UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

CONSORCIO BUENOS AIRES

FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

FÍSICA

MATERIAL AUTOINSTRUCCIONAL

INGRESO AL CICLO GENERAL DE CONOCIMIENTOS BÁSICOS DE LAS CARRERAS DE INGENIERÍA

PROGRAMA DE MEJORAMIENTO DE LA ENSEÑANZA DE LA INGENIERÍA

PROMEI

Buenos Aires, Julio 2007

Autores: Lic. Daniel Vaccaro, Ing. Ana Cristina Ocón
Coordinadora:Lic.Norma del Puerto
Diagramación: Penélope M. Batsilas
Agradecemos la colaboración de Gladys Esperanza en la edición de este documento.
Edición: Facultad Regional Buenos Aires, Universidad Tecnológica Nacional

IMPRESO EN ARGENTINA

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

RECTOR

Ing. Héctor Brotto

VICE-RECTOR

Ing. Carlos E. Fantini

DECANOS

CONSORCIO DE FACULTADES DE BUENOS AIRES (COBA)

Regional Buenos Aires- Arq. Luis De Marco

Regional Avellaneda- Ing. Jorge Omar Del Gener

Regional Pacheco- Ing. Eugenio Ricciolini

Regional Bahía Blanca- Dr. Ing. Liberto Ércoli

Regional Delta- Ing. Gustavo Alberto Bauer

Regional Haedo- Ing. Victor Luis Caballini

Regional La Plata- Ing. Carlos Eduardo Fantini

Regional San Nicolás- Ing. Haroldo Tomás Avetta

DIRECTORES DEL PROYECTO PROMEI

Regional Buenos Aires- Ing. Ricardo Bosco

Regional Avellaneda- Ing. Roberto Bartolucci

Regional General Pacheco- Ing. José Luis García

Regional Bahía Blanca- Ing. Alejandro R. Staffa

Regional Delta- Mg. Miguel Ángel Sosa

Regional Haedo- Lic. Gustavo Galland

Regional La Plata- Ing. Juan José Das Neves

Regional San Nicolás- Dra. Graciela Analía Mansilla

EQUIPO TÉCNICO RESPONSABLE

Coordinador Proyecto PROMEI: Secretario Académico Facultad Regional Buenos Aires Ing. Ricardo Bosco

Coordinadora Subproyecto Mejoramiento de CGCB: Mg. Lucrecia Tulic

ESPECIALISTAS

Lic. Daniel Vaccaro

Ing. Ana Cristina Ocón

INSTITUCIONES DEL CONSORCIO Y CO- EJECUTORES DEL PROYECTO

Regional Buenos Aires-Mg.Lucrecia Tulic

Regional Avellaneda – Prof. Luis Garaventa

Regional Bahía Blanca – Ing. Alejandro Staffa

Regional Delta – Lic. Alicia de León

Regional General Pacheco – Dr. Horacio Bosh

Regional Haedo – Ing. Isabel Weinberg

Regional La Plata – Prof. Dardo Di Lorenzo

Regional San Nicolás- Prof. Elsa Crespi

FÍSICA

Material Autoinstruccional

ÍNDICE

FÍSICA

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN GENERAL 15
INTRODUCCIÓN 17
Estructura de los materiales 19
LA FÍSICA. EXPLICACIÓN Y PREDICCIÓN 20
Otro ejemplo de explicación y predicción (mucho más sencillo) 21
La explicación y la predicción y el diseño en Ingeniería 22
EL CONTENIDO DE LOS MÓDULOS Y SU RELACIÓN CON LA INGENIERÍA 25
LA FÍSICA, LA INGENIERÍA Y LA PREDICCIÓN "PARA ATRÁS" 28
- **PREGUNTAS Y EJERCICIOS PROPUESTOS** 30

RESPUESTAS 33
CAPÍTULO 2: EL MOVIMIENTO 35
ANÁLISIS CINEMÁTICO 37
ALGUNOS CONCEPTOS ESENCIALES 40
Punto de referencia. Trayectoria. Movimiento 41
Posición 41
Vector Desplazamiento 44
Velocidad instantánea 48
EL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME 54
Ecuación horaria del MRU 55
Gráfico de la posición en función del tiempo 57
Gráfico de la velocidad en función del tiempo 62
EL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO 64
MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME. (MCU) 78
MOVIMIENTO DE LOS PLANETAS 83
- **PREGUNTAS PROPUESTAS** 86
- **PROBLEMAS PROPUESTOS** 88

RESPUESTAS A LAS PREGUNTAS PROPUESTAS 91
RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS PROPUESTOS 93
CAPÍTULO 3: INTERACCIONES 95
ESTUDIO DINÁMICO DEL MOVIMIENTO 97
PRIMERA LEY DE NEWTON. PRINCIPIO DE INERCIA 97

SEGUNDA LEY DE NEWTON. PRINCIPIO DE MASA 98
LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL 100
Un breve paseo histórico sobre unidades 102
Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA) 103
TERCERA LEY DE NEWTON. PRINCIPIO DE ACCIÓN Y REACCIÓN 103
PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO 105
LA CAÍDA LIBRE Y EL TIRO VERTICAL 111
MOVIMIENTOS CURVOS 116
Tiro oblicuo 117
Ecuación de la trayectoria de tiro oblicuo 122
MOVIMIENTO DE LOS SATÉLITES 123
CUERPOS VINCULADOS: CUERPOS BAJO EL EFECTO DE VARIAS FUERZAS 127
FUERZA DE ROZAMIENTO 137
Fuerza de rozamiento estático 137
Fuerza de rozamiento dinámico 139

- **PREGUNTAS PROPUESTAS** 147
- **PROBLEMAS PROPUESTOS** 148

RESPUESTAS A LAS PREGUNTAS PROPUESTAS 151
RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS PROPUESTOS 153
CAPÍTULO 4: TRABAJO, ENERGÍA Y POTENCIA 155
LA ENERGÍA ¿QUÉ ES LA ENERGÍA? 157
¿Qué sabemos acerca de la energía? 158
EL TRABAJO ¿QUÉ ES EL TRABAJO? 164
Concepto de trabajo 166
POTENCIA 170
Una definición formal del concepto de trabajo 172
El producto escalar de dos vectores 173
ENERGÍA CINÉTICA 174
EL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA 177
ENERGÍA POTENCIAL 184
El trabajo de la fuerza peso y la energía potencial 187
FUERZA, MASA Y ACELERACIÓN 193
¿Cómo se comportan la energía cinética y la energía potencial? 197
El trabajo de la fuerza peso 198

- **PREGUNTAS, EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS** 201

  RESPUESTAS 204

CAPÍTULO 5: FENÓMENOS ELÉCTRICOS Y MAGNÉTICOS 207

EL OSCILOSCOPIO, LA TV, LOS MONITORES... 209

EL ÁTOMO 211

LEY DE COULOMB 213

EL CAMPO ELÉCTRICO 220

El campo eléctrico producido por dos cargas o más 223

Líneas de campo 225

Campo eléctrico uniforme 228

Movimiento de una partícula en un campo eléctrico uniforme 228

ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA 232

La diferencia de potencial 233

Otra manera de comprender el significado de la diferencia de potencial 236

Otra manera de interpretar el significado del vector campo eléctrico 236

¿Cómo se mueven los electrones en un tubo de rayos catódicos? 237

CAMPO MAGNÉTICO 239

¿Cómo se resuelve el producto vectorial? 241

Movimiento de una partícula cargada en un campo magnético uniforme 242

- **PREGUNTAS, EJERCICIOS Y PROBLEMAS ADICIONALES** 243

  RESPUESTAS 247

FÍSICA

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN GENERAL

INTRODUCCIÓN

Los materiales que presentamos a continuación tienen como finalidad servir de introducción a algunos conceptos y procedimientos de la Física. Están destinados a estudiantes que están finalizando sus estudios en la escuela media o que ya los han completado pero todavía no han estudiado Física en una institución educativa de nivel terciario o universitario.

Se presentan los conceptos físicos con la intención de que su estudio resulte útil para poder profundizar y ampliar los conocimientos en algunas asignaturas específicas[1] de las carreras que se dictan en la Universidad Tecnológica Nacional.

A pesar de que necesariamente los contenidos que se desarrollan son básicos se trata de vincular los mismos con contenidos de las primeras asignaturas de las carreras y también con aplicaciones a la Ingeniería.

Se espera que este material contribuya a la formación del futuro Ingeniero. Por ello se considera que en esta etapa introductoria se debe comenzar a fomentar en el estudiante la formación de las aptitudes del futuro profesional. Se considera que un Ingeniero necesita tener la mente ágil y preparada para:

- Razonar, lo que le va a permitir encarar cualquier problema o dificultad con la serenidad necesaria y el proceso de solución apropiado.
- Asociar, es decir relacionar causas con efectos y casos similares entre sí.
- Traducir los fenómenos de la naturaleza y las situaciones presentadas al lenguaje matemático e informático.
- Observar y descubrir todo lo que se ve y lo que no se ve pero está escondido detrás de algún efecto. Todo detalle o circunstancia por mínima que parezca puede ser una variable de importante efecto.
- Calcular respuestas para distintos planteos y los alcances de todo lo que haga.

1 En especial: Física 1, Física 2 y Física para la carrera de Ingeniería en Sistemas

- Atender requerimientos, prestando atención a las necesidades.
- Escuchar para sacar conclusiones y mejorar su visión y poder trabajar en equipo
- Aprender permanentemente, de lo ya estudiado por otros, de lo nuevo, de los errores.
- Recordar para utilizar la experiencia propia y ajena.
- Discernir lo significativo de lo que no lo es y el grado de importancia de toda variable, como así también la mejor opción y factibilidad de varias propuestas.
- Reconocer e identificar cuáles son las magnitudes presentes en todo hecho físico y entender si es algo de lo que interesa su orientación en el espacio o sólo importa su valor.
- Seleccionar: saber elegir y saber buscar la información apropiada en cada caso.
- Crear métodos, procesos, herramientas, objetos con el fin de mejorar la calidad de vida y de trabajo, o el rendimiento de lo ya existente.
- Manejar tiempos para tomar decisiones antes de que no haya posibilidad de aplicación de los pensados.

Todas las habilidades citadas si bien pueden haber sido adquiridas por los alumnos en etapas anteriores de su educación, deben ser cultivadas, para lo cual es indispensable la motivación, la comprensión y la ejercitación, lo que le permitirá sentir la seguridad y confianza en sí mismo que da el dominio de las situaciones.

Para que todo lo anterior sea posible, es deseable que la persona tenga una predisposición natural, y que haya detectado en sí misma características particulares, como sentir, en general, desde pequeño, que le gusta observar y enterarse de por qué sucede todo; que es capaz de arreglar lo que se rompe o deja de funcionar, o por lo menos de intentarlo; quiere desarmar todo lo que funciona o se mueve para ver lo que hay adentro; tiene la inquietud de saber siempre más; está atento a cómo sucede todo lo que observa y qué factores influyen; quisiera poder ingeniárselas para mejorar todo; es curioso; le gusta cuidar las herramientas y tener las apropiadas para cada cosa; le encantan los problemas de ingenio; le interesa todo con respecto a los materiales que existen y los nuevos que aparecen en el mercado, cuáles son sus propiedades y para qué sirven; le gusta razonar y que los demás entiendan sus cuestionamientos.

