnético, es decir, donde el campo magnético se proyecta sobre el vector de superficie unitaria  $\hat{n}$ . La magnitud del campo magnético y el área del bucle son fijos en el tiempo, lo que hace que la integración se simplifique rápidamente. La emf inducida se escribe utilizando la ley de Faraday.

### Solución

Cuando la bobina está en una posición tal que su vector normal  $\hat{n}$  hace un ángulo  $\theta$  con el campo magnético  $\vec{B}$ , el flujo magnético a través de una sola vuelta de la bobina es

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dA = BA \cos \theta.$$

A partir de la ley de Faraday la emf inducida en la bobina es

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_m}{dt} = NBA \sin \theta \frac{d\theta}{dt}.$$

La velocidad angular constante es  $\omega = d\theta/dt$ . El ángulo  $\theta$  representa la evolución temporal de la velocidad angular o  $\omega t$ . Esto es cambia la función al espacio de tiempo en lugar de  $\theta$ . Por lo tanto, la emf inducida varía sinusoidalmente con el tiempo según

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t,$$

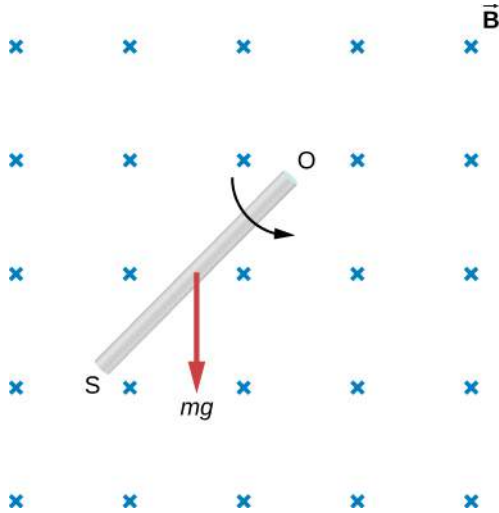
donde  $\varepsilon_0 = NBA\omega$ .

### Importancia

Si la intensidad del campo magnético o el área del bucle también cambiasen con el tiempo, estas variables no podrían extraerse de la derivada temporal para obtener simplemente la solución como se muestra. Este ejemplo es la base de un generador eléctrico, como veremos en [Aplicaciones de la ley de Newton](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/6-introduccion) (<http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/6-introduccion>).

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 13.4**

A continuación se muestra una varilla de longitud  $l$  que gira en sentido contrario a las agujas del reloj en torno al eje a través de  $O$  por el torque debido a  $m\vec{g}$ . Suponiendo que la varilla está en un campo magnético uniforme  $\vec{B}$ , ¿cuál es la emf inducida entre los extremos de la varilla cuando su velocidad angular es  $\omega$ ? ¿Qué extremo de la varilla tiene un potencial más alto?



### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 13.5**

Una varilla de 10 cm de longitud se mueve a una velocidad de 10 m/s perpendicularmente a través de un campo magnético de 1,5 T. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los extremos de la varilla?

## 13.4 Campos eléctricos inducidos

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Conectar la relación entre una emf inducida de la ley de Faraday con un campo eléctrico, lo que muestra que un flujo magnético cambiante crea un campo eléctrico.
- Resolver el campo eléctrico basado en un flujo magnético cambiante en el tiempo.

El hecho de que se induzcan emf en los circuitos implica que se está realizando un trabajo sobre los electrones de conducción en los cables. ¿Cuál puede ser el origen de este trabajo? Sabemos que no se trata ni de una batería ni de un campo magnético, ya que una batería no tiene por qué estar presente en un circuito en el que se induce la corriente, y los campos magnéticos nunca realizan trabajo sobre cargas en movimiento. La respuesta es que la fuente de trabajo es un campo eléctrico  $\vec{E}$  que se induce en los cables. El trabajo que realiza  $\vec{E}$  al mover una carga unitaria completamente alrededor de un circuito es la emf inducida  $\varepsilon$ ; es decir,

$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}, \quad 13.9$$

donde  $\oint$  representa la integral de línea alrededor del circuito. La ley de Faraday se puede escribir en términos del **campo eléctrico inducido** como

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_m}{dt}. \quad 13.10$$

Existe una importante distinción entre el campo eléctrico inducido por un campo magnético cambiante y el campo electrostático producido por una distribución de carga fija. En concreto, el campo eléctrico inducido no es conservativo porque realiza un trabajo neto al mover una carga sobre una trayectoria cerrada, mientras que

el campo electrostático es conservativo y no realiza ningún trabajo neto sobre una trayectoria cerrada. Por lo tanto, el potencial eléctrico puede asociarse con el campo electrostático, pero no con el campo inducido. Las siguientes ecuaciones representan la distinción entre los dos tipos de campo eléctrico:

$$\begin{aligned}\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} &\neq 0 \text{ (inducido);} \\ \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} &= 0 \text{ (electrostática).}\end{aligned}\tag{13.11}$$

Nuestros resultados pueden resumirse combinando estas ecuaciones:

$$\epsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_m}{dt}.\tag{13.12}$$



### EJEMPLO 13.7

#### Campo eléctrico inducido en una bobina circular

¿Cuál es el campo eléctrico inducido en la bobina circular del [Ejemplo 13.2](#) (y la [Figura 13.9](#)) en los tres momentos indicados?

#### Estrategia

Al utilizar la simetría cilíndrica, la integral del campo eléctrico se simplifica en el campo eléctrico por la circunferencia de un círculo. Como ya conocemos la emf inducida, podemos conectar estas dos expresiones mediante la ley de Faraday para resolver el campo eléctrico inducido.

#### Solución

El campo eléctrico inducido en la bobina es de magnitud constante sobre la superficie cilíndrica, de forma similar a como se resuelven los problemas de la ley de Ampere con cilindros. Dado que  $\vec{E}$  es tangente a la bobina,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint E dl = 2\pi r E.$$

Cuando se combina con la [Ecuación 13.12](#), se obtiene

$$E = \frac{\epsilon}{2\pi r}.$$

La dirección de  $\epsilon$  es en sentido contrario a las agujas del reloj, y  $\vec{E}$  circula en la misma dirección alrededor de la bobina. Los valores de  $E$  son

$$\begin{aligned}E(t_1) &= \frac{6,0 \text{ V}}{2\pi (0,50 \text{ m})} = 1,9 \text{ V/m;} \\ E(t_2) &= \frac{4,7 \text{ V}}{2\pi (0,50 \text{ m})} = 1,5 \text{ V/m;} \\ E(t_3) &= \frac{0,040 \text{ V}}{2\pi (0,50 \text{ m})} = 0,013 \text{ V/m.}\end{aligned}$$

#### Importancia

Cuando el flujo magnético a través de un circuito cambia, se induce un campo eléctrico no conservativo, que impulsa la corriente a través del circuito. Pero, ¿qué pasa si  $d\mathbf{B}/dt \neq 0$  en el espacio libre donde no hay un camino conductor? La respuesta es que este caso puede tratarse *como si existiera una vía conductora*; es decir, se inducen campos eléctricos no conservativos allí donde  $d\mathbf{B}/dt \neq 0$ , si hay o no un camino conductor presente.

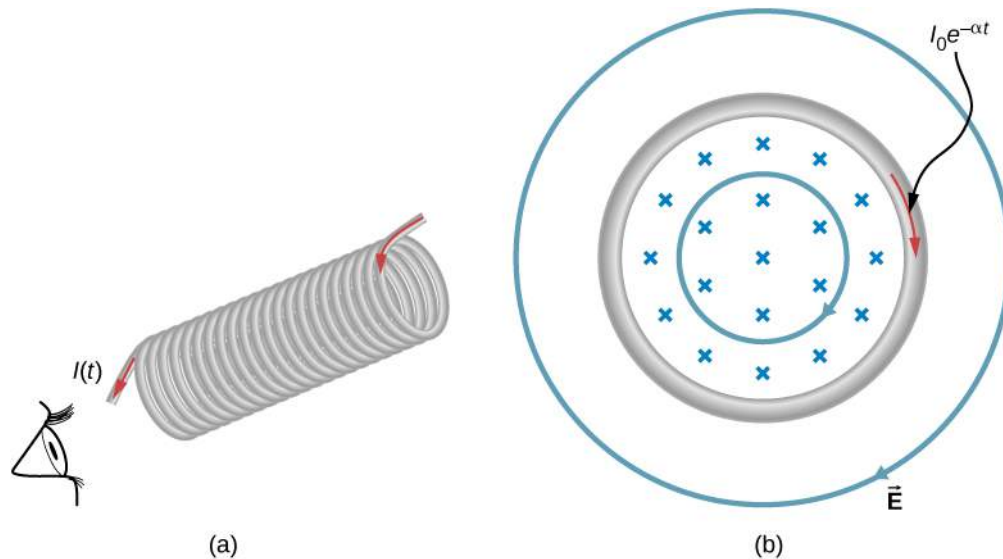


Estos campos eléctricos no conservativos siempre satisfacen la [Ecuación 13.12](#). Por ejemplo, si se eliminara la bobina circular de la [Figura 13.9](#), un campo eléctrico *en el espacio libre* a  $r = 0,50$  m seguiría dirigiéndose en sentido contrario a las agujas del reloj, y su magnitud seguiría siendo de  $1,9$  V/m en  $t = 0$ ,  $1,5$  V/m en  $t = 5,0 \times 10^{-2}$  s, etc. La existencia de campos eléctricos inducidos *no* se limita a los cables de los circuitos.

### EJEMPLO 13.8

#### Campo eléctrico inducido por el campo magnético cambiante de un solenoide

La parte (a) de la [Figura 13.18](#) muestra un solenoide largo con radio  $R$  y  $n$  vueltas por unidad de longitud; su corriente disminuye con el tiempo según  $I = I_0 e^{-\alpha t}$ . ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico inducido en un punto a una distancia  $r$  del eje central del solenoide (a) cuando  $r > R$  y (b) cuando  $r < R$  (vea la parte [b] de la [Figura 13.18](#)). (c) ¿Cuál es la dirección del campo inducido en ambos lugares? Supongamos que la aproximación del solenoide infinito es válida en todas las regiones de interés.



**FIGURA 13.18** (a) La corriente en un solenoide largo disminuye exponencialmente. (b) Una vista transversal del solenoide desde su extremo izquierdo. La sección transversal mostrada está cerca del centro del solenoide. Se induce un campo eléctrico tanto dentro como fuera del solenoide.

#### Estrategia

Al utilizar la fórmula del campo magnético dentro de un solenoide infinito y la ley de Faraday, calculamos la emf inducida. Como tenemos simetría cilíndrica, la integral del campo eléctrico se reduce al campo eléctrico por la circunferencia de la trayectoria de integración. A continuación, resolvemos el campo eléctrico.

#### Solución

- a. El campo magnético está confinado en el interior del solenoide donde

$$B = \mu_0 n I = \mu_0 n I_0 e^{-\alpha t}.$$

Así, el flujo magnético que atraviesa una trayectoria circular cuyo radio  $r$  es mayor que  $R$ , el radio del solenoide, es

$$\Phi_m = BA = \mu_0 n I_0 \pi R^2 e^{-\alpha t}.$$

El campo inducido  $\vec{E}$  es tangente a esta trayectoria, y debido a la simetría cilíndrica del sistema, su magnitud es constante en la trayectoria. Por lo tanto, tenemos

$$\left| \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \right| = \left| \frac{d\Phi_m}{dt} \right|,$$

$$E(2\pi r) = \left| \frac{d}{dt}(\mu_0 n I_0 \pi R^2 e^{-\alpha t}) \right| = \alpha \mu_0 n I_0 \pi R^2 e^{-\alpha t},$$

$$E = \frac{\alpha \mu_0 n I_0 R^2}{2r} e^{-\alpha t} \quad (r > R).$$

- b. Para una trayectoria de radio  $r$  dentro del solenoide,  $\Phi_m = B\pi r^2$ , así que

$$E(2\pi r) = \left| \frac{d}{dt}(\mu_0 n I_0 \pi r^2 e^{-\alpha t}) \right| = \alpha \mu_0 n I_0 \pi r^2 e^{-\alpha t},$$

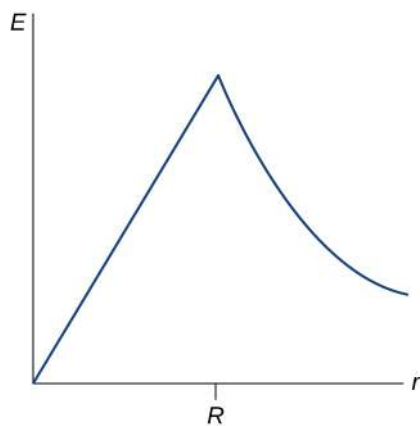
y el campo inducido es

$$E = \frac{\alpha \mu_0 n I_0 r}{2} e^{-\alpha t} \quad (r < R).$$

- c. El campo magnético apunta hacia la página como se muestra en la parte (b) y está disminuyendo. Si cualquiera de las trayectorias circulares estuviera ocupada por anillos conductores, las corrientes inducidas en ellos circularían como se muestra, de conformidad con la ley de Lenz. El campo eléctrico inducido también debe estar dirigido así.

### Importancia

En la parte (b), observe que  $|\vec{E}|$  aumenta con  $r$  en el interior y disminuye como  $1/r$  en el exterior del solenoide, como se muestra en la [Figura 13.19](#).



**FIGURA 13.19** El campo eléctrico frente a la distancia  $r$ . Cuando  $r < R$ , el campo eléctrico aumenta linealmente, mientras que cuando  $r > R$ , el campo eléctrico cae de forma proporcional a  $1/r$ .

### ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 13.6

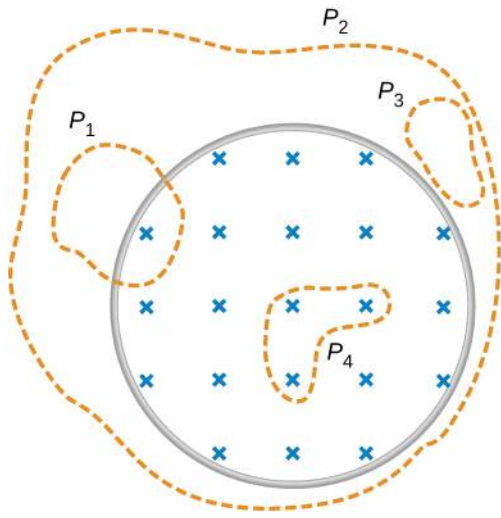
Suponga que la bobina del [Ejemplo 13.2](#) es un cuadrado en vez de un círculo. ¿Puede utilizarse la [Ecuación 13.12](#) para calcular (a) la emf inducida y (b) el campo eléctrico inducido?

### ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 13.7

¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico inducido en el [Ejemplo 13.8](#) en  $t = 0$  si  $r = 6,0$  cm,  $R = 2,0$  cm,  $n = 2.000$  vueltas por metro,  $I_0 = 2,0$  A, y  $\alpha = 200$  s<sup>-1</sup>?

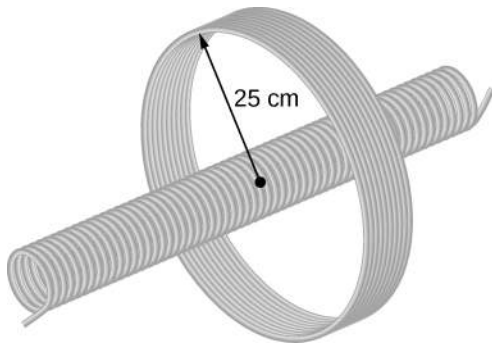
### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 13.8**

El campo magnético que se muestra a continuación está confinado en la región cilíndrica indicada y cambia con el tiempo. Identifique las vías para las que  $\epsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \neq 0$ .



### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 13.9**

Un solenoide largo con una sección transversal de  $5,0 \text{ cm}^2$  se bobina con 25 vueltas de alambre por centímetro. Se coloca en el centro de una bobina de 10 vueltas y radio de 25 cm, como se muestra a continuación. (a) ¿Cuál es la emf inducida en la bobina cuando la corriente que pasa por el solenoide disminuye a un ritmo  $dI/dt = -0,20 \text{ A/s}$ ? b) ¿Cuál es el campo eléctrico inducido en la bobina?



## 13.5 Corrientes de Foucault

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

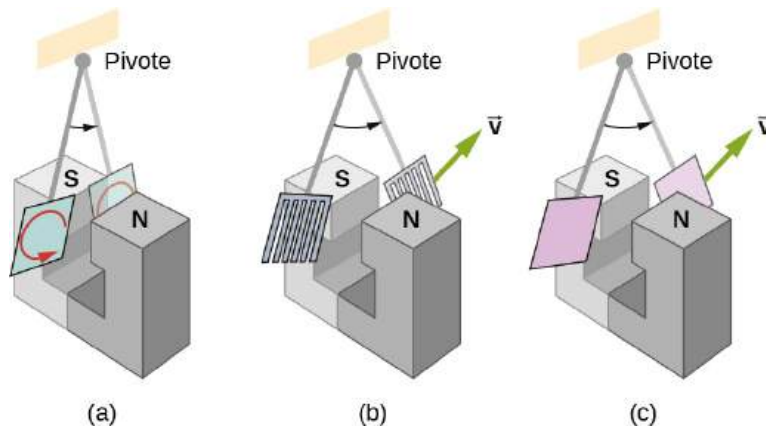
- Explicar cómo se crean las corrientes de Foucault en los metales.
- Describir las situaciones en las que las corrientes de Foucault son beneficiosas y en las que no lo son.

Como se ha comentado en dos apartados anteriores, se induce una emf de movimiento cuando un conductor se mueve en un campo magnético o cuando este se mueve respecto a un conductor. Si la emf de movimiento puede causar una corriente en el conductor, nos referimos a esa corriente como una **corriente de Foucault**.

### Amortiguación magnética

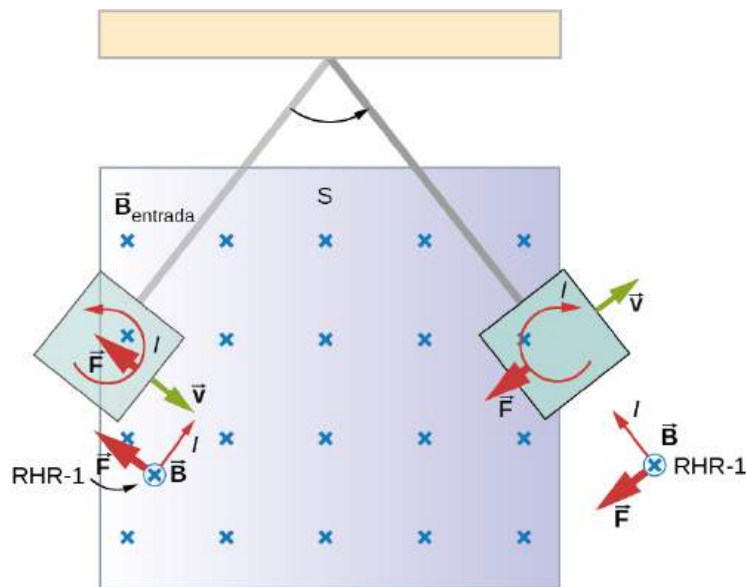
Las corrientes de Foucault pueden producir un arrastre significativo, llamado **amortiguación magnética**, en el movimiento en cuestión. Considere el aparato mostrado en la [Figura 13.20](#), que hace oscilar una masa pendular entre los polos de un imán fuerte. (Esta es otra de las demostraciones de física favoritas). Si la varilla

es de metal, el arrastre actúa sobre la varilla al entrar y salir del campo, amortiguando rápidamente el movimiento. Sin embargo, si la masa es una placa de metal ranurada, como se muestra en la parte (b) de la figura, el imán produce un efecto mucho menor. No hay ningún efecto discernible en una masa hecha de un aislante. ¿Por qué el arrastre se produce en ambas direcciones y hay usos para el arrastre magnético?



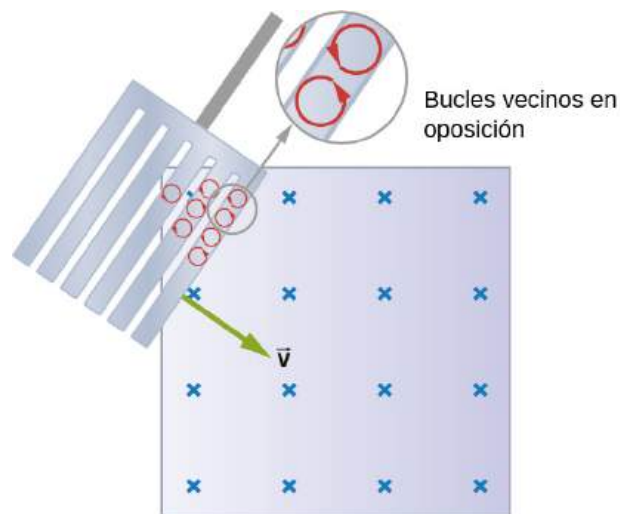
**FIGURA 13.20** Un dispositivo de demostración de física común para explorar las corrientes de Foucault y la amortiguación magnética. (a) El movimiento de una masa pendular de metal que oscila entre los polos de un imán se amortigua rápidamente por la acción de las corrientes de Foucault. (b) Hay poco efecto en el movimiento de una masa de metal ranurada, lo que implica que las corrientes de Foucault se hacen menos efectivas. (c) Tampoco hay amortiguación magnética en una masa no conductora, ya que las corrientes de Foucault son extremadamente pequeñas.

La [Figura 13.21](#) muestra lo que le ocurre a la placa de metal cuando entra y sale del campo magnético. En ambos casos, experimenta una fuerza que se opone a su movimiento. Al entrar por la izquierda, el flujo aumenta, estableciendo una corriente de Foucault (ley de Faraday) en el sentido contrario a las agujas del reloj (ley de Lenz), como se muestra. Solo el lado derecho del bucle de corriente está en el campo, por lo que una fuerza sin oposición actúa sobre él hacia la izquierda (primera regla de la mano derecha [right hand rule-1, RHR-1]). Cuando la placa de metal está completamente dentro del campo, no hay corriente de Foucault si el campo es uniforme, ya que el flujo permanece constante en esta región. Pero cuando la placa sale del campo por la derecha, el flujo disminuye, provocando una corriente de Foucault en el sentido de las agujas del reloj que, de nuevo, experimenta una fuerza hacia la izquierda, frenando aun más el movimiento. Un análisis similar de lo que ocurre cuando la placa oscila desde la derecha hacia la izquierda muestra que su movimiento también se amortigua al entrar y salir del campo.



**FIGURA 13.21** Una mirada más detallada a la placa conductora que pasa entre los polos de un imán. Al entrar y salir del campo, el cambio de flujo produce una corriente de Foucault. La fuerza magnética sobre el bucle de corriente se opone al movimiento. No hay corriente ni arrastre magnético cuando la placa está completamente dentro del campo uniforme.

Cuando una placa de metal ranurada entra en el campo ([Figura 13.22](#)), se induce una emf por el cambio de flujo, pero es menos eficaz porque las ranuras limitan el tamaño de los bucles de corriente. Además, los bucles adyacentes tienen corrientes en direcciones opuestas y sus efectos se anulan. Cuando se utiliza un material aislante, la corriente de Foucault es extremadamente pequeña, por lo que la amortiguación magnética en los aislantes es insignificante. Si se quieren evitar las corrientes de Foucault en los conductores, estos deben estar ranurados o contruidos con finas capas de material conductor separadas por láminas aislantes.

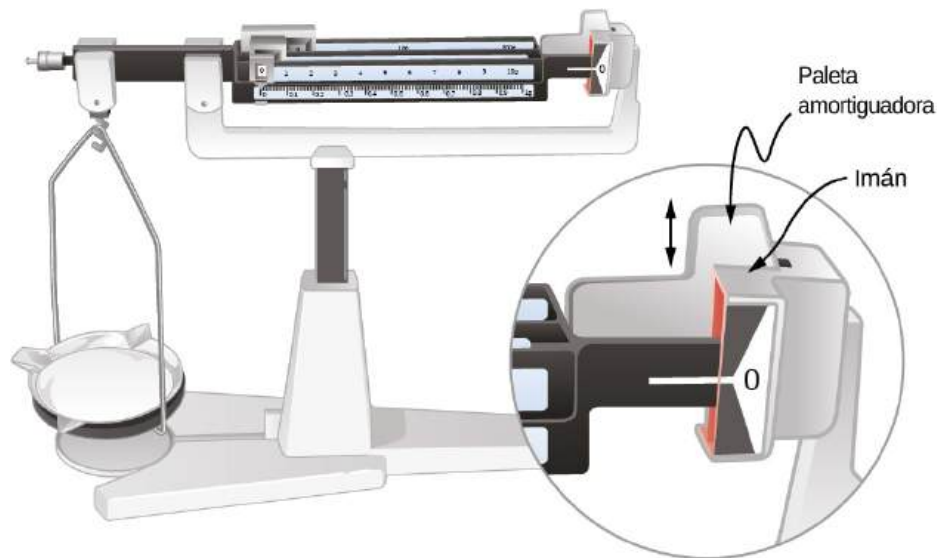


**FIGURA 13.22** Las corrientes de Foucault inducidas en una placa de metal ranurada que entra en un campo magnético forman pequeños bucles, y las fuerzas sobre ellos tienden a anularse, con lo que la resistencia magnética es casi cero.

### Aplicaciones de la amortiguación magnética

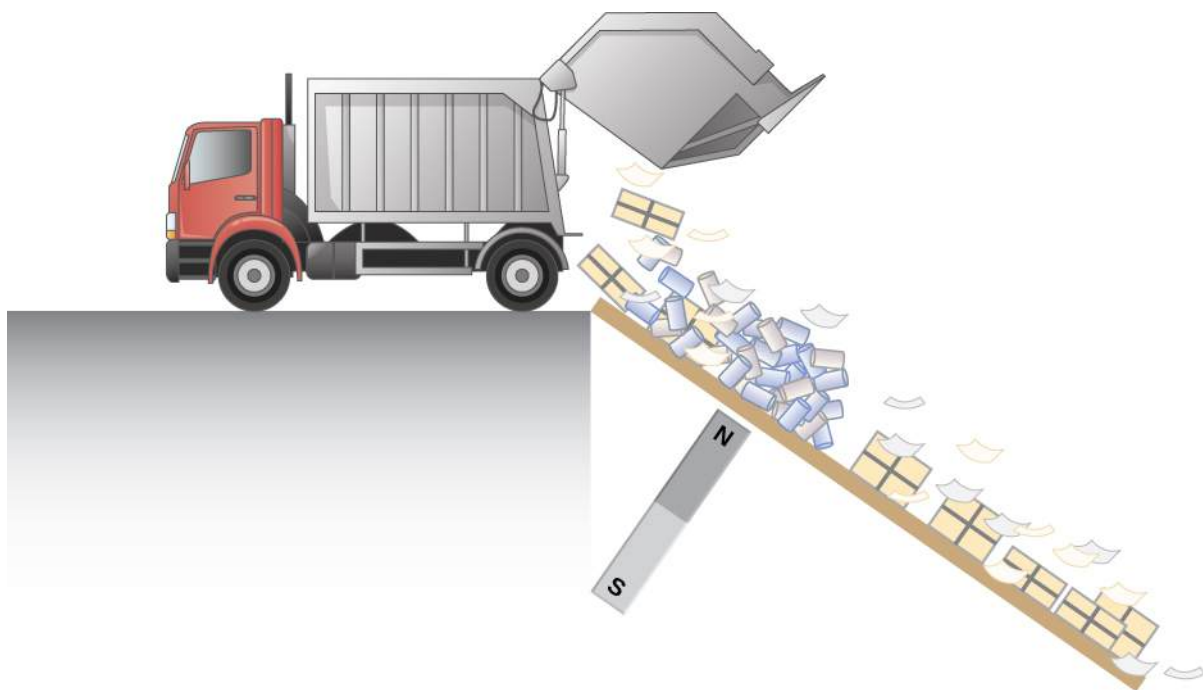
Uno de los usos de la amortiguación magnética se encuentra en las balanzas sensibles de laboratorio. Para tener la máxima sensibilidad y exactitud, la balanza debe estar lo más libre de fricción posible. Pero si no hay fricción, entonces oscilará durante mucho tiempo. La amortiguación magnética es una solución ideal y sencilla. Con la amortiguación magnética, el arrastre es proporcional a la velocidad y se convierte en cero a

velocidad cero. Así, las oscilaciones se amortiguan rápidamente, tras lo cual la fuerza de amortiguación desaparece, permitiendo que la balanza sea muy sensible (Figura 13.23). En la mayoría de las balanzas, la amortiguación magnética se realiza con un disco conductor que gira en un campo fijo.



**FIGURA 13.23** La amortiguación magnética de esta balanza sensible frena sus oscilaciones. Dado que la ley de inducción de Faraday da el mayor efecto para el cambio más rápido, la amortiguación es mayor para las grandes oscilaciones y va a cero cuando el movimiento se detiene.

Dado que las corrientes de Foucault y la amortiguación magnética solo se producen en los conductores, los centros de reciclaje pueden utilizar los imanes para separar los metales de otros materiales. La basura se vierte en lotes por una rampa, debajo de la cual se encuentra un potente imán. Los conductores en la basura son frenados por la amortiguación magnética mientras que los no metales en la basura se mueven, separándose de los metales (Figura 13.24). Esto funciona para todos los metales, no solo para los ferromagnéticos. Un imán puede separar los materiales ferromagnéticos solo actuando sobre la basura estacionaria.



**FIGURA 13.24** Los metales pueden separarse del resto de la basura mediante el arrastre magnético. Las

corrientes de Foucault y el arrastre magnético se crean en los metales enviados por esta rampa por el potente imán que hay debajo. Los no metales avanzan.

Otras aplicaciones importantes de las corrientes de Foucault aparecen en los detectores de metales y en los sistemas de frenado de trenes y montañas rusas. Los detectores de metales portátiles ([Figura 13.25](#)) constan de una bobina primaria que transporta una corriente alterna y una bobina secundaria en la que se induce una corriente. Se induce una corriente de Foucault en un trozo de metal cercano al detector; lo que provoca un cambio en la corriente inducida dentro de la bobina secundaria. Esto puede desencadenar algún tipo de señal, como un ruido estridente.



**FIGURA 13.25** Un soldado en Irak utiliza un detector de metales para buscar explosivos y armas (créditos: Ejército de los Estados Unidos).

El sistema de frenado mediante corrientes de Foucault es más seguro porque factores como la lluvia no afectan al frenado y este es más suave. Sin embargo, las corrientes de Foucault no pueden detener completamente el movimiento, ya que la fuerza de frenado producida disminuye a medida que se reduce la velocidad. Así, la velocidad puede reducirse, por ejemplo, de 20 m/s a 5 m/s, pero se necesita otra forma de frenado para detener completamente el vehículo. Por lo general, en las montañas rusas se utilizan potentes imanes de tierras raras, como los de neodimio. La [Figura 13.26](#) muestra filas de imanes en una aplicación de este tipo. El vehículo dispone de aletas metálicas (normalmente de cobre) que atraviesan el campo magnético, frenando el vehículo de forma muy parecida a la de la masa pendular que se muestra en la [Figura 13.20](#).



**FIGURA 13.26** Las filas de imanes de tierras raras (que sobresalen horizontalmente) se utilizan para el frenado magnético en las montañas rusas (créditos: Stefan Scheer).

Las placas de inducción tienen electroimanes bajo su superficie. El campo magnético varía rápidamente, produciendo corrientes de Foucault en la base de la olla, haciendo que la olla y su contenido aumenten de temperatura. Las placas de inducción tienen un alto rendimiento y buenos tiempos de respuesta, pero la base de la olla debe ser conductora, como el hierro o el acero, para que la inducción funcione.

## 13.6 Generadores eléctricos y fuerza contraelectromotriz

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar cómo funciona un generador eléctrico.
- Determinar la emf inducida en un bucle en cualquier intervalo y girar a una velocidad constante en un campo magnético.
- Demostrar que las bobinas giratorias tienen una emf inducida; en los motores se llama fuerza contraelectromotriz (back emf) porque se opone a la emf de entrada al motor.

La ley de Faraday permite comprender una serie de fenómenos y dispositivos importantes. En esta sección examinamos dos de ellas.

### Generadores eléctricos

Los **generadores eléctricos** inducen una emf al hacer girar una bobina en un campo magnético, como se explica brevemente en [Fuerza electromotriz de movimiento](#). A continuación, exploramos los generadores con más detalle. Considere el siguiente ejemplo.

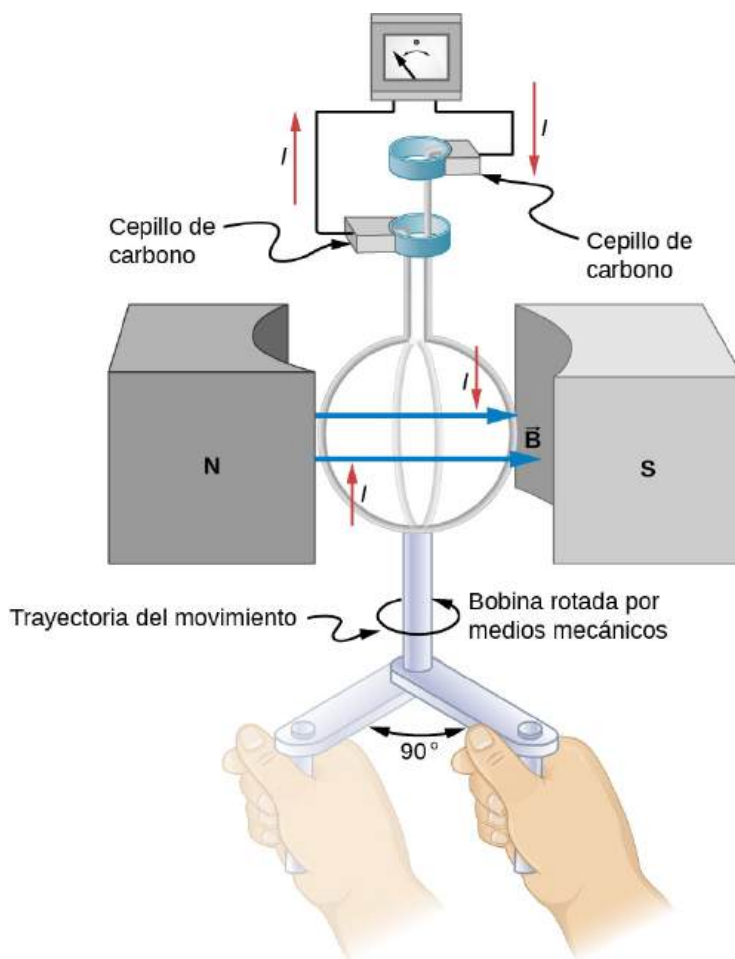


### EJEMPLO 13.9

#### Calcular la emf inducida en la bobina de un generador

La bobina del generador que se muestra en la [Figura 13.27](#) se hace girar un cuarto de revolución (de  $\theta = 0^\circ$  a  $\theta = 90^\circ$ ) en 15,0 ms. La bobina circular de 200 vueltas tiene un radio de 5,00 cm y se encuentra en un campo magnético uniforme de 0,80 T. ¿Cuál es la emf inducida?





**FIGURA 13.27** Cuando esta bobina del generador gira un cuarto de revolución, el flujo magnético  $\Phi_m$  cambia de su máximo a cero, induciendo una emf.

### Estrategia

La ley de inducción de Faraday se utiliza para calcular la emf inducida:

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_m}{dt}.$$

Reconocemos esta situación como la misma en el [Ejemplo 13.6](#). Según el diagrama, la proyección del vector normal de la superficie  $\hat{n}$  al campo magnético es inicialmente  $\cos \theta$ , y esto se inserta por la definición del producto punto. La magnitud del campo magnético y el área del bucle son fijos en el tiempo, lo que hace que la integración se simplifique rápidamente. La emf inducida se escribe utilizando la ley de Faraday:

$$\varepsilon = NBA \sin \theta \frac{d\theta}{dt}.$$

### Solución

Se nos da que  $N = 200$ ,  $B = 0,80 \text{ T}$ ,  $\theta = 90^\circ$ ,  $d\theta = 90^\circ = \pi/2$  y  $dt = 15,0 \text{ ms}$ . El área del bucle es

$$A = \pi r^2 = (3,14)(0,0500 \text{ m})^2 = 7,85 \times 10^{-3} \text{ m}^2.$$

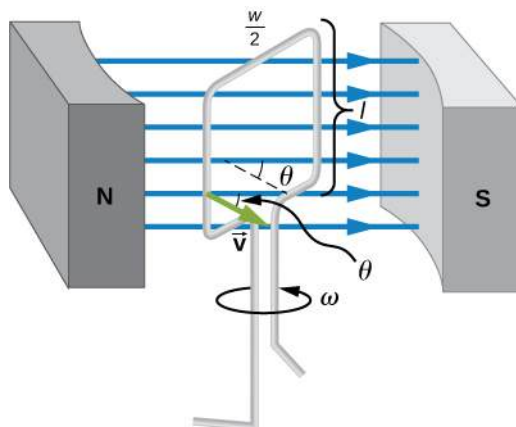
Al introducir este valor se obtiene

$$\varepsilon = (200)(0,80 \text{ T})(7,85 \times 10^{-3} \text{ m}^2) \sin(90^\circ) \frac{\pi/2}{15,0 \times 10^{-3} \text{ s}} = 131 \text{ V}.$$

### Importancia

Se trata de un valor medio práctico, similar a los 120 V utilizados en la potencia doméstica.

La emf calculada en el [Ejemplo 13.9](#) es la media de un cuarto de revolución. ¿Cuál es la emf en un instante dado? Varía con el ángulo entre el campo magnético y una perpendicular a la bobina. Podemos obtener una expresión para la emf en función del tiempo considerando la emf de movimiento en una bobina rectangular giratoria de anchura  $w$  y altura  $l$  en un campo magnético uniforme, como se ilustra en la [Figura 13.28](#).



**FIGURA 13.28** Un generador con una sola bobina rectangular que gira a velocidad angular constante en un campo magnético uniforme produce una emf que varía sinusoidalmente en el tiempo. Observe que el generador es similar a un motor, con la diferencia de que el eje gira para producir una corriente y no al revés.

Las cargas en los cables del bucle experimentan la fuerza magnética, porque se mueven en un campo magnético. Las cargas en los cables verticales experimentan fuerzas paralelas al cable, provocando corrientes. Pero los que están en los segmentos superior e inferior sienten una fuerza perpendicular al cable, que no provoca una corriente. Por lo tanto, podemos calcular la emf inducida considerando solo los cables laterales. La emf de movimiento es igual a  $\epsilon = Blv$ , donde la velocidad  $v$  es perpendicular al campo magnético  $B$ . Aquí la velocidad tiene un ángulo  $\theta$  con  $B$ , de modo que su componente perpendicular a  $B$  es  $v \sin \theta$  (vea la [Figura 13.28](#)). Así, en este caso, la emf inducida en cada lado es  $\epsilon = Blv \sin \theta$ , y están en la misma dirección. La emf total alrededor del bucle es entonces

$$\epsilon = 2Blv \sin \theta. \quad 13.13$$

Esta expresión es válida, pero no da la emf en función del tiempo. Para calcular la dependencia temporal de la emf, suponemos que la bobina gira a una velocidad angular constante  $\omega$ . El ángulo  $\theta$  se relaciona con la velocidad angular mediante  $\theta = \omega t$ , para que

$$\epsilon = 2Blv \sin(\omega t). \quad 13.14$$

Ahora, la velocidad lineal  $v$  está relacionada con la velocidad angular  $\omega$  por  $v = r\omega$ . Aquí,  $r = w/2$ , para que  $v = (w/2)\omega$ , y

$$\epsilon = 2Bl \frac{w}{2} \omega \sin \omega t = (lw)B\omega \sin \omega t. \quad 13.15$$

Al observar que el área del bucle es  $A = lw$ , y al permitir  $N$  bucles, encontramos que

$$\epsilon = NBA\omega \sin(\omega t). \quad 13.16$$

Esta es la emf inducida en una bobina de generador de  $N$  vueltas y área  $A$  que gira a una velocidad angular constante  $\omega$  en un campo magnético uniforme  $B$ . Esto también puede expresarse como

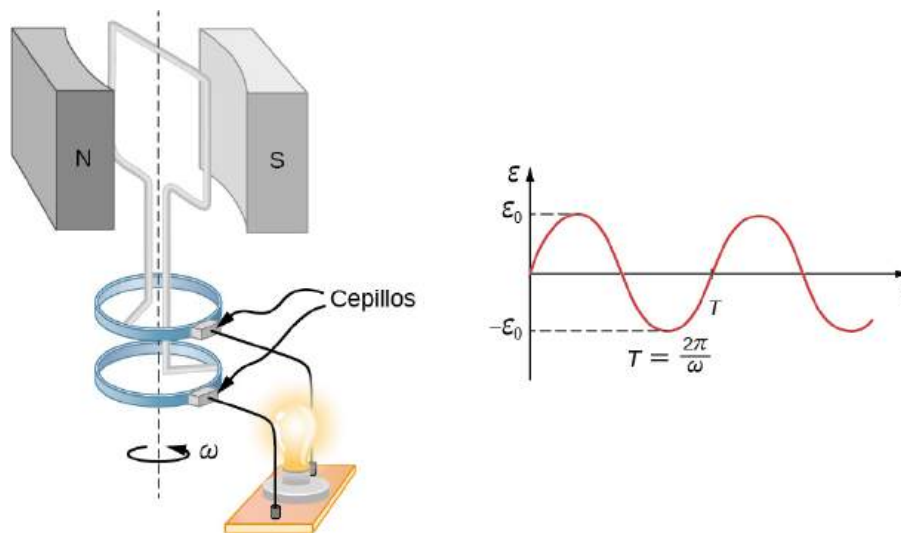
$$\epsilon = \epsilon_0 \sin \omega t, \quad 13.17$$

donde

$$\varepsilon_0 = NAB\omega$$

13.18

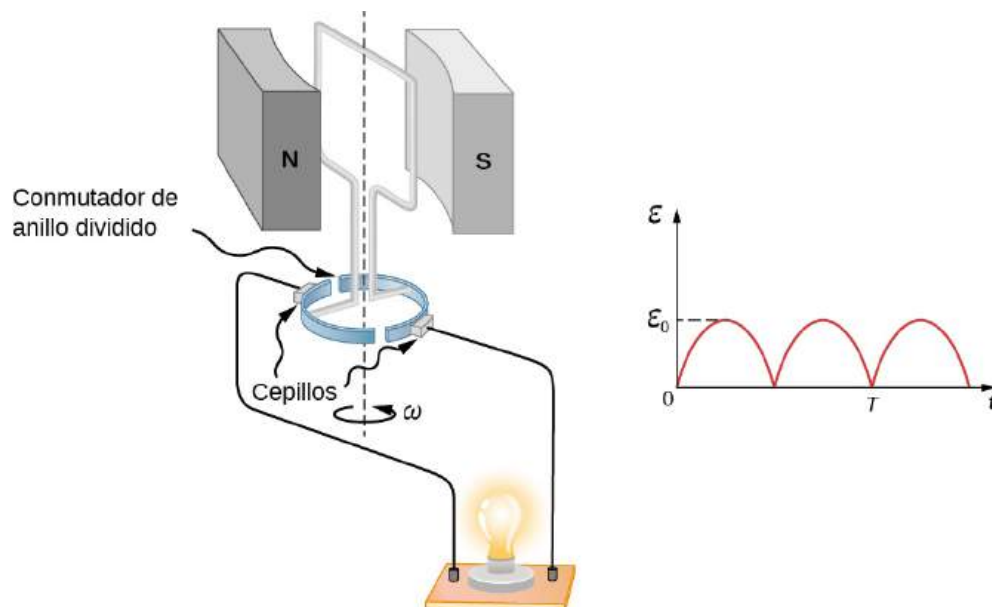
es el pico de emf, ya que el valor máximo de  $\sin(\omega t) = 1$ . Observe que la frecuencia de la oscilación es  $f = \omega/2\pi$  y el periodo es  $T = 1/f = 2\pi/\omega$ . La [Figura 13.29](#) muestra un gráfico de la emf en función del tiempo y ahora parece razonable que el voltaje alterno sea sinusoidal.



**FIGURA 13.29** La emf de un generador se envía a una bombilla con el sistema de anillos y escobillas mostrado. El gráfico da la emf del generador en función del tiempo, donde  $\varepsilon_0$  es el pico de emf. El periodo es  $T = 1/f = 2\pi/\omega$ , donde  $f$  es la frecuencia.

El hecho de que el pico de emf sea  $\varepsilon_0 = NBA\omega$  tiene mucho sentido. Cuanto mayor sea el número de bobinas, mayor será su superficie, y cuanto más fuerte sea el campo, mayor será el voltaje de salida. Es interesante que cuanto más rápido se hace girar el generador (mayor  $\omega$ ), mayor será la emf. Esto se nota en los generadores de bicicleta, al menos en las variedades más baratas.

La [Figura 13.30](#) muestra un esquema mediante el que se puede hacer que un generador produzca corriente continua pulsada. Los arreglos más elaborados de bobinas múltiples y anillos divididos pueden producir una corriente continua más suave, aunque normalmente se utilizan medios electrónicos en lugar de mecánicos para hacer una corriente continua sin ondulaciones.



**FIGURA 13.30** Los anillos divididos, llamados conmutadores, producen una salida de corriente continua pulsada en esta configuración.

En la vida real, los generadores eléctricos tienen un aspecto muy diferente al de las figuras de esta sección, pero los principios son los mismos. La fuente de energía mecánica que hace girar la bobina puede ser la caída de agua (energía hidroeléctrica), el vapor producido por la quema de combustibles fósiles o la energía cinética del viento. La [Figura 13.31](#) muestra una vista en corte de una turbina de vapor; el vapor se mueve sobre las aspas conectadas al eje, que hace girar la bobina dentro del generador. La generación de energía eléctrica a partir de energía mecánica es el principio básico de toda la potencia que se envía a través de nuestras redes eléctricas a nuestros hogares.



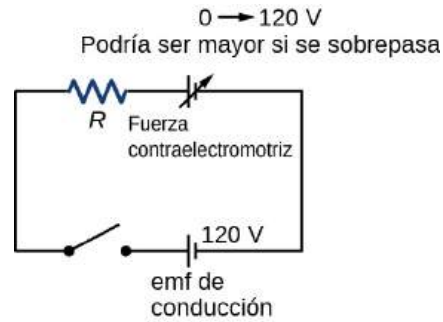
**FIGURA 13.31** Turbina/generador de vapor. El vapor producido por la combustión del carbón impacta en las aspas de la turbina, haciendo girar el eje, que está conectado al generador.

Los generadores ilustrados en esta sección se parecen mucho a los motores ilustrados anteriormente. Esto no es casualidad. De hecho, un motor se convierte en un generador cuando su eje gira. Algunos de los primeros automóviles utilizaban el motor de arranque como generador. En la siguiente sección, exploramos más a fondo la acción de un motor como generador.

### Fuerza contraelectromotriz

Los generadores convierten la energía mecánica en energía eléctrica, mientras que los motores convierten la energía eléctrica en energía mecánica. Así, no es sorprendente ver que los motores y los generadores tengan la misma construcción general. Un motor funciona enviando una corriente a través de un bucle de cable situado en un campo magnético. Como resultado, el campo magnético ejerce un torque sobre el bucle. Esto hace girar un eje, extrayendo así trabajo mecánico de la corriente eléctrica enviada inicialmente (consulte [Fuerza y torque en un bucle de corriente](#) para ver una discusión sobre los motores que lo ayudará a entender más sobre ellos antes de continuar).

Cuando la bobina de un motor gira, el flujo magnético cambia a través de ella, y se induce una emf (consistente con la ley de Faraday). Así, el motor actúa como un generador cada vez que gira su bobina. Esto ocurre tanto si el eje gira por una entrada externa, como una transmisión por correa, como por la acción del propio motor. Es decir, cuando un motor realiza un trabajo y su eje gira, se genera una emf. La ley de Lenz nos dice que la emf se opone a cualquier cambio, de modo que la emf autogenerada por el motor, llamada **fuerza contraelectromotriz** del motor ([Figura 13.32](#)) se opone a la emf de entrada que le da potencia al motor.



**FIGURA 13.32** La bobina de un motor de corriente continua se representa como un resistor en este esquema. La fuerza contraelectromotriz se representa como una emf variable que se opone a la emf que impulsa el motor. La fuerza contraelectromotriz es cero cuando el motor no gira y aumenta proporcionalmente a la velocidad angular del motor.

La salida del generador de un motor es la diferencia entre el voltaje de alimentación y la fuerza contraelectromotriz. Esta fuerza es cero cuando el motor se enciende por primera vez, lo que significa que la bobina recibe todo el voltaje de accionamiento y el motor consume la máxima corriente cuando está encendido pero no gira. A medida que el motor gira más rápido, la fuerza contraelectromotriz aumenta, oponiéndose siempre a la emf de impulso, y reduce tanto el voltaje en la bobina como la cantidad de corriente que consume. Este efecto se nota en muchas situaciones comunes. Cuando se enciende por primera vez una aspiradora, un refrigerador o una lavadora, las luces del mismo circuito se atenúan brevemente debido a la caída de  $IR$  (corriente-resistencia) producida en las líneas de alimentación por la gran corriente que consume el motor.

Cuando un motor se enciende por primera vez, consume más corriente que cuando funciona a su velocidad normal. Cuando se coloca una carga mecánica en el motor, como una silla de ruedas eléctrica subiendo una colina, el motor se ralentiza, la fuerza contraelectromotriz disminuye, fluye más corriente y se puede realizar más trabajo. Si el motor funciona a una velocidad demasiado baja, la corriente más grande puede sobrecalentarlo (a través de la potencia resistiva en la bobina,  $P = I^2 R$ ), tal vez incluso quemarlo. Por otro lado, si no hay carga mecánica en el motor, aumenta su velocidad angular  $\omega$  hasta que la fuerza contraelectromotriz sea casi igual a la emf de impulso. Entonces, el motor solo utiliza la energía suficiente para superar la fricción.

Las corrientes de Foucault en los núcleos de hierro de los motores pueden causar pérdidas de energía que son molestas. Estos se suelen minimizar construyendo los núcleos con finas láminas de hierro aisladas eléctricamente. Las propiedades magnéticas del núcleo apenas se ven afectadas por el laminado de la hoja aislante, mientras que el calentamiento resistivo se reduce considerablemente. Consideremos por ejemplo, las bobinas del motor representadas en la [Figura 13.32](#). Las bobinas tienen una resistencia equivalente de  $0,400 \Omega$  y son impulsadas por una emf de  $48,0 \text{ V}$ . Poco después de ser encendidas, consumen una corriente

$$I = V/R = (48,0 \text{ V})/(0,400 \Omega) = 120 \text{ A}$$

y así disipan  $P = I^2 R = 5,76 \text{ kW}$  de energía como transferencia de calor. En condiciones normales de funcionamiento de este motor, supongamos que la fuerza contraelectromotriz es de  $40,0 \text{ V}$ . Entonces, a la velocidad de funcionamiento, el voltaje total en las bobinas es de  $8,0 \text{ V}$  ( $48,0 \text{ V}$  menos la contrafase de  $40,0 \text{ V}$ ), y la corriente consumida es

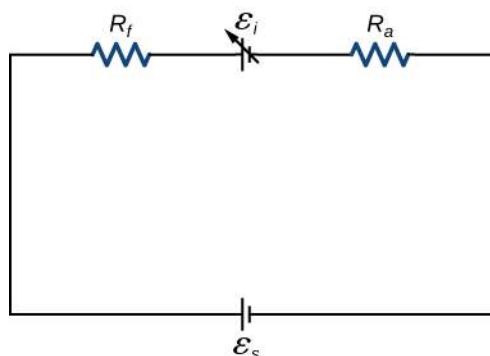
$$I = V/R = (8,0 \text{ V})/(0,400 \Omega) = 20 \text{ A} .$$

Por lo tanto, bajo carga normal, la potencia disipada es  $P = IV = (20 \text{ A})(8,0 \text{ V}) = 160 \text{ W}$ . Esto no supone un problema para este motor, mientras que el anterior de  $5,76 \text{ kW}$  quemaría las bobinas si se mantiene.

## EJEMPLO 13.10

### Un motor bobinado en serie en funcionamiento

La resistencia total ( $R_f + R_a$ ) de un motor de corriente continua bobinado en serie es de  $2,0 \Omega$  (Figura 13.33). Cuando se conecta a una fuente de  $120 \text{ V}$  ( $\mathcal{E}_s$ ), el motor consume  $10 \text{ A}$  mientras funciona a velocidad angular constante. (a) ¿Cuál es la fuerza contraelectromotriz inducida en la bobina giratoria,  $\mathcal{E}_i$ ? (b) ¿Cuál es la potencia mecánica del motor? (c) ¿Cuánta potencia se disipa en la resistencia de las bobinas? (d) ¿Cuál es la potencia de la fuente de  $120 \text{ V}$ ? (e) Supongamos que la carga del motor aumenta, haciendo que disminuya su velocidad hasta el punto de consumir  $20 \text{ A}$ . Responda a las partes (a) hasta (d) para esta situación.



**FIGURA 13.33** Representación del circuito de un motor de corriente continua con bobinado en serie.

#### Estrategia

La fuerza contraelectromotriz se calcula a partir de la diferencia entre el voltaje suministrado y la pérdida de la corriente a través de la resistencia. La potencia de cada dispositivo se calcula a partir de una de las fórmulas de potencia basadas en la información dada.

#### Solución

- a. La fuerza contraelectromotriz es

$$\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_s - I(R_f + R_a) = 120 \text{ V} - (10 \text{ A})(2,0 \Omega) = 100 \text{ V}.$$

- b. Como el potencial a través del inducido es de  $100 \text{ V}$  cuando la corriente que lo atraviesa es de  $10 \text{ A}$ , la potencia del motor es

$$P_m = \mathcal{E}_i I = (100 \text{ V})(10 \text{ A}) = 1,0 \times 10^3 \text{ W}.$$

- c. Una corriente de  $10 \text{ A}$  fluye a través de bobinas cuya resistencia combinada es  $2,0 \Omega$ , por lo que la potencia disipada en las bobinas es

$$P_R = I^2 R = (10 \text{ A})^2 (2,0 \Omega) = 2,0 \times 10^2 \text{ W}.$$

- d. Dado que la fuente de  $120 \text{ V}$  consume  $10 \text{ A}$ , su potencia es

$$P_s = \mathcal{E}_s I = (120 \text{ V})(10 \text{ A}) = 1,2 \times 10^3 \text{ W}.$$

- e. Al repetir los mismos cálculos con  $I = 20 \text{ A}$ , hallamos

$$\mathcal{E}_i = 80 \text{ V}, P_m = 1,6 \times 10^3 \text{ W}, P_R = 8,0 \times 10^2 \text{ W}, \text{ y } P_s = 2,4 \times 10^3 \text{ W}.$$

En este caso, el motor gira más lentamente, por lo que su potencia de salida y la de la fuente son mayores.

#### Importancia

Observe que en la parte (d) tenemos un balance energético  $1,2 \times 10^3 \text{ W} = 1,0 \times 10^3 \text{ W} + 2,0 \times 10^2 \text{ W}$ .

## 13.7 Aplicaciones de la inducción electromagnética

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

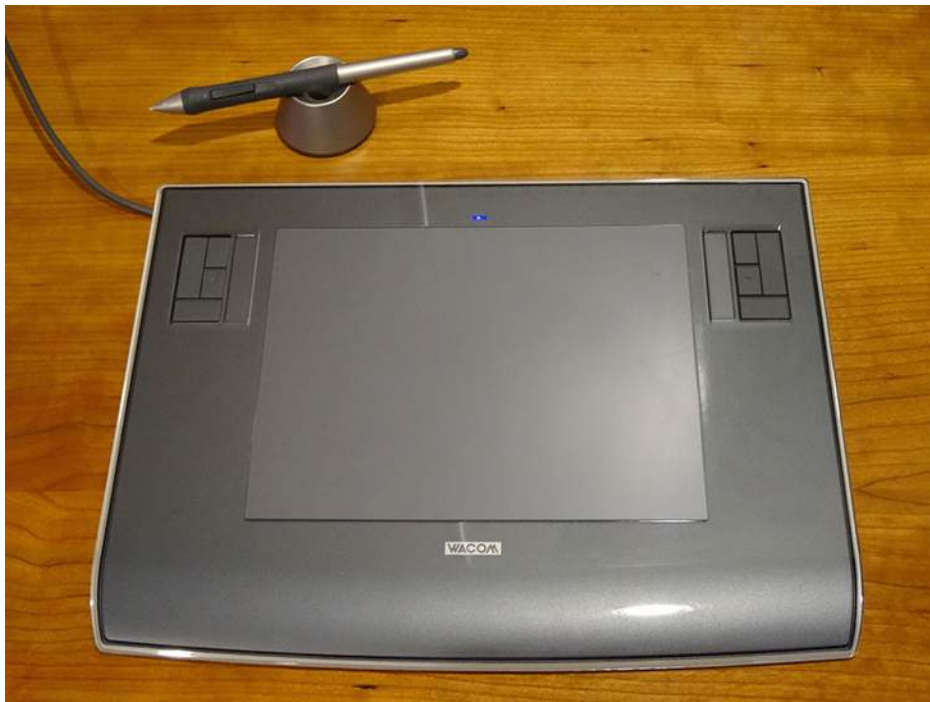
Al final de esta sección, podrá:

- Explicar cómo funcionan los discos duros de computadoras y tabletas gráficas mediante inducción magnética.
- Explicar cómo los vehículos híbridos/eléctricos y la estimulación magnética transcraneal utilizan la inducción magnética en su beneficio.

La sociedad moderna tiene muchas aplicaciones de la ley de inducción de Faraday, como exploraremos en este capítulo y en otros. En este contexto, mencionemos varias que implican el registro de información mediante campos magnéticos.

Algunos discos duros de computadoras aplican el principio de la inducción magnética. La grabación de los datos se realizaba en discos giratorios con un recubrimiento. Históricamente, la lectura de los datos se hacía utilizando el principio de la inducción. Sin embargo, la mayor parte de la información de entrada se transporta hoy en día en forma digital y no analógica: una serie de 0 o 1 se escriben en el disco duro giratorio. Por ello, la mayoría de los dispositivos de lectura de discos duros no funcionan según el principio de la inducción, sino que utilizan una técnica conocida como magnetorresistencia gigante. La magnetorresistencia gigante es el efecto de un gran cambio de resistencia eléctrica inducido por un campo magnético aplicado a películas delgadas de capas alternas ferromagnéticas y no magnéticas. Este es uno de los primeros grandes éxitos de la nanotecnología.

En las tabletas gráficas, o tabletas en las que se utiliza un lápiz especialmente diseñado para dibujar imágenes digitales, también se aplican los principios de la inducción. Las tabletas de las que hablamos aquí se denominan tabletas pasivas, ya que hay otros diseños que utilizan un lápiz a batería o señales ópticas para escribir. Las tabletas pasivas son diferentes a las tabletas y a los teléfonos táctiles que muchos de nosotros utilizamos habitualmente, pero aún pueden encontrarse al firmar en una caja registradora. Debajo de la pantalla que se muestra en la [Figura 13.34](#), hay pequeños cables a lo largo y ancho de la pantalla. El bolígrafo tiene un pequeño campo magnético que sale de la punta. Al pasar la punta por la pantalla, se siente un campo magnético cambiante en los cables que se traduce en una emf inducida que se convierte en la línea que acaba de dibujar.



**FIGURA 13.34** Una tableta con un bolígrafo especialmente diseñado para escribir es otra aplicación de la inducción magnética (créditos: Jane Whitney).

Otra aplicación de la inducción es la banda magnética del reverso de la tarjeta de crédito personal que se utiliza en el supermercado o en el cajero automático. Funciona según el mismo principio que la cinta de audio o video, en la que un cabezal de reproducción lee la información personal de su tarjeta.

### INTERACTIVO

Mire este [video \(https://openstax.org/l/21flashmagind\)](https://openstax.org/l/21flashmagind) para observar cómo las linternas pueden utilizar la inducción magnética. Un imán se mueve por su trabajo mecánico a través de un cable. La corriente inducida carga un condensador que almacena la carga que encenderá la bombilla incluso mientras no se realiza este trabajo mecánico.

---

Los vehículos híbridos y los eléctricos también aprovechan la inducción electromagnética. Un factor limitante que impide la aceptación generalizada de los vehículos 100 % eléctricos es que la vida útil de la batería no es tan larga como el tiempo que se puede conducir con un tanque lleno de gasolina. Para aumentar la cantidad de carga de la batería mientras se conduce, el motor puede actuar como generador cuando el automóvil está frenando, aprovechando la fuerza contraelectromotriz. Esta emf extra puede ser energía almacenada recién adquirida en la batería del automóvil, prolongando la vida de la misma.

Otro ámbito de investigación contemporáneo en el que se está aplicando con éxito la inducción electromagnética es la estimulación magnética transcraneal (EMT). Una serie de trastornos, como la depresión y las alucinaciones, pueden tener su origen en una actividad eléctrica irregular en el cerebro. En la estimulación magnética transcraneal, se coloca un campo magnético rápidamente variable y muy localizado cerca de determinados lugares identificados en el cerebro. El uso de la EMT como técnica de diagnóstico está bien establecido.

### INTERACTIVO

Mire este [video de YouTube \(https://openstax.org/l/21randrelectro\)](https://openstax.org/l/21randrelectro) para ver cómo instrumentos de rocanrol, como las guitarras eléctricas, utilizan la inducción electromagnética para conseguir esos fuertes batimientos.

---



## Revisión Del Capítulo

### Términos Clave

**amortiguación magnética** arrastre producido por las corrientes de Foucault

**campo eléctrico inducido** creado en base al flujo magnético cambiante con el tiempo

**corriente de Foucault** bucle de corriente en un conductor causado por una emf de movimiento

**emf inducida** voltaje de corta duración generado por un conductor o una bobina que se mueve en un campo magnético

**emf inducida por el movimiento** voltaje producido por el movimiento de un alambre conductor en un campo magnético

**flujo magnético** medición de la cantidad de líneas de campo magnético que atraviesan un área determinada

**fuerza contraelectromotriz** emf generada por un

motor en marcha, ya que consiste en una bobina que gira en un campo magnético; se opone al voltaje que alimenta el motor

**generador eléctrico** dispositivo para convertir el trabajo mecánico en energía eléctrica; induce una emf mediante la rotación de una bobina en un campo magnético

**ley de Faraday** se crea una emf inducida en un bucle cerrado debido a un cambio en el flujo magnético a través del bucle

**ley de Lenz** la dirección de una emf inducida se opone al cambio de flujo magnético que la produjo; este es el signo negativo en la ley de Faraday

**pico de emf** emf máxima producida por un generador

### Ecuaciones Clave

Flujo magnético	$\Phi_m = \int_S \vec{\mathbf{B}} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA$
Ley de Faraday	$\varepsilon = -N \frac{d\Phi_m}{dt}$
emf inducida por el movimiento	$\varepsilon = Blv$
Emf de movimiento alrededor de un circuito	$\varepsilon = \oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$
Emf producida por un generador eléctrico	$\varepsilon = NBA \omega \sin(\omega t)$

## Resumen

### 13.1 Ley de Faraday

- El flujo magnético a través de un área cerrada se define como la cantidad de líneas de campo que atraviesan una superficie  $A$  definida por el vector de área unitaria.
- Las unidades del flujo magnético son los webers, donde  $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$ .
- La emf inducida en un bucle cerrado debido a un cambio en el flujo magnético a través del bucle se conoce como la ley de Faraday. Si no hay cambio en el flujo magnético, no se crea ninguna emf inducida.

### 13.2 Ley de Lenz

- Podemos utilizar la ley de Lenz para determinar

las direcciones de los campos magnéticos, corrientes y emf inducidos.

- La dirección de una emf inducida siempre se opone al cambio en el flujo magnético que causa la emf, un resultado conocido como la ley de Lenz.

### 13.3 Fuerza electromotriz (emf) de movimiento

- La relación entre una emf inducida  $\varepsilon$  en un cable que se mueve a velocidad constante  $v$  a través de un campo magnético  $B$  viene dado por  $\varepsilon = Blv$ .
- Una emf inducida por la ley de Faraday se crea a partir de una emf de movimiento que se opone al cambio de flujo.

### 13.4 Campos eléctricos inducidos

- Un flujo magnético cambiante induce un campo eléctrico.
- Tanto el flujo magnético cambiante como el campo eléctrico inducido están relacionados con la emf inducida a partir de la ley de Faraday.

### 13.5 Corrientes de Foucault

- Los bucles de corriente inducidos en los conductores en movimiento se denominan corrientes de Foucault. Pueden crear un arrastre significativo, llamado amortiguación magnética.
- La manipulación de las corrientes de Foucault ha dado lugar a aplicaciones como los detectores de metales, el frenado en trenes o montañas rusas y las placas de inducción.

### 13.6 Generadores eléctricos y fuerza contraelectromotriz

- Un generador eléctrico hace girar una bobina en

un campo magnético, induciendo una emf dada en función del tiempo por  $\varepsilon = NBA\omega \sin(\omega t)$  donde  $A$  es el área de una bobina de  $N$  vueltas que gira a una velocidad angular constante  $\omega$  en un campo magnético uniforme  $\vec{B}$ .

- La emf de pico de un generador es  $\varepsilon_0 = NBA\omega$ .
- Cualquier bobina giratoria produce una emf inducida. En los motores, esto se denomina fuerza contraelectromotriz porque se opone a la entrada de emf al motor.

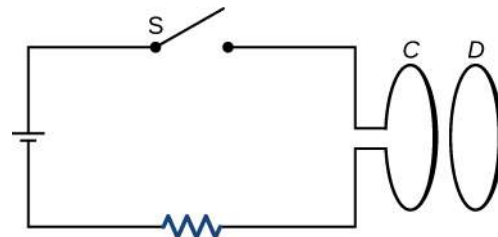
### 13.7 Aplicaciones de la inducción electromagnética

- Los discos duros utilizan la inducción magnética para leer y escribir información.
- Otras aplicaciones de la inducción magnética se encuentran en tabletas gráficas, vehículos eléctricos e híbridos y en la estimulación magnética transcraneal.

## Preguntas Conceptuales

### 13.1 Ley de Faraday

1. Una bobina estacionaria se encuentra en un campo magnético que cambia con el tiempo. ¿La emf inducida en la bobina depende de los valores reales del campo magnético?
2. En los experimentos de Faraday, ¿cuál sería la ventaja de utilizar bobinas con muchas vueltas?
3. Un anillo de cobre y un anillo de madera de las mismas dimensiones se colocan en campos magnéticos para que haya el mismo cambio de flujo magnético a través de ellos. Compare los campos eléctricos inducidos y las corrientes en los anillos.
4. Analice los factores que determinan la emf inducida en un bucle cerrado de cable.
5. (a) ¿La emf inducida en un circuito depende de su resistencia? (b) ¿La corriente inducida depende de la resistencia del circuito?
6. ¿Cómo afectaría a la emf el cambio del radio del bucle  $D$  que se muestra a continuación, suponiendo que  $C$  y  $D$  están mucho más juntos en comparación con sus radios?

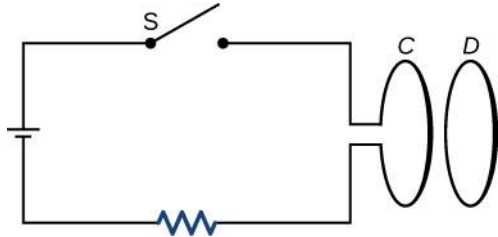


7. ¿Puede haber una emf inducida en un circuito en un instante en el que el flujo magnético que atraviesa el circuito es cero?
8. ¿La emf inducida siempre actúa para disminuir el flujo magnético a través de un circuito?
9. ¿Cómo colocaría un bucle plano de cable en un campo magnético cambiante para que no haya emf inducida en el bucle?
10. La normal al plano de un bucle conductor de una vuelta está dirigida con un ángulo  $\theta$  a un campo magnético espacialmente uniforme  $\vec{B}$ . Tiene un área fija y una orientación relativa al campo magnético. Demuestre que la emf inducida en el bucle viene dada por  $\varepsilon = (dB/dt)(A \cos \theta)$ , donde  $A$  es el área del bucle.

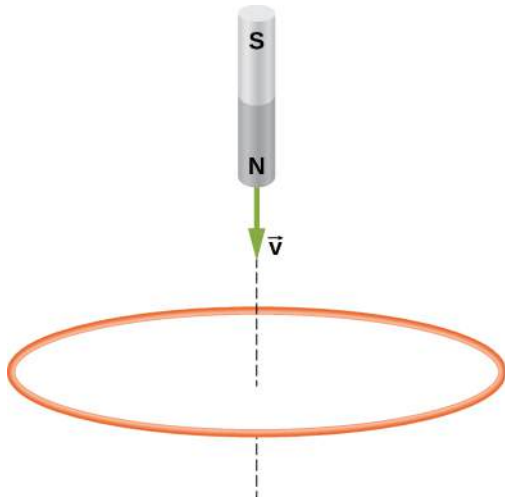
### 13.2 Ley de Lenz

11. Los bucles conductores circulares mostrados en la figura adjunta son paralelos, perpendiculares al plano de la página y coaxiales. (a) Cuando el

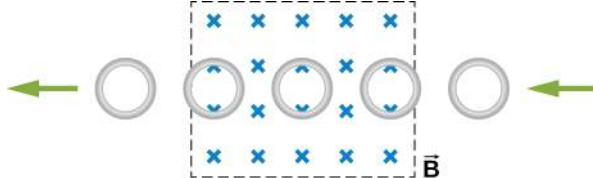
interruptor  $S$  está cerrado, ¿cuál es el sentido de la corriente inducida en  $D$ ? (b) Cuando el interruptor está abierto, ¿cuál es el sentido de la corriente inducida en el bucle  $D$ ?



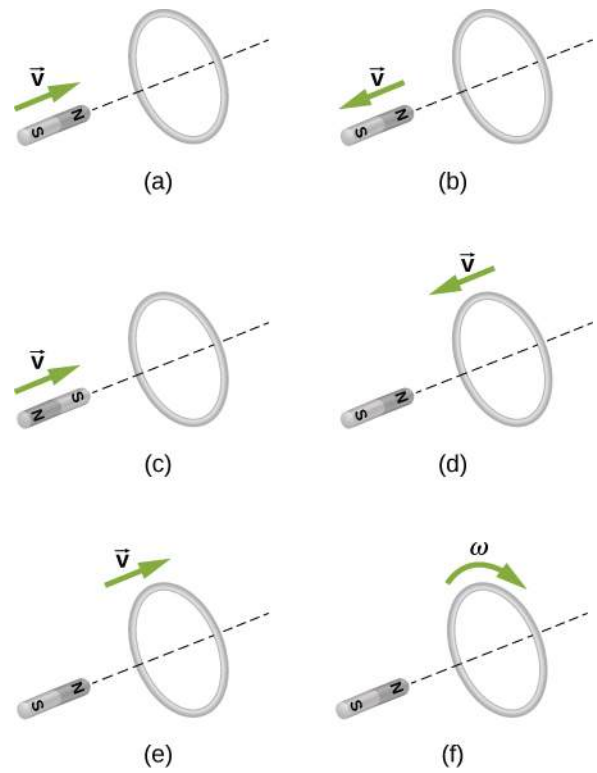
12. El polo norte de un imán se mueve hacia un bucle de cobre, como se muestra a continuación. Si mira el bucle desde arriba del imán, ¿diría que la corriente inducida circula en el sentido de las agujas del reloj o en sentido contrario?



13. La figura adjunta muestra un anillo conductor en varias posiciones mientras se mueve a través de un campo magnético. ¿Cuál es el sentido de la emf inducida para cada una de esas posiciones?



14. Demuestre que  $\epsilon$  y  $d\Phi_m/dt$  tienen las mismas unidades.  
 15. Indique el sentido de la corriente inducida para cada uno de los casos que se muestran a continuación, observando desde el lado del imán.

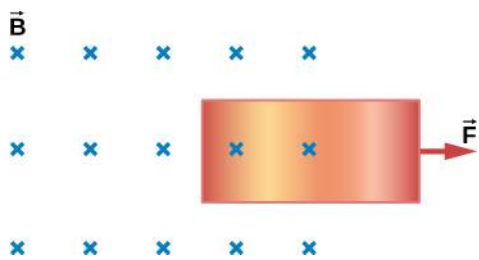


### 13.3 Fuerza electromotriz (emf) de movimiento

16. Una barra magnética cae bajo la influencia de la gravedad a lo largo del eje de un largo tubo de cobre. Si la resistencia del aire es insignificante, ¿habrá una fuerza que se oponga al descenso del imán? Si es así, ¿el imán alcanzará una velocidad terminal?
17. Alrededor del Polo Norte geográfico (o del Polo Sur magnético), el campo magnético de la Tierra es casi vertical. Si un avión vuela hacia el norte en esta región, ¿qué lado del ala está cargado positivamente y cuál negativamente?
18. Un bucle de alambre se desplaza por traslación (sin rotación) en un campo magnético uniforme. ¿Hay una fuerza automotriz inducida en el bucle?

### 13.4 Campos eléctricos inducidos

19. ¿El trabajo es necesario para acelerar una varilla desde el reposo hasta una velocidad  $v$  en un campo magnético mayor que la energía cinética final de la varilla? ¿Por qué?
20. La lámina de cobre que se muestra a continuación está parcialmente en un campo magnético. Cuando se tira hacia la derecha, una fuerza de resistencia tira hacia la izquierda. Explique. ¿Qué pasa si la lámina se empuja hacia la izquierda?



### 13.5 Corrientes de Foucault

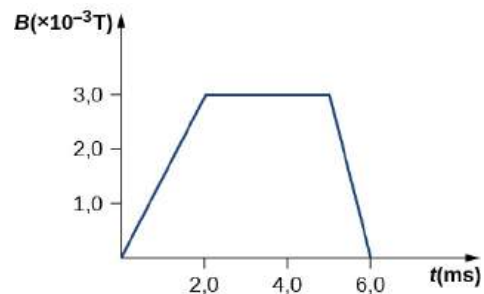
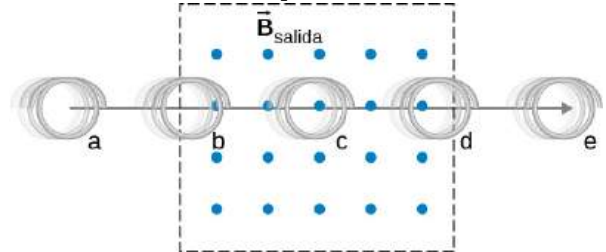
21. Una lámina conductora se encuentra en un plano perpendicular a un campo magnético  $\vec{B}$  que está debajo de la hoja. Si  $\vec{B}$  oscila a una alta frecuencia y el conductor está hecho de un material de baja resistividad, la región por encima de la lámina está efectivamente blindada de  $\vec{B}$ . Explique por qué. ¿El conductor protegerá esta región de los campos magnéticos estáticos?

## Problemas

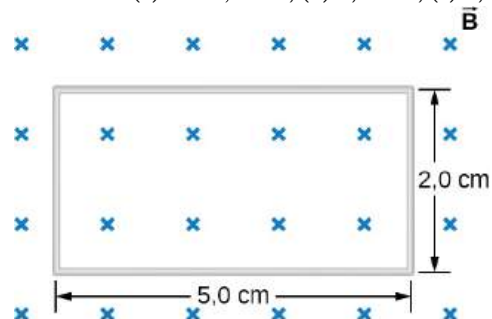
### 13.1 Ley de Faraday

24. Una bobina de 50 vueltas tiene un diámetro de 15 cm. La bobina se coloca en un campo magnético espacialmente uniforme de magnitud 0,50 T de manera que la cara de la bobina y el campo magnético sean perpendiculares. Halle la magnitud de la emf inducida en la bobina si el campo magnético se reduce a cero uniformemente en (a) 0,10 s, (b) 1,0 s y (c) 60 s.
25. Repita sus cálculos del tiempo del problema anterior de 0,1 s con el plano de la bobina haciendo un ángulo de (a)  $30^\circ$ , (b)  $60^\circ$ , y (c)  $90^\circ$  con el campo magnético.
26. Se hace un bucle cuadrado cuyos lados miden 6,0 cm de longitud con alambre de cobre de radio 1,0 mm. Si un campo magnético perpendicular al bucle cambia a una velocidad de 5,0 mT/s, ¿cuál es la corriente en el bucle?
27. El campo magnético a través de un bucle circular de radio 10,0 cm varía con el tiempo como se muestra a continuación. El campo es perpendicular al bucle. Trace la magnitud de la emf inducida en el bucle en función del tiempo.

22. El frenado electromagnético puede conseguirse aplicando un fuerte campo magnético a un disco de metal que gira unido a un eje. (a) ¿Cómo puede un campo magnético ralentizar el giro de un disco? (b) ¿Funcionarían los frenos si el disco fuera de plástico en lugar de metal?
23. Una bobina se mueve a través de un campo magnético como se muestra a continuación. El campo es uniforme en el interior del rectángulo y cero en el exterior. ¿Cuál es el sentido de la corriente inducida y cuál es el sentido de la fuerza magnética sobre la bobina en cada posición indicada?



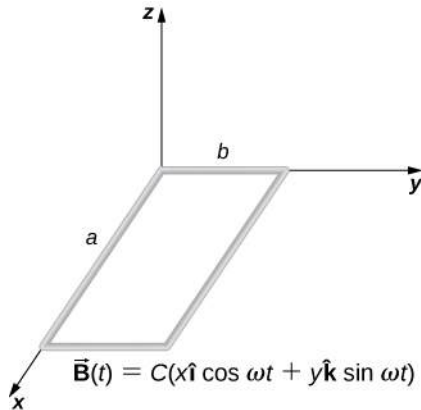
28. La figura adjunta muestra una bobina rectangular de una vuelta que tiene una resistencia de  $2,0 \Omega$ . El campo magnético en todos los puntos del interior de la bobina varía según  $B = B_0 e^{-\alpha t}$ , donde  $B_0 = 0,25 \text{ T}$  y  $\alpha = 200 \text{ Hz}$ . ¿Cuál es la corriente inducida en la bobina en (a)  $t = 0,001 \text{ s}$ , (b)  $0,002 \text{ s}$ , (c)  $2,0 \text{ s}$ ?



29. ¿Cómo cambiarían las respuestas al problema anterior si la bobina estuviera formada por 20 bucles muy juntos?
30. Un solenoide largo con  $n = 10$  vueltas por centímetro tiene una sección transversal de

5,0 cm<sup>2</sup> y lleva una corriente de 0,25 A. Una bobina de cinco vueltas rodea el solenoide. Cuando la corriente que pasa por el solenoide se apaga, disminuye a cero en 0,050 s. ¿Cuál es la emf media inducida en la bobina?

31. Un bucle de alambre rectangular con longitud  $a$  y anchura  $b$  se encuentra en el plano  $xy$ , como se muestra a continuación. Dentro del bucle existe un campo magnético dependiente del tiempo dado por  $\vec{B}(t) = C \left( (x \cos \omega t) \hat{i} + (y \sin \omega t) \hat{k} \right)$ , con  $\vec{B}(t)$  en tesla. Determine la emf inducida en el bucle en función del tiempo.



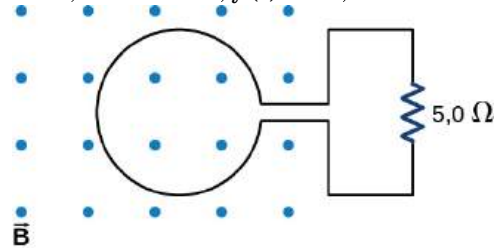
32. El campo magnético perpendicular a un bucle de alambre de 10,0 cm de diámetro disminuye de 0,50 T a cero. El cable es de cobre y tiene un diámetro de 2,0 mm y una longitud de 1,0 cm. ¿Cuánta carga se mueve a través del cable mientras el campo cambia?

### 13.2 Ley de Lenz

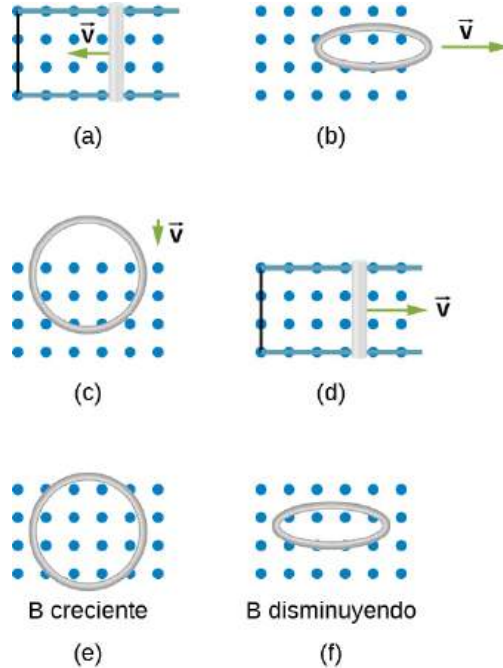
33. Un bucle circular de una sola vuelta de alambre de radio 50 mm se encuentra en un plano perpendicular a un campo magnético espacialmente uniforme. Durante un intervalo de 0,10 s, la magnitud del campo aumenta uniformemente de 200 a 300 mT. (a) Determine la emf inducida en el bucle. (b) Si el campo magnético está dirigido hacia fuera de la página, ¿cuál es la dirección de la corriente inducida en el bucle?
34. Cuando un campo magnético se enciende por primera vez, el flujo que atraviesa un bucle de 20 vueltas varía con el tiempo según  $\Phi_m = 5,0t^2 - 2,0t$ , donde  $\Phi_m$  está en miliwebers,  $t$  está en segundos y el bucle está en el plano de la página con la normal unitaria apuntando hacia afuera. (a) ¿Cuál es la emf inducida en el bucle en función del tiempo? ¿Cuál es el sentido de la corriente inducida a (b)

$t = 0$ , (c) 0,10, (d) 1,0 y (e) 2,0 s?

35. El flujo magnético que atraviesa el bucle mostrado en la figura adjunta varía con el tiempo según  $\Phi_m = 2,00e^{-3t} \sin(120\pi t)$ , donde  $\Phi_m$  está en miliwebers. ¿Cuál es la dirección y la magnitud de la corriente que atraviesa el resistor de 5,00-Ω en (a)  $t = 0$ ; (b)  $t = 2,17 \times 10^{-2}$  s, y (c)  $t = 3,00$  s?



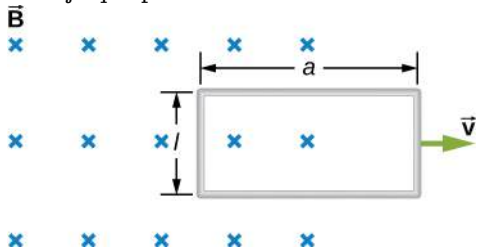
36. Utilice la ley de Lenz para determinar el sentido de la corriente inducida en cada caso.



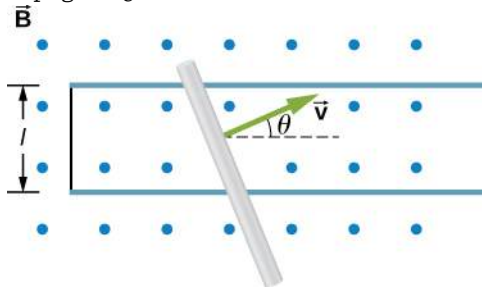
### 13.3 Fuerza electromotriz (emf) de movimiento

37. Un automóvil con una antena de radio de 1,0 m de longitud viaja a 100,0 km/h en un lugar donde el campo magnético horizontal de la Tierra es  $5,5 \times 10^{-5}$  T. ¿Cuál es la máxima emf inducida posible en la antena debido a este movimiento?
38. El bucle rectangular de  $N$  vueltas que se muestra a continuación se mueve hacia la derecha con una velocidad constante  $\vec{v}$  al salir de los polos de un gran electroimán. (a) Suponiendo que el campo magnético es uniforme entre las caras de los polos e insignificante en el resto, determine la emf

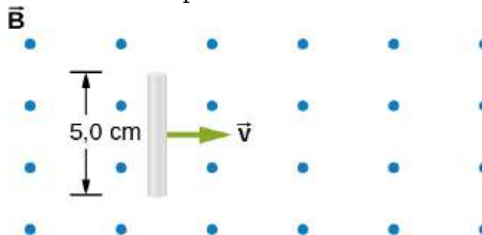
inducida en el bucle. (b) ¿Cuál es la fuente de trabajo que produce esta emf?



39. Supongamos que el campo magnético del problema anterior oscila con el tiempo según  $B = B_0 \sin \omega t$ . ¿Cuál es entonces la emf inducida en el bucle cuando su lado de salida está a una distancia  $d$  del borde derecho de la región del campo magnético?
40. Una bobina de 1.000 vueltas encierra una superficie de  $25 \text{ cm}^2$ . Se gira en 0,010 s desde una posición en la que su plano es perpendicular al campo magnético de la Tierra a otra en la que su plano es paralelo al campo. Si la fuerza del campo es  $6,0 \times 10^{-5} \text{ T}$ , ¿cuál es la emf inducida media en la bobina?
41. En el circuito que se muestra en la figura adjunta, la varilla se desliza a lo largo de los rieles conductores con una velocidad constante  $\vec{v}$ . La velocidad está en el mismo plano que los rieles y dirigida en un ángulo  $\theta$  a ellos. Un campo magnético uniforme  $\vec{B}$  se dirige fuera de la página. ¿Cuál es la emf inducida en la varilla?

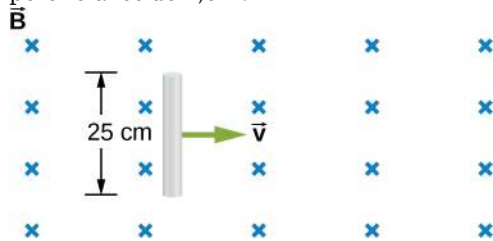


42. La varilla mostrada en la figura adjunta se mueve a través de un campo magnético uniforme de intensidad  $B = 0,50 \text{ T}$  con una velocidad constante de magnitud  $v = 8,0 \text{ m/s}$ . ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los extremos de la varilla? ¿Qué extremo de la varilla tiene un potencial más alto?

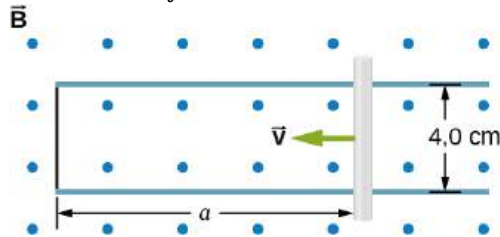


43. Una varilla de 25 cm se mueve a 5,0 m/s en un

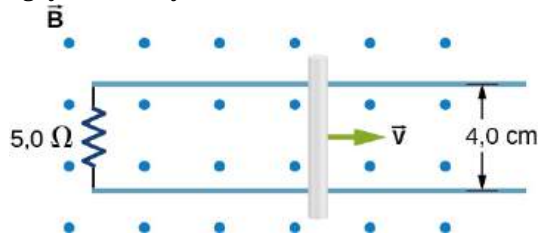
plano perpendicular a un campo magnético de intensidad 0,25 T. La varilla, el vector velocidad y el vector campo magnético son mutuamente perpendiculares, como se indica en la figura adjunta. Calcule (a) la fuerza magnética sobre un electrón en la varilla, (b) el campo eléctrico en la varilla y (c) la diferencia de potencial entre los extremos de la varilla. (d) ¿Cuál es la velocidad de la varilla si la diferencia de potencial es de 1,0 V?



44. En la figura adjunta, los rieles, la pieza final de conexión y la varilla tienen una resistencia por unidad de longitud de  $2,0 \Omega/\text{cm}$ . La varilla se mueve hacia la izquierda a  $v = 3,0 \text{ m/s}$ . Si  $B = 0,75 \text{ T}$  en toda la región, ¿cuál es la corriente en el circuito (a) cuando  $a = 8,0 \text{ cm}$ ? (b) ¿cuándo  $a = 5,0 \text{ cm}$ ? Especifique también el sentido del flujo de corriente.

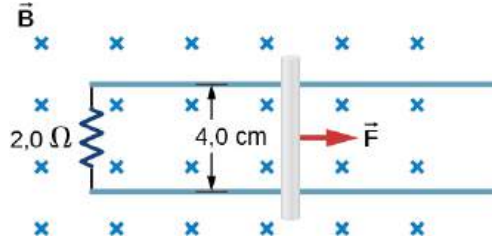


45. La varilla que se muestra a continuación se desplaza hacia la derecha sobre rieles de resistencia esencialmente cero a una velocidad de  $v = 3,0 \text{ m/s}$ . Si  $B = 0,75 \text{ T}$  en toda la región, ¿cuál es la corriente a través de un resistor de  $5,0\text{-}\Omega$ ? ¿La corriente circula en el sentido de las agujas del reloj o en sentido contrario?



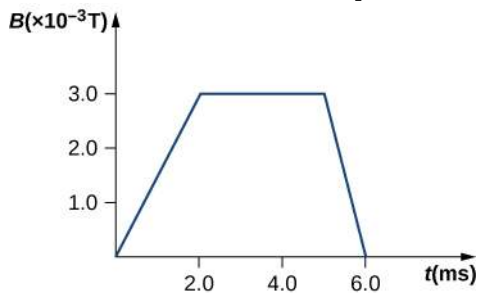
46. A continuación se muestra una varilla conductora que se desliza por unos rieles de metal. El aparato está en un campo magnético uniforme de fuerza 0,25 T, que está directamente en la página. La varilla es arrastrada hacia la derecha a una velocidad constante de 5,0 m/s por una fuerza  $\vec{F}$ . La única

resistencia significativa en el circuito proviene del resistor de  $2,0\text{-}\Omega$  mostrado. (a) ¿Cuál es la emf inducida en el circuito? (b) ¿Cuál es la corriente inducida? ¿Circula en el sentido de las agujas del reloj o en sentido contrario? (c) ¿Cuál es la magnitud de  $\vec{F}$ ? (d) ¿Cuáles son las potencias de  $\vec{F}$  y la potencia disipada en el resistor?



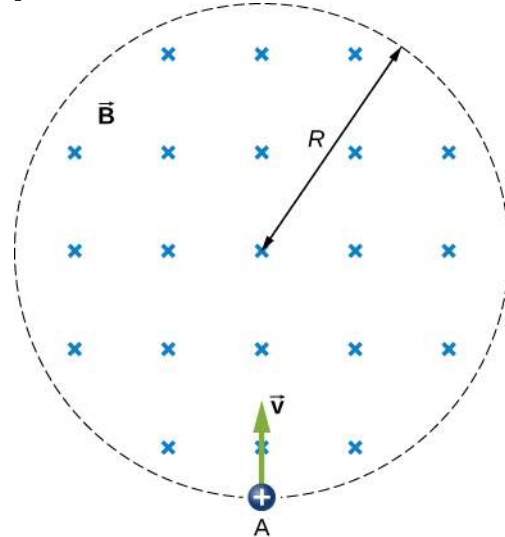
### 13.4 Campos eléctricos inducidos

47. Calcule el campo eléctrico inducido en una bobina de 50 vueltas y 15 cm de diámetro que se encuentra en un campo magnético espacialmente uniforme de magnitud 0,50 T de forma que la cara de la bobina y el campo magnético son perpendiculares. Este campo magnético se reduce a cero en 0,10 segundos. Supongamos que el campo magnético es cilíndricamente simétrico con respecto al eje central de la bobina.
48. El campo magnético a través de un bucle circular de radio 10,0 cm varía con el tiempo como se muestra en la figura adjunta. El campo es perpendicular al bucle. Suponiendo una simetría cilíndrica con respecto al eje central del bucle, grafique el campo eléctrico inducido en el bucle en función del tiempo.

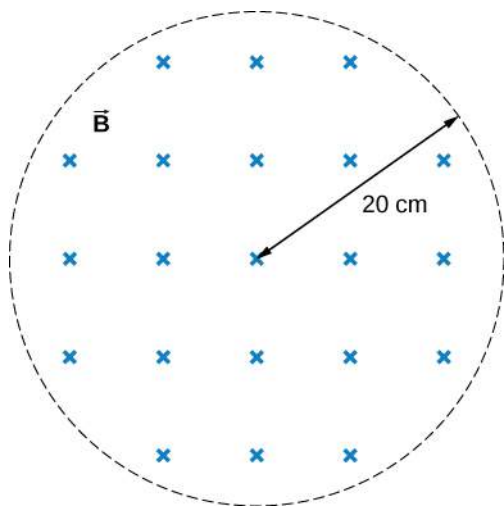


49. La corriente  $I$  a través de un solenoide largo con  $n$  vueltas por metro y radio  $R$  está cambiando con el tiempo como se obtiene de  $dI/dt$ . Calcule el campo eléctrico inducido en función de la distancia  $r$  desde el eje central del solenoide.
50. Calcule el campo eléctrico inducido tanto dentro como fuera del solenoide del problema anterior si  $I = I_0 \sin \omega t$ .
51. En una región de radio  $R$ , existe un campo

magnético espacialmente uniforme  $\vec{B}$ . (Vea más abajo.) En  $t = 0$ ,  $B = 1,0\text{ T}$ , después de lo cual disminuye a un ritmo constante hasta llegar a cero en 30 s. (a) ¿Cuál es el campo eléctrico en las regiones donde  $r \leq R$  y  $r \geq R$  durante ese intervalo de 30 segundos? (b) Supongamos que  $R = 10,0\text{ cm}$ . ¿Cuánto trabajo realiza el campo eléctrico sobre un protón que es transportado una vez en el sentido de las agujas del reloj alrededor de una trayectoria circular de radio 5,0 cm? (c) ¿Cuánto trabajo realiza el campo eléctrico sobre un protón que es transportado una vez en sentido contrario a las agujas del reloj alrededor de una trayectoria circular de cualquier radio  $r \geq R$ ? (d) En el instante en que  $B = 0,50\text{ T}$ , un protón entra en el campo magnético en A, moviendo una velocidad  $\vec{v}$  ( $v = 5,0 \times 10^6\text{ m/s}$ ) como se muestra. ¿Cuáles son las fuerzas eléctricas y magnéticas sobre el protón en ese instante?