Esta propuesta para alumnos aspirantes a ingresar a la UTN, apunta fundamentalmente a que los estudiantes se inicien en el aprendizaje de:

- Información verbal: definiciones, enunciados de leyes, nombres de las unidades, correspondencias con cada una de las magnitudes, equivalencias, etc.
- Conceptos: comprensión del significado de las magnitudes físicas, de las relaciones entre ellas (leyes, principios), de sus propiedades, etc.
- Técnicas: Procedimientos para la resolución de problemas.

Se espera que durante los primeros dos años de la carrera en las materias Física 1 y 2 se profundicen estos objetivos, se diversifiquen a muchos otros contenidos de la disciplina y también que se acceda a otros tipos de aprendizaje, en especial al aprendizaje de estrategias de aprendizaje. Este sería uno de los logros fundamentales de toda carrera profesional.

Estructura de los materiales

Los materiales se presentan en 5 módulos:

- Módulo 1: Introducción general. Descripción de los otros cuatro módulos. Generalidades sobre la metodología de la Física.
- Módulo 2: El movimiento
- Módulo 3: Interacciones
- Módulo 4: Trabajo, energía y potencia
- Módulo 5: Fenómenos eléctricos y magnéticos

Los módulos 2 a 5 constan de explicaciones teóricas que ponen el énfasis en los aspectos conceptuales. Se presentan también nociones matemáticas formales indispensables para realizar un estudio de la Física con cierto grado de rigor científico. Estos módulos contienen una gran cantidad de ejemplos explicados con bastante detalle. En algunos de estos ejemplos se describen aplicaciones tecnológicas de la Física.

Estos módulos contienen preguntas, ejercicios y problemas para que sean resueltos por los alumnos a medida que avanza con el estudio. Al final de cada módulo se incluye ejercitación adicional y por último la lista de respuestas.

LA FÍSICA. EXPLICACIÓN Y PREDICCIÓN

Una ciencia, tal como la Física tiene valor explicativo y valor predictivo**.** La Física permite explicar fenómenos. Desarrollar una **explicación** significa construir un razonamiento en el que se utilizan leyes como premisas. Estas leyes están incluidas en sistemas de leyes y definiciones que se conocen con el nombre de Teorías. Como estas Teorías son sistemas lógicos permiten el desarrollo de razonamientos y deducciones que a veces alcanzan conclusiones que no han sido observadas experimentalmente. En este caso se está realizando una **predicción**. Es decir se anuncia la posibilidad de que ocurra un fenómeno desconocido. Este fenómeno desconocido podrá ser observado en el futuro, es decir luego de haber realizado la predicción, y en ese caso la teoría que lo predijo recibe un fuerte apoyo de la comunidad científica.

Para ejemplificar lo que estamos diciendo en forma muy general vamos a referirnos a un caso histórico real. Durante el siglo XVII se había alcanzado un conocimiento bastante preciso acerca del movimiento de los planetas[2]. Se sabía por ejemplo que los planetas se trasladaban en órbitas elípticas alrededor del Sol. Se conocía cuánto tardaba cada planeta en completar su órbita y la distancia de cada uno hasta el Sol. Utilizando éstos y otros conocimientos Isaac Newton elaboró la Teoría de Gravitación Universal. En dicha teoría se establecen leyes matemáticas generales que se deben cumplir siempre que un cuerpo celeste está en órbita alrededor de otro. Con esta teoría Newton pudo explicar por qué los planetas describen órbitas elípticas alrededor del Sol. Nuevamente, ¿qué significa explicar algo que ya se sabía? Lo que se pudo hacer utilizando la Teoría de Newton que construir un razonamiento ,una deducción matemática a partir de ciertas leyes fundamentales ,en el que se llegaba a la conclusión de que una órbita posible es la elíptica. Pero también se pudo calcular, a partir del tiempo que un planeta tarda en completar su órbita, a qué distancia del Sol se encuentra. Como estos resultados realizados en base a cálculos teóricos, coincidieron con lo que habían observado los astrónomos, se dice que la Teoría de Gravitación Universal explica los movimientos de los planetas. No sólo existen planetas girando en órbitas alrededor del Sol sino que existen también otros cuerpos, los satélites, que giran alrededor de los planetas. La teoría de Newton funciona perfectamente también en este caso.

---

[2] Las leyes de Kepler son leyes matemáticas que “describen” con bastante precisión el movimiento de los planetas alrededor del Sol. Constituyen la cinemática del movimiento planetario ya que no explican las causas de dicho movimiento.

Pero si esta función explicativa fuera la única finalidad de la Física, no tendría el enorme status, como Ciencia, que todos conocemos. Y esto también lo sabía Newton en su época: explicar con elegancia formal, y con precisión en los cálculos, fenómenos que ya eran bien conocidos no es una empresa demasiado relevante. En la época de Newton no se conocían las órbitas de los Cometas. Newton aplicó su teoría al movimiento de éstos y utilizó los datos experimentales de los cuales disponía. Sus deducciones lo llevaron a la conclusión de que cierto cometa que había sido observado en cierta época en ciertas posiciones del cielo debía tener un período de cierta cantidad de años. Por lo tanto realizó la predicción que ese mismo cometa se podría observar nuevamente y determinó cuándo y dónde. Este hecho ocurrió y por lo tanto la teoría de Newton fue aceptada por los demás científicos.

Hasta aquí, si nos basamos en el ejemplo anterior, parece que la Física es una ciencia teórica con muy poca aplicación práctica y que sólo puede interesar a aquellos que quieren comprender los fenómenos. Es decir, ¿qué tiene que ver este ejemplo con la Ingeniería? Bueno, durante el siglo XX, ciertos adelantos técnicos permitieron que el hombre produjera artificialmente los movimientos que habían sido explicados y predichos por Newton. El hombre se encontró en condiciones de construir objetos y de ponerlos en órbita alrededor de la Tierra, de otros planetas y del mismo Sol. Estos objetos son los satélites y las sondas artificiales que describen sus movimientos verificando las leyes que enunció Newton varios siglos atrás.

Otro ejemplo de explicación y predicción (mucho más sencillo)

Vamos a desarrollar ahora un ejemplo tan simple y de aplicación cotidiana. Incluso parecerá que la Física le “queda grande”. Un tren realiza el viaje entre dos estaciones con cierta velocidad que se mantiene constante durante la mayor parte del trayecto. Por supuesto la velocidad no puede ser constante cuando arranca ni cuando se detiene. Supongamos que la distancia entre ambas estaciones es de 330 km y la velocidad del tren es de 120 km/h. El tren sale de A a las 12:00 y se dirige hacia B. Queremos saber a qué hora el tren estará a 30 km de distancia de su destino. También nos podemos preguntar: ¿A qué distancia del punto de partida se encontrará a las 13:45? Podríamos querer saber a qué hora pasará por un punto determinado del trayecto.

Comencemos por la segunda pregunta. A las 13:45 habrán transcurrido 1 hora y 45 minutos desde la partida del tren. Sabemos que éste se moverá[3] durante ese tiempo a cierta velocidad constante. En nuestro caso 120 km/h. Dicho de otra manera durante una hora recorrerá[4] 120 km. Entonces en 1 hora y 45 minutos recorrerá 210 km y por lo tanto el tren se encontrará a esta distancia de la estación A. Toda nuestra ***predicción*** está fundamentada en suponer que la velocidad se mantendrá constante durante el viaje (ésta es la "ley") y en el conocimiento de la hora de partida y el valor de la velocidad del tren.

Como ya habíamos anunciado este ejemplo es muy simple porque se basa en la proporcionalidad directa entre dos magnitudes: el desplazamiento (o distancia recorrida) y el tiempo transcurrido. Pero su simplicidad no minimiza el hecho de que hemos realizado una predicción y esto es lo que queremos enfatizar. Sabemos dónde está el tren a las 12:00 y conocemos su velocidad. Podemos averiguar ***dónde estará*** a las 13:45. ¿Por qué? Porque si la velocidad es constante el desplazamiento es proporcional al tiempo transcurrido. Es decir, lo más importante que conocemos es la "ley".

Cuando Newton determinó la órbita de un cometa tuvo que realizar cálculos de una enorme complejidad si los comparamos con la sencillez de nuestro ejemplo, pero en ambos casos la estructura del procedimiento es la misma. Para el tren conocemos su posición inicial (la estación A) y su velocidad. Y los más importantes: que esa velocidad es constante. Entonces podemos predecir dónde estará el tren para cierto instante de tiempo o a qué hora se encontrará a determinada distancia de la estación A. En el caso del cometa, Newton seguramente conocía datos de posición y tiempo correspondiente a antiguas observaciones astronómicas. Utilizando las leyes de su teoría predijo nuevas posicione (futuras) para determinadas fechas.

La explicación y la predicción y el diseño en Ingeniería

Supongamos que se nos encarga la tarea de construir una montaña rusa. Por sus rieles circularán carritos de 200 kg que pueden llevar hasta cuatro pasajeros. En el punto más rápido del trayecto se quiere lograr una velocidad de 90 km/h. Entre otras cosas podemos querer averiguar: ¿Qué potencia debe tener el motor que elevará los carritos hasta el punto más alto del recorrido? ¿Qué altura debe tener dicho punto? ¿Qué resistencia deben tener los rieles? Es decir, ¿qué fuerza máxima tendrán que soportar?

---

[3] Esto es una suposición. El tren puede tener un desperfecto o por algún otro motivo puede tener que detenerse o disminuir la velocidad.

[4] Esto es cierto sólo si la velocidad es **constante**.

Bueno, podemos imaginar muchas preguntas más. Lo cierto que muchas de estas preguntas deben ser respondidas, aunque sea en forma aproximada, antes de iniciar la construcción.

Las leyes Físicas deben ser útiles para anticiparnos a lo que ocurrirá cuando la montaña rusa esté construida. Sería demasiado costoso construirla y darnos cuenta que no sirve y tener que iniciar la construcción de una nueva.

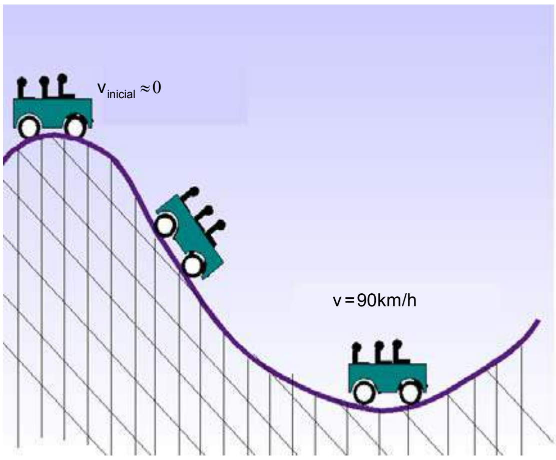
¿Por dónde empezamos? El problema que se nos plantea es demasiado complejo. Son muchas las cosas que hay que tener en cuenta. Son demasiadas las variables en juego.

Comencemos por averiguar qué altura debe tener el punto más alto del recorrido. El carrito debe ser llevado hasta allí por medio de un motor. Una vez que alcanzó esta altura máxima, se lo libera y el primer descenso lo llevará al punto más bajo de este primer tramo de montaña rusa.

Mientras desciende su velocidad irá aumentando entonces, en este punto tendrá la velocidad más grande. Podemos suponer, aproximadamente, que en el punto más alto la velocidad es nula ya que será mucho menor que la que tiene en el punto más bajo.

Esto nos indica qué debe haber una relación entre la altura desde la que cae el carrito y la velocidad que alcanza. Parece que es razonable pensar que a mayor altura, mayor será la velocidad que alcanzará en el punto más bajo del recorrido.