52. El campo magnético en todos los puntos de la región cilíndrica cuya sección transversal se indica en la figura adjunta comienza a 1,0 T y disminuye uniformemente hasta cero en 20 s. ¿Cuál es el campo eléctrico (tanto la magnitud como la dirección) en función de  $r$ , la distancia al centro geométrico de la región?



53. La corriente en un solenoide largo de 20 vueltas por centímetro de radio de 3 cm se varía con el tiempo a una velocidad de 2 A/s. Un bucle circular de alambre de radio 5 cm y resistencia 2  $\Omega$  rodea el solenoide. Calcule la corriente eléctrica inducida en el bucle.
54. La corriente en un solenoide largo de radio 3 cm y 20 vueltas/cm se varía con el tiempo a una velocidad de 2 A/s. Calcule el campo eléctrico a una distancia de 4 cm del centro del solenoide.

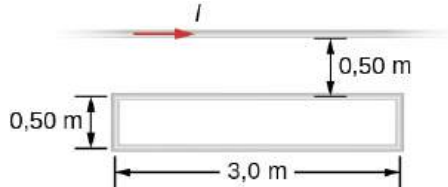
### 13.6 Generadores eléctricos y fuerza contraelectromotriz

55. Diseñe un bucle de corriente que, al girar en un campo magnético uniforme de intensidad 0,10 T, produzca una emf  $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$ , donde  $\varepsilon_0 = 110 \text{ V}$  y  $\omega = 120\pi \text{ rad/s}$ .
56. Una bobina plana y cuadrada de 20 vueltas que tiene lados de 15,0 cm de longitud está girando en un campo magnético de intensidad 0,050 T. Si la emf máxima producida en la bobina es de 30,0 mV, ¿cuál es la velocidad angular de la bobina?
57. Una bobina rectangular de 50 vueltas con dimensiones 0,15 m  $\times$  0,40 m gira en un campo magnético uniforme de magnitud 0,75 T a 3.600 rev/min. (a) Determine la emf inducida en la bobina en función del tiempo. (b) Si la bobina está conectada a un resistor de 1.000- $\Omega$ , ¿cuál es la potencia en función del tiempo necesaria para mantener la bobina girando a 3600 rpm? (c) Responda a la parte (b) si la bobina está conectada a una resistencia de 2.000  $\Omega$  resistor.
58. La bobina de armazón cuadrado de un generador de corriente alterna tiene 200 vueltas y 20,0 cm de lado. Cuando gira a 3600 rpm, su voltaje de salida máxima es de 120 V. (a) ¿Cuál es la frecuencia del voltaje de salida? (b) ¿Cuál es la intensidad del campo magnético en el que gira la bobina?
59. Una bobina de giro es un dispositivo relativamente sencillo que se utiliza para medir un campo magnético. Consiste en una bobina circular de  $N$  vueltas bobinada con un fino alambre conductor. La bobina está conectada a un galvanómetro balístico, un dispositivo que mide la carga total que la atraviesa. La bobina se coloca en un campo magnético  $\vec{B}$  de manera que su cara sea perpendicular al campo. A continuación, se voltea a  $180^\circ$ , y se mide la carga total  $Q$  que circula por el galvanómetro. (a) Si la resistencia total de la bobina y el galvanómetro es  $R$ , ¿cuál es la relación entre  $B$  y  $Q$ ? Como la bobina es muy pequeña, se puede suponer que  $\vec{B}$  es uniforme sobre ella. (b) ¿Cómo puede determinar si el campo magnético es o no perpendicular a la cara de la bobina?
60. La bobina del problema anterior tiene un radio de 3,0 cm y está enrollada con 40 vueltas de alambre de cobre. La resistencia total de la bobina y del galvanómetro balístico es 0,20  $\Omega$ . Cuando la bobina se voltea a  $180^\circ$  en un campo magnético  $\vec{B}$ , un cambio de 0,090 C fluye a través del galvanómetro balístico. (a) Suponiendo que  $\vec{B}$  y la cara de la bobina son inicialmente perpendiculares, ¿cuál es el campo magnético? (b) Si la bobina se voltea a  $90^\circ$ , ¿cuál es la lectura del galvanómetro?
61. Un motor de 120 V, bobinado en serie, tiene una resistencia de campo de 80  $\Omega$  y una resistencia de armazón de 10  $\Omega$ . Cuando funciona a plena velocidad, se genera una fuerza contraelectromotriz de 75 V. (a) ¿Cuál es la corriente inicial que consume el motor? Cuando el motor funciona a plena velocidad, ¿dónde están (b) la corriente absorbida por el motor, (c) la potencia de salida de la fuente, (d) la potencia de salida del motor y (e) la potencia disipada en las dos resistencias?
62. Un pequeño motor de corriente continua bobinado en serie funciona con una batería de automóvil de 12 V. Con una carga normal, el motor consume 4,0 A, y cuando el inducido está bloqueado para que no pueda girar, el motor consume 24 A. ¿Cuál es la fuerza contraelectromotriz cuando el motor funciona normalmente?



## Problemas Adicionales

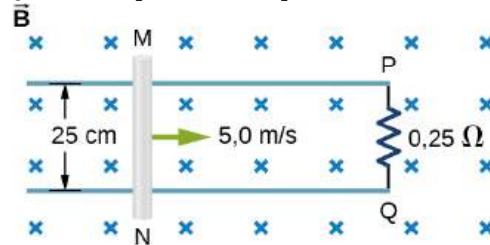
- 63.** En la siguiente figura se muestra un alambre largo y recto y un bucle rectangular de una vuelta, ambos situados en el plano de la página. El cable es paralelo a los lados largos del bucle y está a 0,50 m del lado más cercano. En un instante en el que la emf inducida en el bucle es de 2,0 V, ¿cuál es la tasa de variación temporal de la corriente en el cable?



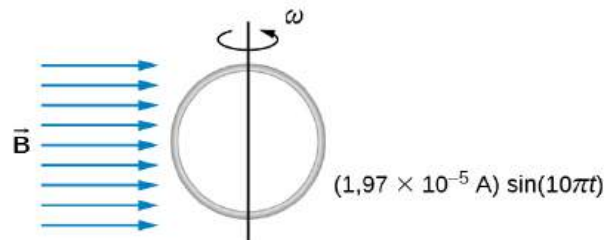
- 64.** Una barra metálica con una masa de 500 g se desliza hacia el exterior con una velocidad constante de 1,5 cm/s sobre dos rieles paralelos separados por una distancia de 30 cm que forman parte de un conductor en forma de U. Hay un campo magnético uniforme de magnitud 2 T que apunta hacia fuera de la página en toda la zona. Las barandillas y la barra metálica tienen una resistencia equivalente de 150  $\Omega$ . (a) Determine la corriente inducida, tanto la magnitud como la dirección. (b) Calcule la dirección de la corriente inducida si el campo magnético apunta hacia la página. (c) Calcule la dirección de la corriente inducida si el campo magnético apunta hacia la página y la barra se mueve hacia adentro.
- 65.** Se induce una corriente en un bucle circular de radio 1,5 cm entre dos polos de un electroimán de herradura cuando se varía la corriente en el electroimán. El campo magnético en el área del bucle es perpendicular al área y tiene una magnitud uniforme. Si la tasa de cambio del campo magnético es de 10 T/s, calcule la magnitud y la dirección de la corriente inducida si la resistencia del bucle es 25  $\Omega$ .
- 66.** Una barra metálica de 25 cm de longitud se coloca perpendicularmente a un campo magnético uniforme de intensidad 3 T. (a) Determine la emf inducida entre los extremos de la barra cuando no se mueve. (b) Determine la emf cuando la barra se mueve perpendicularmente a su longitud y al campo magnético con una velocidad de 50 cm/s.
- 67.** Una bobina de 50 vueltas y un área de 10 cm<sup>2</sup> se orienta con su plano perpendicular a un campo magnético de 0,75 T. Si la bobina se voltea (se gira 180°) en 0,20 s, ¿cuál es la emf media inducida en él?

- 68.** Un bucle plano de 2 vueltas de alambre flexible se coloca dentro de un solenoide largo de  $n$  vueltas por metro que transporta una corriente constante  $I_0$ . El área  $A$  del bucle se modifica tirando de sus lados y asegurándose de que el plano del bucle permanece siempre perpendicular al eje del solenoide. Si  $n = 500$  vueltas por metro,  $I_0 = 20$  A, y  $A = 20$  cm<sup>2</sup>, ¿cuál es la emf inducida en el bucle cuando  $dA/dt = 100$ ?

- 69.** La varilla conductora que se muestra en la figura adjunta se desplaza a lo largo de carriles metálicos paralelos con 25 cm de separación. El sistema se encuentra en un campo magnético uniforme de intensidad 0,75 T, que se dirige hacia la página. Las resistencias de la varilla y los rieles son despreciables, pero la sección PQ tiene una resistencia de 0,25  $\Omega$ . (a) ¿Cuál es la emf (incluido su sentido) inducida en la varilla cuando esta se mueve hacia la derecha con una velocidad de 5,0 m/s? (b) ¿Qué fuerza se requiere para mantener la varilla en movimiento a esta velocidad? (c) ¿Cuál es el ritmo de trabajo realizado por esta fuerza? (d) ¿Cuál es la potencia disipada en el resistor?



- 70.** Un bucle circular de alambre de radio de 10 cm está montado en un eje vertical y gira a una frecuencia de 5 ciclos por segundo en una región de campo magnético uniforme de 2 Gauss perpendicular al eje de rotación. (a) Calcule una expresión para el flujo dependiente del tiempo a través del anillo. (b) Determine la corriente dependiente del tiempo a través del anillo si tiene una resistencia de 10  $\Omega$ .

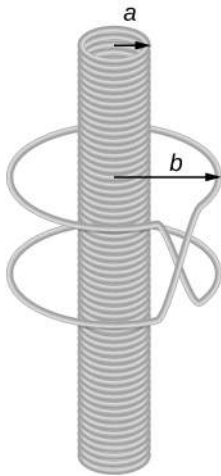


- 71.** El campo magnético entre los polos de un electroimán de herradura es uniforme y tiene una simetría cilíndrica en torno a un eje que va

desde el centro del polo sur hasta el centro del polo norte. La magnitud del campo magnético cambia con una tasa de la  $dB/dt$  debido a la corriente cambiante del electroimán.

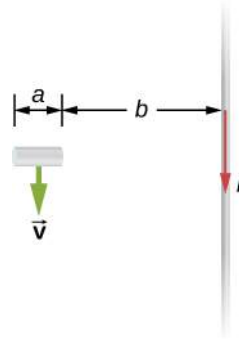
Determine el campo eléctrico a una distancia  $r$  del centro.

72. Un solenoide largo de radio  $a$  con  $n$  vueltas por unidad de longitud lleva una corriente que depende del tiempo  $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$ , donde  $I_0$  y  $\omega$  son constantes. El solenoide está rodeado por un cable de resistencia  $R$  que tiene dos bucles circulares de radio  $b$  con  $b > a$  (vea la siguiente figura). Calcule la magnitud y la dirección de la corriente inducida en los bucles exteriores en el momento  $t = 0$ .



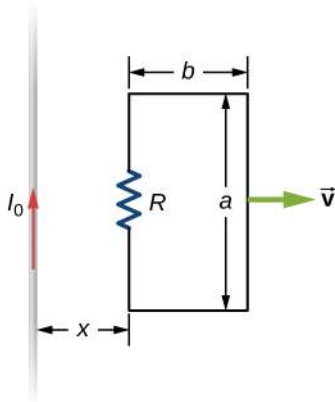
### Problemas De Desafío

75. Un alambre de cobre de longitud  $L$  se convierte en una bobina circular con  $N$  vueltas. Cuando el campo magnético que atraviesa la bobina cambia con el tiempo, ¿para qué valor de  $N$  la emf inducida es máxima?
76. Una lámina de cobre de 0,50 kg cae a través de un campo magnético horizontal uniforme de 1,5 T, y alcanza una velocidad límite de 2,0 m/s. (a) ¿Cuál es la fuerza magnética neta sobre la lámina después de alcanzar la velocidad límite? (b) Describa el mecanismo responsable de esta fuerza. (c) ¿Cuánta energía se disipa en forma de calentamiento Joule mientras la lámina se mueve a velocidad límite?
77. Un disco circular de cobre de 7,5 cm de radio gira a 2.400 rpm alrededor del eje que pasa por su centro y es perpendicular a su cara. El disco está en un campo magnético uniforme  $\vec{B}$  de fuerza 1,2 T que se dirige a lo largo del eje. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre el borde externo y el eje del disco?
73. Un motor de corriente continua de 120 V y bobinado en serie consume 0,50 A de su fuente de alimentación cuando funciona a plena velocidad, y consume 2,0 A cuando se pone en marcha. La resistencia de las bobinas del inducido es  $10 \Omega$ . (a) ¿Cuál es la resistencia de las bobinas de campo? (b) ¿Cuál es la fuerza contraelectromotriz del motor cuando funciona a plena velocidad? (c) El motor funciona a otra velocidad y consume 1,0 A de la fuente. ¿Cuál es la fuerza contraelectromotriz en este caso?
74. Las bobinas de inducido y de campo de un motor bobinado en serie tienen una resistencia total de  $3,0 \Omega$ . Conectado a una fuente de 120 V y funcionando a velocidad normal, el motor consume 4,0 A. (a) ¿Qué magnitud tiene la fuerza contraelectromotriz? (b) ¿Qué corriente consumirá el motor justo después de encenderse? ¿Puede sugerir una forma de evitar esta gran corriente inicial?
78. Una varilla corta de longitud  $a$  se mueve con su velocidad  $\vec{v}$  en paralelo a un cable infinito que transporta una corriente  $I$  (vea más adelante). Si el extremo de la varilla más cercano al cable está a una distancia  $b$  del mismo, ¿cuál es la emf inducida en la varilla?

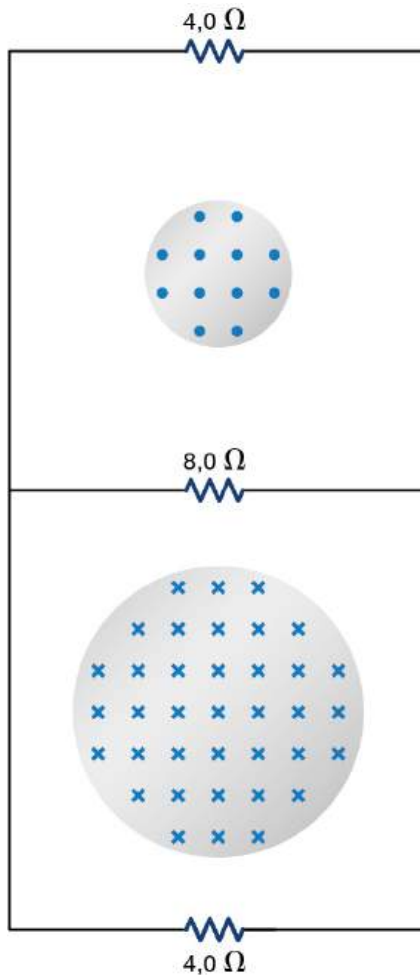


79. Un circuito rectangular que contiene una resistencia  $R$  es arrastrado a una velocidad constante  $\vec{v}$  lejos de un cable largo y recto que lleva una corriente  $I_0$  (vea más abajo). Derive una ecuación que dé la corriente inducida en el

circuito en función de la distancia  $x$  entre el lado cercano del circuito y el cable.



80. Dos solenoides infinitos cruzan el plano del circuito como se muestra a continuación. Los radios de los solenoides son de 0,10 y 0,20 m, respectivamente, y la corriente en cada solenoide está cambiando de forma que  $dB/dt = 50,0 \text{ T/s}$ . ¿Cuáles son las corrientes en los resistores del circuito?

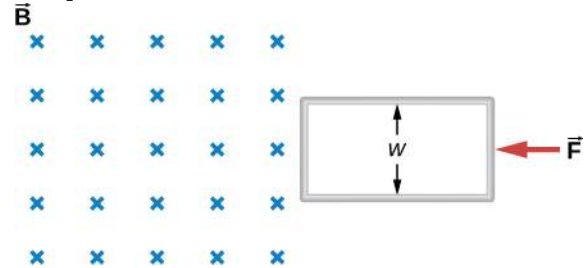


81. Una bobina de ocho vueltas se enrolla de forma muy ajustada alrededor del exterior del solenoide largo, como se muestra a

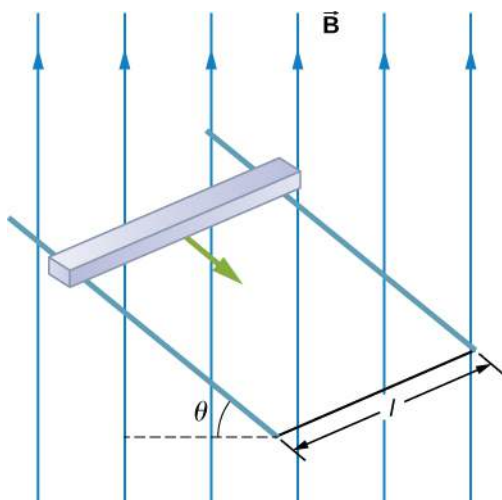
continuación. El radio del solenoide es de 2,0 cm y tiene 10 vueltas por centímetro. La corriente que pasa por el solenoide aumenta según  $I = I_0(1 - e^{-\alpha t})$ , donde  $I_0 = 4,0 \text{ A}$  y  $\alpha = 2,0 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ . ¿Cuál es la emf inducida en la bobina cuando (a)  $t = 0$ , (b)  $t = 1,0 \times 10^2 \text{ s}$ , y (c)  $t \rightarrow \infty$ ?



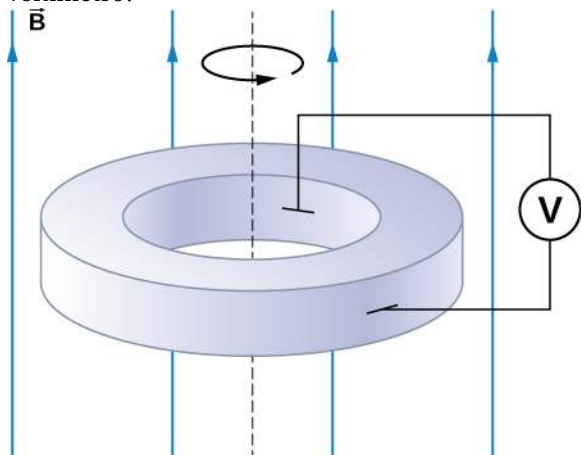
82. A continuación se muestra un bucle rectangular largo de ancho  $w$ , longitud  $l$ , masa  $m$  y resistencia  $R$ . El bucle parte del reposo en el borde de un campo magnético uniforme  $\vec{B}$  y es empujada hacia el campo por una fuerza constante  $\vec{F}$ . Calcule la velocidad del bucle en función del tiempo.



83. Una barra cuadrada de masa  $m$  y resistencia  $R$  se desliza sin fricción por unos rieles conductores muy largos y paralelos de resistencia despreciable (vea más adelante). Los dos carriles están separados por una distancia  $l$  y están conectados entre sí en la parte inferior de la pendiente por un cable de resistencia cero. Los rieles están inclinados en un ángulo  $\theta$ , y hay un campo magnético vertical uniforme  $\vec{B}$  en toda la región. (a) Demuestre que la barra adquiere una velocidad límite dada por  $v = \frac{mgR \sin \theta}{B^2 l^2 \cos^2 \theta}$ . (b) Calcule el trabajo por unidad de tiempo realizado por la fuerza de gravedad. (c) Compárelo con la potencia disipada en el calentamiento Joule de la barra. (d) ¿Qué ocurriría si  $\vec{B}$  se invirtieran?



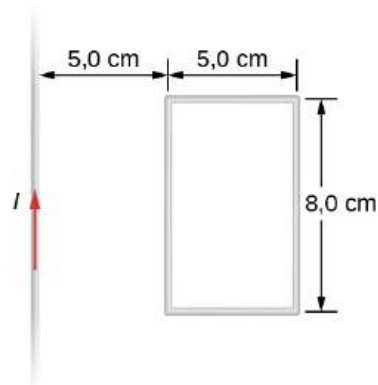
84. La figura adjunta muestra un disco metálico de radio interior  $r_1$  y otros radios  $r_2$  girando a una velocidad angular  $\omega$  mientras se encuentra en un campo magnético uniforme dirigido paralelamente al eje de rotación. Los cables de las escobillas de un voltímetro se conectan a las superficies interiores y exteriores del oscuro, como se muestra. ¿Cuál es la lectura del voltímetro?



85. Un solenoide largo con 10 vueltas por centímetro se coloca dentro de un anillo de cobre de manera que ambos objetos tengan el mismo eje central. El radio del anillo es de 10,0 cm, y el radio del solenoide es de 5,0 cm. (a) ¿Cuál es la emf inducida en el anillo cuando la corriente  $I$  que pasa por el solenoide es de 5,0 A y cambia a una velocidad de 100 A/s? (b) ¿Cuál es la emf inducida en el anillo cuando  $I = 2,0$  A y  $dI/dt = 100$  A/s? (c) ¿Cuál es el campo eléctrico en el interior del anillo para estos dos casos? (d) Supongamos que el anillo se desplaza de forma que su eje central y el eje central del solenoide siguen siendo paralelos pero ya no coinciden. (Debe suponer que el solenoide sigue dentro del anillo) Ahora, ¿cuál es la emf

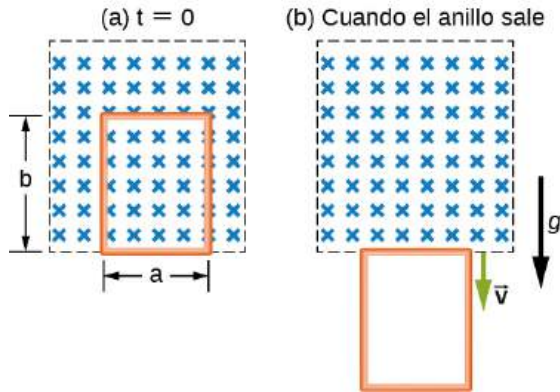
inducida en el anillo? (e) ¿Puede calcular el campo eléctrico en el anillo como lo hizo en la parte (c)?

86. La corriente en el cable largo y recto que se muestra en la figura adjunta viene dada por  $I = I_0 \sin \omega t$ , donde  $I_0 = 15$  A y  $\omega = 120\pi$  rad/s. ¿Cuál es la corriente inducida en el bucle rectangular en (a)  $t = 0$  y (b)  $t = 2,1 \times 10^{-3}$  s? La resistencia del bucle es  $2,0 \Omega$ .

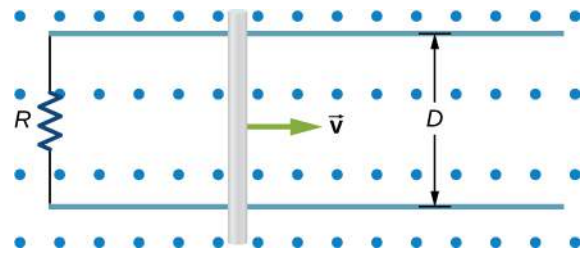


87. Una bobina de 500 vueltas con un área de  $0,250\text{-m}^2$  es girada en el campo magnético de la Tierra de  $5,00 \times 10^{-5}$  T, lo que produce una emf máxima de 12,0 kV. (a) ¿A qué velocidad angular debe girar la bobina? (b) ¿Qué no es razonable en este resultado? (c) ¿Qué suposición o premisa se cumple?
88. Un bucle circular de alambre de radio de 10 cm está montado en un eje vertical y gira a una frecuencia de 5 ciclos por segundo en una región de campo magnético uniforme de  $2 \times 10^{-4}$  T perpendicular al eje de rotación. (a) Calcule una expresión para el flujo dependiente del tiempo a través del anillo (b) Determine la corriente dependiente del tiempo a través del anillo si tiene una resistencia de  $10 \Omega$ .
89. Un solenoide largo de radio  $a$  con  $n$  vueltas por unidad de longitud lleva una corriente que depende del tiempo  $I(t) = I_0 \sin \omega t$  donde  $I_0$  y  $\omega$  son constantes. El solenoide está rodeado por un cable de resistencia  $R$  que tiene dos bucles circulares de radio  $b$  con  $b > a$ . Calcule la magnitud y la dirección de la corriente inducida en los bucles exteriores en el momento  $t = 0$ .
90. Un bucle de cobre rectangular de masa de 100 g y resistencia  $0,2 \Omega$  se encuentra en una región de campo magnético uniforme que es perpendicular a la zona encerrada por el anillo y horizontal a la superficie de la Tierra (vea más abajo). El bucle se suelta desde el reposo cuando se encuentra en el borde de la región de campo

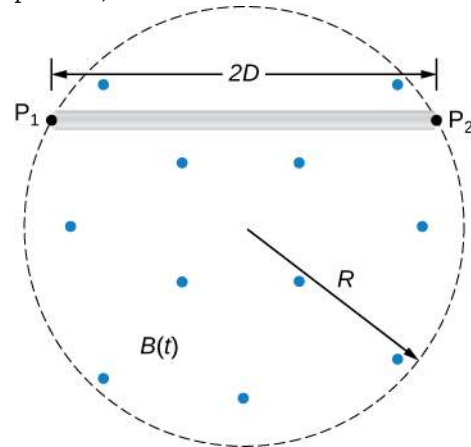
magnético diferente a cero. (a) Calcule una expresión para la velocidad cuando el bucle acaba de salir de la región de campo magnético uniforme. (b) Si se soltó en  $t = 0$ , cuál es el momento en que sale de la región del campo magnético para los siguientes valores  $a = 25 \text{ cm}$ ,  $b = 50 \text{ cm}$ ,  $B = 3 \text{ T}$ ,  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ?



91. Una barra metálica de masa  $m$  se desliza sin fricción sobre dos rieles a una distancia  $D$  en la región que tiene un campo magnético uniforme de magnitud  $B_0$  y la dirección perpendicular a los rieles (vea más abajo). Los dos carriles están conectados en un extremo a un resistor cuya resistencia es mucho mayor que la de los rieles y la barra. La barra recibe una velocidad inicial de  $v_0$ . Se ha comprobado que se ralentiza. ¿Qué distancia recorre la barra antes de detenerse? Supongamos que el campo magnético de la corriente inducida es despreciable en comparación con  $B_0$ .



92. Un campo magnético uniforme que depende del tiempo de magnitud  $B(t)$  está confinado en una región cilíndrica de radio  $R$ . Una varilla conductora de longitud  $2D$  se coloca en la región, como se muestra a continuación. Demuestre que la emf entre los extremos de la varilla viene dada por  $\frac{dB}{dt} D\sqrt{R^2 - D^2}$ . (Pista: Para calcular la emf entre los extremos, necesitamos integrar el campo eléctrico de un extremo a otro. Para hallar el campo eléctrico, utilice la ley de Faraday como "ley de Ampère para  $E$ .")





# CAPÍTULO 14

## Inductancia



**Figura 14.1** La almohadilla de carga de un teléfono inteligente contiene una bobina que recibe corriente alterna, es decir, una corriente que aumenta y disminuye constantemente. La variación de la corriente induce una emf en el teléfono inteligente, lo cual carga su batería. Observe que la caja negra que contiene el enchufe eléctrico también contiene un transformador (del que se habla en [Circuitos de corriente alterna](#)) que modifica la corriente de la toma de corriente para adaptarla a las necesidades del teléfono inteligente (créditos: modificación del trabajo de "LG»/Flickr).

### ESQUEMA DEL CAPITULO

- 14.1 Inductancia mutua
  - 14.2 Autoinducción e inductores
  - 14.3 Energía en un campo magnético
  - 14.4 Circuitos RL
  - 14.5 Oscilaciones en un circuito LC
  - 14.6 Circuitos RLC en serie
-

**INTRODUCCIÓN** En [Inducción electromagnética](#) analizamos cómo un flujo magnético que varía en el tiempo induce una emf en un circuito. En muchos de nuestros cálculos, este flujo se debe a un campo magnético aplicado que depende del tiempo. También se produce el fenómeno inverso: La corriente que circula por un circuito produce su propio campo magnético.

En [Cargas y campos eléctricos](#) vimos que la inducción es el proceso por el cual se induce una emf al cambiar el flujo eléctrico y la separación de un dipolo. Hasta ahora, hemos hablado de algunos ejemplos de inducción, aunque algunas de estas aplicaciones son más eficaces que otras. El accesorio para cargar el teléfono inteligente que aparece en la foto del inicio del capítulo también funciona por inducción. ¿Existe una cantidad física útil relacionada con la "eficacia" de un determinado dispositivo? La respuesta es sí, y esa cantidad física es la *inductancia*. En este capítulo veremos las aplicaciones de la inductancia en los dispositivos electrónicos y cómo se utilizan los inductores en los circuitos.

## 14.1 Inductancia mutua

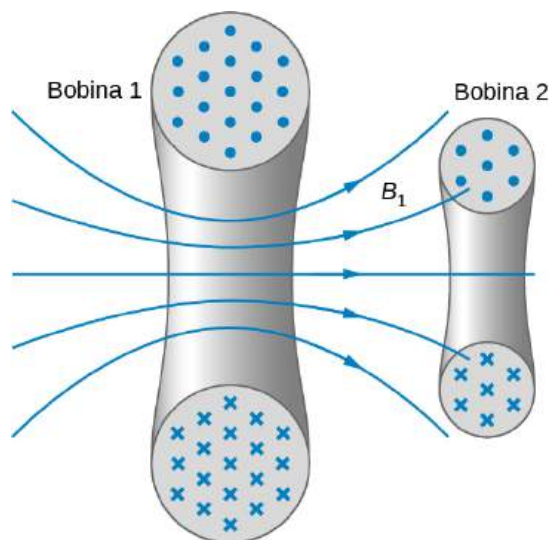
### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Correlacionar dos circuitos cercanos que llevan corrientes variables en el tiempo con la emf inducida en cada circuito.
- Describir ejemplos en los que la inductancia mutua puede o no ser deseable.

**La inductancia** es la propiedad de un dispositivo que nos indica la eficacia con la que induce una fuerza electromotriz en otro dispositivo. En otras palabras, es una cantidad física que expresa la eficacia de un determinado dispositivo.

Cuando dos circuitos que transportan corrientes variables en el tiempo están cerca el uno del otro, el flujo magnético a través de cada circuito varía debido a la variación de la corriente  $I$  en el otro circuito. En consecuencia, se induce una emf en cada circuito por la corriente cambiante en el otro. Este tipo de emf se denomina, por tanto, *emf mutuamente inducida*, y el fenómeno que se produce se conoce como **inductancia mutua ( $M$ )**. Como ejemplo, consideremos dos bobinas fuertemente enrolladas ([Figura 14.2](#)). Las bobinas 1 y 2 tienen  $N_1$  y  $N_2$  giros y corrientes de transporte  $I_1$  y  $I_2$ , respectivamente. El flujo a través de una sola vuelta de la bobina 2 producido por el campo magnético de la corriente en la bobina 1 es  $\Phi_{21}$ , mientras que el flujo a través de una sola vuelta de la bobina 1 debido al campo magnético de  $I_2$  es  $\Phi_{12}$ .



**FIGURA 14.2** Algunas de las líneas de campo magnético producidas por la corriente en la bobina 1 pasan por la bobina 2.

La inductancia mutua  $M_{21}$  de la bobina 2 con respecto a la bobina 1 es la relación del flujo a través del  $N_2$  vueltas de la bobina 2 producidas por el campo magnético de la corriente en la bobina 1, dividido por dicha corriente, es decir



$$M_{21} = \frac{N_2 \Phi_{21}}{I_1}. \quad 14.1$$

Del mismo modo, la inductancia mutua de la bobina 1 con respecto a la bobina 2 es

$$M_{12} = \frac{N_1 \Phi_{12}}{I_2}. \quad 14.2$$

Al igual que la capacitancia, la inductancia mutua es una magnitud geométrica. Depende de las formas y posiciones relativas de las dos bobinas, y es independiente de las corrientes en las bobinas. La unidad del SI para la inductancia mutua  $M$  se llama **henrio (H)** en honor a Joseph Henry (1799-1878), un científico estadounidense que descubrió la emf inducida independientemente de Faraday. Así, tenemos  $1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s/A}$ . A partir de la [Ecuación 14.1](#) y la [Ecuación 14.2](#), podemos demostrar que  $M_{21} = M_{12}$ , por lo que solemos eliminar los subíndices asociados a la inductancia mutua y escribir

$$M = \frac{N_2 \Phi_{21}}{I_1} = \frac{N_1 \Phi_{12}}{I_2}. \quad 14.3$$

La emf desarrollada en cualquiera de las bobinas se encuentra combinando la ley de Faraday y la definición de inductancia mutua. Dado que  $N_2 \Phi_{21}$  es el flujo total a través de la bobina 2 debido a  $I_1$ , obtenemos

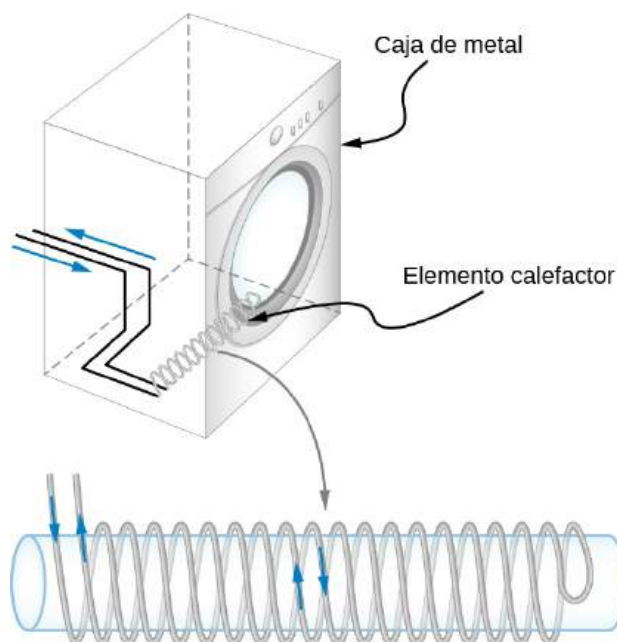
$$\varepsilon_2 = -\frac{d}{dt}(N_2 \Phi_{21}) = -\frac{d}{dt}(M I_1) = -M \frac{dI_1}{dt} \quad 14.4$$

donde hemos utilizado el hecho de que  $M$  es una constante independiente del tiempo porque la geometría es independiente del tiempo. Del mismo modo, tenemos

$$\varepsilon_1 = -M \frac{dI_2}{dt}. \quad 14.5$$

En la [Ecuación 14.5](#), podemos ver el significado de la descripción anterior de la inductancia mutua ( $M$ ) como una cantidad geométrica. El valor de  $M$  encapsula claramente las propiedades físicas de los elementos del circuito y nos permite separar la disposición física del circuito de las cantidades dinámicas, como la emf y la corriente. La [Ecuación 14.5](#) define la inductancia mutua en términos de propiedades en el circuito, mientras que la definición anterior de inductancia mutua en la [Ecuación 14.1](#) se define en términos del flujo magnético experimentado, independientemente de los elementos del circuito. Debe tener cuidado al utilizar la [Ecuación 14.4](#) y la [Ecuación 14.5](#) porque  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$  no representan necesariamente las emfs totales en las respectivas bobinas. Cada bobina también puede tener una emf inducida en ella debido a su *autoinducción* (la autoinducción se tratará con más detalle en una sección posterior).

Una gran inductancia mutua  $M$  puede ser deseable o no. Queremos que un transformador tenga una gran inductancia mutua. Pero un aparato, como una secadora de ropa eléctrica, puede inducir una emf peligrosa en su caja metálica si la inductancia mutua entre sus bobinas y la caja es grande. Una forma de reducir la inductancia mutua es contrarrestar las bobinas para cancelar el campo magnético producido ([Figura 14.3](#)).



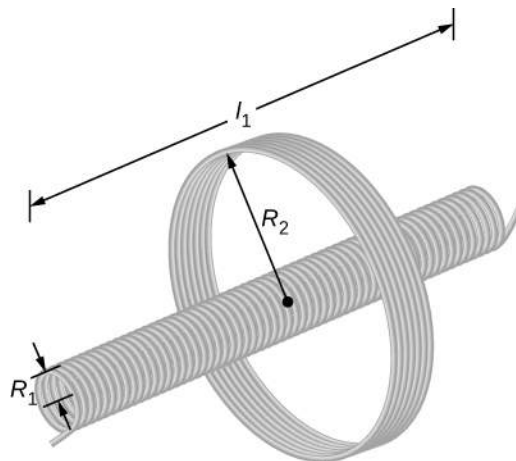
**FIGURA 14.3** Las bobinas de calentamiento de una secadora de ropa eléctrica pueden estar enrolladas en sentido contrario para que sus campos magnéticos se anulen entre sí, reduciendo en gran medida la inductancia mutua con la caja de la secadora.

El procesamiento digital de señales es otro ejemplo en el que la inductancia mutua se reduce mediante bobinas de contrabobinado. La rápida emf de encendido y apagado que representa los 1s y 0s en un circuito digital crea un complejo campo magnético dependiente del tiempo. Se puede generar una emf en los conductores vecinos. Si ese conductor también transporta una señal digital, la emf inducida puede ser lo suficientemente grande como para conmutar 1 s y 0 s, con consecuencias que van desde inconvenientes hasta desastrosas.

### EJEMPLO 14.1

#### Inductancia mutua

La [Figura 14.4](#) muestra una bobina de  $N_2$  giros y radios  $R_2$  que rodea a un solenoide largo de longitud  $l_1$ , radio  $R_1$ , y  $N_1$  vueltas. (a) ¿Cuál es la inductancia mutua de las dos bobinas? (b) Si  $N_1 = 500$  vueltas,  $N_2 = 10$  vueltas,  $R_1 = 3,10$  cm,  $l_1 = 75,0$  cm, y la corriente en el solenoide está cambiando a una velocidad de 200 A/s, ¿cuál es la emf inducida en la bobina adyacente?



**FIGURA 14.4** Un solenoide rodeado de una bobina.

**Estrategia**

No hay campo magnético fuera del solenoide, y el campo en el interior tiene magnitud  $B_1 = \mu_0(N_1/l_1)I_1$  y se dirige en paralelo al eje del solenoide. Podemos utilizar este campo magnético para calcular el flujo magnético a través de la bobina adyacente y luego utilizar este flujo para calcular la inductancia mutua para la parte (a), utilizando la [Ecuación 14.3](#). Resolvemos la parte (b) mediante el cálculo de la inductancia mutua a partir de las cantidades dadas y utilizando la [Ecuación 14.4](#) para calcular la emf inducida.

**Solución**

- a. El flujo magnético  $\Phi_{21}$  a través de la bobina adyacente es

$$\Phi_{21} = B_1 \pi R_1^2 = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{l_1} \pi R_1^2.$$

Ahora a partir de la [Ecuación 14.3](#), la inductancia mutua es

$$M = \frac{N_2 \Phi_{21}}{I_1} = \left( \frac{N_2}{I_1} \right) \left( \frac{\mu_0 N_1 I_1}{l_1} \right) \pi R_1^2 = \frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi R_1^2}{l_1}.$$

- b. Utilizando la expresión anterior y los valores dados, la inductancia mutua es

$$\begin{aligned} M &= \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A})(500)(10)\pi(0,0310 \text{ m})^2}{0,750 \text{ m}} \\ &= 2,53 \times 10^{-5} \text{ H}. \end{aligned}$$

Así, a partir de la [Ecuación 14.4](#), la emf inducida en la bobina adyacente es

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= -M \frac{dI_1}{dt} = -(2,53 \times 10^{-5} \text{ H})(200 \text{ A/s}) \\ &= -5,06 \times 10^{-3} \text{ V}. \end{aligned}$$

**Importancia**

Observe que  $M$  en la parte (a) es independiente del radio  $R_2$  de la bobina adyacente porque el campo magnético del solenoide está confinado en su interior. En principio, también podemos calcular  $M$  encontrando el flujo magnético a través del solenoide producido por la corriente en la bobina adyacente. Este enfoque es mucho más difícil porque  $\Phi_{12}$  es muy complicado. Sin embargo, como  $M_{12} = M_{21}$ , conocemos el resultado de este cálculo.

**✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 14.1**

Una corriente  $I(t) = (5,0 \text{ A}) \sin((120\pi \text{ rad/s})t)$  fluye a través del solenoide de la parte (b) del [Ejemplo 14.1](#). ¿Cuál es la máxima emf inducida en la bobina adyacente?

**14.2 Autoinducción e inductores****OBJETIVOS DE APRENDIZAJE**

Al final de esta sección, podrá:

- Correlacionar la tasa de cambio de la corriente con la emf inducida creada por esa corriente en el mismo circuito.
- Derivar la autoinducción para un solenoide cilíndrico.
- Derivar la autoinducción para un toroide rectangular.

La inductancia mutua surge cuando una corriente en un circuito produce un campo magnético cambiante que induce una emf en otro circuito. Pero, ¿puede el campo magnético afectar a la corriente del circuito original que produjo el campo? La respuesta es sí, y se trata del fenómeno llamado *autoinducción*.

**Los inductores**

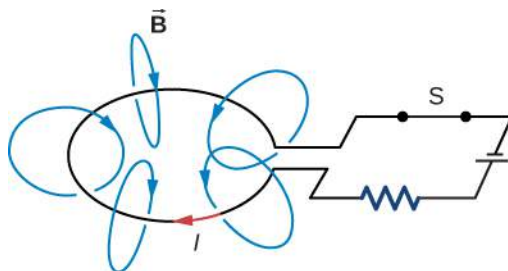
La [Figura 14.5](#) muestra algunas de las líneas de campo magnético que se deben a la corriente en un bucle circular de alambre. Si la corriente es constante, el flujo magnético que atraviesa el bucle también lo es. Sin

embargo, si la corriente  $I$  variara con el tiempo, por ejemplo, inmediatamente después de cerrar el interruptor  $S$ , el flujo magnético  $\Phi_m$  cambiaría en consecuencia. Entonces la ley de Faraday nos dice que una emf  $\varepsilon$  se induciría en el circuito, donde

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}. \quad 14.6$$

Como el campo magnético debido a un alambre conductor de corriente es directamente proporcional a la corriente, el flujo debido a este campo es también proporcional a la corriente; es decir,

$$\Phi_m \propto I. \quad 14.7$$



**FIGURA 14.5** La corriente  $I$  en el bucle produce un campo magnético. Si variara con el tiempo, el flujo magnético que atraviesa el bucle también variaría y se induciría una emf en el bucle.

Esto también puede escribirse como

$$\Phi_m = LI \quad 14.8$$

donde la constante de proporcionalidad  $L$  se conoce como la **autoinducción** del bucle de alambre. Si el bucle tiene  $N$  vueltas, esta ecuación se convierte en

$$N\Phi_m = LI. \quad 14.9$$

Por convención, el sentido positivo de la normal al bucle está relacionado con la corriente por la regla de la mano derecha, por lo que en la [Figura 14.5](#), la normal apunta hacia abajo. Con esta convención,  $\Phi_m$  es positivo en la [Ecuación 14.9](#), por lo que  $L$  siempre tiene un valor positivo.

Para un bucle con  $N$  vueltas,  $\varepsilon = -Nd\Phi_m/dt$ , por lo que la emf inducida puede escribirse en términos de la autoinducción como

$$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt}. \quad 14.10$$

Al utilizar esta ecuación para determinar  $L$ , lo más fácil es ignorar los signos de  $\varepsilon$  y  $dI/dt$ , y calcular  $L$  como

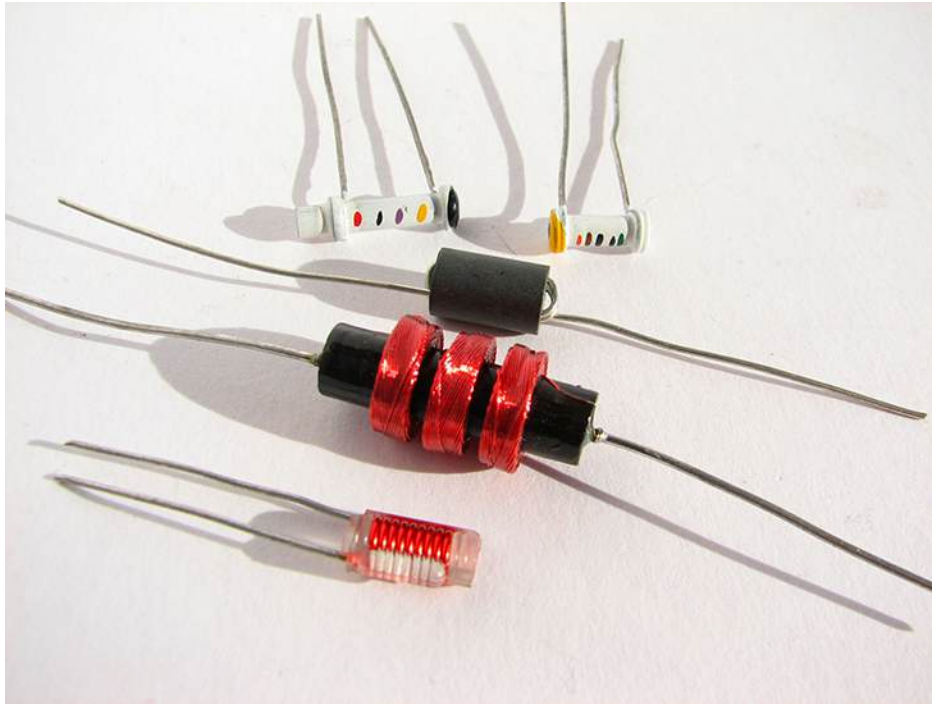
$$L = \frac{|\varepsilon|}{|dI/dt|}.$$

Como la autoinducción está asociada al campo magnético producido por una corriente, cualquier configuración de conductores posee autoinducción. Por ejemplo, además del bucle de cable, un cable largo y recto tiene autoinducción, al igual que un cable coaxial. El cable coaxial es el más utilizado por la industria de la televisión por cable y también puede encontrarse conectado a su cablemódem. Los cables coaxiales se utilizan por su capacidad de transmitir señales eléctricas con mínimas distorsiones. Los cables coaxiales están formados por dos largos conductores cilíndricos que conducen corriente que a su vez producen una autoinducción que puede tener efectos indeseables

Un elemento de circuito utilizado para proporcionar autoinducción se conoce como **inductor**. Está representado por el símbolo que se muestra en la [Figura 14.6](#), que se asemeja a una bobina de alambre, la forma básica del inductor. La [Figura 14.7](#) muestra varios tipos de inductores utilizados habitualmente en los circuitos.

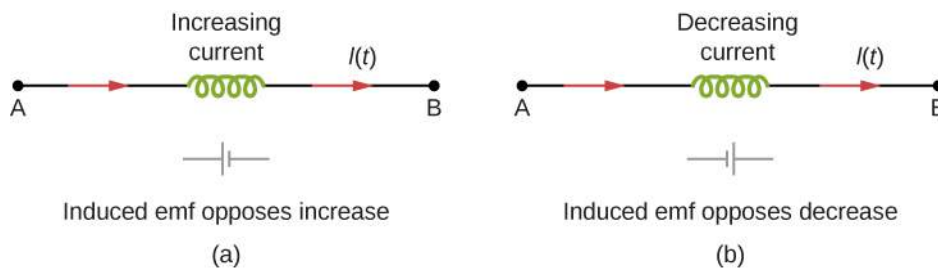


**FIGURA 14.6** Símbolo utilizado para representar un inductor en un circuito.



**FIGURA 14.7** Una variedad de inductores. Tanto si están encapsulados, como los tres primeros mostrados o enrollados en una bobina o como el último, cada uno es simplemente una bobina de alambre relativamente larga (créditos: Windell Oskay).

De acuerdo con la ley de Lenz, el signo negativo en la [Ecuación 14.10](#) indica que la emf inducida a través de un inductor siempre tiene una polaridad que *se opone* al cambio de la corriente. Por ejemplo, si la corriente que fluye de *A* a *B* en la [Figura 14.8\(a\)](#) fuera creciente, la emf inducida (representada por la batería imaginaria) tendría la polaridad mostrada para oponerse al aumento. Si la corriente de *A* a *B* disminuyera, entonces la emf inducida tendría la polaridad opuesta, de nuevo para oponerse al cambio de corriente ([Figura 14.8\(b\)](#)). Por último, si la corriente a través del inductor fuera constante, no se induciría ninguna emf en la bobina.



**FIGURA 14.8** La emf inducida a través de un inductor siempre actúa para oponerse al cambio de la corriente. Esto puede visualizarse como una batería imaginaria que hace fluir la corriente para oponerse al cambio en (a) y reforzar el cambio en (b).

Una aplicación común de la inductancia es permitir que señales de tráfico detecten cuándo hay vehículos esperando en una intersección de calles. Se coloca un circuito eléctrico con un inductor en la carretera, debajo del lugar donde se detendrá un automóvil en espera. La carrocería del automóvil aumenta la inductancia y el circuito cambia, enviando una señal a los semáforos para que cambien de color. Del mismo modo, los detectores de metales utilizados en la seguridad de los aeropuertos emplean la misma técnica. Una bobina o inductor en el marco del detector de metales actúa como transmisor y receptor. Una señal en forma de pulsos procedente de la bobina transmisora induce una señal en el receptor. La autoinducción del circuito se ve afectada por cualquier objeto metálico en el camino ([Figura 14.9](#)). Los detectores de metales pueden ajustarse

en cuanto a sensibilidad y también pueden detectar la presencia de metal en una persona.



**FIGURA 14.9** La conocida puerta de seguridad de un aeropuerto no solo detecta los metales, sino que también puede indicar su altura aproximada sobre el suelo (créditos: "Alexbuids"/Wikimedia Commons).

En los destellos de cámara se encuentran grandes voltajes inducidos. Los destello de cámara utilizan una batería, dos inductores que funcionan como un transformador y un sistema de conmutación u *oscilador* para inducir grandes voltajes. Recordemos que en [Oscilaciones \(http://openstax.org/books/física-universitaria-volumen-1/pages/15-introduccion\)](http://openstax.org/books/física-universitaria-volumen-1/pages/15-introduccion) se define "oscilación" como la fluctuación de una cantidad, o las fluctuaciones regulares repetidas de una cantidad, entre dos valores extremos en torno a un valor medio. Recuerde también (en la sección [Inducción electromagnética](#) sobre la inducción electromagnética) que necesitamos un campo magnético cambiante, provocado por una corriente cambiante, para inducir un voltaje en otra bobina. El sistema de oscilación hace esto muchas veces mientras el voltaje de la batería se eleva a más de 1.000 voltios (es posible que escuche el silbido agudo del transformador mientras se carga el condensador). Un condensador almacena el alto voltaje para su posterior uso en la alimentación del destello.

## EJEMPLO 14.2

### La autoinducción de una bobina

Se mide una emf inducida de 2,0 V a través de una bobina de 50 vueltas estrechamente enrolladas mientras la corriente que la atraviesa aumenta uniformemente de 0,0 a 5,0 A en 0,10 s. (a) ¿Cuál es la autoinducción de la bobina? (b) Con la corriente a 5,0 A, ¿cuál es el flujo que atraviesa cada vuelta de la bobina?

#### Estrategia

Ambas partes de este problema dan toda la información necesaria para resolver la autoinducción en la parte (a) o el flujo a través de cada vuelta de la bobina en la parte (b). Las ecuaciones necesarias son la [Ecuación 14.10](#) para la parte (a) y la [Ecuación 14.9](#) para la parte (b).

#### Solución

- a. Ignorando el signo negativo y utilizando las magnitudes, tenemos, a partir de la [Ecuación 14.10](#),

$$L = \frac{\epsilon}{dI/dt} = \frac{2,0 \text{ V}}{5,0 \text{ A}/0,10 \text{ s}} = 4,0 \times 10^{-2} \text{ H.}$$

- b. A partir de la [Ecuación 14.9](#), el flujo está dado en términos de la corriente por  $\Phi_m = LI/N$ , así que

$$\Phi_m = \frac{(4,0 \times 10^{-2} \text{ H})(5,0 \text{ A})}{50 \text{ gira}} = 4,0 \times 10^{-3} \text{ Wb.}$$

**Importancia**

La autoinducción y el flujo calculados en las partes (a) y (b) son valores típicos de las bobinas que se encuentran en los dispositivos contemporáneos. Si la corriente no cambia en el tiempo, el flujo no cambia en el tiempo, por lo que no se induce ninguna emf.

**✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 14.2**

La corriente fluye a través del inductor en la [Figura 14.8](#) de  $B$  a  $A$  en vez de  $A$  a  $B$  como se muestra. ¿La corriente aumenta o disminuye para producir la emf dada en el diagrama (a)? ¿En el diagrama (b)?

**✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 14.3**

Una corriente cambiante induce una emf de 10 V a través de un inductor de 0,25 H. ¿A qué tasa cambia la corriente?

Un buen enfoque para calcular la autoinducción de un inductor consiste en los siguientes pasos:

**ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS****La autoinducción**

1. Supongamos que por el inductor circula una corriente  $I$ .
2. Determinar el campo magnético  $\vec{B}$  producido por la corriente. Si hay una simetría adecuada, se puede hacer esto con la ley de Ampère.
3. Obtener el flujo magnético,  $\Phi_m$ .
4. Conocido el flujo, la autoinducción se puede calcular a partir de la [Ecuación 14.9](#),  $L = N\Phi_m/I$ .

Para demostrar este procedimiento, calculamos ahora las autoinducciones de dos inductores.

**Solenoides cilíndricos**

Considere un solenoide largo y cilíndrico con longitud  $l$ , área de sección transversal  $A$  y  $N$  vueltas de alambre. Suponemos que la longitud del solenoide es mucho mayor que su diámetro, por lo que podemos tomar el campo magnético como  $B = \mu_0 nI$  en todo el interior del solenoide, es decir, ignoramos los efectos finales en el solenoide. Con una corriente  $I$  circulando por las bobinas, el campo magnético producido dentro del solenoide es

$$B = \mu_0 \left( \frac{N}{l} \right) I, \quad 14.11$$

por lo que el flujo magnético a través de una vuelta es

$$\Phi_m = BA = \frac{\mu_0 NA}{l} I. \quad 14.12$$

Utilizando [Ecuación 14.9](#), calculamos para la autoinducción del solenoide,

$$L_{\text{solenoides}} = \frac{N\Phi_m}{I} = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}. \quad 14.13$$

Si  $n = N/l$  es el número de vueltas por unidad de longitud del solenoide, podemos escribir [Ecuación 14.13](#) como

$$L = \mu_0 \left( \frac{N}{l} \right)^2 Al = \mu_0 n^2 Al = \mu_0 n^2 (V), \quad 14.14$$

donde  $V = Al$  es el volumen del solenoide. Observe que la autoinducción de un solenoide largo solo depende de sus propiedades físicas (como el número de vueltas de cable por unidad de longitud y el volumen) y no del campo magnético ni de la corriente. Esto es cierto para los inductores en general.

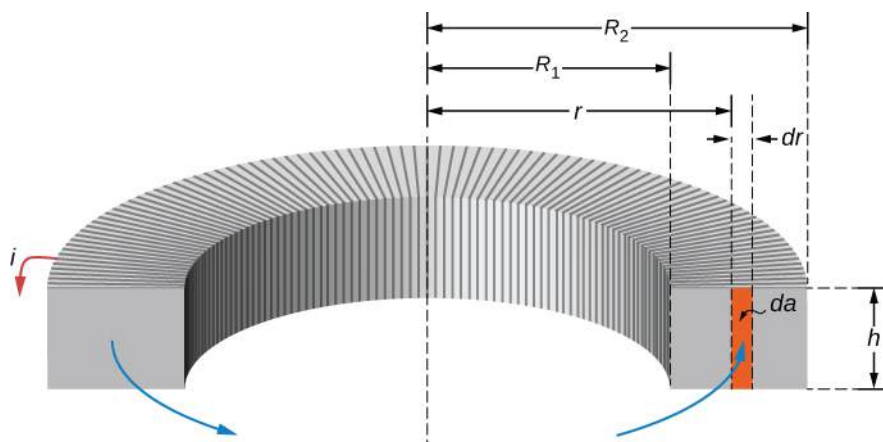
### Toroide rectangular

En la [Figura 14.10](#) se muestra un toroide de sección rectangular. Los radios interior y exterior del toroide son  $R_1$  y  $R_2$ , y  $h$  es la altura del toroide. Aplicando la ley de Ampère de la misma manera que lo hicimos en el [Ejemplo 13.8](#) para un toroide de sección circular, hallamos que el campo magnético dentro de un toroide rectangular también viene dado por

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}, \quad 14.15$$

donde  $r$  es la distancia al eje central del toroide. Como el campo cambia dentro del toroide, debemos calcular el flujo integrando sobre la sección transversal del toroide. Utilizando el elemento de la sección transversal infinitesimal  $da = h dr$  que se muestra en la [Figura 14.10](#), obtenemos

$$\Phi_m = \int B da = \int_{R_1}^{R_2} \left( \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \right) (h dr) = \frac{\mu_0 N h I}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}. \quad 14.16$$



**FIGURA 14.10** Cálculo de la autoinducción de un toroide rectangular.

Ahora, a partir de la [Ecuación 14.16](#), obtenemos para la autoinducción de un toroide rectangular

$$L = \frac{N\Phi_m}{I} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}. \quad 14.17$$

Como era de esperar, la autoinducción es una constante determinada únicamente por las propiedades físicas del toroide.

#### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 14.4**

(a) Calcule la autoinducción de un solenoide que está enrollado estrechamente con un alambre de 0,10 cm de diámetro, tiene una sección transversal de 0,90 cm<sup>2</sup> y tiene una longitud de 40 cm. (b) Si la corriente que atraviesa el solenoide disminuye uniformemente de 10 a 0 A en 0,10 s, ¿cuál es la emf inducida entre los extremos del solenoide?

#### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 14.5**

(a) ¿Cuál es el flujo magnético que pasa por un solenoide de autoinducción de una vuelta  $8,0 \times 10^{-5}$  H cuando circula una corriente de 3,0 A? Supongamos que el solenoide tiene 1.000 vueltas y está bobinado con alambre de 1,0 mm de diámetro. (b) ¿Cuál es la sección transversal del solenoide?



## 14.3 Energía en un campo magnético

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar cómo se puede almacenar energía en un campo magnético.
- Derivar la ecuación de la energía almacenada en un cable coaxial dada la densidad de energía magnética.

La energía de un condensador se almacena en el campo eléctrico entre sus placas. Del mismo modo, un inductor tiene la capacidad de almacenar energía, pero en su campo magnético. Esta energía se puede hallar integrando la **densidad de energía magnética**,

$$u_m = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad 14.18$$

sobre el volumen adecuado. Para entender de dónde viene esta fórmula, consideremos el solenoide largo y cilíndrico de la sección anterior. Utilizando de nuevo la aproximación del solenoide infinito, podemos suponer que el campo magnético es esencialmente constante y viene dado por  $B = \mu_0 nI$  en todas partes dentro del solenoide. Por lo tanto, la energía almacenada en un solenoide o la densidad de energía magnética por volumen es equivalente a

$$U = u_m(V) = \frac{(\mu_0 nI)^2}{2\mu_0} (Al) = \frac{1}{2} (\mu_0 n^2 Al) I^2. \quad 14.19$$

Con la sustitución de la [Ecuación 14.14](#), esto se convierte en

$$U = \frac{1}{2} LI^2. \quad 14.20$$

Aunque se deriva para un caso especial, esta ecuación da la energía almacenada en el campo magnético de *cualquier* inductor. Podemos ver esto considerando un inductor arbitrario por el que pasa una corriente cambiante. En cualquier instante, la magnitud de la emf inducida es  $\varepsilon = L di/dt$ , donde  $i$  es la corriente inducida en esa instancia. Por lo tanto, la potencia absorbida por el inductor es

$$P = \varepsilon i = L \frac{di}{dt} i. \quad 14.21$$

La energía total almacenada en el campo magnético cuando la corriente aumenta de 0 a  $I$  en un intervalo de tiempo de 0 a  $t$  puede determinarse integrando esta expresión:

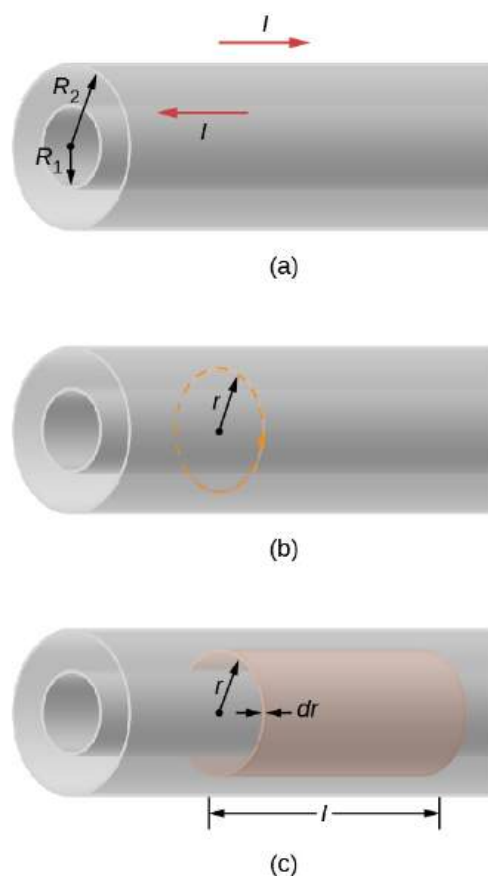
$$U = \int_0^t P dt' = \int_0^t L \frac{di}{dt'} i dt' = L \int_0^I i di = \frac{1}{2} LI^2. \quad 14.22$$



### EJEMPLO 14.3

#### Autoinducción de un cable coaxial

La [Figura 14.11](#) muestra dos capas cilíndricas largas y concéntricas de radios  $R_1$  y  $R_2$ . Como se ha comentado en [Capacitancia](#), esta configuración es una representación simplificada de un cable coaxial. Ya se ha calculado la capacitancia por unidad de longitud del cable. Ahora (a) determine la energía magnética almacenada por unidad de longitud del cable coaxial y (b) utilice este resultado para calcular la autoinducción por unidad de longitud del cable.



**FIGURA 14.11** (a) Un cable coaxial está representado aquí por dos conductores cilíndricos huecos y concéntricos a lo largo de los cuales fluye la corriente eléctrica en direcciones opuestas. (b) El campo magnético entre los conductores se puede calcular aplicando la ley de Ampère a la trayectoria punteada. (c) La envoltura cilíndrica se utiliza para calcular la energía magnética almacenada en una longitud  $l$  del cable.

### Estrategia

El campo magnético, tanto en el interior como en el exterior del cable coaxial, viene determinado por la ley de Ampère. A partir de este campo magnético, podemos utilizar la [Ecuación 14.22](#) para calcular la densidad de energía del campo magnético. La energía magnética se calcula mediante una integral de la densidad de energía magnética por el volumen diferencial sobre la capa cilíndrica. Una vez realizada la integración, tenemos una solución de forma cerrada para la parte (a). “Así que la autoinducción por unidad de longitud se calcula basada en el resultado anterior y la [Ecuación 14.22](#).”

### Solución

- a. Determinamos el campo magnético entre los conductores aplicando la ley de Ampère a la trayectoria circular discontinua mostrada en la [Figura 14.11](#)(b). Debido a la simetría cilíndrica,  $\vec{B}$  es constante a lo largo de la trayectoria, y

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B(2\pi r) = \mu_0 I.$$

Esto nos da

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

En la región fuera del cable, una aplicación similar de la ley de Ampère muestra que  $B = 0$ , ya que ninguna corriente neta atraviesa la zona delimitada por una trayectoria circular donde  $r > R_2$ . Este argumento también es válido cuando  $r < R_1$ ; es decir, en la región del cilindro interior. Por lo tanto, toda la energía magnética del cable se almacena entre los dos conductores. Dado que la densidad de energía del

campo magnético es

$$u_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

la energía almacenada en una capa cilíndrica de radio interior  $r$ , radio exterior  $r + dr$ , y la longitud  $l$  (vea la parte (c) de la figura) es

$$u_m = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2}.$$

Así, la energía total del campo magnético en una longitud  $l$  del cable es

$$U = \int_{R_1}^{R_2} dU = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2} (2\pi r l) dr = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \ln \frac{R_2}{R_1},$$

y la energía por unidad de longitud es  $(\mu_0 I^2 / 4\pi) \ln(R_2 / R_1)$ .

b. A partir de [Ecuación 14.22](#),

$$U = \frac{1}{2} LI^2,$$

donde  $L$  es la autoinducción de una longitud  $l$  del cable coaxial. Igualando las dos ecuaciones anteriores, hallamos que la autoinducción por unidad de longitud del cable es

$$\frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}.$$

### Importancia

La inductancia por unidad de longitud depende solo de los radios interior y exterior, como se ve en el resultado. Para aumentar la inductancia, podríamos aumentar el radio exterior ( $R_2$ ) o disminuir el radio interior ( $R_1$ ). En el límite, a medida que los dos radios se igualan, la inductancia llega a cero. En este límite, no hay cable coaxial. Además, la energía magnética por unidad de longitud de la parte (a) es proporcional al cuadrado de la corriente.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 14.6**

¿Cuánta energía se almacena en el inductor del [Ejemplo 14.2](#) después de que la corriente alcance su valor máximo?

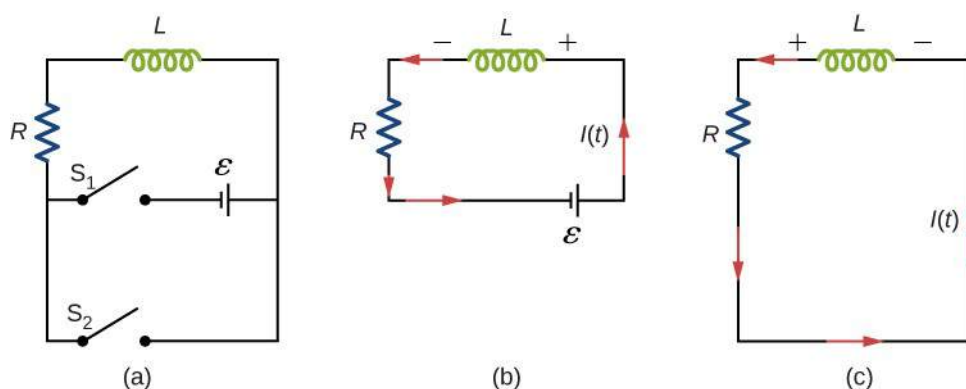
## 14.4 Circuitos RL

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Analizar circuitos que tienen un inductor y un resistor en serie.
- Describir cómo la corriente y el voltaje crecen o decaen exponencialmente en función de las condiciones iniciales.

Un circuito con resistencia y autoinducción se conoce como circuito *RL*. La [Figura 14.12\(a\)](#) muestra un circuito *RL* formado por un resistor, un inductor, una fuente constante de emf y unos interruptores  $S_1$  y  $S_2$ . Cuando  $S_1$  está cerrado, el circuito es equivalente a un circuito de un bucle que consiste en un resistor y un inductor conectados a una fuente de emf ([Figura 14.12\(b\)](#)). Cuando el  $S_1$  está abierto y el  $S_2$  está cerrado, el circuito se convierte en un circuito de un bucle conformado solo por un resistor y un inductor ([Figura 14.12\(c\)](#)).



**FIGURA 14.12** (a) Un circuito  $RL$  con interruptores  $S_1$  y  $S_2$ . (b) El circuito equivalente con el  $S_1$  cerrado y el  $S_2$  abierto. (c) El circuito equivalente después de  $S_1$  está abierto y el  $S_2$  está cerrado.

Consideramos primero el circuito  $RL$  de la [Figura 14.12](#)(b). Una vez que el  $S_1$  está cerrado y el  $S_2$  está abierto, la fuente de emf produce una corriente en el circuito. Si no hubiera autoinducción en el circuito, la corriente aumentaría inmediatamente hasta un valor estable de  $\varepsilon/R$ . Sin embargo, a partir de la ley de Faraday, el aumento de la corriente produce una emf  $V_L = -L(dI/dt)$  en el inductor. De acuerdo con la ley de Lenz, la emf inducida contrarresta el aumento de la corriente y se dirige como se muestra en la figura. Como resultado,  $I(t)$  comienza en cero y aumenta asintóticamente hasta su valor final.

Aplicando la regla de las tensiones de Kirchhoff a este circuito, obtenemos

$$\varepsilon - L \frac{dI}{dt} - IR = 0, \quad 14.23$$

que es una ecuación diferencial de primer orden para  $I(t)$ . Fíjese en su similitud con la ecuación de un condensador y un resistor en serie (vea [Circuitos RC](#)). Del mismo modo, la solución de la [Ecuación 14.23](#) se puede calcular haciendo sustituciones en las ecuaciones que relacionan el condensador con el inductor. Esto da

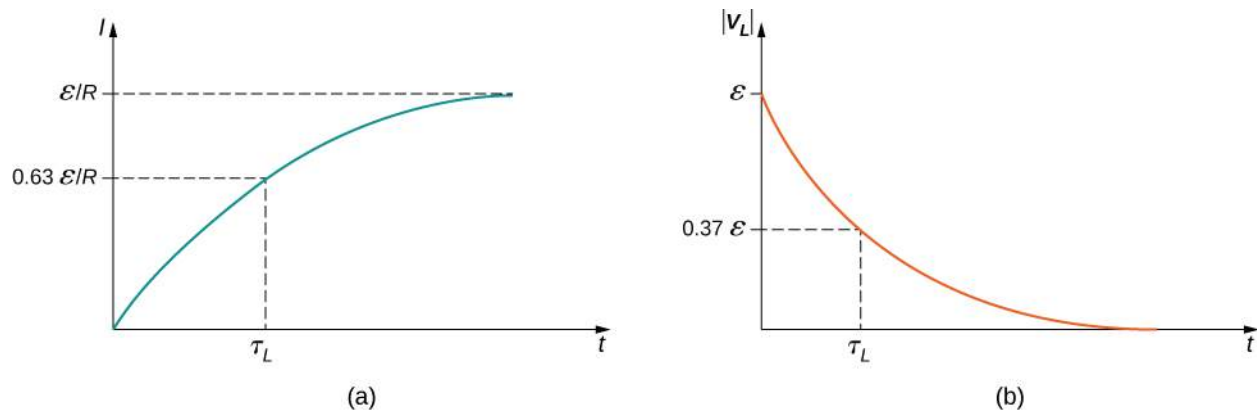
$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-Rt/L}) = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}), \quad 14.24$$

donde

$$\tau_L = L/R \quad 14.25$$

es la **constante de tiempo inductiva** del circuito.

La corriente  $I(t)$  se representa en la [Figura 14.13](#)(a). Comienza en cero, y como  $t \rightarrow \infty$ ,  $I(t)$  se aproxima a  $\varepsilon/R$  asintóticamente. La emf inducida  $V_L(t)$  es directamente proporcional a  $dI/dt$  o a la pendiente de la curva. Por lo tanto, mientras que es máxima inmediatamente después de accionar los interruptores, la emf inducida disminuye a cero con el tiempo a medida que la corriente se acerca a su valor final de  $\varepsilon/R$ . El circuito se convierte entonces en equivalente a un resistor conectado en una fuente de emf.



**FIGURA 14.13** Variación en el tiempo de (a) la corriente eléctrica y (b) la magnitud del voltaje inducido en la bobina en el circuito de [Figura 14.12](#)(b).

La energía almacenada en el campo magnético de un inductor es

$$U_L = \frac{1}{2} LI^2. \quad 14.26$$

Así, a medida que la corriente se acerca a la corriente máxima  $\varepsilon/R$ , la energía almacenada en el inductor aumenta desde cero y se aproxima asintóticamente a un máximo de  $L(\varepsilon/R)^2/2$ .

La constante de tiempo  $\tau_L$  nos indica la rapidez con la que la corriente aumenta hasta su valor final. En  $t = \tau_L$ , la corriente en el circuito es, de [Ecuación 14.24](#),

$$I(\tau_L) = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-1}) = 0,63 \frac{\varepsilon}{R}, \quad 14.27$$

que es 63% del valor final  $\varepsilon/R$ . Mientras menor sea la constante de tiempo inductiva  $\tau_L = L/R$ , más rápido se acercará la corriente  $\varepsilon/R$ .

Podemos calcular la dependencia en el tiempo del voltaje inducido en el inductor de este circuito utilizando  $V_L(t) = -L(dI/dt)$  y la [Ecuación 14.24](#):

$$V_L(t) = -L \frac{dI}{dt} = -\varepsilon e^{-t/\tau_L}. \quad 14.28$$

La magnitud de esta función se grafica en la [Figura 14.13](#)(b). El mayor valor de  $L(dI/dt)$  es  $\varepsilon$ ; se produce cuando  $dI/dt$  es mayor, es decir, inmediatamente después de que el  $S_1$  está cerrado y el  $S_2$  está abierto. En la aproximación al estado estacionario,  $dI/dt$  disminuye a cero. Como resultado, el voltaje en el inductor también desaparece como  $t \rightarrow \infty$ .

La constante de tiempo  $\tau_L$  también nos indica la rapidez con la que decae el voltaje inducido. En  $t = \tau_L$ , la magnitud del voltaje inducido es

$$|V_L(\tau_L)| = \varepsilon e^{-1} = 0,37\varepsilon = 0,37V(0). \quad 14.29$$

Por lo tanto, el voltaje en el inductor cae a aproximadamente 37% de su valor inicial después de una constante de tiempo. Mientras más corta sea la constante de tiempo  $\tau_L$ , más rápidamente disminuirá el voltaje.

Una vez transcurrido el tiempo suficiente para que la corriente haya alcanzado esencialmente su valor final, se procede a invertir las posiciones de los interruptores en la [Figura 14.12](#)(a), por lo que obtenemos el circuito de la parte (c). En  $t = 0$ , la corriente en el circuito es  $I(0) = \varepsilon/R$ . Con la regla de las tensiones de Kirchhoff, obtenemos

$$IR + L \frac{dI}{dt} = 0. \quad 14.30$$

La solución de esta ecuación es similar a la solución de la ecuación de un condensador en descarga, con sustituciones similares. Entonces la corriente en el momento  $t$  es

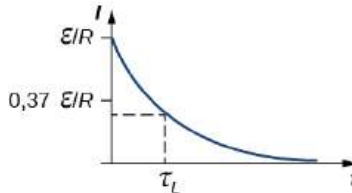
$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/\tau_L}. \quad 14.31$$

La corriente comienza en  $I(0) = \varepsilon/R$  y disminuye con el tiempo a medida que se agota la energía almacenada en el inductor (Figura 14.14).

La dependencia del voltaje en el inductor en función del tiempo se puede determinar a partir de  $V_L = -L(dI/dt)$ :

$$V_L(t) = \varepsilon e^{-t/\tau_L}. \quad 14.32$$

Este voltaje es inicialmente  $V_L(0) = \varepsilon$ , y decae a cero como la corriente. La energía almacenada en el campo magnético del inductor,  $LI^2/2$ , también disminuye exponencialmente en el tiempo, ya que se disipa por el efecto de calentamiento Joule en la resistencia del circuito.



**FIGURA 14.14** Variación temporal de la corriente eléctrica en el circuito  $RL$  de la Figura 14.12(c). El voltaje inducido en la bobina también decae exponencialmente.

## EJEMPLO 14.4

### Un circuito $RL$ con una fuente de emf

En el circuito de la Figura 14.12(a), dejemos que  $\varepsilon = 2,0\text{ V}$ ,  $R = 4,0\ \Omega$ , y  $L = 4,0\ \text{H}$ . Con el  $S_1$  cerrado y el  $S_2$  abierto (Figura 14.12(b)), (a) ¿cuál es la constante de tiempo del circuito? (b) ¿Cuáles son la corriente en el circuito y la magnitud de la emf inducida a través del inductor en  $t = 0$ , en  $t = 2,0\tau_L$ , y como  $t \rightarrow \infty$ ?

#### Estrategia

La constante de tiempo para un inductor y un resistor en un circuito en serie se calcula mediante la Ecuación 14.25. La corriente que atraviesa el inductor y el voltaje de este se calculan mediante los escenarios detallados de la Ecuación 14.24 y Ecuación 14.32.

#### Solución

- a. La constante de tiempo inductiva es

$$\tau_L = \frac{L}{R} = \frac{4,0\ \text{H}}{4,0\ \Omega} = 1,0\ \text{s}.$$

- b. La corriente en el circuito de la Figura 14.12(b) aumenta según la Ecuación 14.24:

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-t/\tau_L}).$$

En  $t = 0$ ,

$$(1 - e^{-t/\tau_L}) = (1 - 1) = 0; \text{ así que } I(0) = 0.$$

En  $t = 2,0\tau_L$  y  $t \rightarrow \infty$ , tenemos, respectivamente,

$$I(2,0\tau_L) = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-2,0}) = (0,50\ \text{A})(0,86) = 0,43\ \text{A},$$

y

$$I(\infty) = \frac{\varepsilon}{R} = 0,50\ \text{A}.$$

A partir de la Ecuación 14.32, la magnitud de la emf inducida decae como

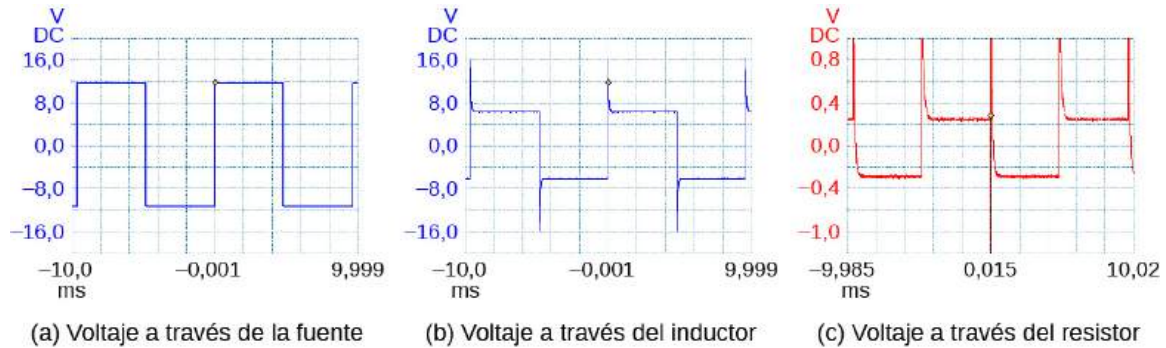
$$|V_L(t)| = \varepsilon e^{-t/\tau_L}.$$

En  $t = 0$ ,  $t = 2,0\tau_L$ , y como  $t \rightarrow \infty$ , obtenemos

$$\begin{aligned} |V_L(0)| &= \varepsilon = 2,0 \text{ V}, \\ |V_L(2,0\tau_L)| &= (2,0 \text{ V}) e^{-2,0} = 0,27 \text{ V} \\ &\text{y} \\ |V_L(\infty)| &= 0. \end{aligned}$$

### Importancia

Si el tiempo de la medición fuera mucho mayor que la constante de tiempo, no veríamos el decaimiento o el crecimiento del voltaje en el inductor o el resistor. El circuito alcanzaría rápidamente los valores asintóticos para ambos. Vea la [Figura 14.15](#).



**FIGURA 14.15** Un generador en un circuito  $RL$  produce una salida de pulso cuadrado en la que el voltaje oscila entre cero y algún valor establecido. Estas trazas del osciloscopio muestran (a) el voltaje en la fuente; (b) el voltaje en el inductor; (c) el voltaje en el resistor.



## EJEMPLO 14.5

### Un circuito $RL$ sin una fuente de emf

Después de que la corriente en el circuito  $RL$  del [Ejemplo 14.4](#) haya alcanzado su valor final, se invierten las posiciones de los interruptores para que el circuito se convierta en el que se muestra en la [Figura 14.12\(c\)](#). (a) ¿Cuánto tiempo tarda la corriente en caer a la mitad de su valor inicial? (b) ¿Cuánto tiempo tarda la energía almacenada en el inductor en reducirse a 1,0% de su valor máximo?

### Estrategia

La corriente en el inductor ahora disminuirá a medida que el resistor disipa esta energía. Por lo tanto, la corriente disminuye como un decaimiento exponencial. También podemos utilizar esa misma relación como una sustitución de la energía en la fórmula de un inductor para calcular cómo disminuye la energía en diferentes intervalos de tiempo.

### Solución

- a. Con los interruptores invertidos, la corriente disminuye según

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/\tau_L} = I(0) e^{-t/\tau_L}.$$

En un tiempo  $t$  en el que la corriente es la mitad de su valor inicial, tenemos

$$I(t) = 0,50I(0) \text{ así que } e^{-t/\tau_L} = 0,50,$$

y

$$t = -[\ln(0,50)]\tau_L = 0,69(1,0 \text{ s}) = 0,69 \text{ s},$$

donde hemos utilizado la constante de tiempo inductiva encontrada en el [Ejemplo 14.4](#).

- b. La energía almacenada en el inductor viene dada por

$$U_L(t) = \frac{1}{2}L[I(t)]^2 = \frac{1}{2}L\left(\frac{\varepsilon}{R}e^{-t/\tau_L}\right)^2 = \frac{L\varepsilon^2}{2R^2}e^{-2t/\tau_L}.$$

Si la energía baja a 1,0% de su valor inicial en un tiempo  $t$ , tenemos

$$U_L(t) = (0,010)U_L(0) \text{ o } \frac{L\varepsilon^2}{2R^2}e^{-2t/\tau_L} = (0,010)\frac{L\varepsilon^2}{2R^2}.$$

Al cancelar los términos y tomar el logaritmo natural de ambos lados, obtenemos

$$-\frac{2t}{\tau_L} = \ln(0,010),$$

así que

$$t = -\frac{1}{2}\tau_L \ln(0,010).$$

Dado que  $\tau_L = 1,0$  s, el tiempo que tarda la energía almacenada en el inductor en disminuir a 1,0% de su valor inicial es

$$t = -\frac{1}{2}(1,0 \text{ s})\ln(0,010) = 2,3 \text{ s}.$$

### Importancia

Este cálculo solo funciona si el circuito está al máximo de corriente en la situación (b) anterior a esta nueva situación. En caso contrario, partimos de una corriente inicial menor, que decaerá por la misma relación.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 14.7**

Verifique que  $RC$  y  $L/R$  tienen las dimensiones del tiempo.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 14.8**

(a) Si la corriente en el circuito de en la [Figura 14.12](#)(b) aumenta a 90% de su valor final después de 5,0 s, ¿cuál es la constante de tiempo inductiva? (b) Si  $R = 20 \Omega$ , ¿cuál es el valor de la autoinducción? (c) Si el resistor de  $20\text{-}\Omega$  se sustituye por otro de  $100\text{-}\Omega$ , ¿cuánto tiempo tarda la corriente en alcanzar 90% de su valor final?

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 14.9**

Para el circuito de la [Figura 14.12](#)(b), demuestre que cuando se alcanza el estado estacionario, la diferencia de las energías totales producidas por la batería y disipadas en el resistor es igual a la energía almacenada en el campo magnético de la bobina.

## 14.5 Oscilaciones en un circuito LC

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar por qué la carga o la corriente oscilan entre un condensador y un inductor, respectivamente, cuando están conectados en serie.
- Describir la relación entre la carga y la corriente que oscila entre un condensador y un inductor conectados en serie.

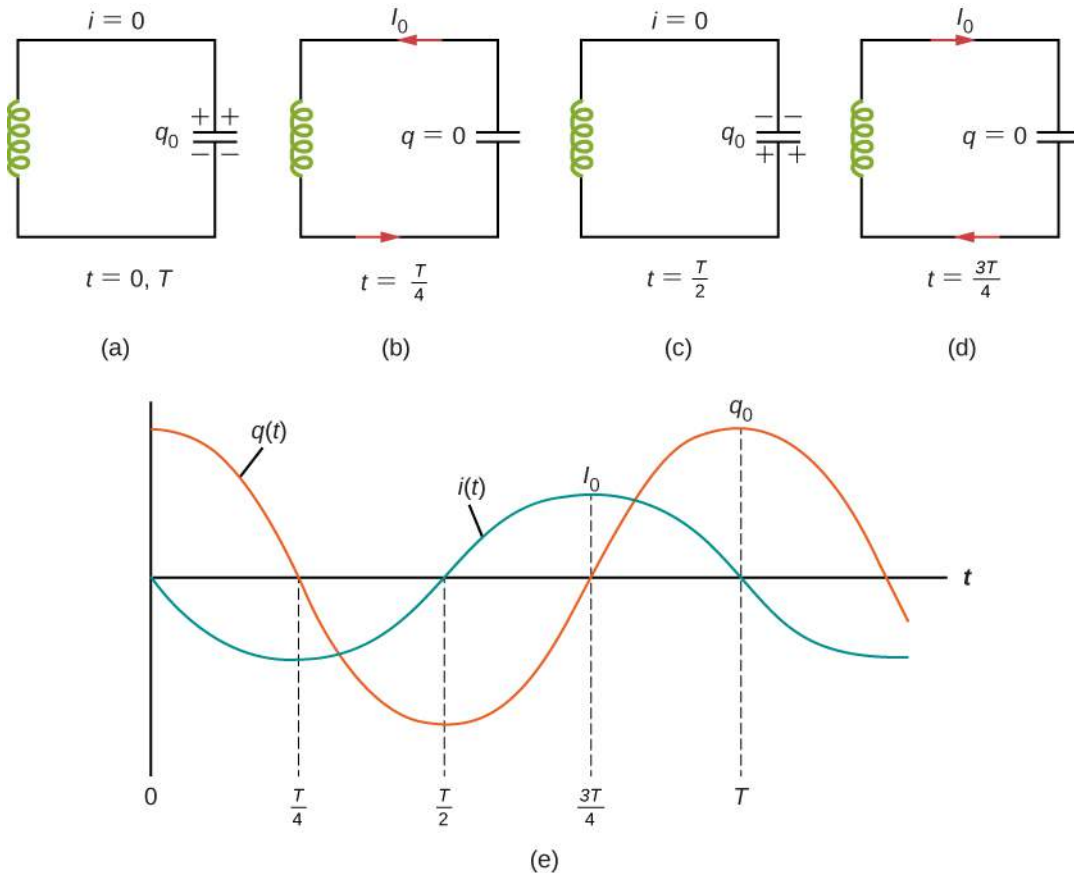
Cabe destacar que tanto los condensadores como los inductores almacenan energía, en sus campos eléctricos y magnéticos, respectivamente. Un circuito que contiene un inductor ( $L$ ) y un condensador ( $C$ ) puede oscilar sin una fuente de emf al desplazar la energía almacenada en el circuito entre los campos eléctrico y magnético. Así, los conceptos que desarrollamos en esta sección son directamente aplicables al intercambio de energía entre los campos eléctrico y magnético en las ondas electromagnéticas, o luz. Comenzamos con un circuito idealizado de resistencia cero que contiene un inductor y un condensador, un **circuito LC**.



En la [Figura 14.16](#) se muestra un circuito LC. Si el condensador contiene una carga  $q_0$  antes de que se cierre el interruptor, entonces toda la energía del circuito se almacena inicialmente en el campo eléctrico del condensador ([Figura 14.16\(a\)](#)). Esta energía es

$$U_C = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C}. \quad 14.33$$

Cuando el interruptor se cierra, el condensador comienza a descargarse, produciendo una corriente en el circuito. La corriente, a su vez, crea un campo magnético en el inductor. El efecto neto de este proceso es una transferencia de energía del condensador, con su campo eléctrico decreciente, al inductor, con su campo magnético creciente.



**FIGURA 14.16** (a-d) La oscilación del almacenamiento de carga con las direcciones cambiantes de la corriente en un circuito LC. (e) Los gráficos muestran la distribución de carga y corriente entre el condensador y el inductor.

En la [Figura 14.16\(b\)](#), el condensador está completamente descargado y toda la energía está almacenada en el campo magnético del inductor. En este instante, la corriente está en su valor máximo  $I_0$  y la energía en el inductor es

$$U_L = \frac{1}{2} LI_0^2. \quad 14.34$$

Como no hay resistencia en el circuito, no se pierde energía por calentamiento Joule; por tanto, la energía máxima almacenada en el condensador es igual a la energía máxima almacenada en un momento posterior en el inductor:

$$\frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C} = \frac{1}{2} LI_0^2. \quad 14.35$$

En un momento arbitrario en el que la carga del condensador es  $q(t)$  y la corriente es  $i(t)$ , la energía total  $U$  en el circuito viene dada por

$$\frac{q^2(t)}{2C} + \frac{Li^2(t)}{2}.$$

Porque no hay disipación de energía,

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C} = \frac{1}{2} LI_0^2. \quad 14.36$$

Tras alcanzar su máximo  $I_0$ , la corriente  $i(t)$  sigue transportando carga entre las placas del condensador, recargándolo así el condensador. Dado que el inductor resiste el cambio de corriente, la corriente sigue fluyendo, aunque el condensador esté descargado. Esta corriente continua hace que el condensador se cargue con polaridad opuesta. El campo eléctrico del condensador aumenta mientras el campo magnético del inductor disminuye, y el efecto global es una transferencia de energía del inductor que *regresa* al condensador. A partir de la ley de conservación de energía, la carga máxima que el condensador vuelve a obtener es  $q_0$ . Sin embargo, como muestra [Figura 14.16\(c\)](#), las placas del condensador se cargan de *forma opuesta* a como estaban inicialmente.

Cuando está completamente cargado, el condensador vuelve a transferir su energía al inductor hasta que vuelve a estar completamente descargado, como se muestra en [Figura 14.16\(d\)](#). Luego, en la última parte de este proceso cíclico, la energía vuelve a fluir hacia el condensador y se restablece el estado inicial del circuito.

Hemos seguido el circuito a través de un ciclo completo. Sus oscilaciones electromagnéticas son análogas a las oscilaciones mecánicas de una masa en el extremo de un resorte. En este último caso, la energía se transfiere de un lado a otro entre la masa, que tiene energía cinética  $mv^2/2$ , y el resorte, que tiene energía potencial  $kx^2/2$ . Con la ausencia de fricción en el sistema masa-resorte, las oscilaciones continuarían indefinidamente. Del mismo modo, las oscilaciones de un circuito  $LC$  sin resistencia continuarían para siempre si no se perturba; sin embargo, este circuito  $LC$  ideal de resistencia cero no es práctico, y cualquier circuito  $LC$  tendrá al menos una pequeña resistencia, que irradiará y perderá energía con el tiempo.

La frecuencia de las oscilaciones en un circuito  $LC$  sin resistencia puede encontrarse por analogía con el sistema masa-resorte. Para el circuito,  $i(t) = dq(t)/dt$ , la energía electromagnética total  $U$  es

$$U = \frac{1}{2} Li^2 + \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}. \quad 14.37$$

Para el sistema masa-resorte,  $v(t) = dx(t)/dt$ , la energía mecánica total  $E$  es

$$E = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2. \quad 14.38$$

La equivalencia de los dos sistemas es evidente. Para pasar del sistema mecánico al electromagnético, basta con sustituir  $m$  por  $L$ ,  $v$  por  $i$ ,  $k$  por  $1/C$ , y  $x$  por  $q$ . Ahora  $x(t)$  viene dada por

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad 14.39$$

donde  $\omega = \sqrt{k/m}$ . Por lo tanto, la carga del condensador en un circuito  $LC$  viene dada por

$$q(t) = q_0 \cos(\omega t + \phi) \quad 14.40$$

donde la frecuencia angular de las oscilaciones en el circuito es

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}. \quad 14.41$$

Finalmente, la corriente en el circuito  $LC$  se encuentra tomando la derivada en función del tiempo de  $q(t)$ :

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\omega q_0 \sin(\omega t + \phi). \quad 14.42$$

Las variaciones temporales de  $q$  e  $I$  se muestran en la [Figura 14.16\(e\)](#) para  $\phi = 0$ .



## EJEMPLO 14.6

### Un circuito LC

En un circuito LC, la autoinducción es  $2,0 \times 10^{-2}$  H y la capacitancia es  $8,0 \times 10^{-6}$  F. En  $t = 0$ , toda la energía se almacena en el condensador, que tiene carga  $1,2 \times 10^{-5}$  C. (a) ¿Cuál es la frecuencia angular de las oscilaciones en el circuito? (b) ¿Cuál es la corriente máxima que circula por el circuito? (c) ¿Cuánto tiempo tarda el condensador en descargarse completamente? (d) Halle una ecuación que represente  $q(t)$ .

### Estrategia

La frecuencia angular del circuito LC viene dada por la [Ecuación 14.41](#). Para calcular la corriente máxima, la energía máxima en el condensador se establece igual a la energía máxima en el inductor. El tiempo que tarda el condensador en descargarse si está cargado inicialmente es la cuarta parte del periodo del ciclo, por lo que si calculamos el periodo de la oscilación, podemos averiguar cuál es la cuarta parte de este para calcular este tiempo. Por último, conociendo la carga inicial y la frecuencia angular, podemos plantear una ecuación del coseno para hallar  $q(t)$ .

### Solución

- a. A partir de la [Ecuación 14.41](#), la frecuencia angular de las oscilaciones es

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{(2,0 \times 10^{-2} \text{ H})(8,0 \times 10^{-6} \text{ F})}} = 2,5 \times 10^3 \text{ rad/s.}$$

- b. La corriente está al máximo  $I_0$  cuando toda la energía se almacena en el inductor. De la ley de conservación de energía,

$$\frac{1}{2}LI_0^2 = \frac{1}{2}\frac{q_0^2}{C},$$

así que

$$I_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}q_0 = (2,5 \times 10^3 \text{ rad/s})(1,2 \times 10^{-5} \text{ C}) = 3,0 \times 10^{-2} \text{ A.}$$

Este resultado también se puede calcular por analogía con el movimiento armónico simple, donde la corriente y la carga son la velocidad y la posición de un oscilador.

- c. El condensador se descarga completamente en un cuarto de ciclo, o durante un tiempo  $T/4$ , donde  $T$  es el periodo de las oscilaciones. Dado que

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2,5 \times 10^3 \text{ rad/s}} = 2,5 \times 10^{-3} \text{ s,}$$

el tiempo que tarda el condensador en descargarse completamente es  $(2,5 \times 10^{-3} \text{ s})/4 = 6,3 \times 10^{-4} \text{ s}$ .

- d. El condensador está completamente cargado en  $t = 0$ , así que  $q(0) = q_0$ . Utilizando la [Ecuación 14.20](#), obtenemos

$$q(0) = q_0 = q_0 \cos \phi.$$

Así,  $\phi = 0$ , y

$$q(t) = (1,2 \times 10^{-5} \text{ C})\cos(2,5 \times 10^3 t).$$

### Importancia

La relación energética establecida en la parte (b) no es la única forma de equiparar energías. En la mayoría de los casos, parte de la energía se almacena en el condensador y parte en el inductor. Podemos poner ambos términos en cada lado de la ecuación. Al examinar el circuito solo cuando no hay carga en el condensador o no hay corriente en el inductor, simplificamos la ecuación de energía.

## ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 14.10

La frecuencia angular de las oscilaciones en un circuito LC es  $2,0 \times 10^3$  rad/s. (a) Si  $L = 0,10$  H, ¿cuál es  $C$ ?

(b) Supongamos que en  $t = 0$ , toda la energía se almacena en el inductor. ¿Cuál es el valor de  $\phi$ ? (c) Se conecta un segundo condensador idéntico en paralelo con el condensador original. ¿Cuál es la frecuencia angular de este circuito?

## 14.6 Circuitos RLC en serie

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

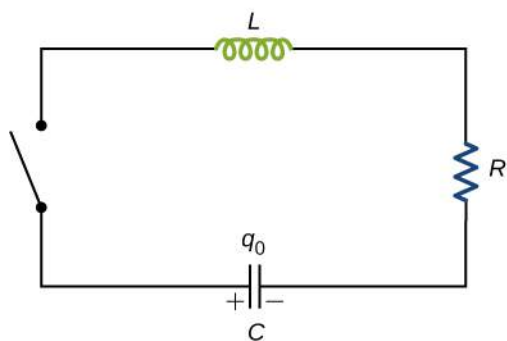
- Determinar la frecuencia angular de oscilación de un circuito de un resistor, un inductor y un condensador ( $RLC$ ) en serie.
- Relacionar el circuito  $RLC$  a una oscilación de resorte amortiguada.

Cuando el interruptor se cierra en el **circuito RLC** de [Figura 14.17\(a\)](#), el condensador comienza a descargarse y la energía electromagnética se disipa por el resistor a una tasa de  $i^2 R$ . Con  $U$  dado por la [Ecuación 14.19](#), tenemos

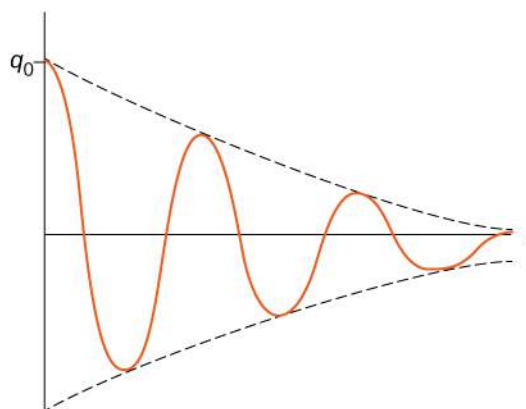
$$\frac{dU}{dt} = \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} + Li \frac{di}{dt} = -i^2 R \quad 14.43$$

donde  $i$  y  $q$  son funciones que dependen del tiempo. Esto se reduce a

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0. \quad 14.44$$



(a)



(b)

**FIGURA 14.17** (a) Un circuito  $RLC$ . Las oscilaciones electromagnéticas comienzan cuando se cierra el interruptor. El condensador está totalmente cargado inicialmente. (b) Las oscilaciones amortiguadas de la carga del condensador se muestran en esta curva de carga versus tiempo, o  $q$  versus  $t$ . El condensador contiene una carga  $q_0$  antes de que se cierre el interruptor.

Esta ecuación es análoga a

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0,$$

que es la ecuación del movimiento para un *sistema masa-resorte amortiguado* (la primera vez que usted vio esta ecuación fue en [Oscilaciones \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/15-introduccion\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/15-introduccion)). Como vimos en ese capítulo, se puede demostrar que la solución de esta ecuación diferencial toma tres formas, dependiendo de si la frecuencia angular del resorte no amortiguado es mayor, igual o menor que  $b/2m$ . Por lo tanto, el resultado puede ser subamortiguado ( $\sqrt{k/m} > b/2m$ ), amortiguado críticamente ( $\sqrt{k/m} = b/2m$ ), o sobreamortiguado ( $\sqrt{k/m} < b/2m$ ). Por analogía, la solución  $q(t)$  de la ecuación diferencial  $RLC$  tiene la misma característica. En este caso, solo se trata de un caso de subamortiguación. Sustituyendo  $m$  por  $L$ ,  $b$  por  $R$ ,  $k$  por  $1/C$ , y  $x$  por  $q$  en la [Ecuación 14.44](#), y asumiendo  $\sqrt{1/LC} > R/2L$ ,

obtenemos

$$q(t) = q_0 e^{-Rt/2L} \cos(\omega' t + \phi) \quad 14.45$$

donde la frecuencia angular de las oscilaciones viene dada por

$$\omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \quad 14.46$$

Esta solución subamortiguada se muestra en la [Figura 14.17](#)(b). Observe que la amplitud de las oscilaciones disminuye a medida que la energía se disipa en el resistor. La [Ecuación 14.45](#) puede confirmarse experimentalmente midiendo el voltaje a través del condensador en función del tiempo. Este voltaje, multiplicado por la capacitancia del condensador, da entonces  $q(t)$ .

### INTERACTIVO

Haga una prueba con un [kit de construcción de circuitos interactivos \(https://openstax.org/l/21phetcirconst\)](https://openstax.org/l/21phetcirconst) que permita hacer un gráfico de la corriente y el voltaje como una función de tiempo. Puede añadir inductores y condensadores para trabajar con cualquier combinación de circuitos  $R$ ,  $L$  y  $C$  con fuentes tanto de dc como de ac.

### INTERACTIVO

Pruebe un [sitio web de applet java basado en circuitos \(https://openstax.org/l/21cirphysbascur\\_es\)](https://openstax.org/l/21cirphysbascur_es) que tiene muchos problemas con fuentes de dc y ac que le ayudarán a practicar problemas de circuitos.

### COMPRUEBE LO APRENDIDO 14.11

En un circuito  $RLC$ ,  $L = 5,0$  mH,  $C = 6,0$   $\mu$ F, y  $R = 200$   $\Omega$ . (a) ¿Está el circuito subamortiguado, amortiguado críticamente o sobreamortiguado? (b) Si el circuito comienza a oscilar con una carga de  $3,0 \times 10^{-3}$  C en el condensador, ¿cuánta energía se ha disipado en el resistor cuando cesan las oscilaciones?

## Revisión Del Capítulo

### Términos Clave

**autoinducción** efecto del dispositivo que induce la emf en sí mismo

**Circuito LC** circuito compuesto por una fuente de ac, un inductor y un condensador

**Circuito RLC** circuito con una fuente de ac, un resistor, un inductor y un condensador en serie.

**constante de tiempo inductiva** denotado por  $\tau$ , el tiempo característico dado por la cantidad  $L/R$  de un determinado circuito  $RL$  en serie

**densidad de energía magnética** energía almacenada por volumen en un campo magnético

**henri (H)** unidad de inductancia,  $1 \text{ H} = 1 \Omega \cdot \text{s}$ ;

también se expresa como un voltio segundo por amperio

**inductancia** propiedad de un dispositivo que indica la eficacia con la que induce una emf en otro dispositivo

**inductancia mutua** cantidad geométrica que expresa la eficacia de dos dispositivos para inducir ems entre sí

**inductor** parte de un circuito eléctrico para proporcionar autoinducción, que se simboliza con una bobina de alambre

### Ecuaciones Clave

Inductancia mutua por flujo

$$M = \frac{N_2 \Phi_{21}}{I_1} = \frac{N_1 \Phi_{12}}{I_2}$$

Inductancia mutua en los circuitos

$$\varepsilon_1 = -M \frac{dI_2}{dt}$$

Autoinducción en términos de flujo magnético

$$N\Phi_m = LI$$

Autoinducción en términos de emf

$$\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}$$

Autoinducción de un solenoide

$$L_{\text{solenoid}} = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$$

Autoinducción de un toroide

$$L_{\text{toroide}} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

Energía almacenada en un inductor

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

Corriente en función del tiempo para un circuito  $RL$

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-t/\tau_L})$$

Constante de tiempo para un circuito  $RL$

$$\tau_L = L/R$$

Oscilación de la carga en los circuitos  $LC$

$$q(t) = q_0 \cos(\omega t + \phi)$$

Frecuencia angular en circuitos  $LC$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Oscilaciones de corriente en circuitos  $LC$

$$i(t) = -\omega q_0 \text{sen}(\omega t + \phi)$$

Carga en función del tiempo en un circuito  $RLC$

$$q(t) = q_0 e^{-Rt/2L} \cos(\omega't + \phi)$$

Frecuencia angular en circuito  $RLC$

$$\omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$

## Resumen

### 14.1 Inductancia mutua

- La inductancia es la propiedad de un dispositivo que expresa la eficacia con la que induce una emf en otro dispositivo.
- La inductancia mutua es el efecto de dos dispositivos que se inducen emf mutuamente.
- Un cambio en la corriente  $dI_1/dt$  en un circuito induce una emf ( $\varepsilon_2$ ) en el segundo:

$$\varepsilon_2 = -M \frac{dI_1}{dt},$$

donde  $M$  se define como la inductancia mutua entre los dos circuitos y el signo menos se debe a la ley de Lenz.

- Simétricamente, un cambio de corriente  $dI_2/dt$  a través del segundo circuito induce una emf ( $\varepsilon_1$ ) en el primero:

$$\varepsilon_1 = -M \frac{dI_2}{dt},$$

donde  $M$  es la misma inductancia mutua que en el proceso inverso.

### 14.2 Autoinducción e inductores

- Los cambios de corriente en un dispositivo inducen una emf en el propio dispositivo, llamada autoinducción,

$$\varepsilon = -L \frac{dI}{dt},$$

donde  $L$  es la autoinducción del inductor y  $dI/dt$  es la tasa de cambio de la corriente que lo atraviesa. El signo menos indica que la emf se opone a la variación de la corriente, de acuerdo con la ley de Lenz. La unidad de autoinducción e inductancia es el henrio (H), donde  $1 \text{ H} = 1 \Omega \cdot \text{s}$ .

- La autoinducción de un solenoide es

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l},$$

donde  $N$  es su número de vueltas en el solenoide,  $A$  es su área de sección transversal,  $l$  es su longitud, y  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$  es la permeabilidad del espacio libre.

- La autoinducción de un toroide es

$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1},$$

donde  $N$  es su número de vueltas en el toroide,  $R_1$  y  $R_2$  son los radios interior y exterior del toroide,  $h$  es la altura del toroide y  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$  es la permeabilidad del espacio libre.

### 14.3 Energía en un campo magnético

- La energía almacenada en un inductor  $U$  es

$$U = \frac{1}{2} LI^2.$$

- La autoinducción por unidad de longitud del cable coaxial es

$$\frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}.$$

### 14.4 Circuitos RL

- Cuando una conexión en serie de un resistor y un inductor -un circuito  $RL$ - se conecta a una fuente de voltaje, la variación temporal de la corriente es

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-Rt/L}) = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-t/\tau_L})$$

(encendido),

donde la corriente inicial es  $I_0 = \varepsilon/R$ .

- La constante de tiempo característica  $\tau$  es  $\tau_L = L/R$ , donde  $L$  es la inductancia y  $R$  la resistencia.
- En la primera constante de tiempo  $\tau$ , la corriente pasa de cero a  $0,632I_0$ , y al  $0,632$  del resto en cada intervalo de tiempo posterior  $\tau$ .
- Cuando el inductor está en cortocircuito conectado a un resistor, la corriente disminuye como

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/\tau_L} \text{ (apagando).}$$

La corriente baja a  $0,368I_0$  en el primer intervalo de tiempo  $\tau$ , y a  $0,368$  del resto hacia cero en cada tiempo posterior  $\tau$ .

### 14.5 Oscilaciones en un circuito LC

- La energía transferida de forma oscilante entre el condensador y el inductor en un circuito  $LC$  se produce a una frecuencia angular  $\omega = \sqrt{1/LC}$ .
- La carga y la corriente en el circuito vienen dadas por

$$q(t) = q_0 \cos(\omega t + \phi),$$

$$i(t) = -\omega q_0 \sin(\omega t + \phi).$$

### 14.6 Circuitos RLC en serie

- La solución subamortiguada para la carga del condensador en un circuito  $RLC$  es

$$q(t) = q_0 e^{-Rt/2L} \cos(\omega' t + \phi).$$

- La frecuencia angular dada en la solución subamortiguada para el circuito  $RLC$  es

$$\omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}.$$

## Preguntas Conceptuales

### 14.1 Inductancia mutua

1. Demuestre que  $N\Phi_m/I$  y  $\epsilon/(dI/dt)$ , ambas son expresiones para la autoinducción, tienen las mismas unidades.
2. Un inductor de 10 H transporta una corriente de 20 A. Describa cómo se puede inducir una emf de 50 V a través de él.
3. El circuito de encendido de un automóvil se alimenta de una batería de 12 V. ¿Cómo podemos generar grandes voltajes con esta fuente de energía?
4. Cuando se interrumpe la corriente a través de un inductor grande con un interruptor, aparece un arco a través de los terminales abiertos del interruptor. Explique.

### 14.2 Autoinducción e inductores

5. ¿Depende la autoinducción del valor del flujo magnético? ¿Depende de la corriente que pasa por el cable? Correlacione sus respuestas con la ecuación  $N\Phi_m = LI$ .
6. ¿Difiere la autoinducción de un solenoide de 1,0 m de longitud, estrechamente enrollado, de la autoinducción por metro de un solenoide infinito, pero por lo demás idéntico?
7. Analiza cómo podría determinar la autoinducción por unidad de longitud de un cable largo y recto.
8. La autoinducción de una bobina es cero si no pasa corriente por los bobinados. ¿Verdadero o falso?
9. ¿Cómo se compara la autoinducción por unidad de longitud cerca del centro de un solenoide (lejos de los extremos) con su valor cerca del extremo del solenoide?

### 14.3 Energía en un campo magnético

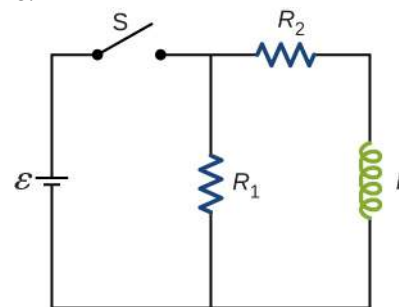
10. Demostrar que  $LI^2/2$  tiene unidades de energía.

### 14.4 Circuitos RL

11. Utilice la ley de Lenz para explicar por qué la corriente inicial en el circuito  $RL$  de la [Figura 14.12\(b\)](#) es cero.
12. Cuando la corriente en el circuito  $RL$  de la [Figura 14.12\(b\)](#) alcanza su valor final  $\epsilon/R$ , ¿cuál es el voltaje en el inductor? ¿En el resistor?
13. ¿El tiempo necesario para que la corriente en un circuito  $RL$  alcance alguna fracción de su

valor en estado estacionario depende de la emf de la batería?

14. Un inductor se conecta en los terminales de una batería. ¿La corriente que finalmente pasa por el inductor depende de la resistencia interna de la batería? ¿El tiempo necesario para que la corriente alcance su valor final depende de esta resistencia?
15. ¿En qué momento el voltaje en el inductor del circuito  $RL$  de la [Figura 14.12\(b\)](#) es máximo?
16. En el sencillo circuito  $RL$  de la [Figura 14.12\(b\)](#), ¿puede la emf inducida a través del inductor ser alguna vez mayor que la emf de la batería utilizada para producir la corriente?
17. Si la emf de la batería de la [Figura 14.12\(b\)](#) se reduce en un factor de 2, ¿en cuánto cambia la energía en estado estacionario almacenada en el campo magnético del inductor?
18. Una corriente constante fluye a través de un circuito con una gran constante de tiempo inductiva. Cuando se abre un interruptor en el circuito, se produce una gran chispa a través de los terminales del interruptor. Explique.
19. Describa cómo las corrientes que atraviesan a  $R_1$  y  $R_2$  que se muestran a continuación varían con el tiempo después de cerrar el interruptor S.



20. Discuta las posibles aplicaciones prácticas de los circuitos  $RL$ .

### 14.5 Oscilaciones en un circuito LC

21. ¿Se aplican las reglas de Kirchhoff a los circuitos que contienen inductores y condensadores?
22. ¿Un elemento del circuito puede tener tanto capacitancia como inductancia?
23. En un circuito  $LC$ , ¿qué determina la frecuencia y la amplitud de las oscilaciones de energía en el inductor o el condensador?



### 14.6 Circuitos RLC en serie

24. Cuando se conecta un cable entre los dos extremos de un solenoide, el circuito resultante puede oscilar como un circuito *RLC*. Describa la causa de la capacitancia en este circuito.
25. Describe qué efecto tiene la resistencia de los cables de conexión en un circuito *LC* oscilante.
26. Suponga que quiere diseñar un circuito *LC* con

una frecuencia de 0,01 Hz. ¿Qué problemas puede encontrar?

27. Un receptor de radio utiliza un circuito *RLC* para seleccionar determinadas frecuencias para escuchar en su casa o automóvil sin oír otras frecuencias no deseadas. ¿Cómo podría alguien diseñar un circuito de este tipo?

## Problemas

### 14.1 Inductancia mutua

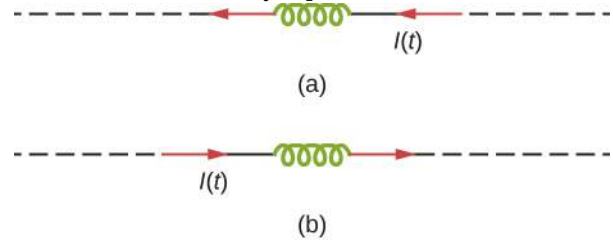
28. Cuando la corriente en una bobina cambia a una velocidad de 5,6 A/s, se produce una emf de  $6,3 \times 10^{-3}$  V en una segunda bobina cercana. ¿Cuál es la inductancia mutua de las dos bobinas?
29. Una emf de  $9,7 \times 10^{-3}$  V se induce en una bobina mientras la corriente en una bobina cercana disminuye a una velocidad de 2,7 A/s. ¿Cuál es la inductancia mutua de las dos bobinas?
30. Dos bobinas cercanas entre sí tienen una inductancia mutua de 32 mH. Si la corriente en una bobina decae según  $I = I_0 e^{-\alpha t}$ , donde  $I_0 = 5,0$  A y  $\alpha = 2,0 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ , ¿cuál es la emf inducida en la segunda bobina inmediatamente después de que la corriente empieza a decaer? En  $t = 1,0 \times 10^{-3}$  s?
31. Una bobina de 40 vueltas se enrolla alrededor de un solenoide largo de sección transversal  $7,5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ . El solenoide tiene una longitud de 0,50 m y 500 vueltas. (a) ¿Cuál es la inductancia mutua de este sistema? (b) Se sustituye la bobina exterior por una bobina de 40 vueltas cuyo radio es tres veces el del solenoide. ¿Cuál es la inductancia mutua de esta configuración?
32. Un solenoide de 600 vueltas tiene 0,55 m de longitud y 4,2 cm de diámetro. Dentro del solenoide, una pequeña (1,1 cm  $\times$  1,4 cm), bobina rectangular de una vuelta se fija en su lugar con su cara perpendicular al eje largo del solenoide. ¿Cuál es la inductancia mutua de este sistema?
33. Una bobina toroidal tiene un radio medio de 16 cm y una sección transversal de  $0,25 \text{ cm}^2$ ; se enrolla uniformemente con 1.000 vueltas. Una segunda bobina toroidal de 750 vueltas se enrolla uniformemente sobre la primera bobina. Ignorando la variación del campo magnético dentro de un toroide, determine la

inductancia mutua de las dos bobinas.

34. Un solenoide de  $N_1$  vueltas tiene longitud  $l_1$  y el radio  $R_1$ , y un segundo solenoide más pequeño de  $N_2$  vueltas tiene longitud  $l_2$  y el radio  $R_2$ . El solenoide más pequeño se coloca completamente dentro del solenoide más grande de manera que sus ejes largos coincidan. ¿Cuál es la inductancia mutua de los dos solenoides?

### 14.2 Autoinducción e inductores

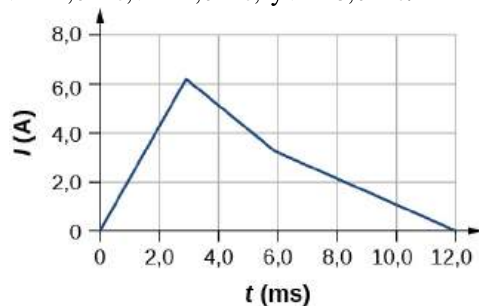
35. Se induce una emf de 0,40 V a través de una bobina cuando la corriente que la atraviesa cambia uniformemente de 0,10 a 0,60 A en 0,30 s. ¿Cuál es la autoinducción de la bobina?
36. La corriente mostrada en la parte (a) es creciente, mientras que la mostrada en la parte (b) es decreciente. En cada caso, determina qué extremo del inductor está a mayor potencial.



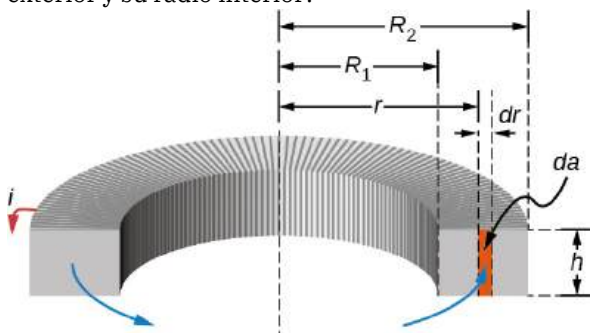
37. ¿Cuál es la velocidad a la que cambia la corriente a través de una bobina de 0,30 H si se induce una emf de 0,12 V a través de la bobina?
38. Cuando una cámara utiliza un destello, un condensador completamente cargado se descarga a través de un inductor. ¿En qué tiempo debe conectarse o desconectarse la corriente de 0,100 A a través de un inductor de 2,00 mH para inducir una emf de 500 V?
39. Una bobina con una autoinducción de 2,0 H transporta una corriente que varía con el tiempo según  $I(t) = (2,0 \text{ A}) \sin 120\pi t$ . Calcule una expresión para la emf inducida en la bobina.
40. Un solenoide de 50 cm de longitud se enrolla

con 500 vueltas de alambre. El área de la sección transversal de la bobina es  $2,0 \text{ cm}^2$ . ¿Cuál es la autoinducción del solenoide?

41. Una bobina con una autoinducción de  $3,0 \text{ H}$  transporta una corriente que disminuye a un ritmo uniforme  $dI/dt = -0,050 \text{ A/s}$ . ¿Cuál es la emf inducida en la bobina? Describa la polaridad de la emf inducida.
42. La corriente  $I(t)$  a través de un inductor de  $5,0 \text{ mH}$  varía con el tiempo, como se muestra a continuación. La resistencia del inductor es  $5,0 \Omega$ . Calcule el voltaje a través del inductor en  $t = 2,0 \text{ ms}$ ,  $t = 4,0 \text{ ms}$ , y  $t = 8,0 \text{ ms}$ .



43. Un solenoide largo y cilíndrico con 100 vueltas por centímetro tiene un radio de  $1,5 \text{ cm}$ . (a) Sin tener en cuenta los efectos de los extremos, ¿cuál es la autoinducción por unidad de longitud del solenoide? (b) Si la corriente que pasa por el solenoide cambia a una velocidad de  $5,0 \text{ A/s}$ , ¿cuál es la emf inducida por unidad de longitud?
44. Supongamos que un toroide rectangular tiene 2.000 bobinados y una autoinducción de  $0,040 \text{ H}$ . Si  $h = 0,10 \text{ m}$ , ¿cuál es la relación entre su radio exterior y su radio interior?



45. ¿Cuál es la autoinducción por metro de un cable coaxial cuyo radio interior es de  $0,50 \text{ mm}$  y cuyo radio exterior es de  $4,00 \text{ mm}$ ?

### 14.3 Energía en un campo magnético

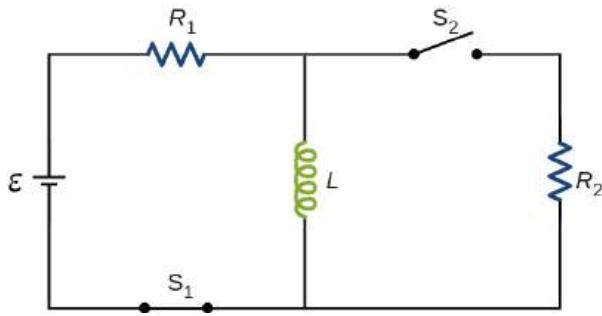
46. En el instante en que una corriente de  $0,20 \text{ A}$  fluye por una bobina de alambre, la energía almacenada en su campo magnético es

$6,0 \times 10^{-3} \text{ J}$ . ¿Cuál es la autoinducción de la bobina?

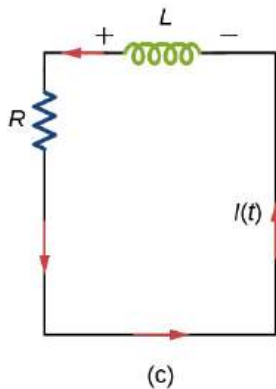
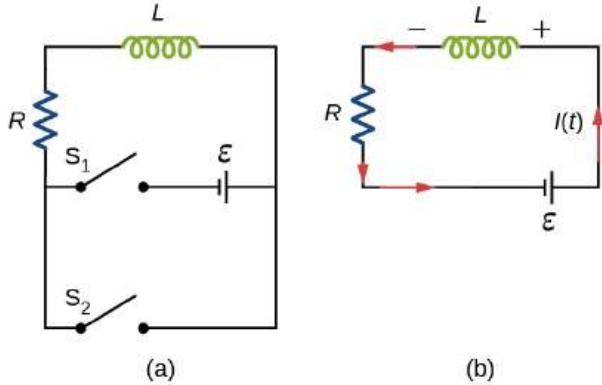
47. Supongamos que un toroide rectangular tiene 2.000 bobinados y una autoinducción de  $0,040 \text{ H}$ . Si  $h = 0,10 \text{ m}$ , ¿cuál es la corriente que circula por un toroide rectangular cuando la energía de su campo magnético es  $2,0 \times 10^{-6} \text{ J}$ ?
48. El solenoide A está enrollado de forma ajustada, mientras que el solenoide B tiene bobinas espaciadas uniformemente con una separación igual al diámetro del cable. Por lo demás, los solenoides son idénticos. Determine la relación de las energías almacenadas por unidad de longitud de estos solenoides cuando la misma corriente fluye a través de cada uno.
49. Un inductor de  $10 \text{ H}$  transporta una corriente de  $20 \text{ A}$ . ¿Cuánto hielo a  $0^\circ \text{ C}$  podría fundirse por la energía almacenada en el campo magnético del inductor? (Pista: Utilice el valor  $L_f = 334 \text{ J/g}$  para el hielo)
50. Una bobina con una autoinducción de  $3,0 \text{ H}$  y una resistencia de  $100 \Omega$  conduce una corriente constante de  $2,0 \text{ A}$ . (a) ¿Cuál es la energía almacenada en el campo magnético de la bobina? (b) ¿Cuál es la energía por segundo disipada en la resistencia de la bobina?
51. En un cable coaxial cuyo radio exterior es cinco veces su radio interior circula una corriente de  $1,2 \text{ A}$ . ¿Cuál es la energía del campo magnético almacenada en una longitud de  $3,0 \text{ m}$  del cable?

### 14.4 Circuitos RL

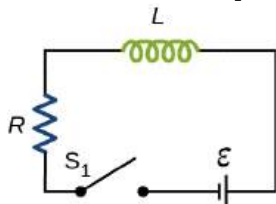
52. En la [Figura 14.12](#),  $\epsilon = 12 \text{ V}$ ,  $L = 20 \text{ mH}$ , y  $R = 5,0 \Omega$ . Determine (a) la constante de tiempo del circuito, (b) la corriente inicial en el resistor, (c) la corriente final en el resistor, (d) la corriente en el resistor cuando  $t = 2\tau_L$ , y (e) los voltajes en el inductor y el resistor cuando  $t = 2\tau_L$ .
53. Para el circuito que se muestra a continuación,  $\epsilon = 20 \text{ V}$ ,  $L = 4,0 \text{ mH}$ , y  $R = 5,0 \Omega$ . Una vez alcanzado el estado estacionario con el  $S_1$  cerrado y el  $S_2$  abierto, el  $S_2$  está cerrado e inmediatamente después (en  $t = 0$ )  $S_1$  está abierto. Determine (a) la corriente que pasa por  $L$  en  $t = 0$ , (b) la corriente que atraviesa  $L$  en  $t = 4,0 \times 10^{-4} \text{ s}$ , y (c) los voltajes en  $L$  y  $R_1$  en  $t = 4,0 \times 10^{-4} \text{ s}$   $R_1 = R_2 = R$ .



54. La corriente en el circuito  $RL$  que se muestra aquí aumenta a 40% de su valor en estado estacionario en 2,0 s. ¿Cuál es la constante de tiempo del circuito?

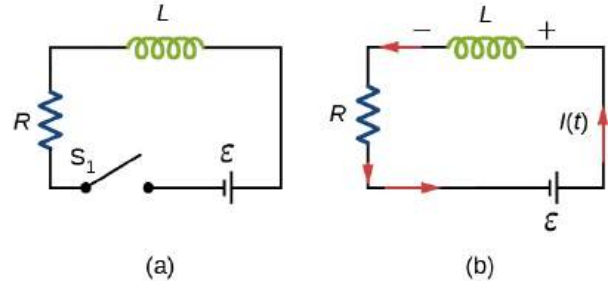


55. Cuánto tiempo tarda la corriente, después de activar el interruptor  $S_1$  en el circuito mostrado, en alcanzar la mitad de su valor máximo? Exprese su respuesta en términos de la constante de tiempo del circuito.

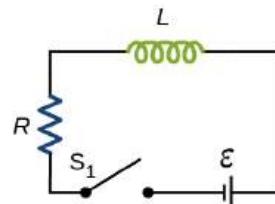


56. Examine el circuito mostrado en la parte (a). Determine  $di/dt$  en el instante posterior a la activación del interruptor en el circuito de (a), produciendo así el circuito de (b). Demuestre que si  $i$  siguiera aumentando a esta tasa inicial, alcanzaría

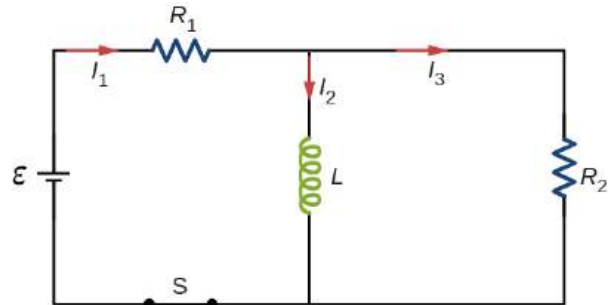
su máximo  $\epsilon/R$  en una constante de tiempo.



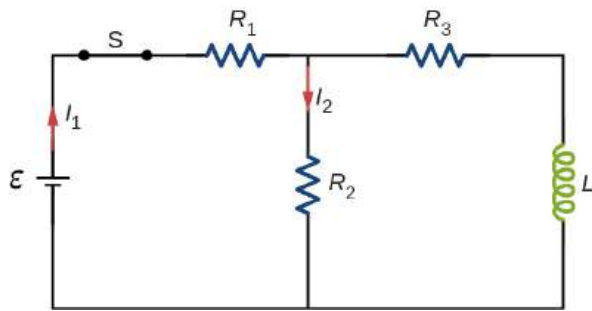
57. La corriente en el circuito  $RL$  que se muestra a continuación alcanza la mitad de su valor máximo en 1,75 ms después del interruptor  $S_1$  se cierra. Determine (a) la constante de tiempo del circuito y (b) la resistencia del circuito si  $L = 250$  mH.



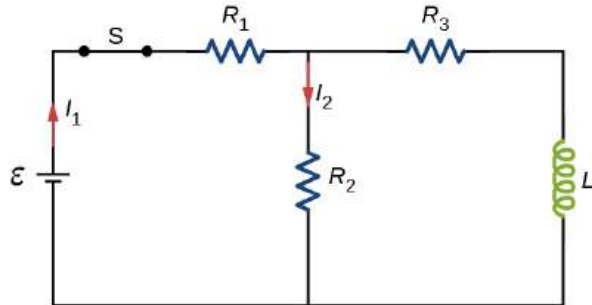
58. Considere el circuito que se muestra a continuación. Calcule  $I_1$ ,  $I_2$ , y  $I_3$  cuando (a) el interruptor  $S$  se cierra por primera vez, (b) después de que las corrientes hayan alcanzado los valores de estado estacionario, y (c) en el instante en que el interruptor se vuelve a abrir (después de estar cerrado durante mucho tiempo).



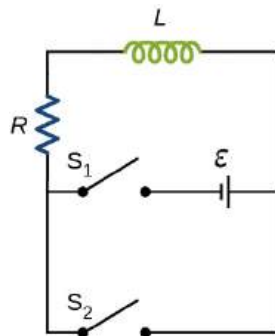
59. Para el circuito que se muestra a continuación,  $\epsilon = 50$  V,  $R_1 = 10 \Omega$ ,  $R_2 = R_3 = 19,4 \Omega$ , y  $L = 2,0$  mH. Calcule los valores de  $I_1$  y  $I_2$  (a) inmediatamente después de que se cierre el interruptor  $S$ , (b) mucho tiempo después de que se cierre el  $S$ , (c) inmediatamente después de que se vuelva a abrir el  $S$ , y (d) mucho tiempo después de que se vuelva a abrir el  $S$ .



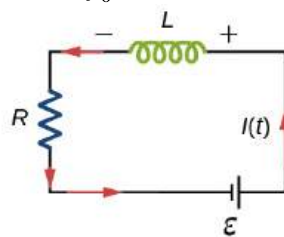
60. Para el circuito que se muestra a continuación, calcule la corriente que pasa por el inductor  $2,0 \times 10^{-5}$  s después de reabrir el interruptor.



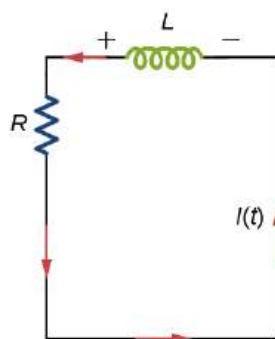
61. Demuestre que para el circuito mostrado a continuación, la energía inicial almacenada en el inductor,  $LI^2(0)/2$ , es igual a la energía total que finalmente se disipa en el resistor,  $\int_0^\infty I^2(t)Rdt$ .



(a)



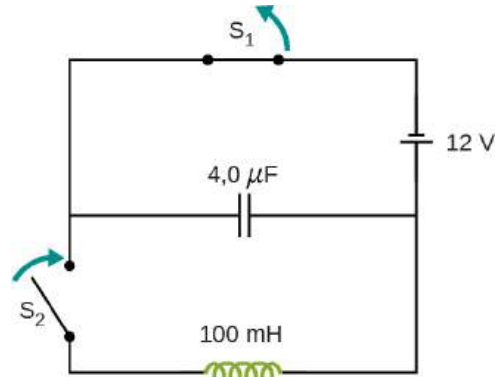
(b)



(c)

### 14.5 Oscilaciones en un circuito LC

62. Un condensador de  $5.000 \text{ pF}$  se carga a  $100 \text{ V}$  y se conecta rápidamente a un inductor de  $80 \text{ mH}$ . Determine (a) la energía máxima almacenada en el campo magnético del inductor, (b) el valor pico de la corriente y (c) la frecuencia de oscilación del circuito.
63. La autoinducción y la capacitancia de un circuito  $LC$  son  $0,20 \text{ mH}$  y  $5,0 \text{ pF}$ . ¿Cuál es la frecuencia angular a la que oscila el circuito?
64. ¿Cuál es la autoinducción de un circuito  $LC$  que oscila a  $60 \text{ Hz}$  cuando la capacitancia es  $10 \text{ }\mu\text{F}$ ?
65. En un circuito  $LC$  oscilante, la carga máxima del condensador es  $2,0 \times 10^{-6} \text{ C}$  y la corriente máxima a través del inductor es de  $8,0 \text{ mA}$ . (a) ¿Cuál es el periodo de las oscilaciones? (b) ¿Cuánto tiempo transcurre entre un instante en el que el condensador está sin cargar y el siguiente instante en el que está totalmente cargado?
66. La autoinducción y la capacitancia de un circuito  $LC$  oscilante son  $L = 20 \text{ mH}$  y  $C = 1,0 \text{ }\mu\text{F}$ , respectivamente. (a) ¿Cuál es la frecuencia de las oscilaciones? (b) Si la diferencia de potencial máxima entre las placas del condensador es de  $50 \text{ V}$ , ¿cuál es la corriente máxima en el circuito?
67. En un circuito  $LC$  oscilante, la carga máxima del condensador es  $q_m$ . Determine la carga del condensador y la corriente que pasa por el inductor cuando la energía se reparte por igual entre los campos eléctrico y magnético. Expresé su respuesta en términos de  $q_m$ ,  $L$ , y  $C$ .
68. En el circuito que se muestra a continuación,  $S_1$  se abre y  $S_2$  se cierra simultáneamente. Determine (a) la frecuencia de las oscilaciones resultantes, (b) la carga máxima en el condensador, (c) la corriente máxima a través del inductor, y (d) la energía electromagnética del circuito oscilante.



69. Un circuito  $LC$  en un sintonizador de AM (en un

estéreo de automóvil) utiliza una bobina con una inductancia de 2,5 mH y un condensador variable. Si la frecuencia natural del circuito debe ser ajustable en el rango de 540 a 1.600 kHz (la banda de emisión de AM), ¿qué rango de capacitancia se requiere?

#### 14.6 Circuitos RLC en serie

70. En un circuito  $RLC$  oscilante,  $R = 5,0 \Omega$ ,  $L = 5,0 \text{ mH}$ , y  $C = 500 \mu\text{F}$ . ¿Cuál es la frecuencia angular de las oscilaciones?

#### Problemas Adicionales

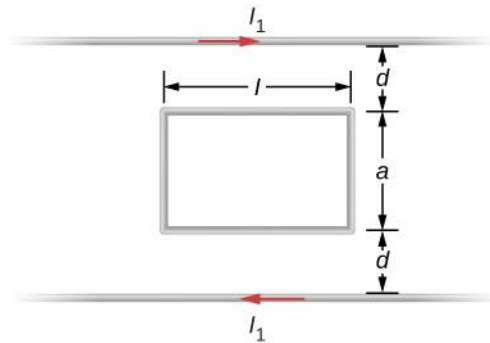
73. Demostrar que la autoinducción por unidad de longitud de un alambre infinito, recto y delgado es infinita.

74. Dos cables largos y paralelos transportan corrientes iguales en direcciones opuestas. El radio de cada cable es  $a$ , y la distancia entre los centros de los cables es  $d$ . Demuestre que si se puede ignorar el flujo magnético dentro de los propios cables, la autoinductancia de una longitud  $l$  de ese par de cables es

$$L = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{d-a}{a}.$$

(Pista: Calcule el flujo magnético a través de un rectángulo de longitud  $l$  entre los cables y luego utilice  $L = N\Phi/I$ .)

75. Un pequeño bucle rectangular de alambre con dimensiones  $l$ , y  $a$  se coloca, como se muestra a continuación, en el plano de un bucle rectangular de alambre mucho más grande. Los dos lados cortos del bucle mayor están tan alejados del bucle menor que sus campos magnéticos sobre los campos menores del bucle menor se pueden ignorar. ¿Cuál es la inductancia mutua de los dos bucles?



76. Supongamos que un solenoide cilíndrico está enrollado en un núcleo de hierro cuya susceptibilidad magnética es  $\chi$ . Utilizando la [Ecuación 14.9](#), demuestre que la autoinducción del solenoide viene dada por

71. En un circuito  $RLC$  oscilante con  $L = 10 \text{ mH}$ ,  $C = 1,5 \mu\text{F}$ , y  $R = 2,0 \Omega$ , ¿cuánto tiempo transcurre antes de que la amplitud de las oscilaciones caiga a la mitad de su valor inicial?

72. ¿Qué resistencia  $R$  debe conectarse en serie con un inductor de 200 mH y un condensador de  $10 \mu\text{F}$  para que el circuito  $RLC$  oscilante resultante, pueda disminuir al 50% de su valor inicial de carga en 50 ciclos? A 0,10% de su valor inicial en 50 ciclos?

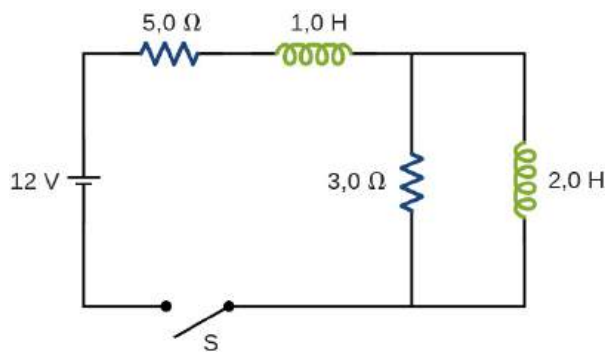
$$L = \frac{(1+\chi)\mu_0 N^2 A}{l},$$

donde  $l$  es su longitud,  $A$  su área de sección transversal y  $N$  su número total de vueltas.

77. Un solenoide con  $4 \times 10^7$  vueltas/m tiene un núcleo de hierro colocado en él cuya susceptibilidad magnética es  $4,0 \times 10^3$ . (a) Si una corriente de 2,0 A fluye a través del solenoide, ¿cuál es el campo magnético en el núcleo de hierro? (b) ¿Cuál es la corriente superficial efectiva formada por los bucles de corriente atómica alineados en el núcleo de hierro? (c) ¿Cuál es la autoinducción del solenoide con núcleo de hierro?

78. Un toroide rectangular con radio interior  $R_1 = 7,0 \text{ cm}$ , radio exterior  $R_2 = 9,0 \text{ cm}$ , altura  $h = 3,0$ , y  $N = 3.000$  vueltas está lleno de un núcleo de hierro de susceptibilidad magnética  $5,2 \times 10^3$ . (a) ¿Cuál es la autoinducción del toroide? (b) Si la corriente que atraviesa el toroide es de 2,0 A, ¿cuál es el campo magnético en el centro del núcleo? (c) Para esta misma corriente de 2,0 A, ¿cuál es la corriente superficial efectiva formada por los bucles de corriente atómica alineados en el núcleo de hierro?

79. El interruptor  $S$  del circuito que se muestra a continuación está cerrado a  $t = 0$ . Determine (a) la corriente inicial de la batería y (b) la corriente en estado estacionario de la batería.



80. En un circuito  $RLC$  oscilante,

### Problemas De Desafío

82. Un cable coaxial tiene un conductor interno de radio  $a$ , y una capa cilíndrica delgada externa de radio  $b$ . Una corriente  $I$  circula por el conductor interior y regresa por el exterior. La autoinducción de la estructura dependerá de cómo tienda a distribuirse la corriente en el cilindro interior. Investigue los dos casos extremos siguientes. (a) Deje que la corriente en el conductor interior se distribuya solo en la superficie y calcule la autoinducción. (b) Deje que la corriente en el cilindro interior se distribuya uniformemente en su sección transversal y calcule la autoinducción. Compárelo con sus resultados en (a).

83. En un circuito oscilante amortiguado la energía se disipa en el resistor. El factor  $Q$  es una medida de la persistencia del oscilador frente a la pérdida disipativa. (a) Demuestre que para un circuito ligeramente amortiguado la energía,  $U$ , en el circuito disminuye según la siguiente ecuación.

$$\frac{dU}{dt} = -2\beta U, \text{ donde } \beta = \frac{R}{2L}.$$

- (b) Utilizando la definición del factor  $Q$  como la energía dividida entre la pérdida en el siguiente ciclo, demuestre que el factor  $Q$  de un oscilador ligeramente amortiguado como se define en este problema es

$$Q \equiv \frac{U_{\text{de inicio}}}{\Delta U_{\text{de un ciclo}}} = \frac{1}{2\pi R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

- (Pista: Para (b), para obtener  $Q$ , dividir  $E$  al principio de un ciclo por el cambio  $\Delta E$  durante

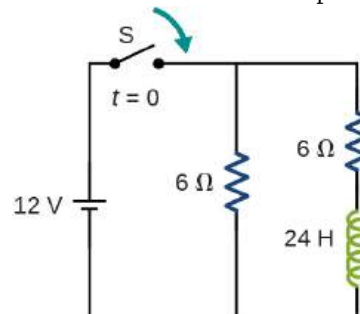
$$R = 7,0 \Omega, L = 10 \text{ mH}, \text{ y } C = 3,0 \mu\text{F}.$$

Inicialmente, el condensador tiene una carga de  $8,0 \mu\text{C}$  y la corriente es cero. Calcule la carga del condensador (a) cinco ciclos después y (b) 50 ciclos después.

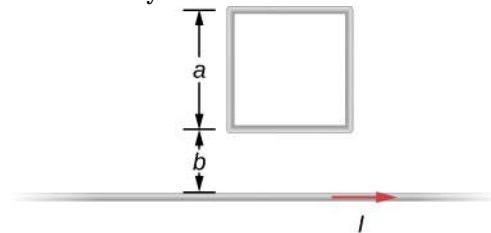
81. Un inductor de  $25,0 \text{ H}$  tiene  $100 \text{ A}$  de corriente apagada en  $1,00 \text{ ms}$ . (a) ¿Qué voltaje se induce para oponerse a esto? (b) ¿Qué no es razonable en este resultado? (c) ¿Qué suposición o premisa es responsable?

el siguiente ciclo)

84. El interruptor del circuito que se muestra a continuación está cerrado en  $t = 0 \text{ s}$ . Calcule las corrientes a través de (a)  $R_1$ , (b)  $R_2$  y (c) la batería en función del tiempo.



85. Un bucle cuadrado de  $2 \text{ cm}$  de lado se coloca a  $1 \text{ cm}$  de un cable largo que transporta una corriente que varía con el tiempo a una velocidad constante de  $3 \text{ A/s}$  como se muestra a continuación. (a) Utilice la ley de Ampère y halle el campo magnético. (b) Determine el flujo magnético que atraviesa el bucle. (c) Si el bucle tiene una resistencia de  $3 \Omega$ , ¿cuánta corriente inducida fluye en el bucle?



# CAPÍTULO 15

## Circuitos de corriente alterna



**Figura 15.1** La corriente que recibimos en nuestras casas es una corriente alterna (ac). Las líneas eléctricas transmiten la ac a nuestros vecindarios, donde las centrales eléctricas locales y los transformadores la distribuyen a nuestros hogares. En este capítulo se explica cómo funciona un transformador y cómo nos permite transmitir energía a voltajes muy altos y con mínimas pérdidas de calor en las líneas.

### ESQUEMA DEL CAPITULO

**15.1 Fuentes de ac**

**15.2 Circuitos simples de ac**

**15.3 Circuitos en serie RLC con ac**

**15.4 Potencia en un circuito de ac**

**15.5 Resonancia en un circuito de ac**

**15.6 Transformadores**

**INTRODUCCIÓN** La energía eléctrica llega a nuestros hogares mediante corriente alterna (ac) a través de líneas de transmisión de alto voltaje. Como se explica en la sección [Transformadores](#), los transformadores pueden cambiar la amplitud de la diferencia de potencial alterna a una forma más útil. Esto nos permite transmitir energía a voltajes muy altos, lo que minimiza pérdidas por calentamiento resistivo en las líneas, y luego suministrar esa energía a los hogares a voltajes más bajos y seguros. Como las diferencias de potencial constantes no se ven afectadas por los transformadores, esta capacidad es más difícil de conseguir con la transmisión de corriente continua.

En este capítulo utilizamos las leyes de Kirchhoff para analizar cuatro circuitos simples en los que fluye la ac. Hemos hablado del uso del resistor, el condensador y el inductor en los circuitos con baterías. Estos componentes también forman parte de los circuitos de ac. Sin embargo, como se requiere ac, la fuente constante de emf suministrada por una batería se sustituye por una fuente de voltaje alterno, que produce una emf oscilante.

## 15.1 Fuentes de ac

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

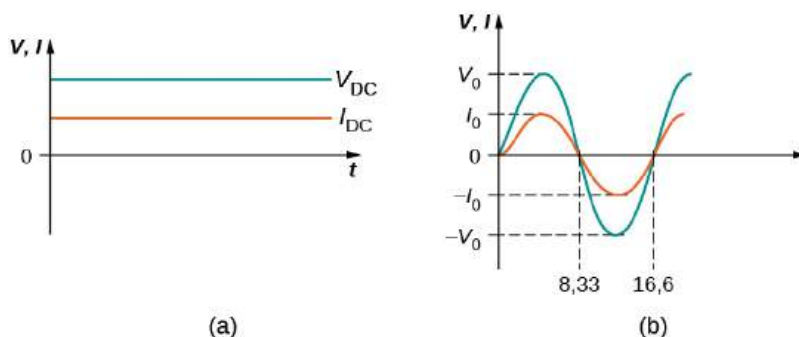
Al final de esta sección, podrás:

- Explicar las diferencias entre corriente continua (dc) y corriente alterna (ac).
- Definir los rasgos característicos de la corriente alterna y el voltaje alterno, como la amplitud o pico y la frecuencia.

La mayoría de los ejemplos tratados hasta ahora en este libro, especialmente los que utilizan baterías, tienen fuentes de voltaje constante. Así, una vez establecida la corriente, esta es constante. La **corriente continua (dc)** es el flujo de carga eléctrica en una sola dirección. Es el estado estacionario de un circuito de voltaje constante.

Sin embargo, la mayoría de las aplicaciones conocidas utilizan una fuente de voltaje variable en el tiempo. La **corriente alterna (ac)** es el flujo de carga eléctrica que invierte periódicamente su dirección. La ac es producida por una emf alterna, que se genera en una central eléctrica, como se describe en [Campos eléctricos inducidos](#). Si la fuente de ac varía periódicamente, especialmente de forma sinusoidal, el circuito se conoce como circuito de ac. Por ejemplo, la energía comercial y residencial que sirve para muchas de nuestras necesidades.

Los voltajes alternos y frecuencias de ac que se utilizan habitualmente en las empresas y los hogares varían en todo el mundo. En una casa típica, la diferencia de potencial entre los dos lados de una toma de corriente alterna sinusoidalmente con una frecuencia de 60 o 50 Hz y una amplitud de 170 o 311 V, según se viva en Estados Unidos o Europa, respectivamente. La mayoría de la gente sabe que la diferencia de potencial de las tomas de corriente es de 120 V o 220 V en EE. UU. o Europa, pero como se explica más adelante en el capítulo, estos voltajes no son los valores máximos que se dan aquí, sino que están relacionados con los voltajes comunes que vemos en nuestras tomas de corriente. La [Figura 15.2](#) muestra gráficos de voltaje y corriente versus tiempo para dc y ac típicas de Estados Unidos.



**FIGURA 15.2** (a) El voltaje continuo y la corriente continua son constantes en el tiempo, una vez establecida la corriente. (b) El voltaje y la corriente versus tiempo son muy diferentes para la energía de ac. En este ejemplo, que muestra la potencia de ac de 60 Hz y el tiempo  $t$  en milisegundos, el voltaje y la corriente son sinusoidales y están en fase para un circuito de resistencia simple. Las frecuencias y los picos de voltajes de las fuentes de ac son muy diferentes.

Supongamos que conectamos un resistor a una fuente de voltaje alterno y determinamos cómo el voltaje y la corriente varían en el tiempo a través del resistor. La [Figura 15.3](#) muestra un esquema de un circuito sencillo con una fuente de voltaje alterno. El voltaje fluctúa sinusoidalmente con el tiempo a una frecuencia fija, como se muestra, en los terminales de la batería o en el resistor. Por lo tanto, el **voltaje alterno**, o el "voltaje en un enchufe" puede venir dado por

$$v = V_0 \sin \omega t,$$

15.1

donde  $v$  es el voltaje en el momento  $t$ ,  $V_0$  es el voltaje pico, y  $\omega$  es la frecuencia angular en radianes por segundo. Para una casa típica en Estados Unidos,  $V_0 = 170 \text{ V}$  y  $\omega = 120\pi \text{ rad/s}$ , mientras que en Europa,  $V_0 = 311 \text{ V}$  y  $\omega = 100\pi \text{ rad/s}$ .

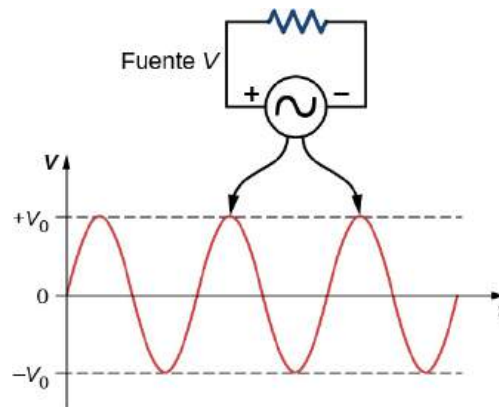


Para este sencillo circuito de resistencia,  $I = V/R$ , por lo que la **ac**, es decir, la corriente que fluctúa sinusoidalmente con el tiempo a una frecuencia fija, es

$$i = I_0 \text{ sen } \omega t,$$

15.2

donde  $i$  es la corriente en el momento  $t$  y  $I_0$  es la corriente máxima y es igual a  $V_0/R$ . En este ejemplo, se dice que el voltaje y la corriente están en fase, lo que significa que sus formas funcionales sinusoidales tienen picos, valles y nodos en el mismo lugar. Oscilan de forma sincronizada, como se muestra en la [Figura 15.2\(b\)](#). En estas ecuaciones, y a lo largo de este capítulo, utilizamos letras minúsculas (como la  $i$ ) para indicar valores instantáneos y letras mayúsculas (como la  $I$ ) para indicar valores máximos o pico.



**FIGURA 15.3** La diferencia de potencial  $V$  entre los terminales de una fuente de voltaje alterno fluctúa, por lo que la fuente y el resistor tienen ondas sinusoidales alternas por encima de cada uno. La expresión matemática de  $v$  viene dada por  $v = V_0 \text{ sen } \omega t$ .

La corriente en el resistor se alterna de un lado a otro al igual que el voltaje de conducción, ya que  $I = V/R$ . Si el resistor es una bombilla fluorescente, por ejemplo, se ilumina y se oscurece 120 veces por segundo cuando la corriente pasa repetidamente por cero. Un parpadeo de 120 Hz es demasiado rápido para que sus ojos lo detecten, pero si agita la mano de un lado a otro entre su cara y una luz fluorescente, verá el efecto estroboscópico del ac.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 15.1**

Si se considera una fuente de voltaje alterno europeo, ¿cuál es la diferencia de tiempo entre los cruces por cero en una gráfica de voltaje alterno en función del tiempo?

## 15.2 Circuitos simples de ac

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

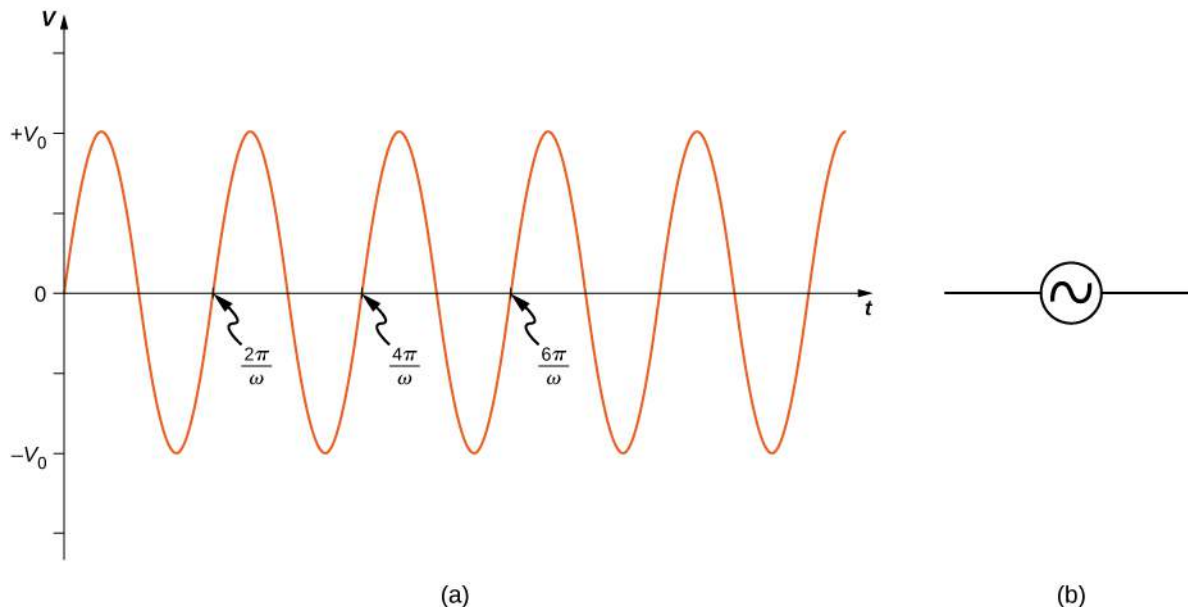
- Interpretar diagramas fasoriales y aplicarlos a circuitos de ac con resistores, condensadores e inductores.
- Definir la reactancia para un resistor, un condensador y un inductor para ayudar a entender cómo se comporta la corriente en el circuito en comparación con cada uno de estos dispositivos.

En esta sección estudiamos modelos sencillos de fuentes de voltaje alterno conectadas a tres componentes del circuito: (1) un resistor, (2) un condensador y (3) un inductor. La potencia suministrada por una fuente de voltaje alterno tiene una emf dada por

$$v(t) = V_0 \text{ sen } \omega t,$$

como se muestra en la [Figura 15.4](#). Esta función sinusoidal supone que empezamos a registrar el voltaje cuando es  $v = 0$  V en un momento de  $t = 0$  s. Es posible que haya una constante de fase que desplace la función cuando empezamos a medir voltajes, similar a la constante de fase en las ondas que estudiamos en [Ondas \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/16-introduccion\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/16-introduccion). Sin embargo, como

somos libres de elegir cuándo empezamos a examinar el voltaje, podemos ignorar esta constante de fase por ahora. Podemos medir este voltaje a través de los componentes del circuito utilizando uno de los dos métodos: (1) un enfoque cuantitativo basado en nuestro conocimiento de los circuitos, o (2) un enfoque gráfico que se explica en las próximas secciones.



**FIGURA 15.4** (a) La salida  $v(t) = V_0 \text{ sen } \omega t$  de un generador de ac. (b) Símbolo utilizado para representar una fuente de voltaje alterno en un diagrama de circuito.

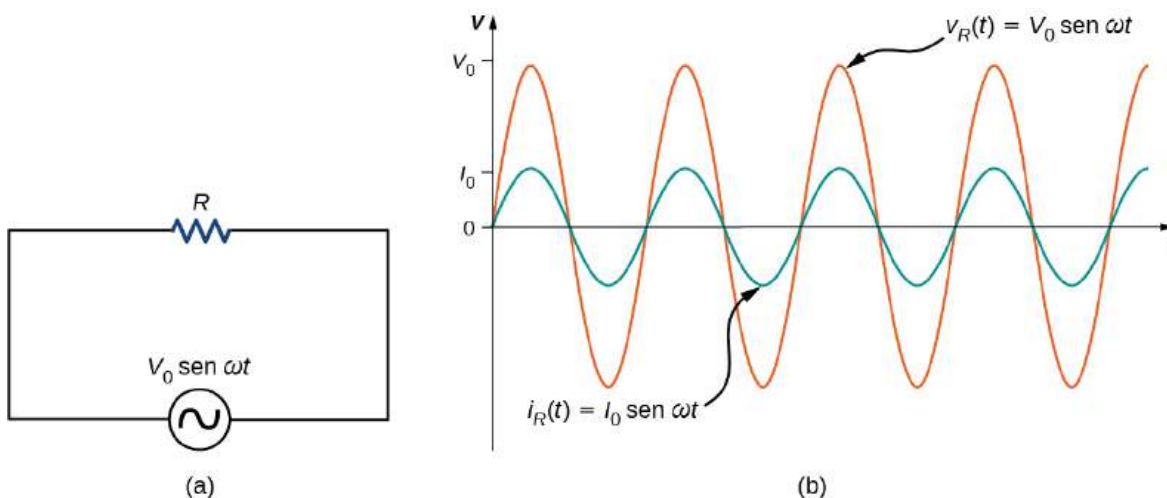
## Resistor

En primer lugar, consideremos un resistor conectado a una fuente de voltaje alterno. A partir de la regla de las tensiones de Kirchhoff, el voltaje instantáneo a través del resistor de la [Figura 15.5\(a\)](#) es

$$v_R(t) = V_0 \text{ sen } \omega t$$

y la corriente instantánea a través del resistor es

$$i_R(t) = \frac{v_R(t)}{R} = \frac{V_0}{R} \text{ sen } \omega t = I_0 \text{ sen } \omega t.$$

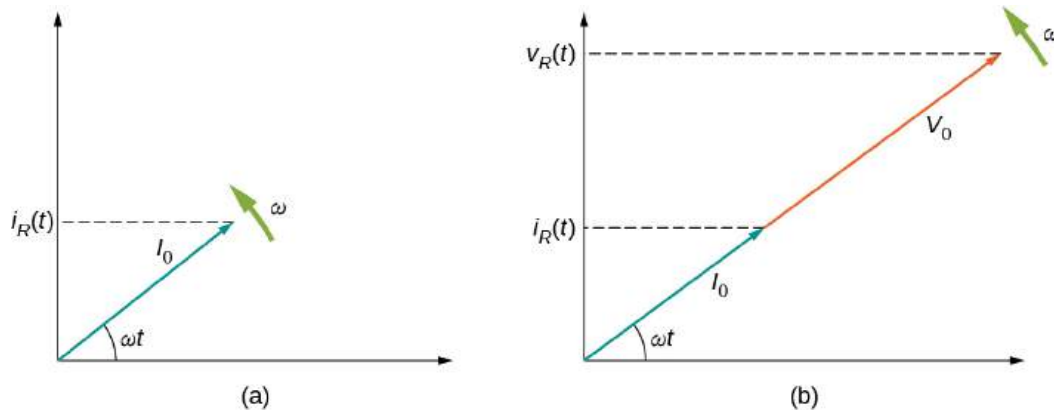


**FIGURA 15.5** (a) Un resistor conectado a una fuente de voltaje alterno. (b) La corriente  $i_R(t)$  a través del resistor y el voltaje  $v_R(t)$  a través del resistor. Las dos cantidades están en fase.

Aquí,  $I_0 = V_0/R$  es la amplitud de la corriente variable en el tiempo. Gráficos de  $i_R(t)$  y  $v_R(t)$  se muestran en

la [Figura 15.5\(b\)](#). Ambas curvas alcanzan sus máximos y mínimos en los mismos momentos, es decir, la corriente que pasa y el voltaje que atraviesa el resistor están en fase.

Las representaciones gráficas de las relaciones de fase entre la corriente y el voltaje suelen ser útiles en el análisis de los circuitos de ac. Estas representaciones se denominan *diagramas fasoriales*. El diagrama fasorial de  $i_R(t)$  se muestra en la [Figura 15.6\(a\)](#), con la corriente en el eje vertical. La flecha (o fasor) gira en sentido contrario a las agujas del reloj con una frecuencia angular constante  $\omega$ , por lo que lo estamos viendo en un instante en el tiempo. Si la longitud de la flecha corresponde a la amplitud de la corriente  $I_0$ , la proyección de la flecha giratoria sobre el eje vertical es  $i_R(t) = I_0 \sin \omega t$ , que es la corriente instantánea.



**FIGURA 15.6** (a) El diagrama fasorial que representa la corriente a través del resistor de la [Figura 15.5](#). (b) El diagrama fasorial que representa ambos  $i_R(t)$  y  $v_R(t)$ .

El eje vertical de un diagrama fasorial puede ser el voltaje o la corriente, según el fasor que se examine. Además, se pueden representar varias magnitudes en el mismo diagrama fasorial. Por ejemplo, tanto el actual  $i_R(t)$  y el voltaje  $v_R(t)$  se muestran en el diagrama de la [Figura 15.6\(b\)](#). Como tienen la misma frecuencia y están en fase, sus fasores apuntan en la misma dirección y giran juntos. Las longitudes relativas de los dos fasores son arbitrarias porque representan cantidades diferentes; sin embargo, la relación de las longitudes de los dos fasores puede representarse mediante la resistencia, ya que uno es un fasor de voltaje y el otro de corriente.

## Condensador

Consideremos ahora un condensador conectado a una fuente de voltaje alterno. A partir de la regla de las tensiones de Kirchhoff, el voltaje instantáneo a través del condensador de la [Figura 15.7\(a\)](#) es

$$v_C(t) = V_0 \sin \omega t.$$

Recordemos que la carga de un condensador viene dada por  $Q = CV$ . Esto es cierto en cualquier momento medido en el ciclo de ac del voltaje. En consecuencia, la carga instantánea del condensador es

$$q(t) = Cv_C(t) = CV_0 \sin \omega t.$$

Dado que la corriente en el circuito es la velocidad a la que la carga entra (o sale) del condensador,

$$i_C(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \omega CV_0 \cos \omega t = I_0 \cos \omega t,$$

donde  $I_0 = \omega CV_0$  es la amplitud de la corriente. Utilizando la relación trigonométrica  $\cos \omega t = \sin(\omega t + \pi/2)$ , podemos expresar la corriente instantánea como

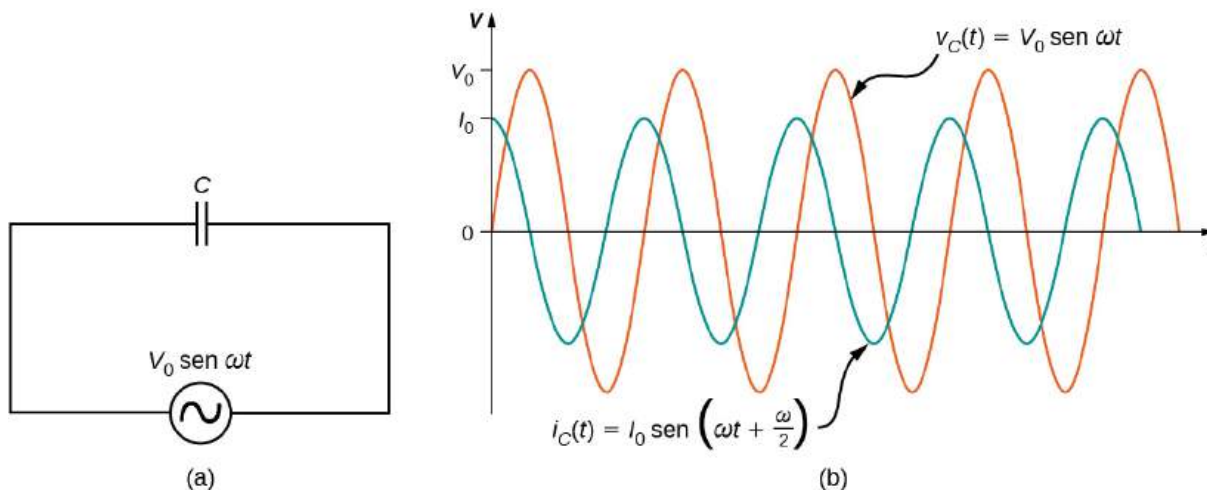
$$i_C(t) = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Dividiendo  $V_0$  entre  $I_0$ , obtenemos una ecuación que se parece a la ley de Ohm:

$$\frac{V_0}{I_0} = \frac{1}{\omega C} = X_C.$$

15.3

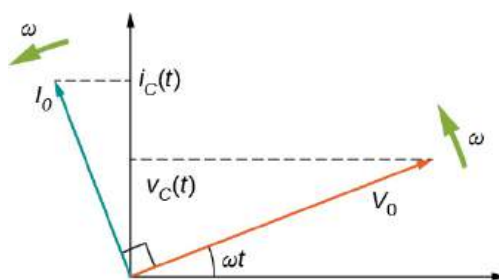
La cantidad  $X_C$  es análoga a la resistencia en un circuito de corriente continua en el sentido de que ambas magnitudes son una relación entre un voltaje y una corriente. Por ello, tienen la misma unidad, el ohmio. Sin embargo, hay que tener en cuenta que un condensador almacena y descarga energía eléctrica, mientras que un resistor la disipa. La cantidad  $X_C$  se conoce como la **reactancia capacitiva** del condensador, o la oposición de un condensador a un cambio de corriente. Depende de forma inversa de la frecuencia de la fuente de ac: una alta frecuencia conduce a una baja reactancia capacitiva.



**FIGURA 15.7** (a) Un condensador conectado a un generador de ac. (b) La corriente  $i_C(t)$  a través del condensador y el voltaje  $v_C(t)$  a través del condensador. Observe que  $i_C(t)$  lleva  $v_C(t)$  entre  $\pi/2$  rad.

Una comparación de las expresiones para  $v_C(t)$  y  $i_C(t)$  muestra que hay una diferencia de fase de  $\pi/2$  rad entre ellos. Cuando estas dos cantidades se grafican juntas, la corriente alcanza un pico de un cuarto de ciclo (o  $\pi/2$  rad) por delante del voltaje, como se ilustra en la [Figura 15.7\(b\)](#). La corriente a través de un condensador conduce al voltaje a través de un condensador por  $\pi/2$  rad, o un cuarto de ciclo.

El diagrama fasorial correspondiente se muestra en la [Figura 15.8](#). Aquí, la relación entre  $i_C(t)$  y  $v_C(t)$  se representa haciendo que sus fasores giren a la misma frecuencia angular, con el fasor de la corriente a la cabeza por  $\pi/2$  rad.



**FIGURA 15.8** El diagrama fasorial del condensador de la [Figura 15.7](#). El fasor de la corriente adelanta al fasor del voltaje en  $\pi/2$  rad ya que ambos giran con la misma frecuencia angular.

Hasta ahora, hemos utilizado exclusivamente los valores de pico de la corriente o el voltaje en nuestra discusión, es decir,  $I_0$  y  $V_0$ . Sin embargo, si promediamos los valores de corriente o voltaje, estos valores son cero. Por lo tanto, a menudo utilizamos una segunda convención llamada valor cuadrático medio, o valor eficaz, en las discusiones sobre la corriente y el voltaje. El rms funciona a la inversa de la terminología. Primero, se eleva la función al cuadrado, después se toma la media y, por último, se halla la raíz cuadrada. Como resultado, los valores eficaces de la corriente y el voltaje no son cero. Los aparatos y dispositivos se citan habitualmente con valores rms para su funcionamiento, en lugar de valores de pico. Indicamos los valores rms con un subíndice unido a una letra mayúscula (como  $I_{\text{rms}}$ ).

Aunque un condensador es básicamente un circuito abierto, una **corriente rms**, o el valor cuadrático medio de la corriente, en un circuito con un voltaje alterno aplicado a un condensador. Considera que

$$I_{\text{rms}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad 15.4$$

donde  $I_0$  es la corriente de pico en un sistema de ac. El **voltaje rms**, o valor cuadrático medio del voltaje, es

$$V_{\text{rms}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}, \quad 15.5$$

donde  $V_0$  es el voltaje de pico en un sistema de ac. La corriente rms aparece porque el voltaje se invierte continuamente, cargando y descargando el condensador. Si la frecuencia llega a cero, lo que sería un voltaje continuo,  $X_C$  tiende a infinito, y la corriente es cero una vez cargado el condensador. A frecuencias muy altas, la reactancia del condensador tiende a cero: tiene una reactancia despreciable y no impide la corriente (actúa como un simple cable).

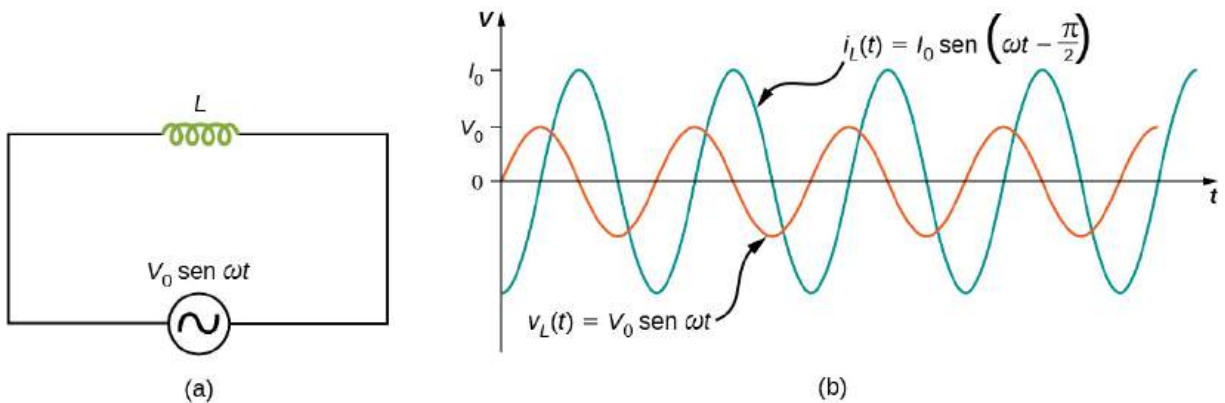
### Inductor

Por último, consideremos un inductor conectado a una fuente de voltaje alterno. A partir de la regla de las tensiones de Kirchhoff, el voltaje a través del inductor  $L$  de la [Figura 15.9\(a\)](#) es

$$v_L(t) = V_0 \text{ sen } \omega t. \quad 15.6$$

La fuerza electromotriz a través de un inductor es igual a  $\varepsilon = -L(di_L/dt)$ ; sin embargo, la diferencia de potencial a través del inductor es  $v_L(t) = L di_L(t)/dt$ , ya que si consideramos que el voltaje alrededor del bucle debe ser igual a cero, el voltaje obtenido de la fuente de ac debe disiparse a través del inductor. Por lo tanto, conectando esto con la fuente de voltaje alterno, tenemos

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{V_0}{L} \text{ sen } \omega t.$$



**FIGURA 15.9** (a) Un inductor conectado a través de un generador de ac. (b) La corriente  $i_L(t)$  a través del inductor y el voltaje  $v_L(t)$  a través del inductor. Aquí  $i_L(t)$  retrasa  $v_L(t)$  entre  $\pi/2$  rad.

El actual  $i_L(t)$  se encuentra integrando esta ecuación. Como el circuito no contiene una fuente de emf constante, no hay corriente constante en el circuito. Por lo tanto, podemos establecer la constante de integración, que representa la corriente constante en el circuito, igual a cero, y tenemos

$$i_L(t) = -\frac{V_0}{\omega L} \cos \omega t = \frac{V_0}{\omega L} \text{ sen } \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) = I_0 \text{ sen } \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right), \quad 15.7$$

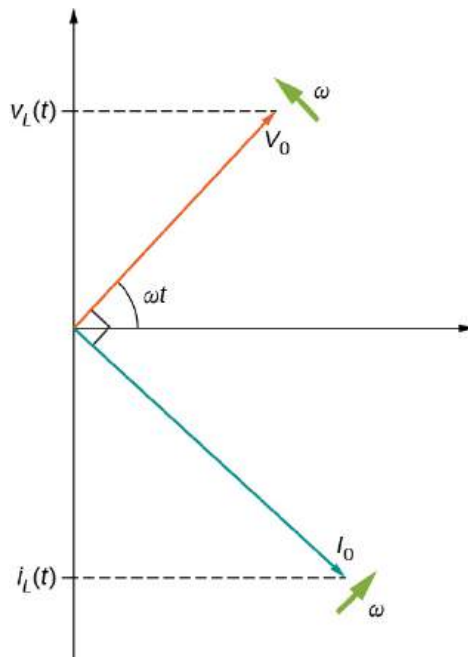
donde  $I_0 = V_0/\omega L$ . La relación entre  $V_0$  y  $I_0$  también puede escribirse de forma análoga a la ley de Ohm:

$$\frac{V_0}{I_0} = \omega L = X_L. \quad 15.8$$

La cantidad  $X_L$  se conoce como la **reactancia inductiva** del inductor, o la oposición de un inductor a un

cambio de corriente; su unidad es también el ohmio. Tenga en cuenta que  $X_L$  varía directamente en función de la frecuencia de la fuente de ac: la alta frecuencia provoca una alta reactancia inductiva.

Una diferencia de fase de  $\pi/2$  rad se produce entre la corriente que pasa y el voltaje a través del inductor. En la [Ecuación 15.6](#) y la [Ecuación 15.7](#), la corriente que atraviesa un inductor se retrasa con respecto a la diferencia de potencial en el mismo en  $\pi/2$  rad o un cuarto de ciclo. El diagrama fasorial para este caso se muestra en la [Figura 15.10](#).



**FIGURA 15.10** El diagrama fasorial del inductor de la [Figura 15.9](#). El fasor de la corriente va por detrás del fasor del voltaje en  $\pi/2$  rad ya que ambos giran con la misma frecuencia angular.

### INTERACTIVO

Una animación de la Universidad de Nueva Gales del Sur [Circuitos ac \(https://openstax.org/l/21accircuits\)](https://openstax.org/l/21accircuits) ilustra algunos de los conceptos que tratamos en este capítulo. También incluyen diagramas de ondas y fasoriales que evolucionan con el tiempo para que puedas hacerte una mejor idea de cómo cambia cada uno con el tiempo.

## EJEMPLO 15.1

### Circuitos simples de ac

Un generador de ac produce una emf de amplitud 10 V a una frecuencia  $f = 60$  Hz. Determine los voltajes y las corrientes que atraviesan los elementos del circuito cuando el generador está conectado a (a) un resistor de  $100 - \Omega$ , (b) un condensador de  $10 - \mu\text{F}$  y (c) un inductor de 15 mH.

#### Estrategia

Todo el voltaje alterno a través de cada dispositivo es el mismo que el voltaje de la fuente. Podemos determinar las corrientes encontrando la reactancia  $X$  de cada dispositivo y resolviendo la corriente pico mediante  $I_0 = V_0/X$ .

#### Solución

El voltaje en los terminales de la fuente es

$$v(t) = V_0 \sin \omega t = (10 \text{ V}) \sin 120\pi t,$$

donde  $\omega = 2\pi f = 120\pi$  rad/s es la frecuencia angular. Como  $v(t)$  es también el voltaje a través de cada uno de los elementos, tenemos

$$v(t) = v_R(t) = v_C(t) = v_L(t) = (10 \text{ V}) \text{ sen } 120\pi t.$$

a. Cuando  $R = 100 \Omega$ , la amplitud de la corriente a través del resistor es

$$I_0 = V_0/R = 10 \text{ V}/100 \Omega = 0,10 \text{ A},$$

así que

$$i_R(t) = (0,10 \text{ A}) \text{ sen } 120\pi t.$$

b. A partir de la [Ecuación 15.3](#), la reactancia capacitiva es

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(120\pi \text{ rad/s})(10 \times 10^{-6} \text{ F})} = 265 \Omega,$$

por lo que el valor máximo de la corriente es

$$I_0 = \frac{V_0}{X_C} = \frac{10 \text{ V}}{265 \Omega} = 3,8 \times 10^{-2} \text{ A}$$

y la corriente instantánea viene dada por

$$i_C(t) = (3,8 \times 10^{-2} \text{ A}) \text{ sen } \left( 120\pi t + \frac{\pi}{2} \right).$$

c. A partir de la [Ecuación 15.8](#), la reactancia inductiva es

$$X_L = \omega L = (120\pi \text{ rad/s})(15 \times 10^{-3} \text{ H}) = 5,7 \Omega.$$

Por lo tanto, la corriente máxima es

$$I_0 = \frac{10 \text{ V}}{5,7 \Omega} = 1,8 \text{ A}$$

y la corriente instantánea es

$$i_L(t) = (1,8 \text{ A}) \text{ sen } \left( 120\pi t - \frac{\pi}{2} \right).$$

### Importancia

Aunque el voltaje a través de cada dispositivo es el mismo, la corriente de pico tiene valores diferentes, dependiendo de la reactancia. La reactancia de cada dispositivo depende de los valores de resistencia, capacitancia o inductancia.

## ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 15.2

Repita el [Ejemplo 15.1](#) para una fuente de ac de 20 V de amplitud y 100 Hz de frecuencia.

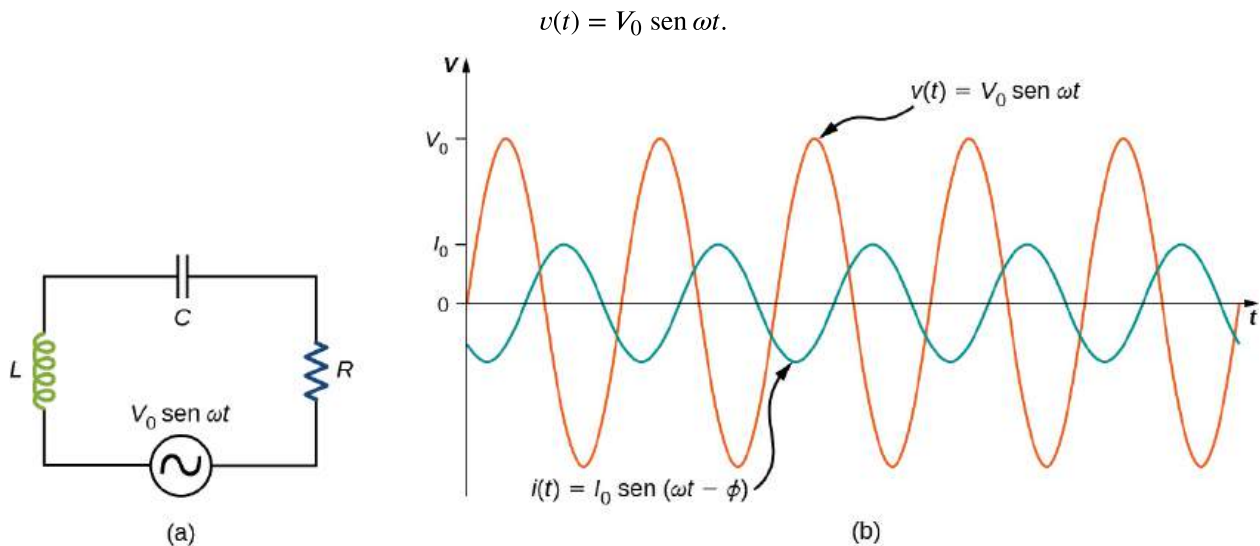
## 15.3 Circuitos en serie RLC con ac

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Describir cómo varía la corriente en un resistor, un condensador y un inductor mientras están en serie con una fuente de alimentación de ac.
- Utilizar fasores para comprender el ángulo de fase de un circuito de ac de resistores, condensadores e inductores y entender lo que significa ese ángulo de fase.
- Calcular la impedancia de un circuito.

El circuito de ac que se muestra en la [Figura 15.11](#), llamado *circuito en serie RLC*, es una combinación en serie de un resistor, un condensador y un inductor conectados a través de una fuente de ac. Produce una emf de



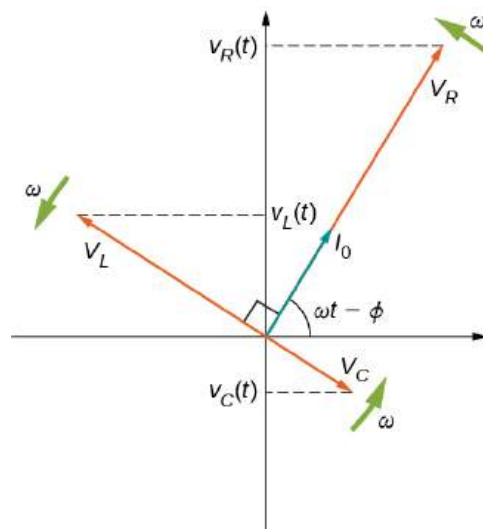
**FIGURA 15.11** (a) Un circuito en serie  $RLC$ . (b) Una comparación del voltaje de salida del generador y la corriente. El valor de la diferencia de fase  $\phi$  depende de los valores de  $R$ ,  $C$  y  $L$ .

Como los elementos están en serie, la misma corriente fluye a través de cada elemento en todos los momentos. La fase relativa entre la corriente y la emf no es evidente cuando los tres elementos están presentes. En consecuencia, representamos la corriente mediante la expresión general

$$i(t) = I_0 \text{ sen } (\omega t - \phi),$$

donde  $I_0$  es la amplitud de la corriente y  $\phi$  es el **ángulo de fase** entre la corriente y el voltaje aplicado. El ángulo de fase es, por tanto, la cantidad en la que el voltaje y la corriente están desfasados entre sí en un circuito. Nuestra tarea es hallar  $I_0$  y  $\phi$ .

Un diagrama fasorial que incluya  $i(t)$ ,  $v_R(t)$ ,  $v_C(t)$ , y  $v_L(t)$  es útil para analizar el circuito. Como se muestra en la [Figura 15.12](#), el fasor que representa  $v_R(t)$  apunta en la misma dirección que el fasor para  $i(t)$ ; su amplitud es  $V_R = I_0 R$ . El  $v_C(t)$  fasor se retrasa el fasor  $i(t)$  en  $\pi/2$  rad y tiene la amplitud  $V_C = I_0 X_C$ . El fasor de  $v_L(t)$  conduce el fasor  $i(t)$  por  $\pi/2$  rad y tiene la amplitud  $V_L = I_0 X_L$ .



**FIGURA 15.12** El diagrama fasorial del circuito en serie  $RLC$  de la [Figura 15.11](#).

En cualquier instante, el voltaje a través de la combinación  $RLC$  es  $v_R(t) + v_L(t) + v_C(t) = v(t)$ , la emf de la fuente. Dado que un componente de una suma de vectores es la suma de los componentes de los vectores individuales, por ejemplo,  $(A + B)_y = A_y + B_y$  - la proyección de la suma vectorial de los fasores sobre el eje vertical es la suma de las proyecciones verticales de los fasores individuales. Por lo tanto, si sumamos



vectorialmente los fasores que representan  $v_R(t)$ ,  $v_L(t)$ , y  $v_C(t)$  y luego hallamos la proyección de la resultante sobre el eje vertical, obtenemos

$$v_R(t) + v_L(t) + v_C(t) = v(t) = V_0 \sin \omega t.$$

La suma vectorial de los fasores se muestra en la [Figura 15.13](#). El fador resultante tiene una amplitud  $V_0$  y se dirige a un ángulo  $\phi$  con respecto al fador  $v_R(t)$ , o  $i(t)$ . La proyección de este fador resultante sobre el eje vertical es  $v(t) = V_0 \sin \omega t$ . Podemos determinar fácilmente las cantidades desconocidas  $I_0$  y  $\phi$  a partir de la geometría del diagrama fasorial. Para el ángulo de fase,

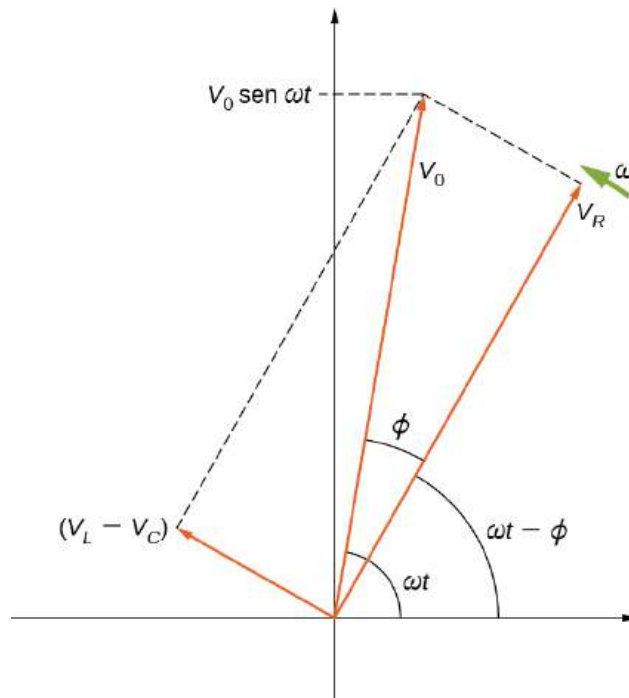
$$\phi = \tan^{-1} \frac{V_L - V_C}{V_R} = \tan^{-1} \frac{I_0 X_L - I_0 X_C}{I_0 R},$$

y tras la cancelación de  $I_0$ , esto se convierte en

$$\phi = \tan^{-1} \frac{X_L - X_C}{R}. \quad 15.9$$

Además, a partir del teorema de Pitágoras,

$$V_0 = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} = \sqrt{(I_0 R)^2 + (I_0 X_L - I_0 X_C)^2} = I_0 \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}.$$



**FIGURA 15.13** La resultante de los fasores para  $v_L(t)$ ,  $v_C(t)$ , y  $v_R(t)$  es igual al fador para  $v(t) = V_0 \sin \omega t$ . El fador  $i(t)$  (que no se muestra) está alineado con el fador  $v_R(t)$ .

La amplitud de la corriente es, por tanto, la versión ac de la ley de Ohm:

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{V_0}{Z}, \quad 15.10$$

donde

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad 15.11$$

se conoce como la **impedancia** del circuito. Su unidad es el ohmio, y es el análogo ac a la resistencia en un

circuito dc, que mide el efecto combinado de la resistencia, la reactancia capacitiva y la reactancia inductiva ([Figura 15.14](#)).



**FIGURA 15.14** Los condensadores de potencia se utilizan para equilibrar la impedancia de la inductancia efectiva en las líneas de transmisión.

El circuito  $RLC$  es análogo a la rueda de un automóvil que circula por una carretera ondulada ([Figura 15.15](#)). Los baches regularmente espaciados en la carretera hacen subir y bajar la rueda; del mismo modo que una fuente de voltaje aumenta y disminuye. El amortiguador actúa como la resistencia del circuito  $RLC$ , amortiguando y limitando la amplitud de la oscilación. La energía dentro del sistema de ruedas va y viene entre la energía cinética y la potencial almacenada en el resorte del automóvil, de forma análoga al cambio entre una corriente máxima, con energía almacenada en un inductor, y la ausencia de corriente, con energía almacenada en el campo eléctrico de un condensador. La amplitud del movimiento de la rueda es máxima si los baches de la carretera se producen a la frecuencia de resonancia, lo cual describimos con más detalle en la sección [Resonancia en un circuito de ac](#).



**FIGURA 15.15** En un automóvil, el amortiguador amortigua el movimiento y disipa la energía. Esto es muy parecido a la resistencia en un circuito  $RLC$ . La masa y el resorte determinan la frecuencia de resonancia.



## ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

### Circuitos de ac

Para analizar un circuito de ac que contiene resistores, condensadores e inductores es útil pensar en la reactancia de cada dispositivo y calcular la reactancia equivalente utilizando las reglas que usamos en el pasado para la resistencia equivalente. Los fasores son un gran método para determinar si la emf del circuito tiene fase positiva o negativa (es decir, adelanta o retrasa otros valores). A veces se utiliza el recurso mnemotécnico de "ELI el hombre ICE" para recordar que la emf (E) conduce la corriente (I) en un inductor (L) y la corriente (I) conduce la emf (E) en un condensador (C).

Utilice los siguientes pasos para determinar la emf del circuito mediante fasores:

1. Dibuje los fasores del voltaje a través de cada dispositivo: resistor, condensador e inductor, incluido el ángulo de fase en el circuito.
2. Si hay un condensador y un inductor, calcule el voltaje neto de estos dos fasores, ya que son antiparalelos.
3. Calcule el fasor equivalente a partir del fasor del paso 2 y el fasor del resistor utilizando trigonometría o componentes de los fasores. El fasor equivalente encontrado es la emf del circuito.



### EJEMPLO 15.2

#### Un circuito en serie RLC

La salida de un generador de ac conectado a una combinación en serie RLC tiene una frecuencia de 200 Hz y una amplitud de 0,100 V. Si  $R = 4,00 \Omega$ ,  $L = 3,00 \times 10^{-3} \text{ H}$ , y  $C = 8,00 \times 10^{-4} \text{ F}$ , ¿cuáles son (a) la reactancia capacitiva, (b) la reactancia inductiva, (c) la impedancia, (d) la amplitud de la corriente y (e) la diferencia de fase entre la corriente y la emf del generador?

#### Estrategia

Las reactancias y la impedancia en (a)-(c) se encuentran mediante sustituciones en la [Ecuación 15.3](#), la [Ecuación 15.8](#) y la [Ecuación 15.11](#), respectivamente. La amplitud de la corriente se calcula a partir del voltaje de pico y la impedancia. El desfase entre la corriente y la emf se calcula mediante la tangente inversa de la diferencia entre las reactancias dividida entre la resistencia.