En la figura se indica esquemáticamente la situación y se muestra el carrito en su punto más alto (A), en una posición intermedia y en la posición más baja (B). La relación entre la altura y la velocidad la obtenemos de la ley de conservación de la energía mecánica[5] que estudiaremos en el módulo 4 (Trabajo, energía y potencia):



[5] Se recomienda leer el libro "La Física, aventura del pensamiento" de Einstein e Infeld. En el capítulo 1 de dicho libro hay una sección dedicada a la montaña rusa.

Toda la energía mecánica del carrito en la posición más alta es energía potencial. Mientras el carrito desciende disminuye su energía potencial pero aumenta en la misma cantidad la energía cinética. Esto es exacto sólo si no hay fuerza de rozamiento sobre el carrito. Sabemos que en la realidad no podremos eliminar el rozamiento, entonces realizaremos un cálculo que es a la vez una predicción y una estimación. Es una predicción porque si dejamos caer el carrito desde cierta altura (A) podemos predecir con qué velocidad llegará a B. Es una estimación porque es un cálculo sin pretensiones de gran precisión ya que nos estamos basando en condiciones idealizadas. Alguien puede preguntarse. ¿Sirve esto en la Ingeniería? ¿Por qué realizamos cálculos basados en una situación idealizada cuando tenemos que construir una montaña rusa real? La respuesta es muy simple: de algún modo debemos empezar.

La aplicación de la ley de conservación de la energía[6] en este ejemplo nos conduce al planteo de la siguiente ecuación:

$$mgh_A = \frac{1}{2}\, m\, v_B^2$$

Sabemos que el carrito debe llegar a B con una velocidad de 90 km/h. ¿Desde qué altura h_A debe comenzar su descenso? ¿Depende el valor de esta altura de la cantidad de pasajeros y de la masa de cada uno de ellos? Sabemos que el carrito vacío tiene una masa de 200 kg. Con cuatro pasajeros de 75 kg cada uno la masa sería de 500 kg. Pero nuestro diseño no debería depender de esto porque la velocidad debería ser aproximadamente 90 km/h tanto si va un pasajero como cuatro. Afortunadamente, vemos que en la ecuación la masa multiplica ambos miembros por lo tanto, para cualquier valor de ésta, se cumple:

$$gh_A = \frac{1}{2}\, v_B^2$$

$$h_A = \frac{1}{2}\frac{v_B^2}{g}$$

Bueno, ya podemos hacer las cuentas. Pero antes convertiremos la velocidad que está expresada en km/h, a m/s. De esta manera al utilizar el valor de la aceleración de la gravedad 9,8 m/s^2 no tendremos conflictos con las unidades.

$$v_B = 90\frac{km}{h} = \frac{90\,000\ m}{3600\ s} = 25\frac{m}{s}$$

6 Ver el módulo 4.

Ahora reemplacemos todos los datos en la fórmula:

$$h_A = \frac{1}{2}\frac{\left(25\,\frac{m}{s}\right)^2}{9{,}8\,\frac{m}{s^2}} = \frac{625\,\frac{m^2}{s^2}}{19{,}6\,\frac{m}{s^2}} \approx 32\,\text{metros}$$

En este ejemplo, al igual que en el del tren hemos utilizado una suposición que no permite plantear una "ley". En el ejemplo del tren supusimos que la velocidad se mantiene constante y eso nos permite utilizar la proporción directa entre la distancia recorrida y el tiempo transcurrido. En el ejemplo de la montaña rusa, suponemos que no se disipa energía por rozamiento. Esto nos permite utilizar la ley de conservación de la energía mecánica. En nuestro caso toda la energía potencial en el punto más alto se convierte en energía cinética en el punto más bajo.

En los dos ejemplos pudimos realizar una predicción. Para el tren decimos a determinada hora se encontrará en determinada posición. Para la montaña rusa: Si queremos lograr una velocidad máxima de 90 Km./h debemos construirla con una altura de aproximadamente 32 metros. Seguramente un poco mayor. ¿Por qué?

EL CONTENIDO DE LOS MÓDULOS Y SU RELACIÓN CON LA INGENIERÍA

En el módulo 1 estudiaremos el movimiento pero fundamentalmente desde el punto de vista de la cinemática. La cinemática consiste en un estudio a la vez descriptivo y matemático de lo movimientos. Este estudio utiliza muchas herramientas matemáticas que son indispensables para el estudio de toda la Física y por ende de la ingeniería. Por ejemplo las funciones, tanto en forma analítica como gráfica. En toda nuestra carrera como estudiantes de Ingeniería utilizamos funciones matemáticas. Pero nunca dejaremos de utilizarlas en nuestra carrera profesional.

Otra herramienta fundamental para la Física y por supuesto para la Ingeniería son los vectores. Aprenderemos a utilizarlos **en el módulo 2** sobre los movimientos.

Una de las ventajas de comenzar el estudio de la Física por la cinemática es que aprendemos a utilizar estas herramientas matemáticas en base a ejemplos comprensibles que no requieren la comprensión de relaciones de causa y efecto. En la cinemática no se estudia por qué un movimiento tiene ciertas propiedades. Cada movimiento se toma como algo "dado" y se plantean las relaciones entre las magnitudes que se utilizan para la "descripción" de los movimientos: desplazamiento, tiempo, velocidad, aceleración, posición, etc.

Las relaciones entre estas magnitudes constituyen las leyes fundamentales de la cinemática y permiten el análisis y diseño de muchísimos sistemas y dispositivos: Un video-juego, un satélite artificial, un mecanismo complejo (o simplemente una pieza de ese mecanismo). ¿Qué movimiento se puede estudiar con la cinemática? ¡Cualquiera! El movimiento de un automóvil, del tráfico en una autopista, del fluido en una tubería, de un electrón en un osciloscopio, del pistón en un motor, de un planeta, de una galaxia...

El módulo 3 se ocupa de las interacciones. Es decir, las fuerzas. Las fuerzas que actúan sobre un cuerpo permiten determinar qué tipo de movimiento tiene dicho cuerpo. Esto último fue uno de los objetivos fundamentales del desarrollo de la mecánica debido fundamentalmente a Newton. Su plan de investigación condujo a dos objetivos fundamentales: 1) Conocidas todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo predecir cómo será el movimiento[7]de ese cuerpo. 2) Conocido el movimiento[8] de un cuerpo, deducir qué tipo de fuerzas actúan sobre el mismo.

Si tomamos la guía de problemas de dinámica de un libro de texto, de la guía de Física 1 de una facultad de la UTN o de otra universidad del mundo, nos encontramos con lo siguiente: la mayoría de los problemas se puede clasificar en dos categorías. 1) Problemas que nos dan, como datos, las fuerzas que actúan sobre un cuerpo o sistema de cuerpos, y en los cuales debemos averiguar algo sobre el movimiento, 2) Problemas que nos dan, como datos, sólo algunas de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo o sistema, y alguna propiedad del movimiento y nos piden que averigüemos las fuerzas desconocidas.

En el contexto de una materia más avanzada, como puede ser Mecánica en tercer o cuarto año de algunas de las carreras de Ingeniería, un problema de dinámica puede consistir en lo siguiente: dadas las leyes que rigen las fuerzas[9] que actúan sobre un cuerpo, determinar las ecuaciones que rigen su movimiento. Un problema de estas características requiere de conocimientos de Física 1 (cinemática y dinámica) y de Análisis matemático, incluyendo ecuaciones diferenciales.

---

[7] Esto significa conocer fundamentalmente la relación entre la aceleración y el tiempo de la cual se puede deducir la relación entre la velocidad y el tiempo y luego la relación entre la posición y el tiempo

[8] Por ejemplo: las ecuaciones que relacionan las coordenadas con el tiempo.

[9] Las fuerzas no son datos numéricos si no que son funciones. Hay que hallar las funciones que relacionan aceleración, velocidad y posición con el tiempo.

En el contexto de la actividad profesional se deben utilizar todos estos conocimientos más información específica que el Ingeniero puede conocer o que, lo más probable, tenga que buscar. En algunos casos, más aún: deberá realizar algún tipo de investigación para proveerse de datos para su trabajo.

El módulo 4 se titula “Trabajo, energía y potencia”. La energía es un concepto físico tan importante que ha “invadido” a una enorme cantidad de disciplinas científicas y técnicas: La biología, la química, la geología, la ingeniería, la economía y otras ciencias se deben ocupar de la energía o la utilizan como un concepto fundamental.

En muchos casos nos importa tanto la energía involucrada en un proceso como la rapidez con que esa energía debe ser utilizada. Para tener en cuenta esta rapidez utilizamos el concepto de potencia.

En el ejemplo de la montaña rusa vimos como el concepto de conservación de la energía, es decir, la energía se transforma pero no desaparece ni aparece de la nada, nos permitió determinar qué altura máxima debe tener para lograr una velocidad determinada. La forma “popular” del principio de conservación de la energía se enuncia así:

“La energía no se crea ni se destruye, si no que se transforma”

Si pretendemos un poco más de rigor científico podemos expresar esta idea así:

“En un sistema asilado la energía total se conserva. La energía puede cambiar de forma pero su cantidad total permanece constante”

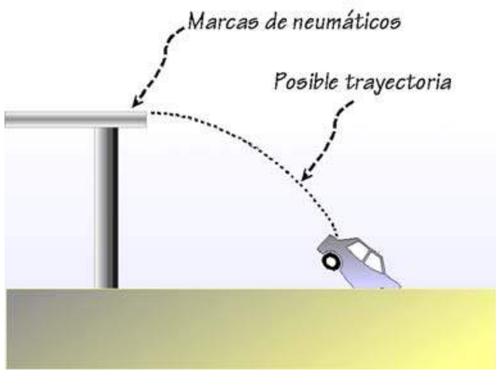
Esta ley no conoce excepciones. Es válida para todos los procesos que ocurren en el universo: Las reacciones químicas, el funcionamiento de un motor, de un ser vivo, de un ecosistema, de una fábrica. Todos verifican este principio cuyo enunciado formal y matemático se denomina **Primer principio de la Termodinámica**.

En el módulo 5 nos ocuparemos de algunos fenómenos eléctricos y magnéticos. Nos concentramos fundamentalmente en el estudio del movimiento de partículas cargadas eléctricamente en regiones donde existe campo eléctrico o magnético.

Los conceptos estudiados en el módulo 5 nos permitirán comprender, por ejemplo, el funcionamiento del espectrómetro de masas. Actualmente existen instrumentos que permiten analizar con un alto nivel de resolución el contenido de una muestra de una mezcla de sustancias. El espectrómetro permite averiguar cuáles son las moléculas que contiene dicha muestra. Su principio de funcionamiento es muy sencillo. Una partícula se mueve en una trayectoria circular dentro de una región donde hay un campo magnético. El radio de dicha trayectoria es proporcional a la masa de la partícula. Es decir, diferentes partículas de diferentes masas describirán circunferencias de distintos radios.

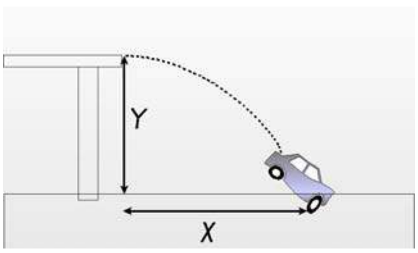
LA FÍSICA, LA INGENIERÍA Y LA PREDICCIÓN "PARA ATRÁS"

En la investigación científica y en la ingeniería muchas veces estamos interesados en obtener información del pasado. Un ejemplo paradigmático es la paleontología en la que a partir de información obtenida en el presente, por ejemplo mediante el estudio de fósiles, deseamos obtener información sobre la características de algún ser vivo ya extinguido.