#### Solución

- a. A partir de la [Ecuación 15.3](#), la reactancia capacitiva es

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi(200 \text{ Hz})(8,00 \times 10^{-4} \text{ F})} = 0,995 \Omega.$$

- b. A partir de la [Ecuación 15.8](#), la reactancia inductiva es

$$X_L = \omega L = 2\pi(200 \text{ Hz})(3,00 \times 10^{-3} \text{ H}) = 3,77 \Omega.$$

- c. Sustituyendo los valores de  $R$ ,  $X_C$  y  $X_L$  en la [Ecuación 15.11](#), obtenemos para la impedancia

$$Z = \sqrt{(4,00 \Omega)^2 + (3,77 \Omega - 0,995 \Omega)^2} = 4,87 \Omega.$$

- d. La amplitud de la corriente es

$$I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{0,100 \text{ V}}{4,87 \Omega} = 2,05 \times 10^{-2} \text{ A}.$$

- e. A partir de la [Ecuación 15.9](#), la diferencia de fase entre la corriente y la emf es

$$\phi = \tan^{-1} \frac{X_L - X_C}{R} = \tan^{-1} \frac{2,77 \Omega}{4,00 \Omega} = 0,607 \text{ rad}.$$

#### Importancia

El ángulo de fase es positivo porque la reactancia del inductor es mayor que la del condensador.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 15.3**

Calcule los voltajes a través del resistor, del condensador y del inductor en el circuito de la [Figura 15.11](#) utilizando  $v(t) = V_0 \sin \omega t$  como la salida del generador de ac.

---

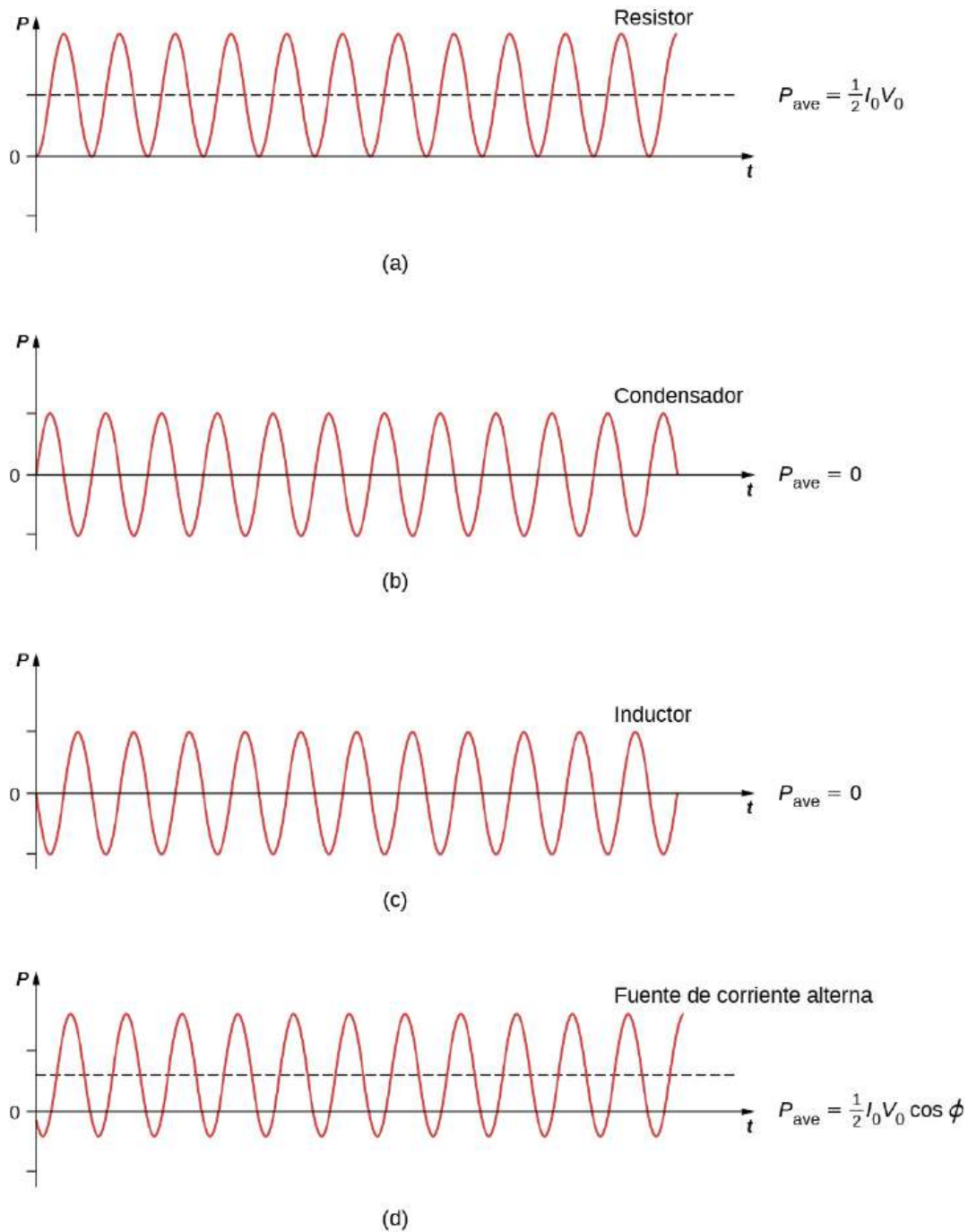
## 15.4 Potencia en un circuito de ac

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Describir cómo la potencia media de un circuito de ac puede escribirse en términos de corriente y voltaje pico y de voltaje y corriente rms.
- Determinar la relación entre el ángulo de fase de la corriente y el voltaje y la potencia media, conocida como factor de potencia.

Un elemento del circuito disipa o produce energía según  $P = IV$ , donde  $I$  es la corriente que atraviesa el elemento y  $V$  es el voltaje a través de él. Como la corriente y el voltaje dependen del tiempo en un circuito de ac, la potencia instantánea  $p(t) = i(t)v(t)$  también depende del tiempo. En la [Figura 15.16](#) se muestra un gráfico de  $p(t)$  para varios elementos del circuito. Para un resistor,  $i(t)$  y  $v(t)$  están en fase y, por tanto, tienen siempre el mismo signo (vea la [Figura 15.5](#)). Para un condensador o un inductor, los signos relativos de  $i(t)$  y  $v(t)$  varían a lo largo de un ciclo debido a sus diferencias de fase (vea la [Figura 15.7](#) y la [Figura 15.9](#)). En consecuencia,  $p(t)$  es positivo en algunos momentos y negativo en otros, lo que indica que los elementos capacitivos e inductivos producen energía en algunos instantes y la absorben en otros.



**FIGURA 15.16** Gráfico de la potencia instantánea para varios elementos del circuito. (a) Para el resistor,  $P_{\text{ave}} = I_0 V_0 / 2$ , mientras que para (b) el condensador y (c) el inductor,  $P_{\text{ave}} = 0$ . (d) Para la fuente,  $P_{\text{ave}} = I_0 V_0 (\cos \phi) / 2$ , que puede ser positiva, negativa o cero, según  $\phi$ .

Como la potencia instantánea varía tanto en magnitud como en signo a lo largo de un ciclo, rara vez tiene importancia práctica. Lo que nos preocupa casi siempre es la potencia promediada a lo largo del tiempo, a la que nos referimos como **potencia media**. Se define por la media temporal de la potencia instantánea durante un ciclo:

$$P_{\text{ave}} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt,$$

donde  $T = 2\pi/\omega$  es el periodo de las oscilaciones. Con las sustituciones  $v(t) = V_0 \sin \omega t$  y

$i(t) = I_0 \text{sen}(\omega t - \phi)$ , esta integral se convierte en

$$P_{\text{ave}} = \frac{I_0 V_0}{T} \int_0^T \text{sen}(\omega t - \phi) \text{sen} \omega t dt.$$

Utilizando la relación trigonométrica  $\text{sen}(A - B) = \text{sen} A \cos B - \text{sen} B \cos A$ , obtenemos

$$P_{\text{ave}} = \frac{I_0 V_0 \cos \phi}{T} \int_0^T \text{sen}^2 \omega t dt - \frac{I_0 V_0 \text{sen} \phi}{T} \int_0^T \text{sen} \omega t \cos \omega t dt.$$

La evaluación de estas dos integrales da como resultado

$$\frac{1}{T} \int_0^T \text{sen}^2 \omega t dt = \frac{1}{2}$$

y

$$\frac{1}{T} \int_0^T \text{sen} \omega t \cos \omega t dt = 0.$$

Por lo tanto, la potencia media asociada a un elemento del circuito viene dada por

$$P_{\text{ave}} = \frac{1}{2} I_0 V_0 \cos \phi. \quad \mathbf{15.12}$$

En aplicaciones de ingeniería,  $\cos \phi$  se conoce como el **factor de potencia**, que es la cantidad en la que la potencia entregada en el circuito es inferior a la máxima teórica del circuito debido a que voltaje y la corriente están desfasadas. Para un resistor,  $\phi = 0$ , por lo que la potencia media disipada es

$$P_{\text{ave}} = \frac{1}{2} I_0 V_0.$$

Una comparación de  $p(t)$  y  $P_{\text{ave}}$  se muestra en la [Figura 15.16\(d\)](#). Para hacer  $P_{\text{ave}} = (1/2) I_0 V_0$  se parece a su homólogo de corriente continua, utilizamos los valores rms  $I_{\text{rms}}$  y  $V_{\text{rms}}$  de la corriente y el voltaje. Por definición, se trata de

$$I_{\text{rms}} = \sqrt{i_{\text{ave}}^2} \text{ y } V_{\text{rms}} = \sqrt{v_{\text{ave}}^2},$$

donde

$$i_{\text{ave}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt \text{ y } v_{\text{ave}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt.$$

Con  $i(t) = I_0 \text{sen}(\omega t - \phi)$  y  $v(t) = V_0 \text{sen} \omega t$ , obtenemos

$$I_{\text{rms}} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_0 \text{ y } V_{\text{rms}} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_0.$$

Podemos entonces escribir para la potencia media disipada por un resistor,

$$P_{\text{ave}} = \frac{1}{2} I_0 V_0 = I_{\text{rms}} V_{\text{rms}} = I_{\text{rms}}^2 R. \quad \mathbf{15.13}$$

Esta ecuación subraya incluso más por qué se elige el valor cuadrático medio (rms) en la discusión en vez de los valores máximos. Ambas ecuaciones para la potencia media son correctas para la [Ecuación 15.13](#), pero los valores rms en la fórmula dan una representación más limpia, por lo que el factor extra de 1/2 no es necesario.

Los voltajes y corrientes alternas suelen describirse en términos de sus valores cuadráticos medios. Por ejemplo, los 110 V de una toma de corriente doméstica son un valor cuadrático medio. La amplitud de esta fuente es  $110\sqrt{2} \text{ V} = 156 \text{ V}$ . Dado que la mayoría de los medidores de ac están calibrados en términos de

valores cuadráticos medios, un típico voltímetro de ac colocado en una toma de corriente doméstica leerá 110 V.

Para un condensador y un inductor,  $\phi = \pi/2$  y  $-\pi/2$  rad, respectivamente. Dado que  $\cos\pi/2 = \cos(-\pi/2) = 0$ , hallamos en la [Ecuación 15.12](#) que la potencia media disipada por cualquiera de estos elementos es  $P_{\text{ave}} = 0$ . Los condensadores e inductores absorben energía del circuito durante un semiciclo y la descargan de nuevo al circuito durante el otro semiciclo. Este comportamiento se ilustra en los gráficos de la [Figura 15.16](#), (b) y (c), que muestran que  $p(t)$  oscila sinusoidalmente alrededor de cero.

El ángulo de fase de un generador de ac puede tener cualquier valor. Si  $\cos\phi > 0$ , el generador produce energía; si  $\cos\phi < 0$ , absorbe la energía. En términos de valores cuadráticos medios, la potencia media de un generador de ac se escribe como

$$P_{\text{ave}} = I_{\text{rms}} V_{\text{rms}} \cos\phi.$$

Para el generador en un circuito  $RLC$ ,

$$\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

y

$$\cos\phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{R}{Z}.$$

Por lo tanto, la potencia media del generador es

$$P_{\text{ave}} = I_{\text{rms}} V_{\text{rms}} \cos\phi = \frac{V_{\text{rms}}}{Z} V_{\text{rms}} \frac{R}{Z} = \frac{V_{\text{rms}}^2 R}{Z^2}. \quad 15.14$$

Esto también puede escribirse como

$$P_{\text{ave}} = I_{\text{rms}}^2 R,$$

lo que indica que la potencia producida por el generador se disipa en el resistor. Como podemos ver, la ley de Ohm para el valor eficaz de la ac se obtiene dividiendo el voltaje rms entre la impedancia.



### EJEMPLO 15.3

#### Potencia de un generador

Un generador de ac cuya emf viene dada por

$$v(t) = (4,00 \text{ V}) \sin \left[ (1,00 \times 10^4 \text{ rad/s}) t \right]$$

se conecta a un circuito  $RLC$  para el que  $L = 2,00 \times 10^{-3} \text{ H}$ ,  $C = 4,00 \times 10^{-6} \text{ F}$ , y  $R = 5,00 \Omega$ . (a) ¿Cuál es voltaje rms en el generador? (b) ¿Cuál es la impedancia del circuito? (c) ¿Cuál es la potencia media de salida del generador?

#### Estrategia

El voltaje rms es la amplitud del voltaje por  $1/\sqrt{2}$ . La impedancia del circuito implica la resistencia y las reactivas del condensador y del inductor. La potencia media se calcula mediante la [Ecuación 15.14](#), o más concretamente, la última parte de la ecuación, ya que tenemos la impedancia del circuito  $Z$ , el voltaje rms  $V_{\text{rms}}$ , y la resistencia  $R$ .

#### Solución

a. Dado que  $V_0 = 4,00 \text{ V}$ , el voltaje rms en el generador es

$$V_{\text{rms}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (4,00 \text{ V}) = 2,83 \text{ V}.$$

b. La impedancia del circuito es

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$= \left\{ (5,00 \Omega)^2 + \left[ (1,00 \times 10^4 \text{ rad/s}) (2,00 \times 10^{-3} \text{ H}) - \frac{1}{(1,00 \times 10^4 \text{ rad/s}) (4,00 \times 10^{-6} \text{ F})} \right]^2 \right\}^{1/2}$$

$$= 7,07 \Omega.$$

c. A partir de la [Ecuación 15.14](#), la potencia media transferida al circuito es

$$P_{\text{ave}} = \frac{V_{\text{rms}}^2 R}{Z^2} = \frac{(2,83 \text{ V})^2 (5,00 \Omega)}{(7,07 \Omega)^2} = 0,801 \text{ W}.$$

### Importancia

Si la resistencia es mucho mayor que la reactancia del condensador o del inductor, la potencia media es una ecuación del circuito de corriente continua de  $P = V^2/R$ , donde  $V$  sustituye al voltaje rms

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 15.4**

Un voltímetro de ac conectado a los terminales de un generador de ac de 45 Hz marca 7,07 V. Escriba una expresión para la emf del generador.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 15.5**

Demuestre que los voltaje rms a través de un resistor, un condensador y un inductor en un circuito de ac en el que la corriente rms es  $I_{\text{rms}}$  vienen dadas por  $I_{\text{rms}} R$ ,  $I_{\text{rms}} X_C$ , y  $I_{\text{rms}} X_L$ , respectivamente. Determine estos valores para los componentes del circuito  $RLC$  de [Ecuación 15.12](#).

## 15.5 Resonancia en un circuito de ac

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

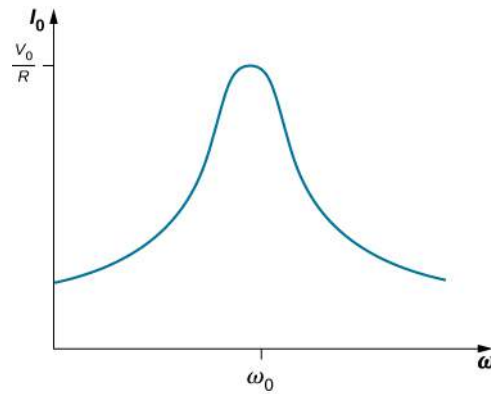
- Determinar la frecuencia angular de resonancia ac máxima para un circuito  $RLC$ .
- Explicar el ancho de la curva de potencia media versus la frecuencia angular y su significado utilizando términos como ancho de banda y factor de calidad.

En el circuito en serie  $RLC$  de la [Figura 15.11](#), la amplitud de la corriente es, según la [Ecuación 15.10](#):

$$I_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}. \quad 15.15$$

Si podemos variar la frecuencia del generador de ac manteniendo constante la amplitud de su voltaje de salida, la corriente cambia en consecuencia. Un gráfico de  $I_0$  en función de  $\omega$  se muestra en la [Figura 15.17](#).





**FIGURA 15.17** En la frecuencia de resonancia de un circuito  $RLC$ ,  $\omega_0 = \sqrt{1/LC}$ , la amplitud de la corriente está en su valor máximo.

En [Oscilaciones](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/15-introduccion) (<http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/15-introduccion>) encontramos un gráfico similar en el que la amplitud de un oscilador armónico amortiguado se trazaba frente a la frecuencia angular de una fuerza motriz sinusoidal (vea [Oscilaciones forzadas](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/15-6-oscilaciones-forzadas) (<http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/15-6-oscilaciones-forzadas>)). Esta similitud no es solo una coincidencia, como se ha demostrado anteriormente con la aplicación de la regla de las tensiones de Kirchhoff al circuito de la [Figura 15.11](#). Esto da como resultado

$$L \frac{di}{dt} + iR + \frac{q}{C} = V_0 \sin \omega t, \quad 15.16$$

o

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = V_0 \sin \omega t,$$

donde hemos sustituido  $dq(t)/dt$  por  $i(t)$ . Una comparación de la [Ecuación 15.16](#) y de [Oscilaciones](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/15-introduccion) (<http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/15-introduccion>) y [Oscilaciones amortiguadas](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/15-5-oscilaciones-amortiguadas) (<http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/15-5-oscilaciones-amortiguadas>) para el movimiento armónico amortiguado demuestra claramente que el circuito en serie  $RLC$  controlado es el análogo eléctrico del oscilador armónico amortiguado controlado.

La **frecuencia de resonancia**  $f_0$  del circuito  $RLC$  es la frecuencia a la que la amplitud de la corriente es máxima y el circuito oscilaría si no fuera alimentado por una fuente de voltaje. Por inspección, esto corresponde a la frecuencia angular  $\omega_0 = 2\pi f_0$  en la que la impedancia  $Z$  en la [Ecuación 15.15](#) es un mínimo, o cuando

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

y

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}. \quad 15.17$$

Esta es la frecuencia angular de resonancia del circuito. Sustituyendo  $\omega_0$  en la [Ecuación 15.9](#), la [Ecuación 15.10](#) y la [Ecuación 15.11](#), hallamos que en la resonancia,

$$\phi = \tan^{-1}(0) = 0, \quad I_0 = V_0/R, \quad \text{y} \quad Z = R.$$

Por lo tanto, en resonancia, un circuito  $RLC$  es puramente resistivo, con la emf y la corriente aplicadas en fase.

¿Qué ocurre con la potencia en resonancia? La [Ecuación 15.14](#) nos dice cómo varía la potencia media transferida desde un generador de ac a la combinación  $RLC$  con la frecuencia. Además,  $P_{\text{ave}}$  alcanza un

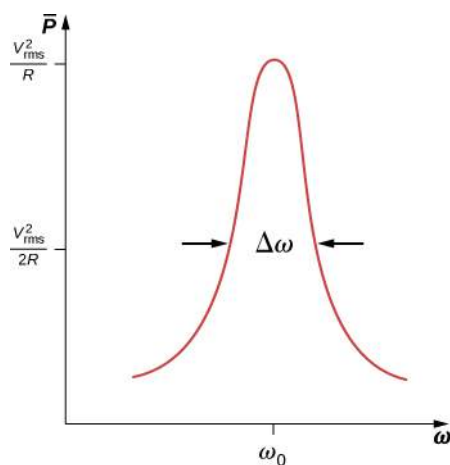
máximo cuando  $Z$ , que depende de la frecuencia, es un mínimo, es decir, cuando  $X_L = X_C$  y  $Z = R$ . Así, en resonancia, la potencia media de salida de la fuente en un circuito en serie  $RLC$  es máxima. Usando la [Ecuación 15.14](#), este máximo es  $V_{\text{rms}}^2/R$ .

La [Figura 15.18](#) es un gráfico típico de  $P_{\text{ave}}$  en función a  $\omega$  en la región de máxima potencia. El **ancho de banda**  $\Delta\omega$  del pico de resonancia se define como el rango de frecuencias angulares  $\omega$  sobre la cual la potencia media  $P_{\text{ave}}$  es mayor que la mitad del valor máximo de  $P_{\text{ave}}$ . La agudeza del pico se describe mediante una cantidad sin dimensiones conocida como el **factor de calidad**  $Q$  del circuito. Por definición,

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}, \quad 15.18$$

donde  $\omega_0$  es la frecuencia angular de resonancia. Un  $Q$  alto indica un pico de resonancia agudo. Podemos dar  $Q$  en términos de los parámetros del circuito como

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R}. \quad 15.19$$



**FIGURA 15.18** Al igual que la corriente, la potencia media transferida desde un generador de ac a un circuito  $RLC$  alcanza su máximo en la frecuencia de resonancia.

Los circuitos resonantes se utilizan habitualmente para pasar o rechazar rangos de frecuencia seleccionados. Esto se hace ajustando el valor de uno de los elementos y, por tanto, "sintonizando" el circuito a una frecuencia de resonancia determinada. Por ejemplo, en las radios, el receptor se sintoniza con la emisora deseada ajustando la frecuencia de resonancia de sus circuitos para que coincida con la frecuencia de la emisora. Si el circuito de sintonía tiene un  $Q$  alto, tendrá un ancho de banda pequeño, por lo que las señales de otras emisoras a frecuencias incluso ligeramente diferentes de la frecuencia de resonancia encuentran una alta impedancia y no pasan por el circuito. Los teléfonos móviles funcionan de forma similar, comunicándose con señales de alrededor de 1 GHz que se sintonizan mediante un circuito inductor-condensador. Una de las aplicaciones más comunes de los condensadores es su uso en circuitos de sincronización de ac, basados en la obtención de una frecuencia de resonancia. Un detector de metales también utiliza un desplazamiento de la frecuencia de resonancia en la detección de metales ([Figura 15.19](#)).



**FIGURA 15.19** Cuando un detector de metales se acerca a un trozo de metal, la autoinducción de una de sus bobinas cambia. Esto provoca un cambio en la frecuencia de resonancia de un circuito que contiene la bobina. Ese desplazamiento es detectado por los circuitos y transmitido al buceador por medio de los auriculares (créditos: modificación del trabajo de Eric Lippmann, de la Marina de EE. UU.).

### EJEMPLO 15.4

#### Resonancia en un circuito $RLC$ en serie

(a) ¿Cuál es la frecuencia de resonancia de un circuito que utiliza los valores de voltaje y LRC conectados en serie del [Ejemplo 15.1](#)? (b) Si el generador de ac se ajusta a esta frecuencia sin cambiar la amplitud del voltaje de salida, ¿cuál es la amplitud de la corriente?

#### Estrategia

La frecuencia de resonancia de un circuito  $RLC$  se calcula a partir de la [Ecuación 15.17](#), que proviene de un equilibrio entre las reactancias del condensador y del inductor. Como el circuito está en resonancia, la impedancia es igual al resistor. A continuación, la corriente de pico se calcula mediante la división del voltaje entre la resistencia.

#### Solución

- a. La frecuencia de resonancia se calcula con la [Ecuación 15.17](#):

$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{(3,00 \times 10^{-3} \text{ H})(8,00 \times 10^{-4} \text{ F})}} \\ &= 1,03 \times 10^2 \text{ Hz.} \end{aligned}$$

- b. En resonancia, la impedancia del circuito es puramente resistiva, y la amplitud de la corriente es

$$I_0 = \frac{0,100 \text{ V}}{4,00 \Omega} = 2,50 \times 10^{-2} \text{ A.}$$

#### Importancia

Si el circuito no estuviera ajustado a la frecuencia de resonancia, necesitaríamos la impedancia de todo el circuito para calcular la corriente.

## EJEMPLO 15.5

### Transferencia de potencia en un circuito en serie *RLC* en resonancia

(a) ¿Cuál es la frecuencia angular de resonancia de un circuito *RLC* con  $R = 0,200 \, \Omega$ ,  $L = 4,00 \times 10^{-3} \, \text{H}$ , y  $C = 2,00 \times 10^{-6} \, \text{F}$ ? (b) Si una fuente de ac de amplitud constante  $4,00 \, \text{V}$  se ajusta a esta frecuencia, ¿cuál es la potencia media transferida al circuito? (c) Determine  $Q$  y el ancho de banda de este circuito.

#### Estrategia

La frecuencia angular de resonancia se calcula a partir de la [Ecuación 15.17](#). La potencia media se calcula a partir del voltaje rms y la resistencia del circuito. El factor de calidad se calcula a partir de la [Ecuación 15.19](#) y conociendo la frecuencia de resonancia. El ancho de banda se calcula a partir de la [Ecuación 15.18](#) y conociendo el factor de calidad.

#### Solución

a. La frecuencia angular de resonancia es

$$\begin{aligned}\omega_0 &= \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{(4,00 \times 10^{-3} \, \text{H})(2,00 \times 10^{-6} \, \text{F})}} \\ &= 1,12 \times 10^4 \, \text{rad/s}.\end{aligned}$$

b. A esta frecuencia, la potencia media transferida al circuito es máxima. Es

$$P_{\text{ave}} = \frac{V_{\text{rms}}^2}{R} = \frac{\left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(4,00 \, \text{V})\right]^2}{0,200 \, \Omega} = 40,0 \, \text{W}.$$

c. El factor de calidad del circuito es

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{(1,12 \times 10^4 \, \text{rad/s})(4,00 \times 10^{-3} \, \text{H})}{0,200 \, \Omega} = 224.$$

Entonces calculamos para el ancho de banda

$$\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1,12 \times 10^4 \, \text{rad/s}}{224} = 50,0 \, \text{rad/s}.$$

#### Importancia

Si se desea un ancho de banda más estrecho, una resistencia más baja o una inductancia más alta ayudarían. Sin embargo, una resistencia más baja aumenta la potencia transferida al circuito, lo que puede no ser deseable, dependiendo de la potencia máxima que se pueda transferir.

### **COMPRUEBE LO APRENDIDO 15.6**

En el circuito de la [Figura 15.11](#),  $L = 2,0 \times 10^{-3} \, \text{H}$ ,  $C = 5,0 \times 10^{-4} \, \text{F}$ , y  $R = 40 \, \Omega$ . (a) ¿Cuál es la frecuencia de resonancia? (b) ¿Cuál es la impedancia del circuito en la resonancia? (c) Si la amplitud del voltaje es de  $10 \, \text{V}$ , ¿cuál es  $i(t)$  en la resonancia? (d) La frecuencia del generador de ac se cambia ahora a  $200 \, \text{Hz}$ . Calcule el desfase entre la corriente y la emf del generador.

### **COMPRUEBE LO APRENDIDO 15.7**

¿Qué ocurre con la frecuencia de resonancia de un circuito en serie *RLC* cuando las siguientes cantidades se incrementan en un factor de 4: (a) la capacitancia, (b) la autoinducción y (c) la resistencia?

## ✓ COMPRUEBE LO APRENDIDO 15.8

La frecuencia angular de resonancia de un circuito en serie  $RLC$  es  $4,0 \times 10^2$  rad/s. Una fuente de ac que funciona a esta frecuencia transfiere una potencia media de  $2,0 \times 10^{-2}$  W al circuito. La resistencia del circuito es  $0,50 \Omega$ . Escriba una expresión para la emf de la fuente.

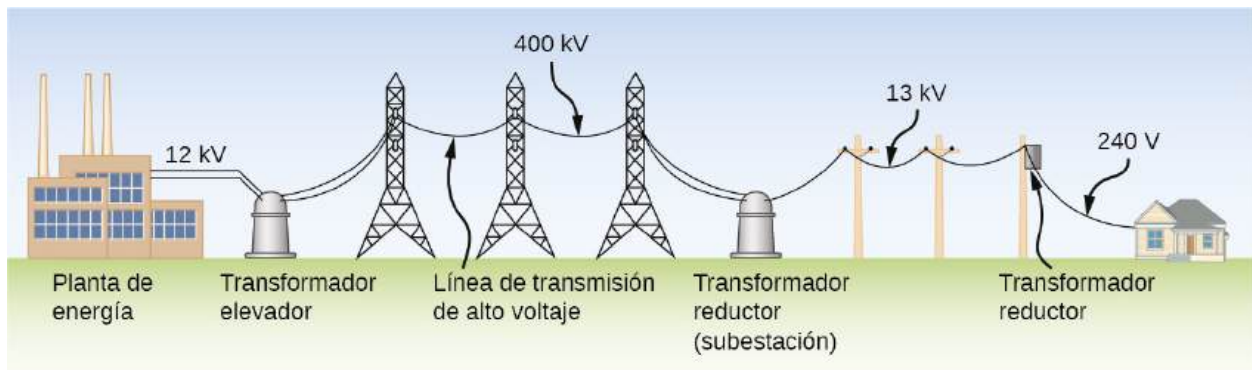
## 15.6 Transformadores

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar por qué las centrales eléctricas transmiten la electricidad a altos voltajes y bajas corrientes y cómo lo hacen.
- Desarrollar relaciones entre corriente, voltaje y número de bobinados en transformadores elevadores y reductores.

Aunque la potencia eléctrica en ac se produce a voltajes relativamente bajos, se envía a través de líneas de transmisión a voltajes muy altos (hasta 500 kV). La misma potencia puede transmitirse a diferentes voltajes porque la potencia es el producto  $I_{\text{rms}} V_{\text{rms}}$ . (Para simplificar, ignoramos el factor de fase  $\cos \phi$ .) Por lo tanto, una necesidad de potencia concreta puede satisfacerse con un voltaje bajo y una corriente alta o con un voltaje alto y una corriente baja. La ventaja de la elección de alto voltaje/corriente baja es que resulta en una menor  $I_{\text{rms}}^2 R$  pérdidas óhmicas en las líneas de transmisión, que pueden ser importantes en líneas de muchos kilómetros de longitud (Figura 15.20).



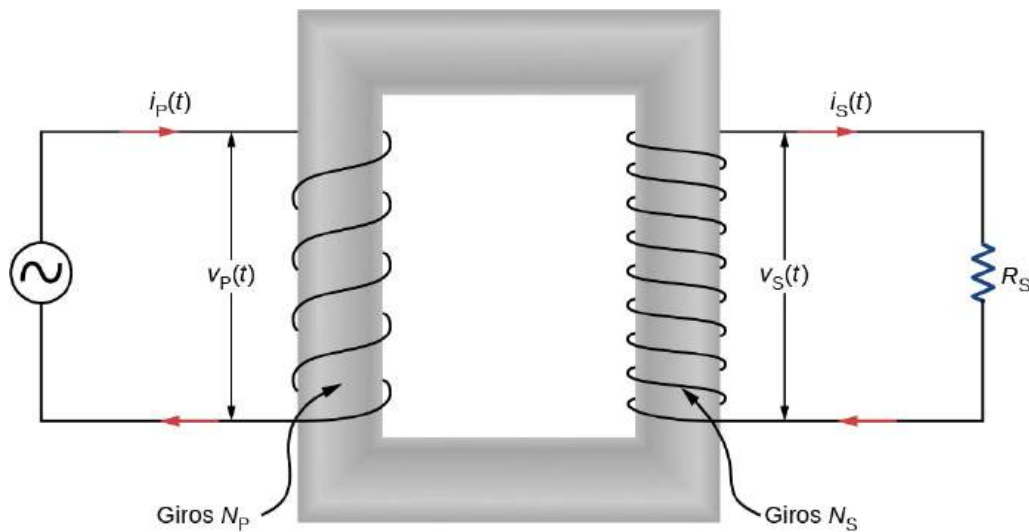
**FIGURA 15.20** El voltaje rms de una central eléctrica debe reducirse de 12 kV a 240 V para que pueda utilizarse con seguridad en una vivienda. Una línea de transmisión de alto voltaje permite transmitir una corriente baja a través de una subestación a largas distancias.

Normalmente, las fuerzas electromotrices alternas producidas en las centrales eléctricas se "elevan" a voltajes muy altos antes de ser transmitidas por las líneas eléctricas; luego, se deben "reducir" a valores relativamente seguros (110 o 220 V rms) antes de se puedan utilizar en los hogares. El dispositivo que transforma los voltajes de un valor a otro mediante inducción es el **transformador** (Figura 15.21).



**FIGURA 15.21** Los transformadores se utilizan para reducir los altos voltajes de las líneas de transmisión a los 110 y 220 V que se utilizan en los hogares (créditos: modificación del trabajo de “Fortyseven”/Flickr).

Como se muestra en la [Figura 15.22](#), un transformador consta básicamente de dos bobinas separadas, o bobinados, que envuelven un núcleo de hierro blando. El bobinado primario tiene  $N_P$  bucles, o vueltas, y se conecta a un voltaje alterno  $v_P(t)$ . El bobinado secundario tiene  $N_S$  vueltas y se conecta a un resistor de carga  $R_S$ . Suponemos el caso ideal en el que todas las líneas de campo magnético están confinadas en el núcleo, de modo que el mismo flujo magnético atraviesa cada una de las vueltas de los bobinados primario y secundario. También desestimamos las pérdidas de energía por histéresis magnética, por calentamiento óhmico en los bobinados y por calentamiento óhmico de las corrientes de Foucault inducidas en el núcleo. Un buen transformador puede tener pérdidas tan bajas como el 1 % de la potencia transmitida, así que no es una mala suposición.



**FIGURA 15.22** Un transformador elevador (más vueltas en el bobinado secundario que en el primario). Los dos bobinados están enrollados en un núcleo de hierro blando.

Para analizar el circuito del transformador, primero consideramos el bobinado primario. El voltaje de entrada  $v_P(t)$  es igual a la diferencia de potencial inducida a través del bobinado primario. Según la ley de Faraday, la diferencia de potencial inducida es  $-N_P (d\Phi/dt)$ , donde  $\Phi$  es el flujo que atraviesa las vueltas del bobinado primario. Así,

$$v_P(t) = -N_P \frac{d\Phi}{dt}.$$

Del mismo modo, el voltaje de salida  $v_S(t)$  entregado al resistor de carga debe ser igual a la diferencia de potencial inducida a través del bobinado secundario. Dado que el transformador es ideal, el flujo que atraviesa las vueltas del bobinado secundario también es  $\Phi$ , y

$$v_S(t) = -N_S \frac{d\Phi}{dt}.$$

Combinando las dos últimas ecuaciones, tenemos

$$v_S(t) = \frac{N_S}{N_P} v_P(t). \quad 15.20$$

Por lo tanto, con los valores adecuados para  $N_S$  y  $N_P$ , el voltaje de entrada  $v_P(t)$  puede ser “elevado” ( $N_S > N_P$ ) o “reducido” ( $N_S < N_P$ ) a  $v_S(t)$ , el voltaje de salida. Esto se suele abreviar como la **ecuación del transformador**,

$$\frac{V_S}{V_P} = \frac{N_S}{N_P}, \quad 15.21$$

que muestra que la relación entre los voltajes del secundario y el primario en un transformador es igual a la relación del número de vueltas en sus bobinados. Para un **transformador elevador**, que aumenta el voltaje y disminuye la corriente, esta relación es mayor que uno; para un **transformador reductor**, que disminuye el voltaje y aumenta la corriente, esta relación es menor que uno.

A partir de la ley de conservación de la energía, la potencia introducida en cualquier instante por  $v_P(t)$  al bobinado primario debe ser igual a la potencia disipada en el resistor del circuito secundario; así,

$$i_P(t)v_P(t) = i_S(t)v_S(t).$$

Cuando se combina con la [Ecuación 15.20](#), se obtiene

$$i_S(t) = \frac{N_P}{N_S} i_P(t). \quad 15.22$$

Si el voltaje aumenta, la corriente disminuye, y viceversa.

Por último, podemos utilizar  $i_S(t) = v_S(t)/R_S$ , junto con la [Ecuación 15.20](#) y la [Ecuación 15.22](#), para obtener

$$v_P(t) = i_P \left[ \left( \frac{N_P}{N_S} \right)^2 R_S \right],$$

que nos dice que el voltaje de entrada  $v_P(t)$  "ve" no una resistencia  $R_S$  sino una resistencia

$$R_P = \left( \frac{N_P}{N_S} \right)^2 R_S.$$

Nuestro análisis se ha basado en valores instantáneos de voltaje y corriente. Sin embargo, las ecuaciones resultantes no se limitan a los valores instantáneos, sino que también son válidas para los valores máximos y rms.



## EJEMPLO 15.6

### Un transformador reductor

Un transformador situado en un poste de la compañía eléctrica reduce el voltaje rms de 12 kV a 240 V. (a) ¿Cuál es la relación entre el número de vueltas del secundario y el número de vueltas del primario? (b) Si la corriente de entrada al transformador es de 2,0 A, ¿cuál es la corriente de salida? (c) Determine la pérdida de potencia en la línea de transmisión.

#### Estrategia

El número de vueltas relacionado con los voltajes se encuentran en la [Ecuación 15.20](#). La corriente de salida se calcula mediante la [Ecuación 15.22](#).

#### Solución

- a. Utilizando la [Ecuación 15.20](#) con valores rms  $V_P$  y  $V_S$ , tenemos

$$\frac{N_S}{N_P} = \frac{240 \text{ V}}{12 \times 10^3 \text{ V}} = \frac{1}{50},$$

por lo que el bobinado primario tiene 50 veces el número de vueltas del bobinado secundario.

- b. A partir de la [Ecuación 15.22](#), la corriente rms de salida  $I_S$  se calcula utilizando la ecuación del transformador con la corriente

$$I_S = \frac{N_P}{N_S} I_P \quad 15.23$$

tal que

$$I_S = \frac{N_P}{N_S} I_P = (50)(2,0 \text{ A}) = 100 \text{ A}.$$

- c. La pérdida de potencia en la línea de transmisión se calcula con la ecuación

$$P_{\text{pérdida}} = I_P^2 R = (2,0 \text{ A})^2 (6000 \Omega) = 24,000 \text{ W}.$$

- d. Si no hubiera un transformador, la energía tendría que enviarse a 240 V para que funcionara para estas casas, y la pérdida de energía sería

$$P_{\text{pérdida}} = I_S^2 R = (100 \text{ A})^2 (200 \Omega) = 2 \times 10^6 \text{ W}.$$

Por lo tanto, cuando hay que transmitir potencia, queremos evitar la pérdida de la misma. Así, las líneas se envían con voltajes altos y corrientes bajas y se ajustan con un transformador antes de enviar la energía a



los hogares.

**Importancia**

Esta aplicación de un transformador reductor permite que una vivienda que utiliza tomas de corriente de 240 V disponga de 100 A para su uso. Esto puede alimentar muchos dispositivos en el hogar.

---

** COMPRUEBE LO APRENDIDO 15.9**

Un transformador reduce el voltaje de la línea de 110 a 9,0 V para poder suministrar una corriente de 0,50 A a un timbre. (a) ¿Cuál es la relación del número de vueltas en los bobinados primario y secundario? (b) ¿Cuál es la corriente en el bobinado primario? (c) ¿Cuál es la resistencia que se ve en la fuente de 110 V?

---

## Revisión Del Capítulo

### Términos Clave

**ancho de banda** gama de frecuencias angulares en las que la potencia media es superior a la mitad del valor máximo de la potencia media

**ángulo de fase** cantidad en la que el voltaje y la corriente están desfasados entre sí en un circuito

**corriente alterna** corriente que fluctúa sinusoidalmente en el tiempo a una frecuencia fija

**corriente alterna (ac)** flujo de carga eléctrica que invierte periódicamente su dirección

**corriente continua (dc)** flujo de carga eléctrica en una sola dirección

**corriente rms** valor cuadrático medio de la corriente

**ecuación del transformador** la ecuación que muestra que la relación entre los voltajes del secundario y el primario en un transformador es igual a la relación del número de vueltas en sus bobinados

**factor de calidad** cantidad sin dimensiones que describe la agudeza del pico del ancho de banda; un factor de calidad alto es un pico de resonancia agudo o estrecho

**factor de potencia** cantidad en la que la potencia suministrada en el circuito es inferior a la

máxima teórica del circuito debido a que el voltaje y la corriente están desfasados

**frecuencia de resonancia** frecuencia a la que la amplitud de la corriente es máxima y el circuito oscilaría si no fuera conducido por una fuente de voltaje

**impedancia** análogo en ac a la resistencia en un circuito de dc, que mide el efecto combinado de la resistencia, la reactancia capacitiva y la reactancia inductiva

**potencia media** media temporal de la potencia instantánea durante un ciclo

**reactancia capacitiva** oposición de un condensador a un cambio de corriente

**reactancia inductiva** oposición de un inductor a un cambio de corriente

**transformador** dispositivo que transforma voltaje de un valor a otro mediante inducción

**transformador elevador** transformador que aumenta el voltaje y disminuye la corriente

**transformador reductor** transformador que disminuye el voltaje y aumenta la corriente

**voltaje de ac** voltaje que fluctúa sinusoidalmente con el tiempo a una frecuencia fija

**voltaje rms** valor cuadrático medio del voltaje

### Ecuaciones Clave

Voltaje alterno

$$v = V_0 \text{ sen } \omega t$$

Corriente alterna

$$i = I_0 \text{ sen } \omega t$$

reactancia capacitiva

$$\frac{V_0}{I_0} = \frac{1}{\omega C} = X_C$$

voltaje rms

$$V_{\text{rms}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

corriente rms

$$I_{\text{rms}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

reactancia inductiva

$$\frac{V_0}{I_0} = \omega L = X_L$$

Ángulo de fase de un circuito en serie RLC

$$\phi = \tan^{-1} \frac{X_L - X_C}{R}$$

Versión AC de la ley de Ohm

$$I_0 = \frac{V_0}{Z}$$

Impedancia de un circuito en serie RLC	$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$
Potencia media asociada a un elemento del circuito	$P_{\text{ave}} = \frac{1}{2} I_0 V_0 \cos \phi$
Potencia media disipada por un resistor	$P_{\text{ave}} = \frac{1}{2} I_0 V_0 = I_{\text{rms}} V_{\text{rms}} = I_{\text{rms}}^2 R$
Frecuencia angular de resonancia de un circuito	$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$
Factor de calidad de un circuito	$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$
Factor de calidad de un circuito en función de los parámetros del mismo	$Q = \frac{\omega_0 L}{R}$
Ecuación del transformador con voltaje	$\frac{V_S}{V_P} = \frac{N_S}{N_P}$
Ecuación del transformador con corriente	$I_S = \frac{N_P}{N_S} I_P$

## Resumen

### 15.1 Fuentes de ac

- La corriente continua (dc) se refiere a los sistemas en los que el voltaje de la fuente es constante.
- La corriente alterna (ac) se refiere a los sistemas en los que el voltaje de la fuente varía periódicamente, específicamente de forma sinusoidal.
- La fuente de voltaje de un sistema de ac emite un voltaje que se calcula a partir del tiempo, el voltaje pico y la frecuencia angular.
- En un circuito simple, la corriente se encuentra dividiendo el voltaje entre la resistencia. Una ac se calcula utilizando la corriente de pico (determinada al dividir del voltaje pico entre la resistencia), la frecuencia angular y el tiempo.

### 15.2 Circuitos simples de ac

- En el caso de los resistores, la corriente que pasa y el voltaje que atraviesa están en fase.
- En el caso de los condensadores, hallamos que cuando se aplica un voltaje sinusoidal a un condensador, el voltaje sigue a la corriente en un cuarto de ciclo. Dado que un condensador puede detener la corriente cuando está completamente cargado, limita la corriente y ofrece otra forma de resistencia ac, llamada reactancia capacitiva, que tiene unidades de ohmios.
- En el caso de los inductores en circuitos de ac,

se observa que cuando se aplica un voltaje sinusoidal a un inductor, el voltaje adelanta a la corriente en un cuarto de ciclo.

- La oposición de un inductor a un cambio de corriente se expresa como un tipo de reactancia ac. Esta reactancia inductiva, que tiene unidades de ohmios, varía con la frecuencia de la fuente de ac.

### 15.3 Circuitos en serie RLC con ac

- Un circuito en serie *RLC* es una combinación en serie de resistor, condensador e inductor a través de una fuente de ac.
- La misma corriente fluye a través de cada elemento de un circuito en serie *RLC* en todos los puntos del tiempo.
- La contrapartida de la resistencia en un circuito de corriente continua es la impedancia, que mide el efecto combinado de resistores, condensadores e inductores. La corriente máxima está definida por la versión en ac de la ley de Ohm.
- La impedancia tiene unidades de ohmios y se encuentra utilizando la resistencia, la reactancia capacitiva y la reactancia inductiva.

### 15.4 Potencia en un circuito de ac

- La potencia media de ac se obtiene multiplicando los valores rms de la corriente y el voltaje.

- La ley de Ohm para la ac eficaz se obtiene dividiendo el voltaje rms entre la impedancia.
- En un circuito de ac, existe un ángulo de fase entre el voltaje de la fuente y la corriente, que se puede calcular dividiendo la resistencia entre la impedancia.
- La potencia media entregada a un circuito *RLC* se ve afectada por el ángulo de fase.
- El factor de potencia oscila entre -1 y 1.

### 15.5 Resonancia en un circuito de ac

- En la frecuencia de resonancia, la reactancia inductiva es igual a la capacitiva.
- El gráfico de potencia media en función de la frecuencia angular de un circuito *RLC* tiene un pico situado en la frecuencia de resonancia; la agudeza o ancho del pico se conoce como ancho de banda.
- El ancho de banda está relacionado con una cantidad sin dimensiones llamada factor de calidad. Un valor alto del factor de calidad es un

## Preguntas Conceptuales

### 15.1 Fuentes de ac

1. ¿Cuál es la relación entre la frecuencia y la frecuencia angular?

### 15.2 Circuitos simples de ac

2. Explique por qué a altas frecuencias un condensador actúa como un cortocircuito de ac, mientras que un inductor actúa como un circuito abierto.

### 15.3 Circuitos en serie RLC con ac

3. En un circuito *RLC* en serie, ¿puede el voltaje medido a través del condensador ser mayor que el voltaje de la fuente? Responda a la misma pregunta para el voltaje a través del inductor.

### 15.4 Potencia en un circuito de ac

4. ¿Para qué valor del ángulo de fase  $\phi$  entre el voltaje de salida de una fuente de ac y la corriente es la potencia media de salida de la fuente un máximo?
5. Discuta las diferencias entre la potencia media y la potencia instantánea.
6. La ac media suministrada a un circuito es cero. A pesar de ello, se disipa energía en el circuito.

pico agudo o estrecho.

### 15.6 Transformadores

- Las centrales eléctricas transmiten altos voltajes a bajas corrientes para conseguir menores pérdidas óhmicas en sus muchos kilómetros de líneas de transmisión.
- Los transformadores utilizan la inducción para transformar los voltajes de un valor a otro.
- En un transformador, los voltajes en las bobinas primarias y secundarias, o bobinados, están relacionadas por la ecuación del transformador.
- Las corrientes en los bobinados primario y secundario están relacionadas por el número de bucles primarias y secundarias, o vueltas, en los bobinados del transformador.
- Un transformador elevador aumenta el voltaje y disminuye la corriente, mientras que un transformador reductor disminuye el voltaje y aumenta la corriente.

Explique.

7. ¿La potencia instantánea de una fuente de ac puede ser alguna vez negativa? ¿La potencia media puede ser negativa?
8. La potencia nominal de un resistor utilizada en circuitos de ac se refiere a la potencia media máxima disipada en el resistor. ¿Cómo se compara esto con la máxima potencia instantánea disipada en el resistor?

### 15.6 Transformadores

9. ¿Por qué las líneas de transmisión funcionan con voltajes muy altos mientras que los circuitos domésticos funcionan con voltajes bastante pequeños?
10. ¿Cómo se puede distinguir el bobinado primario del secundario en un transformador elevador?
11. Las baterías de algunos aparatos electrónicos se cargan mediante un adaptador conectado a una toma de corriente. Especule sobre la finalidad del adaptador.
12. ¿Funcionará un transformador si la entrada es un voltaje continuo?
13. ¿Por qué las bobinas primarias y secundarias de un transformador están enrolladas en el mismo bucle cerrado de hierro?

## Problemas

### 15.1 Fuentes de ac

14. Escriba una expresión para el voltaje de salida de una fuente de ac que tiene una amplitud de 12 V y una frecuencia de 200 Hz.

### 15.2 Circuitos simples de ac

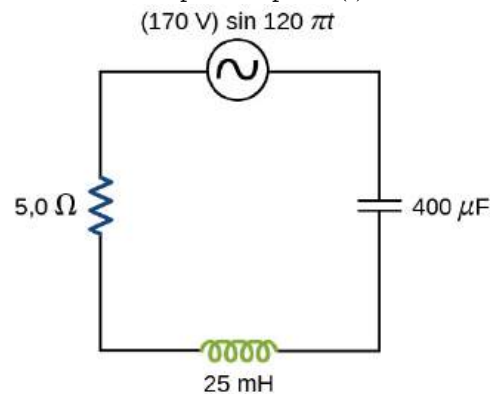
15. Calcule la reactancia de un condensador de  $5,0\text{-}\mu\text{F}$  a (a) 60 Hz, (b) 600 Hz y (c) 6.000 Hz.
16. ¿Cuál es la capacitancia de un condensador cuya reactancia es  $10\ \Omega$  a 60 Hz?
17. Calcule la reactancia de un inductor de 5,0 mH a (a) 60 Hz, (b) 600 Hz y (c) 6.000 Hz.
18. Cuál es la autoinducción de una bobina cuya reactancia es  $10\ \Omega$  a 60 Hz?
19. ¿A qué frecuencia es la reactancia de un condensador de  $20\text{-}\mu\text{F}$  igual al de un inductor de 10 mH?
20. A 1.000 Hz, la reactancia de un inductor de 5,0 mH es igual a la reactancia de un condensador particular. ¿Cuál es la capacitancia del condensador?
21. Un resistor de  $50\text{-}\Omega$  se conecta a través de la emf  $v(t) = (160\ \text{V}) \sin(120\pi t)$ . Escriba una expresión para la corriente que pasa por el resistor.
22. Un condensador de  $25\text{-}\mu\text{F}$  está conectado a una emf dada por  $v(t) = (160\ \text{V}) \sin(120\pi t)$ . (a) ¿Cuál es la reactancia del condensador? (b) Escriba una expresión para la salida de corriente de la fuente.
23. Un inductor de 100 mH se conecta a través de la emf del problema anterior. (a) ¿Cuál es la reactancia del inductor? (b) Escriba una expresión para la corriente que atraviesa el inductor.

### 15.3 Circuitos en serie RLC con ac

24. ¿Cuál es la impedancia de una combinación en serie de un resistor de  $50\text{-}\Omega$ , un condensador de  $5,0\text{-}\mu\text{F}$  y un  $10\text{-}\mu\text{F}$  condensador a una frecuencia de 2,0 kHz?
25. Un resistor y un condensador están conectados en serie a través de un generador de ac. La emf del generador viene dada por  $v(t) = V_0 \cos \omega t$ , donde  $V_0 = 120\ \text{V}$ ,  $\omega = 120\pi\ \text{rad/s}$ ,  $R = 400\ \Omega$  y  $C = 4,0\ \mu\text{F}$ . (a) ¿Cuál es la impedancia del circuito? (b) ¿Cuál es la amplitud de la corriente a través del resistor? (c) Escriba una expresión para la corriente a través del resistor. (d) Escriba expresiones que

representen los voltajes a través del resistor y a través del condensador.

26. Un resistor y un inductor están conectados en serie a través de un generador de ac. La emf del generador viene dada por  $v(t) = V_0 \cos \omega t$ , donde  $V_0 = 120\ \text{V}$  y  $\omega = 120\pi\ \text{rad/s}$ ; también,  $R = 400\ \Omega$  y  $L = 1,5\ \text{H}$ . (a) ¿Cuál es la impedancia del circuito? (b) ¿Cuál es la amplitud de la corriente a través del resistor? (c) Escriba una expresión para la corriente a través del resistor. (d) Escriba expresiones que representen los voltajes a través del resistor y a través del inductor.
27. En un circuito en serie RLC, la amplitud del voltaje y la frecuencia de la fuente son 100 V y 500 Hz, respectivamente, un  $R = 500\ \Omega$ ,  $L = 0,20\ \text{H}$ , y  $C = 2,0\ \mu\text{F}$ . (a) ¿Cuál es la impedancia del circuito? (b) ¿Cuál es la amplitud de la corriente de la fuente? (c) Si la emf de la fuente viene dada por  $v(t) = (100\ \text{V}) \sin 1.000\pi t$ , ¿cómo varía la corriente con el tiempo? (d) Repita los cálculos con  $C$  cambiado a  $0,20\ \mu\text{F}$ .
28. Un circuito en serie RLC con  $R = 600\ \Omega$ ,  $L = 30\ \text{mH}$ , y  $C = 0,050\ \mu\text{F}$  es accionado por una fuente de ac cuya frecuencia y amplitud de voltaje son 500 Hz y 50 V, respectivamente. (a) ¿Cuál es la impedancia del circuito? (b) ¿Cuál es la amplitud de la corriente en el circuito? (c) ¿Cuál es el ángulo de fase entre la emf de la fuente y la corriente?
29. Para el circuito que se muestra a continuación, ¿cuáles son (a) la impedancia total y (b) el ángulo de fase entre la corriente y la emf? (c) Escriba una expresión para  $i(t)$ .



### 15.4 Potencia en un circuito de ac

30. La emf de una fuente de ac viene dada por  $v(t) = V_0 \sin \omega t$ , donde  $V_0 = 100\ \text{V}$  y

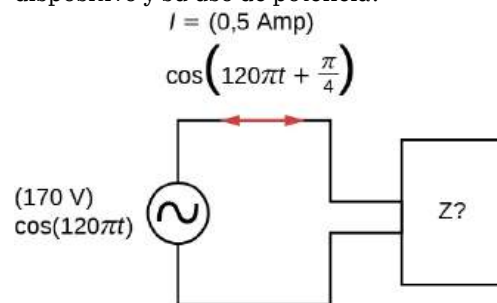
$\omega = 200\pi$  rad/s. Calcule la potencia media de la fuente si se conecta a través de (a) un condensador de  $20\text{-}\mu\text{F}$ , (b) un inductor de  $20\text{ mH}$  y (c) un resistor de  $50\text{-}\Omega$ .

31. El cálculo de las corrientes rms para una fuente de ac viene dado por  $v(t) = V_0 \sin \omega t$ , donde  $V_0 = 100\text{ V}$  y  $\omega = 200\pi$  rad/s cuando se conecta a través de (a) un condensador de  $20\text{-}\mu\text{F}$ , (b) un inductor de  $20\text{ mH}$  y (c) un resistor de  $50\text{-}\Omega$ .
32. Un inductor de  $40\text{ mH}$  está conectado a una fuente de ac de  $60\text{ Hz}$  cuya amplitud de voltaje es de  $50\text{ V}$ . Si se coloca un voltímetro de ac a través del inductor, ¿qué lectura da?
33. Para un circuito en serie  $RLC$ , la amplitud del voltaje y la frecuencia de la fuente son  $100\text{ V}$  y  $500\text{ Hz}$ , respectivamente  $R = 500\text{ }\Omega$ ; y  $L = 0,20\text{ H}$ . Calcule la potencia media disipada en el resistor para los siguientes valores de capacitancia: (a)  $C = 2,0\text{ }\mu\text{F}$  y (b)  $C = 0,20\text{ }\mu\text{F}$ .
34. Una fuente de ac de amplitud de voltaje  $10\text{ V}$  suministra energía eléctrica a razón de  $0,80\text{ W}$  cuando su corriente de salida es de  $2,5\text{ A}$ . ¿Cuál es el ángulo de fase  $\phi$  entre la emf y la corriente?
35. Un circuito en serie  $RLC$  tiene una impedancia de  $60\text{ }\Omega$  y un factor de potencia de  $0,50$ , con el voltaje retrasado respecto a la corriente. (a) ¿Debería colocarse un condensador o un inductor en serie con los elementos para elevar el factor de potencia del circuito? (b) ¿Cuál es el valor de la reactancia a través del inductor que elevará el factor de potencia a la unidad?

### 15.5 Resonancia en un circuito de ac

36. (a) Calcule la frecuencia angular de resonancia de un *circuito en serie*  $RLC$  para el que  $R = 20\text{ }\Omega$ ,  $L = 75\text{ mH}$  y  $C = 4,0\text{ }\mu\text{F}$ . (b) Si se cambia  $R$  por  $300\text{ }\Omega$ , ¿qué ocurre con la frecuencia angular de resonancia?
37. La frecuencia de resonancia de un circuito  $RLC$  en serie es  $2,0 \times 10^3\text{ Hz}$ . Si la autoinducción en el circuito es de  $5,0\text{ mH}$ , ¿cuál es la capacitancia en el circuito?
38. (a) ¿Cuál es la frecuencia de resonancia de un circuito en serie  $RLC$  con  $R = 20\text{ }\Omega$ ,  $L = 2,0\text{ mH}$  y  $C = 4,0\text{ }\mu\text{F}$ ? (b) ¿Cuál es la impedancia del circuito en resonancia?
39. Para un circuito en serie  $RLC$ ,  $R = 100\text{ }\Omega$ ,  $L = 150\text{ mH}$  y  $C = 0,25\text{ }\mu\text{F}$ . (a) Si se conecta al circuito una fuente de ac de frecuencia variable, ¿a qué frecuencia se disipa la máxima potencia en el resistor? (b) ¿Cuál es el factor de calidad del circuito?

40. Una fuente de ac de amplitud de voltaje de  $100\text{ V}$  y frecuencia variable *f* acciona un circuito en serie  $RLC$  con  $R = 10\text{ }\Omega$ ,  $L = 2,0\text{ mH}$  y  $C = 25\text{ }\mu\text{F}$ . (a) Trace la corriente a través del resistor en función de la frecuencia  $f$ . (b) Utilice el gráfico para determinar la frecuencia de resonancia del circuito.
41. (a) ¿Cuál es la frecuencia de resonancia de un resistor, un condensador y un inductor conectados en serie si  $R = 100\text{ }\Omega$ ,  $L = 2,0\text{ H}$  y  $C = 5,0\text{ }\mu\text{F}$ ? (b) Si esta combinación se conecta a una fuente de  $100\text{ V}$  que funciona a la frecuencia de resonancia, ¿cuál es la potencia de salida de la fuente? (c) ¿Cuál es el  $Q$  del circuito? (d) ¿Cuál es el ancho de banda del circuito?
42. Supongamos que una bobina tiene una autoinducción de  $20,0\text{ H}$  y una resistencia de  $200\text{ }\Omega$ . ¿Qué (a) capacitancia y (b) resistencia deben conectarse en serie con la bobina para producir un circuito que tenga una frecuencia de resonancia de  $100\text{ Hz}$  y un  $Q$  de  $10$ ?
43. Un generador de ac se conecta a un dispositivo cuyos circuitos internos no se conocen. Solo conocemos la corriente y el voltaje fuera del aparato, como se muestra a continuación. Basándose en la información dada, ¿qué puede deducir sobre la naturaleza eléctrica del dispositivo y su uso de potencia?



### 15.6 Transformadores

44. Un transformador elevador está diseñado para que la salida de su bobinado secundario sea de  $2.000\text{ V}$  (rms) cuando el bobinado primario está conectado a un voltaje de línea de  $110\text{ V}$  (rms). (a) Si el bobinado primario tiene  $100$  vueltas, ¿cuántas vueltas tiene el bobinado secundario? (b) Si un resistor conectado a través del bobinado secundario consume una corriente rms de  $0,75\text{ A}$ , ¿cuál es la corriente en el bobinado primario?
45. Se utiliza un transformador elevador conectado a una línea de  $110\text{ V}$  para alimentar un tubo de descarga de gas hidrógeno con  $5,0\text{ kV}$  (rms). El

- tubo disipa 75 W de potencia. (a) ¿Cuál es la relación entre el número de vueltas del bobinado secundario y el número de vueltas del bobinado primario? (b) ¿Cuáles son las corrientes rms en los bobinados primario y secundario? (c) ¿Cuál es la resistencia efectiva vista por la fuente de 110 V?
46. Una fuente de ac entrega 5,0 mW de potencia con una corriente rms de 2,0 mA cuando se conecta a la bobina primaria de un transformador. El voltaje rms a través de la bobina secundaria es de 20 V. (a) ¿Cuál es el voltaje a través de la bobina primaria y la corriente a través de la bobina secundaria? (b) ¿Cuál es la relación de vueltas del secundario al primario para el transformador?
47. Un transformador se utiliza para reducir los

### Problemas Adicionales

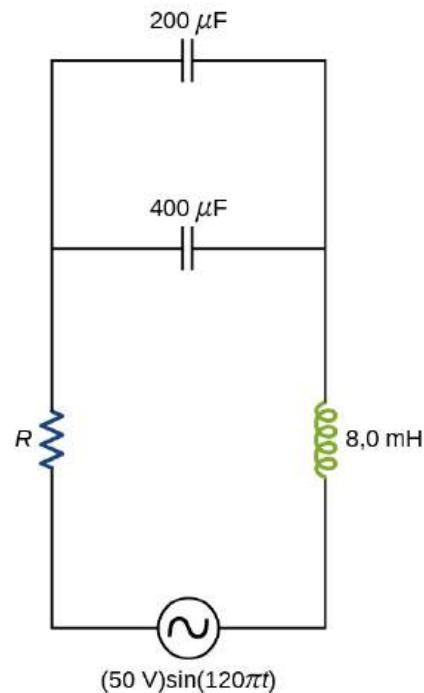
49. La emf de una fuente de ac viene dada por  $v(t) = V_0 \sin \omega t$ , donde  $V_0 = 100$  V y  $\omega = 200\pi$  rad/s. Calcule una expresión que represente la corriente de salida de la fuente si se conecta a través de (a) un condensador de  $20\text{-}\mu\text{F}$ , (b) un inductor de 20 mH y (c) un resistor de  $50\text{-}\Omega$ .
50. Un condensador de 700 pF está conectado a una fuente de ac con una amplitud de voltaje de 160 V y una frecuencia de 20 kHz. (a) Determine la reactancia capacitiva del condensador y la amplitud de la corriente de salida de la fuente. (b) Si la frecuencia se cambia a 60 Hz manteniendo la amplitud de voltaje en 160 V, ¿cuáles son la reactancia capacitiva y la amplitud de la corriente?
51. Un inductor de 20 mH está conectado a través de una fuente de ac con una frecuencia variable y una amplitud de voltaje constante de 9,0 V. (a) Determine la reactancia del circuito y la corriente máxima que pasa por el inductor cuando la frecuencia se fija en 20 kHz. (b) Haga los mismos cálculos para una frecuencia de 60 Hz.
52. Un condensador de  $30\text{-}\mu\text{F}$  está conectado a través de una fuente de ac de 60 Hz cuya amplitud de voltaje es de 50 V. (a) ¿Cuál es la carga máxima en el condensador? (b) ¿Cuál es la corriente máxima en el condensador? (c) ¿Cuál es la relación de fase entre la carga del condensador y la corriente en el circuito?
53. Un inductor de 7,0 mH está conectado a una fuente de ac de 60 Hz cuya amplitud de voltaje es de 50 V. (a) ¿Cuál es la corriente máxima que

110 V de una toma de corriente a 9,0 V para una radio. (a) Si el bobinado primario tiene 500 vueltas, ¿cuántas vueltas tiene el bobinado secundario? (b) Si la radio funciona con una corriente de 500 mA, ¿cuál es la corriente que pasa por el bobinado primario?

48. Se utiliza un transformador para alimentar una maqueta de 12 V con energía de un enchufe de pared de 110 V. El tren funciona a 50 W de potencia. (a) ¿Cuál es la corriente rms en la bobina secundaria del transformador? (b) ¿Cuál es la corriente rms en la bobina primaria? (c) ¿Cuál es la relación entre el número de vueltas del primario y del secundario? (d) ¿Cuál es la resistencia del tren? (e) ¿Cuál es la resistencia que ve la fuente de 110 V?

pasa por el inductor? (b) ¿Cuál es la relación de fase entre la corriente que pasa y la diferencia de potencial a través del inductor?

54. ¿Cuál es la impedancia de un circuito RLC en serie a la frecuencia de resonancia?
55. ¿Cuál es la resistencia  $R$  en el circuito que se muestra a continuación si la amplitud de la ac que pasa por el inductor es de 4,24 A?



56. Una fuente de ac con una amplitud de voltaje de 100 V y una frecuencia de 1,0 kHz acciona un circuito en serie RLC con  $R = 20\ \Omega$ ,  $L = 4,0$  mH, y  $C = 50\ \mu\text{F}$ . (a) Determine la corriente rms a través del circuito. (b) ¿Cuáles

son los voltajes rms a través de los tres elementos? (c) ¿Cuál es el ángulo de fase entre la emf y la corriente? (d) ¿Cuál es la potencia de salida de la fuente? (e) ¿Cuál es la potencia disipada en el resistor?

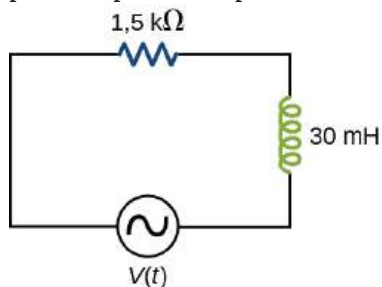
57. En un circuito en serie  $RLC$ ,  $R = 200 \Omega$ ,  $L = 1,0 \text{ H}$ ,  $C = 50 \mu\text{F}$ ,  $V_0 = 120 \text{ V}$ , y  $f = 50 \text{ Hz}$ . ¿Cuál es la potencia de la fuente?
58. Un generador de una central eléctrica produce 100 A a 15 kV (rms). Se utiliza un transformador para elevar el voltaje de la línea de transmisión a 150 kV (rms). (a) ¿Cuál es la corriente rms en la línea de transmisión? (b) Si la resistencia por unidad de longitud de la línea es  $8,6 \times 10^{-8} \Omega/\text{m}$ , ¿cuál es la pérdida de potencia por metro en la línea? (c) ¿Cuál sería la pérdida de potencia por metro si el voltaje de la línea fuera de 15 kV (rms)?
59. Consideremos una central eléctrica situada a 25

km de una ciudad que suministra 50 MW de energía a la misma. Las líneas de transmisión están hechas de cables de aluminio con un área de la sección transversal.  $7 \text{ cm}^2$  Calcule la pérdida de potencia en las líneas de transmisión si se transmite a (a) 200 kV (rms) y (b) 120 V (rms).

60. Las carteles de neón requieren 12 kV para su funcionamiento. Se utilizará un transformador para cambiar el voltaje de 220 V (rms) ac a 12 kV (rms) ac. ¿Cuál debe ser la relación entre las vueltas del bobinado secundario y las vueltas del primario? (b) ¿Cuál es la máxima corriente rms que pueden consumir las lámparas de neón si el fusible del bobinado primario se funde a 0,5 A? (c) ¿Qué potencia utiliza el cartel de neón cuando consume la máxima corriente permitida por el fusible del bobinado primario?

### Problemas De Desafío

61. La electricidad de 335 kV de ac procedente de una línea de transmisión de energía se introduce en el bobinado primario de un transformador. La relación entre el número de vueltas del bobinado secundario y el número del bobinado primario es  $N_s/N_p = 1.000$ . (a) ¿Qué voltaje se induce en el bobinado secundario? (b) ¿Qué no es razonable en este resultado? (c) ¿Qué suposición o premisa es responsable?
62. Un condensador de 1,5-k $\Omega$  el resistor y un inductor de 30 mH están conectados en serie, como se muestra a continuación, a través de una fuente de alimentación de ac de 120 V (rms) que oscila a una frecuencia de 60 Hz. (a) Calcule la corriente en el circuito. (b) Calcule las caídas de voltaje en el resistor y el inductor. (c) Calcule la impedancia del circuito. (d) Calcule la potencia disipada en el resistor. (e) Calcule la potencia disipada en el inductor. (f) Calcule la potencia producida por la fuente.



63. Un resistor de 20- $\Omega$ , un condensador de 50- $\mu\text{F}$  y un inductor de 30 mH están conectados en serie

con una fuente de ac de amplitud 10 V y frecuencia 125 Hz. (a) ¿Cuál es la impedancia del circuito? (b) ¿Cuál es la amplitud de la corriente en el circuito? (c) ¿Cuál es la constante de fase de la corriente? ¿Está adelantando o retrasando el voltaje de la fuente? (d) Escriba las caídas de voltaje en el resistor, el condensador y el inductor y el voltaje de la fuente en función del tiempo. (e) ¿Cuál es el factor de potencia del circuito? (f) ¿Cuánta energía utiliza el resistor en 2,5 s?

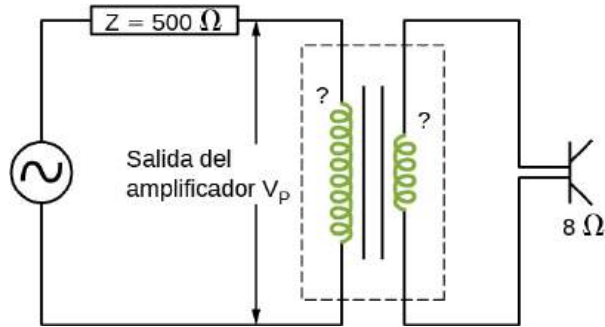
64. Un resistor de 200- $\Omega$ , un condensador de 150- $\mu\text{F}$  y un inductor de 2,5 H están conectados en serie con una fuente de ac de 10 V de amplitud y frecuencia angular variable  $\omega$ . (a) ¿Cuál es el valor de la frecuencia de resonancia  $\omega_R$ ? (b) ¿Cuál es la amplitud de la corriente si  $\omega = \omega_R$ ? (c) ¿Cuál es la constante de fase de la corriente cuando  $\omega = \omega_R$ ? ¿Está adelantando o retrasando el voltaje de la fuente, o está en fase? (d) Escriba una ecuación para la caída de voltaje a través del resistor como una función de tiempo cuando  $\omega = \omega_R$ . (e) ¿Cuál es el factor de potencia del circuito cuando  $\omega = \omega_R$ ? (f) ¿Cuánta energía consume el resistor en 2,5 s cuando  $\omega = \omega_R$ ?

65. Calcule las reactancias de los siguientes condensadores e inductores en circuitos de ac con las frecuencias dadas en cada caso: (a) inductor de 2 mH con una frecuencia de 60 Hz del circuito de ac; (b) inductor de 2 mH con una frecuencia de 600 Hz del circuito de ac; (c)



inductor de 20 mH con una frecuencia de 6 Hz del circuito de ac; (d) inductor de 20 mH con una frecuencia de 60 Hz del circuito de ac; (e) condensador de 2 mF con una frecuencia de 60 Hz del circuito de ac; y (f) condensador de 2 mF con una frecuencia de 600 Hz del circuito de ac.

66. La impedancia de salida de un amplificador de audio tiene una impedancia de  $500\ \Omega$  y tiene un desajuste con una baja impedancia  $8\text{-}\Omega$  altavoz. Se le pide que inserte un transformador adecuado para igualar las impedancias. ¿Qué relación de transformación va a utilizar y por qué? Utilice el circuito simplificado que se muestra a continuación.



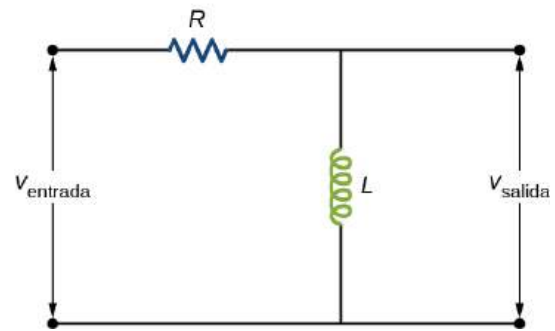
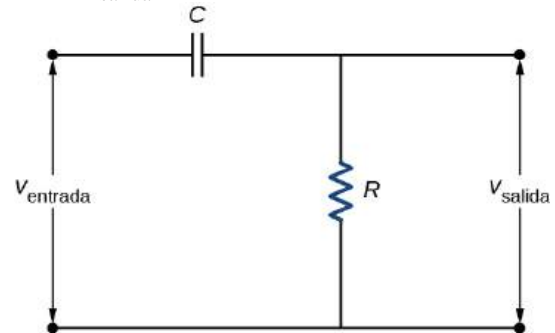
67. Demuestre que la unidad del SI para la reactancia capacitiva es el ohmio. Demuestre que la unidad del SI para la reactancia inductiva es también el ohmio.
68. Una bobina con una autoinducción de 16 mH y una resistencia de  $6,0\ \Omega$  está conectada a una fuente de ac cuya frecuencia puede variar. ¿Cuál es la frecuencia del voltaje aplicado que permitirá que la bobina conduzca una corriente por  $45^\circ$ ?
69. Un circuito en serie  $RLC$  está formado por un resistor de  $50\text{-}\Omega$ , un condensador de  $200\text{-}\mu\text{F}$  y un inductor de 120 mH cuya bobina tiene una resistencia de  $20\ \Omega$ . La fuente del circuito tiene una emf rms de 240 V a una frecuencia de 60 Hz. Calcule los voltaje rms en (a) el resistor, (b) el condensador y (c) el inductor.
70. Un circuito en serie  $RLC$  está formado por un resistor de  $10\text{-}\Omega$ , un condensador  $8,0\text{-}\mu\text{F}$  y un inductor de 50 mH. Una fuente de 110 V (rms) de frecuencia variable se conecta a través de la combinación. ¿Cuál es la potencia de la fuente cuando su frecuencia se ajusta a la mitad de la frecuencia de resonancia del circuito?
71. A continuación se muestran dos circuitos que actúan como filtros de paso alto rudimentarios. El voltaje de entrada a los circuitos es  $v_{\text{entrada}}$ , y el voltaje de salida es  $v_{\text{salida}}$ . (a) Demuestre que para el circuito de condensadores,

$$\frac{v_{\text{salida}}}{v_{\text{entrada}}} = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 R^2 C^2}},$$

y para el circuito inductor,

$$\frac{v_{\text{salida}}}{v_{\text{entrada}}} = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}.$$

(b) Demuestre que para frecuencias altas,  $v_{\text{salida}} \approx v_{\text{entrada}}$ , pero para las frecuencias bajas,  $v_{\text{salida}} \approx 0$ .



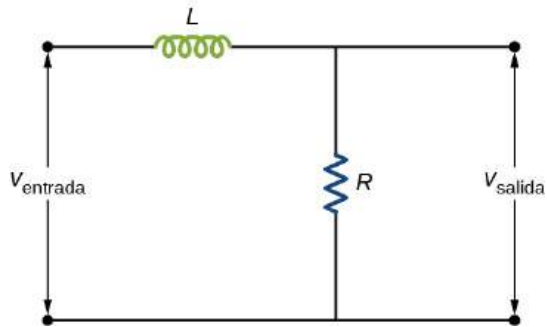
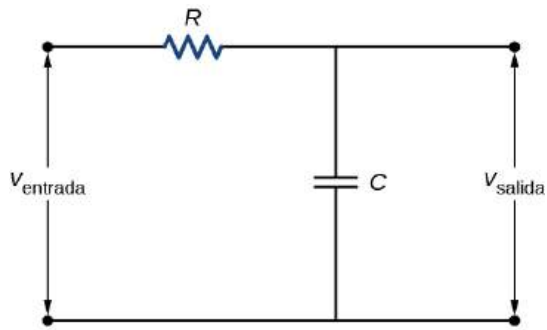
72. Los dos circuitos que se muestran a continuación actúan como filtros de paso bajo rudimentarios. El voltaje de entrada a los circuitos es  $v_{\text{entrada}}$ , y el voltaje de salida es  $v_{\text{salida}}$ . (a) Demuestre que para el circuito de condensadores,

$$\frac{v_{\text{salida}}}{v_{\text{entrada}}} = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 R^2 C^2}},$$

y para el circuito inductor,

$$\frac{v_{\text{salida}}}{v_{\text{entrada}}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}.$$

(b) Demuestre que para frecuencias bajas,  $v_{\text{salida}} \approx v_{\text{entrada}}$ , pero para las frecuencias altas,  $v_{\text{salida}} \approx 0$ .



# CAPÍTULO 16

## Ondas electromagnéticas



**Figura 16.1** La presión de la luz solar predicha por las ecuaciones de Maxwell ayudó a producir la cola del cometa McNaught (créditos: modificación del trabajo de Sebastian Deiries-Observatorio Europeo Austral (European Southern Observatory, ESO).

### ESQUEMA DEL CAPITULO

#### 16.1 Ecuaciones de Maxwell y ondas electromagnéticas

#### 16.2 Ondas electromagnéticas planas

#### 16.3 Energía transportada por las ondas electromagnéticas

#### 16.4 Momento y presión de radiación

#### 16.5 El espectro electromagnético

**INTRODUCCIÓN** Nuestra visión de los objetos en el cielo por la noche, el cálido resplandor del sol, el escozor de las quemaduras solares, nuestras conversaciones por teléfono móvil y los rayos X que revelan un hueso roto: todo ello nos llega a través de las ondas electromagnéticas. Sería difícil exagerar la importancia práctica de las ondas electromagnéticas, por su papel en la visión, por sus innumerables aplicaciones tecnológicas y por su capacidad de transportar la energía del Sol a través del espacio para mantener la vida y casi todas sus actividades en la Tierra.

La teoría predijo el fenómeno general de las ondas electromagnéticas antes de que nadie se diera cuenta de que la luz es una forma de onda electromagnética. A mediados del siglo XIX, James Clerk Maxwell formuló una única teoría que combinaba todos los efectos eléctricos y magnéticos conocidos en aquella época. Las ecuaciones de Maxwell, que resumen esta teoría, predijeron la existencia de ondas electromagnéticas que viajan a la velocidad de la luz. Su teoría también predijo cómo se comportan estas ondas y cómo transportan energía y momento. Las colas de los cometas, como la del cometa McNaught en la [Figura 16.1](#), constituyen un ejemplo espectacular. La energía transportada por la luz del Sol calienta el cometa y lo hace liberar polvo y gas. El momento que lleva la luz ejerce una fuerza débil que da forma de cola al polvo como la que se ve aquí. El

flujo de partículas emitido por el Sol, llamado viento solar, suele producir una segunda cola adicional, como se describe en detalle en este capítulo.

En este capítulo explicamos la teoría de Maxwell y mostramos cómo conduce a su predicción de ondas electromagnéticas. Utilizamos su teoría para examinar qué son las ondas electromagnéticas, cómo se producen y cómo transportan energía y momento. Concluimos resumiendo algunas de las muchas aplicaciones prácticas de las ondas electromagnéticas.

## 16.1 Ecuaciones de Maxwell y ondas electromagnéticas

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar la corrección de Maxwell de la ley de Ampère incluida la corriente de desplazamiento.
- Enunciar y aplicar las ecuaciones de Maxwell en forma integral.
- Describir cómo la simetría entre los campos eléctricos y magnéticos cambiantes explica la predicción de Maxwell sobre ondas electromagnéticas.
- Describir cómo Hertz confirmó la predicción de Maxwell sobre las ondas electromagnéticas.

James Clerk Maxwell (1831-1879) fue uno de los principales contribuyentes a la física del siglo XIX ([Figura 16.2](#)). Aunque murió joven, hizo importantes contribuciones al desarrollo de la teoría cinética de los gases, a la comprensión de la visión del color y a la naturaleza de los anillos de Saturno. Probablemente sea más conocido por haber combinado los conocimientos existentes sobre las leyes de la electricidad y el magnetismo con ideas propias en una teoría electromagnética completa y global, representada por las **ecuaciones de Maxwell**.



**FIGURA 16.2** James Clerk Maxwell, físico del siglo XIX, desarrolló una teoría que explicaba la relación entre la electricidad y el magnetismo y predijo correctamente que la luz visible está formada por ondas electromagnéticas.

### Corrección de Maxwell a las leyes de la electricidad y el magnetismo

Las cuatro leyes básicas de la electricidad y el magnetismo se habían descubierto experimentalmente gracias a los trabajos de físicos como Oersted, Coulomb, Gauss y Faraday. Maxwell descubrió inconsistencias lógicas en estos resultados anteriores e identificó el carácter incompleto de la ley de Ampère como su causa.

Recordemos que según la ley de Ampère, la integral del campo magnético alrededor de un bucle cerrado  $C$  es proporcional a la corriente  $I$  que pasa por cualquier superficie cuyo límite sea el propio bucle  $C$ :

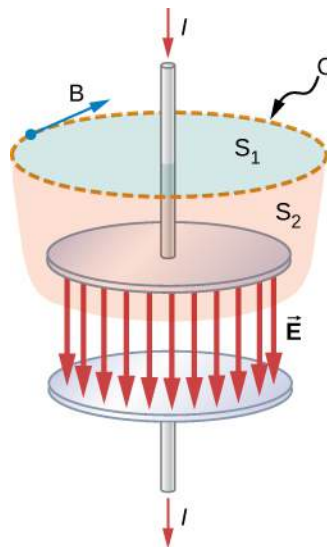
$$\oint_C \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 I. \quad 16.1$$

Hay infinitas superficies que se pueden unir a cualquier bucle, y la ley de Ampère que aparece en la [Ecuación 16.1](#) es independiente de la elección de la superficie.

Considere el montaje en la [Figura 16.3](#). Una fuente de emf se conecta bruscamente a través de un condensador de placas paralelas de manera que se desarrolla una corriente  $I$  dependiente del tiempo en el cable. Supongamos que aplicamos la ley de Ampère al bucle  $C$  mostrado en un momento anterior a la carga completa del condensador, de forma que  $I \neq 0$ . La superficie  $S_1$  da un valor diferente de cero para la corriente encerrada  $I$ , mientras que la superficie  $S_2$  da cero para la corriente encerrada porque no pasa ninguna corriente a través de ella:

$$\oint_C \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \begin{cases} \mu_0 I & \text{si la superficie } S_1 \text{ se utiliza} \\ 0 & \text{si la superficie } S_2 \text{ se utiliza} \end{cases}$$

Está claro que la ley de Ampère en su forma habitual no funciona aquí. Esto no es sorprendente, ya que la ley de Ampère aplicada en capítulos anteriores requería una corriente constante, mientras que la corriente en este experimento cambia con el tiempo y no es constante en absoluto.



**FIGURA 16.3** Las corrientes a través de la superficie  $S_1$  y superficie  $S_2$  son desiguales, a pesar de tener el mismo bucle límite  $C$ .

¿Cómo se puede modificar la ley de Ampère para que funcione en todas las situaciones? Maxwell sugirió incluir una contribución adicional, llamada corriente de desplazamiento  $I_d$ , a la corriente real  $I$ ,

$$\oint_C \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 (I + I_d) \quad 16.2$$

donde la corriente de desplazamiento se define como

$$I_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}. \quad 16.3$$

Aquí  $\epsilon_0$  es la permitividad del espacio libre y  $\Phi_E$  es el flujo eléctrico, definido como

$$\Phi_E = \iint_{\text{Superficie } S} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}.$$

La **corriente de desplazamiento** es análoga a una corriente real en la ley de Ampère, entrando en la ley de Ampère de la misma manera. Sin embargo, se produce por un campo eléctrico cambiante. Contabilice un campo eléctrico cambiante que produce un campo magnético, al igual que una corriente real, pero la corriente de desplazamiento puede producir un campo magnético incluso cuando no hay corriente real. Cuando se incluye este término extra, la ecuación de la ley de Ampère modificada se convierte en

$$\oint_C \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad 16.4$$

y es independiente de la superficie  $S$  a través de la cual se mide la corriente  $I$ .

Ahora podemos examinar esta versión modificada de la ley de Ampère para confirmar que se mantiene independientemente de si la superficie  $S_1$  o se elige la superficie  $S_2$  en la [Figura 16.3](#). El campo eléctrico  $\vec{\mathbf{E}}$  correspondiente al flujo  $\Phi_E$  en la [Ecuación 16.3](#) está entre las placas del condensador. Por lo tanto, el  $\vec{\mathbf{E}}$  campo y la corriente de desplazamiento a través de la superficie  $S_1$  son ambos cero, y la [Ecuación 16.2](#) toma la forma

$$\oint_C \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 I. \quad 16.5$$

Ahora debemos demostrar que para la superficie  $S_2$ , por la que no circula ninguna corriente real, la corriente de desplazamiento conduce al mismo valor  $\mu_0 I$  para el lado derecho de la ecuación de la ley de Ampère. Para la superficie  $S_2$ , la ecuación se convierte en

$$\oint_C \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 \frac{d}{dt} \left[ \epsilon_0 \iint_{\text{Superficie } S_2} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} \right]. \quad 16.6$$

La ley de Gauss para la carga eléctrica requiere una superficie cerrada y no puede aplicarse normalmente a una superficie como  $S_1$  sola o la  $S_2$  sola. Pero las dos superficies  $S_1$  y  $S_2$  forman una superficie cerrada en la [Figura 16.3](#) y pueden utilizarse en la ley de Gauss. Como el campo eléctrico es cero en  $S_1$ , la contribución de flujo a través de la  $S_1$  es cero. Esto nos da

$$\begin{aligned} \iint_{\text{Superficie } S_1 + S_2} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} &= \iint_{\text{Superficie } S_1} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} + \iint_{\text{Superficie } S_2} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} \\ &= 0 + \iint_{\text{Superficie } S_2} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} \\ &= \iint_{\text{Superficie } S_2} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}}. \end{aligned}$$

Por lo tanto, podemos sustituir la integral sobre la  $S_2$  en la [Ecuación 16.5](#) con la superficie gaussiana encerrada  $S_1 + S_2$  y aplicar la ley de Gauss para obtener

$$\oint_{S_1} \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 \frac{dQ_{\text{in}}}{dt} = \mu_0 I. \quad 16.7$$

Así, la ecuación de la ley de Ampère modificada es la misma utilizando la superficie  $S_2$ , donde el lado derecho resulta de la corriente de desplazamiento, al igual que para la superficie  $S_1$ , donde la contribución proviene del flujo real de carga eléctrica.



## EJEMPLO 16.1

### Corriente de desplazamiento en un condensador de carga

Un condensador de placas paralelas con una capacitancia  $C$  cuyas placas tienen un área  $A$  y una distancia de separación  $d$  está conectado a un resistor  $R$  y a una batería de voltaje  $V$ . La corriente comienza a fluir en  $t = 0$ . (a) Calcule la corriente de desplazamiento entre las placas del condensador en el tiempo  $t$ . (b) A partir de las propiedades del condensador, calcule la corriente real correspondiente  $I = \frac{dQ}{dt}$ , y compare la respuesta con la corriente esperada en los cables del circuito  $RC$  correspondiente.

#### Estrategia

Podemos utilizar las ecuaciones del análisis de un circuito  $RC$  ([Circuitos de corriente alterna](#)) más la versión de Maxwell de la ley de Ampère.

**Solución**

- a. El voltaje entre las placas en el momento  $t$  viene dado por

$$V_C = \frac{1}{C}Q(t) = V_0(1 - e^{-t/RC}).$$

Supongamos que el eje  $z$  apunta desde la placa positiva a la negativa. Entonces la componente  $z$  del campo eléctrico entre las placas en función del tiempo  $t$  es

$$E_z(t) = \frac{V_0}{d}(1 - e^{-t/RC}).$$

Por lo tanto, la componente  $z$  de la corriente de desplazamiento  $I_d$  entre las placas es

$$I_d(t) = \epsilon_0 A \frac{\partial E_z(t)}{\partial t} = \epsilon_0 A \frac{V_0}{d} \times \frac{1}{RC} e^{-t/RC} = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC},$$

donde hemos utilizado  $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$  para la capacitancia.

- b. A partir de la expresión para  $V_C$ , la carga del condensador es

$$Q(t) = CV_C = CV_0(1 - e^{-t/RC}).$$

Por lo tanto, la corriente que entra en el condensador después de cerrar el circuito es

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{V_0}{R} e^{-t/RC}.$$

Esta corriente es igual a  $I_d$  que se encuentra en (a).

**Ecuaciones de Maxwell**

Con la corrección de la corriente de desplazamiento, las ecuaciones de Maxwell toman la forma

$$\begin{aligned} \oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} &= \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon_0} && \left( \text{Ley de Gauss} \right) && 16.8 \\ \oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} &= 0 && \left( \text{Ley de Gauss para el magnetismo} \right) && 16.9 \\ \oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} &= -\frac{d\Phi_m}{dt} && \left( \text{Ley de Faraday} \right) && 16.10 \\ \oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} &= \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt} && \left( \text{Ley de Ampère-Maxwell} \right). && 16.11 \end{aligned}$$

Una vez calculados los campos mediante estas cuatro ecuaciones, la ecuación de fuerza de Lorentz

$$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}} + q\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}} \quad 16.12$$

da la fuerza que los campos ejercen sobre una partícula con carga  $q$  que se mueve con velocidad  $\vec{\mathbf{v}}$ . La ecuación de fuerza de Lorentz combina la fuerza del campo eléctrico y del campo magnético sobre la carga en movimiento. Las fuerzas magnéticas y eléctricas se han examinado en módulos anteriores. Estas cuatro ecuaciones de Maxwell son, respectivamente,

**Ecuaciones de Maxwell****1. Ley de Gauss**

El flujo eléctrico que atraviesa cualquier superficie cerrada es igual a la carga eléctrica  $Q_{\text{in}}$  encerrada en la superficie. La ley de Gauss [Ecuación 16.7] describe la relación entre una carga eléctrica y el campo eléctrico que produce. Esto se suele representar en términos de líneas de campo eléctrico que se originan en cargas positivas y terminan en cargas negativas e indican la dirección del campo eléctrico en cada punto del espacio.

## 2. Ley de Gauss para el magnetismo

El flujo del campo magnético a través de cualquier superficie cerrada es cero [Ecuación 16.8]. Esto equivale a la afirmación de que las líneas de campo magnético son continuas, sin principio ni fin. Cualquier línea de campo magnético que entre en la región encerrada por esta superficie también debe salir de ella. No se conoce la existencia de monopolos magnéticos, donde terminarían las líneas de campo magnético (vea la sección [Campos y líneas magnéticas](#)).

## 3. Ley de Faraday

Un campo magnético cambiante induce una fuerza electromotriz (emf) y, por tanto, un campo eléctrico. La dirección de la emf se opone al cambio. Esta tercera ecuación de Maxwell, [Ecuación 16.9](#), es la ley de inducción de Faraday e incluye la ley de Lenz. El campo eléctrico de un campo magnético cambiante tiene líneas de campo que forman bucles cerrados, sin principio ni fin.

## 4. Ley de Ampère-Maxwell

Los campos magnéticos son generados por cargas en movimiento o por campos eléctricos cambiantes. Esta cuarta de las ecuaciones de Maxwell, la [Ecuación 16.10](#), engloba la ley de Ampère y añade otra fuente de campos magnéticos, concretamente los campos eléctricos cambiantes.

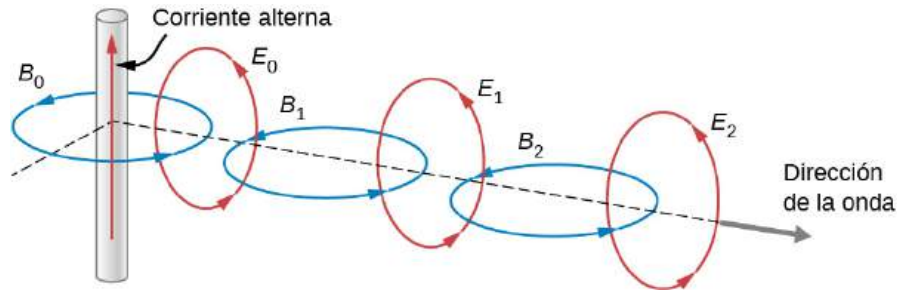
Las ecuaciones de Maxwell y la ley de la fuerza de Lorentz abarcan conjuntamente todas las leyes de la electricidad y el magnetismo. La simetría que Maxwell introdujo en su marco matemático puede que no sea inmediatamente evidente. La ley de Faraday describe cómo los campos magnéticos cambiantes producen campos eléctricos. La corriente de desplazamiento introducida por Maxwell resulta, en cambio, de un campo eléctrico cambiante y da cuenta de que un campo eléctrico cambiante produce un campo magnético. Las ecuaciones para los efectos de los cambios en los campos eléctricos y en los campos magnéticos solo difieren en su forma cuando la ausencia de monopolos magnéticos hace que falten términos. Esta simetría entre los efectos del cambio de los campos magnéticos y eléctricos es esencial para explicar la naturaleza de las ondas electromagnéticas.

La aplicación posterior de la teoría de la relatividad de Einstein a la teoría completa y simétrica de Maxwell demostró que las fuerzas eléctricas y magnéticas no están separadas, sino que son manifestaciones diferentes de la misma cosa: la fuerza electromagnética. La fuerza electromagnética y la fuerza nuclear débil están unificadas de forma similar a la fuerza electrodébil. Esta unificación de fuerzas ha sido una de las motivaciones de los intentos de unificar las cuatro fuerzas básicas de la naturaleza: la gravitatoria, la eléctrica, la fuerte y la nuclear débil (vea la sección [Física de partículas y cosmología \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/11-introduccion\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/11-introduccion)).