Otro ejemplo lo constituyen los peritajes. Por ejemplo a partir de datos obtenidos en la "escena del crimen" se trata de reconstruir "qué paso". Los peritajes se aplican en una gran cantidad de situaciones. Por ejemplo en todo tipo de accidentes. Supongamos que nos encontramos con una escena como la que se le ilustra en la figura. Un automóvil parece haber caído desde un puente o una autopista. Podría ser que la autopista estaba en construcción y el conductor circuló por un tramo inconcluso. No hay testigos del hecho. Supongamos que queremos averiguar qué velocidad tenía el auto al llegar al borde de la calzada.

Toda la información la debemos obtener observando la escena del accidente pero cuando éste ya ocurrió. Vamos a medir la altura de la autopista y la distancia horizontal desde el extremo de ésta hasta la posición final del auto. Llamaremos a estas distancias Y y X respectivamente.



Aplicando las leyes del tiro oblicuo (Cinemática, módulo 3) podemos hallar fácilmente el valor de la velocidad "inicial" del auto.

En este caso los datos pertenecen al presente. Las leyes que aplicamos se basan en la hipótesis que considera que la única fuerza que actúo sobre el auto durante la caída fue la fuerza peso (gravedad) y que por lo tanto que el movimiento del auto sigue una trayectoria parabólica. El estudio del tiro oblicuo se basa en el siguiente principio fundamental de la Física, descubierto por Galileo Galilei: El movimiento se puede descomponer en dos movimientos rectilíneos independientes, uno horizontal que se desarrolla con velocidad constante y otro vertical que es una caída libre. Esto es un movimiento rectilíneo uniformemente variado con aceleración igual a g, la aceleración de la gravedad. Aplicando todo esto, podemos plantear:

$$Y = \frac{1}{2} g t^2 \qquad\qquad X = v_o\, t$$

En estas ecuaciones t indica el tiempo que tardó el auto en caer desde la autopista hasta el terreno pero a la vez el tiempo que tardó el auto en recorrer la distancia X. Como conocemos X e Y ya que se pueden medir, y el valor de la aceleración de la gravedad, con estas dos ecuaciones podemos obtener la velocidad del auto al comenzar a desbarrancarse. Hagamos las cuentas:

$$t = \sqrt{\frac{2Y}{g}}$$

Una vez que hemos calculado este tiempo, la ecuación de X nos permite hallar la velocidad:

$$X = v_o \sqrt{\frac{2Y}{g}} \quad \Rightarrow \quad v_o = X \sqrt{\frac{g}{2Y}}$$

El procedimiento que hemos realizado responde al mismo esquema que el de una predicción. Pero el resultado que hemos obtenido corresponde a una magnitud desconocida de un hecho que ocurrió en el pasado y no que ocurrirá en el futuro. Nuevamente observemos que el conocimiento más importante que aplicamos a la resolución del problema está constituido por las “leyes”.

En el estudio de la Física tenemos que aprender cuáles son estas leyes, saber aplicarlas, comprender porqué son así y no de otra manera, cómo se deducen de los principios generales, etcétera.

PREGUNTAS Y EJERCICIOS PROPUESTOS

1.1 Recordemos el ejemplo del tren que se mueve a velocidad constante igual a 120 km/h Supongamos que estamos en el kilómetro 250 de su recorrido (La estación A corresponde al kilómetro 0). Pasa el tren y miramos el reloj: son las 17:45. ¿A qué hora pasó el tren por el kilómetro 70?

1.2 Recordemos el ejemplo de la montaña rusa. En él llegamos a la conclusión que debía tener una altura máxima de 32 metros para que el carrito en la posición más baja tuviera una velocidad de 90 km/h. Construimos la montaña rusa de 32 metros de altura. Dejamos caer el carrito y determinamos experimentalmente la velocidad den el punto más bajo. Es decir, la medimos: 88 km/h. ¿Qué significa esto?

a) Nuestro cálculo estuvo totalmente equivocado,
b) En este caso no se cumple el principio de conservación de la energía
c) La energía mecánica no se conserva

1.3 Si se construyera una montaña rusa de 64 metros de altura, el doble de la anterior, ¿qué valor de velocidad esperamos que tenga en el punto más bajo del trayecto?

a) El doble por supuesto, aproximadamente 180 km/h

b) Tendríamos que plantear nuevamente el problema porque ya no es válida la hipótesis planteada anteriormente

c) Aproximadamente 127 km/h. Un 40% mayor que en el caso de 32 metros de altura.

d) Debemos construir la montaña rusa y determinar en forma experimental la velocidad (se debe medir, no se puede calcular a priori)

1.4 En el ejemplo del auto que se desbarranca medimos X = 31,5 metros e Y = 19,6 metros. ¿Cuál de los siguientes pares de valores corresponde, aproximadamente, al tiempo de caída y a la velocidad inicial del auto?

a) t = 4 segundos v_o = 28 km/h b) t = 2 segundos v_o = 57 km/h

c) t = 3 segundos v_o = 24 km/h d) t =10 segundos v_o = 130 km/h

1.5 Nos remitimos nuevamente al ejemplo del auto que se desbarranca. Si dos autos, A y B, van por la autopista a velocidades de 90 Km/h y 108 km/h respectivamente en el instante en comienzan a caer desde 19,6 metros de altura. ¿Cuánto tarda cada uno en llegar al suelo? ¿A qué distancia cae cada uno?

a) t_A = 2 seg t_B = 2,4 seg X_A = 50 m X_B = 72 m

b) t_A = 2 seg t_B = 2 seg X_A = 50 m X_B = 60 m

c) t_A = 2 seg t_B = 3 seg X_A = 90 m X_B = 108 m

d) t_A = 4 seg t_B = 4 seg X_A = 100 m X_B = 120 m

1.6. La Teoría de Gravitación universal de Newton permite predecir la velocidad y la altura sobre la superficie terrestre para satélites artificiales cuyo período se conoce. Por ejemplo, si se desea que un satélite gire alrededor de la Tierra en una órbita circular tardando 4 horas en "dar la vuelta al mundo" en órbita, a 20000 km/h. Con estos datos y con el radio de la Tierra (aproximadamente 6400 km)...

a) Calcular el radio de la órbita circular
b) Determinar cuántos kilómetros recorre el satélite cada vez que da una vuelta completa a la Tierra.
c) Si se necesita que otro satélite tenga un período más largo, digamos 7 horas. ¿Se debe mover más rápido o más despacio que el anterior? ¿Debe estar a mayor o a menor altura?

1.7 El astrónomo Johannes Kepler, en el siglo XVI, determinó que los planetas se mueven alrededor del Sol describiendo órbitas elípticas. En la siguiente tabla se muestran los valores aproximados de los períodos[10] de revolución alrededor del Sol y el semieje[11] mayor R de cada elipse

[10] Es el tiempo que tarda cada planeta en completar una vuelta completa alrededor del Sol. Para la Tierra es , por supuesto, 1 año

[11] Si la órbita es aproximadamente circular es el radio de la circunferencia. Es decir la distancia desde el Sol hasta cada planeta

	Período T	R
Mercurio	88 días ≈ 0,24 año	0,40 U.A.
Venus	225 días terrestres ≈ 0,62 año	0,72 U.A.
Tierra	365 días = 1 año	1,00 U.A[12].
Marte	687 días terrestres ≈ 1,88 años	1,50 U.A
Júpiter	12 años	5,20 U.A.
Saturno	30 años	9,60 U.A

¿Cuál de las siguientes "leyes" es la que mejor se aproxima a los valores de la tabla?

a) El período T es directamente proporcional a R.
b) El período T es inversamente proporcional a R.
c) El período T es directamente proporcional a R^2.
d) El período T al cuadrado es directamente proporcional al cubo de R (es decir T^2 es directamente proporcional a R^3)
e) El período T es directamente proporcional a la raíz cuadrada de R (es decir a $R^{1/2}$)

12 1 U.A ≈ 149 millones de kilómetros (distancia media Tierra-Sol)

RESPUESTAS

1.1 A las 16:15

1.2 El cálculo por medio del cual llegamos al resultado (32 metros) estuvo basado en una hipótesis que idealiza el fenómeno físico: La conservación de la energía mecánica. En una montaña rusa real hay rozamiento y por lo tanto parte de la energía mecánica se transforma en calor

1.3 c) Aproximadamente 127 km/h. Un 40% mayor que en el caso de 32 metros de altura.

1.4 b) t = 2 segundos v_o = 57 km/h

1.5 Ayuda: Aplicar las fórmulas siguientes (ver ejemplo)

$$Y = \frac{1}{2} g t^2 \qquad X = v_o t$$

1.6 a) El radio de la Tierra más la altura a la que está ubicado el satélite es el radio de la trayectoria circular. En este caso da, aproximadamente, 19150 Km

b) La longitud o perímetro de una circunferencia se calcula con la fórmula $L = 2\pi R$

c) Es posible que para responder esta pregunta sea necesario buscar información adicional. Se deja esta tarea para el lector.

1.7Ayudas: i) Dos magnitudes son directamente proporcionales si el cociente entre ambas se mantiene constante. Por ejemplo si la afirmación (a) fuera la correcta el cociente R / T debería dar aproximadamente lo mismo para todos los planetas. Es fácil probar que esto no ocurre.

ii) Si dos magnitudes son inversamente proporcionales el producto de ambas debe mantenerse constante. Para ello si una aumenta la otra debe disminuir en la misma proporción. En este caso tanto T como R aumentan cuando pasamos de un planeta al siguiente. La opción (b) tampoco es la correcta.

iii) La afirmación correcta corresponde al enunciado de la tercera ley de Kepler del movimiento planetario.

FÍSICA

CAPÍTULO 2

EL MOVIMIENTO

ANÁLISIS CINEMÁTICO

El movimiento es uno de los conceptos más fundamentales en la Física, sin embargo se vio dificultado durante miles de años por sus naturales complicaciones.

Todo lo que se mueve en la naturaleza - ya sea un pájaro volando, una hoja cayendo de un árbol, la luna en el cielo, un automóvil por una ruta, un carrito en una montaña rusa, un péndulo – encierra una gran complejidad.

El propósito de esta ciencia es siempre entender cómo suceden los hechos, si es posible por qué causas y, describirlos matemáticamente como lenguaje universal para poder predecir el comportamiento sucesivo inmediato y futuro, considerando en qué medida es afectado por las circunstancias, anticipándose a todos los posibles cambios que puedan acontecer, ya sea conocidos de antemano, o sorpresivos.

Hace aproximadamente tres siglos que el hombre fue capaz de descifrar y entender la intrincada trama de los procesos de la naturaleza. Fueron Galileo Galilei (científico italiano, 1564 - 1642) y Francis Bacon (filósofo inglés, 1561 – 1626) quienes dieron origen al método científico, que a través de experiencias primero idealizadas y luego ejecutadas, fueron la clave de la verdadera fundamentación de la mecánica del movimiento, que reemplazó el punto de vista meramente intuitivo.