## El mecanismo de propagación de las ondas electromagnéticas

Para ver cómo la simetría introducida por Maxwell explica la existencia de ondas eléctricas y magnéticas combinadas que se propagan por el espacio, imagine un campo magnético que varía en el tiempo  $\vec{B}_0(t)$  producido por la corriente alterna de alta frecuencia que se ve en la [Figura 16.4](#). Representamos  $\vec{B}_0(t)$  en el diagrama por una de sus líneas de campo. Según la ley de Faraday, el campo magnético cambiante a través de una superficie induce un campo eléctrico variable en el tiempo  $\vec{E}_0(t)$  en el límite de esa superficie. La fuente de corriente de desplazamiento para el campo eléctrico, al igual que la fuente de la ley de Faraday para el campo magnético, solo produce bucles cerrados de líneas de campo, debido a la simetría matemática implicada en las ecuaciones para los campos eléctrico y magnético inducidos. Se muestra una representación de la línea de campo de  $\vec{E}_0(t)$ . A su vez, el campo eléctrico cambiante  $\vec{E}_0(t)$  crea un campo magnético  $\vec{B}_1(t)$  según la ley de Ampère modificada. Este campo cambiante induce  $\vec{E}_1(t)$ , que induce  $\vec{B}_2(t)$ , y así sucesivamente. Tenemos entonces un proceso autocontinuado que lleva a la creación de campos eléctricos y magnéticos que varían en el tiempo en regiones cada vez más alejadas de  $O$ . Este proceso puede visualizarse como la propagación de una onda electromagnética a través del espacio.





**FIGURA 16.4** Cómo los campos cambiantes  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  se propagan por el espacio.

En la siguiente sección, mostramos en términos matemáticos más precisos cómo las ecuaciones de Maxwell conducen a la predicción de ondas electromagnéticas que pueden viajar por el espacio sin un medio material, lo que implica una velocidad de las ondas electromagnéticas igual a la velocidad de la luz.

Antes de los trabajos de Maxwell, los experimentos ya indicaban que la luz era un fenómeno ondulatorio, aunque la naturaleza de las ondas era aún desconocida. En 1801, Thomas Young (1773-1829) demostró que cuando se separaba un haz de luz por dos rendijas estrechas y luego se recombinaba, se formaba un patrón compuesto por franjas brillantes y oscuras en una pantalla. Young explicó este comportamiento suponiendo que la luz estaba compuesta por ondas que se sumaban constructivamente en algunos puntos y destructivamente en otros (vea [Interferencia \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/3-introduccion\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-3/pages/3-introduccion)). Posteriormente, Jean Foucault (1819-1868), con sus mediciones de la velocidad de la luz en diversos medios, y Augustin Fresnel (1788-1827), con sus detallados experimentos de interferencia y difracción de la luz, aportaron nuevas pruebas concluyentes de que la luz era una onda. De esa manera, se sabía que la luz era una onda, y Maxwell había predicho la existencia de ondas electromagnéticas que viajaban a la velocidad de la luz. La conclusión parecía ineludible: La luz debe ser una forma de radiación electromagnética. Pero la teoría de Maxwell demostró que otras longitudes de onda y frecuencias distintas a las de la luz eran posibles para las ondas electromagnéticas. Demostró que la radiación electromagnética con las mismas propiedades fundamentales que la luz visible debería existir a cualquier frecuencia. Queda pendiente que otros comprueben y confirmen esta predicción.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 16.1**

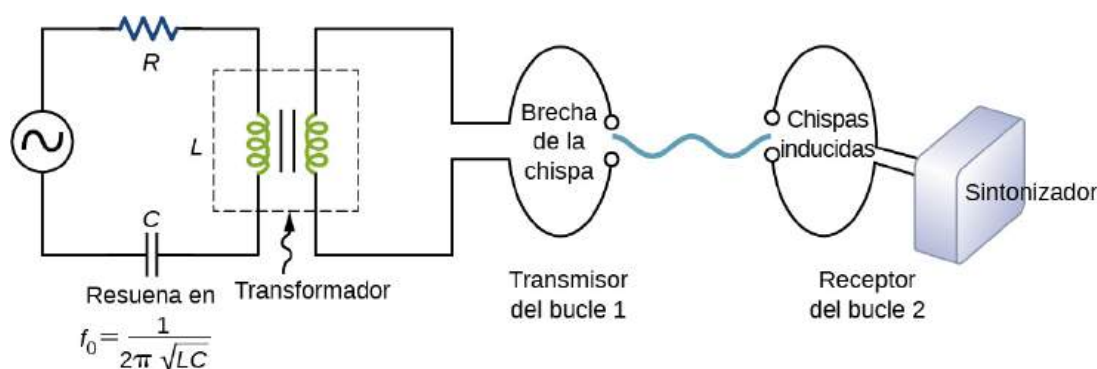
Cuando se enciende la emf a través de un condensador y se deja que este se cargue, ¿cuándo tiene la mayor magnitud el campo magnético inducido por la corriente de desplazamiento?

### Observaciones de Hertz

El físico alemán Heinrich Hertz (1857-1894) fue el primero en generar y detectar ciertos tipos de ondas electromagnéticas en el laboratorio. A partir de 1887, realizó una serie de experimentos que no solo confirmaron la existencia de las ondas electromagnéticas, sino que también verificaron que viajan a la velocidad de la luz.

Hertz utilizó un circuito  $RLC$  (resistor-inductor-condensador) de corriente alterna que resuena a una frecuencia conocida  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$  y lo conectó a un bucle de cable, como se muestra en la [Figura 16.5](#). Los altos voltajes inducidos a través del hueco del bucle producían chispas que eran una prueba visible de la corriente en el circuito y ayudaban a generar ondas electromagnéticas.

Al otro lado del laboratorio, Hertz colocó otro bucle unido a otro circuito  $RLC$ , que podía sintonizarse (como el dial de una radio) a la misma frecuencia de resonancia que la primera y, por tanto, podía hacerse que recibiera ondas electromagnéticas. Este bucle también tenía un espacio a través del cual se generaban chispas, lo que daba pruebas sólidas de que se habían recibido ondas electromagnéticas.



**FIGURA 16.5** El aparato utilizado por Hertz en 1887 para generar y detectar ondas electromagnéticas.

Hertz también estudió los patrones de reflexión, refracción e interferencia de las ondas electromagnéticas que generó, confirmando su carácter ondulatorio. Pudo determinar las longitudes de onda a partir de los patrones de interferencia, y conociendo sus frecuencias, pudo calcular la velocidad de propagación mediante la ecuación  $v = f\lambda$ , donde  $v$  es la velocidad de una onda,  $f$  es su frecuencia y  $\lambda$  es su longitud de onda. Hertz pudo así demostrar que las ondas electromagnéticas viajan a la velocidad de la luz. La unidad del SI para la frecuencia, el hercio (1 Hz = 1 ciclo/s), se llama así en su honor.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 16.2**

¿Un campo puramente eléctrico podría propagarse como una onda a través del vacío sin un campo magnético? Justifique su respuesta.

## 16.2 Ondas electromagnéticas planas

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Describir cómo las ecuaciones de Maxwell predicen direcciones relativas de los campos eléctricos y magnéticos y la dirección de propagación de las ondas electromagnéticas planas.
- Explicar cómo las ecuaciones de Maxwell predicen que la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas en el espacio libre es exactamente la velocidad de la luz.
- Calcular la magnitud relativa de los campos eléctrico y magnético en una onda electromagnética plana.
- Describir cómo se producen y detectan ondas electromagnéticas.

Las ondas mecánicas viajan a través de un medio como una cuerda, el agua o el aire. Quizá la predicción más significativa de las ecuaciones de Maxwell sea la existencia de campos eléctricos y magnéticos (o electromagnéticos) combinados que se propagan por el espacio en forma de ondas electromagnéticas. Dado que las ecuaciones de Maxwell se cumplen en el espacio libre, las ondas electromagnéticas predichas, a diferencia de las mecánicas, no necesitan un medio para su propagación.

Un tratamiento general de la física de las ondas electromagnéticas está fuera del alcance de este libro de texto. Sin embargo, podemos investigar el caso especial de una onda electromagnética que se propaga por el espacio libre a lo largo del eje  $x$  de un sistema de coordenadas dado.

### Ondas electromagnéticas en una dirección

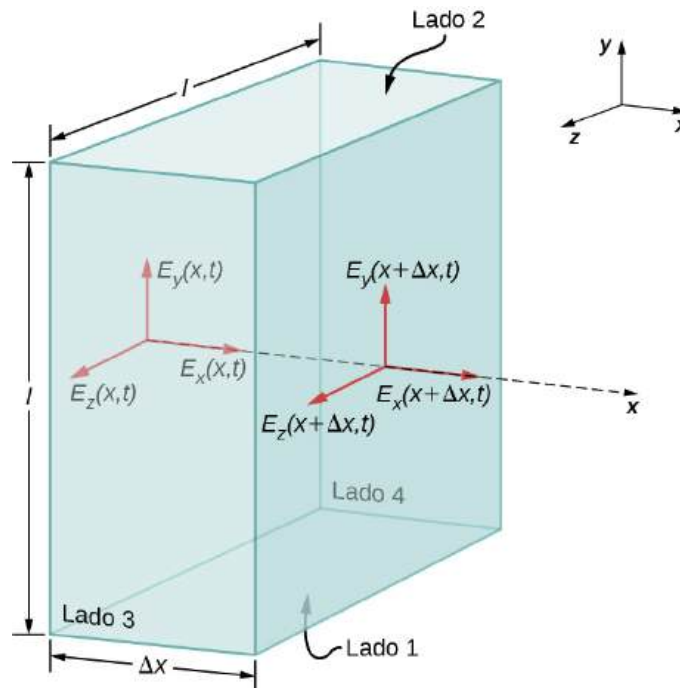
Una onda electromagnética está formada por un campo eléctrico, definido como es habitual en términos de la fuerza por carga sobre una carga estacionaria, y un campo magnético, definido en términos de la fuerza por carga sobre una carga en movimiento. Se supone que el campo electromagnético es una función solo de la coordenada  $x$  y del tiempo. La componente  $y$  del campo eléctrico se escribe entonces como  $E_y(x, t)$ , la componente  $z$  del campo magnético como  $B_z(x, t)$ , etc. Como estamos suponiendo un espacio libre, no hay cargas ni corrientes libres, por lo que podemos establecer  $Q_{\text{en}} = 0$  y  $I = 0$  en las ecuaciones de Maxwell.

### La naturaleza transversal de las ondas electromagnéticas

Examinamos primero lo que implica la ley de Gauss para los campos eléctricos sobre las direcciones relativas del campo eléctrico y la dirección de propagación en una onda electromagnética. Supongamos que la superficie gaussiana es la superficie de una caja rectangular cuya sección transversal es un cuadrado de lado  $l$  y cuyo tercer lado tiene longitud  $\Delta x$ , como se muestra en la [Figura 16.6](#). Como el campo eléctrico es una función solo de  $x$  y  $t$ , la componente  $y$  del campo eléctrico es la misma tanto en la parte superior (marcada como lado 2) como en la inferior (marcada como lado 1) de la caja, de modo que estas dos contribuciones al flujo se cancelan. El argumento correspondiente también es válido para el flujo neto de la componente  $z$  del campo eléctrico a través de los lados 3 y 4. Por lo tanto, cualquier flujo neto a través de la superficie proviene enteramente de la componente  $x$  del campo eléctrico. Dado que el campo eléctrico no depende de  $y$  ni de  $z$ ,  $E_x(x, t)$  es constante sobre la cara de la caja con área  $A$  y tiene un valor posiblemente diferente  $E_x(x + \Delta x, t)$  que es constante sobre la cara opuesta de la caja. Aplicando la ley de Gauss se obtiene

$$\text{Flujo neto} = -E_x(x, t)A + E_x(x + \Delta x, t)A = \frac{Q_{\text{en}}}{\epsilon_0} \quad 16.13$$

donde  $A = l \times l$  es el área de las caras frontal y posterior de la superficie rectangular. Pero la carga encerrada es  $Q_{\text{en}} = 0$ , por lo que el flujo neto de esta componente también es cero, y la [Ecuación 16.13](#) implica  $E_x(x, t) = E_x(x + \Delta x, t)$  para cualquier  $\Delta x$ . Por lo tanto, si existe un componente  $x$  del campo eléctrico, este no puede variar con  $x$ . Un campo uniforme de este tipo solo se superpondría artificialmente a la onda viajera, por ejemplo, teniendo un par de placas cargadas en paralelo. Dicho componente  $E_x(x, t)$  no formaría parte de una onda electromagnética que se propaga a lo largo del eje  $x$ ; por tanto  $E_x(x, t) = 0$  para esta onda. Por lo tanto, las únicas componentes que no son cero del campo eléctrico son  $E_y(x, t)$  y  $E_z(x, t)$ , perpendicular a la dirección de propagación de la onda.



**FIGURA 16.6** La superficie de una caja rectangular de dimensiones  $l \times l \times \Delta x$  es nuestra superficie gaussiana. El campo eléctrico mostrado es de una onda electromagnética que se propaga a lo largo del eje  $x$ .

Un argumento similar es válido sustituyendo  $E$  por  $B$  y utilizando la ley de Gauss para el magnetismo en lugar de la ley de Gauss para los campos eléctricos. Esto demuestra que el campo  $B$  también es perpendicular a la dirección de propagación de la onda. La onda electromagnética es por tanto una onda transversal, con sus campos eléctricos y magnéticos oscilantes perpendiculares a su dirección de propagación.

### La velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas

A continuación podemos aplicar las ecuaciones de Maxwell a la descripción dada en relación con la [Figura](#)

16.4 en la sección anterior para obtener una ecuación para el campo  $E$  a partir del campo  $B$  cambiante, y para el campo  $B$  a partir de un campo  $E$  cambiante. A continuación, combinamos las dos ecuaciones para mostrar cómo los campos  $E$  y  $B$  cambiantes se propagan por el espacio a una velocidad precisamente igual a la de la luz.

En primer lugar, aplicamos la ley de Faraday sobre el lado 3 de la superficie gaussiana, utilizando la trayectoria mostrada en [Figura 16.7](#). Porque  $E_x(x, t) = 0$ , tenemos

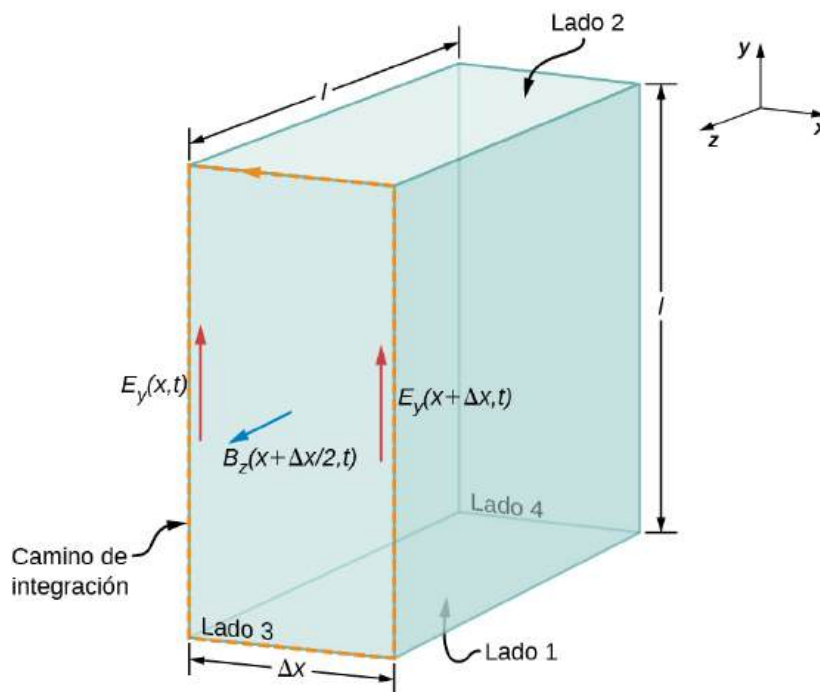
$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = -E_y(x, t)l + E_y(x + \Delta x, t)l.$$

Suponiendo que  $\Delta x$  es pequeño y se aproxima  $E_y(x + \Delta x, t)$  por

$$E_y(x + \Delta x, t) = E_y(x, t) + \frac{\partial E_y(x, t)}{\partial x} \Delta x,$$

obtenemos

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \frac{\partial E_y(x, t)}{\partial x} (l\Delta x).$$



**FIGURA 16.7** Aplicamos la ley de Faraday al frente del rectángulo evaluando  $\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$  a lo largo del borde

rectangular del lado 3 en la dirección indicada, tomando el campo  $B$  que cruza la cara como su valor aproximado en el centro del área atravesada.

Porque  $\Delta x$  es pequeño, el flujo magnético que atraviesa la cara puede aproximarse por su valor en el centro del área atravesada, a saber  $B_z(x + \frac{\Delta x}{2}, t)$ . El flujo del campo  $B$  a través de la cara 3 es entonces el campo  $B$  por el área,

$$\oint_S \vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{\mathbf{n}} dA = B_z \left( x + \frac{\Delta x}{2}, t \right) (l\Delta x). \quad 16.14$$

De la ley de Faraday,

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{\mathbf{B}} \cdot \vec{\mathbf{n}} dA. \quad 16.15$$

Por lo tanto, utilizando la [Ecuación 16.13](#) y la [Ecuación 16.14](#),

$$\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} (l\Delta x) = -\frac{\partial}{\partial t} \left[ B_z \left( x + \frac{\Delta x}{2}, t \right) \right] (l\Delta x).$$

Cancelando  $l\Delta x$  y tomando el límite como  $\Delta x = 0$ , nos quedamos con

$$\frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t}. \quad 16.16$$

En cambio, podríamos haber aplicado la ley de Faraday a la superficie superior (numerada 2) en la [Figura 16.7](#), para obtener la ecuación resultante

$$\frac{\partial E_z(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial B_y(x,t)}{\partial t}. \quad 16.17$$

Esta es la ecuación que describe el campo  $E$  dependiente del espacio producido por el campo  $B$  dependiente del tiempo.

A continuación aplicamos la ley de Ampère-Maxwell (con  $I = 0$ ) sobre las mismas dos caras (superficie 3 y luego superficie 2) de la caja rectangular de [Figura 16.7](#). Aplicando la [Ecuación 16.10](#),

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 (d/dt) \int_S \vec{E} \cdot \mathbf{n} da$$

a la superficie 3, y luego a la superficie 2, produce las dos ecuaciones

$$\frac{\partial B_y(x,t)}{\partial x} = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E_z(x,t)}{\partial t}, \quad \text{y} \quad 16.18$$

$$\frac{\partial B_z(x,t)}{\partial x} = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E_y(x,t)}{\partial t}. \quad 16.19$$

Estas ecuaciones describen el campo  $B$  dependiente del espacio producido por el campo  $E$  dependiente del tiempo.

A continuación combinamos las ecuaciones que muestran que el campo  $B$  cambiante produce un campo  $E$  con la ecuación que muestra que el campo  $E$  cambiante produce un campo  $B$ . Tomando la derivada de la [Ecuación 16.16](#) con respecto a  $x$  y utilizando la [Ecuación 16.26](#) se obtiene

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial B_z}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \right)$$

o

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}. \quad 16.20$$

Esta es la forma que adopta la ecuación de onda general para nuestra onda plana. Dado que las ecuaciones describen una onda que viaja a una velocidad aún no especificada  $c$ , podemos suponer que las componentes del campo son cada una funciones de  $x - ct$  para la onda que viaja en la dirección  $+x$ , es decir,

$$E_y(x,t) = f(\xi) \quad \text{donde } \xi = x - ct. \quad 16.21$$

Se deja como ejercicio matemático demostrar, utilizando la regla de la cadena para la diferenciación, que la [Ecuación 16.17](#) y la [Ecuación 16.18](#) implican

$$1 = \epsilon_0 \mu_0 c^2.$$

La velocidad de la onda electromagnética en el espacio libre viene dada, por tanto, en función de la permeabilidad y permeabilidad del espacio libre por

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}. \quad 16.22$$

También podríamos haber supuesto una onda electromagnética con componentes de campo  $E_z(x, t)$  y  $B_y(x, t)$ . El mismo tipo de análisis con la [Ecuación 16.25](#) y la [Ecuación 16.24](#) también mostraría que la velocidad de una onda electromagnética es  $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ .

En 1873 Maxwell formuló la física de los campos electromagnéticos viajeros. Demostró de forma más general que nuestra derivación que las ondas electromagnéticas siempre viajan en el espacio libre con una velocidad dada por la [Ecuación 16.18](#). Si evaluamos la velocidad  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ , hallamos que

$$c = \frac{1}{\sqrt{\left(8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}\right) \left(4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}}\right)}} = 3,00 \times 10^8 \text{ m/s},$$

que es la velocidad de la luz. ¡Imagine la emoción que debió sentir Maxwell cuando descubrió esta ecuación! Había encontrado una conexión fundamental entre dos fenómenos aparentemente no relacionados: los campos electromagnéticos y la luz.

### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 16.3**

La ecuación de onda se obtuvo (1) encontrando el campo  $E$  producido por el campo  $B$  cambiante, (2) encontrando el campo  $B$  producido por el campo  $E$  cambiante, y combinando los dos resultados. ¿Cuál de las ecuaciones de Maxwell fue la base del paso (1) y cuál del paso (2)?

### Cómo se relacionan los campos $E$ y $B$

Hasta ahora, hemos visto que las tasas de cambio de los diferentes componentes de los campos  $E$  y  $B$  están relacionadas, que la onda electromagnética es transversal y que la onda se propaga a la velocidad  $c$ . A continuación mostramos lo que las ecuaciones de Maxwell implican sobre la relación de las magnitudes de los campos  $E$  y  $B$  y las direcciones relativas de los campos  $E$  y  $B$ .

Consideramos ahora las soluciones para la [Ecuación 16.16](#) en forma de ondas planas para el campo eléctrico:

$$E_y(x, t) = E_0 \cos(kx - \omega t). \quad 16.23$$

Hemos tomado arbitrariamente que la onda viaja en la dirección  $+x$  y hemos elegido su fase de forma que la máxima intensidad de campo se produce en el origen en el tiempo  $t = 0$ . Está justificado que consideremos solo los senos y cosenos de esta manera, y que generalicemos los resultados, ya que el teorema de Fourier implica que podemos expresar cualquier onda, incluso funciones escalonadas cuadradas, como una superposición de senos y cosenos.

En un punto concreto del espacio, el campo  $E$  oscila sinusoidalmente con una frecuencia angular  $\omega$  entre  $+E_0$  y  $-E_0$ , y, del mismo modo, el campo  $B$  oscila entre  $+B_0$  y  $-B_0$ . La amplitud de la onda es el valor máximo de  $E_y(x, t)$ . El periodo de oscilación  $T$  es el tiempo necesario para una oscilación completa. La frecuencia  $f$  es el número de oscilaciones completas por unidad de tiempo, y está relacionada con la frecuencia angular  $\omega$  por  $\omega = 2\pi f$ . La longitud de onda  $\lambda$  es la distancia recorrida por un ciclo completo de la onda, y el número de onda  $k$  es el número de longitudes de onda que caben en una distancia de  $2\pi$  en las unidades utilizadas. Estas magnitudes están relacionadas de la misma manera que para una onda mecánica:

$$\omega = 2\pi f, \quad f = \frac{1}{T}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \text{y} \quad c = f\lambda = \omega/k.$$

Dado que la solución de  $E_y$  tiene la forma mostrada en la [Ecuación 16.20](#), necesitamos determinar el campo  $B$  que lo acompaña. A partir de la [Ecuación 16.24](#), la componente del campo magnético  $B_z$  debe obedecer

$$\begin{aligned}\frac{\partial B_z}{\partial t} &= -\frac{\partial E_y}{\partial x} \\ \frac{\partial B_z}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x} E_0 \cos(kx - \omega t) = kE_0 \sin(kx - \omega t).\end{aligned}\tag{16.24}$$

Como la solución para el patrón de campo  $B$  de la onda se propaga en la dirección  $+x$  a la misma velocidad  $c$  que el patrón de campo  $E$ , debe ser una función de  $k(x - ct) = kx - \omega t$ . Por lo tanto, concluimos de la [Ecuación 16.21](#) que  $B_z$  es

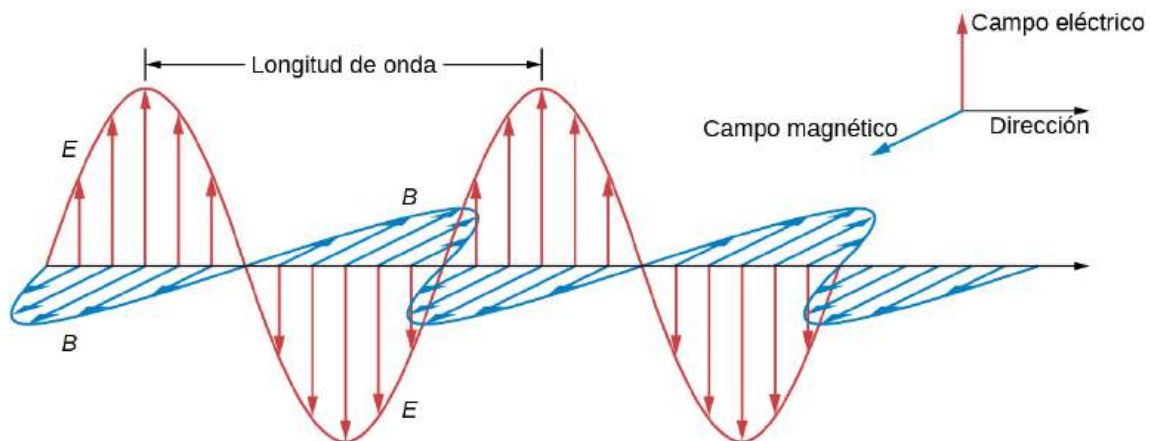
$$B_z(x, t) = \frac{k}{\omega} E_0 \cos(kx - \omega t) = \frac{1}{c} E_0 \cos(kx - \omega t).$$

Estos resultados pueden escribirse como

$$\begin{aligned}E_y(x, t) &= E_0 \cos(kx - \omega t) \\ B_z(x, t) &= B_0 \cos(kx - \omega t)\end{aligned}\tag{16.25}$$

$$\frac{E_y}{B_z} = \frac{E_0}{B_0} = c.\tag{16.26}$$

Por lo tanto, los picos de los campos  $E$  y  $B$  coinciden, al igual que los valles de la onda, y en cada punto, los campos  $E$  y  $B$  están en la misma proporción igual a la velocidad de la luz  $c$ . La onda plana tiene la forma mostrada en la [Figura 16.8](#).



**FIGURA 16.8** La solución de onda plana de las ecuaciones de Maxwell tiene el campo  $B$  directamente proporcional al campo  $E$  en cada punto, con las direcciones relativas mostradas.



### EJEMPLO 16.2

#### Calcular la intensidad del campo $B$ en una onda electromagnética

¿Cuál es la intensidad máxima del campo  $B$  en una onda electromagnética que tiene una intensidad de campo  $E$  máxima de 1.000 V/m?

#### Estrategia

Para calcular la intensidad del campo  $B$ , reordenamos la [Ecuación 16.23](#) para resolver  $B$ , y se obtiene

$$B = \frac{E}{c}.$$

#### Solución

Nos dan  $E$ , y  $c$  es la velocidad de la luz. Introduciendo estos datos en la expresión de  $B$  se obtiene

$$B = \frac{1.000 \text{ V/m}}{3,00 \times 10^8 \text{ m/s}} = 3,33 \times 10^{-6} \text{ T}.$$

### Importancia

La intensidad del campo  $B$  es menos de una décima parte del campo magnético de la Tierra, que es ciertamente débil. Esto significa que un campo eléctrico relativamente fuerte de 1.000 V/m va acompañado de un campo magnético relativamente débil.

Los campos eléctricos cambiantes crean campos magnéticos relativamente débiles. Sin embargo, los campos eléctricos y magnéticos combinados pueden detectarse en las ondas electromagnéticas, aprovechando el fenómeno de la resonancia, como hizo Hertz. Un sistema con la misma frecuencia natural que la onda electromagnética puede hacerse oscilar. Todos los receptores de radio y televisión utilizan este principio para captar y luego amplificar las ondas electromagnéticas débiles, al tiempo que rechazan todas las demás que no están en su frecuencia de resonancia.

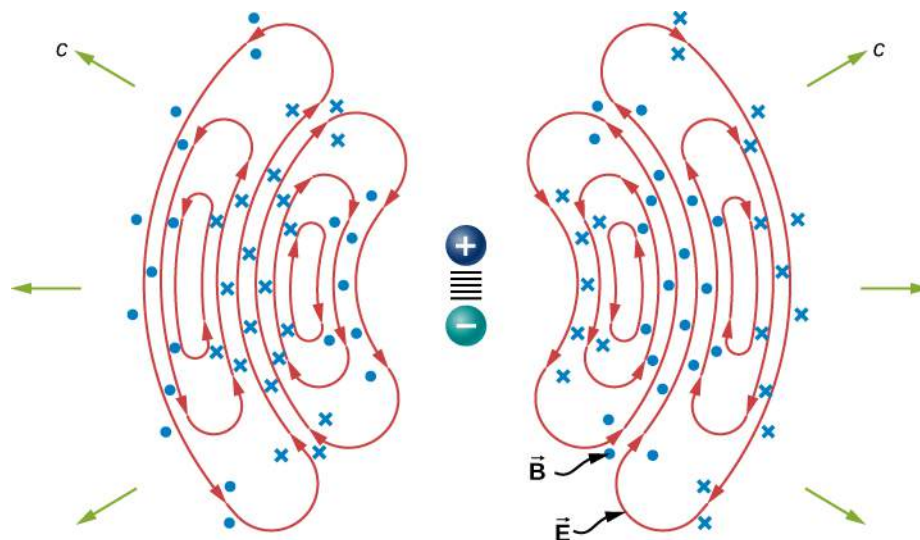
### ✓ **COMPRUEBE LO APRENDIDO 16.4**

¿A qué conclusiones nos ha llevado nuestro análisis de las ecuaciones de Maxwell sobre estas propiedades de una onda electromagnética plana:

- (a) las direcciones relativas de propagación de la onda, del campo  $E$  y del campo  $B$ ;
- (b) la velocidad de desplazamiento de la onda y cómo la velocidad depende de la frecuencia; y
- (c) las magnitudes relativas de los campos  $E$  y  $B$ .

### Producción y detección de ondas electromagnéticas

Una corriente eléctrica constante produce un campo magnético que es constante en el tiempo y que no se propaga como una onda. Sin embargo, las cargas que se aceleran producen ondas electromagnéticas. Una carga eléctrica que oscila hacia arriba y hacia abajo, o una corriente o flujo de carga alterna en un conductor, emiten radiación en las frecuencias de sus oscilaciones. El campo electromagnético de una *antena dipolar* se muestra en la [Figura 16.9](#). Las cargas positivas y negativas de los dos conductores se hacen invertir a la frecuencia deseada mediante la salida de un transmisor como fuente de energía. La corriente, que cambia continuamente, acelera la carga en la antena, lo que da lugar a un campo eléctrico oscilante que se aleja de la antena. Los campos eléctricos cambiantes producen campos magnéticos cambiantes que, a su vez, producen campos eléctricos cambiantes, que se propagan como ondas electromagnéticas. La frecuencia de esta radiación es la misma que la de la fuente deac que acelera los electrones en la antena. Los dos elementos conductores de la antena dipolar suelen ser alambres rectos. La longitud total de los dos alambres suele ser aproximadamente la mitad de la longitud de onda deseada (de ahí el nombre alternativo *antena de media onda*), ya que esto permite establecer ondas estacionarias y mejora la eficacia de la radiación.



**FIGURA 16.9** El movimiento oscilante de las cargas en una antena dipolar produce radiación electromagnética.



Se muestran las líneas de campo eléctrico en un plano. El campo magnético es perpendicular a este plano. Este campo de radiación tiene una simetría cilíndrica alrededor del eje del dipolo. No se muestran las líneas de campo cercanas al dipolo. El patrón no es en absoluto uniforme en todas las direcciones. La señal más fuerte se produce en direcciones perpendiculares al eje de la antena, que sería horizontal si la antena está montada verticalmente. La intensidad es cero a lo largo del eje de la antena. Los campos detectados lejos de la antena proceden de los campos eléctricos y magnéticos cambiantes que se inducen mutuamente y viajan como ondas electromagnéticas. Lejos de la antena, los frentes de onda, o superficies de igual fase para la onda electromagnética, son casi esféricas. Incluso más lejos de la antena, la radiación se propaga como ondas electromagnéticas planas.

Las ondas electromagnéticas transportan energía alejándose de su fuente, de forma similar a como una onda de sonido se aleja de una onda estacionaria en una cuerda de guitarra. Una antena de recepción de señales electromagnéticas funciona a la inversa. Las ondas electromagnéticas entrantes inducen corrientes oscilantes en la antena, cada una a su propia frecuencia. El receptor de radio incluye un circuito sintonizador, cuya frecuencia de resonancia puede ajustarse. El sintonizador reacciona intensamente a la frecuencia deseada pero no a otras, lo que permite al usuario sintonizar la emisora deseada. Los componentes eléctricos amplifican la señal formada por los electrones en movimiento. A continuación, la señal se convierte en un formato de audio o video.

### INTERACTIVO

Utilice esta [simulación \(https://openstax.org/l/21radwavsim\\_es\)](https://openstax.org/l/21radwavsim_es) para emitir ondas de radio. Mueva el electrón del transmisor manualmente o haga que oscile automáticamente. Muestre el campo como una curva o vectores. El gráfico de bandas muestra las posiciones de los electrones en el emisor y en el receptor.

---

## 16.3 Energía transportada por las ondas electromagnéticas

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

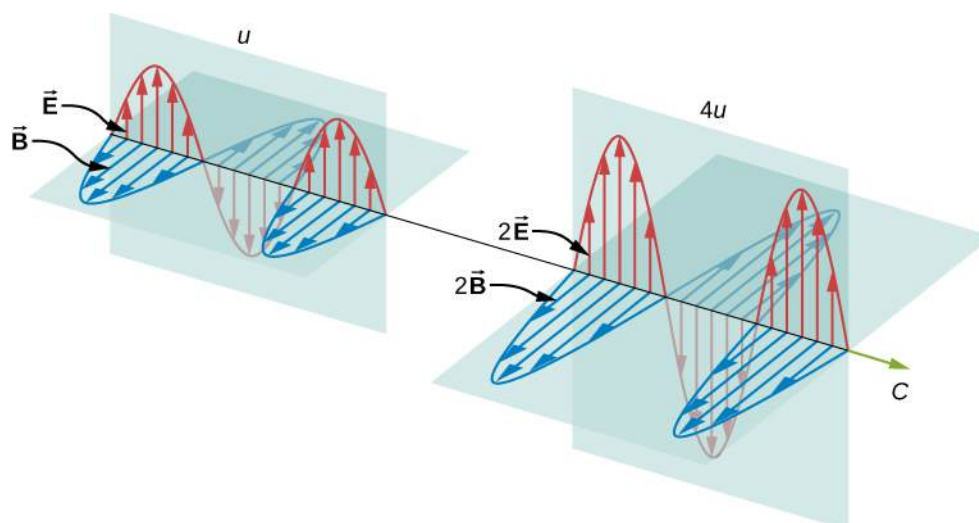
Al final de esta sección, podrá:

- Expresar la densidad de energía promediada en el tiempo de las ondas electromagnéticas en términos de sus amplitudes de campo eléctrico y magnético.
- Calcular el vector de Poynting y la intensidad energética de ondas electromagnéticas.
- Explicar cómo la energía de una onda electromagnética depende de su amplitud, mientras que la energía de un fotón es proporcional a su frecuencia.

Cualquiera que haya utilizado un horno microondas sabe que hay energía en las ondas electromagnéticas. A veces esta energía es evidente, como en el calor del Sol de verano. Otras veces, es sutil, como la energía no percibida de los rayos gamma, que puede destruir células vivas.

Las ondas electromagnéticas aportan energía a un sistema en virtud de sus campos eléctricos y magnéticos. Estos campos pueden ejercer fuerzas y mover cargas en el sistema y, por tanto, realizar un trabajo sobre ellas. Sin embargo, hay energía en una onda electromagnética en sí misma, tanto si es absorbida o no. Una vez creados, los campos transportan energía que se aleja de una fuente. Si posteriormente se absorbe algo de energía, las intensidades de campo disminuyen y todo lo que queda se desplaza.

Evidentemente, cuanto mayor sea la fuerza de los campos eléctricos y magnéticos, más trabajo podrán realizar y mayor será la energía que transporte la onda electromagnética. En las ondas electromagnéticas, la amplitud es la intensidad máxima de los campos eléctrico y magnético ([Figura 16.10](#)). La energía de las ondas viene determinada por su amplitud.



**FIGURA 16.10** La energía transportada por una onda depende de su amplitud. En el caso de las ondas electromagnéticas, la duplicación de los campos  $E$  y  $B$  cuadruplica la densidad de energía  $u$  y el flujo de energía  $uc$ .

Para una onda plana que viaja en la dirección del eje  $x$  positivo con la fase de la onda elegida para que el máximo de la onda esté en el origen en  $t = 0$ , los campos eléctricos y magnéticos obedecen a las ecuaciones

$$E_y(x, t) = E_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$B_z(x, t) = B_0 \cos(kx - \omega t).$$

La energía de cualquier parte de la onda electromagnética es la suma de las energías de los campos eléctrico y magnético. Esta energía por unidad de volumen, o densidad de energía  $u$ , es la suma de la densidad de energía del campo eléctrico y la densidad de energía del campo magnético. Las expresiones para ambas densidades de energía de campo se discutieron anteriormente ( $u_E$  en la sección [Capacitancia](#) y  $u_B$  en la sección [Inductancia](#)). Combinando estas contribuciones, obtenemos

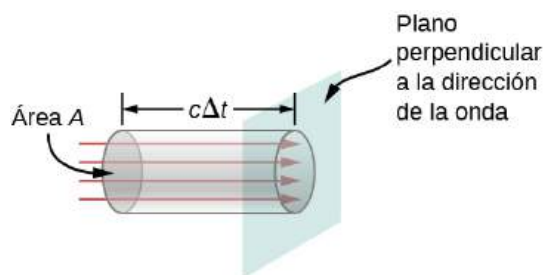
$$u(x, t) = u_E + u_B = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2.$$

La expresión  $E = cB = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} B$  muestra entonces que la densidad de energía magnética  $u_B$  y la densidad de energía eléctrica  $u_E$  son iguales, a pesar de que los campos eléctricos cambiantes generalmente solo producen pequeños campos magnéticos. La igualdad de las densidades de energía eléctrica y magnética conduce a

$$u(x, t) = \epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0}. \quad 16.27$$

La densidad de energía se mueve con los campos eléctricos y magnéticos de forma similar a las propias ondas.

Podemos calcular la tasa de transporte de energía considerando un pequeño intervalo de tiempo  $\Delta t$ . Como se muestra en la [Figura 16.11](#), la energía contenida en un cilindro de longitud  $c\Delta t$  y la sección transversal  $A$  pasa por el plano de la sección transversal en el intervalo  $\Delta t$ .



**FIGURA 16.11** La energía  $uAc\Delta t$  contenida en los campos eléctricos y magnéticos de la onda electromagnética en el volumen  $Ac\Delta t$  pasa por la zona  $A$  en el tiempo  $\Delta t$ .

La energía que pasa por el área  $A$  en el tiempo  $\Delta t$  es

$$u \times \text{volumen} = uAc\Delta t.$$

La energía por unidad de superficie y por unidad de tiempo que pasa por un plano perpendicular a la onda, llamada flujo de energía y denotada con una  $S$ , puede calcularse dividiendo la energía por la superficie  $A$  y el intervalo de tiempo  $\Delta t$ .

$$S = \frac{\text{Zona de paso de la energía } A \text{ en el tiempo } \Delta t}{A\Delta t} = uc = \epsilon_0 c E^2 = \frac{1}{\mu_0} EB.$$

De forma más general, el flujo de energía atraviesa cualquier superficie también depende de la orientación de la misma. Para tener en cuenta la dirección, introducimos un vector  $\vec{S}$ , llamado **vector de Poynting**, con la siguiente definición:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}. \quad 16.28$$

El producto cruzado de  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  apunta en la dirección perpendicular a ambos vectores. Para confirmar que la dirección de  $\vec{S}$  es la de la propagación de las ondas, y no su negativo, vuelva a la [Figura 16.7](#). Tenga en cuenta que las leyes de Lenz y Faraday implican que cuando el campo magnético mostrado es creciente en el tiempo, el campo eléctrico es mayor en  $x$  que en  $x + \Delta x$ . El campo eléctrico disminuye con el aumento de  $x$  en un momento y lugar determinados. La proporcionalidad entre los campos eléctricos y magnéticos requiere que el campo eléctrico aumente en el tiempo junto con el campo magnético. Esto solo es posible si la onda se propaga hacia la derecha en el diagrama, en cuyo caso, las orientaciones relativas muestran que  $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$  es específicamente en la dirección de propagación de la onda electromagnética.

El flujo de energía en cualquier lugar también varía en el tiempo, como puede verse sustituyendo la [Ecuación 16.23](#) en la [Ecuación 16.27](#) para obtener la  $u$

$$S(x, t) = c\epsilon_0 E_0^2 \cos^2(kx - \omega t) \quad 16.29$$

Como la frecuencia de la luz visible es muy alta, del orden de  $10^{14}$  Hz, el flujo de energía de la luz visible a través de cualquier área es una cantidad que varía muy rápidamente. La mayoría de los dispositivos de medición, incluidos nuestros ojos, solo detectan una media de muchos ciclos. El promedio temporal del flujo de energía es la intensidad  $I$  de la onda electromagnética y es la potencia por unidad de superficie. Se puede expresar promediando la función coseno en la [Ecuación 16.29](#) a lo largo de un ciclo completo, que es lo mismo que promediar el tiempo a lo largo de muchos ciclos (aquí,  $T$  es un periodo):

$$I = S_{\text{avg}} = c\epsilon_0 E_0^2 \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2\left(2\pi \frac{t}{T}\right) dt. \quad 16.30$$

Podemos evaluar la integral, o bien observar que como el seno y el coseno difieren simplemente en la fase, la media sobre un ciclo completo para  $\cos^2(\xi)$  es el mismo que para  $\sin^2(\xi)$ , para obtener

$$\langle \cos^2 \xi \rangle = \frac{1}{2} [\langle \cos^2 \xi \rangle + \langle \sin^2 \xi \rangle] = \frac{1}{2} \langle 1 \rangle = \frac{1}{2}.$$

donde los paréntesis angulares  $\langle \dots \rangle$  representan la operación de promediación del tiempo. La intensidad de la luz que se mueve a la velocidad  $c$  en el vacío es entonces

$$I = S_{\text{avg}} = \frac{1}{2} c\epsilon_0 E_0^2 \quad 16.31$$

en función de la intensidad máxima del campo eléctrico  $E_0$ , que es también la amplitud del campo eléctrico. La manipulación algebraica produce la relación

$$I = \frac{cB_0^2}{2\mu_0} \quad 16.32$$

donde  $B_0$  es la amplitud del campo magnético, que es igual a la intensidad máxima del campo magnético. Una expresión más para  $I_{\text{avg}}$  en términos de intensidad de campo eléctrico y magnético es útil. Sustituyendo el hecho de que  $cB_0 = E_0$ , la expresión anterior se convierte en

$$I = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0}. \quad 16.33$$

Podemos utilizar cualquiera de las tres ecuaciones anteriores que nos resulte más conveniente, porque las tres ecuaciones son en realidad diferentes versiones del mismo resultado: La energía de una onda está relacionada con la amplitud al cuadrado. Además, como estas ecuaciones se basan en la suposición de que las ondas electromagnéticas son sinusoidales, la intensidad máxima es el doble de la intensidad media; es decir,  $I_0 = 2I$ .

### EJEMPLO 16.3

#### Un rayo láser

El haz de un pequeño láser de laboratorio suele tener una intensidad de aproximadamente  $1,0 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$ . Suponiendo que el haz está compuesto por ondas planas, calcule las amplitudes de los campos eléctrico y magnético en el haz.

#### Estrategia

Utilice la ecuación que expresa la intensidad en términos de campo eléctrico para calcular el campo eléctrico a partir de la intensidad.

#### Solución

A partir de la [Ecuación 16.31](#), la intensidad del rayo láser es

$$I = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2.$$

Por lo tanto, la amplitud del campo eléctrico es

$$E_0 = \sqrt{\frac{2}{c \epsilon_0} I} = \sqrt{\frac{2}{(3,00 \times 10^8 \text{ m/s}) (8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m})} (1,0 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2)} = 0,87 \text{ V/m}.$$

La amplitud del campo magnético puede obtenerse a partir de la [Ecuación 16.20](#):

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = 2,9 \times 10^{-9} \text{ T}.$$

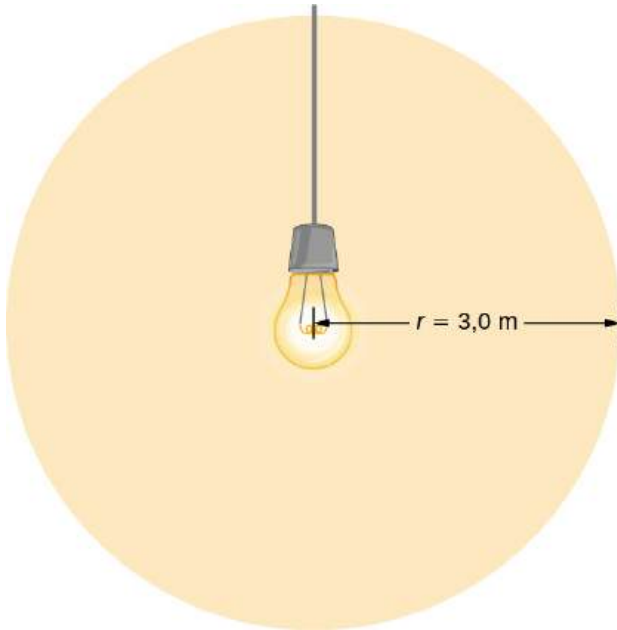
### EJEMPLO 16.4

#### Campos de bombillas

Una bombilla emite 5,00 W de potencia como luz visible. ¿Cuáles son los campos eléctricos y magnéticos medios de la luz a una distancia de 3,0 m?

#### Estrategia

Supongamos que la potencia disipada  $P$  de la bombilla, que se encuentra en el interior de una esfera de radio 3,0 m, se distribuye uniformemente, calcule la intensidad de la potencia en la superficie y, a partir de estos datos, calcule el campo eléctrico.

**Solución**

La potencia radiada como luz visible es entonces

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{c\epsilon_0 E_0^2}{2},$$

$$E_0 = \sqrt{2 \frac{P}{4\pi r^2 c\epsilon_0}} = \sqrt{2 \frac{5,00 \text{ W}}{4\pi(3,0 \text{ m})^2 (3,00 \times 10^8 \text{ m/s})(8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)}} = 5,77 \text{ N/C},$$

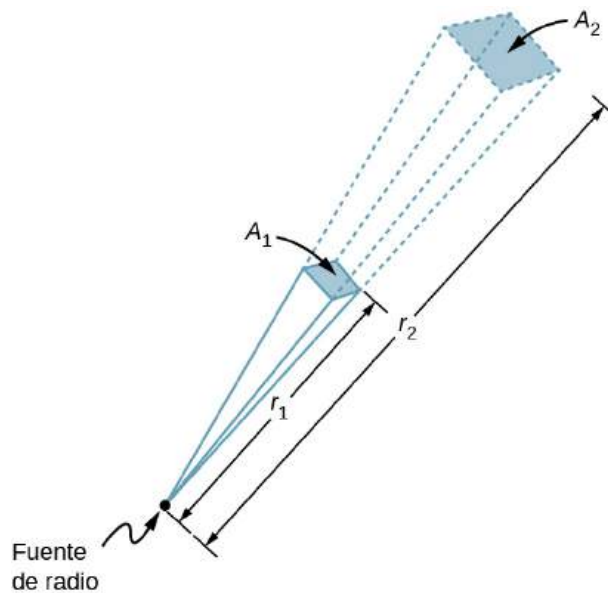
$$B_0 = E_0/c = 1,92 \times 10^{-8} \text{ T}.$$

**Importancia**

La intensidad  $I$  disminuye con la distancia al cuadrado si la radiación se dispersa uniformemente en todas las direcciones.


**EJEMPLO 16.5**
**Alcance de la radio**

Un transmisor de radio de 60 kW en la Tierra envía su señal a un satélite situado a 100 km ([Figura 16.12](#)). ¿A qué distancia en la misma dirección la señal tendría la misma intensidad de campo máxima si la potencia de salida del transmisor se aumentara a 90 kW?



**FIGURA 16.12** En tres dimensiones, una señal se propaga en un ángulo sólido a medida que se desplaza hacia el exterior desde su fuente.

### Estrategia

El área sobre la que se dispersa la potencia en una dirección determinada aumenta con la distancia al cuadrado, como se ilustra en la figura. Cambie la potencia de salida  $P$  por un factor de (90 kW/60 kW) y cambie el área por el mismo factor para mantener  $I = \frac{P}{A} = \frac{c\epsilon_0 E_0^2}{2}$  son iguales. A continuación, utilice la proporción entre el área  $A$  del diagrama y la distancia al cuadrado para calcular la distancia que produce el cambio calculado en el área.

### Solución

Utilizando la proporcionalidad de las áreas a los cuadrados de las distancias, y resolviendo, obtenemos del diagrama

$$\frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{90 \text{ W}}{60 \text{ W}},$$

$$r_2 = \sqrt{\frac{90}{60}} (100 \text{ km}) = 122 \text{ km}.$$

### Importancia

El alcance de una señal de radio es la distancia máxima entre el emisor y el receptor que permite un funcionamiento normal. En ausencia de complicaciones como las reflexiones de los obstáculos, la intensidad sigue una ley del cuadrado inverso, y para duplicar el alcance habría que multiplicar la potencia por cuatro.

## 16.4 Momento y presión de radiación

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

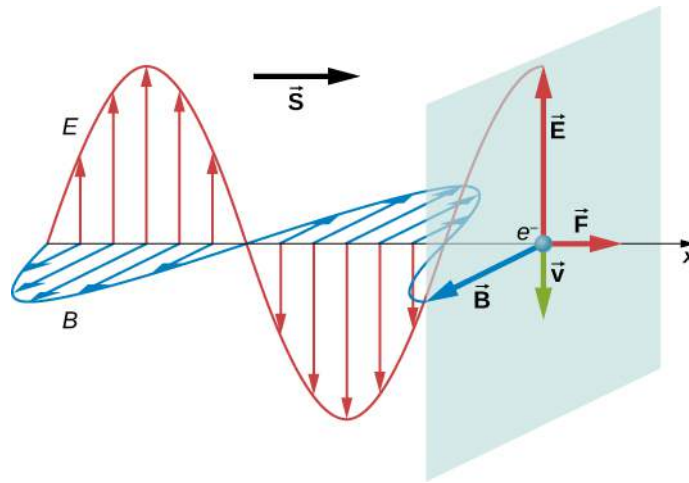
Al final de esta sección, podrá:

- Describir la relación de la presión de radiación y la densidad de energía de una onda electromagnética
- Explicar cómo la presión de radiación de la luz, aunque pequeña, puede producir efectos astronómicos observables.

Los objetos materiales están formados por partículas cargadas. Una onda electromagnética que incide sobre el objeto ejerce fuerzas sobre las partículas cargadas, de acuerdo con la fuerza de Lorentz, la [Ecuación 16.11](#). Estas fuerzas realizan un trabajo sobre las partículas del objeto, aumentando su energía, como se comentó en el apartado anterior. La energía que transporta la luz del sol es una parte familiar de cada día cálido y soleado.

Una característica mucho menos conocida de la radiación electromagnética es la presión extremadamente débil que esta produce al ejercer una fuerza en la dirección de la onda. Esta fuerza se produce porque las ondas electromagnéticas contienen y transportan el momento.

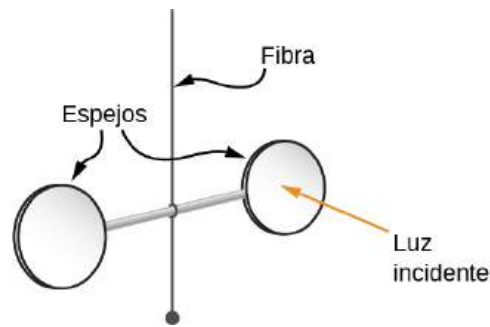
Para entender la dirección de la fuerza para un caso muy concreto, consideremos una onda electromagnética plana que incide sobre un metal en el que el movimiento de los electrones, como parte de una corriente, está amortiguado por la resistencia del metal, de modo que el movimiento medio de los electrones está en fase con la fuerza que lo provoca. Esto es comparable a un objeto que se mueve en contra de la fricción y se detiene tan pronto como la fuerza que lo empuja se detiene ([Figura 16.13](#)). Cuando el campo eléctrico está en la dirección del eje  $y$  positivo, los electrones se mueven en la dirección  $y$  negativa, con el campo magnético en la dirección del eje  $z$  positivo. Aplicando la regla de la mano derecha, y teniendo en cuenta la carga negativa del electrón, podemos ver que la fuerza que ejerce el campo magnético sobre el electrón está en la dirección del eje  $x$  positivo, que es la dirección de propagación de la onda. Cuando el campo  $E$  se invierte, el campo  $B$  también lo hace, y la fuerza vuelve a ser en la misma dirección. Sin embargo, las ecuaciones de Maxwell junto con la ecuación de fuerza de Lorentz implican la existencia de la presión de radiación de forma mucho más general que este ejemplo concreto.



**FIGURA 16.13** Los campos eléctricos y magnéticos de una onda electromagnética pueden combinarse para producir una fuerza en la dirección de propagación, como se ilustra para el caso especial de los electrones cuyo movimiento está muy amortiguado por la resistencia de un metal.

Maxwell predijo que una onda electromagnética lleva momento. Un objeto que absorbe una onda electromagnética experimentaría una fuerza en la dirección de propagación de la onda. La fuerza corresponde a la presión de radiación que la onda ejerce sobre el objeto. La fuerza sería el doble de grande si la radiación se reflejara en lugar de ser absorbida.

En 1903, Nichols y Hull confirmaron la predicción de Maxwell al medir con precisión las presiones de radiación con una balanza de torsión. En la [Figura 16.14](#) se muestra la disposición esquemática. Se colocaron espejos suspendidos de una fibra dentro de un contenedor de vidrio. Nichols y Hull pudieron obtener una pequeña desviación medible de los espejos al iluminar uno de ellos. A partir de la desviación medida, pudieron calcular la fuerza desequilibrada sobre el espejo y obtuvieron un valor acorde con la fuerza prevista.



**FIGURA 16.14** Esquema simplificado de la parte central del aparato que Nichols y Hull utilizaron para medir con precisión la presión de radiación y confirmar la predicción de Maxwell.

La **presión de radiación**  $p_{\text{rad}}$  aplicada por una onda electromagnética sobre una superficie perfectamente absorbente resulta ser igual a la densidad de energía de la onda:

$$p_{\text{rad}} = u \text{ (Un absorbente perfecto).} \quad 16.34$$

Si el material es perfectamente reflectante, como una superficie metálica, y si la incidencia es a lo largo de la normal a la superficie, entonces la presión ejercida es el doble porque la dirección del momento se invierte en la reflexión:

$$p_{\text{rad}} = 2u \text{ (Un reflector perfecto).} \quad 16.35$$

Podemos confirmar que las unidades son correctas:

$$[u] = \frac{\text{J}}{\text{m}^3} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{m}^3} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{unidades de presión.}$$

La [Ecuación 16.34](#) y la [Ecuación 16.35](#) dan la presión instantánea, pero como la densidad de energía oscila rápidamente, normalmente nos interesa la presión de radiación promediada en el tiempo, que puede escribirse en términos de intensidad:

$$p = \langle p_{\text{rad}} \rangle = \begin{cases} I/c & \text{Un absorbente perfecto} \\ 2I/c & \text{Un reflector perfecto.} \end{cases} \quad 16.36$$

La presión de la radiación desempeña un papel en la explicación de muchos fenómenos astronómicos observados, incluida la aparición de los cometas. Los cometas son básicamente trozos de material helado en los que se incrustan gases congelados y partículas de roca y polvo. Cuando un cometa se acerca al Sol, se calienta y su superficie comienza a evaporarse. La *coma* del cometa es la zona nebulosa que lo rodea por los gases y el polvo. Algunos de los gases y el polvo forman colas cuando salen del cometa. Observe en la [Figura 16.15](#) que un cometa tiene *dos* colas. La *cola de iones* (o *cola de gas* en la [Figura 16.15](#)) está compuesta principalmente por gases ionizados. Estos iones interactúan electromagnéticamente con el viento solar, que es una corriente continua de partículas cargadas emitidas por el Sol. La fuerza del viento solar sobre los gases ionizados es lo suficientemente fuerte como para que la cola de iones apunte casi siempre a una dirección que se aleja del Sol. La segunda cola está compuesta por partículas de polvo. Como la *cola de polvo* es eléctricamente neutra, no interactúa con el viento solar. Sin embargo, esta cola se ve afectada por la presión de radiación producida por la luz del Sol. Aunque es bastante pequeña, esta presión es lo suficientemente fuerte como para que la cola de polvo se desplace de la trayectoria del cometa.





**FIGURA 16.15** La evaporación del material calentado por el Sol forma dos colas, como se muestra en esta foto del cometa Ison (créditos: modificación del trabajo de E. Slawik-ESO).



### EJEMPLO 16.6

#### El cometa Halley

El 9 de febrero de 1986, el cometa Halley se encontraba en su punto más cercano al Sol, cerca de  $9,0 \times 10^{10}$  m del centro del Sol. La potencia media irradiada del Sol es  $3,8 \times 10^{26}$  W.

- (a) Calcule la presión de radiación sobre el cometa en este punto de su órbita. Supongamos que el cometa refleja toda la luz incidente.
- (b) Supongamos que un trozo de material de 10 kg de área transversal  $4,0 \times 10^{-2}$  m<sup>2</sup> se desprende del cometa. Calcule la fuerza sobre este trozo debida a la radiación solar. Compare esta fuerza con la fuerza gravitatoria del Sol.

#### Estrategia

Calcule la intensidad de la radiación solar a la distancia dada del Sol y utilícela para calcular la presión de radiación. A partir de la presión y el área, calcule la fuerza.

#### Solución

- a. La intensidad de la radiación solar es la potencia solar media por unidad de superficie. Por lo tanto, en  $9,0 \times 10^{10}$  m desde el centro del Sol, tenemos

$$I = S_{\text{avg}} = \frac{3,8 \times 10^{26} \text{ W}}{4\pi(9,0 \times 10^{10} \text{ m})^2} = 3,7 \times 10^3 \text{ W/m}^2.$$

Suponiendo que el cometa refleja toda la radiación incidente, obtenemos de la [Ecuación 16.36](#)

$$p = \frac{2I}{c} = \frac{2(3,7 \times 10^3 \text{ W/m}^2)}{3,00 \times 10^8 \text{ m/s}} = 2,5 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2.$$

- b. La fuerza que ejerce la radiación sobre el trozo de cometa es

$$\begin{aligned} F &= pA = (2,5 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2)(4,0 \times 10^{-2} \text{ m}^2) \\ &= 1,0 \times 10^{-6} \text{ N}, \end{aligned}$$

mientras que la fuerza gravitatoria del Sol es

$$F_g = \frac{GMm}{r^2} = \frac{(6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2) (2,0 \times 10^{30} \text{ kg}) (10 \text{ kg})}{(9,0 \times 10^{10} \text{ m})^2} = 0,16 \text{ N}.$$

### Importancia

Por lo tanto, la fuerza gravitatoria del Sol sobre el trozo es mucho mayor que la fuerza de la radiación.

Después de que Maxwell demostrara que la luz transportaba tanto el momento como la energía, surgió una idea novedosa, al principio solo como ciencia ficción. Tal vez una nave espacial con una gran vela solar reflectante podría utilizar la presión de la radiación para la propulsión. Un vehículo de este tipo no tendría que llevar combustible. Experimentaría una fuerza constante pero pequeña de la radiación solar, en lugar de las breves ráfagas de la propulsión de los cohetes. Se aceleraría lentamente, pero al ser acelerado continuamente, acabaría alcanzando grandes velocidades. Se necesitaría una nave con una masa total pequeña y una vela con una gran superficie para obtener una aceleración utilizable.

Cuando se inició el programa espacial en la década de 1960, la idea empezó a recibir una atención seria por parte de la NASA. El desarrollo más reciente en materia de naves espaciales de propulsión ligera procede de la Sociedad Planetaria, un grupo financiado por particulares. Actualmente está probando el uso de velas ligeras para propulsar un pequeño vehículo construido a partir de *CubeSats*, que son diminutos satélites que la NASA pone en órbita para diversos proyectos de investigación durante lanzamientos espaciales destinados principalmente a otros fines.

La nave espacial *LightSail* que se muestra a continuación ([Figura 16.16](#)) está formada por tres *CubeSats* agrupados. Tiene una masa total de solo unos 5 kg y es del tamaño de una barra de pan. Sus velas son de Mylar muy fino y se abren tras el despegue para tener una superficie de 32 m<sup>2</sup>.



**FIGURA 16.16** Dos pequeños satélites *CubeSat* desplegados desde la Estación Espacial Internacional en mayo de 2016. Las velas solares se abren cuando los *CubeSats* se alejan lo suficiente de la estación (créditos: modificación de un trabajo de la NASA).

### INTERACTIVO

La primera nave espacial *LightSail* se lanzó en 2015 para probar el sistema de despliegue de las velas. Se puso en órbita terrestre baja en 2015, al ser transportado en un cohete Atlas 5 lanzado para una misión no relacionada. La prueba fue un éxito, pero la órbita terrestre baja permitía demasiada resistencia a la nave para

acelerarla con la luz solar. Finalmente, se quemó en la atmósfera, como era de esperar. La próxima nave de vela solar *LightSail* de la Sociedad Planetaria está prevista para 2016. En el sitio web de la Sociedad Planetaria puede verse una [ilustración \(https://openstax.org/l/21lightsail\)](https://openstax.org/l/21lightsail) de la nave, tal como se espera que aparezca en vuelo.



### EJEMPLO 16.7

#### Aceleración de LightSail

La intensidad de la energía de la luz solar a una distancia de 1 UA del Sol es  $1370 \text{ W/m}^2$ . La nave espacial *LightSail* tiene velas con una superficie total de  $32 \text{ m}^2$  y una masa total de  $5,0 \text{ kg}$ . Calcule la máxima aceleración que podría alcanzar la nave espacial *LightSail* por la presión de la radiación cuando se encuentre a aproximadamente 1 UA del Sol.

#### Estrategia

La máxima aceleración puede esperarse cuando la vela se abre directamente hacia el Sol. Utilice la intensidad de la luz para calcular la presión de radiación y, a partir de ella, la fuerza sobre las velas. A continuación, utilice la segunda ley de Newton para calcular la aceleración.

#### Solución

La presión de radiación es

$$F = pA = 2uA = \frac{2I}{c}A = \frac{2(1370 \text{ W/m}^2)(32 \text{ m}^2)}{(3,00 \times 10^8 \text{ m/s})} = 2,92 \times 10^{-4} \text{ N}.$$

La aceleración resultante es

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2,92 \times 10^{-4} \text{ N}}{5,0 \text{ kg}} = 5,8 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2.$$

#### Importancia

Si esta pequeña aceleración se mantuviera durante un año, la nave alcanzaría una velocidad de  $1829 \text{ m/s}$ , es decir,  $6.600 \text{ km/h}$ .



### COMPRUEBE LO APRENDIDO 16.5

¿Cómo se verían afectadas la velocidad y la aceleración de una nave espacial propulsada por radiación al alejarse del Sol en un vuelo espacial interplanetario?

## 16.5 El espectro electromagnético

### OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al final de esta sección, podrá:

- Explicar cómo las ondas electromagnéticas se dividen en diferentes rangos, según la longitud de onda y la frecuencia correspondiente.
- Describir cómo se producen las ondas electromagnéticas en diferentes categorías.
- Describir algunas de las numerosas aplicaciones prácticas cotidianas de las ondas electromagnéticas.

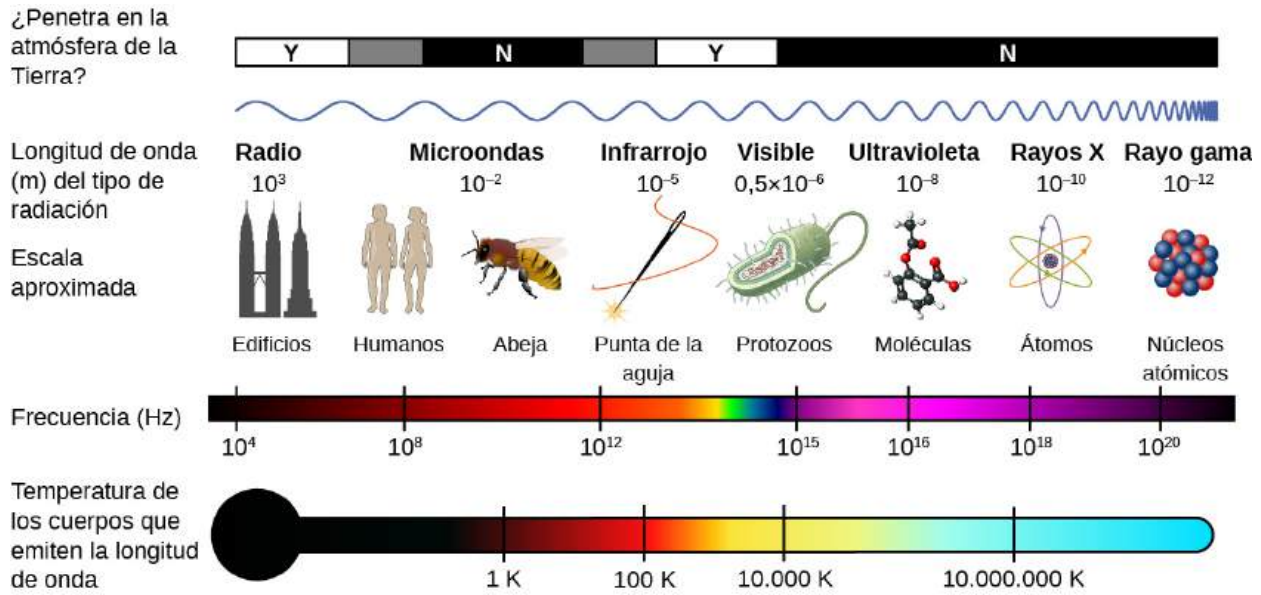
Las ondas electromagnéticas tienen una amplia gama de aplicaciones prácticas cotidianas que incluyen usos tan diversos como la comunicación por teléfono móvil y la radiodifusión, el WiFi, la cocina, la visión, las imágenes médicas y el tratamiento del cáncer. En este módulo, discutimos cómo las ondas electromagnéticas se clasifican en categorías como de radio, infrarroja, ultravioleta, etc. También resumimos algunas de las principales aplicaciones de cada gama.

Las distintas categorías de ondas electromagnéticas se diferencian en su rango de longitudes de onda, o lo que es lo mismo, en sus correspondientes rangos de frecuencia. Sus propiedades cambian suavemente de una gama de frecuencias a la siguiente, con diferentes aplicaciones en cada gama. Un breve resumen de la producción y utilización de las ondas electromagnéticas se encuentra en la [Tabla 16.1](#).

Tipo de onda	Producción	Aplicaciones	Temas
Radio	Aceleración de las cargas	Comunicaciones Controles remotos IRM	Requiere control para el uso de la banda
Microondas	Cargas aceleradoras y agitación térmica	Comunicaciones Hornos Radar Uso del teléfono móvil	
Infrarrojos	Agitación térmica y transiciones electrónicas	Imágenes térmicas Calefacción	Absorbido por la atmósfera Efecto invernadero
Luz visible	Agitación térmica y transiciones electrónicas	Fotosíntesis Visión humana	
Ultravioleta	Agitación térmica y transiciones electrónicas	Esterilización Producción de vitamina D	Agotamiento de la capa de ozono Causa cáncer
Rayos X	Transiciones electrónicas internas y colisiones rápidas	Seguridad Diagnóstico médico Terapia del cáncer	Causa del cáncer
Rayos gamma	Decaimiento nuclear	Medicina nuclear Seguridad Diagnóstico médico Terapia del cáncer	Causa cáncer Daños por radiación

**TABLA 16.1** Ondas electromagnéticas

La relación  $c = f\lambda$  entre la frecuencia  $f$  y la longitud de onda  $\lambda$  se aplica a todas las ondas y asegura que a mayor frecuencia menor longitud de onda. La [Figura 16.17](#) muestra cómo se clasifican los distintos tipos de ondas electromagnéticas según sus longitudes de onda y frecuencias, es decir, muestra el espectro electromagnético.



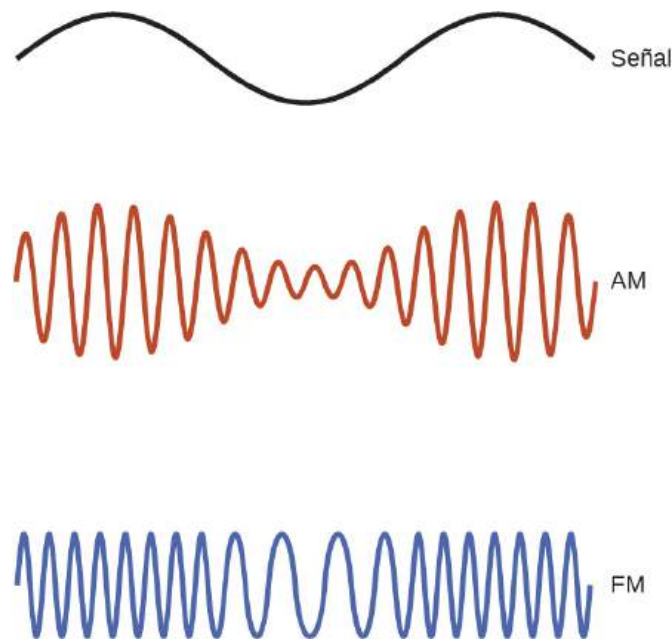
**FIGURA 16.17** El espectro electromagnético, que muestra las principales categorías de ondas electromagnéticas.

### Ondas de radio

El término **ondas de radio** se refiere a la radiación electromagnética con longitudes de onda superiores a unos 0,1 m. Las ondas de radio se utilizan habitualmente para las comunicaciones de audio (es decir, para las radios), pero el término se utiliza para las ondas electromagnéticas de esta gama independientemente de su aplicación. Las ondas de radio suelen ser el resultado de una corriente alterna en los cables de una antena de radiodifusión. Cubren una gama de longitudes de onda muy amplia y se dividen en muchos subrangos, como las microondas, las ondas electromagnéticas utilizadas para la radio AM y FM, los teléfonos móviles y las señales de televisión.

No existe la frecuencia más baja de las ondas de radio, pero las ondas ELF, o de "frecuencia extremadamente baja", están entre las frecuencias más bajas que se encuentran habitualmente, de 3 Hz a 3 kHz. La carga acelerada de las corrientes alternas de las líneas eléctricas produce ondas electromagnéticas en este rango. Las ondas ELF son capaces de penetrar en el agua del mar, que absorbe fuertemente las ondas electromagnéticas de mayor frecuencia, por lo que son útiles para las comunicaciones submarinas.

Para utilizar una onda electromagnética para transmitir información, se *modula* la amplitud, la frecuencia o la fase de la onda, o se varía de forma controlada para codificar la información deseada en la onda. En la transmisión de radio AM, la amplitud de la onda se modula para imitar las vibraciones del sonido que se transmite. El teorema de Fourier implica que la onda AM modulada equivale a una superposición de ondas que cubren un estrecho rango de frecuencias. A cada estación de AM se le asigna una frecuencia portadora específica que, por acuerdo internacional, puede variar en  $\pm 5$  kHz. En la transmisión de radio FM, la frecuencia de la onda se modula para transportar esta información, como se ilustra en la [Figura 16.18](#), y la frecuencia de cada emisora puede utilizar 100 kHz a cada lado de su frecuencia portadora. La onda electromagnética produce una corriente en una antena receptora y la radio o la televisión procesan la señal para producir el sonido y cualquier imagen. Mientras más alta sea la frecuencia de la onda de radio utilizada para transportar los datos, mayor será la variación detallada de la onda que se puede transportar modulándola en cada unidad de tiempo, y más datos se podrán transmitir por unidad de tiempo. Las frecuencias asignadas para la radiodifusión AM son de 540 a 1600 kHz, y para la FM son de 88 MHz a 108 MHz.



**FIGURA 16.18** Las ondas electromagnéticas se utilizan para transportar señales de comunicación variando la amplitud de la onda (AM), su frecuencia (FM) o su fase.

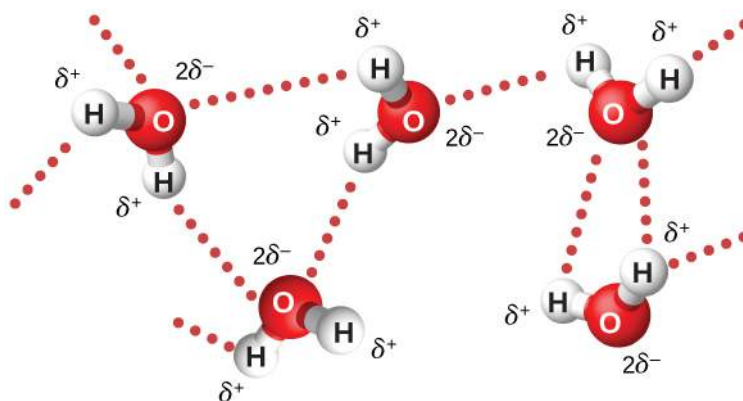
Las conversaciones por teléfono móvil y las voces e imágenes de video de la televisión se transmiten habitualmente como datos digitales mediante la conversión de la señal en una secuencia de unos y ceros binarios. Esto permite una transmisión de datos más clara cuando la señal es débil, y permite utilizar algoritmos informáticos para comprimir los datos digitales y transmitir más datos en cada rango de frecuencia. Los datos informáticos también se transmiten como una secuencia de unos y ceros binarios, cada uno de los cuales constituye un bit de datos.

### Microondas

Las **microondas** son las ondas electromagnéticas de más alta frecuencia que pueden ser producidas por corrientes en circuitos y dispositivos macroscópicos. Las frecuencias de las microondas oscilan entre  $10^9$  Hz a casi  $10^{12}$  Hz. Sus altas frecuencias corresponden a longitudes de onda cortas en comparación con otras ondas de radio, de ahí el nombre de "microondas". Las microondas también se producen de forma natural como la radiación cósmica de fondo que queda desde el origen del universo. Junto con otras gamas de ondas electromagnéticas, forman parte de la radiación que emite y absorbe cualquier objeto por encima del cero absoluto a causa de la **agitación térmica**, es decir, del movimiento térmico de sus átomos y moléculas.

La mayor parte de la información transmitida por satélite se transmite por microondas. **El radar** es una aplicación común de las microondas. Al detectar y cronometrar los ecos de microondas, los sistemas de radar pueden determinar la distancia a objetos tan diversos como nubes, aviones o incluso la superficie de Venus.

Las microondas de 2,45 GHz se utilizan habitualmente en los hornos de microondas. Los electrones de una molécula de agua tienden a permanecer más cerca del núcleo de oxígeno que de los núcleos de hidrógeno ([Figura 16.19](#)). Esto crea dos centros separados de cargas iguales y opuestas, lo que da a la molécula un momento dipolar (vea [Campo eléctrico](#)). El campo eléctrico oscilante de las microondas en el interior del horno ejercen un torque que tiende a alinear cada molécula primero en una dirección y luego en la otra, con el movimiento de cada molécula acoplado a otras a su alrededor. Esto bombea energía al movimiento térmico continuo del agua para calentar los alimentos. La placa que se encuentra debajo de los alimentos no contiene agua y permanece relativamente sin calentar.



**FIGURA 16.19** El campo eléctrico oscilante en un horno de microondas ejerce un torque sobre las moléculas de agua debido a su momento dipolar, y el par de torsión invierte su dirección  $4,90 \times 10^9$  veces por segundo. Las interacciones entre las moléculas distribuyen la energía que se bombea hacia ellas. Las  $\delta^+$  y  $\delta^-$  denotan la distribución de la carga en las moléculas.

Las microondas de un horno microondas se reflejan en las paredes del horno, de modo que la superposición de ondas produce ondas estacionarias, similares a las ondas estacionarias de una guitarra o una cuerda de violín que vibra (vea [Modos normales de una onda sonora estacionaria \(http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/17-4-modos-normales-de-una-onda-sonora-estacionaria\)](http://openstax.org/books/fisica-universitaria-volumen-1/pages/17-4-modos-normales-de-una-onda-sonora-estacionaria)). Un ventilador giratorio actúa como agitador al reflejar las microondas en diferentes direcciones, y las placas giratorias para alimentos, ayudan a repartir los puntos calientes.

## EJEMPLO 16.8

### Por qué los hornos microondas se calientan de forma desigual

¿Qué distancia hay entre los puntos calientes de un horno microondas de 2,45 GHz?

#### Estrategia

Considere las ondas a lo largo de una dirección en el horno, siendo reflejadas en la pared opuesta de donde se generan.

#### Solución

Los antinodos, donde se produce la máxima intensidad, están separados por la mitad de la longitud de onda, con una separación

$$d = \frac{1}{2} \lambda = \frac{1}{2} \frac{c}{f} = \frac{3,00 \times 10^8 \text{ m/s}}{2(2,45 \times 10^9 \text{ Hz})} = 6,02 \text{ cm.}$$

#### Importancia

La distancia entre los puntos calientes de un horno microondas viene determinada por la longitud de onda de las microondas.

Un teléfono móvil tiene un receptor de radio y un transmisor de radio débil, ambos pueden sintonizar rápidamente cientos de frecuencias de microondas específicamente asignadas. La baja intensidad de la señal transmitida le confiere un alcance intencionadamente limitado. Un sistema terrestre (torre celular) se enlaza con el teléfono únicamente con la torre de transmisión asignada a una pequeña área específica, llamada célula, y realiza una transición fácil de conexión a la próxima célula cuando la recepción de la señal allí es la de mayor potencia. Esto permite utilizar un teléfono móvil mientras se cambia de ubicación.

Las microondas también proporcionan el WiFi que permite a los propietarios de teléfonos móviles, computadoras portátiles y dispositivos similares conectarse de forma inalámbrica a Internet en casa y en cafeterías y aeropuertos. Un router WiFi inalámbrico es un dispositivo que intercambia datos por internet a

través del cable u otra conexión, y utiliza microondas para intercambiar los datos de forma inalámbrica con dispositivos como teléfonos móviles y computadoras. El propio término WiFi hace referencia a las normas que se siguen para modular y analizar las microondas de forma que los rúteres y dispositivos inalámbricos de distintos fabricantes funcionen de forma compatible entre sí. Los datos de la computadora en cada dirección consisten en secuencias de ceros y unos binarios, cada uno de los cuales corresponde a un bit binario. Las microondas están en el rango de 2,4 GHz a 5,0 GHz.

Otras tecnologías inalámbricas también utilizan las microondas para las comunicaciones cotidianas entre dispositivos. Bluetooth se desarrolló junto a WiFi como un estándar para la comunicación por radio en el rango de 2,4 GHz entre dispositivos cercanos, por ejemplo, para enlazar con auriculares y audífonos a dispositivos como radios, o el teléfono móvil de un conductor a un dispositivo de manos libres para poder responder a las llamadas telefónicas sin tener que manipular directamente el móvil.

Las microondas también se utilizan en el etiquetado por radio, mediante la tecnología de identificación por radiofrecuencia (radio frequency identification, RFID). Algunos ejemplos son las etiquetas de RFID adheridas a la mercancía de las tiendas, el transpondedor para el uso de las cabinas de peaje adherido al parabrisas de un automóvil o incluso un chip incrustado en la piel de una mascota. El dispositivo responde a una señal de microondas emitiendo una señal propia con información codificada, lo que permite a las tiendas registrar rápidamente los artículos en sus cajas registradoras, a los conductores cargar los peajes en su cuenta sin detenerse y a las mascotas perdidas reunirse con sus dueños. La comunicación de campo cercano (near field communication, NFC) funciona de forma similar, salvo que tiene un alcance mucho menor. Su mecanismo de interacción es el campo magnético inducido a frecuencias de microondas entre dos bobinas. Los teléfonos móviles con capacidad de NFC y el software adecuado pueden suministrar información para hacer compras mediante el teléfono móvil en vez de una tarjeta de crédito real. El corto alcance de la transferencia de datos es una característica de seguridad deseada en este caso.

## Radiación infrarroja

El límite entre las regiones de microondas e infrarrojos del espectro electromagnético no está bien definido (vea la [Figura 16.17](#)). La **radiación infrarroja** se produce generalmente por el movimiento térmico y la vibración y la rotación de átomos y moléculas. Las transiciones electrónicas en los átomos y las moléculas también pueden producir radiación infrarroja. Aproximadamente la mitad de la energía solar que llega a la Tierra se encuentra en la región infrarroja y la mayor parte del resto en la parte visible del espectro. Aproximadamente el 23 % de la energía solar se absorbe en la atmósfera, cerca del 48 % se absorbe en la superficie de la Tierra y cerca del 29 % se refleja en el espacio.<sup>1</sup>

La gama de frecuencias infrarrojas se extiende hasta el límite inferior de la luz visible, justo por debajo del rojo. De hecho, infrarrojo significa "por debajo del rojo". Las moléculas de agua giran y vibran especialmente bien en las frecuencias infrarrojas. Los satélites de reconocimiento pueden detectar edificios, vehículos e incluso personas por sus emisiones infrarrojas, cuya potencia de radiación es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta. De forma más mundana, utilizamos las lámparas de infrarrojos, incluidas las llamadas *calefactores de cuarzo*, para calentarnos preferentemente porque absorbemos los infrarrojos mejor que nuestro entorno.

Los conocidos "controles remoto" para cambiar los canales y los ajustes de los televisores suelen transmitir su señal modulando un haz de infrarrojos. Si intenta utilizar el control remoto del televisor sin que el emisor de infrarrojos esté en línea de visión directa con el detector de infrarrojos, es posible que el televisor no responda. Algunos controles remoto utilizan Bluetooth en su lugar y reducen esta molestia.

## Luz visible

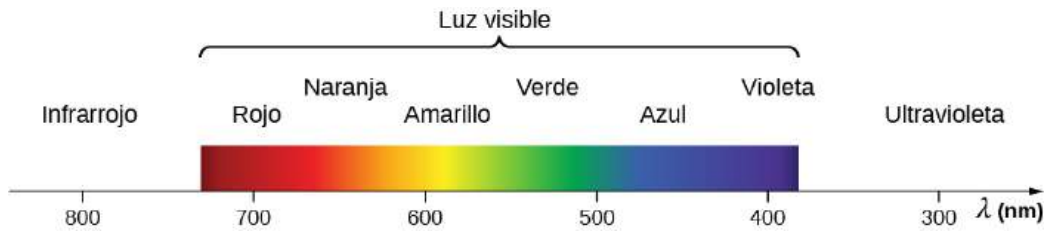
La **luz visible** es el estrecho segmento del espectro electromagnético comprendido entre unos 400 nm y unos 750 nm al que responde el ojo humano normal. La luz visible se produce por las vibraciones y rotaciones de los átomos y las moléculas, así como por las transiciones electrónicas dentro de los átomos y las moléculas. Los receptores o detectores de luz utilizan en gran medida las transiciones electrónicas.

---

1 <http://earthobservatory.nasa.gov/Features/EnergyBalance/page4.php>



La luz roja tiene las frecuencias más bajas y las longitudes de onda más largas, mientras que la violeta tiene las frecuencias más altas y las longitudes de onda más cortas (Figura 16.20). La radiación de cuerpo negro del Sol alcanza su punto máximo en la parte visible del espectro, pero es más intensa en el rojo que en el violeta, lo que hace que el sol tenga un aspecto amarillento.



**FIGURA 16.20** Una pequeña parte del espectro electromagnético que incluye sus componentes visibles. Las divisiones entre el infrarrojo, el visible y el ultravioleta no son perfectamente distintas, como tampoco lo son las existentes entre los siete colores del arco iris.

Los seres vivos —plantas y animales— han evolucionado para utilizar y responder a partes del espectro electromagnético en el que están inmersos. Disfrutamos de la belleza de la naturaleza a través de la luz visible. Las plantas son más selectivas. La fotosíntesis utiliza partes del espectro visible para producir azúcares.

### Radiación ultravioleta

Ultravioleta significa "por encima del violeta". Las frecuencias electromagnéticas de la **radiación ultravioleta (UV)** se extienden hacia arriba desde el violeta, la luz visible de mayor frecuencia. El ultravioleta de mayor frecuencia se superpone con los rayos X de menor frecuencia. Las longitudes de onda del ultravioleta se extienden desde 400 nm hasta unos 10 nm en sus frecuencias más altas. El ultravioleta se produce por los movimientos atómicos y moleculares y las transiciones electrónicas.

La radiación ultravioleta del Sol se subdivide a grandes rasgos en tres rangos de longitud de onda: La UV-A (320-400 nm) es la frecuencia más baja, luego la UV-B (290-320 nm) y la UV-C (220-290 nm). La mayoría de los rayos UV-B y todos los UV-C son absorbidos por el ozono ( $O_3$ ) en la atmósfera superior. En consecuencia, el 99 % de la radiación UV solar que llega a la superficie de la Tierra es UV-A.

Las quemaduras solares son causadas por grandes exposiciones a los rayos UV-B y UV-C, y la exposición repetida puede aumentar la probabilidad de cáncer de piel. La respuesta del bronceado es un mecanismo de defensa en el que el cuerpo produce pigmentos en las capas inertes de la piel para reducir la exposición de las células vivas que hay debajo.

Como se examinará en un capítulo posterior, cuanto más corta es la longitud de onda de la luz, mayor es el cambio de energía de un átomo o molécula que absorbe la luz en una transición electrónica. Esto hace que la luz ultravioleta de corta longitud de onda sea perjudicial para las células vivas. También explica por qué la radiación ultravioleta es más capaz que la luz visible de provocar el brillo o la *fluorescencia* de algunos materiales.

Además de los efectos adversos de la radiación ultravioleta, también hay beneficios de la exposición en la naturaleza y usos en la tecnología. La producción de vitamina D en la piel es el resultado de la exposición a la radiación UV-B, generalmente de la luz solar. Varios estudios sugieren que la deficiencia de vitamina D está asociada al desarrollo de una serie de cánceres (próstata, mama, colon), así como a la osteoporosis. El ultravioleta de baja intensidad tiene aplicaciones como la de proporcionar la energía necesaria para que ciertos tintes sean fluorescentes y emitan luz visible, por ejemplo, en el dinero impreso para mostrar marcas de agua ocultas como protección contra la falsificación.

### Rayos X

**Los rayos X** tienen longitudes de onda de aproximadamente  $10^{-8}$  m a  $10^{-12}$  m. Tienen longitudes de onda más cortas, y frecuencias más altas, que el ultravioleta, por lo que la energía que transfieren a nivel atómico es mayor. En consecuencia, los rayos X tienen efectos adversos sobre las células vivas similares a los de la radiación ultravioleta, pero son más penetrantes. Los rayos X pueden provocar cáncer y defectos genéticos.

Debido a su efecto sobre las células que se dividen rápidamente, los rayos X también pueden utilizarse para tratar e incluso curar el cáncer.

El uso más amplio de los rayos X es para obtener imágenes de objetos opacos a la luz visible, como el cuerpo humano o las piezas de los aviones. En los seres humanos, el riesgo de daño celular se sopesa cuidadosamente frente al beneficio de la información diagnóstica obtenida.

### Rayos gamma

Poco después de que se detectara la radiactividad nuclear por primera vez en 1896, se descubrió que se emitían al menos tres tipos distintos de radiación, que se designaron como rayos alfa, beta y gamma. Luego se descubrió que la radiación nuclear más penetrante, los **rayos gamma (rayos  $\gamma$ )**, eran una onda electromagnética de alta frecuencia extrema.

El extremo inferior del rango de los rayos  $\gamma$ - se superpone con el extremo superior de la gama de los rayos X. Los rayos gamma tienen características idénticas a las de los rayos X de la misma frecuencia; solo se diferencian en la fuente. El nombre "rayos gamma" se utiliza generalmente para la radiación electromagnética emitida por un núcleo, mientras que los rayos X se producen generalmente al bombardear un objetivo con electrones energéticos en un tubo de rayos X. En frecuencias más altas, los rayos  $\gamma$  son más penetrantes y más dañinos para los tejidos vivos. Tienen muchos de los mismos usos que los rayos X, incluida la terapia del cáncer. La radiación gamma de los materiales radiactivos se utiliza en la medicina nuclear.

### INTERACTIVO

Utilice esta [simulación \(https://openstax.org/l/21simlightmol\\_es\)](https://openstax.org/l/21simlightmol_es) para explorar cómo la luz interactúa con las moléculas de nuestra atmósfera.

Explore cómo la luz interactúa con las moléculas de nuestra atmósfera.

Identifique que la absorción de la luz depende de la molécula y del tipo de luz.

Relacione la energía de la luz con el movimiento resultante.

Identifique que la energía aumenta desde las microondas hasta el ultravioleta.

Prediga el movimiento de una molécula en función del tipo de luz que absorbe.

---

### **COMPRUEBE LO APRENDIDO 16.6**

¿En qué se diferencian las ondas electromagnéticas de los distintos tipos de radiación electromagnética?

---

## Revisión Del Capítulo

### Términos Clave

- agitación térmica** movimiento térmico de los átomos y las moléculas de cualquier objeto a una temperatura superior al cero absoluto, que hace que emitan y absorban radiación
- corriente de desplazamiento** término adicional en las ecuaciones de Maxwell que es análogo a una corriente real, pero que da cuenta de un campo eléctrico cambiante que produce un campo magnético, incluso cuando la corriente real está presente
- ecuaciones de Maxwell** conjunto de cuatro ecuaciones que conforman una teoría completa y global del electromagnetismo
- luz visible** segmento estrecho del espectro electromagnético al que responde el ojo humano normal, de unos 400 a 750 nm
- microondas** ondas electromagnéticas con longitudes de onda entre 1 mm y 1 m; pueden ser producidas por corrientes en circuitos y dispositivos macroscópicos
- ondas de radio** ondas electromagnéticas con longitudes de onda entre 1 mm y 100 km; son producidas por corrientes en cables y circuitos y por fenómenos astronómicos
- presión de la radiación** fuerza dividida entre el área aplicada por una onda electromagnética sobre una superficie
- radar** aplicación común de las microondas; el radar puede determinar la distancia a objetos tan diversos como las nubes y los aviones, así como determinar la velocidad de un automóvil o la

intensidad de una tormenta

- radiación infrarroja** región del espectro electromagnético con una gama de frecuencias que se extiende desde justo por debajo de la región roja del espectro de la luz visible hasta la región de las microondas, o desde  $0,74 \mu\text{m}$  a  $300 \mu\text{m}$
- radiación ultravioleta** radiación electromagnética en el rango que se extiende hacia arriba en frecuencia desde la luz violeta y que se superpone con las frecuencias más bajas de los rayos X, con longitudes de onda desde 400 nm hasta aproximadamente 10 nm
- rayos gamma ( $\gamma$ )** radiación electromagnética de frecuencia extremadamente alta emitida por el núcleo de un átomo, ya sea por decaimiento nuclear natural o por procesos nucleares inducidos en reactores nucleares y armas; el extremo inferior del rango de frecuencia de los rayos  $\gamma$  se superpone con el extremo superior del rango de los rayos X, pero los rayos  $\gamma$  pueden tener la frecuencia más alta de cualquier radiación electromagnética
- Rayos X** forma invisible y penetrante de radiación electromagnética de muy alta frecuencia, que se superpone tanto a la gama ultravioleta como al rango de los rayos  $\gamma$
- vector de Poynting** vector igual al producto cruz de los campos eléctrico y magnético, que describe el flujo de energía electromagnética en una superficie

### Ecuaciones Clave

Corriente de desplazamiento

$$I_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Ley de Gauss

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0}$$

Ley de Gauss para el magnetismo

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = 0$$

Ley de Faraday

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

Ley de Ampère-Maxwell

$$\oint \vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Ecuación de onda para una onda EM plana	$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$
Velocidad de las ondas EM	$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$
Relación entre el campo $E$ y el campo $B$ en la onda electromagnética	$c = \frac{E}{B}$
Vector de Poynting de flujo de energía	$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$
Intensidad media de una onda electromagnética	$I = S_{\text{avg}} = \frac{c\epsilon_0 E_0^2}{2} = \frac{cB_0^2}{2\mu_0} = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0}$
Presión de radiación	$p = \begin{cases} I/c & \text{Un absorbente perfecto} \\ 2I/c & \text{Un reflector perfecto} \end{cases}$

## Resumen

### 16.1 Ecuaciones de Maxwell y ondas electromagnéticas

- La predicción de Maxwell sobre las ondas electromagnéticas fue el resultado de su formulación de una teoría completa y simétrica de la electricidad y el magnetismo, conocida como ecuaciones de Maxwell.
- Las cuatro ecuaciones de Maxwell, junto con la ley de la fuerza de Lorentz, abarcan las principales leyes de la electricidad y el magnetismo. La primera es la ley de Gauss para la electricidad; la segunda es la ley de Gauss para el magnetismo; la tercera es la ley de Faraday de la inducción (incluida la ley de Lenz); y la cuarta es la ley de Ampère en una formulación simétrica que añade otra fuente de magnetismo, a saber, los campos eléctricos cambiantes.
- La simetría introducida entre los campos eléctricos y magnéticos a través de la corriente de desplazamiento de Maxwell explica el mecanismo de propagación de las ondas electromagnéticas, en el que los campos magnéticos cambiantes producen campos eléctricos cambiantes y viceversa.
- Aunque ya se sabía que la luz era una onda, antes de Maxwell no se comprendía la naturaleza de la onda. Las ecuaciones de Maxwell también predijeron ondas electromagnéticas con longitudes de onda y frecuencias fuera del rango de la luz. Estas predicciones teóricas fueron confirmadas

experimentalmente por primera vez por Heinrich Hertz.