Anteriormente y durante siglos, Aristóteles (filósofo griego, 384 – 322 A.C.) era seguido por todos indiscutiblemente por su gran autoridad. Él afirmaba conceptos surgidos de su intuición y su deducción lógica, como el hecho de que los cuerpos pesados llegan al suelo más rápido que los más livianos que caen de la misma altura. Ahora sabemos que no es así.

En realidad somos todos aristotélicos hasta que nos demuestran cómo suceden efectivamente los acontecimientos, con el debido fundamento científico.

Es inevitable relacionar el movimiento con el motivo por el cual sucede; es decir por el cual algo que está detenido se empieza a mover, o se detiene cuando se mueve, o se desvía de su camino, o bien se va moviendo cada vez más rápido, o se va frenando , u oscila. Ése es un análisis dinámico del movimiento, que realizaremos más adelante basándonos en las tres leyes de Newton (científico inglés, 1642 –1727), quien nació un año antes de morir Galileo, y que enunció a sus veintitrés años.

Aclaración

Antes de seguir adelante, haremos una mención de los tres principios enunciados por Newton:

Principio de inercia: Todo cuerpo permanece en su estado de reposo, o de movimiento rectilíneo uniforme (con velocidad constante), a menos que reciba una fuerza que lo obligue a cambiar de estado.

Principio de acción y reacción: Si un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro cuerpo, simultáneamente el segundo ejerce sobre el primero, otra fuerza igual y contraria.

Principio de masa: Si un cuerpo recibe una fuerza, adquiere una aceleración que es directamente proporcional a la fuerza, y de su misma dirección y sentido.

Es decir, que la aceleración es la consecuencia de haber recibido una fuerza, es la respuesta a esa fuerza, pero depende también del cuerpo que la recibe, de cuál es su **masa**. Es de notar que tanto la fuerza como la aceleración son magnitudes vectoriales. La expresión matemática de este principio es la siguiente:

$$\boxed{\vec{F} = m\,\vec{a}}$$

La masa es una magnitud escalar (sólo interesa su valor, o sea su medida y la unidad en que se mide). Una unidad utilizada para medirla es el kg (kilogramo masa).

Empezaremos por hacer un planteo **cinemático**, es decir analizando cómo se mueven los objetos sin considerar las causas. Veamos qué características son importantes.

Supongamos que alguien relata haber visto desde el balcón dos autos que iban muy rápido, o sea a alta velocidad, y sólo con esos datos queremos anticiparnos al final del cuento y predecir con seguridad si chocaron o no.

Evidentemente no se puede. Falta algo. Falta información. Alguna pista más. Falta saber como se movían, en qué **dirección**, hacia dónde (en qué **sentido**). Esto sucede porque la **velocidad** es una magnitud que tiene carácter vectorial, es decir, importa la orientación que tiene en el espacio.

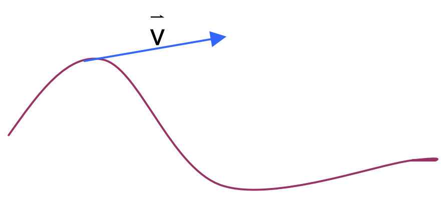
No sucederá lo mismo en estos casos; a) llegan a la boca-calle por dos calles que son perpendiculares entre sí, b) se mueven por dos carriles paralelos en el mismo sentido; c) se mueven por el mismo carril uno hacia el otro, d) por el mismo carril en el mismo sentido, el de atrás a mayor velocidad que el de adelante; d) ídem pero el de atrás más lentamente f) perpendicularmente, pero uno por un puente y el otro por abajo.

La velocidad se representa por un vector cuya longitud, en determinada escala o unidad, mide su rapidez (módulo) y cuya dirección y sentido son los del movimiento. El origen se ubica en el objeto que tiene esa velocidad.

Los movimientos de la naturaleza son generalmente curvos.

Para simplificar el problema, hacemos de cuenta que vemos el objeto desde lejos, como si lo viéramos como un punto en el que no diferenciamos partes que se mueven de distinta manera. Este modelo ideal, matemático, en que hacemos abstracción de la forma y de las medidas del objeto, lleva al estudio del móvil como **cuerpo puntual.**

Si lo vemos recorrer una curva de izquierda a derecha, indicamos su velocidad en ese lugar de la siguiente manera (el vector es rectilíneo):



La velocidad no es la única magnitud vectorial. El lugar donde se encuentra en determinado instante, **posición**, también se indica vectorialmente. Pero... todo se ve distinto según desde dónde se mire.

Una persona puede indicar que ve un objeto a cinco metros a su derecha, alejándosele, y otra simultáneamente lo ve a ocho metros a su izquierda acercándosele. Ambas hablan del mismo objeto, sin embargo cuentan hechos aparentemente distintos. ¿Quién tiene razón? Ambas. Una tercera persona, ¿cómo lo ve?

Imaginemos otro caso: una persona que está parada recibe una encomienda que le arrojan desde una camioneta que se le acerca velozmente. Al día siguiente en el mismo lugar, recibe otra encomienda igual pero se la arrojan desde la camioneta que se le aleja velozmente. Al otro día la camioneta se detiene y le arrojan otra encomienda igual. Aunque la encomienda sea siempre arrojada de la misma manera desde la camioneta, no llegará igual a las manos de quien la recibe, no viaja hacia él en los tres casos a la misma velocidad, aunque el de la camioneta asegura que se la arroja siempre a la misma velocidad

La descripción cambia según el **sistema de referencia.**

Es interesante poder asociar ambas descripciones.

¿Será suficiente conocer lo observado en un S.R. para poder deducir lo que se observa en el otro, si se conocen en determinado instante, las posiciones y las velocidades relativas (de uno con respecto al otro) de los dos S.R.?. Si, es posible.

¿Cómo se describe un movimiento?

La descripción debe ser clara, precisa, concisa y objetiva, de tal manera que alguien que no haya observado el fenómeno pueda entenderlo totalmente con la simple descripción.

ALGUNOS CONCEPTOS ESENCIALES

La intención de la física es doble: ver un fenómeno y traducirlo en el lenguaje matemático, y leyendo expresiones matemáticas, interpretar el hecho físico. Para ello, nombraremos algunos conceptos esenciales:

- Punto de referencia

- Trayectoria

- Movimiento
- Posición
- Desplazamiento
- Intervalo
- Velocidad
- Aceleración

Punto de referencia. Trayectoria. Movimiento

El punto de referencia es un punto del espacio considerado fijo, desde donde se describe el movimiento, elegido como origen de coordenadas. En él se centra un sistema de ejes coordenados cartesianos, que será en adelante el **sistema de referencia** respecto del cual se hace toda la descripción. Puede ubicarse arbitrariamente donde quede más cómodo, y siempre debe aclararse cuál es, para que todos sepan desde dónde se mide.

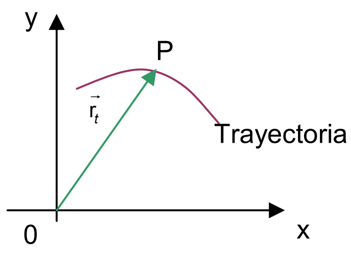
La **trayectoria** es la curva obtenida al unir los sucesivos puntos por donde va pasando el móvil.

Un objeto está **en movimiento** si cambia su posición en el tiempo.

Posición

La **posición** es el punto del espacio donde se encuentra el móvil en un instante determinado, visto desde el S.R. La posición en un cierto instante se indica con las coordenadas correspondientes medidas desde el S.R. elegido, y también con el **vector posición**, cuyo origen está en el punto de referencia y señala el objeto con su otro extremo.

Imaginemos el caso de un móvil P que se mueve sobre una curva en un plano y hemos elegido un origen O para ubicar el S.R. En el plano usamos dos coordenadas, una sobre el eje x y la otra sobre el eje y. El vector posición en un cierto instante se nombra con el símbolo **r** colocando sobre él una pequeña flecha, lo que significa que es una magnitud vectorial, y como subíndice el instante.



Si se puede conocer el vector posición para cualquier instante se sabe cómo y por dónde se mueve el objeto.

Ejemplo: Ubico en un árbol el S.R. y observo un potrillo quieto pastando. Mido en metros sus coordenadas, tomando +x hacia el Este y +y hacia el Norte. Su vector posición en ese instante será:

$$\boxed{\vec{r}_t = 3\text{m}\,\breve{i} + 8\text{m}\,\breve{j}}$$

El símbolo al lado de 3m es el versor correspondiente al semieje +x e indica hacia el Este, en este caso. El que está al lado de 4m es del semieje +y e indica hacia el Norte. Esos dos términos no se pueden sumar.

Aclaración

$\breve{i}$ es el versor que corresponde al eje x, y $\breve{j}$ al eje y. Cuando se usan tres coordenadas, en una descripción espacial, o sea en tres coordenadas, se usa el versor correspondiente al eje z, que se simboliza con la letra $\breve{k}$. Un versor es un vector unitario, sin unidades, que permite definir una dirección y un sentido. Los versores son vectores, por lo tanto tienen los elementos de todo vector:

$\breve{i}$: vector de módulo 1, dirección sobre el eje x, sentido correspondiente a +x.

$\breve{j}$: vector de módulo 1, dirección sobre el eje y, sentido correspondiente a +y.

$\breve{k}$: vector de módulo 1, dirección sobre el eje z, sentido correspondiente a +z

En general $\boxed{\vec{r}_t = x_t\,\breve{i} + y_t\,\breve{j}}$ para dos dimensiones

Para tres dimensiones (en el espacio, por ejemplo para indicar la posición de un avión a su torre de control), son necesarias tres coordenadas.

La forma matemática de expresar el vector como suma de sus componentes acompañadas por los versores, se llama **expresión cartesiana del vector.** El mismo vector puede ser escrito también como **par ordenado,** escribiendo sus componentes dentro de un paréntesis donde siempre se escribe primero la que corresponde a la dirección x, luego la de la y, y si fuera una descripción en el espacio, finalmente la componente en z:

$\boxed{\vec{r}_t = (x_t, y_t)}$ para dos dimensiones.

$\boxed{\vec{r}_t = (x_t, y_t, z_t)}$ para tres dimensiones.

Si se busca la distancia desde el origen hasta el móvil, aplicando el teorema de Pitágoras se calcula su hipotenusa, que coincide con el módulo del vector posición, lo que corresponde a esa distancia.

$$\boxed{\left|\vec{r}_t\right|^2 = x_t^{\ 2} + y_t^{\ 2}}$$

Bien. Si el objeto no se mueve, el vector posición seguirá fijo en el espacio indicando las mismas coordenadas. Si se mueve, su posición cambia. ¿Cómo se puede escribir matemáticamente que la posición cambia? Eso se logra usando la letra **t,** representativa del tiempo, como parte de la expresión. Así escrita como letra, se convierte en una variable, e indica simbólicamente que la posición depende del tiempo, que para cada valor que reemplace a esa letra, la posición es distinta.

Por ejemplo, si el vector que indica la posición de un objeto es el siguiente:

$$\boxed{\vec{r}_t = 3\ t\ \text{m/s}\ \breve{i} + 10\ t\ \text{m/s}\ \breve{j}}$$

al ver esa expresión entendemos que el objeto se mueve porque ambas coordenadas van variando con el tiempo. Averiguaremos alguna posición:

Si t = 4 s la posición del objeto es $\overrightarrow{r_{4s}} = 3.\,4s\ \text{m/s}\ \breve{i} + 10.\,4s\ \text{m/s}\ \breve{j}$ así resulta:

$$\overrightarrow{r_{4s}} = 12\ \text{m}\ \breve{i} + 40\ \text{m}\ \breve{j}$$

Análogamente se puede calcular cualquier posición para cualquier instante.