### 16.2 Ondas electromagnéticas planas

- Las ecuaciones de Maxwell predicen que las direcciones de los campos eléctrico y magnético de la onda, así como la dirección de propagación de la misma, son mutuamente perpendiculares. La onda electromagnética es una onda transversal.
- Las intensidades de las partes eléctrica y magnética de la onda están relacionadas por  $c = E/B$ , lo que implica que el campo magnético  $B$  es muy débil en relación con el campo eléctrico  $E$ .
- Las cargas que se aceleran crean ondas electromagnéticas (por ejemplo, una corriente oscilante en un cable produce ondas electromagnéticas con la misma frecuencia que la oscilación).

### 16.3 Energía transportada por las ondas electromagnéticas

- La energía transportada por cualquier onda es proporcional a su amplitud al cuadrado. Para las ondas electromagnéticas, esto significa que la intensidad puede expresarse como

$$I = \frac{c\epsilon_0 E_0^2}{2}$$

donde  $I$  es la intensidad media en  $\text{W/m}^2$  y  $E_0$  es la intensidad máxima del campo eléctrico de una onda

sinusoidal continua. Esto también puede expresarse en términos de la intensidad máxima del campo magnético  $B_0$  como

$$I = \frac{cB_0^2}{2\mu_0}$$

y en términos de campos eléctricos y magnéticos como

$$I = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0}.$$

Las tres expresiones para  $I_{\text{avg}}$  son todas equivalentes.

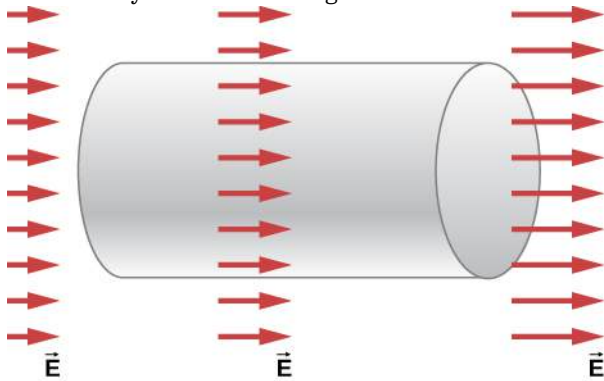
#### 16.4 Momento y presión de radiación

- Las ondas electromagnéticas transportan el momento y ejercen una presión de radiación.
- La presión de radiación de una onda

### Preguntas Conceptuales

#### 16.1 Ecuaciones de Maxwell y ondas electromagnéticas

1. Explique cómo la corriente de desplazamiento mantiene la continuidad de la corriente en un circuito que contiene un condensador.
2. Describa las líneas de campo del campo magnético inducido a lo largo del borde del cilindro horizontal imaginario que se muestra a continuación, si el cilindro se encuentra en un campo eléctrico espacialmente uniforme que es horizontal, apunta a la derecha y aumenta en magnitud.



3. ¿Por qué es mucho más fácil demostrar en un laboratorio para estudiantes que un campo magnético cambiante induce un campo eléctrico que demostrar que un campo eléctrico cambiante produce un campo magnético?

#### 16.2 Ondas electromagnéticas planas

4. Si el campo eléctrico de una onda electromagnética oscila a lo largo del eje  $z$  y el

electromagnética es directamente proporcional a su densidad de energía.

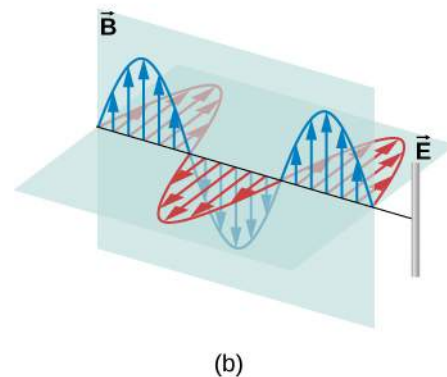
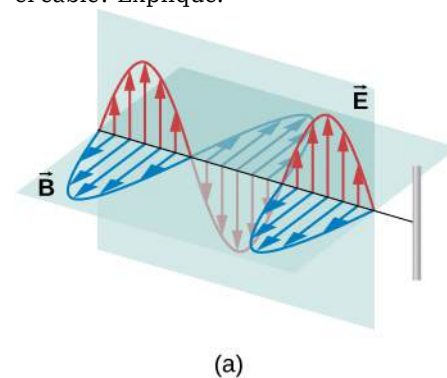
- La presión es igual al doble de la intensidad de la energía electromagnética si la onda se refleja e igual a la intensidad de la energía incidente si la onda se absorbe.

#### 16.5 El espectro electromagnético

- La relación entre la velocidad de propagación, la longitud de onda y la frecuencia para cualquier onda viene dada por  $v = f\lambda$ , por lo que para las ondas electromagnéticas,  $c = f\lambda$ , donde  $f$  es la frecuencia,  $\lambda$  es la longitud de onda y  $c$  es la velocidad de la luz.
- El espectro electromagnético se divide en muchas categorías y subcategorías, según la frecuencia y la longitud de onda, la fuente y los usos de las ondas electromagnéticas.

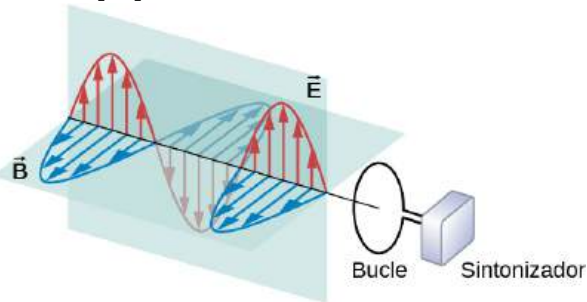
campo magnético oscila a lo largo del eje  $x$ , ¿en qué dirección posible viaja la onda?

5. ¿En qué situación de las que se muestran a continuación tendrá más éxito la onda electromagnética para inducir una corriente en el cable? Explique.

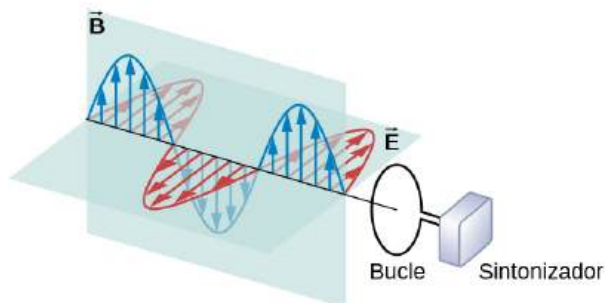


6. ¿En qué situación de las que se muestran a continuación tendrá más éxito la onda

electromagnética para inducir una corriente en el bucle? Explique.

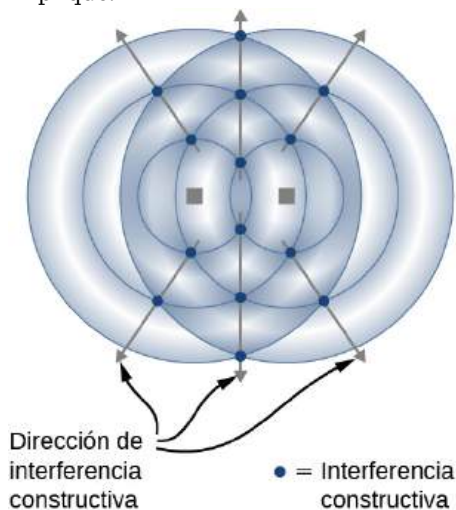


(a)



(b)

7. ¿En qué condiciones pueden emitir ondas electromagnéticas los cables de un circuito en el que la corriente fluye en una sola dirección?
8. A continuación se muestra el patrón de interferencia de dos antenas de radio que emiten la misma señal. Explique cómo esto es análogo al patrón de interferencia para el sonido producido por dos altavoces. ¿Podría utilizarse para hacer un sistema de antena direccional que emita preferentemente en determinadas direcciones? Explique.



### 16.3 Energía transportada por las ondas electromagnéticas

9. Cuando se está al aire libre bajo la luz del sol, ¿por qué se puede sentir la energía que lleva la luz del sol, pero no el momento que lleva?
10. ¿Cómo depende la intensidad de una onda electromagnética de su campo eléctrico? ¿Cómo depende de su campo magnético?
11. ¿Qué significado físico tiene el vector de Poynting?
12. Un láser de helio-neón de 2,0 mW transmite un haz continuo de luz roja de sección transversal  $0,25 \text{ cm}^2$ . Si el rayo no diverge de forma apreciable, ¿cuánto variaría su campo eléctrico rms con respecto a la distancia del láser? Explique.

### 16.4 Momento y presión de radiación

13. ¿Por qué la presión de radiación de una onda electromagnética sobre una superficie perfectamente reflectante es dos veces mayor que la presión sobre una superficie perfectamente absorbente?
14. ¿Por qué las primeras fotos del telescopio Hubble del cometa Ison acercándose a la Tierra mostraban que solo tenía una coma difusa a su alrededor y no la pronunciada doble cola que se desarrolló más tarde (vea más adelante)?



**FIGURA 16.21** (créditos: modificación del trabajo de la NASA, la Agencia Espacial Europea (European Space Agency, ESA), J.-Y. Li (Instituto de Ciencias Planetarias) y el Equipo Científico de Imágenes del Cometa ISON tomadas por el telescopio Hubble).

15. (a) Si el campo eléctrico y el campo magnético

de una onda plana sinusoidal se intercambiaran, ¿en qué dirección relativa a la anterior se propagaría la energía?  
 (b) ¿Y qué pasaría si los campos eléctrico y magnético se cambiaran a sus negativos?

### 16.5 El espectro electromagnético

16. Compare la velocidad, la longitud de onda y la frecuencia de las ondas de radio y los rayos X que viajan en el vacío.
17. La carga eléctrica acelerada emite radiación electromagnética. Cómo se aplica esto en cada caso: (a) ondas de radio, (b) radiación infrarroja.
18. Compare y contraste el significado del prefijo "micro" en los nombres de las unidades del SI en el término *microondas*.
19. Una parte de la luz que atraviesa el aire es dispersada en todas las direcciones por las moléculas que componen la atmósfera. Las longitudes de onda de la luz visible son mayores que los tamaños moleculares y la dispersión es más fuerte para las longitudes de onda de la luz más cercanas a los tamaños de las moléculas. (a) ¿Cuál de los principales colores de la luz se dispersa más? (b) Explique por qué esto daría al cielo su familiar color de fondo al mediodía.
20. Cuando se saca un tazón de sopa de un horno microondas se comprueba que la sopa está humeante, mientras que el tazón solo está caliente al tacto. Discuta los cambios de temperatura que se han producido en términos de transferencia de energía.
21. Ciertas orientaciones de una antena de televisión ofrecen una mejor recepción que otras para una emisora concreta. Explique.
22. ¿Qué propiedad de la luz corresponde al volumen del sonido?
23. ¿Es la región visible una parte importante del espectro electromagnético?
24. ¿Puede el cuerpo humano detectar la radiación electromagnética que está fuera de la región visible del espectro?
25. Las ondas de radio suelen tener sus campos  $E$  y  $B$  en direcciones específicas, mientras que la luz visible suele tener sus campos  $E$  y  $B$  en direcciones aleatorias y rápidamente cambiantes que son perpendiculares entre sí y a la dirección de propagación. ¿Puede explicar por qué?
26. Mencione un ejemplo de resonancia en la recepción de ondas electromagnéticas.
27. Ilustre que el tamaño de los detalles de un objeto que puede detectarse con ondas electromagnéticas está relacionado con su longitud de onda, comparando los detalles observables con dos tipos diferentes (por ejemplo, el radar y la luz visible).
28. ¿En qué parte del espectro electromagnético se encuentra cada una de estas ondas:  
 (a)  $f = 10,0$  kHz, (b)  $f = \lambda = 750$  nm,  
 (c)  $f = 1,25 \times 10^8$  Hz, (d)  $0,30$  nm
29. ¿En qué rango de radiación electromagnética se encuentran las ondas electromagnéticas emitidas por las líneas eléctricas en un país que utiliza ac de 50 Hz?
30. Si se pudiera modificar un horno de microondas para que las ondas generadas estuvieran simplemente en la gama de infrarrojos en lugar de utilizar microondas, ¿cómo afectaría esto al calentamiento desigual del horno?
31. Un horno microondas con fugas en una casa puede causar a veces interferencias con el sistema WiFi del propietario. ¿Por qué?
32. Cuando un presentador de noticias de televisión en un estudio habla con un reportero en un país lejano, a veces hay un retraso notable entre el momento en que el presentador habla en el estudio y el momento en que el reportero remoto lo oye y responde. Explique las causas de este retraso.

## Problemas

### 16.1 Ecuaciones de Maxwell y ondas electromagnéticas

33. Demuestre que el campo magnético a una distancia  $r$  del eje de dos placas circulares paralelas, producido al colocar la carga  $Q(t)$  en las placas es
 
$$B_{\text{ind}} = \frac{\mu_0}{2\pi r} \frac{dQ(t)}{dt}.$$
34. Expresé la corriente de desplazamiento en un

condensador en términos de la capacitancia y la tasa de cambio del voltaje a través del condensador.

35. Una diferencia de potencial  $V(t) = V_0 \sin \omega t$  se mantiene a través de un condensador de placas paralelas con capacitancia  $C$  que consiste en dos placas circulares paralelas. Un cable delgado con resistencia  $R$  conecta los centros de las dos placas, lo que permite que la carga se

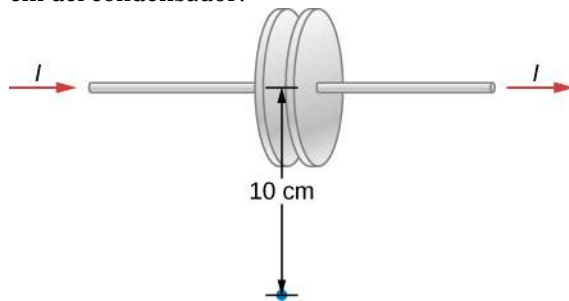
filtre entre las placas mientras se están cargando.

(a) Obtenga expresiones para la corriente de fuga  $I_{\text{res}}(t)$  en el cable fino. Utilice estos resultados para obtener una expresión para la corriente  $I_{\text{real}}(t)$  en los cables conectados al condensador.

(b) Calcule la corriente de desplazamiento en el espacio entre las placas a partir del cambio del campo eléctrico entre las placas.

(c) Compare  $I_{\text{real}}(t)$  con la suma de la corriente de desplazamiento  $I_d(t)$  y la corriente del resistor  $I_{\text{res}}(t)$  entre las placas, y explique por qué se esperaría la relación que observa.

36. Supongamos que el condensador de placas paralelas que se muestra a continuación acumula carga a una velocidad de  $0,010 \text{ C/s}$ . ¿Cuál es el campo magnético inducido a una distancia de  $10 \text{ cm}$  del condensador?



37. La diferencia de potencial  $V(t)$  entre las placas paralelas que se mostraron anteriormente aumenta de forma instantánea a una velocidad de  $10^7 \text{ V/s}$ . ¿Cuál es la corriente de desplazamiento entre las placas si su separación es de  $1,00 \text{ cm}$  y tienen un área de  $0,200 \text{ m}^2$ ?
38. Un condensador de placas paralelas tiene un área de placa de  $A = 0,250 \text{ m}^2$  y una separación de  $0,0100 \text{ m}$ . Lo que debe ser la frecuencia angular  $\omega$  para un voltaje  $V(t) = V_0 \sin \omega t$  con  $V_0 = 100 \text{ V}$  para producir una corriente máxima inducida por desplazamiento de  $1,00 \text{ A}$  entre las placas?
39. El voltaje en un condensador de placas paralelas con área  $A = 800 \text{ cm}^2$  y separación  $d = 2 \text{ mm}$  varía sinusoidalmente como  $V = (15 \text{ mV}) \cos(150t)$ , donde  $t$  está en segundos. Calcule la corriente de desplazamiento entre las placas.
40. El voltaje en un condensador de placas paralelas con área  $A$  y separación  $d$  varía con el tiempo  $t$  como  $V = at^2$ , donde  $a$  es una constante. Calcule la corriente de desplazamiento entre las placas.

## 16.2 Ondas electromagnéticas planas

41. Si el Sol se apagara de repente, no lo sabríamos hasta que su luz dejara de llegar. ¿En cuánto tiempo sabríamos que el Sol se ha apagado, dado que está a  $1,496 \times 10^{11} \text{ m}$  de distancia?
42. ¿Cuál es la máxima intensidad de campo eléctrico en una onda electromagnética que tiene una intensidad de campo magnético máxima de  $5,00 \times 10^{-4} \text{ T}$  (unas 10 veces el campo magnético de la Tierra)?
43. Una onda electromagnética tiene una frecuencia de  $12 \text{ MHz}$ . ¿Cuál es su longitud de onda en el vacío?
44. Si las intensidades de los campos eléctricos y magnéticos varían sinusoidalmente en el tiempo a la frecuencia de  $1,00 \text{ GHz}$ , siendo cero en  $t = 0$ , entonces  $E = E_0 \sin 2\pi ft$  y  $B = B_0 \sin 2\pi ft$ . (a) ¿Cuándo es la siguiente vez que las intensidades de campo son iguales a cero? (b) ¿Cuándo alcanzan su valor más negativo? (c) ¿Cuánto tiempo necesitan para completar un ciclo?
45. El campo eléctrico de una onda electromagnética que viaja en el vacío se describe mediante la siguiente función de onda  $\vec{E} = (5,00 \text{ V/m}) \cos [kx - (6,00 \times 10^9 \text{ s}^{-1})t + 0,40] \hat{j}$  donde  $k$  es el número de onda en  $\text{rad/m}$ ,  $x$  está en  $\text{m}$ ,  $t$  está en  $\text{s}$ . Calcule las siguientes cantidades:
- la amplitud
  - la frecuencia
  - la longitud de onda
  - la dirección del recorrido de la onda
  - la onda del campo magnético asociado
46. Una onda electromagnética plana de frecuencia  $20 \text{ GHz}$  se desplaza en la dirección positiva del eje  $y$  y de forma que su campo eléctrico apunta a lo largo del eje  $z$ . La amplitud del campo eléctrico es de  $10 \text{ V/m}$ . El inicio del tiempo se elige de manera que a  $t = 0$ , el campo eléctrico tiene un valor de  $10 \text{ V/m}$  en el origen. (a) Escriba la función de onda que describirá la onda del campo eléctrico. (b) Calcule la función de onda que describirá la onda del campo magnético asociado.
47. A continuación se representa una onda electromagnética que viaja en la dirección del eje  $y$  positivo:
- $$E_x = 0; E_y = E_0 \cos(kx - \omega t); E_z = 0$$
- $$B_x = 0; B_y = 0; B_z = B_0 \cos(kx - \omega t)$$
- La onda atraviesa un tubo ancho de sección circular de radio  $R$  cuyo eje se encuentra a lo



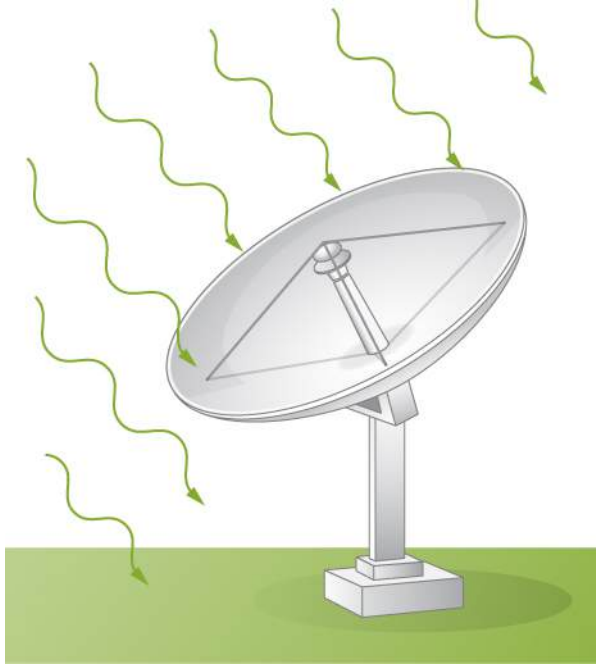
largo del eje  $y$ . Calcule la expresión de la corriente de desplazamiento a través del tubo.

### 16.3 Energía transportada por las ondas electromagnéticas

48. Mientras está en el exterior en un día soleado, un estudiante sostiene una gran lente convexa de radio 4,0 cm por encima de una hoja de papel para producir un punto brillante en el papel de 1,0 cm de radio, en lugar de un foco nítido. ¿Por qué factor está relacionado el campo eléctrico del punto luminoso con el campo eléctrico de la luz solar que sale por el lado de la lente que da al papel?
49. Una onda electromagnética plana viaja hacia el norte. En un instante, su campo eléctrico tiene una magnitud de 6,0 V/m y apunta hacia el este. ¿Cuál es la magnitud y la dirección del campo magnético en este instante?
50. El campo eléctrico de una onda electromagnética viene dado por  $E = (6,0 \times 10^{-3} \text{ V/m}) \sin \left[ 2\pi \left( \frac{x}{18 \text{ m}} - \frac{t}{6,0 \times 10^{-8} \text{ s}} \right) \right] \hat{\mathbf{j}}$ .  
Escriba las ecuaciones para el campo magnético asociado y el vector de Poynting.
51. Una emisora de radio emite a una frecuencia de 760 kHz. En un receptor a cierta distancia de la antena, el campo magnético máximo de la onda electromagnética detectada es  $2,15 \times 10^{-11} \text{ T}$ . (a) ¿Cuál es el campo eléctrico máximo? (b) ¿Cuál es la longitud de onda de la onda electromagnética?
52. El filamento de una bombilla incandescente transparente irradia luz visible con una potencia de 5,00 W. Modele la parte de vidrio de la bombilla como una esfera de radio  $r_0 = 3,00 \text{ cm}$  y calcule la cantidad de energía electromagnética de la luz visible dentro de la bombilla.
53. ¿A qué distancia una bombilla de 100 W produce la misma intensidad de luz que una bombilla de 75 W a 10 m de distancia? (Supongamos que ambos tienen la misma eficacia para convertir la energía eléctrica del circuito en energía electromagnética emitida)
54. Una bombilla incandescente solo emite 2,6 W de su potencia como luz visible. ¿Cuál es el campo eléctrico eficaz de la luz emitida a una distancia de 3,0 m de la bombilla?
55. Una bombilla de 150 W emite el 5 % de su energía como radiación electromagnética. ¿Cuál es la magnitud del vector de Poynting medio a 10 m de la bombilla?
56. Un pequeño láser de helio-neón tiene una potencia de salida de 2,5 mW. ¿Cuál es la energía electromagnética en una longitud de 1,0 m del haz?
57. En la parte superior de la atmósfera terrestre, el vector de Poynting promediado en el tiempo asociado a la luz solar tiene una magnitud de aproximadamente  $1,4 \text{ kW/m}^2$ . (a) ¿Cuáles son los valores máximos de los campos eléctrico y magnético para una onda de esta intensidad? (b) ¿Cuál es la potencia total radiada por el sol? Supongamos que la Tierra está a  $1,5 \times 10^{11} \text{ m}$  del Sol y que la luz solar está compuesta por ondas electromagnéticas planas.
58. El campo magnético de una onda electromagnética plana que se mueve a lo largo del eje  $z$  viene dado por  $\vec{\mathbf{B}} = B_0 (\cos kz + \omega t) \hat{\mathbf{j}}$ , donde  $B_0 = 5,00 \times 10^{-10} \text{ T}$  y  $k = 3,14 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$ . (a) Escriba una expresión para el campo eléctrico asociado a la onda. (b) ¿Cuál es la frecuencia y la longitud de onda? (c) ¿Cuál es su vector de Poynting medio?
59. ¿Cuál es la intensidad de una onda electromagnética con una intensidad de campo eléctrico máxima de 125 V/m?
60. Supongamos que los láseres de helio-neón que se utilizan habitualmente en los laboratorios de física para estudiantes tienen potencias de 0,500 mW. (a) Si se proyecta un rayo láser de este tipo sobre un punto circular de 1,00 mm de diámetro, ¿cuál es su intensidad? (b) Calcule la intensidad máxima del campo magnético. (c) Calcule la intensidad máxima del campo eléctrico.
61. Un transmisor de radio AM emite 50,0 kW de potencia de manera uniforme en todas las direcciones. (a) Suponiendo que todas las ondas de radio que llegan al suelo son completamente absorbidas, y que no hay absorción por la atmósfera u otros objetos, ¿cuál es la intensidad a 30,0 km de distancia? (Pista: La mitad de la potencia se repartirá en la superficie de una semiesfera). (b) ¿Cuál es la intensidad máxima del campo eléctrico a esta distancia?
62. Suponga que la intensidad máxima segura de las microondas para la exposición humana se considera de  $1,00 \text{ W/m}^2$ . (a) Si una unidad de radar emite 10,0 W de microondas (distintas de las enviadas por su antena) de manera uniforme en todas las direcciones, ¿a qué

distancia debe estar para exponerse a una intensidad considerada segura? Supongamos que la potencia se propaga uniformemente sobre el área de una esfera sin complicaciones por absorción o reflexión. (b) ¿Cuál es la máxima intensidad del campo eléctrico con la intensidad segura? (Tenga en cuenta que los primeros radares tenían más fugas que los modernos. Esto causaba problemas de salud identificables, como cataratas, a las personas que trabajaban cerca de ellos)

63. Una antena parabólica de comunicaciones universitarias de 2,50 m de diámetro recibe señales de televisión que tienen una intensidad de campo eléctrico máxima (para un canal) de  $7,50 \mu\text{V/m}$  (vea más abajo). (a) ¿Cuál es la intensidad de esta onda? (b) ¿Cuál es la potencia recibida por la antena? (c) Si el satélite en órbita emite uniformemente sobre un área de  $1,50 \times 10^{13} \text{ m}^2$  (una gran fracción de América del Norte), ¿cuánta potencia irradia?



64. Se pueden construir láseres que produzcan una onda electromagnética de intensidad extremadamente alta durante un breve periodo, llamados láseres pulsados. Se utilizan para iniciar la fusión nuclear, por ejemplo. Dicho láser puede producir una onda electromagnética con una intensidad de campo eléctrico máxima de  $1,00 \times 10^{11} \text{ V/m}$  durante un tiempo de 1,00 ns. (a) ¿Cuál es la intensidad máxima del campo magnético en la onda? (b) ¿Cuál es la intensidad del haz? (c) ¿Qué energía entrega en un área de  $1,00\text{-mm}^2$ ?

#### 16.4 Momento y presión de radiación

65. Una bombilla de 150 W emite el 5% de su energía como radiación electromagnética. ¿Cuál es la presión de radiación sobre una esfera absorbente de radio 10 m que rodea la bombilla?
66. ¿Qué presión ejerce la luz emitida uniformemente en todas las direcciones por una bombilla incandescente de 100 W sobre un espejo situado a una distancia de 3,0 m, si 2,6 W de la potencia se emiten como luz visible?
67. Una partícula de polvo esférica microscópica de radio  $2 \mu\text{m}$  y la masa  $10 \mu\text{g}$  se mueve en el espacio exterior a una velocidad constante de 30 cm/s. Una onda de luz la golpea desde la dirección opuesta a su movimiento y es absorbida. Suponiendo que la partícula se desacelera uniformemente hasta alcanzar la velocidad cero en un segundo, ¿cuál es la amplitud media del campo eléctrico en la luz?
68. Una bola esférica de poliestireno que tiene un radio de 2 mm y una masa de  $20 \mu\text{g}$  que se suspende, debido a la presión de radiación, dentro de un tubo al vacío en un laboratorio. ¿Cuánta intensidad será necesaria si la bola absorbe la luz completamente?
69. Supongamos que  $\vec{S}_{\text{avg}}$  para la luz solar en un punto de la superficie de la Tierra es  $900 \text{ W/m}^2$ . (a) Si la luz solar incide perpendicularmente sobre una cometa con una superficie reflectante de área  $0,75 \text{ m}^2$ , ¿cuál es la fuerza media sobre la cometa debido a la presión de la radiación? (b) ¿Cómo se ve afectada su respuesta si el material de la cometa es negro y absorbe toda la luz solar?
70. La luz del sol llega al suelo con una intensidad de aproximadamente  $1,0 \text{ kW/m}^2$ . Un bañista tiene una superficie corporal de  $0,8 \text{ m}^2$  de cara al sol mientras está recostado en una silla de playa en un día despejado. (a) ¿Cuánta energía de la luz solar directa llega a la piel del bañista por segundo? (b) ¿Qué presión ejerce la luz solar si es absorbida?
71. Supongamos que una partícula esférica de masa  $m$  y radio  $R$  en el espacio absorbe luz de intensidad  $I$  durante un tiempo  $t$ . (a) ¿Cuánto trabajo realiza la presión de radiación para acelerar la partícula desde el reposo en el tiempo dado que absorbe la luz? (b) ¿Cuánta energía transportada por las ondas electromagnéticas es absorbida por la partícula durante este tiempo en función de la energía

radiante que incide sobre la partícula?

### 16.5 El espectro electromagnético

- 72.** ¿Cuántos átomos de helio, cada uno con un radio de aproximadamente 31 pm, deben colocarse uno al lado del otro para tener una longitud igual a una longitud de onda de luz azul de 470 nm?
- 73.** Si quiere detectar detalles del tamaño de los átomos (unos 0,2 nm) con una radiación electromagnética, esta debe tener una longitud de onda de aproximadamente este tamaño. (a) ¿Cuál es su frecuencia? (b) ¿Qué tipo de radiación electromagnética podría ser?
- 74.** Calcule el rango de frecuencias de la luz visible, dado que abarca longitudes de onda de 380 a 760 nm.
- 75.** (a) Calcule el rango de longitudes de onda para la radio AM dado que su rango de frecuencias es de 540 a 1600 kHz. (b) Haga lo mismo para el rango de frecuencias de FM de 88,0 a 108 MHz.
- 76.** La emisora de radio WWVB, operada por el Instituto Nacional de Estándares y Tecnología (National Institute of Standards and Technology, NIST) desde Fort Collins, Colorado, a una frecuencia baja de 60 kHz, emite una señal de sincronización horaria cuyo alcance abarca todo el territorio continental de EE. UU. La temporización de la señal de sincronización está controlada por un conjunto de relojes atómicos con una exactitud de  $1 \times 10^{-12}$  s, y se repite cada 1 minuto. La señal se utiliza para dispositivos, como los relojes radiocontrolados, que se sincronizan automáticamente con ella a horas locales preestablecidas. La señal de longitud de onda larga de WWVB tiende a propagarse cerca del suelo.  
(a) Calcule la longitud de onda de las ondas de radio de WWVB.  
(b) Estime el error que el tiempo de viaje de la señal provoca en la sincronización de un reloj radiocontrolado en Norfolk, Virginia, que está a 1570 mi (2527 km) de Fort Collins, Colorado.
- 77.** Una unidad WiFi de exterior para una zona de picnic tiene una potencia de 100 mW y un alcance de unos 30 m. ¿Qué potencia de salida reduciría su alcance a 12 m para utilizarlo con los mismos dispositivos que antes? Supongamos que no hay obstáculos en el camino y que las microondas del suelo simplemente se absorben.
- 78.** El prefijo "mega" (M) y "kilo" (k), al referirse a cantidades de datos informáticos, se refieren a factores de 1024 o  $2^{10}$  en vez de 1.000 para el prefijo *kilo*, y  $1024^2 = 2^{20}$  en vez de 1.000.000 para el prefijo *Mega* (M). Si un rúter inalámbrico (WiFi) transfiere 150 Mbps de datos, ¿cuántos bits por segundo es eso en aritmética decimal?
- 79.** Un usuario de computadora descubre que su rúter inalámbrico transmite datos a una velocidad de 75 Mbps (megabits por segundo). Compare el tiempo medio de transmisión de un bit de datos con la diferencia de tiempo entre la señal wifi que llega directamente al teléfono móvil de un observador y la que rebota hacia él desde una pared situada a 8,00 m del observador.
- 80.** (a) El tamaño ideal (más eficiente) para una antena de radiodifusión con un extremo en el suelo es un cuarto de la longitud de onda ( $\lambda/4$ ) de la radiación electromagnética que se envía. Si una nueva emisora de radio tiene una antena de este tipo de 50,0 m de altura, ¿qué frecuencia emite con mayor eficacia? ¿Está en la banda de AM o de FM? (b) Discuta la analogía del modo resonante fundamental de una columna de aire cerrada por un extremo con la resonancia de las corrientes en una antena que tiene una cuarta parte de su longitud de onda.
- 81.** ¿Cuáles son las longitudes de onda de (a) los rayos X de frecuencia  $2,0 \times 10^{17}$  ¿Hz? (b) Luz amarilla de frecuencia  $5,1 \times 10^{14}$  ¿Hz? (c) Rayos gamma de frecuencia  $1,0 \times 10^{23}$  ¿Hz?
- 82.** La luz roja de  $\lambda = 660$  nm, ¿cuál es la  $f$ , la  $\omega$  y la  $k$ ?
- 83.** Un transmisor de radio emite ondas electromagnéticas planas cuyo campo eléctrico máximo en un lugar determinado es  $1,55 \times 10^{-3}$  V/m. ¿Cuál es la magnitud máxima del campo magnético oscilante en ese lugar? ¿Cómo se compara con el campo magnético de la Tierra?
- 84.** (a) Dos frecuencias de microondas autorizadas para su uso en hornos de microondas son: 915 y 2.450 MHz. Calcule la longitud de onda de cada una. (b) ¿Qué frecuencia produciría menores puntos calientes en los alimentos debido a los efectos de interferencia?
- 85.** Durante el latido normal, el corazón crea un potencial máximo de 4,00 m a través de 0,300 m del pecho de una persona, creando una onda electromagnética de 1,00 Hz. (a) ¿Cuál es la máxima intensidad del campo eléctrico creado? (b) ¿Cuál es la correspondiente intensidad máxima del campo magnético en la onda electromagnética? (c) ¿Cuál es la longitud de

onda de la onda electromagnética?

- 86.** Las distancias en el espacio suelen citarse en unidades de años luz, la distancia que recorre la luz en 1 año. (a) ¿Cuántos metros son un año luz? (b) ¿Cuántos metros hay hasta Andrómeda, la gran galaxia más cercana, dado que es  $2,54 \times 10^6$  ly? (c) La galaxia más lejana descubierta hasta ahora es  $13,4 \times 10^9$  ly lejos. ¿Qué distancia hay en metros?
- 87.** Una determinada línea eléctrica de ac de 60,0 Hz irradia una onda electromagnética con una intensidad de campo eléctrico máxima de 13,0 kV/m. (a) ¿Cuál es la longitud de onda de esta

onda electromagnética de muy baja frecuencia?

(b) ¿Qué tipo de radiación electromagnética es esta onda (b) ¿Cuál es su intensidad de campo magnético máxima?

- 88.** (a) ¿Cuál es la frecuencia de la radiación ultravioleta de 193 nm que se utiliza en la cirugía ocular con láser? (b) Suponiendo que la exactitud con la que esta radiación electromagnética puede intervenir (cambiar la forma) la córnea es directamente proporcional a la longitud de onda, ¿cuánto más precisa puede ser esta radiación ultravioleta que la longitud de onda visible más corta de la luz?

### Problemas Adicionales

- 89.** En una región del espacio, el campo eléctrico apunta a lo largo del eje  $x$ , pero su magnitud cambia como se describe en  

$$E_x = (10 \text{ N/C}) \sin(20x - 500t)$$

$$E_y = E_z = 0$$
 donde  $t$  está en nanosegundos y  $x$  está en cm. Calcule la corriente de desplazamiento a través de un círculo de radio de 3 cm en el  $x = 0$  plano en  $t = 0$ .
- 90.** Un horno de microondas utiliza ondas electromagnéticas de frecuencia  
 $f = 2,45 \times 10^9$  Hz para calentar los alimentos. Las ondas se reflejan en las paredes interiores del horno para producir un patrón de interferencia de ondas estacionarias cuyos antinodos son puntos calientes que pueden dejar marcas de hoyos observables en algunos alimentos. Las marcas de hoyos se miden a 6,0 cm de distancia. Utilice el método empleado por Heinrich Hertz para calcular la velocidad de las ondas electromagnéticas que esto implica.

Utilice el [Apéndice D](#) para los dos siguientes ejercicios

- 91.** Galileo propuso medir la velocidad de la luz destapando una linterna y haciendo que un asistente a una distancia conocida destapara su linterna cuando viera la luz de la linterna de Galileo y cronometrando el retraso. ¿A qué distancia debe estar el asistente para que el retardo sea igual al tiempo de reacción humano de unos 0,25 s?
- 92.** Demuestre que la ecuación de onda en una dimensión  

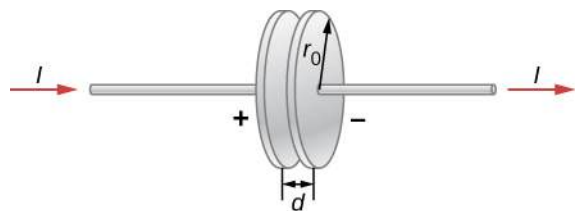
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$
 es satisfecha por cualquier función doblemente diferenciable de la forma  $f(x - vt)$  o  $f(x + vt)$ .

- 93.** En su ajuste de potencia más alto, un horno microondas aumenta la temperatura de 0,400 kg de espaguetis en  $45,0^\circ\text{C}$  en 120 s. (a) ¿Cuál fue la tasa de absorción de energía de los espaguetis, dado que su calor específico es  $3,76 \times 10^3 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ ? Supongamos que los espaguetis son perfectamente absorbentes. (b) Halle la intensidad media de las microondas, dado que se absorben en un área circular de 20,0 cm de diámetro. (c) ¿Cuál es la intensidad máxima del campo eléctrico de las microondas? (d) ¿Cuál es la intensidad máxima del campo magnético?
- 94.** Un determinado horno microondas proyecta 1,00 kW de microondas sobre una superficie de 30 cm por 40 cm. (a) ¿Cuál es su intensidad en  $\text{W/m}^2$ ? (b) Calcule la intensidad máxima del campo eléctrico  $E_0$  en estas ondas. (c) ¿Cuál es la máxima intensidad del campo magnético  $B_0$ ?
- 95.** La radiación electromagnética de un láser de 5,00 mW se concentra en un  $1,00\text{-mm}^2$  área. (a) ¿Cuál es la intensidad en  $\text{W/m}^2$ ? (b) Supongamos que una carga eléctrica de 2,00 nC está en el rayo. ¿Cuál es la máxima fuerza eléctrica que experimenta? (c) Si la carga eléctrica se mueve a 400 m/s, ¿qué fuerza magnética máxima puede sentir?
- 96.** Una bobina plana de 200 vueltas de alambre de 30,0 cm de diámetro actúa como antena para la radio FM a una frecuencia de 100 MHz. El campo magnético de la onda electromagnética entrante es perpendicular a la bobina y tiene una intensidad máxima de  $1,00 \times 10^{-12} \text{ T}$ . (a) ¿Qué potencia incide en la bobina? (b) ¿Qué emf media se induce en la bobina durante un cuarto de ciclo? (c) Si el receptor de radio tiene una inductancia de  $2,50 \mu\text{H}$ , ¿qué capacitancia debe

- tener para resonar a 100 MHz?
- 97.** Supongamos que una fuente de ondas electromagnéticas irradia uniformemente en todas las direcciones en el espacio vacío donde no hay efectos de absorción o interferencia. (a) Demuestre que la intensidad es inversamente proporcional a  $r^2$ , la distancia a la fuente al cuadrado. (b) Demuestre que las magnitudes de los campos eléctrico y magnético son inversamente proporcionales a  $r$ .
- 98.** Una emisora de radio emite sus ondas de radio con una potencia de 50.000 W. ¿Cuál sería la intensidad de esta señal si se recibe en un planeta que orbita alrededor de Próxima Centauri, la estrella más cercana a nuestro Sol, a 4,243 ly de distancia?
- 99.** El vector de Poynting describe un flujo de energía cuando hay campos eléctricos y magnéticos. Considere un alambre cilíndrico largo de radio  $r$  con una corriente  $I$  en el alambre, con una resistencia  $R$  y un voltaje  $V$ . A partir de las expresiones para el campo eléctrico a lo largo del alambre y el campo magnético alrededor del alambre, obtenga la magnitud y la dirección del vector de Poynting en la superficie. Demuestre que tiene en cuenta un flujo de energía hacia el cable procedente de los campos que lo rodean y que explica el calentamiento óhmico del cable.
- 100.** La energía del Sol llega a la Tierra con una intensidad de  $1,37 \text{ kW/m}^2$ . Supongamos como modelo de aproximación que toda la luz es absorbida. (En realidad, alrededor del 30 % de la intensidad de la luz se refleja hacia el espacio).  
 (a) Calcule la fuerza total que la radiación del Sol ejerce sobre la Tierra.  
 (b) Compare esto con la fuerza de gravedad entre el Sol y la Tierra.  
 La masa de la Tierra es  $5,972 \times 10^{24} \text{ kg}$ .
- 101.** Si una nave espacial *Lightsail* fuera enviada en una misión a Marte, ¿en qué proporción de la fuerza final con respecto a la fuerza inicial se reduciría su propulsión al llegar a Marte?
- 102.** Los astronautas lunares colocaron un reflector en la superficie de la Luna, en el que se refleja periódicamente un rayo láser. La distancia a la Luna se calcula a partir del tiempo de ida y vuelta. (a) ¿Con qué exactitud en metros puede determinarse la distancia a la Luna, si este tiempo puede medirse con una exactitud de 0,100 ns? (b) ¿Qué porcentaje de exactitud tiene esto, dado que la distancia media a la Luna es de 384.400 km?
- 103.** El radar se utiliza para determinar las distancias a diversos objetos midiendo el tiempo de ida y vuelta de un eco procedente del objeto. (a) ¿A qué distancia se encuentra el planeta Venus si el tiempo de eco es de 1.000 s? (b) ¿Cuál es el tiempo de eco de un automóvil a 75,0 m de una unidad de radar de la policía de carretera? (c) ¿Con qué exactitud (en nanosegundos) se debe poder medir el tiempo de eco de un avión a 12,0 km de distancia para determinar su distancia a 10,0 m?
- 104.** Calcule la relación entre las frecuencias más altas y más bajas de las ondas electromagnéticas que el ojo puede ver, dado que el rango de longitudes de onda de la luz visible es de 380 a 760 nm (tenga en cuenta que la relación entre las frecuencias más altas y las más bajas que el oído puede escuchar es de 1.000).
- 105.** ¿Cómo se compara la longitud de onda de las ondas de radio de una estación de radio AM que emite a 1030 KHz con la longitud de onda de las ondas sonoras más bajas audibles (de 20 Hz)? La velocidad del sonido en el aire a  $20^\circ\text{C}$  es de unos 343 m/s.

### Problemas De Desafío

- 106.** Un condensador de placas paralelas con separación de placas  $d$  está conectado a una fuente de emf que coloca un voltaje  $V(t)$  dependiente del tiempo a través de sus placas circulares de radio  $r_0$  y la zona  $A = \pi r_0^2$  (vea más abajo).



- (a) Escriba una expresión para la tasa de cambio de energía en el tiempo dentro del condensador en términos de  $V(t)$  y  $dV(t)/dt$ .  
 (b) Suponiendo que  $V(t)$  aumenta con el tiempo,

identifique las direcciones de las líneas de campo eléctrico en el interior del condensador y de las líneas de campo magnético en el borde de la región entre las placas, y luego la dirección del vector de Poynting  $\vec{S}$  en este lugar.

(c) Obtenga expresiones para la dependencia en función del tiempo de  $E(t)$ , para  $B(t)$  de la corriente de desplazamiento, y para la magnitud del vector de Poynting en el borde de la región entre las placas.

(d) A partir de  $\vec{S}$ , obtenga una expresión en términos de  $V(t)$  y  $dV(t)/dt$  para la velocidad a la que la energía del campo electromagnético entra en la región entre las placas.

(e) Compare los resultados de las partes (a) y (d) y explique la relación entre ellos.

**107.** Una partícula de polvo cósmico tiene una densidad  $\rho = 2,0 \text{ g/cm}^3$ . (a) Suponiendo que las partículas de polvo son esféricas y absorben la luz, y están a la misma distancia que la Tierra del Sol, determine el tamaño de la partícula para el que la presión de la radiación de la luz solar es igual a la fuerza de gravedad del Sol sobre la partícula de polvo. (b) Explique cómo se comparan las fuerzas si el radio de la partícula es menor. (c) Explique lo que esto implica sobre los tamaños de las partículas de polvo que probablemente estén presentes en el sistema solar interior en comparación con el exterior de la nube de Oort.

# APÉNDICE A

## Unidades

Cantidad	Símbolo común	Unidad	Unidad en términos de unidades SI básicas
Aceleración	$\vec{a}$	m/s <sup>2</sup>	m/s <sup>2</sup>
Cantidad de sustancia	$n$	<b>mol</b>	mol
Ángulo	$\theta, \phi$	radián (rad)	
Aceleración angular	$\vec{\alpha}$	rad/s <sup>2</sup>	s <sup>-2</sup>
Frecuencia angular	$\omega$	rad/s	s <sup>-1</sup>
Momento angular	$\vec{L}$	kg · m <sup>2</sup> /s	kg · m <sup>2</sup> /s
Velocidad angular	$\vec{\omega}$	rad/s	s <sup>-1</sup>
Área	$A$	m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>
Número atómico	$Z$		
Capacidad	$C$	faradio (F)	A <sup>2</sup> · s <sup>4</sup> /kg · m <sup>2</sup>
Carga	$q, Q, e$	culombio (C)	A · s
Densidad de carga:			
Línea	$\lambda$	C/m	A · s/m
Superficie	$\sigma$	C/m <sup>2</sup>	A · s/m <sup>2</sup>
Volumen	$\rho$	C/m <sup>3</sup>	A · s/m <sup>3</sup>
Conductividad	$\sigma$	1/Ω · m	A <sup>2</sup> · s <sup>3</sup> /kg · m <sup>3</sup>
Corriente	$I$	<b>amperio</b>	A
Densidad de corriente	$\vec{j}$	A/m <sup>2</sup>	A/m <sup>2</sup>
Densidad	$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>
Constante dieléctrica	$\kappa$		
Momento dipolar eléctrico	$\vec{p}$	C · m	A · s · m

Cantidad	Símbolo común	Unidad	Unidad en términos de unidades SI básicas
Campo eléctrico	$\vec{E}$	N/C	$\text{kg} \cdot \text{m}/\text{A} \cdot \text{s}^3$
Flujo eléctrico	$\Phi$	$\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^3/\text{A} \cdot \text{s}^3$
Fuerza electromotriz	$\epsilon$	voltios (V)	$\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{A} \cdot \text{s}^3$
Energía	$E, U, K$	julio (J)	$\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$
Entropía	$S$	J/K	$\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 \cdot \text{K}$
Fuerza	$\vec{F}$	newton (N)	$\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2$
Frecuencia	$f$	hercio (Hz)	$\text{s}^{-1}$
Calor	$Q$	julio (J)	$\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$
Inductancia	$L$	henrio (H)	$\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{A}^2 \cdot \text{s}^2$
Longitud:	$\ell, L$	<b>metro</b>	m
Desplazamiento	$\Delta x, \Delta \vec{r}$		
Distancia	$d, h$		
Posición	$x, y, z, \vec{r}$		
Momento dipolar magnético	$\vec{\mu}$	$\text{N} \cdot \text{J}/\text{T}$	$\text{A} \cdot \text{m}^2$
Campo magnético	$\vec{B}$	tesla (T) $= (\text{Wb}/\text{m}^2)$	$\text{kg}/\text{A} \cdot \text{s}^2$
Flujo magnético	$\Phi_m$	weber (Wb)	$\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{A} \cdot \text{s}^2$
Masa	$m, M$	<b>kilogramo</b>	kg
Calor específico molar	$C$	$\text{J}/\text{mol} \cdot \text{K}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 \cdot \text{mol} \cdot \text{K}$
Momento de inercia	$I$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
Momento	$\vec{p}$	$\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}$	$\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}$
Periodo	$T$	s	s
Permeabilidad del espacio libre	$\mu_0$	$\text{N}/\text{A}^2 = (\text{H}/\text{m})$	$\text{kg} \cdot \text{m}/\text{A}^2 \cdot \text{s}^2$



Cantidad	Símbolo común	Unidad	Unidad en términos de unidades SI básicas
Permeabilidad del espacio libre	$\epsilon_0$	$C^2/N \cdot m^2 = (F/m)$	$A^2 \cdot s^4/kg \cdot m^3$
Potencial	$V$	voltios (V) = (J/C)	$kg \cdot m^2/A \cdot s^3$
Potencia	$P$	vatio (W) = (J/s)	$kg \cdot m^2/s^3$
Presión	$p$	pascal (P) = $(N/m^2)$	$kg/m \cdot s^2$
Resistencia	$R$	ohm ( $\Omega$ ) = (V/A)	$kg \cdot m^2/A^2 \cdot s^3$
Calor específico	$c$	J/kg · K	$m^2/s^2 \cdot K$
Velocidad	$v$	m/s	m/s
Temperatura	$T$	<b>kelvin</b>	K
Tiempo	$t$	<b>segundo</b>	s
Torque	$\vec{\tau}$	N · m	$kg \cdot m^2/s^2$
Velocidad	$\vec{v}$	m/s	m/s
Volumen	$V$	$m^3$	$m^3$
Longitud de onda	$\lambda$	m	m
Trabajo	$W$	julio (J) = (N · m)	$kg \cdot m^2/s^2$

**TABLA A1** Unidades que se usan en física (unidades fundamentales en negritas)



# APÉNDICE B

## Factores de conversión

	<b>m</b>	<b>cm</b>	<b>km</b>
1 metro	1	$10^2$	$10^{-3}$
1 centímetro	$10^{-2}$	1	$10^{-5}$
1 kilómetro	$10^3$	$10^5$	1
1 pulgada	$2,540 \times 10^{-2}$	2,540	$2,540 \times 10^{-5}$
1 pie	0,3048	30,48	$3,048 \times 10^{-4}$
1 milla	1.609	$1,609 \times 10^4$	1,609
1 angstrom	$10^{-10}$		
1 fermi	$10^{-15}$		
1 año luz			$9,460 \times 10^{12}$
	<b>in</b>	<b>ft</b>	<b>mi</b>
1 metro	39,37	3,281	$6,214 \times 10^{-4}$
1 centímetro	0,3937	$3,281 \times 10^{-2}$	$6,214 \times 10^{-6}$
1 kilómetro	$3,937 \times 10^4$	$3,281 \times 10^3$	0,6214
1 pulgada	1	$8,333 \times 10^{-2}$	$1,578 \times 10^{-5}$
1 pie	12	1	$1,894 \times 10^{-4}$
1 milla	$6,336 \times 10^4$	5.280	1

**TABLA B1** Longitud

### Área

$$1 \text{ cm}^2 = 0,155 \text{ in}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 10^4 \text{ cm}^2 = 10,76 \text{ ft}^2$$

$$1 \text{ in}^2 = 6,452 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ ft}^2 = 144 \text{ in}^2 = 0,0929 \text{ m}^2$$

**Volumen**

$$1 \text{ litro} = 1.000 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3 = 0,03531 \text{ ft}^3 = 61,02 \text{ in}^3$$

$$1 \text{ ft}^3 = 0,02832 \text{ m}^3 = 28,32 \text{ litros} = 7,477 \text{ galones}$$

$$1 \text{ galón} = 3,788 \text{ litros}$$

	s	min	h	día	año
1 segundo	1	$1,667 \times 10^{-2}$	$2,778 \times 10^{-4}$	$1,157 \times 10^{-5}$	$3,169 \times 10^{-8}$
1 minuto	60	1	$1,667 \times 10^{-2}$	$6,944 \times 10^{-4}$	$1,901 \times 10^{-6}$
1 hora	3.600	60	1	$4,167 \times 10^{-2}$	$1,141 \times 10^{-4}$
1 día	$8,640 \times 10^4$	1.440	24	1	$2,738 \times 10^{-3}$
1 año	$3,156 \times 10^7$	$5,259 \times 10^5$	$8,766 \times 10^3$	365,25	1

**TABLA B2** Tiempo

	m/s	cm/s	ft/s	mi/h
1 metro/segundo	1	$10^2$	3,281	2,237
1 centímetro/segundo	$10^{-2}$	1	$3,281 \times 10^{-2}$	$2,237 \times 10^{-2}$
1 pie/segundo	0,3048	30,48	1	0,6818
1 milla/hora	0,4470	44,70	1,467	1

**TABLA B3** Velocidad**Aceleración**

$$1 \text{ m/s}^2 = 100 \text{ cm/s}^2 = 3,281 \text{ ft/s}^2$$

$$1 \text{ cm/s}^2 = 0,01 \text{ m/s}^2 = 0,03281 \text{ ft/s}^2$$

$$1 \text{ ft/s}^2 = 0,3048 \text{ m/s}^2 = 30,48 \text{ cm/s}^2$$

$$1 \text{ mi/h} \cdot \text{s} = 1,467 \text{ ft/s}^2$$

	kg	g	slug	u
1 kilogramo	1	$10^3$	$6,852 \times 10^{-2}$	$6,024 \times 10^{26}$
1 gramo	$10^{-3}$	1	$6,852 \times 10^{-5}$	$6,024 \times 10^{23}$
1 slug	14,59	$1,459 \times 10^4$	1	$8,789 \times 10^{27}$
1 unidad de masa atómica	$1,661 \times 10^{-27}$	$1,661 \times 10^{-24}$	$1,138 \times 10^{-28}$	1

	kg	g	slug	u
1 tonelada métrica	1.000			

TABLA B4 Masa

	N	dina	lb
1 newton	1	$10^5$	0,2248
1 dina	$10^{-5}$	1	$2,248 \times 10^{-6}$
1 libra	4,448	$4,448 \times 10^5$	1

TABLA B5 Fuerza

	Pa	dina/cm <sup>2</sup>	atm	cmHg	lb/in <sup>2</sup>
1 pascal	1	10	$9,869 \times 10^{-6}$	$7,501 \times 10^{-4}$	$1,450 \times 10^{-4}$
1 dina/centímetro <sup>2</sup>	$10^{-1}$	1	$9,869 \times 10^{-7}$	$7,501 \times 10^{-5}$	$1,450 \times 10^{-5}$
1 atmósfera	$1,013 \times 10^5$	$1,013 \times 10^6$	1	76	14,70
1 centímetro de mercurio*	$1,333 \times 10^3$	$1,333 \times 10^4$	$1,316 \times 10^{-2}$	1	0,1934
1 libra/pulgada <sup>2</sup>	$6,895 \times 10^3$	$6,895 \times 10^4$	$6,805 \times 10^{-2}$	5,171	1
1 bar	$10^5$				
1 torr				1 (mmHg)	

\* Donde la aceleración debido a la gravedad es  $9,80665 \text{ m/s}^2$  y la temperatura es  $0^\circ\text{C}$

TABLA B6 Presión

	J	erg	ft.lb
1 julio	1	$10^7$	0,7376
1 erg	$10^{-7}$	1	$7,376 \times 10^{-8}$
1 pie-libra	1,356	$1,356 \times 10^7$	1
1 electronvoltio	$1,602 \times 10^{-19}$	$1,602 \times 10^{-12}$	$1,182 \times 10^{-19}$
1 caloría	4,186	$4,186 \times 10^7$	3,088
1 unidad térmica británica	$1,055 \times 10^3$	$1,055 \times 10^{10}$	$7,779 \times 10^2$

	J	erg	ft.lb
1 kilovatio-hora	$3,600 \times 10^6$		
	<b>eV</b>	<b>cal</b>	<b>Btu</b>
1 julio	$6,242 \times 10^{18}$	0,2389	$9,481 \times 10^{-4}$
1 erg	$6,242 \times 10^{11}$	$2,389 \times 10^{-8}$	$9,481 \times 10^{-11}$
1 pie-libra	$8,464 \times 10^{18}$	0,3239	$1,285 \times 10^{-3}$
1 electronvoltio	1	$3,827 \times 10^{-20}$	$1,519 \times 10^{-22}$
1 caloría	$2,613 \times 10^{19}$	1	$3,968 \times 10^{-3}$
1 unidad térmica británica	$6,585 \times 10^{21}$	$2,520 \times 10^2$	1

**TABLA B7** Trabajo, energía, calor

### Potencia

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$$

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ W} = 550 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}$$

$$1 \text{ Btu/h} = 0,293 \text{ W}$$

### Ángulo

$$1 \text{ rad} = 57,30^\circ = 180^\circ/\pi$$

$$1^\circ = 0,01745 \text{ rad} = \pi/180 \text{ rad}$$

$$1 \text{ revolución} = 360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

$$1 \text{ rev./min (rpm)} = 0,1047 \text{ rad/s}$$

# APÉNDICE C

## Constantes fundamentales

Cantidad	Símbolo	Valor
Unidad de masa atómica	u	$1,660\,538\,782\,(83) \times 10^{-27}$ kg $931,494\,028\,(23)$ MeV/c <sup>2</sup>
Número de Avogadro	$N_A$	$6,02214076 \times 10^{23}$ mol recíproco (mol <sup>-1</sup> )
Magnetón de Bohr	$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$	$9,274\,009\,15\,(23) \times 10^{-24}$ J/T
Radio de Bohr	$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2 k_e}$	$5,291\,772\,085\,9\,(36) \times 10^{-11}$ m
La constante de Boltzmann	$k_B = \frac{R}{N_A}$	$1,380649 \times 10^{-23}$ julio por kelvin (J · K <sup>-1</sup> )
Longitud de onda Compton	$\lambda_C = \frac{h}{m_e c}$	$2,426\,310\,217\,5\,(33) \times 10^{-12}$ m
Constante de Coulomb	$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$	$8,987\,551\,788\dots \times 10^9$ N · m <sup>2</sup> /C <sup>2</sup> (exactamente)
Masa de deuterón	$m_d$	$3,343\,583\,20\,(17) \times 10^{-27}$ kg $2,013\,553\,212\,724\,(78)$ u $1875,612\,859$ MeV/c <sup>2</sup>
Masa del electrón	$m_e$	$9,109\,382\,15\,(45) \times 10^{-31}$ kg $5,485\,799\,094\,3\,(23) \times 10^{-4}$ u $0,510\,998\,910\,(13)$ MeV/c <sup>2</sup>
Voltaje de electrón	eV	$1,602\,176\,487\,(40) \times 10^{-19}$ J
Cargo elemental	e	$1,602176634 \times 10^{-19}$ C
Constante universal de los gases ideales	R	$8,314\,472\,(15)$ J/mol · K
Constante gravitacional	G	$6,674\,28\,(67) \times 10^{-11}$ N · m <sup>2</sup> /kg <sup>2</sup>
Masa de neutrón	$m_n$	$1,674\,927\,211\,(84) \times 10^{-27}$ kg $1,008\,664\,915\,97\,(43)$ u $939,565\,346\,(23)$ MeV/c <sup>2</sup>

Cantidad	Símbolo	Valor
Magnetón nuclear	$\mu_n = \frac{e\hbar}{2m_p}$	$5,050\,783\,24\,(13) \times 10^{-27} \text{ J/T}$
Permeabilidad del espacio libre	$\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ (exactamente)
Permeabilidad del espacio libre	$\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}$	$8,854\,187\,817\dots \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$ (exactamente)
Constante de Planck	$h$ $\hbar = \frac{h}{2\pi}$	$6,62607015 \times 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ $1,05457182 \times 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Masa de protón	$m_p$	$1,672\,621\,637\,(83) \times 10^{-27} \text{ kg}$ $1,007\,276\,466\,77\,(10) \text{ u}$ $938,272\,013\,(23) \text{ MeV}/c^2$
Constante de Rydberg	$R_H$	$1,097\,373\,156\,852\,7\,(73) \times 10^7 \text{ m}^{-1}$
Velocidad de la luz en el vacío	$c$	$2,997\,924\,58 \times 10^8 \text{ m/s}$ (exactamente)

**TABLA C1** Constantes fundamentales *Nota:* Estas constantes son los valores recomendados en 2006 por el Comité de Información para Ciencia y Tecnología (Committee on Data for Science and Technology, CODATA), basados en un ajuste por mínimos cuadrados de los datos de diferentes mediciones. Los números entre paréntesis de los valores representan las imprecisiones de los dos últimos dígitos.

**Combinaciones útiles de constantes para los cálculos:**

$$hc = 12.400 \text{ eV} \cdot \text{Å} = 1.240 \text{ eV} \cdot \text{nm} = 1.240 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

$$\hbar c = 1.973 \text{ eV} \cdot \text{Å} = 197,3 \text{ eV} \cdot \text{nm} = 197,3 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

$$k_e e^2 = 14,40 \text{ eV} \cdot \text{Å} = 1,440 \text{ eV} \cdot \text{nm} = 1,440 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$

$$k_B T = 0,02585 \text{ eV en } T = 300 \text{ K}$$



# APÉNDICE D

## Datos astronómicos

Objeto celestial	Distancia media al Sol (millones de km)	Periodo de revolución (d = días) (y = años)	Periodo de rotación en el ecuador	Excentricidad de la órbita
Sol	–	–	27 d	–
Mercurio	57,9	88 d	59 d	0,206
Venus	108,2	224,7 d	243 d	0,007
Tierra	149,6	365,25 d	23 h 56 min 4 s	0,017
Marte	227,9	687 d	24 h 37 min 23 s	0,093
Júpiter	778,4	11,9 y	9 h 50 min 30 s	0,048
Saturno	1.426,7	29,5 y	10 h 14 min	0,054
Urano	2.871,0	84,0 y	17 h 14 min	0,047
Neptuno	4.498,3	164,8 y	16 h	0,009
La Luna de la Tierra	149,6 (0,386 desde la Tierra)	27,3 d	27,3 d	0,055
Objeto celestial	Diámetro ecuatorial (km)	Masa (Tierra = 1)	Densidad (g/cm <sup>3</sup> )	
Sol	1.392.000	333.000	1,4	
Mercurio	4.879	0,06	5,4	
Venus	12.104	0,82	5,2	
Tierra	12.756	1,00	5,5	
Marte	6.794	0,11	3,9	
Júpiter	142.984	317,83	1,3	
Saturno	120.536	95,16	0,7	
Urano	51.118	14,54	1,3	
Neptuno	49.528	17,15	1,6	

Objeto celestial	Distancia media al Sol (millones de km)	Periodo de revolución (d = días) (y = años)	Periodo de rotación en el ecuador	Excentricidad de la órbita
La Luna de la Tierra	3.476	0,01	3,3	

**TABLA D1** Datos astronómicos

**Otros datos:**

Masa de la Tierra:  $5,97 \times 10^{24}$  kg

Masa de la Luna:  $7,36 \times 10^{22}$  kg

Masa del Sol:  $1,99 \times 10^{30}$  kg

# APÉNDICE E

## Fórmulas matemáticas

### Fórmula cuadrática

Si  $ax^2 + bx + c = 0$ , entonces  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Triángulo de base $b$ y altura $h$ Área = $\frac{1}{2}bh$		
Círculo de radio $r$	Circunferencia = $2\pi r$	Área = $\pi r^2$
Esfera de radio $r$	Superficie = $4\pi r^2$	Volumen = $\frac{4}{3}\pi r^3$
Cilindro de radio $r$ y altura $h$	Superficie curva = $2\pi rh$	Volumen = $\pi r^2 h$

**TABLA E1** Geometría

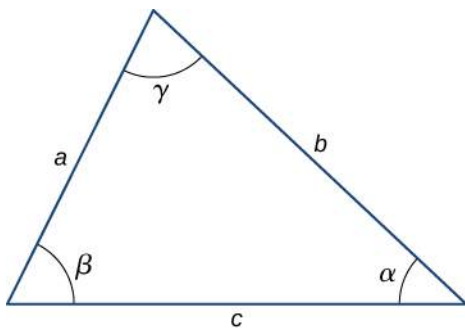
### Trigonometría

#### Identidades trigonométricas

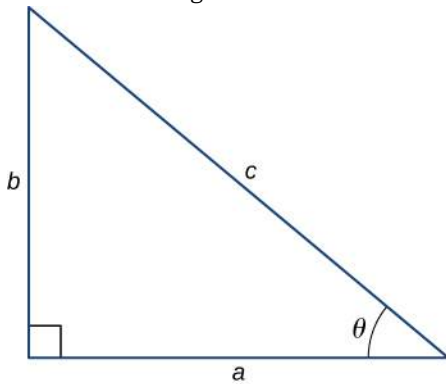
- $\operatorname{sen} \theta = 1/\operatorname{csc} \theta$
- $\operatorname{cos} \theta = 1/\operatorname{sec} \theta$
- $\operatorname{tan} \theta = 1/\operatorname{cot} \theta$
- $\operatorname{sen} (90^\circ - \theta) = \operatorname{cos} \theta$
- $\operatorname{cos} (90^\circ - \theta) = \operatorname{sen} \theta$
- $\operatorname{tan} (90^\circ - \theta) = \operatorname{cot} \theta$
- $\operatorname{sen}^2 \theta + \operatorname{cos}^2 \theta = 1$
- $\operatorname{sec}^2 \theta - \operatorname{tan}^2 \theta = 1$
- $\operatorname{tan} \theta = \operatorname{sen} \theta / \operatorname{cos} \theta$
- $\operatorname{sen} (\alpha \pm \beta) = \operatorname{sen} \alpha \operatorname{cos} \beta \pm \operatorname{cos} \alpha \operatorname{sen} \beta$
- $\operatorname{cos} (\alpha \pm \beta) = \operatorname{cos} \alpha \operatorname{cos} \beta \mp \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta$
- $\operatorname{tan} (\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tan} \alpha \pm \operatorname{tan} \beta}{1 \mp \operatorname{tan} \alpha \operatorname{tan} \beta}$
- $\operatorname{sen} 2\theta = 2\operatorname{sen} \theta \operatorname{cos} \theta$
- $\operatorname{cos} 2\theta = \operatorname{cos}^2 \theta - \operatorname{sen}^2 \theta = 2\operatorname{cos}^2 \theta - 1 = 1 - 2\operatorname{sen}^2 \theta$
- $\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{sen} \beta = 2\operatorname{sen} \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \operatorname{cos} \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$
- $\operatorname{cos} \alpha + \operatorname{cos} \beta = 2\operatorname{cos} \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \operatorname{cos} \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$

#### Triángulos

- Ley de los senos:  $\frac{a}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{c}{\operatorname{sen} \gamma}$
- Ley de los cosenos:  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \operatorname{cos} \gamma$



3. Teorema de Pitágoras:  $a^2 + b^2 = c^2$



### Ampliaciones de la serie

1. Teorema del binomio  $(a + b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)a^{n-2}b^2}{2!} + \frac{n(n-1)(n-2)a^{n-3}b^3}{3!} + \dots$
2.  $(1 \pm x)^n = 1 \pm \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} \pm \dots$  ( $x^2 < 1$ )
3.  $(1 \pm x)^{-n} = 1 \mp \frac{nx}{1!} + \frac{n(n+1)x^2}{2!} \mp \dots$  ( $x^2 < 1$ )
4.  $\text{sen } x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$
5.  $\text{cos } x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$
6.  $\tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \dots$
7.  $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots$
8.  $\ln(1 + x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \dots$  ( $|x| < 1$ )

### Derivadas

1.  $\frac{d}{dx}[af(x)] = a \frac{d}{dx} f(x)$
2.  $\frac{d}{dx}[f(x) + g(x)] = \frac{d}{dx} f(x) + \frac{d}{dx} g(x)$
3.  $\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f(x) \frac{d}{dx} g(x) + g(x) \frac{d}{dx} f(x)$
4.  $\frac{d}{dx} f(u) = \left[ \frac{d}{du} f(u) \right] \frac{du}{dx}$
5.  $\frac{d}{dx} x^m = mx^{m-1}$
6.  $\frac{d}{dx} \text{sen } x = \text{cos } x$
7.  $\frac{d}{dx} \text{cos } x = -\text{sen } x$
8.  $\frac{d}{dx} \tan x = \sec^2 x$
9.  $\frac{d}{dx} \cot x = -\text{csc}^2 x$
10.  $\frac{d}{dx} \sec x = \tan x \sec x$
11.  $\frac{d}{dx} \text{csc } x = -\cot x \text{csc } x$
12.  $\frac{d}{dx} e^x = e^x$

13.  $\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$
14.  $\frac{d}{dx} \operatorname{sen}^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
15.  $\frac{d}{dx} \operatorname{cos}^{-1} x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
16.  $\frac{d}{dx} \operatorname{tan}^{-1} x = \frac{1}{1+x^2}$

### Integrales

1.  $\int af(x) dx = a \int f(x) dx$
2.  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$
3.  $\int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} (m \neq -1)$   
 $= \ln x (m = -1)$
4.  $\int \operatorname{sen} x dx = -\operatorname{cos} x$
5.  $\int \operatorname{cos} x dx = \operatorname{sen} x$
6.  $\int \operatorname{tan} x dx = \ln |\operatorname{sec} x|$
7.  $\int \operatorname{sen}^2 ax dx = \frac{x}{2} - \frac{\operatorname{sen} 2ax}{4a}$
8.  $\int \operatorname{cos}^2 ax dx = \frac{x}{2} + \frac{\operatorname{sen} 2ax}{4a}$
9.  $\int \operatorname{sen} ax \operatorname{cos} ax dx = -\frac{\operatorname{cos} 2ax}{4a}$
10.  $\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax}$
11.  $\int xe^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a^2} (ax - 1)$
12.  $\int \ln ax dx = x \ln ax - x$
13.  $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{tan}^{-1} \frac{x}{a}$
14.  $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right|$
15.  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \operatorname{senh}^{-1} \frac{x}{a}$
16.  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{sen}^{-1} \frac{x}{a}$
17.  $\int \sqrt{a^2 + x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 + x^2} + \frac{a^2}{2} \operatorname{senh}^{-1} \frac{x}{a}$
18.  $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \operatorname{sen}^{-1} \frac{x}{a}$



# APÉNDICE F

## Química

Periodo	Grupo																18							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18						
1	1 H 1,008 hidrógeno																	2 He 4,003 helio						
2	3 Li 6,94 litio	4 Be 9,012 berilio																	5 B 10,81 boro	6 C 12,01 carbono	7 N 14,01 nitrogeno	8 O 16,00 oxígeno	9 F 19,00 flúor	10 Ne 20,18 neón
3	11 Na 22,99 sodio	12 Mg 24,31 magnesio																	13 Al 26,98 aluminio	14 Si 28,09 silicio	15 P 30,97 fósforo	16 S 32,06 azufre	17 Cl 35,45 cloro	18 Ar 39,95 argón
4	19 K 39,10 potasio	20 Ca 40,08 calcio	21 Sc 44,96 escandio	22 Ti 47,87 titanio	23 V 50,94 vanadio	24 Cr 52,00 cromo	25 Mn 54,94 manganeso	26 Fe 55,85 hierro	27 Co 58,93 cobalto	28 Ni 58,69 níquel	29 Cu 63,55 cobre	30 Zn 65,38 zinc	31 Ga 69,72 galio	32 Ge 72,63 germanio	33 As 74,92 arsénico	34 Se 78,97 selenio	35 Br 79,90 bromo	36 Kr 83,80 kriptón						
5	37 Rb 85,47 rubidio	38 Sr 87,62 estroncio	39 Y 88,91 itrio	40 Zr 91,22 zirconio	41 Nb 92,91 niobio	42 Mo 95,95 molibdeno	43 Tc [97] tecnecio	44 Ru 101,1 rutenio	45 Rh 102,9 rodio	46 Pd 106,4 paladio	47 Ag 107,9 plata	48 Cd 112,4 cadmio	49 In 114,8 indio	50 Sn 118,7 estaño	51 Sb 121,8 antimonio	52 Te 127,6 telurio	53 I 126,9 yodo	54 Xe 131,3 xenón						
6	55 Cs 132,9 cesio	56 Ba 137,3 bario	57-71 La-Lu [...] lantánidos	72 Hf 178,5 hafnio	73 Ta 180,9 tantalio	74 W 183,8 tungsteno	75 Re 186,2 renio	76 Os 190,2 osmio	77 Ir 192,2 iridio	78 Pt 195,1 platino	79 Au 197,0 oro	80 Hg 200,6 mercurio	81 Tl 204,4 talio	82 Pb 207,2 plomo	83 Bi 209,0 bismuto	84 Po [209] polonio	85 At [210] astato	86 Rn [222] radón						
7	87 Fr [223] francio	88 Ra [226] radio	89-103 Ac-Lr [...] actínidos	104 Rf [267] rutherfordio	105 Db [270] dubnio	106 Sg [271] seaborgio	107 Bh [270] bohrio	108 Hs [277] hassium	109 Mt [276] meitnerio	110 Ds [281] darmstadtio	111 Rg [282] roentgenio	112 Cn [285] copernicio	113 Nh [286] nihonio	114 Fl [289] flerovio	115 Mc [288] moscovio	116 Lv [293] livermorio	117 Ts [294] teneso	118 Og [294] oganesón						
			57 La 138,9 lantano	58 Ce 140,1 cerio	59 Pr 140,9 praseodimio	60 Nd 144,2 neodimio	61 Pm [145] prometio	62 Sm 150,4 samario	63 Eu 152,0 europio	64 Gd 157,3 gadolinio	65 Tb 158,9 terbio	66 Dy 162,5 disproscio	67 Ho 164,9 holmio	68 Er 167,3 erbio	69 Tm 168,9 tulio	70 Yb 173,1 iterbio	71 Lu 175,0 lutecio							
			89 Ac [227] actinio	90 Th 232,0 torio	91 Pa 231,0 protactinio	92 U 238,0 uranio	93 Np [237] neptunio	94 Pu [244] plutonio	95 Am [243] americio	96 Cm [247] curio	97 Bk [247] berkelio	98 Cf [251] california	99 Es [252] einsteinio	100 Fm [257] fermio	101 Md [258] mendeléevio	102 No [259] nobelio	103 Lr [262] lawrencio							

Código de colores	
<span style="background-color: #ffffcc; border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 10px;"></span> Metales representativos	<b>Sólido</b>
<span style="background-color: #ccccff; border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 10px;"></span> Metales de transición y de transición interna	<b>Líquido</b>
<span style="background-color: #e0e0e0; border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 10px;"></span> Elementos radioactivos	<b>Gas</b>
<span style="background-color: #d3d3d3; border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 10px;"></span> Metaloides	
<span style="background-color: #c0c0c0; border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 10px;"></span> No metal	





# APÉNDICE G

## El alfabeto griego

Nombre	Mayúsculas	Minúsculas	Nombre	Mayúsculas	Minúsculas
Alpha	A	$\alpha$	Nu	N	$\nu$
Beta	B	$\beta$	Xi	$\Xi$	$\xi$
Gamma	$\Gamma$	$\gamma$	Ómicron	O	$o$
Delta	$\Delta$	$\delta$	Pi	$\Pi$	$\pi$
Épsilon	E	$\epsilon$	Rho	P	$\rho$
Zeta	Z	$\zeta$	Sigma	$\Sigma$	$\sigma$
Eta	H	$\eta$	Tau	T	$\tau$
Theta	$\Theta$	$\theta$	Ípsilon	$\Upsilon$	$\upsilon$
Iota	I	$\iota$	Phi	$\Phi$	$\phi$
Kappa	K	$\kappa$	Chi	X	$\chi$
Lambda	$\Lambda$	$\lambda$	Psi	$\Psi$	$\psi$
Mu	M	$\mu$	Omega	$\Omega$	$\omega$

**TABLA G1** El alfabeto griego



# CLAVE DE RESPUESTAS

## Capítulo 1

### Compruebe Lo Aprendido

- 1.1 La cantidad real (masa) de gasolina que queda en el tanque cuando el indicador marca “vacío” es menor en verano que en invierno. La gasolina tiene el mismo volumen que en invierno cuando se enciende la luz de “añadir combustible”, pero como la gasolina se ha expandido, hay menos masa.
- 1.2 No necesariamente, ya que la tensión térmica también es proporcional al módulo de Young.
- 1.3 En una buena aproximación, la transferencia de calor depende solo de la diferencia de temperatura. Como las diferencias de temperatura son las mismas en ambos casos, se necesitan los mismos 25 kJ en el segundo caso (como veremos en la siguiente sección, la respuesta habría sido diferente si el objeto hubiera estado hecho de alguna sustancia que cambia de fase en cualquier lugar entre 30 °C y 50 °C).
- 1.4 El hielo y el agua líquida están en equilibrio térmico, por lo que la temperatura se mantiene en la temperatura de congelación mientras el hielo permanece en el líquido (una vez que se derrita todo el hielo, la temperatura del agua empezará a subir).
- 1.5 La nieve se forma a partir de cristales de hielo y, por tanto, es la fase sólida del agua. Debido a que se necesita un enorme calor para los cambios de fase, se necesita un cierto tiempo para que este calor se transfiera desde el aire, incluso si el aire está por encima de 0 °C.
- 1.6 Conducción: el calor se transfiere a las manos al sostener una taza de café caliente. Convección: transferencia de calor es cuando el barista “vaporiza” la leche fría para hacer chocolate caliente. Radiación: el calor se transfiere desde el Sol a una jarra de agua con hojas de té para hacer “té del Sol”. Hay muchas otras respuestas posibles.
- 1.7 Como el área es el producto de dos dimensiones espaciales, se multiplica por cuatro cuando se duplica cada dimensión ( $A_{\text{final}} = (2d)^2 = 4d^2 = 4A_{\text{inicial}}$ ). La distancia, sin embargo, simplemente se duplica. Dado que la diferencia de temperatura y el coeficiente de conductividad térmica son independientes de las dimensiones espaciales, la tasa de transferencia de calor por conducción aumenta en un factor de cuatro dividido entre dos, o sea, dos:
 
$$P_{\text{final}} = \frac{kA_{\text{final}}(T_h - T_c)}{d_{\text{final}}} = \frac{k(4A_{\text{final}})(T_h - T_c)}{2d_{\text{inicial}}} = 2 \frac{kA_{\text{final}}(T_h - T_c)}{d_{\text{inicial}}} = 2P_{\text{inicial}}.$$
- 1.8 El uso de un ventilador aumenta el flujo de aire: El aire caliente cerca de su cuerpo se sustituye por aire más frío procedente de otro lugar. La convección aumenta la tasa de transferencia de calor, de modo que el aire en movimiento “se siente” más frío que el aire quieto.
- 1.9 El calor radiado es proporcional a la cuarta potencia de la *temperatura absoluta*. Porque  $T_1 = 293 \text{ K}$  y  $T_2 = 313 \text{ K}$ , la tasa de transferencia de calor aumenta un 30 % aproximadamente de la tasa original.

### Preguntas Conceptuales

1. Están a la misma temperatura, y si se ponen en contacto, no fluye calor neto entre ellos.
3. La lectura cambiará.
5. El agua fría enfría parte de la superficie interior, haciendo que se contraiga, mientras que el resto permanece expandido. La tensión es demasiado grande para la resistencia del material. El Pyrex se contrae menos, por lo que experimenta menos tensión.
7. En principio, la tapa se expande más que el tarro porque los metales tienen mayores coeficientes de expansión que el vidrio. Así será más fácil desenroscar la tapa (en la práctica, mojar la tapa y el tarro puede dificultar su agarre).
9. Después de calentarse, la longitud es  $(1 + 300\alpha)(1 \text{ m})$ . Después de enfriarse, la longitud es  $(1 - 300\alpha)(1 + 300\alpha)(1 \text{ m})$ . La respuesta no es 1 m, pero debería serlo. La explicación es que aunque si  $\alpha$  es exactamente constante, la relación  $\Delta L = \alpha L \Delta T$  es estrictamente cierto solo en el límite de pequeñas  $\Delta T$ . Dado que los valores de  $\alpha$  son pequeños, la discrepancia no tiene importancia en la práctica.

11. Las diferencias de temperatura provocan la transferencia de calor.
13. No, se almacena como energía térmica. Un sistema termodinámico no tiene una cantidad de calor bien definida.
15. Aumenta el punto de ebullición, por lo que el agua, de la que el alimento obtiene calor, está a una temperatura más alta.
17. Sí, aumentando la presión por encima de 56 atm.
19. trabajo
21. 0 °C (a presión atmosférica o cerca de ella).
23. La condensación libera calor, por lo que acelera la fusión.
25. Debido al elevado calor específico del agua, cambia menos de temperatura que la tierra. Además, la evaporación reduce el aumento de temperatura. El aire tiende a mantenerse cerca del equilibrio con el agua, por lo que su temperatura no cambia mucho donde hay mucha agua alrededor, como en San Francisco, pero no en Sacramento.
27. El líquido es el oxígeno, cuyo punto de ebullición es superior al del nitrógeno, pero cuyo punto de fusión es inferior al del nitrógeno líquido. Los cristales que se subliman son de dióxido de carbono, el cual no tiene fase líquida a presión atmosférica. Los cristales que se funden son de agua, cuyo punto de fusión está por encima del punto de sublimación del dióxido de carbono. El agua provenía del aliento del instructor.
29. El aumento de la circulación en la superficie calentará a la persona, ya que la temperatura del agua es más caliente que la del cuerpo humano. La sudoración no provocará un enfriamiento por evaporación bajo el agua ni en el aire húmedo inmediatamente superior al jacuzzi.
31. Distribuye el calor en la zona por encima de los elementos calefactores, e iguala la temperatura allí, pero no difunde el calor mucho más allá de los elementos calefactores.
33. El calor se conduce desde el fuego a través de la caja de fuego hasta el aire que circula y luego se conecta por el aire hacia la habitación (convección forzada).
35. La tienda se calienta con el sol y le transfiere el calor por los tres procesos, especialmente por la radiación.
37. Si está protegido, mide la temperatura del aire. Si no, mide el efecto combinado de la temperatura del aire y la ganancia neta de calor por radiación del sol.
39. Baje el termostato. Para que la casa esté a la temperatura normal, el sistema de calefacción debe reponer todo el calor que se ha perdido. Para los tres mecanismos de transferencia de calor, cuanto mayor sea la diferencia de temperatura entre el interior y el exterior, más calor se perderá y se deberá reemplazar. Por lo tanto, la casa debe estar a la temperatura más baja que no permita daños por congelación.
41. El aire es un buen aislante, por lo que hay poca conducción, y el aire calentado sube, por lo que hay poca convección hacia abajo.

## Problemas

43. Eso debe ser Celsius. Su temperatura Fahrenheit es 102 °F. Sí, es momento de obtener tratamiento.
45. a.  $\Delta T_C = 22,2 \text{ °C}$ ; b. Sabemos que  $\Delta T_F = T_{F2} - T_{F1}$ . También sabemos que  $T_{F2} = \frac{9}{5}T_{C2} + 32$  y  $T_{F1} = \frac{9}{5}T_{C1} + 32$ . Así que, al sustituir, tenemos  $\Delta T_F = \left(\frac{9}{5}T_{C2} + 32\right) - \left(\frac{9}{5}T_{C1} + 32\right)$ . Al resolver parcialmente y reordenar la ecuación, tenemos  $\Delta T_F = \frac{9}{5}(T_{C2} - T_{C1})$ . Por lo tanto,  $\Delta T_F = \frac{9}{5}\Delta T_C$ .
47. a.  $-40^\circ$ ; b. 575 K
49. Use la [Tabla 1.2](#) para calcular el coeficiente de dilatación térmica del mármol:  

$$L = L_0 + \Delta L = L_0 (1 + \alpha \Delta T) = 170 \text{ m} \left[1 + (2,5 \times 10^{-6}/^\circ\text{C})(-45,0 \text{ °C})\right] = 169,98 \text{ m.}$$
 (respuesta redondeada a cinco cifras significativas para mostrar la ligera diferencia de altura).
51. Usamos  $\beta$  en vez de  $\alpha$ , ya que se trata de una expansión de volumen con superficie constante. Por lo tanto:  

$$\Delta L = \alpha L \Delta T = (6,0 \times 10^{-5}/^\circ\text{C})(0,0300 \text{ m})(3,00 \text{ °C}) = 5,4 \times 10^{-6} \text{ m.}$$
53. En el día más cálido, nuestra cinta métrica se expandirá linealmente. Por lo tanto, cada dimensión medida será menor que la dimensión real del terreno. A llamar a estas dimensiones medidas  $l'$  y  $w'$ , calcularemos una nueva área  $A$ . Calculemos estas dimensiones medidas:

$$l' = l_0 - \Delta l = (20 \text{ m}) - (20 \text{ °C})(20 \text{ m}) \left(\frac{1,2 \times 10^{-5}}{^\circ\text{C}}\right) = 19,9952 \text{ m};$$

$$A' = l \times w' = (29,9928 \text{ m})(19,9952 \text{ m}) = 599,71 \text{ m}^2;$$

$$\text{Cambio de costo} = (A - A') \left( \frac{\$60.000}{\text{m}^2} \right) = ((600 - 599,71) \text{ m}^2) \left( \frac{\$60.000}{\text{m}^2} \right) = \$17.000.$$

Como la superficie se reduce, el precio del terreno *disminuye* en unos 17.000 dólares.

55. a. Use la [Tabla 1.2](#) para hallar los coeficientes de dilatación térmica del acero y del aluminio. Entonces,
- $$\Delta L_{\text{Al}} - \Delta L_{\text{acero}} = (\alpha_{\text{Al}} - \alpha_{\text{acero}}) L_0 \Delta T = \left( \frac{2,5 \times 10^{-5}}{^\circ\text{C}} - \frac{1,2 \times 10^{-5}}{^\circ\text{C}} \right) (1,00 \text{ m})(22^\circ\text{C}) = 2,9 \times 10^{-4} \text{ m}.$$
- b. Por el mismo método con  $L_0 = 30,0 \text{ m}$ , tenemos  $\Delta L = 8,6 \times 10^{-3} \text{ m}$ .
57.  $\Delta V = 0,475 \text{ L}$
59. Si empezamos con la congelación del agua, entonces se expandiría hasta
- $$(1 \text{ m}^3) \left( \frac{1,000 \text{ kg/m}^3}{917 \text{ kg/m}^3} \right) = 1,09 \text{ m}^3 = 1,98 \times 10^8 \text{ N/m}^2 \text{ de hielo}.$$
61.  $m = 5,20 \times 10^8 \text{ J}$
63.  $Q = mc\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{mc}$ ; a.  $21,0^\circ\text{C}$ ; b.  $25,0^\circ\text{C}$ ; c.  $29,3^\circ\text{C}$ ; d.  $50,0^\circ\text{C}$
65.  $Q = mc\Delta T \Rightarrow c = \frac{Q}{m\Delta T} = \frac{1,04 \text{ kcal}}{(0,250 \text{ kg})(45,0^\circ\text{C})} = 0,0924 \text{ kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C}$ . Es de cobre.
67. a.  $Q = m_w c_w \Delta T + m_{\text{Al}} c_{\text{Al}} \Delta T = (m_w c_w + m_{\text{Al}} c_{\text{Al}}) \Delta T$ ;  
 $Q = \left[ (0,500 \text{ kg})(1,00 \text{ kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C}) + (0,100 \text{ kg})(0,215 \text{ kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C}) \right] (54,9^\circ\text{C}) = 28,63 \text{ kcal}$ ;  
 $\frac{Q}{m_p} = \frac{28,63 \text{ kcal}}{5,00 \text{ g}} = 5,73 \text{ kcal/g}$ ; b.  $\frac{Q}{m_p} = \frac{200 \text{ kcal}}{33 \text{ g}} = 6 \text{ kcal/g}$ , lo cual es coherente con nuestros resultados a la parte (a), a una cifra significativa.
69.  $0,139^\circ\text{C}$
71. Debería ser más bajo. El vaso de precipitado no hará mucha diferencia:  $16,3^\circ\text{C}$
73. a.  $1,00 \times 10^5 \text{ J}$ ; b.  $3,68 \times 10^5 \text{ J}$ ; c. El hielo es mucho más eficaz para absorber el calor porque primero debe derretirse, lo que requiere mucha energía, y luego gana la misma cantidad de calor que la bolsa que empezó con agua. La primera  $2,67 \times 10^5 \text{ J}$  de calor se utiliza para derretir el hielo, luego absorbe el  $1,00 \times 10^5 \text{ J}$  de calor como el agua.
75.  $58,1 \text{ g}$
77. Supongamos que  $M$  es la masa de agua de la piscina y  $m$  es la masa de agua de la piscina que se evapora.  
 $M c \Delta T = m L_V (37^\circ\text{C}) \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{c \Delta T}{L_V (37^\circ\text{C})} = \frac{(1,00 \text{ kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C})(1,50^\circ\text{C})}{580 \text{ kcal/kg}} = 2,59 \times 10^{-3}$ ;  
 (Note que  $L_V$  para el agua a  $37^\circ\text{C}$  se utiliza aquí como una mejor aproximación que  $L_V$  para agua a  $100^\circ\text{C}$ ).
79. a.  $1,47 \times 10^{15} \text{ kg}$ ; b.  $4,90 \times 10^{20} \text{ J}$ ; c.  $48,5 \text{ y}$
81. a.  $9,35 \text{ L}$ ; b. El petróleo crudo es menos denso que el agua, por lo que flota sobre ella y se expone al oxígeno del aire, el cual usa para quemarse. Además, si el agua está debajo del petróleo, es menos capaz de absorber el calor generado por este.
83. a.  $319 \text{ kcal}$ ; b.  $2,00^\circ\text{C}$
85. Primero hay que poner el hielo a  $0^\circ\text{C}$  y derretirlo con el calor  $Q_1 : 4,74 \text{ kcal}$ . Esto reduce la temperatura del agua en  $\Delta T_2 : 23,15^\circ\text{C}$ . Ahora, el calor perdido por el agua caliente es igual al ganado por el agua fría ( $T_f$  es la temperatura final):  $20,6^\circ\text{C}$
87. Supongamos que los subíndices r, e, v y w representen roca, equilibrio, vapor y agua, respectivamente.  
 $m_r c_r (T_1 - T_e) = m_v L_V + m_w c_w (T_e - T_2)$
- $$m_r = \frac{m_v L_V + m_w c_w (T_e - T_2)}{c_r (T_1 - T_e)}$$
- $$= \frac{(0,0250 \text{ kg})(2256 \times 10^3 \text{ J/kg}) + (3,975 \text{ kg})(4186 \times 10^3 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})(100^\circ\text{C} - 15^\circ\text{C})}{(840 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})(500^\circ\text{C} - 100^\circ\text{C})}$$
- $$= 4,38 \text{ kg}$$
89. a.  $1,01 \times 10^3 \text{ W}$ ; b. Se necesita un calefactor de ambiente de 1 kilovatio.
91.  $84,0 \text{ W}$
93.  $2,59 \text{ kg}$

95. a. 39,7 W; b. 820 kcal

97.  $\frac{Q}{t} = \frac{kA(T_2 - T_1)}{d}$ , de modo que

$$\frac{(Q/t)_{\text{pared}}}{(Q/t)_{\text{ventana}}} = \frac{k_{\text{pared}} A_{\text{pared}} d_{\text{ventana}}}{k_{\text{ventana}} A_{\text{ventana}} d_{\text{pared}}} = \frac{(2 \times 0,042 \text{ J/s}\cdot\text{m}\cdot\text{°C})(10,0 \text{ m}^2)(0,750 \times 10^{-2} \text{ m})}{(0,84 \text{ J/s}\cdot\text{m}\cdot\text{°C})(2,00 \text{ m}^2)(13,0 \times 10^{-2} \text{ m})}$$

Esto da 0,0288 pared: ventana, o 35:1 ventana: pared

99.  $\frac{Q}{t} = \frac{kA(T_2 - T_1)}{d} = \frac{kA\Delta T}{d} \Rightarrow$

$$\Delta T = \frac{d(Q/t)}{kA} = \frac{(6,00 \times 10^{-3} \text{ m})(2256 \text{ W})}{(0,84 \text{ J/s}\cdot\text{m}\cdot\text{°C})(1,54 \times 10^{-2} \text{ m}^2)} = 1,046 \text{ °C} = 1,05 \times 10^3 \text{ K}$$

101. En el problema anterior comprobamos que  $P = 126\Delta T \text{ W}\cdot\text{°C}$  como uso energético de referencia. Por lo tanto, la pérdida total de calor durante este periodo es

$Q = (126 \text{ J/s}\cdot\text{°C})(15,0 \text{ °C})(120 \text{ días})(86,4 \times 10^3 \text{ s/día}) = 1,960 \times 10^6 \text{ J}$ . A un costo de \$1/MJ, el costo es de 1.960 dólares. De un problema anterior, el ahorro es del 12 % o 235 dólares/año. Necesitamos  $150 \text{ m}^2$  de aislamiento en el ático. A \$4/m<sup>2</sup>, esto supone un costo de 500 dólares. Por lo tanto, el periodo de recuperación de la inversión es  $\$600/(\$235/\text{y}) = 2,6$  años (sin incluir costos de mano de obra).

## Problemas Adicionales

103. 7,39%

105.  $\frac{F}{A} = (210 \times 10^9 \text{ Pa})(12 \times 10^{-6}/\text{°C})(40 \text{ °C} - (-15 \text{ °C})) = 1,4 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ .

107. a. 1,06 cm; b. 1,11 cm

109. 1,7 kJ/(kg · °C)

111. a.  $1,57 \times 10^4 \text{ kcal}$ ; b. 18,3 kW · h; c.  $1,29 \times 10^4 \text{ kcal}$

113. 6,3 °C. Todo el hielo se derritió.