Ejercicio propuesto

Indicar en cada caso si el objeto cuyo movimiento está definido por el vector posición en función del tiempo, válido para todo instante, se mueve o no:

a) $\vec{r}_t$ = (2m ; 5m)

b) $\vec{r}_t$ = (6tm/s ; 9m)

c) $\vec{r}_t$ = ($-4t^2 m/s^2$; 3tm)

d) $\vec{r}_t = 7t^2\ m/s^2\ \hat{i}$

Respuesta:

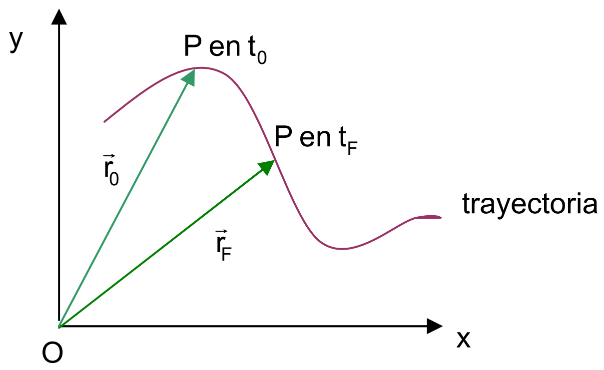
a) No se mueve. Sus coordenadas no cambian.
b) Se mueve. Cambia la coordenada en x y la coordenada en y es siempre la misma. Se mueve sobre una recta paralela al eje x a 9m del origen.
c) Se mueve. Cambian ambas coordenadas, siendo siempre negativa la x y positiva la y, por lo que se mueve por el segundo cuadrante.
d) Se mueve sobre el eje x, alejándose del origen positivamente.

Vector Desplazamiento

Imaginemos el móvil P recorriendo la trayectoria. En un determinado instante t lo vemos ubicado donde señala el vector posición, y más tarde, luego de haber transcurrido un **intervalo,** al que simbolizamos Δ**t,** lo vemos donde señala el vector posición final, que es el que corresponde al instante t + Δt. Cuando tenemos los valores del tiempo y sabemos en qué instantes inicial y final se hacen ambas observaciones, el intervalo se calcula restando ambos valores, haciendo la diferencia del valor final menos el valor inicial. Así, definimos

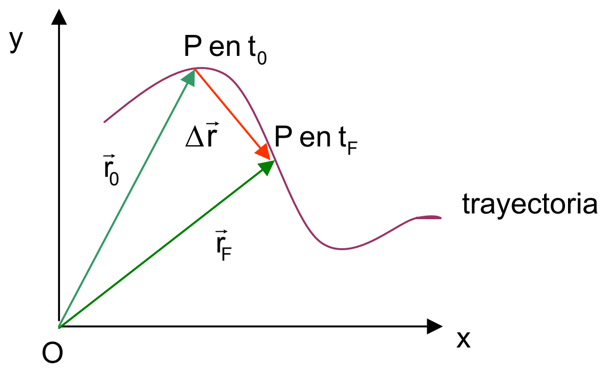
$$\boxed{\Delta t = t_F - t_0}$$

Por ejemplo, si vemos el potrillo al principio a las 12:10 h, y en la otra posición a las 12:15 h, habrán transcurrido 15 minutos. Ése es el intervalo. El vector posición cambió:



Cambiaron en este caso las dos coordenadas, tanto sobre el eje x como sobre el eje y durante ese intervalo el objeto se desplazó desde una posición inicial hasta otra final.

El **vector desplazamiento** es un vector que va desde la posición inicial hasta la posición final, se simboliza $\Delta\vec{r}$ Lo representamos en un nuevo esquema:



Mirando detenidamente los tres vectores, vemos que Δ r es la diferencia de los otros dos.

$\boxed{\Delta\vec{r} = \vec{r}_F - \vec{r}_0}$ donde $\vec{r}_F = (x_F ; y_F)$

y también $\vec{r}_0 = (x_0 ; y_0)$

Recordando que la resta de vectores se realiza componente a componente, resulta:

$$\boxed{\Delta\vec{r} = \Delta x\,\breve{i} + \Delta y\,\breve{j}}$$

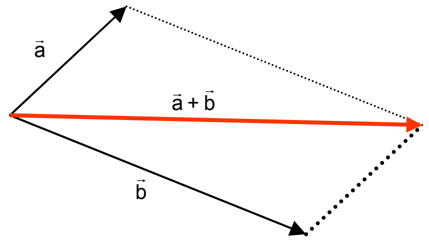
A veces resulta más evidente la relación de suma. Observando detenidamente la orientación de esos tres vectores puede verse fácilmente que uno de ellos (el vector posición final) es la suma de los otros dos. Por lo tanto

$\vec{r}_0 + \Delta\vec{r} = \vec{r}_F$ de donde despejando $\Delta\vec{r}$ se obtiene su definición.

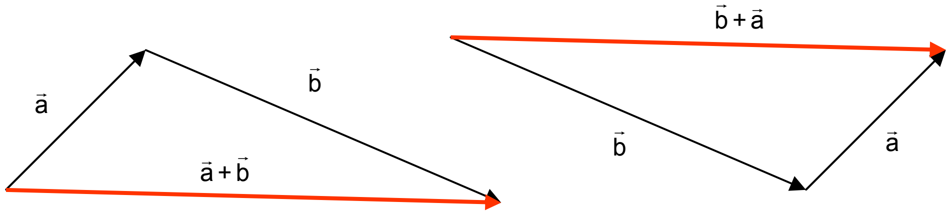
Aclaración Suma de vectores

Gráficamente se pueden sumar dos vectores con el mismo origen por la **regla del paralelogramo**, completando la figura con dos lados paralelos e iguales a los vectores que hay que sumar. Sobre la diagonal que empieza en el origen de ambos queda apoyado el vector suma de ambos, con el mismo origen.

Sea por ejemplo sumar los dos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ indicados:



En realidad no es necesario armar todo el paralelogramo. Pueden sumarse gráficamente sólo con la mitad de esa figura, ya sea con la parte inferior o con la superior, dibujando un vector a continuación del otro, haciendo coincidir el extremo de uno con el origen del siguiente, manteniendo la orientación correspondiente de cada uno. La suma es otro vector que empieza donde empieza el primero y termina donde termina el último.(esto mismo se cumple si son más de dos vectores)



Con este simple caso hemos comprobado que se obtiene el mismo vector sumando en distinto orden. Es decir, la suma de vectores es conmutativa.

Analíticamente, los vectores se suman sumando entre sí las componentes de igual dirección.

Por ejemplo si $\vec{a}$ = (3; 2) y $\vec{b}$ = (5,5; -2) sumando se obtiene: $\boxed{\overrightarrow{a+b} = (8.5; 0)}$

Resta de vectores:

La resta de vectores puede tratarse como una suma, en la que al primer vector se le resta el opuesto del segundo, es decir, otro vector igual pero de sentido contrario. Finalmente, en forma analítica, el resultado se obtiene restando entre sí las componentes sobre la misma dirección: Sea por ejemplo hallar la diferencia vectorial entre los vectores indicados:

$\vec{a}$ = (15; 8) $\vec{b}$ = (25; 6)

$\overrightarrow{a-b}$ = (-10; 2)

La resta de vectores no es conmutativa. Lo anterior es lo mismo que si hubiésemos hecho:

$\overrightarrow{a+(-b)}$ = (15,8) + (-25,-6)

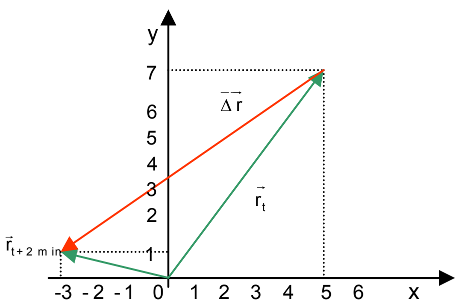
Ejercicio propuesto

Apliquemos nuestros conocimientos a algo real y concreto: vemos un potrillo que se encuentra en un instante a 5m al Este de un árbol (lo tomamos como S.R.) y a 7m hacia el Norte, pero dos minutos más tarde está ubicado a 3m al Oeste y 1m al Norte de ese mismo árbol. Escribamos los vectores posición y el vector desplazamiento del potrillo correspondiente a esos dos minutos y representémoslos en un esquema:

$\vec{r}_0 = 5\ \mathrm{m}\ \breve{i} + 7\ \mathrm{m}\ \breve{j}$

$\vec{r}_F = -3\ \mathrm{m}\ \breve{i} + 1\ \mathrm{m}\ \breve{j}$

$\overrightarrow{\Delta r} = -8\ \mathrm{m}\ \breve{i} - 6\ \mathrm{m}\ \breve{j}$



Velocidad instantánea

El vector $\Delta\vec{r}$ es un vector que une en línea recta la posición inicial con la final. Eso no significa que el objeto realmente se haya movido así. Nos da idea de la separación neta entre ambas posiciones. La distancia entre ambas se calcula con el módulo del vector desplazamiento, utilizando el teorema de Pitágoras como siempre que se halla el módulo de cualquier vector (recordemos que esto es así por el hecho de que las componentes son perpendiculares entre sí y el módulo del vector coincide con la hipotenusa del triángulo rectángulo que se forma con las componentes o sea sus proyecciones).

Cualquiera sea la trayectoria recorrida entre ambas posiciones, el vector desplazamiento entre ellas es siempre el mismo.

¿Cómo sabemos si se movió lenta o rápidamente?

Relacionando el vector desplazamiento con el tiempo empleado en pasar desde una posición hasta la otra. Así, nace la idea de **velocidad media**. Como la velocidad se define relacionando un vector con un escalar positivo según lo que acabamos de ver, la velocidad media resulta también tener carácter vectorial-

$$\boxed{\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}}$$

El vector velocidad media tiene igual dirección y sentido que el vector desplazamiento, ya que se define a partir, si lo consideramos matemáticamente, del cociente entre un vector y un escalar positivo como es el intervalo.

Para representarlo, lo apoyamos sobre el vector desplazamiento. Su longitud depende de la escala utilizada, que no tiene por qué ser la misma que se utilizó para las coordenadas ni el vector posición.

¿Cuál será entonces la velocidad media del potrillo en el intervalo de los dos minutos?

$$\vec{v}_m = \frac{-8m\,\breve{i} - 6m\,\breve{j}}{2s}$$

$$\boxed{\vec{v}_m = -4m/s\ \breve{i} - 3m/s\ \breve{j}}$$

Aplicando el teorema de Pitágoras, llegamos a que su módulo vale 5m.

Ahora bien, la velocidad media no es gran información sobre el movimiento. Sólo nos indica algo imaginario, que si el móvil hubiera ido en línea recta en ese intervalo, desde una posición hasta la otra siempre a esa velocidad, habría llegado en el tiempo real. Pero si la posición inicial y final coinciden en una trayectoria que puede ser muy grande pero en la que el objeto móvil vuelva al punto de partida, nos daría una velocidad media nula.