115. 63,9 °C, todo el hielo se derritió

117. a. 83 W; b.  $1,97 \times 10^3 \text{ W}$ ; La ventana de un solo panel de vidrio tiene una tasa de conducción de calor igual a 1.969/83, es decir, 24 veces la de una ventana de doble panel de vidrio.

119. La tasa de transferencia de calor por conducción es de 20,0 W. Sobre una base diaria, esto es 1.728 kJ/día. La ingesta diaria de alimentos es 2.400 kcal/d  $\times 4.186 \text{ J/kcal} = 10.050 \text{ kJ/día}$ . Por lo tanto, solo el 17,2 % de la energía consumida va como transferencia de calor al ambiente por conducción  $\Delta T$ .

121. 620 K

## Problemas De Desafío

123. Al denotar el periodo por  $P$ , sabemos que  $P = 2\pi\sqrt{L/g}$ . Cuando la temperatura aumenta en  $dT$ , la longitud aumenta en  $\alpha LdT$ . Entonces la nueva longitud es a.

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{L+\alpha LdT}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}(1+\alpha dT)} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\left(1+\frac{1}{2}\alpha dT\right) = P\left(1+\frac{1}{2}\alpha dT\right)$$

por la expansión binomial. b. El reloj va más lento, ya que su nuevo periodo es de 1,00019 s. Pierde 16,4 s por día.

125. La cantidad de calor para derretir el hielo y elevarlo a 100 °C no es suficiente para condensar el vapor de agua, pero es más que suficiente para bajar la temperatura del vapor de agua en 50 °C, por lo que el estado final consistirá en vapor de agua y agua líquida en equilibrio, y la temperatura final es 100 °C; 9,5 g de vapor de agua se condensan, por lo que el estado final contiene 49,5 g de vapor de agua y 40,5 g de agua líquida.

127. a.  $dL/dT = kT/\rho L$ ; b.  $L = \sqrt{2kTt/\rho L_f}$ ; c. sí

129. a.  $4(\pi R^2)T_s^4$ ; b.  $4e\sigma\pi R^2T_s^4$ ; c.  $8e\sigma\pi R^2T_e^4$ ; d.  $T_s^4 = 2T_e^4$ ; e.  $e\sigma T_s^4 + \frac{1}{4}(1-A)S = \sigma T_s^4$ ; f. 288 K

## Capítulo 2

### Compruebe Lo Aprendido

2.1 Primero tenemos que calcular la masa molar (la masa de un mol) de la niacina. Para ello, debemos

multiplicar el número de átomos de cada elemento en la molécula por la masa molar del elemento  
 (6 mol de carbono) (12,0 g/mol) + (5 mol de hidrógeno) (1,0 g/mol)  
 + (1 mol de nitrógeno) (14 g/mol) + (2 mol de oxígeno) (16,0 g/mol) = 123 g/mol

Entonces tenemos que calcular el número de moles en 14 mg

$$\left(\frac{14 \text{ mg}}{123 \text{ g/mol}}\right) \left(\frac{1 \text{ g}}{1.000 \text{ mg}}\right) = 1,14 \times 10^{-4} \text{ mol.}$$

Entonces, utilizamos el número de Avogadro para calcular el número de moléculas

$$N = nN_A = (1,14 \times 10^{-4} \text{ mol}) (6,02 \times 10^{23} \text{ moléculas/mol}) = 6,85 \times 10^{19} \text{ moléculas.}$$

- 2.2** La densidad de un gas es igual a una constante, la masa molecular promedio, por la densidad numérica  $N/V$ . De la ley de los gases ideales,  $pV = Nk_B T$ , vemos que  $N/V = p/k_B T$ . Por lo tanto, a temperatura constante, si la densidad  $y$ , en consecuencia la densidad numérica, se reduce a la mitad, la presión debe reducirse también a la mitad, y  $p_f = 0,500 \text{ atm}$ .
- 2.3** La densidad es la masa por unidad de volumen, y el volumen es proporcional al tamaño de un cuerpo (como el radio de una esfera) elevado al cubo. Así, si la distancia entre las moléculas aumenta en un factor de 10, el volumen ocupado aumenta en un factor de 1.000, y la densidad disminuye en un factor de 1.000. Como suponemos que las moléculas están en contacto en los líquidos y los sólidos, la distancia entre sus centros es sobre el orden de su tamaño típico, por lo que la distancia en los gases es sobre el orden de 10 veces mayor.
- 2.4** Sí. Estas fluctuaciones se producen realmente para un cuerpo de cualquier tamaño en un gas, pero como el número de moléculas es inmenso para cuerpos macroscópicos, las fluctuaciones son un porcentaje minúsculo del número de colisiones y los promedios de los que se habla en esta sección varían de manera imperceptible. A grandes rasgos, las fluctuaciones son inversamente proporcionales a la raíz cuadrada del número de colisiones, por lo que para cuerpos pequeños pueden llegar a ser significativas. Esto se observó en el siglo XIX en los granos de polen en el agua y se conoce como movimiento browniano.
- 2.5** En un líquido las moléculas están muy juntas y chocan constantemente unas con otras. Para que un gas sea casi ideal, como lo es el aire en condiciones ordinarias, las moléculas deben estar muy separadas. Por lo tanto, la trayectoria libre media es mucho más larga en el aire.
- 2.6** Como el número de moles es igual y sabemos que las capacidades caloríficas molares de los dos gases son iguales, la temperatura está a medio camino entre las temperaturas iniciales, 300 K.

## Preguntas Conceptuales

- 2 moles, ya que contendrá el doble de moléculas que el 1 mol de oxígeno.
- presión
- La llama contiene gas caliente (calentado por la combustión). La presión sigue siendo la presión atmosférica, en equilibrio mecánico con el aire que la rodea (o más o menos). La densidad del gas caliente es proporcional a su densidad numérica  $N/V$  (desestime la diferencia de composición entre el gas de la llama y el aire circundante). A mayor temperatura que el aire circundante, la ley de los gases ideales dice que  $N/V = p/k_B T$  es menor que la del aire circundante. Por lo tanto, el aire caliente tiene menor densidad que el aire circundante y es elevado por la fuerza de flotación.
- La trayectoria libre media es inversamente proporcional al cuadrado del radio, por lo que disminuye en un factor de 4. El tiempo libre medio es proporcional a la trayectoria libre media e inversamente proporcional a la velocidad media, que a su vez es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la masa. Esto da un factor de  $\sqrt{8}$  en el numerador, por lo que el tiempo libre medio disminuye en un factor de  $\sqrt{2}$ .
- Al ser más masivos, su gravedad es más fuerte, por lo que la velocidad de escape de ellos es mayor. Al estar más alejados del Sol, son más fríos, por lo que las velocidades de las moléculas atmosféricas, incluidos el hidrógeno y el helio, son menores. La combinación de estos hechos significa que relativamente pocas moléculas de hidrógeno y de helio han escapado de los planetas exteriores.
- Uno en el que se almacena el nitrógeno, como exceso de  $\text{CO}_2$  provocará una sensación de asfixia, pero el exceso de nitrógeno y la insuficiencia de oxígeno no.
- Menos, porque a temperaturas más bajas su capacidad calorífica era solo de  $3RT/2$ .
- a. falso; b. verdadero; c. verdadero; d. verdadero
- 1.200 K

## Problemas

19. a. 0,137 atm; b  $p_g = (1 \text{ atm}) \frac{T_2 V_1}{T_1 V_2} - 1 \text{ atm}$ . Debido a la expansión del vidrio,  $V_2 = 0,99973$ . Multiplicar por ese factor no supone ninguna diferencia significativa.
21. a.  $1,79 \times 10^{-3}$  mol; b. 0,227 mol; c  $1,08 \times 10^{21}$  moléculas para el nitrógeno,  $1,37 \times 10^{23}$  moléculas para el dióxido de carbono.
23.  $7,84 \times 10^{-2}$  mol
25.  $1,87 \times 10^3$
27.  $2,47 \times 10^7$  moléculas
29.  $6,95 \times 10^5$  Pa; 6,86 atm
31. a.  $9,14 \times 10^6$  Pa; b.  $8,22 \times 10^6$  Pa; c. 2,15 K; d. no
33. 40,7 km
35. a. 0,61 N; b. 0,20 Pa
37. a. 5,88 m/s; b. 5,89 m/s
39. 177 m/s
41.  $4,54 \times 10^3$
43. a. 0,0352 mol; b  $5,65 \times 10^{-21}$  J; c. 139 J
45. 21,1 kPa
47. 458 K
49.  $3,22 \times 10^3$  K
51. a. 1,004; b. 764 K; c. Esta temperatura equivale a 915 °F, que es alto pero no imposible de alcanzar. Por lo tanto, este proceso es factible. Sin embargo, a esta temperatura puede haber otras consideraciones que dificulten el proceso (en general, el enriquecimiento del uranio por difusión gaseosa es realmente difícil y requiere muchas pasadas).
53. 65 mol
55. a. 0,76 atm; b. 0,29 atm; c. La presión allí apenas supera el nivel rápidamente mortal.
57.  $4,92 \times 10^5$  K; Sí, es una temperatura alta poco práctica.
59. poliatómico
61.  $3,08 \times 10^3$  J
63. 29,2 °C
65. -1,6 °C
67. 0,00157
69. Alrededor de 0,072. Las respuestas pueden variar ligeramente. Una respuesta más precisa es 0,074.
71. a. 419 m/s; b. 472 m/s; c. 513 m/s
73. 541 K
75. 2.400 K para las tres partes

## Problemas Adicionales

77. a.  $1,20 \text{ kg/m}^3$ ; b.  $65,9 \text{ kg/m}^3$
79. 7,9 m
81. a. fluido supercrítico; b  $3,00 \times 10^7$  Pa
83. 40,18%
85. a.  $2,21 \times 10^{27}$  moléculas/m<sup>3</sup>; b.  $3,67 \times 10^3$  mol/m<sup>3</sup>
87. 8,2 mm
89. a. 1.080 J/kg °C; b. 12%
91.  $2\sqrt{e}/3$  o 1,10 aproximadamente.
93. a. 411 m/s; b. Según la [Tabla 2.3](#), el  $C_V$  de H<sub>2</sub>S es significativamente diferente del valor teórico, por lo que el modelo de gas ideal no lo describe muy bien a temperatura y presión ambiente, y la distribución de velocidad de Maxwell-Boltzmann para los gases ideales puede no mantenerse muy bien, menos aun a una temperatura más baja.



## Problemas De Desafío

95. 29,5 N/m

97. Al sustituir  $v = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} u$  y  $dv = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} du$  da como resultado

$$\int_0^\infty \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2k_B T} \right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2k_B T} dv = \int_0^\infty \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2k_B T} \right)^{3/2} \left( \frac{2k_B T}{m} \right) u^2 e^{-u^2} \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} du$$

$$= \int_0^\infty \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2} du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\pi}}{4} = 1$$

99. Al hacer la transformación de escala como en los problemas anteriores, hallamos que

$$\bar{v}^2 = \int_0^\infty \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2k_B T} \right)^{3/2} v^2 v^2 e^{-mv^2/2k_B T} dv = \int_0^\infty \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{2k_B T}{m} u^4 e^{-u^2} du.$$

Como en el problema anterior, integramos por partes:

$$\int_0^\infty u^4 e^{-u^2} du = \left[ -\frac{1}{2} u^3 e^{-u^2} \right]_0^\infty + \frac{3}{2} \int_0^\infty u^2 e^{-u^2} du.$$

De nuevo, el primer término es 0, y se nos dio en un problema anterior que la integral del segundo término es igual a  $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$ . Ahora tenemos

$$\bar{v}^2 = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{2k_B T}{m} \frac{3}{2} \frac{\sqrt{\pi}}{4} = \frac{3k_B T}{m}.$$

Al tomar la raíz cuadrada de ambos lados se obtiene el resultado deseado  $v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$ .

## Capítulo 3

### Compruebe Lo Aprendido

3.1  $p_2(V_2 - V_1)$

3.2 Línea 1,  $\Delta E_{\text{int}} = 40 \text{ J}$ ; línea 2,  $W = 50 \text{ J}$  y  $\Delta E_{\text{int}} = 40 \text{ J}$ ; línea 3,  $Q = 80 \text{ J}$  y  $\Delta E_{\text{int}} = 40 \text{ J}$ ; y la línea 4,  $Q = 0$  y  $\Delta E_{\text{int}} = 40 \text{ J}$

3.3 Para que el proceso esté representado por la curva  $p = nRT/V$  en el trazado  $pV$  para la evaluación del trabajo.

3.4  $1,26 \times 10^3 \text{ J}$ .

### Preguntas Conceptuales

1. a. SE; b. ES; c. ES

3. Parte de la energía se destina a cambiar la fase del líquido a gas.

5. Sí, mientras el trabajo realizado sea igual al calor añadido no habrá cambio en la energía interna y, por tanto, no habrá cambio en la temperatura. Cuando el agua se congela o cuando el hielo se derrite al quitar o añadir calor, respectivamente, la temperatura permanece constante.

7. Si se realiza más trabajo en el sistema que el calor añadido, la energía interna del sistema disminuirá realmente.

9. El sistema debe estar en contacto con una fuente de calor que permita que el calor fluya hacia el sistema.

11. Los procesos isotérmicos deben ser lentos para asegurarse de que, a medida que se transfiere el calor, la temperatura no cambia. Incluso para los procesos isobárico e isocórico, el sistema debe estar en equilibrio térmico con cambios lentos de las variables termodinámicas.

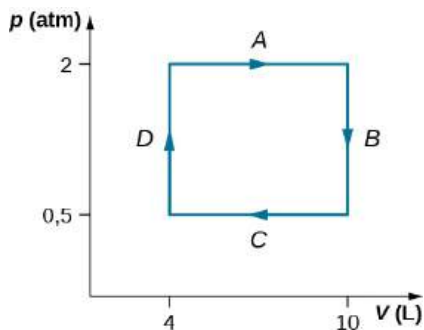
13. Normalmente  $C_p$  es mayor que  $C_V$  porque cuando la expansión se produce a una presión constante, realiza un trabajo en el entorno. Por lo tanto, el calor puede convertirse en energía interna y en trabajo. A volumen constante, todo el calor se convierte en energía interna. En este ejemplo, el agua se contrae al calentarse, por lo que si añadimos calor a presión constante, se realiza un trabajo sobre el agua por parte del entorno y, por tanto,  $C_p$  es menor que  $C_V$ .

15. No, siempre es mayor que 1.

17. Un proceso adiabático tiene un cambio de temperatura pero no hay flujo de calor. El proceso isotérmico no tiene cambio de temperatura, pero tiene flujo de calor.

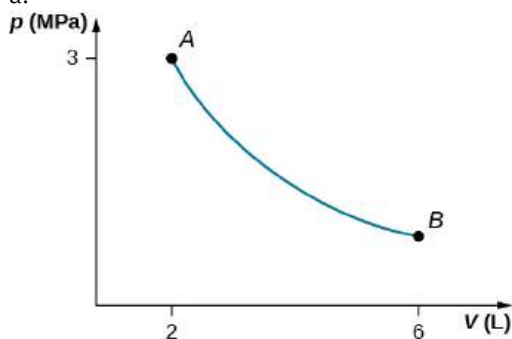
### Problemas

19.  $p(V - b) = -c_T$  es la escala de temperatura deseada y refleja el gas ideal si está a volumen constante.  
 21.  $V - bpT + cT^2 = 0$   
 23. 74 K  
 25. 0,31  
 27.  $pV \ln(4)$   
 29. a. 160 J; b. -160 J  
 31.



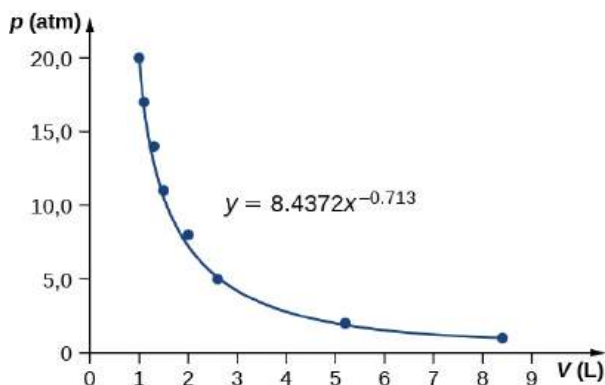
$$W = 900 \text{ J}$$

33.  $3,53 \times 10^4 \text{ J}$   
 35. a. 1:1; b. 10:1  
 37. a. 600 J; b. 0; c. 500 J; d. 200 J; e. 800 J; f. 500 J  
 39. 580 J  
 41. a. 600 J; b. 600 J; c. 800 J  
 43. a. 0; b. 160 J; c. -160 J  
 45. a. 20 J; b. 90 J  
 47. No se realiza ningún trabajo y alcanzan la misma temperatura común.  
 49. 54,500 J  
 51. a.  $(p_1 + 3V_1^2)(V_2 - V_1) - 3V_1(V_2^2 - V_1^2) + (V_2^3 - V_1^3)$ ; b.  $\frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1)$ ; c. la suma de las partes (a) y (b); d.  $T_1 = \frac{p_1V_1}{nR}$  y  $T_2 = \frac{p_2V_2}{nR}$   
 53. a.



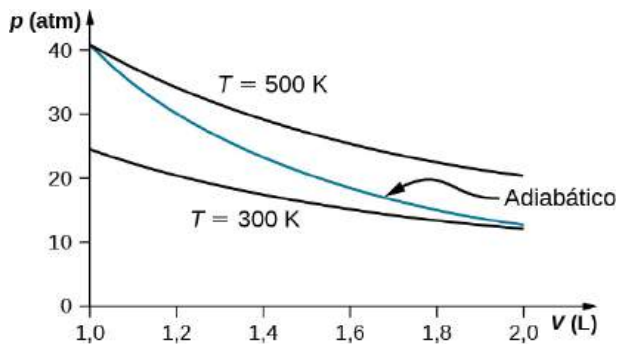
- ; b.  $W = 4,39 \text{ kJ}$ ,  $\Delta E_{\text{int}} = -4,39 \text{ kJ}$   
 55. a. 1.660 J; b. -2.730 J; c. No depende del proceso.  
 57. a. 700 J; b. 500 J  
 59. a. -3 400 J; b. 3.400 J entran en el gas  
 61. 100 J  
 63. a. 370 J; b. 100 J; c. 500 J

65. 850 J  
 67. la presión se redujo en 0,31 veces la presión original  
 69.



$$\gamma = 0,713$$

71. 84 K  
 73. Una expansión adiabática tiene menos trabajo realizado y ningún flujo de calor, por lo que la energía interna es menor en comparación con una expansión isotérmica que tiene tanto flujo de calor como trabajo realizado. La temperatura disminuye durante la expansión adiabática.  
 75. La isoterma tiene una mayor presión final y no depende del tipo de gas.  
 77.



### Problemas Adicionales

79. a.  $W_{AB} = 0$ ,  $W_{BC} = 2.026$  J,  $W_{AD} = 810,4$  J,  $W_{DC} = 0$ ; b.  $\Delta E_{AB} = 3.600$  J,  $\Delta E_{BC} = 374$  J; c.  $\Delta E_{AC} = 3.974$  J; d.  $Q_{ADC} = 4.784$  J; e. No, porque el calor fue añadido para ambas partes AD y DC. No hay suficiente información para saber cuánto es de cada segmento de la trayectoria.  
 81. 300 J  
 83. a. 59,5 J; b. 170 N  
 85.  $2,4 \times 10^3$  J  
 87. a. 15.000 J; b. 10.000 J; c. 25.000 J  
 89. 78 J  
 91. Un cilindro que contiene tres moles de gas nitrógeno se calienta a una presión constante de 2 atm. a. -1.220 J; b. +1.220 J  
 93. a. 7,6 L, 61,6 K; b. 81,3 K; c.  $3,63$  L · atm = 367 J; d. -367 J

### Problemas De Desafío

95. a. 1.700 J; n. 1.200 J; c. 2.400 J  
 97. a. 2,2 mol; b.  $V_A = 2,6 \times 10^{-2}$  m<sup>3</sup>,  $V_B = 7,4 \times 10^{-2}$  m<sup>3</sup>; c.  $T_A = 1.220$  K,  $T_B = 430$  K; d. 30,500 J

## Capítulo 4

### Compruebe Lo Aprendido

- 4.1 Una máquina térmica perfecta tendría  $Q_c = 0$ , lo que llevaría a  $e = 1 - Q_c/Q_h = 1$ . Un frigorífico perfecto no necesitaría ningún trabajo, es decir,  $W = 0$ , lo que lleva a  $K_R = Q_c/W \rightarrow \infty$ .
- 4.2 Del motor de la derecha, tenemos  $W = Q'_h - Q'_c$ . Del refrigerador de la derecha, tenemos  $Q_h = Q_c + W$ . Por lo tanto,  $W = Q'_h - Q'_c = Q_h - Q_c$ .
- 4.3 a.  $e = 1 - T_c/T_h = 0,55$ ; b.  $Q_h = eW = 9,1 \text{ J}$ ; c.  $Q_c = Q_h - W = 4,1 \text{ J}$ ; d.  $-273 \text{ °C}$  y  $400 \text{ °C}$
- 4.4 a.  $K_R = T_c/(T_h - T_c) = 10,9$ ; b.  $Q_c = K_R W = 2,18 \text{ kJ}$ ; c.  $Q_h = Q_c + W = 2,38 \text{ kJ}$
- 4.5 Cuando el calor fluye desde el reservorio hacia el hielo, la energía interna (principalmente cinética) del hielo aumenta, lo que da lugar a una mayor rapidez media y, por tanto, a una mayor variación de la posición media de las moléculas en el hielo. El reservorio se vuelve más ordenado, pero debido a su mayor cantidad de moléculas, no compensa el cambio de entropía en el sistema.
- 4.6  $-Q/T_h$ ;  $Q/T_c$ ; y  $Q(T_h - T_c)/(T_h T_c)$
- 4.7 a.  $4,71 \text{ J/K}$ ; b.  $-4,18 \text{ J/K}$ ; c.  $0,53 \text{ J/K}$

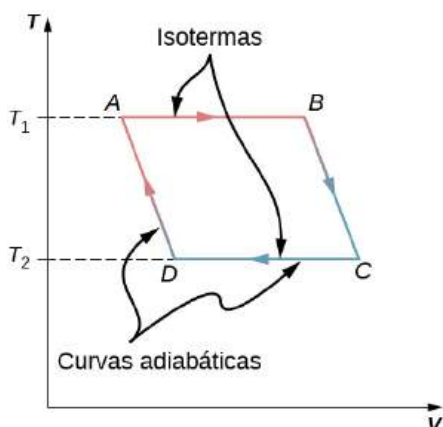
### Preguntas Conceptuales

1. Algunas soluciones posibles son el movimiento sin fricción; la compresión o expansión restringida; la transferencia de energía en forma de calor debido a la no uniformidad de la temperatura infinitesimal; el flujo de corriente eléctrica a través de una resistencia cero; la reacción química restringida; y la mezcla de dos muestras de la misma sustancia en el mismo estado.
3. La temperatura aumenta ya que la salida de calor detrás del refrigerador es mayor que la refrigeración del interior del mismo.
5. Si combinamos una máquina perfecta y un refrigerador real con el motor convirtiendo el calor  $Q$  del reservorio caliente en trabajo  $W = Q$  para impulsar el refrigerador, entonces el calor vertido al reservorio caliente por el refrigerador será  $W + \Delta Q$ , lo que resulta en un refrigerador perfecto que transfiere el calor  $\Delta Q$  del reservorio frío al reservorio caliente sin ningún otro efecto.
7. Las bombas de calor pueden extraer eficazmente el calor del suelo para calentar en los días más fríos o sacar el calor de la casa en los días más cálidos. La desventaja de las bombas de calor es que son más costosas que las alternativas, requieren mantenimiento y no funcionan eficazmente cuando las diferencias de temperatura entre el interior y el exterior son muy grandes. La calefacción eléctrica es mucho más barata de adquirir que una bomba de calor; sin embargo, su funcionamiento puede ser más costoso en función de las tarifas eléctricas y la cantidad de uso.
9. Un reactor nuclear necesita una temperatura más baja para funcionar, por lo que su eficiencia no será tan grande como la de una planta de combustibles fósiles. Este argumento no tiene en cuenta la cantidad de energía por reacción: La energía nuclear tiene una producción energética mucho mayor que la de los combustibles fósiles.
11. Para aumentar el rendimiento, hay que elevar la temperatura del reservorio caliente y bajar al máximo la del reservorio frío. Esto se puede ver en la [Ecuación 4.3](#).
13. procesos adiabáticos e isotérmicos
15. La entropía no cambiará si se trata de una transición reversible, pero sí si el proceso es irreversible.
17. La entropía es una función del desorden, así que todas las respuestas se aplican también aquí.

### Problemas

19.  $11,0 \times 10^3 \text{ J}$
21.  $4,5 pV_0$
23.  $0,667$
25. a.  $0,200$ ; b.  $25 \text{ J}$
27. a.  $0,67$ ; b.  $75 \text{ J}$ ; c.  $25 \text{ J}$
29. a.  $600 \text{ J}$ ; b.  $800 \text{ J}$
31. a.  $69 \text{ J}$ ; b.  $11 \text{ J}$

33. 2,0  
35. 50 J  
37.



39. a. 381 J; b. 619 J  
41. a. 546 K; b. 137 K  
43. -1 J/K  
45. -13 J/(K mol)  
47.  $-\frac{Q}{T_h}, \frac{Q}{T_c}, Q \left( \frac{1}{T_c} - \frac{1}{T_h} \right)$   
49. a. -709 J/K; b. 1300 J/K; c. 591 J/K  
51. a.  $Q = nR\Delta T$ ; b.  $S = nR \ln(T_2/T_1)$   
53.  $3,78 \times 10^{-3}$  W/K  
55. 430 J/K  
57. 80 °C, 80 °C,  $6,70 \times 10^4$  J, 215 J/K, -190 J/K, 25 J/K  
59.  $\Delta S_{H_2O} = 215$  J/K,  $\Delta S_R = -208$  J/K,  $\Delta S_U = 7$  J/K  
61. a. 1.200 J; b. 600 J; c. 600 J; d. 0,50  
63.  $\Delta S = nC_V \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) + nC_p \ln \left( \frac{T_3}{T_2} \right)$   
65. a. 0,33, 0,39; b. 0,91

### Problemas Adicionales

67.  $1,45 \times 10^7$  J  
69. a.  $V_B = 0,042$  m<sup>3</sup>,  $V_D = 0,018$  m<sup>3</sup>; b. 13.000 J; c. 13.000 J; d. -8.000 J; e. -8.000 J; f. 6.200 J; g. -6.200 J; h. 39%; con temperaturas la eficiencia es 40%, que se desvía probablemente por errores de redondeo.  
71. -670 J/K  
73. a. -570 J/K; b. 570 J/K  
75. 82 J/K  
77. a. 2.000 J; b. 40%  
79. 60%  
81. 64,4%

### Problemas De Desafío

83. derivar  
85. derivar  
87. 18 J/K  
89. prueba  
91.  $K_R = \frac{3(p_1 - p_2)V_1}{5p_2V_3 - 3p_1V_1 - p_2V_1}$   
93.  $W = 110.000$  J

## Capítulo 5

### Compruebe Lo Aprendido

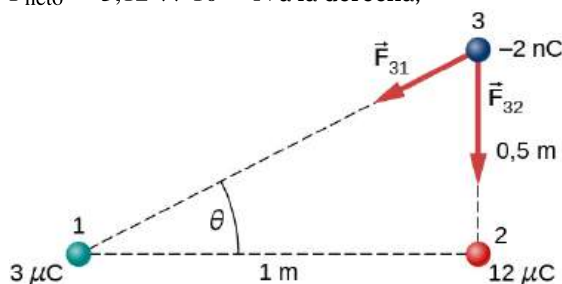
- 5.1 La fuerza apuntaría hacia afuera.
- 5.2 La fuerza neta apuntaría  $58^\circ$  por debajo del eje  $x$ .
- 5.3  $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$
- 5.4 Ya no podremos aprovechar la simetría. En cambio, tendremos que calcular cada uno de los dos componentes del campo eléctrico con su propia integral.
- 5.5 La carga por puntos sería  $Q = \sigma ab$  donde  $a$  y  $b$  son los lados del rectángulo pero por lo demás son idénticos.
- 5.6 El campo eléctrico sería cero en el medio, y tendría una magnitud  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$  en todos los demás lugares.

### Preguntas Conceptuales

- La mayoría de las cargas positivas y negativas son iguales, por lo que el objeto es eléctricamente neutro.
- a. no; b. sí
- Tome un objeto con una carga conocida, ya sea positiva o negativa, y acérquelo a la varilla. Si el objeto cargado conocido es positivo y es repelido de la varilla, esta está cargada positivamente. Si el objeto cargado positivamente es atraído por la varilla, esta se carga negativamente.
- No, ambos atraen el polvo porque las moléculas de las partículas de polvo se polarizan en la dirección de la seda.
- Sí, la carga de polarización se induce en el conductor de manera que la carga positiva está más cerca de la varilla cargada, lo que provoca una fuerza de atracción.
- La carga por conducción es la carga por contacto en la que se transfiere la carga al objeto. La carga por inducción implica primero producir una carga de polarización en el objeto y luego conectar un cable a tierra para permitir que parte de la carga salga del objeto, dejando el objeto cargado.
- Esto es para que cualquier exceso de carga se transfiera a la tierra, manteniendo los receptáculos de gasolina neutros. Si hay un exceso de carga en el receptáculo de gasolina, una chispa podría encenderlo.
- La secadora carga la ropa. Si están húmedos, la presencia de moléculas de agua suprime la carga.
- Solo hay dos tipos de carga, la atractiva y la repulsiva. Si se acerca un objeto cargado al cuarzo, solo se producirá uno de estos dos efectos, lo que demuestra que no existe un tercer tipo de carga.
- a. No, ya que se induce una carga de polarización. b. Sí, ya que la carga de polarización solo produciría una fuerza de atracción.
- La fuerza que mantiene unido el núcleo debe ser mayor que la fuerza electrostática de repulsión de los protones.
- Se puede utilizar cualquier signo de la carga de prueba, pero la convención es utilizar una carga de prueba positiva.
- Las cargas son del mismo signo.
- En el infinito, esperaríamos que el campo fuera cero, pero como la hoja tiene una extensión infinita, no es así. Dondequiera que esté, ve un plano infinito en todas las direcciones.
- La placa con carga infinita tendría  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$  en todas partes. El campo apuntaría hacia la placa si estuviera cargada negativamente y se alejaría de la placa si estuviera cargada positivamente. El campo eléctrico de las placas paralelas sería cero entre ellas si tuvieran la misma carga, y  $E$  sería  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$  en todos los demás lugares. Si las cargas fueran opuestas, la situación se invierte, cero fuera de las placas y  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$  entre ellas.
- sí; no
- En la superficie de la Tierra, el campo gravitacional está siempre dirigido hacia el centro de la Tierra. Un campo eléctrico podría mover una partícula cargada en una dirección diferente a la del centro de la Tierra. Esto indicaría que hay un campo eléctrico presente.
- 10

## Problemas

37. a.  $2,00 \times 10^{-9} \text{ C} \left( \frac{1}{1,602 \times 10^{-19}} \text{ e/C} \right) = 1,248 \times 10^{10}$  electrones;  
 b.  $0,500 \times 10^{-6} \text{ C} \left( \frac{1}{1,602 \times 10^{-19}} \text{ e/C} \right) = 3,121 \times 10^{12}$  electrones
39.  $\frac{3,750 \times 10^{21} \text{ e}}{6,242 \times 10^{18} \text{ e/C}} = -600,8 \text{ C}$
41. a.  $2,0 \times 10^{-9} \text{ C} (6,242 \times 10^{18} \text{ e/C}) = 1,248 \times 10^{10} \text{ e};$   
 b.  $9,109 \times 10^{-31} \text{ kg} (1,248 \times 10^{10} \text{ e}) = 1,137 \times 10^{-20} \text{ kg},$   
 $\frac{1,137 \times 10^{-20} \text{ kg}}{2,5 \times 10^{-3} \text{ kg}} = 4,548 \times 10^{-18}$  o  $4,545 \times 10^{-16} \%$
43.  $5,00 \times 10^{-9} \text{ C} (6,242 \times 10^{18} \text{ e/C}) = 3,121 \times 10^{10} \text{ e};$   
 $3,121 \times 10^{10} \text{ e} + 1,0000 \times 10^{12} \text{ e} = 1,0312 \times 10^{12} \text{ e}$
45. masa atómica del átomo de cobre por  $1 \text{ u} = 1,055 \times 10^{-25} \text{ kg};$   
 número de átomos de cobre =  $4,739 \times 10^{23}$  átomos;  
 el número de electrones es igual a 29 veces el número de átomos o  $1,374 \times 10^{25}$  electrones;  
 $\frac{2,00 \times 10^{-6} \text{ C} (6,242 \times 10^{18} \text{ e/C})}{1,374 \times 10^{25} \text{ e}} = 9,083 \times 10^{-13}$  o  $9,083 \times 10^{-11} \%$
47.  $244,00 \text{ u} (1,66 \times 10^{-27} \text{ kg/u}) = 4,050 \times 10^{-25} \text{ kg}$   
 $\frac{4,00 \text{ kg}}{4,050 \times 10^{-25} \text{ kg}} = 9,877 \times 10^{24}$  átomos  $9,877 \times 10^{24} (94) = 9,284 \times 10^{26}$  protones  
 $9,284 \times 10^{26} (1,602 \times 10^{-19} \text{ C/p}) = 1,487 \times 10^8 \text{ C}$
49. a. la carga 1 es  $3 \mu\text{C}$ ; la carga 2 es  $12 \mu\text{C}$ ,  $F_{31} = 2,16 \times 10^{-4} \text{ N}$  a la izquierda,  
 $F_{32} = 8,63 \times 10^{-4} \text{ N}$  a la derecha,  
 $F_{\text{neto}} = 6,47 \times 10^{-4} \text{ N}$  a la derecha;  
 b.  $F_{31} = 2,16 \times 10^{-4} \text{ N}$  a la derecha,  
 $F_{32} = 9,59 \times 10^{-5} \text{ N}$  a la derecha,  
 $F_{\text{neto}} = 3,12 \times 10^{-4} \text{ N}$  a la derecha,



- c.  $\vec{F}_{31x} = -2,76 \times 10^{-5} \text{ N } \hat{i},$   
 $\vec{F}_{31y} = -1,38 \times 10^{-5} \text{ N } \hat{j},$   
 $\vec{F}_{32y} = -8,63 \times 10^{-4} \text{ N } \hat{j}$   
 $\vec{F}_{\text{neto}} = -3,86 \times 10^{-5} \text{ N } \hat{i} - 8,83 \times 10^{-4} \text{ N } \hat{j}$
51.  $F = 230,7 \text{ N}$
53.  $F = 53,94 \text{ N}$
55. La tensión es  $T = 0,049 \text{ N}$ . El componente horizontal de la tensión es  $0,0043 \text{ N}$   
 $d = 0,088 \text{ m}, \quad q = 6,1 \times 10^{-8} \text{ C}.$   
 Las cargas pueden ser positivas o negativas, pero ambas tienen que ser del mismo signo.
57. Sea la carga de una de las esferas  $nQ$ , donde  $n$  es una fracción entre 0 y 1. En el numerador de la ley de Coulomb, el término que involucra las cargas es  $nQ(1 - n)Q$ . Esto es igual a  $(n - n^2)Q^2$ . Al hallar el máximo de este término se obtiene  $1 - 2n = 0 \Rightarrow n = \frac{1}{2}$
59. Definiendo que la derecha es la dirección positiva y que la izquierda es la dirección negativa, entonces  $F = -0,05 \text{ N}$

61. Las partículas forman un triángulo de lados 13, 13 y 24 cm. Los componentes  $x$  se anulan, mientras que hay una contribución al componente  $y$  de ambas cargas separadas por 24 cm. El eje  $y$  que pasa por la tercera carga biseca la línea de 24 cm crean dos triángulos rectos de lados 5, 12 y 13 cm.

$F_y = 2,56 \text{ N}$  en la dirección  $y$  negativa ya que la fuerza es atractiva. La fuerza neta de ambas cargas es

$$\vec{F}_{\text{neto}} = -5,12 \text{ N} \hat{\mathbf{j}}.$$

63. La diagonal es  $\sqrt{2}a$  y los componentes de la fuerza debida a la carga diagonal tienen un factor  $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\vec{F}_{\text{neto}} = \left[ k \frac{q^2}{a^2} + k \frac{q^2}{2a^2} \frac{1}{\sqrt{2}} \right] \hat{\mathbf{i}} - \left[ k \frac{q^2}{a^2} + k \frac{q^2}{2a^2} \frac{1}{\sqrt{2}} \right] \hat{\mathbf{j}}$$

65. a.  $E = 2,0 \times 10^2 \frac{\text{N}}{\text{C}}$  arriba;

b.  $F = 2,0 \times 10^{-6} \text{ N}$  abajo

67. a.  $E = 2,88 \times 10^{11} \text{ N/C}$ ;

b.  $E = 1,44 \times 10^{11} \text{ N/C}$ ;

c.  $F = 4,61 \times 10^{-8} \text{ N}$  sobre la partícula alfa;

$F = 4,61 \times 10^{-8} \text{ N}$  en electrón

69.  $E = (-2,0\hat{\mathbf{i}} + 3,0\hat{\mathbf{j}}) \text{ N}$

71.  $F = 3,204 \times 10^{-14} \text{ N}$ ,

$a = 3,517 \times 10^{16} \text{ m/s}^2$

73.  $q = 2,78 \times 10^{-9} \text{ C}$

75. a.  $E = 1,15 \times 10^{12} \text{ N/C}$ ;

b.  $F = 1,47 \times 10^{-6} \text{ N}$

77. Si  $q_2$  está a la derecha de  $q_1$ , el vector campo eléctrico de ambas cargas apunta a la derecha. a

$E = 2,70 \times 10^6 \text{ N/C}$ ;

b.  $F = 54,0 \text{ N}$

79. Hay  $45^\circ$  de geometría del triángulo rectángulo. Los componentes  $x$  del campo eléctrico en  $y = 3 \text{ m}$  se cancelan. Los componentes  $y$  dan  $E(y = 3 \text{ m}) = 2,83 \times 10^3 \text{ N/C}$ .

En el origen tenemos una carga negativa de magnitud

$q = -2,83 \times 10^{-6} \text{ C}$ .

81.  $\vec{E}(z) = 3,6 \times 10^4 \text{ N/C} \hat{\mathbf{k}}$

83.  $dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{(x+a)^2}$ ,  $E = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{l+a} - \frac{1}{a} \right]$

85.  $\sigma = 0,02 \text{ C/m}^2$   $E = 2,26 \times 10^9 \text{ N/C}$

87. En  $P_1$ :  $\vec{E}(y) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda L}{y\sqrt{y^2 + \frac{L^2}{4}}} \hat{\mathbf{j}} \Rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\frac{a}{2}\sqrt{(\frac{a}{2})^2 + \frac{L^2}{4}}} \hat{\mathbf{j}} = \frac{1}{\pi\epsilon_0} \frac{q}{a\sqrt{a^2 + L^2}} \hat{\mathbf{j}}$

En  $P_2$ : Poner el origen al final de  $L$ .

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{(x+a)^2}, \quad \vec{E} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} \left[ \frac{1}{l+a} - \frac{1}{a} \right] \hat{\mathbf{i}}$$

89. a.  $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda x}{b} \hat{\mathbf{i}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda y}{a} \hat{\mathbf{j}}$ ; b.  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2(\lambda x + \lambda y)}{c} \hat{\mathbf{k}}$

91. a.  $\vec{F} = 3,2 \times 10^{-17} \text{ N} \hat{\mathbf{i}}$ ,

$\vec{a} = 1,92 \times 10^{10} \text{ m/s}^2 \hat{\mathbf{i}}$ ;

b.  $\vec{F} = -3,2 \times 10^{-17} \text{ N} \hat{\mathbf{i}}$ ,

$\vec{a} = -3,51 \times 10^{13} \text{ m/s}^2 \hat{\mathbf{i}}$

93.  $m = 6,5 \times 10^{-11} \text{ kg}$ ,

$E = 1,6 \times 10^7 \text{ N/C}$

95.  $E = 1,70 \times 10^6 \text{ N/C}$ ,

$F = 1,53 \times 10^{-3} \text{ N}$   $T \cos \theta = mg$   $T \sin \theta = qE$ ,

$\tan \theta = 0,62 \Rightarrow \theta = 32,0^\circ$ ,

Esto es independiente de la longitud de la cadena.

97. arco de círculo  $dE_x(-\hat{\mathbf{i}}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{r^2} \cos \theta(-\hat{\mathbf{i}})$ ,

$$\vec{E}_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} (-\hat{\mathbf{i}}),$$



$$dE_y(-\hat{\mathbf{i}}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{r^2} \sin\theta(-\hat{\mathbf{j}}),$$

$$\vec{\mathbf{E}}_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r}(-\hat{\mathbf{j}});$$

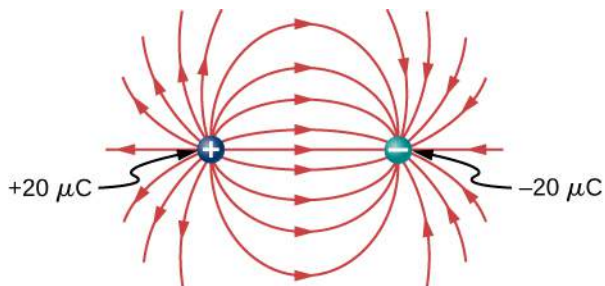
$$\text{eje } y: \vec{\mathbf{E}}_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r}(-\hat{\mathbf{i}});$$

$$\text{eje } x: \vec{\mathbf{E}}_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r}(-\hat{\mathbf{j}}),$$

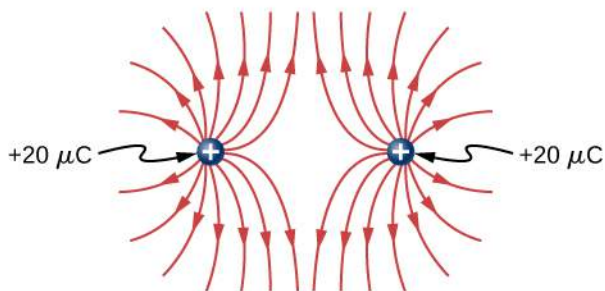
$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}(-\hat{\mathbf{i}}) + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}(-\hat{\mathbf{j}})$$

99. a.  $W = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2)$ ,  $\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right) = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) \Rightarrow r_0 - r = \frac{4\pi\epsilon_0}{Qq} \frac{1}{2}rr_0m(v^2 - v_0^2)$ ; b.  $r_0 - r$  es negativo; por lo tanto,  $v_0 > v$ ,  $r \rightarrow \infty$ , y  $v \rightarrow 0$ :  $\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r_0}\right) = -\frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{Qq}{2\pi\epsilon_0 mr_0}}$

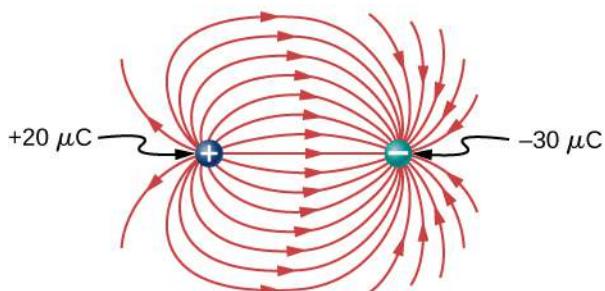
101.



(a)

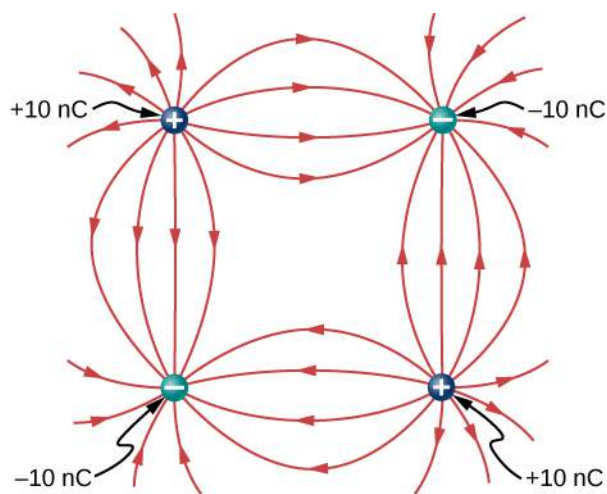


(b)



(c)

103.



105.  $E_x = 0,$

$$E_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{2q}{(x^2+a^2)} \frac{a}{\sqrt{(x^2+a^2)}} \right]$$

$$\Rightarrow x \gg a \Rightarrow \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qa}{x^3},$$

$$E_y = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{2ya+2ya}{(y-a)^2(y+a)^2} \right]$$

$$\Rightarrow y \gg a \Rightarrow \frac{1}{\pi\epsilon_0} \frac{qa}{y^3}$$

107. El momento dipolar neto de la molécula es la suma vectorial de los momentos dipolares individuales entre los dos O-H. La separación O-H es de 0,9578 angstroms

$$\vec{p} = 1,889 \times 10^{-29} \text{ Cm } \hat{i}$$

### Problemas Adicionales

109.  $\vec{F}_{\text{neto}} = \left[ -8,99 \times 10^9 \frac{3,0 \times 10^{-6}(5,0 \times 10^{-6})}{(3,0 \text{ m})^2} - 8,99 \times 10^9 \frac{9,0 \times 10^{-6}(5,0 \times 10^{-6})}{(3,0 \text{ m})^2} \right] \hat{i},$   
 $-8,99 \times 10^9 \frac{6,0 \times 10^{-6}(5,0 \times 10^{-6})}{(3,0 \text{ m})^2} \hat{j} = -0,06 \text{ N } \hat{i} - 0,03 \text{ N } \hat{j}$

111. Las cargas  $Q$  y  $q$  forman un triángulo rectángulo de lados 1 m y  $3 + \sqrt{3}$  m. Las cargas  $2Q$  y  $q$  forman un triángulo rectángulo de lados 1 m y  $\sqrt{3}$  m.

$$F_x = 0,049 \text{ N},$$

$$F_y = 0,093 \text{ N},$$

$$\vec{F}_{\text{neto}} = 0,036 \text{ N } \hat{i} + 0,09 \text{ N } \hat{j}$$

113.  $W = 0,054 \text{ J}$

115. a.  $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{(2a)^2} - \frac{q}{a^2} \right) \hat{i}$ ; b.  $\vec{E} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^2} (-\hat{j})$ ; c.  $\vec{E} = \frac{2}{\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^2} \frac{1}{\sqrt{2}} (-\hat{j})$

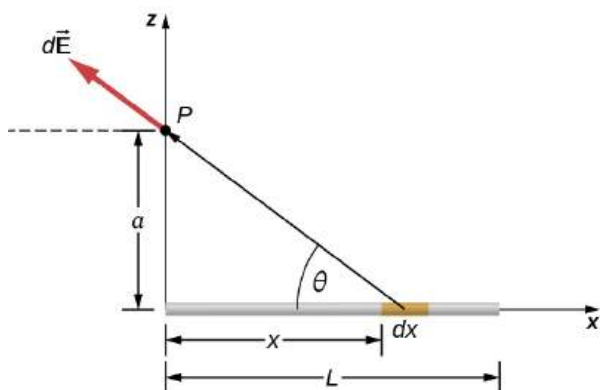
117.  $\vec{E}_{\text{neto}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = (4,65\hat{i} + 1,44\hat{j}) \times 10^7 \text{ N/C}$

119.  $F = qE_0 (1 + x/a)$   $W = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2),$   
 $\frac{1}{2}mv^2 = qE_0 \left( \frac{15a}{2} \right) \text{ J}$

121. Campo eléctrico del cable en  $x$ :  $\vec{E}(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda y}{x} \hat{i},$

$$dF = \frac{\lambda y \lambda x}{2\pi\epsilon_0} (\ln b - \ln a)$$

123.



$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{(x^2+a^2)} \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}},$$

$$\vec{E}_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{\sqrt{L^2+a^2}} - \frac{1}{a} \right] \hat{i},$$

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{(x^2+a^2)} \frac{a}{\sqrt{x^2+a^2}},$$

$$\vec{E}_z = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \frac{L}{\sqrt{L^2+a^2}} \hat{k},$$

Sustituyendo  $z$  por  $a$ , tenemos

$$\vec{E}(z) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{\sqrt{L^2+z^2}} - \frac{1}{z} \right] \hat{i} + \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 z} \frac{L}{\sqrt{L^2+z^2}} \hat{k}$$

125. Hay una fuerza neta solo en la dirección  $y$ . Supongamos que  $\theta$  es el ángulo que forma el vector de  $dx$  a  $q$  con el eje  $x$ . Las componentes a lo largo del eje  $x$  se cancelan debido a la simetría, dejando el componente  $y$  de la fuerza.

$$dF_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{aq\lambda dx}{(x^2+a^2)^{3/2}},$$

$$F_y = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q\lambda}{a} \left[ \frac{l/2}{((l/2)^2+a^2)^{1/2}} \right]$$

## Capítulo 6

### Compruebe Lo Aprendido

- 6.1 Colóquelo de forma que su normal unitaria sea perpendicular a  $\vec{E}$ .
- 6.2  $mab^2/2$
- 6.3 a.  $3,4 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$ ; b.  $-3,4 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$ ; c.  $3,4 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$ ; d. 0
- 6.4 En este caso, solo hay  $\vec{E}_{\text{fuera}}$ . Así que, sí.
- 6.5  $\vec{E} = \frac{\lambda_0}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{d} \hat{r}$ ; Esto concuerda con el cálculo del [Ejemplo 5.5](#) donde encontramos el campo eléctrico integrando sobre el cable cargado. Observe que el cálculo de este campo eléctrico es mucho más sencillo con la ley de Gauss.
- 6.6 Si hay otros objetos cargados alrededor, entonces las cargas en la superficie de la esfera no serán necesariamente esféricamente simétricas; habrá más en cierta dirección que en otras.

### Preguntas Conceptuales

- a. Si la superficie plana es perpendicular al vector de campo eléctrico, se obtendría el flujo máximo. b. Si la superficie plana fuera paralela al vector de campo eléctrico, se obtendría el flujo mínimo.
- Falso. El flujo eléctrico neto que atraviesa una superficie cerrada es siempre cero si y solo si la carga neta encerrada es cero.
- Dado que el vector del campo eléctrico tiene una dependencia  $\frac{1}{r^2}$ , los flujos son los mismos ya que  $A = 4\pi r^2$ .

7. a. no; b. cero
9. Ambos campos varían como  $\frac{1}{r^2}$ . Debido a que la constante gravitacional es mucho más pequeña que  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ , el campo gravitacional es órdenes de magnitud más débiles que el campo eléctrico. Además, el flujo gravitacional a través de una superficie cerrada es cero o positivo; sin embargo, el flujo eléctrico es positivo, negativo o cero, dependiendo de la definición de flujo para la situación dada.
11. No, se produce por todas las cargas tanto dentro como fuera de la superficie gaussiana.
13. No, ya que la situación no tiene simetría, lo que hace que la ley de Gauss sea difícil de simplificar.
15. Se puede utilizar cualquier forma de la superficie gaussiana. La única restricción es que la integral gaussiana debe ser calculable; por tanto, una caja o un cilindro son las formas geométricas más convenientes para la superficie gaussiana.
17. No. Si un metal estuviera en una región de campo eléctrico cero, todos los electrones de conducción se distribuirían uniformemente por el metal.
19. Como el campo eléctrico es cero dentro de un conductor, una carga de  $-2,0 \mu\text{C}$  se induce en la superficie interior de la cavidad. Esto pondrá una carga de  $+2,0 \mu\text{C}$  en la superficie exterior, dejando una carga neta de  $-3,0 \mu\text{C}$  en la superficie.

### Problemas

21.  $\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A} \rightarrow EA \cos \theta = 2,2 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$  campo eléctrico en la dirección de la normal unitaria  
 $\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A} \rightarrow EA \cos \theta = -2,2 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$  campo eléctrico opuesto a la normal unitaria
23.  $\frac{3 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}}{(0,05 \text{ m})^2} = E \Rightarrow \sigma = 2,12 \times 10^{-13} \text{ C/m}^2$
25. a.  $\Phi = 0,17 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$ ;  
 b.  $\Phi = 0$ ; c.  $\Phi = EA \cos 0^\circ = 1,0 \times 10^3 \text{ N/C}(2,0 \times 10^{-4} \text{ m})^2 \cos 0^\circ = 0,20 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$
27.  $\Phi = 3,8 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$
29.  $\vec{E}(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda}{z} \hat{\mathbf{k}}$ ,  $\int \vec{E} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA = \frac{\lambda}{\epsilon_0} l$
31. a.  $\Phi = 3,39 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$ ; b.  $\Phi = 0$ ;  
 c.  $\Phi = -2,25 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$ ;  
 d.  $\Phi = 90,4 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$
33.  $\Phi = 1,13 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$
35. Haga un cubo con  $q$  en el centro, usando el cubo de lado  $a$ . Se necesitarían cuatro cubos de lado  $a$  para hacer una cara del cubo grande. El lado sombreado del cubo pequeño sería  $1/24$  del área total del cubo grande; por lo tanto, el flujo a través del área sombreada sería  
 $\Phi = \frac{1}{24} \frac{q}{\epsilon_0}$ .
37.  $q = 3,54 \times 10^{-7} \text{ C}$
39. cero, también porque el flujo de entrada es igual al flujo de salida
41.  $r > R$ ,  $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ ;  $r < R$ ,  $E = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3}$
43.  $EA = \frac{\lambda l}{\epsilon_0} \Rightarrow E = 4,50 \times 10^7 \text{ N/C}$
45. a. 0; b. 0; c.  $\vec{E} = 6,74 \times 10^6 \text{ N/C}(-\hat{\mathbf{r}})$
47. a. 0; b.  $E = 2,70 \times 10^6 \text{ N/C}$
49. a. Sí, la longitud de la varilla es mucho mayor que la distancia al punto en cuestión. b. No, la longitud de la varilla es del mismo orden de magnitud que la distancia al punto en cuestión. c. Sí, la longitud de la varilla es mucho mayor que la distancia al punto en cuestión. d. No. La longitud de la varilla es del mismo orden de magnitud que la distancia al punto en cuestión.
51. a.  $\vec{E} = \frac{R\sigma_0}{\epsilon_0} \frac{1}{r} \hat{\mathbf{r}} \Rightarrow \sigma_0 = 5,31 \times 10^{-11} \text{ C/m}^2$ ,  
 $\lambda = 3,33 \times 10^{-12} \text{ C/m}$ ;  
 b.  $\Phi = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} = \frac{3,33 \times 10^{-12} \text{ C/m}(0,05 \text{ m})}{\epsilon_0} = 0,019 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$
53.  $E2\pi r l = \frac{\rho\pi r^2 l}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} (r \leq R)$ ;

$$E2\pi rl = \frac{\rho\pi R^2 l}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r} \quad (r \geq R)$$

55.  $\Phi = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \Rightarrow q_{\text{enc}} = -1,0 \times 10^{-9} \text{ C}$

57.  $q_{\text{enc}} = \frac{4}{5}\pi\alpha r^5,$

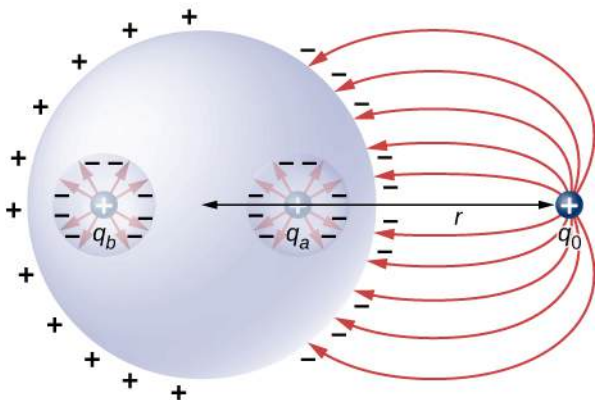
$$E4\pi r^2 = \frac{4\pi\alpha r^5}{5\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\alpha r^3}{5\epsilon_0} \quad (r \leq R),$$

$$q_{\text{enc}} = \frac{4}{5}\pi\alpha R^5, \quad E4\pi r^2 = \frac{4\pi\alpha R^5}{5\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\alpha R^5}{5\epsilon_0 r^2} \quad (r \geq R)$$

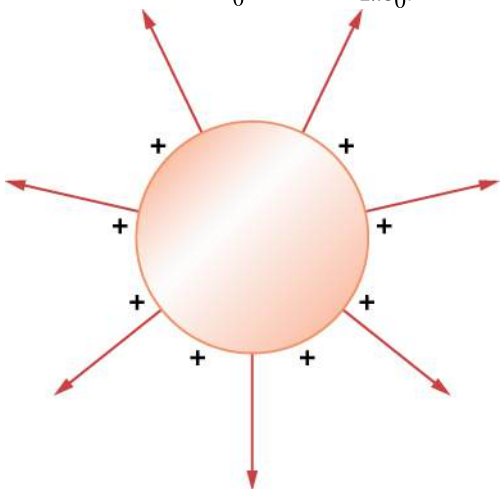
59. integrar por partes

$$q_{\text{enc}} = 4\pi\rho_0 \left[ -e^{-\alpha r} \left( \frac{r^2}{\alpha} + \frac{2r}{\alpha^2} + \frac{2}{\alpha^3} \right) + \frac{2}{\alpha^3} \right] \Rightarrow E = \frac{\rho_0}{r^2\epsilon_0} \left[ -e^{-\alpha r} \left( \frac{r^2}{\alpha} + \frac{2r}{\alpha^2} + \frac{2}{\alpha^3} \right) + \frac{2}{\alpha^3} \right]$$

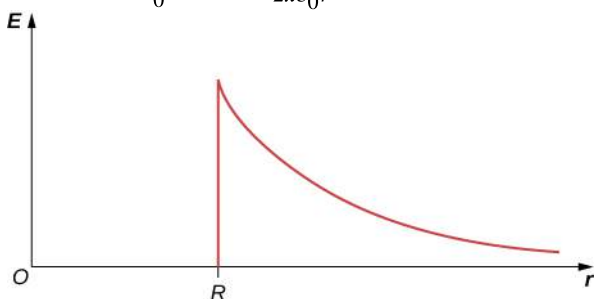
61.



63. a. Afuera  $E2\pi rl = \frac{\lambda l}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{3,0 \text{ C/m}}{2\pi\epsilon_0 r}$ ; Adentro  $E_{\text{dentro}} = 0$ ; b



65. a.  $E2\pi rl = \frac{\lambda l}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$   $r \geq R$   $E$  interior es igual a 0; b.



67.  $E = 5,65 \times 10^4 \text{ N/C}$

69.  $\lambda = \frac{\lambda l}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{a\sigma}{\epsilon_0 r}$   $r \geq a$ ,  $E = 0$  adentro, dado que  $q_{\text{cerrado}} = 0$

71. a.  $E = 0$ ; b.  $E2\pi rL = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 rL}$ ; c.  $E = 0$  ya que  $r$  estaría dentro de la segunda capa o si está fuera entonces  $q$  cerrada es igual a 0.

### Problemas Adicionales

73.  $\int \vec{E} \cdot \hat{n} dA = a^4$

75. a.  $\int \vec{E} \cdot \hat{n} dA = E_0 r^2 \pi$ ; b. cero, ya que el flujo a través de la mitad superior anula el flujo a través de la mitad inferior de la esfera

77.  $\Phi = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$ ; Hay dos contribuciones a la integral de superficie: una en el lado del rectángulo en  $x = 0$  y el otro al lado en  $x = 2,0$  m  
 $-E(0)[1,5 \text{ m}^2] + E(2,0 \text{ m})[1,5 \text{ m}^2] = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} = -100 \text{ Nm}^2/\text{C}$

donde el signo menos indica que en  $x = 0$ , el campo eléctrico está a lo largo de  $x$  positivo y la normal unitaria está a lo largo de  $x$  negativo. En  $x = 2$ , la normal unitaria y el vector del campo eléctrico están en la misma dirección  $q_{\text{enc}} = \epsilon_0 \Phi = -8,85 \times 10^{-10} \text{ C}$ .

79. no mantuvo direcciones consistentes para los vectores de área, o los campos eléctricos

81. a.  $\sigma = 3,0 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2$ ,  $+3 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2$  en uno y  $-3 \times 10^{-3} \text{ C/m}^2$  en el otro; b.  $E = 3,39 \times 10^8 \text{ N/C}$

83. Construya un cilindro gaussiano a lo largo del eje  $z$  con un área de sección transversal  $A$ .

$$|z| \geq \frac{a}{2} \quad q_{\text{enc}} = \rho A a, \quad \Phi = \frac{\rho A a}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho a}{2\epsilon_0},$$

$$|z| \leq \frac{a}{2} \quad q_{\text{enc}} = \rho A 2z, \quad E(2A) = \frac{\rho A 2z}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho z}{\epsilon_0}$$

85. a.  $r > b_2 \quad E4\pi r^2 = \frac{\frac{4}{3}\pi[\rho_1(b_1^3 - a_1^3) + \rho_2(b_2^3 - a_2^3)]}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho_1(b_1^3 - a_1^3) + \rho_2(b_2^3 - a_2^3)}{3\epsilon_0 r^2}$ ;

b.  $a_2 < r < b_2 \quad E4\pi r^2 = \frac{\frac{4}{3}\pi[\rho_1(b_1^3 - a_1^3) + \rho_2(r^3 - a_2^3)]}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho_1(b_1^3 - a_1^3) + \rho_2(r^3 - a_2^3)}{3\epsilon_0 r^2}$ ;

c.  $b_1 < r < a_2 \quad E4\pi r^2 = \frac{\frac{4}{3}\pi\rho_1(b_1^3 - a_1^3)}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho_1(b_1^3 - a_1^3)}{3\epsilon_0 r^2}$ ;

d.  $a_1 < r < b_1 \quad E4\pi r^2 = \frac{\frac{4}{3}\pi\rho_1(r^3 - a_1^3)}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\rho_1(r^3 - a_1^3)}{3\epsilon_0 r^2}$ ; e. 0

87. Campo eléctrico debido a la placa sin agujero  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ .

Campo eléctrico de un solo agujero lleno de  $-\sigma \quad E = \frac{-\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}\right)$ .

Por lo tanto,  $E_{\text{neto}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}}$ .

89. a.  $E = 0$ ; b.  $E = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ ; c.  $E = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ ; d. 0,  $q_1$ ,  $-q_1$ ,  $q_1 + q_2$

### Problemas De Desafío

91. Dado el enlace referenciado, utilizando una distancia a Vega de  $237 \times 10^{15} \text{ m}^1$  y un diámetro de 2,4 m para el espejo primario,<sup>2</sup> hallamos que a una longitud de onda de 555,6 nm, Vega está emitiendo  $2,44 \times 10^{24} \text{ J/s}$  en esa longitud de onda. Observe que el flujo que atraviesa el espejo es esencialmente constante.

93. La simetría del sistema obliga a  $\vec{E}$  a ser perpendicular a la hoja y constante sobre cualquier plano paralelo a la hoja. Para calcular el campo eléctrico, elegimos la superficie cilíndrica gaussiana mostrada. El área de la sección transversal y la altura del cilindro son  $A$  y  $2x$ , respectivamente, y el cilindro se coloca de manera que sea bisecado por la hoja plana. Como  $E$  es perpendicular a cada extremo y paralelo al lado del cilindro,

1 <http://webviz.u-strasbg.fr/viz-bin/VizieR-5?-source=I/311&HIP=91262>

2 <http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19910003124.pdf>

tenemos  $EA$  como el flujo a través de cada extremo y no hay flujo a través del lado. La carga que encierra el cilindro es  $\sigma A$ , por la ley de Gauss,  $2EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$ , y el campo eléctrico de una hoja de carga infinita es

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}, \text{ de acuerdo con su cálculo en el texto.}$$

95. Hay  $Q/2$  en cada lado de la placa ya que la carga neta es  $Q$ :  $\sigma = \frac{Q}{2A}$ ,

$$\oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \frac{2\sigma\Delta A}{\epsilon_0} \Rightarrow E_P = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 2A}$$

## Capítulo 7

### Compruebe Lo Aprendido

7.1  $K = \frac{1}{2} mv^2$ ,  $v = \sqrt{2\frac{K}{m}} = \sqrt{2\frac{4,5 \times 10^{-7} \text{ J}}{4,00 \times 10^{-9} \text{ kg}}} = 15 \text{ m/s}$

- 7.2 Tiene una energía cinética de  $4,5 \times 10^{-7} \text{ J}$  en el punto  $r_2$  y la energía potencial de  $9,0 \times 10^{-7} \text{ J}$ , lo que significa que a medida que  $Q$  se acerca al infinito, su energía cinética es tres veces superior a la energía cinética a  $r_2$ , ya que toda la energía potencial se convierte en cinética.

- 7.3 positivo, negativo y estas cantidades son las mismas que el trabajo que habría que hacer para traer las cargas desde el infinito

7.4  $\Delta U = q\Delta V = (100 \text{ C})(1,5 \text{ V}) = 150 \text{ J}$

7.5  $-2,00 \text{ C}$ ,  $n_e = 1,25 \times 10^{19}$  electrones

- 7.6 Sería ir en la dirección opuesta, sin efecto en los cálculos presentados.

- 7.7 Dada una intensidad máxima fija de campo eléctrico, el potencial al que se produce un golpe se incrementa con el aumento de la altura sobre el suelo. Por lo tanto, cada electrón llevará más energía. La determinación de si hay un efecto sobre el número total de electrones está en el futuro.

7.8  $V = k\frac{q}{r} = (8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \left( \frac{-3,00 \times 10^{-9} \text{ C}}{5,00 \times 10^{-3} \text{ m}} \right) = -5390 \text{ V}$ ; recuerde que el campo eléctrico

dentro de un conductor es cero. Por lo tanto, cualquier camino desde un punto de la superficie a cualquier punto del interior tendrá un integrando de cero al calcular el cambio de potencial, por lo que el potencial en el interior de la esfera es idéntico al de la superficie.

- 7.9 En el eje  $x$  el potencial es cero, debido a las cargas iguales y opuestas a la misma distancia de él. En el eje  $z$  podemos superponer los dos potenciales; calcularemos que para  $z \gg d$ , de nuevo el potencial llega a cero debido a la cancelación.

- 7.10 Será cero, ya que en todos los puntos del eje hay cargas iguales y opuestas equidistantes del punto de interés. Observe que esta distribución tendrá, de hecho, un momento dipolar.

- 7.11 Cualquiera, pero la cilíndrica es la que más se acerca a la simetría de un dipolo.

- 7.12 cilindros infinitos de radio constante, con la línea de carga como eje

### Preguntas Conceptuales

- No. Solo podemos definir energías potenciales para campos conservadores.
- No, aunque ciertas ordenaciones pueden ser más sencillas de calcular.
- La intensidad del campo eléctrico es cero porque las diferencias de potencial eléctrico están directamente relacionadas con la intensidad del campo. Si la diferencia de potencial es cero, entonces la intensidad de campo también debe ser cero.
- La diferencia de potencial es más descriptiva porque indica que es la diferencia entre el potencial eléctrico de dos puntos.
- Son muy similares, pero la diferencia de potencial es una característica del sistema; cuando se introduce una carga en el sistema, esta tendrá una energía potencial que se puede calcular multiplicando la magnitud de la carga por la diferencia de potencial.
- Un electronvoltio es un voltio multiplicado por la carga de un electrón. Los voltios miden la diferencia de potencial, los electronvoltios son una unidad de energía.
- El segundo tiene  $1/4$  del momento dipolar del primero.

15. La región exterior a la esfera tendrá un potencial indistinguible de una carga puntual; el interior de la esfera tendrá un potencial diferente.
17. No. Será constante, pero no necesariamente cero.
19. no
21. No; podría no estar en equilibrio electrostático.
23. Sí. Depende de dónde esté la referencia cero del potencial. (Aunque esto podría ser inusual).
25. Para que los rayos que caen sobre ellas vayan a parar al suelo en lugar de a los equipos de televisión.
27. Ambos utilizan la electricidad estática para pegar pequeñas partículas a otra superficie. Sin embargo, el precipitador tiene que cargar una gran variedad de partículas, y no está diseñado para asegurarse de que caigan en un lugar concreto.

## Problemas

29. a.  $U = 3,4 \text{ J}$ ;  
b.  $\frac{1}{2}mv^2 = Q_1Q_2 \left( \frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right) \rightarrow v = 2,4 \times 10^4 \text{ m/s}$
31.  $U = 4,36 \times 10^{-18} \text{ J}$   
 $\frac{1}{2}m_e v_e^2 = qV$ ,  $\frac{1}{2}m_H u_H^2 = qV$ , de modo que
33.  $\frac{m_e v_e^2}{m_H v_H^2} = 1$  o  $\frac{v_e}{v_H} = 42,8$
35.  $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$ ;  $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} \rightarrow 1 \text{ V/m} = 1 \text{ N/C}$
37. a.  $V_{AB} = 3,00 \text{ kV}$ ; b.  $V_{AB} = 750 \text{ V}$
39. a.  $V_{AB} = Ed \rightarrow E = 5,63 \text{ kV/m}$ ;  
b.  $V_{AB} = 563 \text{ V}$
41. a.  $\Delta K = q\Delta V$  y  $V_{AB} = Ed$ , de modo que  
 $\Delta K = 800 \text{ keV}$ ;  
b.  $d = 25,0 \text{ km}$
43. Una posibilidad es permanecer con un radio constante y recorrer el arco desde  $P_1$  a  $P_2$ , que tendrá un potencial cero debido a que la trayectoria es perpendicular al campo eléctrico. Entonces integre desde  $a$  hasta  $b$ :  $V_{ab} = \alpha$  dentro  $\left(\frac{b}{a}\right)$
45.  $V = 144 \text{ V}$
47.  $V = \frac{kQ}{r} \rightarrow Q = 8,33 \times 10^{-7} \text{ C}$ ;  
La carga es positiva porque el potencial es positivo.
49. a.  $V = 45,0 \text{ MV}$ ;  
b.  $V = \frac{kQ}{r} \rightarrow r = 45,0 \text{ m}$ ;  
c.  $\Delta U = 132 \text{ MeV}$
51.  $V = kQ/r$ ; a. Con respecto al origen, halle el potencial en cada punto y luego calcule la diferencia  $\Delta V = 135 \times 10^3 \text{ V}$ ;  
b. Para duplicar la diferencia de potencial, mueva el punto de 20 cm al infinito; el potencial a 20 cm está a medio camino entre el cero y el de 10 cm.
53. a.  $V_{P1} = 7,4 \times 10^5 \text{ V}$   
y  $V_{P2} = 6,9 \times 10^3 \text{ V}$ ;  
b.  $V_{P1} = 6,9 \times 10^5 \text{ V}$  y  $V_{P2} = 6,9 \times 10^3 \text{ V}$
55. El problema es describir un campo uniforme, por lo que  $E = 200 \text{ V/m}$  en la dirección  $-z$ .
57. Aplique  $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$  con  $\vec{\nabla} = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \hat{\phi} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z}$  al potencial calculado anteriormente,  
 $V = -2k\lambda$  dentro:  $\vec{E} = 2k\lambda \frac{1}{r} \hat{r}$  como se esperaba.
59. a. aumenta; el campo eléctrico constante (negativo) tiene este efecto, el punto de referencia solo importa para la magnitud; b. son planos paralelos a la lámina; c.  $0,006 \text{ m/V}$
61. a. del capítulo anterior, el campo eléctrico tiene magnitud  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$  en la región entre las placas y cero en el exterior; definiendo que la placa con carga negativa está en el origen y en el potencial cero, y que la placa con carga positiva está a  $+5 \text{ mm}$  en la dirección  $z$ ,  $V = 1,7 \times 10^4 \text{ V}$  por lo que el potencial es 0 para



- $z < 0$ ,  $1,7 \times 10^4 \text{ V} \left( \frac{z}{5 \text{ mm}} \right)$  para  $0 \leq z \leq 5 \text{ mm}$ ,  $1,7 \times 10^4 \text{ V}$  para  $z > 5 \text{ mm}$ ;
- b.  $qV = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = 7,7 \times 10^7 \text{ m/s}$
63.  $V = 85 \text{ V}$
65. En la región  $a \leq r \leq b$ ,  $\vec{E} = \frac{kQ}{r^2} \hat{r}$ , y  $E$  es cero en cualquier otra parte; por lo tanto, la diferencia de potencial es  $V = kQ \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$ .
67. De los resultados anteriores  $V_P - V_R = -2k\lambda \text{ dentro } \frac{sP}{sR}$ , observe que  $b$  es un lugar muy conveniente para definir el nivel cero de potencial  $\Delta V = -2k \frac{Q}{L} \text{ dentro } \frac{a}{b}$ .
69. a.  $F = 5,58 \times 10^{-11} \text{ N/C}$ ;  
El campo eléctrico se dirige hacia la superficie de la Tierra. b. La fuerza del culombio es mucho más fuerte que la gravedad.
71. Sabemos por el capítulo de la ley de Gauss que el campo eléctrico para una carga lineal infinita es  $\vec{E}_P = 2k\lambda \frac{1}{s} \hat{s}$ , y de lo dicho anteriormente en este capítulo, que el potencial de un sistema de cilindros de alambre de este tipo es  $V_P = -2k\lambda \text{ dentro } \frac{sP}{sR}$  por integración. No se nos da  $\lambda$ , pero se nos da un  $V_0$ ; así, sabemos que  $V_0 = -2k\lambda \text{ dentro } \frac{a}{R}$  y por lo tanto  $\lambda = -\frac{V_0}{2k \text{ dentro } \left( \frac{a}{R} \right)}$ . Podemos sustituir esto de nuevo para encontrar a.  $\vec{E}_P = -\frac{V_0}{\text{dentro } \left( \frac{a}{R} \right)} \frac{1}{s} \hat{s}$ ; b.  $V_P = V_0 \frac{\text{dentro } \left( \frac{sP}{R} \right)}{\text{dentro } \left( \frac{a}{R} \right)}$ ; c.  $4,74 \times 10^4 \text{ N/C}$
73. a.  $U_1 = 7,68 \times 10^{-18} \text{ J}$ ;  
 $U_2 = 5,76 \times 10^{-18} \text{ J}$ ;  
b.  $U_1 + U_2 = -1,34 \times 10^{-17} \text{ J}$
75. a.  $U = 2,30 \times 10^{-16} \text{ J}$ ;  
b.  $\bar{K} = \frac{3}{2}kT \rightarrow T = 1,11 \times 10^7 \text{ K}$
77. a.  $1,9 \times 10^6 \text{ m/s}$ ; b.  $4,2 \times 10^6 \text{ m/s}$ ; c.  $5,9 \times 10^6 \text{ m/s}$ ; d.  $7,3 \times 10^6 \text{ m/s}$ ; e.  $8,4 \times 10^6 \text{ m/s}$
79. a.  $E = 2,5 \times 10^6 \text{ V/m} < 3 \times 10^6 \text{ V/m}$  ;  
No, la intensidad de campo es menor que la intensidad de ruptura del aire.  
b.  $d = 1,7 \text{ mm}$
81.  $K_f = qV_{AB} = qEd \rightarrow$   
 $E = 8,00 \times 10^5 \text{ V/m}$
83. a. Energía =  $2,00 \times 10^9 \text{ J}$ ;  
b.  $Q = m(c\Delta T + L_V)$  ;  
 $m = 766 \text{ kg}$ ;  
c. La expansión del vapor al hervir puede hacer volar literalmente el árbol.
85. a.  $V = \frac{kQ}{r} \rightarrow r = 1,80 \text{ km}$ ; b. Una carga de 1 C es una cantidad muy grande de carga; una esfera de 1,80 km es poco práctica.
87. La partícula alfa se acerca al núcleo de oro hasta que su energía original se convierte en energía potencial  $5,00 \text{ MeV} = 8,00 \times 10^{-13} \text{ J}$ , así que  
 $E_0 = \frac{qkQ}{r} \rightarrow$   
 $r = 4,54 \times 10^{-14} \text{ m}$   
(El tamaño del núcleo de oro es de aproximadamente  $7 \times 10^{-15} \text{ m}$ ).

### Problemas Adicionales

89.  $E_{\text{tot}} = 4,67 \times 10^7 \text{ J}$   
 $E_{\text{tot}} = qV \rightarrow q = \frac{E_{\text{tot}}}{V} = 3,89 \times 10^6 \text{ C}$

91.  $V_P = k \frac{q_{\text{tot}}}{\sqrt{z^2 + R^2}} \rightarrow q_{\text{tot}} = -3,5 \times 10^{-11} \text{ C}$
93.  $V_P = -2,2 \text{ GV}$
95. Recordemos del capítulo anterior que el campo eléctrico  $E_P = \frac{\sigma_0}{2\epsilon_0}$  es uniforme en todo el espacio y que para campos uniformes tenemos  $E = -\frac{\Delta V}{\Delta z}$  para la relación. Así, obtenemos  $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\Delta V}{\Delta z} \rightarrow \Delta z = 0,22 \text{ m}$  para la distancia entre equipotenciales de 25 V.
97. a. Tome el resultado de la [Ejemplo 7.13](#), divida tanto el numerador como el denominador entre  $x$ , tome el límite de esto, y luego aplique una expansión de Taylor al logaritmo resultante para obtener  $V_P \approx k\lambda \frac{L}{x}$ ; b. que es el resultado que esperamos, porque a grandes distancias, esto debería parecer una carga puntual de  $q = \lambda L$
99. a.  $V = 9,0 \times 10^3 \text{ V}$ ; b.  $-9,0 \times 10^3 \text{ V} \left( \frac{1,25 \text{ cm}}{2,0 \text{ cm}} \right) = -5,7 \times 10^3 \text{ V}$
101. a.  $E = \frac{kQ}{r^2} \rightarrow Q = -6,76 \times 10^5 \text{ C}$ ;  
 $F = ma = qE \rightarrow$   
 b.  $a = \frac{qE}{m} = 2,63 \times 10^{13} \text{ m/s}^2$  (hacia arriba);  
 c.  $F = -mg = qE \rightarrow m = \frac{-qE}{g} = 2,45 \times 10^{-18} \text{ kg}$
103. Si el campo eléctrico es cero  $\frac{1}{4}$  de camino de  $q_1$  y  $q_2$ , entonces sabemos por  $E = k \frac{Q}{r^2}$  que  $|E_1| = |E_2| \rightarrow \frac{kq_1}{x^2} = \frac{kq_2}{(3x)^2}$  de modo que  $\frac{q_2}{q_1} = \frac{(3x)^2}{x^2} = 9$ ; la carga  $q_2$  es 9 veces mayor que  $q_1$ .
105. a. El campo está en la dirección de la velocidad inicial del electrón.  
 b.  $v^2 = v_0^2 + 2ax \rightarrow x = -\frac{v_0^2}{2a} (v = 0)$ . También,  $F = ma = qE \rightarrow a = \frac{qE}{m}$ ,  
 $x = 3,56 \times 10^{-4} \text{ m}$ ;  
 c.  $v_2 = v_0 + at \rightarrow t = -\frac{v_0 m}{qE} (v = 0)$ ,  
 $\therefore t = 1,42 \times 10^{-10} \text{ s}$ ;  
 d.  $v = -\left(\frac{2qEx}{m}\right)^{1/2} = -5,00 \times 10^6 \text{ m/s}$  (frente a su velocidad inicial)

## Problemas De Desafío

107. Las respuestas variarán. Parece ser que se trata de información reservada y ridículamente difícil de encontrar. Las velocidades serán de 20 m/s o menos, y se afirma que  $\sim 10^{-7}$  gramos para la masa de una gota.
109. Aplique  $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$  con  $\vec{\nabla} = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{\phi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi}$  al potencial calculado anteriormente,  $V_P = k \frac{\vec{p} \cdot \hat{r}}{r^2}$  con  $\vec{p} = q\vec{d}$ , y se supone que el eje del dipolo está alineado con el eje  $z$  del sistema de coordenadas. Así, el potencial es  $V_P = k \frac{q\vec{d} \cdot \hat{r}}{r^2} = k \frac{qd \cos \theta}{r^2}$ .  
 $\vec{E} = 2kqd \left( \frac{\cos \theta}{r^3} \right) \hat{r} + kqd \left( \frac{\sin \theta}{r^3} \right) \hat{\theta}$

## Capítulo 8

### Compruebe Lo Aprendido

- 8.1  $1,1 \times 10^{-3} \text{ m}$
- 8.3 3,59 cm, 17,98 cm
- 8.4 a. 25,0 pF; b. 9,2
- 8.5 a.  $C = 0,86 \text{ pF}$ ,  $Q_1 = 10 \text{ pC}$ ,  $Q_2 = 3,4 \text{ pC}$ ,  $Q_3 = 6,8 \text{ pC}$ ;  
 b.  $C = 2,3 \text{ pF}$ ,  $Q_1 = 12 \text{ pC}$ ,  $Q_2 = Q_3 = 16 \text{ pC}$ ;  
 c.  $C = 2,3 \text{ pF}$ ,  $Q_1 = 9,0 \text{ pC}$ ,  $Q_2 = 18 \text{ pC}$ ,  $Q_3 = 12 \text{ pC}$ ,  $Q_4 = 15 \text{ pC}$
- 8.6 a.  $4,0 \times 10^{-13} \text{ J}$ ; b. 9 veces

**8.7** a. 3.0; b  $C = 3,0 C_0$

**8.9** a.  $C_0 = 20 \text{ pF}$ ,  $C = 42 \text{ pF}$ ; b.  $Q_0 = 0,8 \text{ nC}$ ,  $Q = 1,7 \text{ nC}$ ; c.  $V_0 = V = 40 \text{ V}$ ; d.  $U_0 = 16 \text{ nJ}$ ,  $U = 34 \text{ nJ}$

### Preguntas Conceptuales

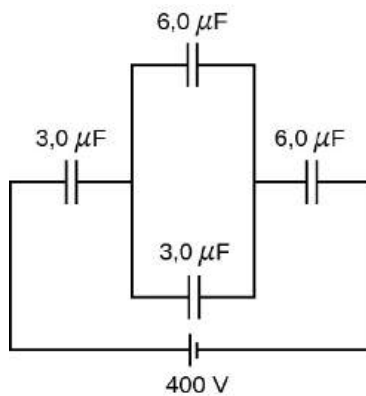
1. no; sí
3. falso
5. no
7.  $3,0 \mu\text{F}$ ,  $0,33 \mu\text{F}$
9. las respuestas pueden variar
11. La resistencia dieléctrica es un valor crítico de un campo eléctrico por encima del cual empieza a conducir un aislante; la constante dieléctrica es la relación entre el campo eléctrico en el vacío y el campo eléctrico neto en un material.
13. El agua es un buen solvente.
15. Cuando la energía del movimiento térmico es grande (alta temperatura), un campo eléctrico también debe ser grande para mantener los dipolos eléctricos alineados con él.
17. las respuestas pueden variar

### Problemas

19.  $21,6 \text{ mC}$
21.  $1,55 \text{ V}$
23.  $25,0 \text{ nF}$
25.  $1,1 \times 10^{-3} \text{ m}^2$
27.  $500 \mu\text{C}$
29. 1:16
31. a.  $1,07 \text{ nC}$ ; b.  $267 \text{ V}$ ,  $133 \text{ V}$
33.  $0,29 \mu\text{F}$
34. 500 condensadores; conectados en paralelo
35.  $3,08 \mu\text{F}$  (serie) y  $13,0 \mu\text{F}$  (en paralelo)
37.  $11,4 \mu\text{F}$
39.  $0,89 \text{ mC}$ ;  $1,78 \text{ mC}$ ;  $444 \text{ V}$
41.  $7,5 \mu\text{J}$
43. a.  $405 \text{ J}$ ; b.  $90,0 \text{ mC}$
45.  $1,17 \text{ J}$
47. a.  $4,43 \times 10^{-9} \text{ F}$ ; b.  $0,453 \text{ V}$ ; c.  $4,53 \times 10^{-10} \text{ J}$ ; d. no
49.  $0,7 \text{ mJ}$
51. a.  $7,1 \text{ pF}$ ; b.  $42 \text{ pF}$
53. a. antes de  $3,00 \text{ V}$ ; después de  $0,600 \text{ V}$ ; b. antes de  $1500 \text{ V/m}$ ; después de  $300 \text{ V/m}$
55. a. 3.91; b.  $22,8 \text{ V}$
57. a.  $37 \text{ nC}$ ; b.  $0,4 \text{ MV/m}$ ; c.  $19 \text{ nC}$
59. a.  $4,4 \mu\text{F}$ ; b.  $4,0 \times 10^{-5} \text{ C}$
61.  $0,0135 \text{ m}^2$
63.  $0,185 \mu\text{J}$

### Problemas Adicionales

65. a.  $0,277 \text{ nF}$ ; b.  $27,7 \text{ nC}$ ; c.  $50 \text{ kV/m}$
67. a.  $0,065 \text{ F}$ ; b.  $23.000 \text{ C}$ ; c.  $4,0 \text{ GJ}$
69. a.  $75,6 \mu\text{C}$ ; b.  $10,8 \text{ V}$
71. a.  $0,13 \text{ J}$ ; b. no, debido al calentamiento resistivo en los cables de conexión que siempre está presente, pero el esquema del circuito no indica resistores



73. a.  $-3,00 \mu\text{F}$ ; b. No se puede tener una capacidad negativa  $C_2$ . c. La suposición de que se conectaron en paralelo, en vez de en serie, es incorrecta. Una conexión en paralelo siempre produce una mayor capacitancia, mientras que aquí se asumió una menor. Esto solo puede ocurrir si los condensadores están conectados en serie.
75. a.  $14,2 \text{ kV}$ ; b. El voltaje es excesivamente grande, más de 100 veces el voltaje de ruptura del nylon. c. La supuesta carga es excesivamente grande y no puede almacenarse en un condensador de estas dimensiones.

### Problemas De Desafío

77. a.  $89,6 \text{ pF}$ ; b.  $6,09 \text{ kV/m}$ ; c.  $4,47 \text{ kV/m}$ ; d. no
79. a.  $421 \text{ J}$ ; b.  $53,9 \text{ mF}$
81.  $C = \epsilon_0 A / (d_1 + d_2)$
83. prueba

## Capítulo 9

### Compruebe Lo Aprendido

- 9.1 El tiempo para que fluya  $1,00 \text{ C}$  de carga sería  $\Delta t = \frac{\Delta Q}{I} = \frac{1,00 \text{ C}}{0,300 \times 10^{-3} \text{ C/s}} = 3,33 \times 10^3 \text{ s}$ , algo menos de una hora. Esto es bastante diferente de los  $5,55 \text{ ms}$  de la batería del camión. La calculadora necesita una cantidad muy pequeña de energía para funcionar, a diferencia del motor de arranque del camión. Hay varias razones por las que los vehículos utilizan baterías y no células solares. Aparte del hecho evidente de que no siempre se dispone de una fuente de luz para hacer funcionar las células solares de un automóvil o un camión, la gran cantidad de corriente necesaria para arrancar el motor no puede ser suministrada fácilmente por las células solares actuales. Es posible que se utilicen células solares para cargar las baterías. La carga de la batería requiere una pequeña cantidad de energía si se compara con la que se necesita para hacer funcionar el motor y los demás accesorios, como la calefacción y el aire acondicionado. Los automóviles actuales que funcionan con energía solar lo hacen con paneles solares, que pueden alimentar un motor eléctrico en vez de un motor de combustión interna.
- 9.2 La corriente total que necesitan todos los aparatos del salón (unas cuantas lámparas, un televisor y su computadora portátil) consumen menos corriente y requieren menos energía que el refrigerador.
- 9.3 El diámetro del cable de calibre 14 es menor que el del cable de calibre 12. Como la velocidad de deriva es inversamente proporcional al área de la sección transversal, la velocidad de deriva en el cable de calibre 14 es mayor que la velocidad de deriva en el cable de calibre 12 que lleva la misma corriente. El número de electrones por metro cúbico permanecerá constante.
- 9.4 La densidad de corriente en un cable conductor aumenta debido a un incremento de la corriente. La velocidad de deriva es inversamente proporcional a la corriente ( $v_d = \frac{I}{nqA}$ ), por lo que la velocidad de deriva disminuiría.
- 9.5 La plata, el oro y el aluminio se utilizan para fabricar cables. Los cuatro materiales tienen una alta conductividad, siendo la plata la más alta. Los cuatro se pueden estirar fácilmente en forma de cables y

tienen una gran resistencia a la tracción, aunque no tan alta como el cobre. La desventaja obvia del oro y la plata es el costo, pero los cables de plata y oro se utilizan para aplicaciones especiales, como los cables de los altavoces. El oro no se oxida, lo que hace que las conexiones entre los componentes sean mejores. Los cables de aluminio tienen sus inconvenientes. El aluminio tiene una mayor resistividad que el cobre, por lo que se necesita un mayor diámetro para igualar la resistencia por longitud de los cables de cobre, pero el aluminio es más barato que el cobre, por lo que no es un gran inconveniente. Los cables de aluminio no tienen una ductilidad y una resistencia a la tracción tan altas como las del cobre, pero la ductilidad y la resistencia a la tracción están dentro de los niveles aceptables. Hay algunas preocupaciones que deben abordarse en el uso de aluminio y se debe tener cuidado al hacer las conexiones. El aluminio tiene una mayor tasa de dilatación térmica que el cobre, lo que puede provocar conexiones sueltas y un posible riesgo de incendio. La oxidación del aluminio no conduce y puede causar problemas. Hay que utilizar técnicas especiales cuando se utilizan cables de aluminio y los componentes, como las tomas de corriente, deben estar diseñados para aceptar cables de aluminio.

- 9.6** El patrón de la lámina se estira a medida que se estira el soporte, y las líneas de la lámina se hacen más largas y finas. Dado que la resistencia se calcula como  $R = \rho \frac{L}{A}$ , la resistencia aumenta a medida que se estiran las líneas de lámina. Cuando cambia la temperatura, también lo hace la resistividad de las líneas de la lámina, cambiando la resistencia. Una forma de combatir esto es utilizar dos galgas extensométricas, una como referencia y la otra para medir la tensión. Las dos galgas extensométricas se mantienen a una temperatura constante
- 9.7** Cuanto mayor sea la longitud, menor será la resistencia. Cuanto mayor sea la resistividad, mayor será la resistencia. Cuanto mayor sea la diferencia entre el radio exterior y el radio interior, es decir, cuanto mayor sea la relación entre ambos, mayor será la resistencia. Si se trata de maximizar la resistencia, la elección de los valores de estas variables dependerá de la aplicación. Por ejemplo, si el cable debe ser flexible, la elección de los materiales puede ser limitada.
- 9.8** Sí, la ley de Ohm sigue siendo válida. En cada momento la corriente es igual a  $I(t) = V(t)/R$ , por lo que la corriente también es una función del tiempo,  $I(t) = \frac{V_{\text{máx.}}}{R} \sin(2\pi ft)$ .
- 9.9** Aunque los motores eléctricos son muy eficientes, entre el 10 y el 20 % de la potencia consumida se desperdicia, no se utiliza para hacer un trabajo útil. La mayor parte del 10 y el 20 % de la potencia perdida se transfiere en calor disipado por los cables de cobre utilizados para hacer las bobinas del motor. Este calor se suma al del medio ambiente y aumenta la demanda de las centrales eléctricas que suministran la potencia. La demanda de la central eléctrica puede provocar un aumento de los gases de efecto invernadero, sobre todo si la central utiliza carbón o gas como combustible.
- 9.10** No, la eficiencia es una consideración muy importante de las bombillas, pero hay muchas otras consideraciones. Como se ha mencionado anteriormente, el costo de las bombillas y su vida útil son consideraciones importantes. Por ejemplo, las bombillas CFL contienen mercurio, una neurotoxina, y deben eliminarse como residuos peligrosos. Si se sustituyen las bombillas incandescentes controladas por un regulador de intensidad por las LED, es posible que haya que cambiar el regulador de intensidad. Los interruptores de regulación de las luces LED tienen un precio comparable al de los interruptores de las luces incandescentes, pero se trata de un costo inicial que debe tenerse en cuenta. También hay que tener en cuenta el espectro de la luz, pero hay una amplia gama de temperaturas de color disponibles, por lo que debería poder encontrar una que se ajuste a sus necesidades. Ninguna de estas consideraciones mencionadas pretende desaconsejar el uso de bombillas LED o CFL, pero son consideraciones.

### Preguntas Conceptuales

1. Si un cable transporta una corriente, las cargas entran en el cable desde el terminal positivo de la fuente de voltaje y salen por el terminal negativo, por lo que la carga total permanece cero mientras la corriente fluye por él.
3. El uso de una mano reducirá la posibilidad de "completar el circuito" y de que la corriente recorra su cuerpo, especialmente la corriente que recorre su corazón.
5. Aunque los electrones chocan con los átomos y otros electrones del cable, viajan desde el terminal negativo al positivo, por lo que derivan en una dirección. Las moléculas de gas viajan en direcciones completamente

aleatorias.