Es más interesante poder conocer la velocidad instantánea del objeto, que es por ejemplo lo que nos indica el velocímetro de los autos

Para llegar al concepto de la **velocidad instantánea**, partiremos de la definición de la velocidad como la relación entre un desplazamiento y el intervalo correspondiente, sólo que ahora debemos tomar, a partir del instante en el que queremos saber la velocidad, un desplazamiento minúsculo, correspondiente a un intervalo insignificante que prácticamente sea casi cero. Eso se indica matemáticamente como:

$$\boxed{\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}} \quad \text{o lo que es lo mismo} \quad \boxed{\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}}$$

Recordando que al dividir un vector por un escalar positivo se obtiene otro vector de igual dirección y sentido entonces el vector velocidad instantánea tiene igual dirección y sentido que el “desplazamientito” $d\vec{r}$. Ahora bien, su valor puede ser muy grande. Imaginemos un colectivo que en un centésimo de segundo (no se puede ni medir), avanza 30 cm. Eso, para un colectivo, es un desplazamientito insignificante, es un desplazamiento “elemental”, como dicen los matemáticos. Si hallamos con qué velocidad se mueve, al relacionar ese desplazamiento con ese intervalo para el colectivo, estamos hablando de su velocidad instantánea, resultando su módulo de

$$|\vec{v}| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$$

$$|\vec{v}| = 0{,}3\text{m}/0{,}01\text{s}$$

$$\boxed{|\vec{v}| = 30\text{m/s}}$$

Ejercicio resuelto

Santiago vive a 3 km al Este y 4 km al Norte de sus padres. La casa de su hermano Joaquín está a 2 km al Oeste y 2 km al Norte de la de sus padres Un día Joaquín sale a las 10:00 horas en bicicleta de su casa, para ir a visitar a Santiago, y llega a las 10:50 h.

a) Escribir el vector posición de ambos, tomando la casa de los padres como S.R.,

$$\vec{r}_S = 3\text{km}\ \breve{i} + 4\text{km}\ \breve{j}\ ;\ \vec{r}_J = \text{-}2\text{km}\ \breve{i} + 2\text{km}\ \breve{j}$$

b) indicar cuántas cuadras debe hacer y en qué dirección y sentido (se pide hallar el vector desplazamiento),

$$\Delta\vec{r} = 5\,\text{km}\ \breve{i} + 2\,\text{km}\ \breve{j}$$

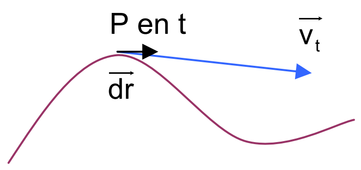
c) si pudiera ir en línea recta, ¿a qué velocidad constante llegaría en ese mismo tiempo? (se pide hallar el vector velocidad media, indicando su módulo)

$$\vec{v}_m = 0{,}1\text{km/min}\ \breve{i} + 0{,}04\ \text{km/min}\ \breve{j}\quad ;\quad |\vec{v}_m| = 0{,}108\text{km/min}$$

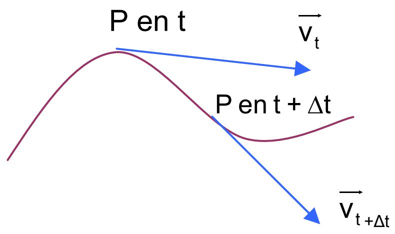
Estamos más familiarizados con la velocidad expresada en km/h. Haciendo la reducción, nos da una velocidad de 108 km/h (para ello recordemos que 1km son 1000m y 1h tiene 3600s).

Es decir, que a pesar de que relacionemos valores muy pequeños, el resultado puede llegar a ser muy grande.

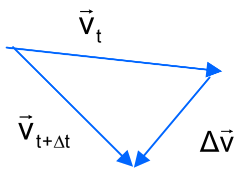
En resumen, para esquematizar el vector velocidad instantánea en un cierto instante, trazamos un vector, que al tener igual dirección y sentido que $d\vec{r}$, resulta siempre tangente a la trayectoria.



En general la velocidad del objeto va cambiando al moverse, tanto en la intensidad o módulo, como en la orientación que tiene en el espacio, o sea, el vector velocidad instantánea es función del tiempo.



El cambio o variación de velocidad que sucede entre dos instantes se indica, como toda variación, con la letra delta mayúscula (Δ). Así llegamos al vector **variación del vector velocidad instantánea,** obteniéndolo como diferencia entre el vector velocidad en el instante final del intervalo, menos el vector velocidad en el instante inicial, y nos da el cambio que se produjo en la velocidad para que, de ser como era en el instante t, pasara a ser como es ahora en el instante t + Δt. Para visualizarlo, esquematizamos los dos vectores concurrentes y hallamos el nuevo vector $\Delta\vec{v}$ así:



Observamos que se relacionan los tres vectores por una suma, donde si al vector $\vec{v}_t$ se le agrega el vector $\Delta\vec{v}$, se convierte en el vector $\vec{v}_{t+\Delta t}$. Es decir:

$$\vec{v}_t + \Delta\vec{v} = \vec{v}_{t+\Delta t}$$

Lo anterior nos permite despejar el nuevo vector, llegando así a definirlo como:

$$\boxed{\Delta\vec{v} = \vec{v}_{t+\Delta t} - \vec{v}_t}$$

Apliquemos lo que acabamos de ver en el siguiente caso real: en cierto instante desde la esquina (punto de referencia) vemos una moto que se acerca a nuestro origen por una calle donde apoyamos el eje x, con una velocidad de 20 m/s en el sentido positivo, por lo que podemos escribir la velocidad inicial de la moto usando nuestro sistema de referencia como

$$\vec{v}_t = 20 \text{ m/s } \breve{i}$$

ya que es un vector que está solamente apoyado sobre el eje x. Observamos que al llegar a la esquina, dobla siguiendo por la calle perpendicular, de tal manera que 4 segundos después de la primera observación la vemos alejándose del origen en el sentido positivo del eje y, a la misma velocidad:

$$\vec{v}_{t+4s} = 20 \text{ m/s } \breve{j}$$

ya que es un vector apoyado solamente en el eje y. Si queremos escribir la variación del vector velocidad en esos 4 segundos, y representarlo, primero hay que hallar la diferencia de los dos vectores, del final menos el inicial, y escribir el resultado siempre anotando primero la componente en el eje x con su versor, y luego la del eje y con su versor. Procedamos:

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_{t+4s} - \vec{v}_t$$

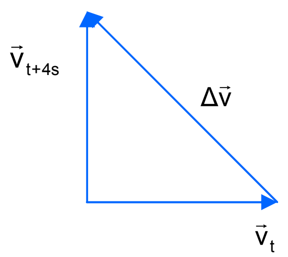
$$\Delta\vec{v} = 20\text{m/s } \breve{j} - 20\text{m/s } i$$

$$\Delta\vec{v} = -20\text{m/s } \breve{i} + 20\text{m/s } \breve{j}$$

Calculando su módulo, siempre por la aplicación del teorema de Pitágoras, resulta:

$$\boxed{\left|\Delta\vec{v}\right| = 28{,}28 \text{ m/s}}$$

Ahora representémoslo:



Ese vector $\Delta\vec{v}$ nos sirve para llegar a otro concepto, que es el de la aceleración **media,** magnitud vectorial que indica la relación entre la variación del vector velocidad y el tiempo empleado, lo que llevado a los símbolos sería:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

La aceleración media de la moto resulta ser, entonces, de

$$\vec{a}_m = -\frac{20m/s}{4s}\breve{i} + \frac{20m/s}{4s}\breve{j} \qquad \text{O sea:}$$

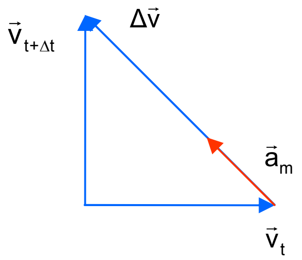
$$\vec{a}_m = -5m/s^2\,\breve{i} + 5m/s^2\,\breve{j} \qquad \text{El módulo resultará de } 7{,}07\ m/s^2$$

Ejercicio resuelto

Por el punto M, de coordenadas (4m; 6m) pasa rápidamente un gato con una velocidad de (-15m/s; 20 m/s). Cinco segundos después, pasa por el punto N, de coordenadas (12m; 9m) con una velocidad de (10 m/s ; 10 m/s). a) Representar en un sistema de ejes todos los vectores, b) Hallar el vector variación de velocidad del gato, el vector aceleración media y sus módulos.

$$\Delta\vec{v} = (25\ m/s\,;-10\ m/s);\ |\Delta\vec{v}| = 26{,}93\ m/s;\ \vec{a}_m = (5m/s^2\,;-2\ m/s^2)\ |\vec{a}_m| = 5{,}4\ m/s^2$$

Análogamente a lo visto para la velocidad media, estamos en presencia de un vector dividido por un escalar que es siempre positivo por su significado físico, lo que da como resultado otro vector de igual dirección y sentido que el que se divide, es decir que el vector aceleración media tendrá la misma orientación en el espacio que el vector variación de la velocidad. Para representarlo, lo apoyamos sobre el mismo $\Delta\vec{v}$, pero según la nueva escala elegida para la aceleración, tendrá su longitud acorde:



Así como desde la velocidad media llegamos a la idea de velocidad instantánea, podemos también llegar al concepto de aceleración instantánea si relacionamos una variación del vector velocidad producido durante un muy pequeño intervalo (casi cero), con ese intervalo. Así estamos definiendo el vector aceleración instantánea, que expresaremos simbólicamente:

$$\boxed{\vec{a}_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}}$$

O bien lo que es lo mismo

$$\boxed{\vec{a}_t = \frac{d\vec{v}}{dt}}$$

EL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME

Ahora supongamos que yendo por una ruta vemos que adelante, a unos 15 m tenemos un camión de 22 m de largo, según leemos en su parte trasera, y unos 20 m más delante de él, vemos otro camión igual, ambos a 80 km/h. No viene nada de frente en sentido contrario y los vamos a pasar. Mientras tanto nos despierta la curiosidad. ¿Cuántos metros de ruta necesitamos para pasarlos a ambos, a 130 km/h?

Para resolverlo, no necesitamos usar la matemática vectorial, ya que todos los movimientos son sobre la misma dirección rectilínea y con velocidad constante

Antes, debemos adquirir el lenguaje necesario para hacer las descripciones y resoluciones analíticas adecuadas que nos faciliten el tema.

Comencemos por el caso más simple de todos: un objeto se mueve en línea recta y siempre a la misma velocidad (o sea manteniendo la misma intensidad, dirección y sentido). Se trata de un **movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.).**

Como se trata de un movimiento en una dimensión, es conveniente elegir siempre el punto de referencia sobre la misma recta de la trayectoria, y sobre ella apoyar el eje x. Así, todas las magnitudes vectoriales (velocidad, posición, desplazamiento) quedan sobre esa misma recta y se facilita la descripción matemáticamente, pudiendo hacerla en forma escalar.

La posición instantánea quedará definida sólo con la coordenada x_t que nos indicará la distancia al origen y con su signo hacia qué lado del origen se encuentra el móvil, y un desplazamiento para un intervalo será Δx. Así, la velocidad quedará definida en forma escalar como:

$$\boxed{v = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$

No es necesario aclarar si es una velocidad instantánea, inicial, final, media, ya que estamos considerando el hecho de un movimiento con velocidad constante, por lo que es única y siempre la misma, cualquiera sea el intervalo que se considere, sea pequeño o largo.