7. En los primeros años de las bombillas, estas están parcialmente evacuadas para reducir la cantidad de calor conducido a través del aire a la envoltura de vidrio. La disipación del calor enfriaría el filamento, aumentando la cantidad de energía necesaria para producir luz del filamento. También protege el vidrio del calor producido por el filamento caliente. Si el vidrio se calienta, se expande, y al enfriarse, se pone en contacto. Esta dilatación y contracción puede hacer que el vidrio se vuelva frágil y se agriete, reduciendo la vida útil de las bombillas. En la actualidad, muchas bombillas están parcialmente llenas de un gas inerte. También es útil eliminar el oxígeno para reducir la posibilidad de que el filamento se queme. Cuando los filamentos originales se sustituyeron por filamentos de tungsteno más eficientes, los átomos del tungsteno se evaporaban del filamento a tan altas temperaturas. Los átomos chocan con los átomos del gas inerte y vuelven a caer en el filamento.
9. En el carbono, la resistividad aumenta con la cantidad de impurezas, lo que significa menos cargas libres. En el silicio y el germanio, las impurezas disminuyen la resistividad, lo que significa más electrones libres.
11. El cobre tiene una resistividad menor que el aluminio, por lo que si la longitud es la misma, el cobre debe tener el diámetro menor.
13. El dispositivo  $B$  muestra una relación lineal y el dispositivo es óhmico.
15. Aunque los conductores tienen una resistencia baja, las líneas de la compañía eléctrica pueden ser kilométricas. El uso de un alto voltaje reduce la corriente necesaria para abastecer la demanda de potencia y eso reduce las pérdidas en la línea.
17. El resistor se sobrecalentaría, posiblemente hasta el punto de hacerlo arder. Se suelen añadir fusibles a los circuitos para evitar este tipo de accidentes.
19. Las temperaturas muy bajas requieren refrigeración. Algunos materiales requieren nitrógeno líquido para enfriarlos por debajo de sus temperaturas críticas. Otros materiales pueden necesitar helio líquido, que es incluso más costoso.

## Problemas

21. a.  $v = 4,38 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ;  
b.  $\Delta q = 5,00 \times 10^{-3} \text{C}$ , número de protones =  $3,13 \times 10^{16}$
23.  $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ ,  $\Delta Q = 12,00 \text{C}$   
nº de electrones =  $7,5 \times 10^{19}$
25.  $I(t) = 0,016 \frac{\text{C}}{\text{s}^4} t^3 - 0,001 \frac{\text{C}}{\text{s}}$   
 $I(3,00 \text{ s}) = 0,431 \text{ A}$
27.  $I(t) = -I_{\text{máx.}} \text{sen}(\omega t + \phi)$
29.  $|J| = 15,92 \text{ A/m}^2$
31.  $I = 3,98 \times 10^{-5} \text{ A}$
33. a.  $|J| = 7,60 \times 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$ ; b.  $v_d = 5,60 \times 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$
35.  $R = 6,750 \text{ k}\Omega$
37.  $R = 0,10 \Omega$   
 $R = \rho \frac{L}{A}$
39.  $L = 3 \text{ cm}$
41.  $\frac{R_{\text{Al}}/L_{\text{Al}}}{R_{\text{Cu}}/L_{\text{Cu}}} = \frac{\rho_{\text{Al}} \frac{1}{\pi \left(\frac{D_{\text{Al}}}{2}\right)^2}}{\rho_{\text{Cu}} \frac{1}{\pi \left(\frac{D_{\text{Cu}}}{2}\right)^2}} = \frac{\rho_{\text{Al}}}{\rho_{\text{Cu}}} \left(\frac{D_{\text{Cu}}}{D_{\text{Al}}}\right)^2 = 1$ ,  $\frac{D_{\text{Al}}}{D_{\text{Cu}}} = \sqrt{\frac{\rho_{\text{Al}}}{\rho_{\text{Cu}}}}$
43. a.  $R = R_0 (1 + \alpha \Delta T)$ ,  $2 = 1 + \alpha \Delta T$ ,  $\Delta T = 256,4 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T = 276,4 \text{ }^\circ\text{C}$ ;  
b. En condiciones normales, no debería ocurrir.

45.  $R = R_0 (1 + \alpha \Delta T)$ , hierro  
 $\alpha = 0,006 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

47. a.  $R = \rho \frac{L}{A}$ ,  $\rho = 2,44 \times 10^{-8} \text{ } \Omega \cdot \text{m}$ , oro;  
 $R = \rho \frac{L}{A} (1 + \alpha \Delta T)$

b.

$$R = 2,44 \times 10^{-8} \text{ } \Omega \cdot \text{m} \left( \frac{25 \text{ m}}{\pi \left( \frac{0,100 \times 10^{-3} \text{ m}}{2} \right)^2} \right) (1 + 0,0034 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} (150 \text{ } ^\circ\text{C} - 20 \text{ } ^\circ\text{C}))$$

$$R = 112 \text{ } \Omega$$

$$R_{\text{Fe}} = 0,525 \text{ } \Omega, \quad R_{\text{Cu}} = 0,500 \text{ } \Omega, \quad \alpha_{\text{Fe}} = 0,0065 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \quad \alpha_{\text{Cu}} = 0,0039 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$R_{\text{Fe}} = R_{\text{Cu}}$$

49.  $R_{0 \text{ Fe}} (1 + \alpha_{\text{Fe}} (T - T_0)) = R_{0 \text{ Cu}} (1 + \alpha_{\text{Cu}} (T - T_0))$

$$\frac{R_{0 \text{ Fe}}}{R_{0 \text{ Cu}}} (1 + \alpha_{\text{Fe}} (T - T_0)) = 1 + \alpha_{\text{Cu}} (T - T_0)$$

$$T = 2,91 \text{ } ^\circ\text{C}$$

51.  $R_{\text{min}} = 2,375 \times 10^5 \text{ } \Omega$ ,  $I_{\text{min}} = 12,63 \text{ } \mu\text{A}$

$$R_{\text{máx.}} = 2,625 \times 10^5 \text{ } \Omega$$
,  $I_{\text{máx.}} = 11,43 \text{ } \mu\text{A}$

53.  $R = 100 \text{ } \Omega$

55. a.  $I = 2 \text{ mA}$ ; b.  $P = 0,04 \text{ W}$ ; c.  $P = 0,04 \text{ W}$ ; d. Se convierte en calor.

$$A = 2,08 \text{ mm}^2$$

57.  $\rho = 100 \times 10^{-8} \text{ } \Omega \cdot \text{m}$

$$P = \frac{V^2}{R}, \quad R = \rho \frac{L}{A}$$

$$R = 40 \text{ } \Omega \quad L = 83 \text{ m}$$

59.  $I = 0,14 \text{ A}$ ,  $V = 14 \text{ V}$

$$I \approx 3,00 \text{ A} + \frac{100 \text{ W}}{110 \text{ V}} + \frac{60 \text{ W}}{110 \text{ V}} + \frac{3,00 \text{ W}}{110 \text{ V}} = 4,48 \text{ A}$$

61. a.  $P = 493 \text{ W}$

$$R = 9,91 \text{ } \Omega$$
,

$$P_{\text{pérdida}} = 200. \text{ W}$$

$$\% \text{pérdida} = 40\%$$

$$P = 493 \text{ W}$$

$$I = 0,0045 \text{ A}$$

b.  $R = 9,91 \text{ } \Omega$

$$P_{\text{pérdida}} = 201 \mu\text{ W}$$

$$\% \text{pérdida} = 0,00004\%$$

63.

$$R_{\text{Cobre}} = 23,77 \Omega$$

$$P = 2,377 \times 10^5 \text{ W}$$

$$R = R_0 (1 + \alpha(T - T_0))$$

65.

$$0,82R_0 = R_0 (1 + \alpha(T - T_0)), \quad 0,82 = 1 - 0,06(T - 37^\circ\text{C}), \quad T = 40^\circ\text{C}$$

$$67. \text{ a. } R_{\text{Au}} = R_{\text{Ag}}, \quad \rho_{\text{Au}} \frac{L_{\text{Au}}}{A_{\text{Au}}} = \rho_{\text{Ag}} \frac{L_{\text{Ag}}}{A_{\text{Ag}}}, \quad L_{\text{Ag}} = 1,53 \text{ m};$$

$$\text{ b. } R_{\text{Au},20^\circ\text{C}} = 0,0074 \Omega, \quad R_{\text{Au},100^\circ\text{C}} = 0,0094 \Omega, \quad R_{\text{Ag},100^\circ\text{C}} = 0,0096 \Omega$$

### Problemas Adicionales

$$dR = \frac{\rho}{2\pi rL} dr$$

$$69. \quad R = \frac{\rho}{2\pi L} \text{ dentro } \frac{r_o}{r_i}$$

$$R = 2,21 \times 10^{11} \Omega$$

71. a.

$$R_0 = 0,003 \Omega; \text{ b.}$$

$$T_c = 37,0^\circ\text{C}$$

$$R = 0,00302 \Omega$$

$$73. \quad \rho = 5,00 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

$$75. \quad \rho = 1,71 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

$$77. \text{ a. } V = 6000 \text{ V}; \text{ b. } V = 6 \text{ V}$$

$$79. \quad P = \frac{W}{t}, \quad W = 8,64 \text{ J}$$

### Problemas De Desafío

$$81. \quad V = 7,09 \text{ cm}^3$$

$$n = 8,49 \times 10^{28} \frac{\text{electrones}}{\text{m}^3}$$

$$v_d = 7,00 \times 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$83. \text{ a. } 4,38 \times 10^7 \text{ m/s b. } v = 5,81 \times 10^{13} \frac{\text{protones}}{\text{m}^3} \text{ c. } 1,25 \frac{\text{electrones}}{\text{m}^3}$$

$$85. \quad E = 75 \text{ kJ}$$

$$87. \text{ a. } \quad ; \text{ b. } V = 43,54 \text{ V}$$

$$P = 52 \text{ W}$$

$$R = 36 \Omega$$

$$89. \text{ a. } R = \frac{\rho}{2\pi L} \text{ dentro } \left( \frac{R_o}{R_i} \right); \text{ b. } R = 2,5 \text{ m } \Omega$$

$$91. \text{ (a) } 0,870 \text{ A}$$

$$\text{ (b) } \# \text{electrones} = 2,54 \times 10^{23} \text{ electrones}$$

$$\text{ (c) } 132 \text{ ohmios}$$

$$\text{ (d) } q = 4,68 \times 10^6 \text{ J}$$

$$93. \quad P = 1.045 \text{ W}, \quad P = \frac{V^2}{R}, \quad R = 12,27 \Omega$$



## Capítulo 10

### Compruebe Lo Aprendido

- 10.1** Si se conecta un cable a través de los terminales, la resistencia de la carga es cercana a cero, o al menos considerablemente menor que la resistencia interna de la batería. Como la resistencia interna es pequeña, la corriente que atraviesa el circuito será grande,  $I = \frac{\epsilon}{R+r} = \frac{\epsilon}{0+r} = \frac{\epsilon}{r}$ . La gran corriente hace que la resistencia interna disipe una gran potencia ( $P = I^2 r$ ). La energía se disipa en forma de calor.
- 10.2** La resistencia equivalente de nueve bombillas conectadas en serie es  $9R$ . La corriente es  $I = V/9R$ . Si una bombilla se quema, la resistencia equivalente es de  $8R$ , y el voltaje no cambia, pero la corriente aumenta ( $I = V/8R$ ). A medida que se van quemando más bombillas, la corriente es aun mayor. Con el tiempo, la corriente se vuelve demasiado alta, quemando la derivación.
- 10.3** El equivalente del circuito en serie sería  $R_{\text{eq}} = 1,00 \Omega + 2,00 \Omega + 2,00 \Omega = 5,00 \Omega$ , que es mayor que la resistencia equivalente del circuito paralelo  $R_{\text{eq}} = 0,50 \Omega$ . El resistor equivalente de cualquier número de resistores siempre es mayor que la resistencia equivalente de los mismos resistores conectados en paralelo. La corriente de paso para el circuito en serie sería  $I = \frac{3,00 \text{ V}}{5,00 \Omega} = 0,60 \text{ A}$ , que es menor que la suma de las corrientes a través de cada resistor en el circuito paralelo,  $I = 6,00 \text{ A}$ . Esto no es sorprendente ya que la resistencia equivalente del circuito en serie es mayor. La corriente que pasa por una conexión en serie de cualquier número de resistores siempre será menor que la que pasa por una conexión en paralelo de los mismos resistores, ya que la resistencia equivalente del circuito en serie será mayor que la del circuito paralelo. La potencia disipada por los resistores en serie sería  $P = 1,80 \text{ W}$ , que es inferior a la potencia disipada en el circuito paralelo  $P = 18,00 \text{ W}$ .
- 10.4** Un río, que fluye horizontalmente a un ritmo constante, se divide en dos y fluye por dos cascadas. Las moléculas de agua son análogas a los electrones en los circuitos paralelos. El número de moléculas de agua que fluyen en el río y en las cascadas debe ser igual al número de moléculas que fluyen en cada cascada, al igual que la suma de la corriente que pasa por cada resistor debe ser igual a la corriente que fluye en el circuito paralelo. Las moléculas de agua en el río tienen energía debido a su movimiento y a su altura. La energía potencial de las moléculas de agua en el río es constante debido a la igualdad de sus alturas. Esto es análogo a la variación constante del voltaje en un circuito paralelo. El voltaje es la energía potencial a través de cada resistor.  
La analogía se rompe rápidamente al considerar la energía. En la cascada, la energía potencial se convierte en energía cinética de las moléculas de agua. En el caso de los electrones que fluyen a través de un resistor, la caída de potencial se convierte en calor y luz, no en energía cinética de los electrones.
- 10.5** 1. Todos los circuitos de iluminación de techo están en paralelo y conectados a la línea de alimentación principal, por lo que cuando una bombilla se funde, no se apaga toda la iluminación superior. Cada lámpara de techo tendrá al menos un interruptor en serie con la luz, para poder encenderla y apagarla.  
2. Un refrigerador tiene un compresor y una luz que se enciende al abrir la puerta. Por lo general, solo hay un cable para enchufar el refrigerador a la pared. El circuito que contiene el compresor y el que contiene el circuito de iluminación están en paralelo, pero hay un interruptor en serie con la luz. Un termostato controla un interruptor que está en serie con el compresor para controlar la temperatura del refrigerador.
- 10.6** El circuito puede ser analizado utilizando la regla de las tensiones de Kirchhoff. La primera fuente de voltaje suministra potencia  $P_{\text{dentro}} = IV_1 = 7,20 \text{ mW}$ . La segunda fuente de voltaje consume potencia  $P_{\text{fuera}} = IV_2 + I^2 R_1 + I^2 R_2 = 7,2 \text{ mW}$ .
- 10.7** La corriente calculada sería igual a  $I = -0,20 \text{ A}$  en lugar de  $I = 0,20 \text{ A}$ . La suma de la potencia disipada y la potencia consumida seguiría siendo igual a la potencia suministrada.
- 10.8** Como los medidores digitales requieren menos corriente que los analógicos, alteran menos el circuito. Su resistencia como voltímetro puede ser mucho mayor que la de un medidor analógico, y su resistencia como amperímetro puede ser mucho menor que la de un medidor analógico. Consulte la [Figura 10.36](#) y la [Figura 10.35](#) y su discusión en el texto.

### Preguntas Conceptuales

1. Parte de la energía que se utiliza para recargar la batería se disipará en forma de calor por la resistencia

interna.

$$3. P = I^2 R = \left(\frac{\varepsilon}{r+R}\right)^2 R = \varepsilon^2 R(r+R)^{-2}, \quad \frac{dP}{dR} = \varepsilon^2 [(r+R)^{-2} - 2R(r+R)^{-3}] = 0,$$

$$\left[\frac{(r+R)-2R}{(r+R)^3}\right] = 0, \quad r = R$$

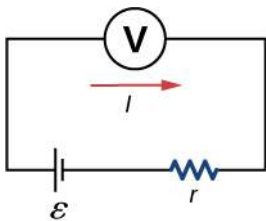
5. Probablemente sea mejor que esté en serie porque la corriente será menor que si estuviera en paralelo.  
7. dos filamentos, uno de baja resistencia y otro de alta resistencia, conectados en paralelo  
9. Se puede volver a dibujar.

$$R_{\text{eq}} = \left[ \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3 + R_5}\right)^{-1}} \right]^{-1}$$

11. Los voltajes se suman cuando están en serie, pero también se suman las resistencias internas, porque están en serie. Cuando están en paralelo, el voltaje del terminal es el mismo, pero la resistencia interna equivalente es menor que la individual más pequeña y se puede proporcionar una corriente más alta.  
13. El voltímetro pondría una gran resistencia en serie con el circuito, cambiándolo de manera significativa. Probablemente daría una lectura, pero no tendría sentido.  
15. El amperímetro tiene una pequeña resistencia, por lo que se producirá una gran corriente que podría dañar el medidor o sobrecalentar la batería.  
17. La constante de tiempo se puede acortar utilizando un resistor o un condensador más pequeños. Hay que tener cuidado al reducir la resistencia porque la corriente inicial aumentará al disminuir la resistencia.  
19. No solo puede caer agua en el interruptor y provocar un choque, sino que además la resistencia de su cuerpo es menor cuando está mojado.

## Problemas

21. a

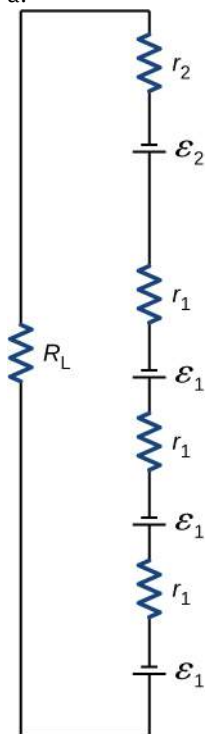


b. 0.476 W; c. 0.691 W; d. Como  $R_L$ , la diferencia de potencia disminuye; por lo tanto, a volúmenes más altos, no hay una diferencia significativa.

23. a. 0,400  $\Omega$ ; b. No, solo hay una ecuación independiente, por lo que solo se puede calcular  $r$ .  
25. a. 0,400  $\Omega$ ; b. 40.0 W; c. 0,0956  $^{\circ}\text{C}/\text{min}$   
27. el más grande, 786  $\Omega$ , el más pequeño, 20,32  $\Omega$   
29. 29,6 W  
31. a. 0,74 A; b. 0,742 A  
33. a. 60,8 W; b. 1,56 kW  
35. a.  $R_s = 9,00 \Omega$ ; b.  $I_1 = I_2 = I_3 = 2,00 \text{ A}$ ;  
c.  $V_1 = 8,00 \text{ V}$ ,  $V_2 = 2,00 \text{ V}$ ,  $V_3 = 8,00 \text{ V}$ ; d.  $P_1 = 16,00 \text{ W}$ ,  $P_2 = 4,00 \text{ W}$ ,  $P_3 = 16,00 \text{ W}$ ; e.  $P = 36,00 \text{ W}$   
37. a.  $I_1 = 0,6 \text{ mA}$ ,  $I_2 = 0,4 \text{ mA}$ ,  $I_3 = 0,2 \text{ mA}$ ;  
b.  $I_1 = 0,04 \text{ mA}$ ,  $I_2 = 1,52 \text{ mA}$ ,  $I_3 = -1,48 \text{ mA}$ ; c.  $P_{\text{fuera}} = 0,92 \text{ mW}$ ,  $P_{\text{fuera}} = 4,50 \text{ mW}$ ;  
d.  $P_{\text{dentro}} = 0,92 \text{ mW}$ ,  $P_{\text{dentro}} = 4,50 \text{ mW}$   
39.  $V_1 = 42 \text{ V}$ ,  $V_2 = 6 \text{ V}$ ,  $R_4 = 18 \Omega$   
41. a.  $I_1 = 1,5 \text{ A}$ ,  $I_2 = 2 \text{ A}$ ,  $I_3 = 0,5 \text{ A}$ ,  $I_4 = 2,5 \text{ A}$ ,  $I_5 = 2 \text{ A}$ ; b.  $P_{\text{dentro}} = I_2 V_1 + I_5 V_5 = 34 \text{ W}$ ;  
c.  $P_{\text{fuera}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 = 34 \text{ W}$

43.  $I_1 = \frac{2}{3} \frac{V}{R}, I_2 = \frac{V}{3R}, I_3 = \frac{V}{3R}$

45. a.



;

b. 0,617 A; c. 3,81 W; d. 18,0 Ω

47.  $I_1 r_1 - \varepsilon_1 + I_1 R_4 + \varepsilon_4 + I_2 r_4 + I_4 r_3 - \varepsilon_3 + I_2 R_3 + I_1 R_1 = 0$

49. 4,00 a 30,0 MΩ

51. a. 2,50 μF; b. 2,00 s

53. a. 12,3 mA; b.  $7,50 \times 10^{-4}$  s; c. 4,53 mA; d. 3,89 V

55. a.  $1,00 \times 10^{-7}$  F; b. No, en la práctica no sería difícil limitar la capacitancia a menos de 100 nF, ya que los condensadores típicos oscilan entre fracciones de un picofaradio (pF) y un milifaradio (mF).

57.  $3,33 \times 10^{-3}$  Ω

59. 12,0 V

61. 400 V

63. a. 6,00 mV; b. No sería necesario tomar precauciones adicionales con respecto a la potencia que viene de la pared. Sin embargo, es posible generar voltajes de aproximadamente este valor a partir de la carga estática acumulada en los guantes, por ejemplo, por lo que es necesario tomar algunas precauciones.

65. a.  $5,00 \times 10^{-2}$  C; b. 10,0 kV; c. 1,00 kΩ; d.  $1,79 \times 10^{-2}$  °C

### Problemas Adicionales

67. a.  $C_{eq} = 5,00$  mF; b.  $\tau = 0,1$  s; c. 0,069 s

69. a.  $R_{eq} = 20,00$  Ω;

b.  $I_r = 1,50$  A,  $I_1 = 1,00$  A,  $I_2 = 0,50$  A,  $I_3 = 0,75$  A,  $I_4 = 0,75$  A,  $I_5 = 1,50$  A;

c.  $V_r = 1,50$  V,  $V_1 = 9,00$  V,  $V_2 = 9,00$  V,  $V_3 = 7,50$  V,  $V_4 = 7,50$  V,  $V_5 = 12,00$  V;

d.  $P_r = 2,25$  W,  $P_1 = 9,00$  W,  $P_2 = 4,50$  W,  $P_3 = 5,625$  W,  $P_4 = 5,625$  W,  $P_5 = 18,00$  W;

e.  $P = 45,00$  W

71. a.  $\tau = \left( 1,38 \times 10^{-5} \Omega \text{m} \left( \frac{5,00 \times 10^{-2} \text{ m}}{3,14 \left( \frac{0,05 \times 10^{-3}}{2} \right)^2} \right) \right) 10 \times 10^{-3} \text{ F} = 3,52 \text{ s};$  b.

$$V = 0,014 \text{ A} \left( e^{-\frac{1,00 \text{ s}}{3,52 \text{ s}}} \right) 351,59 \Omega = 0,376 \text{ V}$$

73. a.  $t = \frac{3 \text{ A}\cdot\text{h}}{\frac{1,5 \text{ V}}{900 \Omega}} = 1.800 \text{ h}$ ; b.  $t = \frac{3 \text{ A}\cdot\text{h}}{\frac{1,5 \text{ V}}{100 \Omega}} = 200 \text{ h}$

75.  $U_1 = C_1 V_1^2 = 0,72 \text{ J}$ ,  $U_2 = C_2 V_2^2 = 0,338 \text{ J}$

77. a.  $R_{\text{eq}} = 24,00 \Omega$ ; b.  $I_1 = 1,00 \text{ A}$ ,  $I_2 = 0,67 \text{ A}$ ,  $I_3 = 0,33 \text{ A}$ ,  $I_4 = 1,00 \text{ A}$ ;

c.  $V_1 = 14,00 \text{ V}$ ,  $V_2 = 6,00 \text{ V}$ ,  $V_3 = 6,00 \text{ V}$ ,  $V_4 = 4,00 \text{ V}$ ;

d.  $P_1 = 14,00 \text{ W}$ ,  $P_2 = 4,04 \text{ W}$ ,  $P_3 = 1,96 \text{ W}$ ,  $P_4 = 4,00 \text{ W}$ ; e.  $P = 24,00 \text{ W}$

79. a.  $R_{\text{eq}} = 12,00 \Omega$ ,  $I = 1,00 \text{ A}$ ; b.  $R_{\text{eq}} = 12,00 \Omega$ ,  $I = 1,00 \text{ A}$

81. a.  $-400 \text{ k}\Omega$ ; b. No se puede tener una resistencia negativa. c. La suposición de que  $R_{\text{eq}} < R_1$  no es razonable. La resistencia en serie es siempre mayor que cualquiera de las resistencias individuales.

83.  $E_2 - I_2 r_2 - I_2 R_2 + I_1 R_5 + I_1 r_1 - E_1 + I_1 R_1 = 0$

85. a.  $I = 1,17 \text{ A}$ ,  $I_1 = 0,50 \text{ A}$ ,  $I_2 = 0,67 \text{ A}$ ,  $I_3 = 0,67 \text{ A}$ ,  $I_4 = 0,50 \text{ A}$ ,  $I_5 = 0,17 \text{ A}$ ;

b.  $P_{\text{salida}} = 23,4 \text{ W}$ ,  $P_{\text{entrada}} = 23,4 \text{ W}$

87. a.  $4,99 \text{ s}$ ; b.  $3,87 \text{ }^\circ\text{C}$ ; c.  $3,11 \times 10^4 \Omega$ ; d. No, este cambio no parece significativo. Probablemente no se notaría.

## Problemas De Desafío

89. a.  $0,273 \text{ A}$ ; b.  $V_T = 1,36 \text{ V}$

91. a.  $V_s = V - I_M R_M = 9,99875 \text{ V}$ ; b.  $R_S = \frac{V_P}{I_M} = 199,975 \text{ k}\Omega$

93. a.  $\tau = 3.800 \text{ s}$ ; b.  $1,26 \text{ mA}$ ; c.  $t = 2633,96 \text{ s}$

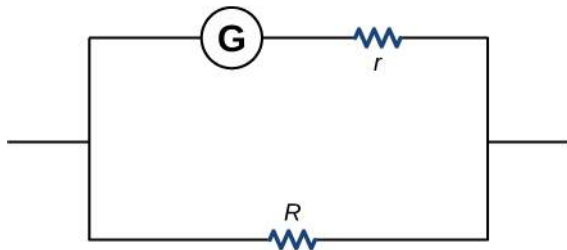
95.  $R_{\text{eq}} = (\sqrt{3}-1) R$

97. a.  $P_{\text{calefactor de inmersión}} = \frac{1 \text{ taza} \left( \frac{0,000237 \text{ m}^3}{\text{taza}} \right) \left( \frac{1,000 \text{ kg}}{\text{m}^3} \right) \left( 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \right) (100 \text{ }^\circ\text{C} - 20 \text{ }^\circ\text{C})}{180,00 \text{ s}} \approx 441 \text{ W}$ ;

b.  $I = \frac{441 \text{ W}}{120 \text{ V}} + 4 \left( \frac{100 \text{ W}}{120 \text{ V}} \right) + \frac{1.500 \text{ W}}{120 \text{ V}} = 19,51 \text{ A}$ ; Sí, el disyuntor se disparará.

c.  $I = \frac{441 \text{ W}}{120 \text{ V}} + 4 \left( \frac{18 \text{ W}}{120 \text{ V}} \right) + \frac{1.500 \text{ W}}{120 \text{ V}} = 16,78 \text{ A}$ ; Sí, el disyuntor se disparará.

99.



$2,40 \times 10^{-3} \Omega$

## Capítulo 11

### Compruebe Lo Aprendido

11.1 a.  $0 \text{ N}$ ; b.  $2,4 \times 10^{-14} \hat{\mathbf{k}} \text{ N}$ ; c.  $2,4 \times 10^{-14} \hat{\mathbf{j}} \text{ N}$ ; d.  $(7,2 \hat{\mathbf{j}} + 2,2 \hat{\mathbf{k}}) \times 10^{-15} \text{ N}$

11.2 a.  $9,6 \times 10^{-12} \text{ N}$  hacia el sur; b.  $\frac{w}{F_m} = 1,7 \times 10^{-15}$

11.3 a. se dobla hacia arriba; b. se dobla hacia abajo

11.4 a. alineado o antialineado; b. perpendicular

11.5 a.  $1,1 \text{ T}$ ; b.  $1,6 \text{ T}$

11.6  $0,32 \text{ m}$

## Preguntas Conceptuales

1. Ambas dependen del campo. La fuerza eléctrica depende de la carga, mientras que la fuerza magnética depende de la corriente o de la velocidad del flujo de carga.
3. La magnitud de las fuerzas magnéticas del protón y del electrón es la misma, ya que tienen la misma cantidad de carga. Sin embargo, la dirección de estas fuerzas es opuesta. Las aceleraciones son de sentido contrario y el electrón tiene una aceleración mayor que el protón debido a su menor masa.
5. El campo magnético debe apuntar paralelo o antiparalelo a la velocidad.
7. Una brújula apunta hacia el polo norte de un electroimán.
9. La velocidad y el campo magnético pueden ajustarse juntos en cualquier dirección. Si hay una fuerza, la velocidad es perpendicular a ella. El campo magnético también es perpendicular a la fuerza si existe.
11. La fuerza sobre un cable la ejerce un campo magnético externo creado por un cable u otro imán.
13. Los malos conductores tienen una menor densidad de portadores de carga,  $n$ , que, según la fórmula del efecto Hall, se relaciona con un mayor potencial Hall. Los buenos conductores tienen una mayor densidad de portadores de carga  $y$ , por tanto, un menor potencial Hall.

## Problemas

15. a. izquierda; b. dentro de la página; c. arriba de la página; d. sin fuerza; e. derecha; f. abajo
17. a. a la derecha; b. dentro de la página; c. hacia abajo
19. a. dentro de la página; b. a la izquierda; c. fuera de la página
21. a.  $2,64 \times 10^{-8}$  N; norte b. La fuerza es muy pequeña, por lo que esto implica que el efecto de las cargas estáticas en los aviones es insignificante.
23.  $10,1^\circ$ ;  $169,9^\circ$
25. 4,27 m
27. a.  $4,80 \times 10^{-19}$  C; b. 3; c. Esta relación debe ser un número entero porque las cargas deben ser números enteros de la carga básica de un electrón. No hay cargas libres con valores inferiores a esta carga básica y todas las cargas son múltiplos enteros de esta carga básica.
29. (a)  $3,27 \times 10^4$  m/s (b) 12,525 m (c) 292 m (d) 6,83 m.
31. a.  $1,8 \times 10^7$  m/s; b.  $6,8 \times 10^6$  eV; c.  $3,4 \times 10^6$  V
33. a. izquierda; b. dentro de la página; c. arriba; d. sin fuerza; e. derecha; f. abajo
35. a. dentro de la página; b. a la izquierda; c. fuera de la página
37. a. 2,50 N; b. Esto significa que las líneas eléctricas del tren ligero deben estar sujetas para no ser movidas por la fuerza causada por el campo magnético de la Tierra.
39. a.  $\tau = NIAB$ , así que  $\tau$  disminuye un 5,00 % si  $B$  disminuye un 5,00 %; b. 5.26 % de aumento
41. 10,0 A
43.  $A \cdot m^2 \cdot T = A \cdot m^2 \cdot \frac{N}{A \cdot m} = N \cdot m$
45.  $3,48 \times 10^{-26}$  N · m
47. 0,666 N · m
49.  $5,8 \times 10^{-6}$  V
51.  $4,8 \times 10^7$  C/kg
53. a.  $4,4 \times 10^{-8}$  s; b. 0,21 m
55. a.  $1,92 \times 10^{-12}$  J; b. 12 MeV; c. 12 MV; d.  $5,2 \times 10^{-8}$  s; e.  $1,92 \times 10^{-12}$  J, 12 MeV, 12 V,  $10,4 \times 10^{-8}$  s
57. a.  $2,50 \times 10^{-2}$  m; b. Sí, esta distancia entre sus trayectorias es claramente lo suficientemente grande como para separar el U-235 del U-238, ya que es una distancia de 2,5 cm.

## Problemas Adicionales

59.  $-7,2 \times 10^{-15} N \hat{j}$
61.  $9,8 \times 10^{-5} \hat{j} T$ ; las fuerzas magnéticas y gravitacionales deben equilibrarse para mantener el equilibrio dinámico
63.  $1,13 \times 10^{-3} T$
65.  $(1,6\hat{i} - 1,4\hat{j} - 1,1\hat{k}) \times 10^5$  V/m
67. a. movimiento circular en un plano norte, hacia abajo; b.  $(1,61\hat{j} - 0,58\hat{k}) \times 10^{-14} N$

69. El protón tiene más masa que el electrón, por lo que su radio y su periodo serán mayores.
71.  $1,3 \times 10^{-25}$  kg
73. 1:0,707:1
75. 1/4
77. a.  $2,3 \times 10^{-4}$  m; b.  $1,37 \times 10^{-4}$  m
79. a.  $30,0^\circ$ ; b. 4,80 N
81. a. 0,283 N; b. 0,4 N; c. 0 N; d. 0 N
83. 0 N y 0,012 Nm
85. a.  $0,31 \text{ Am}^2$ ; b. 0,16 Nm
87.  $0,024 \text{ Am}^2$
89. a.  $0,16 \text{ Am}^2$ ; b. 0,016 Nm; c. 0,028 J
91. (Prueba)
93.  $4,65 \times 10^{-7}$  V
95. Dado que  $E = Blv$ , donde la anchura es el doble del radio,  $I = 2r$ ,  $I = nqAv_d$ ,  
 $v_d = \frac{I}{nqA} = \frac{I}{nq\pi r^2}$  así que  $E = B \times 2r \times \frac{I}{nq\pi r^2} = \frac{2IB}{nq\pi r} \propto \frac{1}{r} \propto \frac{1}{d}$ .  
 El voltaje Hall es inversamente proporcional al diámetro del cable.
97.  $6,92 \times 10^7$  m/s; 0,602 m
99. a.  $2,4 \times 10^{-19}$  C; b. no es un múltiplo entero de e; c. hay que suponer que todas las cargas tienen múltiplos de e, podría haber otras fuerzas no consideradas
101. a.  $B = 5$  T; b. imán muy grande; c. aplicar un voltaje tan grande

### Problemas De Desafío

103.  $R = (mv \sin \theta) / qB$ ;  $p = \left( \frac{2\pi m}{eB} \right) v \cos \theta$
105.  $IaL^2/2$
107.  $m = \frac{qB_0^2}{8V_{\text{acc}}} x^2$
109. 0,23 N

## Capítulo 12

### Compruebe Lo Aprendido

- 12.1 1,41 metros
- 12.2  $\frac{\mu_0 I}{2R}$
- 12.3 4 amperios saliendo de la página
- 12.4 Ambos tienen una fuerza por unidad de longitud de  $9,23 \times 10^{-12}$  N/m
- 12.5 0,608 metros
- 12.6 En estos casos las integrales alrededor del bucle de Ampère son muy difíciles porque no hay simetría, por lo que este método no sería útil.
- 12.7 a. 1,00382; b. 1,00015
- 12.8 a.  $1,0 \times 10^{-4}$  T; b. 0,60 T; c.  $6,0 \times 10^3$

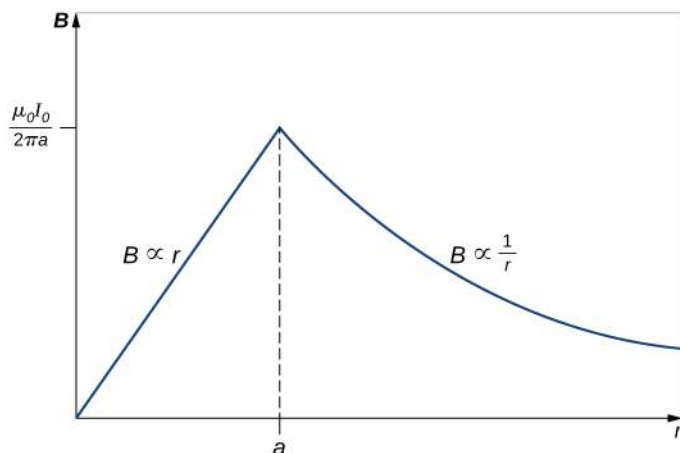
### Preguntas Conceptuales

- La ventaja de la ley de Biot-Savart es que funciona con cualquier campo magnético producido por un bucle de corriente. La desventaja es que puede llevar mucho tiempo.
- Si fuera al inicio de un segmento de línea y calculara el ángulo  $\theta$  para ser aproximadamente  $0^\circ$ , el cable puede considerarse infinito. Este juicio se basa también en la precisión que necesita el resultado.
- Hay que asegurarse de que las corrientes fluyan perpendiculares entre sí.
- Una línea de campo magnético indica la dirección del campo magnético en cualquier punto del espacio. La densidad de las líneas de campo magnético indica la intensidad del campo magnético.
- El resorte se reduce en longitud ya que cada bobina tiene un campo magnético producido por el polo norte junto al polo sur de la siguiente bobina.

11. La ley de Ampère es válida para todas las trayectorias cerradas, pero no es útil para calcular los campos cuando el campo magnético producido carece de simetría que pueda aprovecharse mediante una elección adecuada de la trayectoria.
13. Si no hay corriente dentro del bucle, no hay campo magnético (consulte la ley de Ampère). Fuera de la tubería, puede haber una corriente encerrada a través de la tubería de cobre, por lo que el campo magnético puede no ser cero fuera de esta.
15. La barra magnética se convertirá entonces en dos imanes, cada uno con sus propios polos norte y sur. No hay monopolos magnéticos ni imanes unipolares.

### Problemas

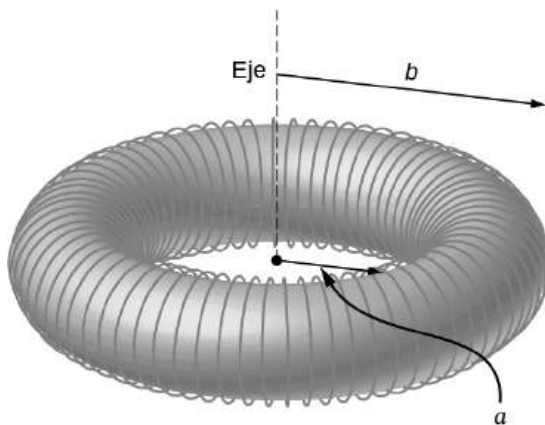
17.  $5,66 \times 10^{-5} \text{T}$
19.  $B = \frac{\mu_0 I}{8} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$  fuera de la página
21.  $a = \frac{2R}{\pi}$ ; la corriente en el cable de la derecha debe subir por la página.
23. 20 A
25. Ambas respuestas tienen la magnitud del campo magnético de  $4,5 \times 10^{-5} \text{T}$ .
27. En P1, el campo magnético neto es cero. En P2,  $B = \frac{3\mu_0 I}{8\pi a}$  hacia la página.
29. El campo magnético es mínimo a la distancia  $a$  del cable superior, o a la mitad de los cables.
31. a.  $F/l = 8 \times 10^{-6} \text{N/m}$  lejos del otro cable; b.  $F/l = 8 \times 10^{-6} \text{N/m}$  hacia el otro cable
33.  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2 b} \left( (a_2 + b_2) \hat{\mathbf{i}} + b \sqrt{(a^2 - b^2)} \hat{\mathbf{j}} \right)$
35. 0,019 m
37.  $N \times 6,28 \times 10^{-5} \text{T}$
39.  $B = \frac{\mu_0 I R^2}{\left( \left( \frac{d}{2} \right)^2 + R^2 \right)^{3/2}}$
41. a.  $\mu_0 I$ ; b. 0; c.  $\mu_0 I$ ; d. 0
43. a.  $3\mu_0 I$ ; b. 0; c.  $7\mu_0 I$ ; d.  $-2\mu_0 I$
45. en el radio  $R$
- 47.



49.  $B = 1,3 \times 10^{-2} \text{T}$
51. aproximadamente ocho vueltas por cm
53.  $B = \frac{1}{2} \mu_0 n I$
55. 0,0181 A
57. 0,0008 T
59. 317,31
61.  $2,1 \times 10^{-4} \text{A} \cdot \text{m}^2$   
2,7 A
63. 0,18 T

## Problemas Adicionales

65.  $B = 1,4 \times 10^{-4} \text{ T}$
67.  $3,2 \times 10^{-19} \text{ N}$  en un arco que se aleja del cable
69. a. por encima y por debajo  $B = \mu_0 j$ , en el centro  $B = 0$ ; b. arriba y abajo  $B = 0$ , en el centro  $B = \mu_0 j$
71.  $\frac{dB}{B} = -\frac{dr}{r}$
73. a. 5026 vueltas; b. 0,00957 T
75.  $B_1(x) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$
77.  $B = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2} R$
79. derivación
81. derivación
83. A medida que la distancia radial llega al infinito, los campos magnéticos de cada una de estas fórmulas llegan a cero.
85. a.  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ ; b.  $B = \frac{\mu_0 J_0 r^2}{3R}$
87.  $B(r) = \mu_0 N I / 2\pi r$



## Problemas De Desafío

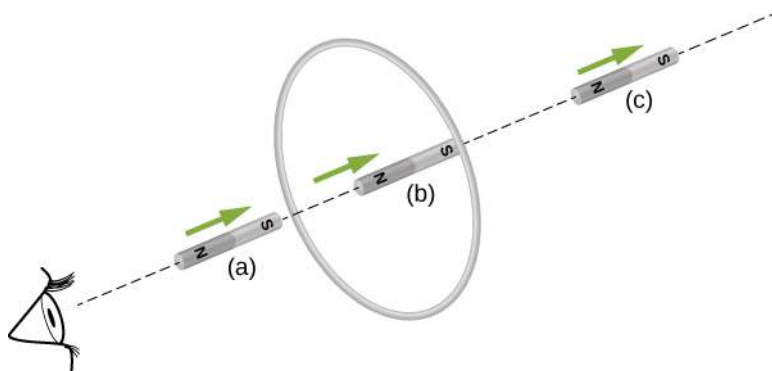
89.  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \ln \frac{x+a}{x}$ .
91. a.  $B = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2} \left[ \frac{2h^2 + R^2}{\sqrt{R^2 + h^2}} - 2h \right]$ ; b.  $B = 4,09 \times 10^{-5} \text{ T}$ , 82 % del campo magnético de la Tierra

## Capítulo 13

### Compruebe Lo Aprendido

- 13.1 1,1 T/s
- 13.2 Para el observador mostrado, la corriente fluye en el sentido de las agujas del reloj a medida que el imán se acerca, disminuye a cero cuando el imán está centrado en el plano de la bobina y, luego, fluye en sentido contrario a las agujas del reloj cuando el imán sale de la bobina





13.4  $\varepsilon = Bl^2 \omega / 2$ , con  $O$  a un potencial más alto que  $S$

13.5 1,5 V

13.6 a. sí; b. Sí; sin embargo, hay una falta de simetría entre el campo eléctrico y la bobina, lo que hace que

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$  una relación más complicada que no se puede simplificar como se muestra en el ejemplo.

13.7  $3,4 \times 10^{-3}$  V/m

13.8  $P_1, P_2, P_4$

13.9 a.  $3,1 \times 10^{-6}$  V; b.  $2,0 \times 10^{-7}$  V/m

### Preguntas Conceptuales

- La emf depende de la velocidad de cambio del campo magnético.
- Ambos tienen los mismos campos eléctricos inducidos; sin embargo, el anillo de cobre tiene una emf inducida mucho mayor porque conduce la electricidad mejor que el anillo de madera.
- a. no; b. sí
- Mientras el flujo magnético cambie de positivo a negativo o de negativo a positivo, puede haber una emf inducida.
- Coloque el bucle de manera que las líneas de campo sean perpendiculares al vector área o paralelas a la superficie.
- a. En el sentido de las agujas del reloj visto desde el circuito; b. En sentido contrario a las agujas del reloj visto desde el circuito
- Cuando el bucle entra, la emf inducida crea una corriente en sentido contrario a las agujas del reloj mientras que cuando el bucle sale esta crea una corriente en el sentido de las agujas del reloj. Mientras el bucle está totalmente dentro del campo magnético, no hay cambio de flujo y, por tanto, no hay corriente inducida.
- a. En sentido contrario a las agujas del reloj visto desde el imán; b. En el sentido de las agujas del reloj visto desde el imán; c. En el sentido de las agujas del reloj visto desde el imán; d. En sentido contrario a las agujas del reloj visto desde el imán; e. En el sentido de las agujas del reloj visto desde el imán; f. sin corriente
- Las cargas positivas en las alas estarían al oeste, o a la izquierda del piloto, mientras que las cargas negativas estarían al este o a la derecha del piloto. Así, las puntas de las alas de la izquierda serían positivas y las de la derecha negativas.
- El trabajo es mayor que la energía cinética porque se necesita energía para contrarrestar la emf inducida.
- La lámina conductora se protege de los campos magnéticos cambiantes creando una emf inducida. Esta emf inducida crea un campo magnético inducido que se opone a cualquier cambio en los campos magnéticos del campo inferior. Por lo tanto, no hay campo magnético neto en la región por encima de esta hoja. Si el campo fuera debido a un campo magnético estático, no se crearía ninguna emf inducida, ya que se necesita un flujo magnético cambiante para inducir una emf. Por lo tanto, este campo magnético estático no estará blindado.
- a. corriente inducida cero, fuerza cero; b. corriente inducida en el sentido de las agujas del reloj, la fuerza es hacia la izquierda; c. corriente inducida cero, fuerza cero; d. corriente inducida en sentido contrario a las agujas del reloj, la fuerza es hacia la izquierda; e. corriente inducida cero, fuerza cero.

## Problemas

25. a. 3,8 V; b. 2,2 V; c. 0 V

$$B = 1,5t, 0 \leq t < 2,0 \text{ ms}, B = 3,0 \text{ mT}, 2,0 \text{ ms} \leq t \leq 5,0 \text{ ms},$$

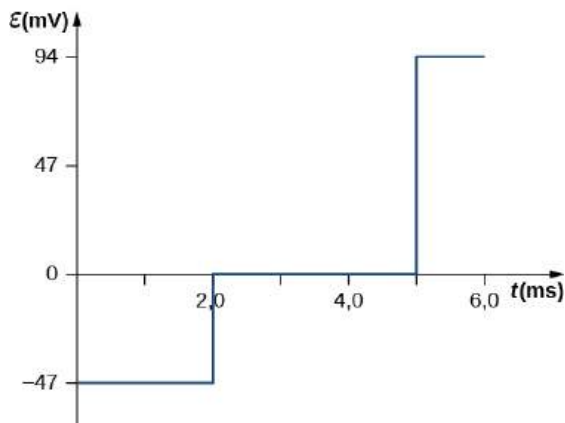
$$B = -3,0t + 18 \text{ mT}, 5,0 \text{ ms} < t \leq 6,0 \text{ ms},$$

27.  $\epsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d(BA)}{dt} = -A \frac{dB}{dt},$

$$\begin{aligned} \epsilon &= -\pi(0,100 \text{ m})^2 (1,5 \text{ T/s}) \\ &= -47 \text{ mV} (0 \leq t < 2,0 \text{ ms}), \end{aligned}$$

$$\epsilon = \pi(0,100 \text{ m})^2 (0) = 0 (2,0 \text{ ms} \leq t \leq 5,0 \text{ ms}),$$

$$\epsilon = -\pi(0,100 \text{ m})^2 (-3,0 \text{ T/s}) = 94 \text{ mV} (5,0 \text{ ms} < t < 6,0 \text{ ms}).$$



29. Cada respuesta es 20 veces las respuestas dadas anteriormente.

31.  $\hat{n} = \hat{k}, d\Phi_m = Cy \text{ sen}(\omega t) dx dy,$

$$\Phi_m = \frac{Cab^2 \text{ sen}(\omega t)}{2},$$

$$\epsilon = -\frac{Cab^2 \omega \text{ cos}(\omega t)}{2}.$$

33. a.  $7,8 \times 10^{-3} \text{ V}$ ; b. En sentido contrario a las agujas del reloj desde la misma vista que el campo magnético

35. a. 150 A hacia abajo a través del resistor; b. 46 A hacia arriba a través del resistor; c. 0,019 A hacia abajo a través del resistor

37. 0,0015 V

39.  $\epsilon = -B_0 l d \omega \text{ cos}(\Omega t) l d + B_0 \text{ sen}(\Omega t) l v$

41.  $\epsilon = Blv \text{ cos} \theta$

43. a.  $2 \times 10^{-19} \text{ T}$ ; b. 1,25 V/m; c. 0,3125 V; d. 16 m/s

45. 0,018 A, en el sentido de las agujas del reloj como se ve en el diagrama

47. 9,375 V/m

49. Adentro,  $B = \mu_0 n I, \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = (\pi r^2) \mu_0 n \frac{dI}{dt}$ , así que,  $E = \frac{\mu_0 n r}{2} \cdot \frac{dI}{dt}$  (adentro). Afuera,

$$E(2\pi r) = \pi R^2 \mu_0 n \frac{dI}{dt}, \text{ así que, } E = \frac{\mu_0 n R^2}{2r} \cdot \frac{dI}{dt} \text{ (afuera)}$$

51. a.  $E_{\text{adentro}} = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}, E_{\text{afuera}} = -\frac{dB}{dt} \frac{R^2}{2r}$ ; b.  $W = 4,19 \times 10^{-23} \text{ J}$ ; c. 0 J; d.  $F_{\text{mag.}} = 4 \times 10^{-13} \text{ N}$ ,  
 $F_{\text{elec.}} = 2,7 \times 10^{-22} \text{ N}$

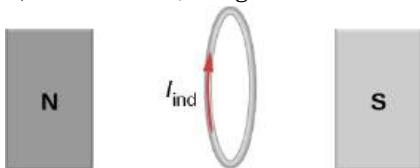
53. 7,1  $\mu\text{A}$

55. tres vueltas con una superficie de 1 m<sup>2</sup>

57. a.  $\omega = 120\pi \text{ rad/s}$ ,  
 $\varepsilon = 850 \sin 120\pi t \text{ V}$ ;  
 b.  $P = 720 \sin^2 120\pi t \text{ W}$ ;  
 c.  $P = 360 \sin^2 120\pi t \text{ W}$
59. a.  $B$  es proporcional a  $Q$ ; b. Si la bobina gira fácilmente, el campo magnético es perpendicular. Si la bobina está en una posición de equilibrio, es paralelo.
61. a. 1,33 A; b. 0,50 A; c. 60 W; d. 37,5 W; e. 22,5 W

### Problemas Adicionales

63.  $4,8 \times 10^6 \text{ A/s}$
65.  $2,83 \times 10^{-4} \text{ A}$ , la siguiente es la dirección para el aumento del campo magnético



67. 0,375 V
69. a. 0,94 V; b. 0,70 N; c. 3,52 J/s; d. 3,52 W
71.  $\left(\frac{dB}{dt}\right) \frac{A}{2\pi r}$
73. a.  $R_f + R_a = \frac{120 \text{ V}}{2,0 \text{ A}} = 60 \Omega$ , así que  $R_f = 50 \Omega$ ;  
 b.  $I = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_i}{R_f + R_a}$ ,  $\Rightarrow \varepsilon_i = 90 \text{ V}$ ;  
 c.  $\varepsilon_i = 60 \text{ V}$

### Problemas De Desafío

75.  $N$  es el número máximo de vueltas permitido.
77. 0,848 V

79.  $\Phi = \frac{\mu_0 I_0 a}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{b}{x}\right)$ ,  $\varepsilon = \frac{\mu_0 I_0 abv}{2\pi x(x+b)}$ ,

así que  $I = \frac{\mu_0 I_0 abv}{2\pi R x(x+b)}$

81. a.  $1,01 \times 10^{-6} \text{ V}$ ; b.  $1,37 \times 10^{-7} \text{ V}$ ; c. 0 V
83. a.  $v = \frac{mgR \sin \theta}{B^2 l^2 \cos^2 \theta}$ ; b.  $mgv \sin \theta$ ; c.  $mc\Delta T$ ; d. la corriente invertiría su dirección pero la barra seguiría deslizándose a la misma velocidad
85. a

$$B = \mu_0 nI, \Phi_m = BA = \mu_0 nIA,$$

$$\varepsilon = 9,9 \times 10^{-4} \text{ V};$$

$$\text{b } 9,9 \times 10^{-4} \text{ V};$$

$$\text{c } \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \varepsilon, \Rightarrow E = 1,6 \times 10^{-3} \text{ V/m}; \text{ d } 9,9 \times 10^{-4} \text{ V};$$

e. no, porque no hay simetría cilíndrica

87. a.  $1,92 \times 10^6 \text{ rad/s} = 1,83 \times 10^7 \text{ rpm}$ ; b. Esta velocidad angular es desmesurada, superior a la que se puede obtener en cualquier sistema mecánico. c. La suposición de que se podría obtener un voltaje tan grande como 12,0 kV no es razonable.

$$89. \frac{2\mu_0\pi a^2 I_0 n\omega}{R}$$

$$91. \frac{mRv_0}{B^2 D^2}$$

## Capítulo 14

### Compruebe Lo Aprendido

**14.1**  $4,77 \times 10^{-2} \text{ V}$

**14.2** a. disminuyendo; b. aumentando; Dado que la corriente fluye en el sentido contrario del diagrama, para obtener una emf positiva en el lado izquierdo del diagrama (a), tenemos que disminuir la corriente hacia la izquierda, lo que crea una emf reforzada donde el extremo positivo está en el lado izquierdo. Para obtener una emf positiva en el lado derecho del diagrama (b), necesitamos aumentar la corriente hacia la izquierda, lo que crea una emf reforzada donde el extremo positivo está en el lado derecho.

**14.3** 40 A/s

**14.4** a  $4,5 \times 10^{-5} \text{ H}$ ; b  $4,5 \times 10^{-3} \text{ V}$

**14.5** a  $2,4 \times 10^{-7} \text{ Wb}$ ; b  $6,4 \times 10^{-5} \text{ m}^2$

**14.6** 0,50 J

**14.8** a. 2,2 s; b. 43 H; c. 1,0 s

**14.10** a  $2,5 \mu\text{F}$ ; b  $\pi/2 \text{ rad}$  o  $3\pi/2 \text{ rad}$ ; c  $1,4 \times 10^3 \text{ rad/s}$

**14.11** a. Sobreamortiguado; b. 0,75 J

### Preguntas Conceptuales

1.  $\frac{\text{Wb}}{\text{A}} = \frac{\text{T}\cdot\text{m}^2}{\text{A}} = \frac{\text{V}\cdot\text{s}}{\text{A}} = \frac{\text{V}}{\text{A/s}}$

3. La corriente inducida de la batería de 12 V pasa por un inductor, generando un gran voltaje.

5. La autoinducción es proporcional al flujo magnético e inversamente proporcional a la corriente. Sin embargo, como el flujo magnético depende de la corriente  $I$ , estos efectos se anulan. Esto significa que la autoinducción no depende de la corriente. Si la emf se induce a través de un elemento, sí depende de cómo cambia la corriente con el tiempo.

7. Considere los extremos de un cable como parte de un circuito  $RL$  y determine la autoinducción de este circuito.

9. El campo magnético se ensanchará al final del solenoide, por lo que hay menos flujo a través de la última vuelta que a través del centro del solenoide.

11. A medida que la corriente fluye a través del inductor, hay una corriente de retorno por la ley de Lenz que se crea para mantener la corriente neta en cero amperios, la corriente inicial.

13. no

15. En  $t = 0$ , o cuando se acciona el interruptor por primera vez.

17.  $1/4$

19. Inicialmente,  $I_{R1} = \frac{\epsilon}{R_1}$  y  $I_{R2} = 0$ , y después de que haya pasado mucho tiempo,  $I_{R1} = \frac{\epsilon}{R_1}$  y  $I_{R2} = \frac{\epsilon}{R_2}$ .

21. sí

23. La amplitud de las oscilaciones de energía depende de la energía inicial del sistema. La frecuencia en un circuito  $LC$  depende de los valores de inductancia y capacitancia.

25. Esto crea un circuito  $RLC$  que disipa energía, haciendo que las oscilaciones disminuyan en amplitud lenta o rápidamente dependiendo del valor de la resistencia.

27. Tendría que elegir una resistencia lo suficientemente pequeña como para que solo se capte una emisora a la vez, pero lo suficientemente grande como para que el sintonizador no tenga que estar ajustado exactamente a la frecuencia correcta. La inductancia o la capacitancia tendrían que variar para sintonizar la emisora, sin embargo, en la práctica, los condensadores variables son mucho más fáciles de construir en un circuito.

### Problemas

29.  $M = 3,6 \times 10^{-3} \text{ H}$

31. a  $3,8 \times 10^{-4}$  H; b  $3,8 \times 10^{-4}$  H  
 33.  $M_{21} = 2,3 \times 10^{-5}$  H  
 35. 0,24 H  
 37. 0,4 A/s  
 39.  $\varepsilon = 480\pi \text{ sen}(120\pi t - \pi/2)$  V  
 41. 0,15 V. Esta es la misma polaridad que la emf que conduce la corriente.  
 43. a. 0,089 H/m; b. 0,44 V/m  
 45.  $\frac{L}{l} = 4,16 \times 10^{-7}$  H/m  
 47. 0,01 A  
 49. 6,0 g  
 51.  $U_m = 7,0 \times 10^{-7}$  J  
 53. a. 4,0 A; b. 2,4 A; c. en R:  $V = 12$  V; en L:  $V = 7,9$  V  
 55.  $0,69\tau$   
 57. a. 2,52 ms; b.  $99,2 \Omega$   
 59. a  $I_1 = I_2 = 1,7$  A; b  $I_1 = 2,73$  A,  $I_2 = 1,36$  A; c  $I_1 = 0$ ,  $I_2 = 0,54$  A; d  $I_1 = I_2 = 0$   
 61. realice una prueba con la  
 63.  $\omega = 3,2 \times 10^7$  rad/s  
 65. a  $1,57 \times 10^{-6}$  s; b  $3,93 \times 10^{-7}$  s  
 67.  $q = \frac{qm}{\sqrt{2}}$ ,  $I = \frac{qm}{\sqrt{2}LC}$   
 $C = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L}$   
 69.  $f_1 = 540$  Hz;  $C_1 = 3,5 \times 10^{-11}$  F  
 $f_2 = 1.600$  Hz;  $C_2 = 4,0 \times 10^{-12}$  F  
 71. 6,9 ms

### Problemas Adicionales

73. Sea  $a$  igual al radio del alambre largo y delgado,  $r$  el lugar donde se mide el campo magnético, y  $R$  el límite superior del problema donde tomaremos  $R$  al acercarse al infinito.

$$\text{En el exterior, } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad \text{En el interior, } B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}$$

Realice una prueba.

$$U = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi} \left( \frac{1}{4} + \ln \frac{R}{a} \right)$$

$$\text{Así que, } \frac{2U}{I^2} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left( \frac{1}{4} + \ln \frac{R}{a} \right) \quad \text{y } L = \infty$$

75.  $M = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{d+a}{d}$   
 77. a. 100 T; b. 2 A; c. 0,50 H  
 79. a. 0 A; b. 2,4 A  
 81. a  $2,50 \times 10^6$  V; (b) El voltaje es tan extremadamente alto que se produciría un arco eléctrico y la corriente no se reduciría tan rápidamente. (c) No es razonable apagar una corriente tan grande en un inductor tan grande en un tiempo tan extremadamente corto.

### Problemas De Desafío

83. prueba  
 85. a  $\frac{dB}{dt} = 6 \times 10^{-6}$  T/s; b  $\Phi = \frac{\mu_0 a I}{2\pi} \ln \left( \frac{a+b}{b} \right)$ ; c. 4,4 nA

## Capítulo 15

### Compruebe Lo Aprendido

- 15.1 10 ms  
 15.2 a (20 V) sen  $200\pi t$ , (0,20 A) sen  $200\pi t$ ; b (20 V) sen  $200\pi t$ , (0,13 A) sen  $(200\pi t + \pi/2)$ ; c (20 V) sen  $200\pi t$ , (2,1 A) sen  $(200\pi t - \pi/2)$

- 15.3  $v_R = (V_0 R/Z) \text{ sen } (\omega t - \phi)$ ;  $v_C = (V_0 X_C/Z) \text{ sen } (\omega t - \phi + \pi/2) = -(V_0 X_C/Z) \text{ cos } (\omega t - \phi)$ ;  
 $v_L = (V_0 X_L/Z) \text{ sen } (\omega t - \phi - \pi/2) = (V_0 X_L/Z) \text{ cos } (\omega t - \phi)$
- 15.4  $v(t) = (10,0 \text{ V}) \text{ sen } 90\pi t$
- 15.5 2,00 V; 10,01 V; 8,01 V
- 15.6 a. 160 Hz; b 40  $\Omega$ ; c (0,25 A) sen  $10^3 t$ ; d. 0,023 rad
- 15.7 a. reducido a la mitad; b. reducido a la mitad; c. igual
- 15.8  $v(t) = (0,14 \text{ V}) \text{ sen } (4,0 \times 10^2 t)$
- 15.9 a. 12:1; b. 0,042 A; c  $2,6 \times 10^3 \Omega$

### Preguntas Conceptuales

- La frecuencia angular es  $2\pi$  veces la frecuencia.
- sí para ambos
- La potencia instantánea es la potencia en un instante determinado. La potencia media es la potencia promediada en un ciclo o número de ciclos.
- La potencia instantánea puede ser negativa, pero la potencia de salida no puede ser negativa.
- Las pérdidas térmicas son menores si las líneas de transmisión funcionan con corrientes bajas y voltajes altos.
- El adaptador tiene un transformador reductor para tener un voltaje más bajo y posiblemente una corriente más alta a la que el dispositivo puede funcionar.
- para que cada bobina pueda experimentar el mismo flujo magnético cambiante

### Problemas

15. a 530  $\Omega$ ; b 53  $\Omega$ ; c 5,3  $\Omega$
17. a 1,9  $\Omega$ ; b 19  $\Omega$ ; c 190  $\Omega$
19. 360 Hz
21.  $i(t) = (3,2 \text{ A}) \text{ sen } (120\pi t)$
23. a 38  $\Omega$ ; b  $i(t) = (4,24 \text{ A}) \text{ sen } (120\pi t - \pi/2)$
25. a 770  $\Omega$ ; b. 0,16 A; c  $I = (0,16 \text{ A}) \text{ cos } (120\pi t - 0,33\pi)$ ; d  $v_R = 62 \text{ cos } (120\pi t)$ ;  $v_C = 103 \text{ cos } (120\pi t - \pi/2)$
27. a 690  $\Omega$ ; b. 0,15 A; c  $I = (0,15 \text{ A}) \text{ sen } (1.000\pi t - 0,753)$ ; d 1.100  $\Omega$ , 0,092 A,  
 $I = (0,092 \text{ A}) \text{ sen } (1.000\pi t + 1,09)$
29. a 5,7  $\Omega$ ; b  $29^\circ$ ; c  $I = (30, \text{ A}) \text{ cos } (120\pi t + 0,51)$
31. a. 0,89 A; b. 5,6A; c. 1,4 A
33. a. 5,3 W; b. 2,1 W
35. a. inductor; b  $X_L = 52 \Omega$
37.  $1,3 \times 10^{-6} \text{ F}$
39. a. 820 Hz; b. 7,8
41. a. 50 Hz; b. 50 W; c. 6,32; d. 50 rad/s
43. La reactancia del condensador es mayor que la reactancia del inductor, porque la corriente lidera el voltaje. El consumo de energía es de 30 W.
45. a. 45:1; b. 0,68 A, 0,015 A; c 160  $\Omega$
47. a. 41 vueltas; b. 40,9 mA

### Problemas Adicionales

49. a.  $i(t) = (1,26 \text{ A}) \text{ sen } (200\pi t + \pi/2)$ ; b  $i(t) = (7,96 \text{ A}) \text{ sen } (200\pi t - \pi/2)$ ; c  $i(t) = (2 \text{ A}) \text{ sen } (200\pi t)$
51. a.  $2,5 \times 10^3 \Omega$ ,  $3,6 \times 10^{-3} \text{ A}$ ; b 7,5  $\Omega$ , 1,2A
53. a. 19 A; b. los cables del inductor por  $90^\circ$
55. 11,7  $\Omega$
57. 14 W
59. a.  $5,9 \times 10^4 \text{ W}$ ; b  $1,64 \times 10^{11} \text{ W}$

## Problemas De Desafío

61. a. 335 MV; b. el resultado es demasiado alto, muy por encima del voltaje de ruptura del aire en distancias razonables; c. el voltaje de entrada es demasiado alto
63. a. 20  $\Omega$ ; b. 0,5 A; c. 5,4°, con retraso;  
 $V_R = (9,96 \text{ V}) \cos(250\pi t + 5,4^\circ)$ ,  $V_C = (12,7 \text{ V}) \cos(250\pi t + 5,4^\circ - 90^\circ)$ ,  
 d.  $V_L = (11,8 \text{ V}) \cos(250\pi t + 5,4^\circ + 90^\circ)$ ,  $V_{\text{fuente}} = (10,0 \text{ V}) \cos(250\pi t)$ ; e. 0,995; f. 6,25 J
65. a. 0,75  $\Omega$ ; b. 7,5  $\Omega$ ; c. 0,75  $\Omega$ ; d. 7,5  $\Omega$ ; e. 1,3  $\Omega$ ; f. 0,13  $\Omega$
67. Las unidades como se escriben para la reactancia inductiva en la [Ecuación 15.8](#) son  $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$  H. Los radianes pueden ignorarse en el análisis de las unidades. El henrio puede definirse como  $H = \frac{\text{V}\cdot\text{s}}{\text{A}} = \Omega \cdot \text{s}$ . Si se combinan, se obtiene una unidad de  $\Omega$  para la reactancia.
69. a. 156 V; b. 42 V; c. 154 V
71. a.  $\frac{v_{\text{salida}}}{v_{\text{entrada}}} = \frac{1}{\sqrt{1+1/\omega^2 R^2 C^2}}$  y  $\frac{v_{\text{salida}}}{v_{\text{entrada}}} = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$ ; b.  $v_{\text{salida}} \approx v_{\text{entrada}}$  y  $v_{\text{salida}} \approx 0$

## Capítulo 16

### Compruebe Lo Aprendido

- 16.1 Es mayor inmediatamente después de conectar la corriente. La corriente de desplazamiento y el campo magnético de la misma son proporcionales a la tasa de cambio del campo eléctrico entre las placas, que es mayor cuando las placas comienzan a cargarse.
- 16.2 No. El campo eléctrico cambiante según la versión modificada de la ley de Ampère induciría necesariamente un campo magnético cambiante.
- 16.3 (1) la ley de Faraday, (2) la ley de Ampère-Maxwell
- 16.4 a. Las direcciones de propagación de la onda, del campo  $E$  y del campo  $B$  son mutuamente perpendiculares. b. La velocidad de la onda electromagnética es la velocidad de la luz  $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  independiente de la frecuencia. c. La relación entre las amplitudes de los campos eléctricos y magnéticos es  $E/B = c$ .
- 16.5 Su aceleración disminuiría porque la fuerza de radiación es proporcional a la intensidad de la luz del Sol, que disminuye con la distancia. Su velocidad, sin embargo, no cambiaría si no fuera por los efectos de la gravedad del Sol y los planetas.
- 16.6 Se encuentran en diferentes rangos de longitud de onda y, por tanto, también en diferentes rangos de frecuencia.

### Preguntas Conceptuales

- La corriente que entra en el condensador para cambiar el campo eléctrico entre las placas es igual a la corriente de desplazamiento entre las placas.
- La primera demostración requiere simplemente observar la corriente producida en un cable que experimenta un campo magnético cambiante. La segunda demostración requiere mover la carga eléctrica de un lugar a otro y, por tanto, implica corrientes eléctricas que generan un campo eléctrico cambiante. Los campos magnéticos de estas corrientes no se separan fácilmente del campo magnético que produce la corriente de desplazamiento.
- en (a), porque el campo eléctrico es paralelo al cable, acelerando los electrones
- Una corriente constante en un circuito de corriente continua no produce ondas electromagnéticas. Si la magnitud de la corriente varía permaneciendo en la misma dirección, los cables emitirán ondas electromagnéticas, por ejemplo, si la corriente se enciende o se apaga.
- La cantidad de energía (alrededor de 100 W/m<sup>2</sup>) puede producir rápidamente un cambio considerable de temperatura, pero la ligera presión (alrededor de  $3,00 \times 10^{-7}$  N/m<sup>2</sup>) es demasiado pequeño para notarlo.
- Tiene la magnitud del flujo de energía y apunta en la dirección de propagación de la onda. Da la dirección del flujo de energía y la cantidad de energía por área transportada por segundo.
- La fuerza sobre una superficie que actúa en el tiempo  $\Delta t$  es el momento que la fuerza impartiría al objeto. El cambio de momento de la luz se duplica si la luz se refleja al comparar con el momento cuando se

absorbe, por lo que la fuerza que actúa sobre el objeto es el doble.

15. a. Según la regla de la mano derecha, el sentido de la propagación de la energía se invertiría. b. Esto dejaría el vector  $\vec{S}$ , y por tanto la dirección de propagación, la misma.
17. a. Las ondas de radio se producen generalmente mediante una corriente alterna en un cable o un campo eléctrico oscilante entre dos placas; b. La radiación infrarroja es producida comúnmente por cuerpos calentados cuyos átomos y las cargas que los componen vibran a la frecuencia adecuada.
19. a. azul; b. La luz de longitudes de onda más largas que el azul atraviesa el aire con menos dispersión, mientras que una mayor parte de la luz azul se dispersa en diferentes direcciones en el cielo para darle ese color azul.
21. Una antena típica tiene una respuesta más fuerte cuando los alambres que la forman están orientados en paralelo al campo eléctrico de la onda de radio.
23. No, es muy estrecho y solo una pequeña porción del espectro electromagnético general.
25. La luz visible se produce normalmente por los cambios de energía de los electrones en átomos y moléculas orientados al azar. Las ondas de radio suelen ser emitidas por una ac que fluye a lo largo de un cable, que tiene una orientación fija y produce campos eléctricos orientados en determinadas direcciones.
27. El radar puede observar objetos del tamaño de un avión y utiliza ondas de radio de unos 0,5 cm de longitud de onda. La luz visible puede utilizarse para ver células biológicas individuales y tiene longitudes de onda de aproximadamente  $10^{-7}$  m.
29. Ondas de radio ELF
31. La frecuencia de 2,45 GHz de un horno microondas está cerca de las frecuencias específicas de la banda de 2,4 GHz utilizada para el WiFi.

## Problemas

33. 
$$B_{\text{ind}} = \frac{\mu_0}{2\pi r} I_{\text{ind}} = \frac{\mu_0}{2\pi r} \epsilon_0 \frac{\partial \Phi_E}{\partial t} = \frac{\mu_0}{2\pi r} \epsilon_0 \left( A \frac{\partial E}{\partial t} \right) = \frac{\mu_0}{2\pi r} \epsilon_0 A \left( \frac{1}{d} \frac{dV(t)}{dt} \right)$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi r} \left[ \frac{\epsilon_0 A}{d} \right] \left[ \frac{1}{C} \frac{dQ(t)}{dt} \right] = \frac{\mu_0}{2\pi r} \frac{dQ(t)}{dt} \quad \text{porque } C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$
35. a  $I_{\text{res}} = \frac{V_0 \text{ sen } \omega t}{R}$ ; b  $I_d = CV_0 \omega \cos \omega t$ ;  
 c  $I_{\text{real}} = I_{\text{res}} + \frac{dQ}{dt} = \frac{V_0 \text{ sen } \omega t}{R} + CV_0 \frac{d}{dt} \text{ sen } \omega t = \frac{V_0 \text{ sen } \omega t}{R} + CV_0 \omega \cos \omega t$ ; que es la suma de  $I_{\text{res}}$  y  $I_{\text{real}}$ , consistente con el modo en que la corriente de desplazamiento mantiene la continuidad de la corriente.
37.  $1,77 \times 10^{-3}$  A
39.  $I_d = (7,97 \times 10^{-10} \text{ A}) \text{ sen } (150 t)$
41. 499 s
43. 25 m
45. a. 5.00 V/m; b  $9,55 \times 10^8$  Hz; c. 31,4 cm; d. hacia el eje +x;  
 e.  $B = (1,67 \times 10^{-8} \text{ T}) \cos [kx - (6 \times 10^9 \text{ s}^{-1}) t + 0,40] \hat{\mathbf{k}}$
47.  $I_d = \pi \epsilon_0 \omega R^2 E_0 \text{ sen } (kx - \omega t)$
49. El campo magnético es descendente y tiene una magnitud  $2,00 \times 10^{-8}$  T.
51. a  $6,45 \times 10^{-3}$  V/m; b. 394 m
53. 11,5 m
55.  $5,97 \times 10^{-3}$  W/m<sup>2</sup>
57. a.  $E_0 = 1,027$  V/m,  $B_0 = 3,42 \times 10^{-6}$  T; b.  $3,96 \times 10^{26}$  W
59.  $20,8$  W/m<sup>2</sup>
61. a  $4,42 \times 10^{-6}$  W/m<sup>2</sup>; b  $5,77 \times 10^{-2}$  V/m
63. a  $7,47 \times 10^{-14}$  W/m<sup>2</sup>; b  $3,66 \times 10^{-13}$  W; c. 1,12 W
65.  $1,99 \times 10^{-11}$  N/m<sup>2</sup>  

$$F = ma = (p) (\pi r^2), \quad p = \frac{ma}{\pi r^2} = \frac{\epsilon_0}{2} E_0^2$$
67. 
$$E_0 = \sqrt{\frac{2ma}{\epsilon_0 \pi r^2}} = \sqrt{\frac{2(10^{-8} \text{ kg})(0,30 \text{ m/s}^2)}{(8,854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)(\pi)(2 \times 10^{-6} \text{ m})^2}}$$

$$E_0 = 7,34 \times 10^6 \text{ V/m}$$



69. a  $4,50 \times 10^{-6}$  N; b. se reduce a la mitad de la presión,  $2,25 \times 10^{-6}$  N
71. a  $W = \frac{1}{2} \frac{\pi^2 r^4}{mc^2} I^2 t^2$ ; b.  $E = \pi r^2 I t$
73. a  $1,5 \times 10^{18}$  Hz; b. Rayos X
75. a. El rango de longitudes de onda es de 187 m a 556 m. b. El rango de longitudes de onda es de 2,78 m a 3,41 m.
77.  $P' = \left(\frac{12 \text{ m}}{30 \text{ m}}\right)^2 (100 \text{ mW}) = 16 \text{ mW}$
79. el tiempo para 1 bit =  $1,27 \times 10^{-8}$  s, la diferencia en el tiempo de viaje es  $5,34 \times 10^{-8}$  s
81. a  $1,5 \times 10^{-9}$  m; b  $5,9 \times 10^{-7}$  m; c  $3,0 \times 10^{-15}$  m
83.  $5,17 \times 10^{-12}$  T, el campo geomagnético no oscilante de 25-65  $\mu\text{T}$  es mucho más grande
85. a  $1,33 \times 10^{-2}$  V/m; b  $4,44 \times 10^{-11}$  T; c  $3,00 \times 10^8$  m
87. a  $5,00 \times 10^6$  m; b. onda de radio; c  $4,33 \times 10^{-5}$  T

### Problemas Adicionales

89.  $I_d = (10 \text{ N/C}) (8,845 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) \pi(0,03 \text{ m})^2 (5.000 \frac{1}{\text{s}}) = 1,25 \times 10^{-9} \text{ A}$
91.  $3,75 \times 10^7$  km, que es mucho mayor que la circunferencia de la Tierra
93. a. 564 W; b  $1,80 \times 10^4$  W/m<sup>2</sup>; c  $3,68 \times 10^3$  V/m; d  $1,23 \times 10^{-5}$  T
95. a  $5,00 \times 10^3$  W/m<sup>2</sup>; b  $3,88 \times 10^{-6}$  N; c  $5,18 \times 10^{-12}$  N
97. a  $I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2} \propto \frac{1}{r^2}$ ; b  $I \propto E_0^2$ ,  $B_0^2 \Rightarrow E_0^2$ ,  $B_0^2 \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow E_0, B_0 \propto \frac{1}{r}$

$$\text{La energía en el cable} = \int \vec{S} \cdot d\vec{A} = \left(\frac{1}{\mu_0} EB\right) (2\pi r L)$$

99.

$$= \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{V}{L}\right) \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\right) (2\pi r L) = iV = i^2 R$$

101. 0,431

103. a  $1,5 \times 10^{11}$  m; b  $5,0 \times 10^{-7}$  s; c. 33 ns

$$\text{sonido: } \lambda_{\text{sonido}} = \frac{v_s}{f} = \frac{343 \text{ m/s}}{20,0 \text{ Hz}} = 17,2 \text{ m}$$

105.

$$\text{radio: } \lambda_{\text{radio}} = \frac{c}{f} = \frac{3,00 \times 10^8 \text{ m/s}}{1,030 \times 10^3 \text{ Hz}} = 291 \text{ m; o } 17,1 \lambda_{\text{sonido}}$$

### Problemas De Desafío

107. a  $0,29 \mu\text{m}$ ; b. La presión de radiación es mayor que la gravedad del Sol si el tamaño de la partícula es menor, porque la fuerza gravitatoria varía como el radio al cubo mientras que la presión de radiación varía como el radio al cuadrado. c. La fuerza de radiación hacia el exterior implica que las partículas más pequeñas tienen menos probabilidades de estar cerca del Sol que fuera del rango de la presión de radiación del Sol.



# ÍNDICE

## A

ac [669](#)  
 agitación térmica [730](#)  
 aguja de brújula [498](#)  
 aislamiento [41](#)  
 aislante [189](#)  
 ambiente [112](#)  
 amortiguación magnética [607](#),  
[609](#)  
 Ampère [499](#)  
 amperímetro [467](#)  
 amperio [386](#), [548](#)  
 ancho de banda [686](#)  
 ángulo de fase [676](#)  
 ánodo [436](#)  
 antena de media onda [716](#)  
 antena dipolar [716](#)  
 Arago [499](#)  
 atracción electrostática [185](#)  
 auroras [507](#)  
 autoinducción [640](#)  
 Avogadro [74](#)

## B

Bardeen [419](#)  
 batería [435](#)  
 batería de plomo-ácido [436](#)  
 Bernoulli [81](#)  
 Biot [499](#)  
 Bluetooth [732](#)  
 Boltzmann [72](#)  
 bomba de calor [150](#), [159](#)  
 Botella de Leyden [184](#)  
 Boyle [71](#)

## C

cable coaxial [353](#), [645](#), [578](#)  
 cable lineal infinito [208](#)  
 caída de potencial [438](#), [456](#)  
 calor [20](#)  
 calor de fusión [32](#)  
 calor de sublimación [35](#)  
 calor de vaporización [32](#)  
 calor específico [22](#)

caloría [20](#)  
 calorimetría [26](#)  
 calorímetro [26](#)  
 cámara con flash [474](#)  
 cámara de chispas [302](#)  
 campo eléctrico [198](#)  
 campo eléctrico inducido [368](#),  
[603](#)  
 campo escalar [200](#)  
 campo vectorial [199](#)  
 cañón de riel [597](#)  
 capacidad calorífica molar a  
 presión constante [129](#)  
 capacidad calorífica molar a  
 volumen constante [91](#), [128](#)  
 capacitancia [347](#)  
 carga eléctrica [184](#)  
 carga por inducción [191](#)  
 cargas superficiales inducidas  
[368](#)  
 Carnot [155](#)  
 cátodo [436](#)  
 celdas solares [467](#)  
 centrales eléctricas [148](#)  
 cero absoluto [11](#)  
 Chadwick [187](#)  
 Charles [72](#)  
 ciclo de Carnot [155](#)  
 ciclo de Otto [178](#)  
 ciclodiesel [179](#)  
 ciclotrón [523](#)  
 cinturones de radiación de Van  
 Allen [507](#)  
 circuito [389](#)  
 circuito de bucle múltiple) [455](#)  
 circuito en paralelo [441](#)  
 circuito en serie [441](#)  
 circuito en serie RLC [675](#)  
 circuito LC [652](#)  
 circuito RC [470](#)  
 circuito RLC [656](#)  
 Clausius [147](#)  
 coeficiente de dilatación lineal  
[14](#)

coeficiente de expansión  
 (dilatación) volumétrica [17](#)  
 coeficiente de rendimiento [152](#)  
 coeficientes de calor latente [33](#)  
 combinación en paralelo [358](#)  
 combinación en serie [357](#)  
 cometa McNaught [703](#)  
 cometas [724](#)  
 compresiones adiabáticas [130](#)  
 condensación [27](#)  
 condensador [346](#), [671](#)  
 condensador de placas  
 paralelas [346](#)  
 condensador electrolítico [353](#)  
 condensador variable de aire  
[353](#)  
 conducción [36](#)  
 conductividad eléctrica [397](#)  
 conductividad térmica [39](#)  
 conductor [189](#)  
 congelación [27](#)  
 congelación del agua [17](#)  
 conmutador [515](#)  
 conservación de energía [119](#)  
 constante de Boltzmann [72](#)  
 constante de tiempo [472](#)  
 constante de tiempo inductiva  
[648](#)  
 constante dieléctrica [365](#)  
 constante universal de los  
 gases [75](#)  
 convección [44](#)  
 convección forzada [44](#)  
 convección natural [44](#)  
 Cooper [419](#)  
 corriente alterna (ac) [668](#)  
 corriente continua (dc) [668](#)  
 corriente convencional [390](#)  
 corriente de desplazamiento  
[705](#)  
 corriente de Foucault [607](#)  
 corriente eléctrica [387](#)  
 corriente rms [672](#)  
 cortocircuito [477](#)

Coulomb [184](#)  
 coulombio [184](#), [549](#)

## D

dalton [74](#), [87](#)  
 Davy [499](#)  
 Debye [27](#)  
 declaración de Clausius de la segunda ley de la termodinámica [147](#)  
 declaración de entropía de la segunda ley de la termodinámica [163](#)  
 declaración de Kelvin de la segunda ley de la termodinámica [152](#)  
 dees [523](#)  
 densidad de carga lineal [205](#)  
 densidad de carga superficial [205](#)  
 densidad de corriente [395](#)  
 densidad de energía [718](#)  
 densidad de energía magnética [645](#)  
 densidad de líneas de campo [214](#)  
 densidad del agua [17](#)  
 densidad energética [362](#)  
 derretimiento [27](#)  
 desfibrilador [364](#)  
 desorden [166](#)  
 destellos de cámara [642](#)  
 detectores de metales [611](#), [641](#)  
 diagrama de fases [28](#)  
 diagrama pV [78](#)  
 diagramas fasoriales [671](#)  
 dieléctrico [346](#)  
 diferencia de potencial [434](#)  
 diferencia de potencial eléctrico [294](#)  
 dilatación térmica [13](#)  
 diodo [409](#)  
 dipolar inducido [218](#)  
 dipolo [190](#)  
 dipolo eléctrico [308](#)  
 dipolo magnético [517](#)  
 dipolo permanente [217](#)  
 discos duros [619](#)  
 distribución de carga continua

[204](#)  
 distribución de Maxwell-Boltzmann [96](#)  
 dominios magnéticos [567](#)

## E

ecuación de estado [114](#)  
 ecuación de estado de van der Waals [77](#)  
 ecuación de fuerza de Lorentz [707](#)  
 ecuación del transformador [691](#)  
 ecuaciones de Maxwell [704](#)  
 efecto Hall [518](#)  
 efecto invernadero [51](#)  
 efecto Meissner [418](#)  
 efecto pellizco [548](#)  
 eficiencia (e) [149](#)  
 el ámbar [183](#)  
 electricidad estática [182](#)  
 electrón [186](#)  
 electrones de conducción [189](#)  
 electrones libres [264](#)  
 electronvoltio [297](#)  
 electrostática [196](#)  
 emf [586](#)  
 emf inducida [587](#)  
 emf inducida de movimiento [598](#)  
 emisividad [48](#)  
 energía interna [20](#), [83](#), [117](#)  
 energía potencial eléctrica [286](#)  
 energía térmica) [20](#)  
 entorno [112](#)  
 entropía [160](#)  
 equilibrio [113](#)  
 equilibrio térmico [8](#), [113](#)  
 equivalente mecánico del calor [21](#)  
 escala Celsius [10](#)  
 escala de temperatura absoluta [11](#)  
 escala Fahrenheit [10](#)  
 escala kelvin [11](#)  
 espectrómetro de masas [521](#)  
 esquema [389](#)  
 evaporación [27](#)  
 expansión adiabática [130](#)

expansión isotérmica [115](#)

## F

factor de calidad [686](#)  
 factor de potencia [682](#)  
 factor R [41](#)  
 Faraday [347](#), [499](#), [586](#)  
 faradio [347](#)  
 fluido supercrítico [28](#)  
 flujo [236](#), [705](#)  
 flujo de energía [719](#)  
 flujo eléctrico [237](#)  
 flujo magnético [587](#)  
 fotoconductor [330](#)  
 Franklin [184](#), [390](#)  
 frecuencia de resonancia [685](#)  
 fuerza contraelectromotriz [616](#)  
 fuerza de Coulomb [193](#)  
 fuerza eléctrica [185](#)  
 fuerza electromotriz (emf) [434](#)  
 fuerza electrostática [196](#)  
 fuerza magnética [501](#)  
 funciones de estado [119](#)

## G

gas de van der Waals [116](#)  
 gas ideal [72](#)  
 Gauss [236](#), [501](#)  
 generador Van de Graaff [306](#)  
 generadores [612](#)  
 generadores de Van de Graaff [328](#)  
 Gilbert [184](#)  
 gradiente [317](#)  
 grado Celsius [10](#)  
 grado de libertad [92](#)  
 grado Fahrenheit [10](#)

## H

Hall [518](#)  
 henrio (H) [637](#)  
 Henry [637](#)  
 Hertz [709](#)  
 hielo seco [29](#)  
 histéresis [569](#)  
 humedad relativa [89](#)

## I

imagen de resonancia

magnética [561](#)  
 impedancia [677](#)  
 impresora de inyección de tinta [331](#)  
 impresora láser [330](#)  
 inductancia mutua (M) [636](#)  
 inductor [640, 673](#)  
 intensidad [719](#)  
 interruptor de circuito de falla a tierra [481](#)  
 ion [187](#)  
 irreversibilidad [147](#)  
 isentrópicas [168](#)  
 isobárico [126](#)

## J

Joule [21](#)  
 juntas de expansión [13](#)

## K

Kamerlingh Onnes [417](#)  
 kilocaloría [20](#)  
 Kirchhoff [455](#)

## L

la estimulación magnética transcraneal (EMT) [620](#)  
 La inductancia [636](#)  
 la ley de Ampère. [553](#)  
 la ley de Boyle [71](#)  
 la ley de Faraday [637](#)  
 la ley de Lenz [590](#)  
 la ley de Ohm [408](#)  
 la segunda regla de la mano derecha [591](#)  
 Lenz [590](#)  
 ley cero de termodinámica [8, 113](#)  
 ley de [72](#)  
 ley de Biot-Savart [540](#)  
 ley de conservación de la carga [186](#)  
 Ley de Dulong y Petit [95](#)  
 ley de Gay-Lussac [72](#)  
 ley de los gases ideales [72](#)  
 ley de Ohm [406](#)  
 ley de presiones parciales de Dalton [87](#)  
 ley de Stefan-Boltzmann de

radiación [49](#)  
 límite [112](#)  
 líneas de campo [213](#)  
 líneas de campo magnético [504](#)  
 líneas de transmisión [689](#)  
 líneas equipotenciales [319](#)  
 Los comprobadores de baterías [440](#)  
 Los rayos X [733](#)  
 luz visible [732](#)

## M

magnetorresistencia gigante [499, 619](#)  
 máquina de Carnot [155](#)  
 máquina perfecta [152](#)  
 máquina térmica [148](#)  
 marcapasos [475](#)  
 material ferromagnético [565](#)  
 material paramagnético [565](#)  
 materiales diamagnéticos [565](#)  
 Maxwell [93, 704](#)  
 medidor analógico [469](#)  
 medidor digital [470](#)  
 membranas celulares [354](#)  
 microondas [730](#)  
 mol [74](#)  
 momento dipolar [217](#)  
 momento dipolar eléctrico [310](#)  
 momento dipolar inducido eléctrico [369](#)  
 momento dipolar magnético [517](#)  
 monopolos magnéticos [505](#)  
 motor de arranque [387](#)  
 motor de combustión interna [149](#)  
 motor de Stirling [164](#)  
 motores [515](#)  
 movimiento helicoidal [507](#)

## N

neutrón [187](#)  
 no cuasiestáticos [125](#)  
 no fónico [406](#)  
 núcleo [186](#)  
 número de Avogadro [74](#)

## O

Oersted [499](#)  
 Ohm [406](#)  
 óhmetro [470](#)  
 óhmico [406](#)  
 ohmio [397](#)  
 ondas de radio [729](#)

## P

pararrayos [327](#)  
 pares de Cooper [419](#)  
 permeabilidad del espacio libre [540](#)  
 permitividad del espacio libre [705](#)  
 permitividad del vacío [193](#)  
 pila voltaica [434](#)  
 plano infinito [211](#)  
 polarización [190, 264](#)  
 polo norte magnético [498](#)  
 polo sur magnético [498](#)  
 potencia eléctrica [410](#)  
 potencia media [681](#)  
 potencial eléctrico [293](#)  
 precipitadores electrostáticos [332](#)  
 presión crítica [28](#)  
 presión de radiación [724](#)  
 presión de vapor [29, 88](#)  
 presión parcial [87](#)  
 primera ley de la termodinámica [119](#)  
 principio de Carnot [158](#)  
 principio de superposición [195](#)  
 procesamiento digital de señales [638](#)  
 proceso adiabático [127](#)  
 proceso cíclico [127](#)  
 proceso cuasiestático [115, 125](#)  
 proceso irreversible [147](#)  
 proceso isocórico [126](#)  
 proceso isotérmico [125](#)  
 proceso reversible [127, 146](#)  
 proceso termodinámico [125](#)  
 protones [186](#)  
 puesta a tierra [320](#)  
 punto crítico [28](#)  
 punto triple [12, 29](#)

**R**

radar [730](#)  
 radiación [36](#)  
 radiación infrarroja [732](#)  
 radiación ultravioleta [733](#)  
 rapidez más probable [99](#)  
 rayos cósmicos [507](#)  
 rayos gamma (rayos  $\gamma$ ) [734](#)  
 reactancia capacitiva [672](#)  
 reactancia inductiva [673](#)  
 refrigerador [150, 452](#)  
 refrigerador perfecto [153](#)  
 regla de la mano derecha [545](#)  
 regla de la mano derecha-1 [501](#)  
 regla de las tensiones [456](#)  
 regla de nodos [455](#)  
 reglas de Kirchhoff [455](#)  
 repulsión electrostática [185](#)  
 reservorio caliente [148](#)  
 reservorio frío [148](#)  
 resistencia [401](#)  
 resistencia dieléctrica [327, 370](#)  
 resistencia equivalente [441](#)  
 resistencia interna [437](#)  
 resistividad [398](#)  
 resistor [670](#)  
 riesgo de choque [477](#)  
 riesgo térmico [477](#)  
 ruptura dieléctrica [370](#)  
 Rutherford [186](#)

**S**

Savart [499](#)  
 Schrieffer [419](#)  
 selector de velocidad [519](#)  
 señales de tráfico [641](#)  
 simetría cilíndrica [258](#)  
 simetría esférica [252](#)  
 simetría plana [262](#)  
 sistema abierto [112](#)  
 sistema cerrado [112](#)  
 sistema de tres cables [479](#)  
 sistema termodinámico [112](#)  
 sistemas de frenado [611](#)  
 Snow [146](#)

solenoides [559, 591](#)  
 SQUID [421](#)  
 sublimación [29](#)  
 superconductividad [417](#)  
 supercrítico [79](#)  
 superficie gaussiana [247](#)  
 superficies equipotenciales [319](#)  
 superposición [203](#)  
 susceptibilidad magnética [566](#)  
 sustancia de trabajo [149](#)

**T**

tabletas [619](#)  
 tarjeta de crédito [620](#)  
 tasa de transferencia de calor por conducción [39](#)  
 tasa neta de transferencia de calor por radiación [50](#)  
 teléfono inteligente [636](#)  
 teléfono móvil [730](#)  
 televisión [730](#)  
 temperatura [8](#)  
 temperatura crítica [28, 78, 417](#)  
 temperatura de Debye [27](#)  
 temperatura y presión estándar (STP) [74](#)  
 tensión térmica [18](#)  
 teorema de equipartición [92](#)  
 teoría BCS [419](#)  
 teoría cinética de los gases [80](#)  
 tercera ley de la termodinámica [168](#)  
 termógrafos [50](#)  
 termómetro de gas a volumen constante [12](#)  
 termómetros [10](#)  
 tesla [501](#)  
 Thomson [186](#)  
 tiempo libre medio [90](#)  
 trabajo [114](#)  
 transferencia de calor [8](#)  
 transformador [689](#)  
 transformador elevador [691](#)  
 transformador reductor [691](#)  
 transición de fase [79](#)

transiciones de fase [27](#)  
 trayectoria libre media [89](#)

**U**

unidad de masa atómica unificada (u) [74](#)  
 unión de Josephson [421](#)

**V**

van der Waals [77](#)  
 vapor [29](#)  
 variable de estado [21](#)  
 variable extensiva [114](#)  
 variables intensivas [114](#)  
 variables termodinámicas [124](#)  
 vector de área [237](#)  
 vector de Poynting [719](#)  
 vector normal [238](#)  
 vehículos híbridos [620](#)  
 vela solar [726](#)  
 velocidad de deriva [392](#)  
 velocidad de escape [86](#)  
 velocidad de la luz [714](#)  
 velocidad máxima [99](#)  
 velocidad media cuadrática (rms) [84](#)  
 Volta [294](#)  
 voltaje [294](#)  
 voltaje alterno [668](#)  
 voltaje de los terminales [435](#)  
 voltaje rms [673](#)  
 voltímetro [467](#)  
 voltios (V) [294](#)  
 volumen de densidad de carga [205](#)

**W**

weber [588](#)  
 WiFi [731](#)

**X**

xerografía [329](#)

**Y**

Young [709](#)