Ejercicio resuelto

Calcular la velocidad de un tren que recorre 400m con MRU durante 50 segundos.

$$v = 400 \text{ m} / 50 \text{ s}$$

$$\boxed{v = 8 \text{ m/s}}$$

Ejercicio resuelto

Expresar una velocidad de 72 km/h en m/s

Para ello recordamos que en 1h hay 60 minutos, y en cada minuto 60 segundos, por lo tanto en 1h tenemos 3600s.

$$v = 72000 \text{ m} / 3600\text{s}$$

$$\boxed{v = 20 \text{ m/s}}$$

Ecuación horaria del MRU

Este movimiento, como todos, tiene una ley que lo representa o describe matemáticamente. Se llama ecuación horaria del M R U, y se obtiene a partir de la definición de la velocidad:

Sabemos que Δx indica el desplazamiento. Consideremos la posición final no como una última, sino como una posición no fija, que va cambiando, para así poder llegar a una ley general. La posición inicial x_0 puede ser cualquier posición conocida en un determinado instante también conocido t_0. De esa forma, genéricamente un desplazamiento es:

$$\Delta x = x_t - x_0$$

Reemplazando en la expresión de la velocidad queda:

$$v = \frac{x_t - x_0}{t - t_0}$$

Si despejamos x_t obtenemos la **ecuación horaria del MRU**:

$$\boxed{x_t = x_0 + v\,(t - t_0)}$$

Las variables son: t como variable independiente, y

x_t como variable dependiente.

Ejercicio resuelto

Un camión que marcha a 80 km/h y que a las 15 h pasa por el km 200 de una ruta recta con velocidad constante, tendrá una ecuación que describe su movimiento de la siguiente forma:

$$x_t = 200\ \text{km} + 80\ \text{km/h}\ (t - 15\text{h})$$

Toda ecuación horaria tiene tres aplicaciones. Sirve para:

* hallar una posición para un determinado instante:
* hallar en qué instante se encuentra en una determinada posición, y
* graficar la posición en función del tiempo.

Por ejemplo, hallemos dónde se encontrará el camión (sin considerar sus propias medidas, como si siempre miráramos el paragolpes delantero), a las 17 horas:

$$x_{17\,h} = 200\text{ km} + 80\text{ km/h}\ (17\text{h} - 15\text{h})$$

$$\boxed{x_{17\,h} = 360\text{ km}}$$

Si queremos averiguar a qué hora pasa por el km 500:

$$500\text{ km} = 200\text{ km} + 80\text{ km/h}\ (t - 15\text{h})$$

$\boxed{t = 18{,}75\text{ h}}$ O sea, 18 h 45 min

Debemos tratar de simplificar el análisis matemático. Esto lo logramos si tomamos las 15 horas como origen de la variable tiempo, o sea, contamos el tiempo a partir de las 15 h como si fuese el valor cero. La ecuación horaria queda entonces:

$$x_t = 200\text{ km} + 80\text{ km/h}\ t$$

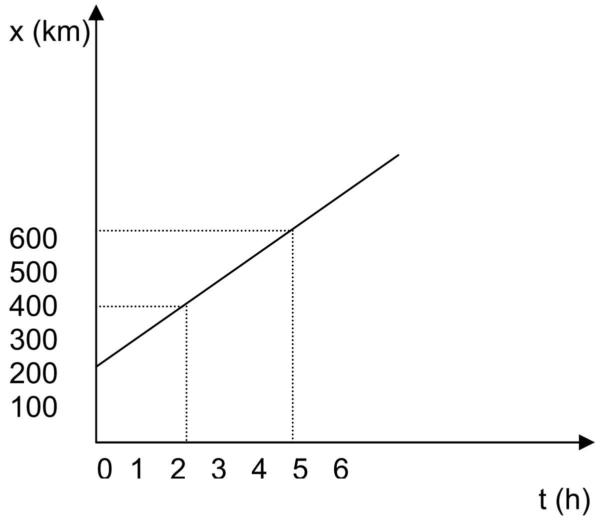
No debemos olvidar que todo lo que calculemos resultará medido a partir de las 15h. El resultado en el caso anterior ahora nos da 3,75h.

Gráfico de la posición en función del tiempo

Para graficar la posición en función del tiempo tomamos dos ejes cartesianos. En el eje de las abscisas colocamos el tiempo, y en el de las ordenadas la posición, o sea la variable x. Sabemos que a las 15h, que tomamos como origen del tiempo, el camión se encuentra a 200 km del origen de coordenadas. Así, el primer punto del gráfico está sobre el eje de las ordenadas donde están las posiciones, en el km 200. Hacemos una tabla de valores en la que vamos calculando la x correspondiente a cada t dándole valores al tiempo.

Ahora bien. Ya sabemos por nuestros conocimientos matemáticos que cuando dos variables están relacionadas de la forma como aparecen en la ecuación horaria, o sea a la primera potencia, es una relación lineal, y su representación es una recta. Eso es precisamente lo que nos da el gráfico.

t	x
h	km
0	200
2	360
5	600



Bien, ya tenemos el gráfico. Muchas veces estaremos en presencia de diferentes gráficos, pero... no sólo nos informa lo que se lee en los ejes. Hay que saber descubrir más información escondida ya sea en la forma, en el área bajo la gráfica, etc. En este caso resulta una recta. La característica geométrica de una recta en una representación, matemáticamente es su pendiente. Investiguemos qué magnitud física está encerrada en su pendiente. Recordemos que para calcular la pendiente de una recta, podemos tomar dos puntos de la misma entre los que visualicemos la hipotenusa de un triángulo rectángulo. No importa su tamaño ni la ubicación de esos puntos. La pendiente de la recta apoyada en esa hipotenusa la da la tangente del ángulo que forme con la recta horizontal, pero obtenida como cateto opuesto sobre cateto adyacente en ese triángulo, respetando las escalas de cada eje. En este caso la pendiente resulta ser un Δx dividido por el Δt correspondiente. O sea, la velocidad del movimiento. En definitiva, la pendiente del gráfico de la x en función del tiempo en un MRU indica la velocidad.

$$\text{pend} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

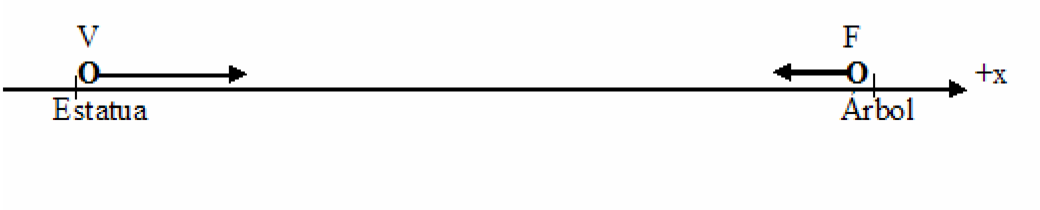
$$\text{pend} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\text{Pend} = v}$$

Hemos visto entonces que en el gráfico de x = f (t) en todo MRU la pendiente de la recta indica la velocidad.

Ejercicio resuelto

Valentina pasa al lado de una estatua en bicicleta, a 150 m/min, va hacia un árbol donde la espera Franco, ubicado a 1800 m. Dos minutos después, Franco llega caminando al árbol a 60 m/min, divisa a Valentina y va a su encuentro continuando a la misma velocidad; .a) escribir las ecuaciones horarias, b) hallar dónde y cuándo se encuentran, y c) representar gráficamente para ambos x = f (t) en un mismo gráfico.

Primero entendamos el hecho físico sobre un esquema, eligiendo un S.R. que puede ser la estatua como origen y el eje x positivo hacia el árbol. Representamos los cuerpos como puntuales.



Es necesario también establecer un origen para los tiempos, aclarar desde cuándo se empieza a contar el tiempo para el análisis de la situación planteada. Lo podemos considerar en el instante en que Valentina pasa frente a la estatua. Ambos tienen movimientos rectilíneos y uniformes. Para armar sus ecuaciones horarias debemos identificar valores conocidos, todos ellos **con respecto a un mismo sistema de referencia.**

a) $V\begin{cases} x_0 = 0 \\ t_0 = 0 \\ v = 150\ \text{m/min} \end{cases} \qquad F\begin{cases} x_0 = 1800\ \text{m} \\ t_0 = 2\ \text{min} \\ v = -60\ \text{m/min} \end{cases}$

$x_V = 150\ \text{m/min}\ t \qquad x_F = 1800\ \text{m} - 60\ \text{m/min}\ (t - 2\ \text{min})$

Estas son las leyes de los movimientos, válidas para distintos valores del tiempo, la de Valentina desde 0 minutos, y la de Franco desde 2 minutos en adelante

b) La condición para que se encuentren debe ser que lo hagan en el mismo instante, (tiempo de encuentro), y en el mismo lugar (la misma coordenada). Es decir, se debe dar coincidencia y simultaneidad.

Condición de encuentro: $x_V = x_F$

$$150 \text{ m/min } t_E = 1800 \text{ m} - 60 \text{ m/min } (t_E - 2 \text{ min})$$

$$150 \text{ m/min } t_E = 1800 \text{ m} - 60 \text{ m/min } t_E + 120 \text{ m}$$

$$210 \text{ m/min } t_E = 1920 \text{ m}$$

$$t_E = 1920 \text{ m} / 210 \text{ m/min}$$

$$\boxed{t_E = 9{,}14 \text{ min} = 9 \text{ min } 8 \text{ s}}$$

Para obtener la posición de encuentro, reemplazamos el valor del tiempo en alguna de las ecuaciones. Nos daría el mismo resultado con cualquiera de ellas, ya que el t_E se obtuvo de igualarlas.

$$x_E = 150 \text{ m/min} \cdot 9{,}14 \text{ min.}$$

$$\boxed{x_E = 1371 \text{ m}}$$

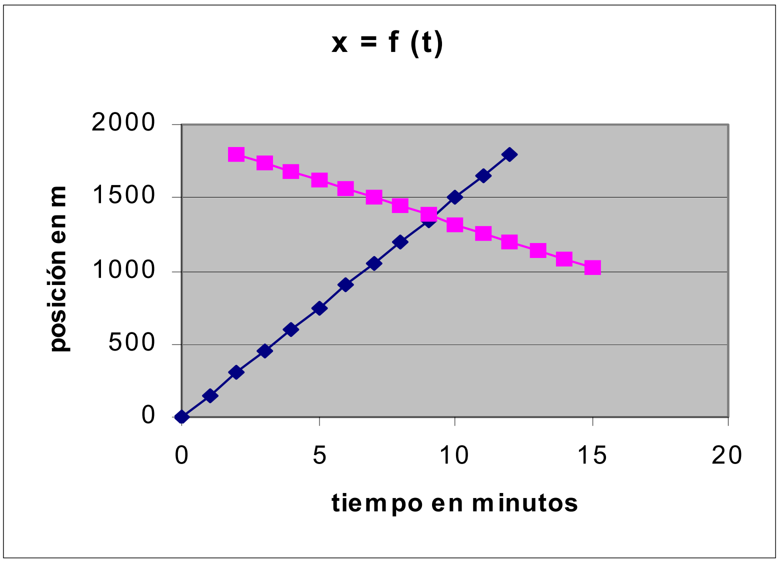
Se encuentran a los 9 minutos aproximadamente. ¿Después de qué? Después de que Valentina pasara por la estatua, y a 1371 m de ese lugar.

Así como se adaptan las ecuaciones a un S.R., todo valor que se obtenga utilizándolas, resulta medido desde el mismo S.R., o sea, desde los mismos orígenes considerados para escribirlas.

c) Para representar ambas ecuaciones debemos armar una tabla de valores dándole valores al tiempo (la variable independiente) y calculando la posición de cada uno para los distintos tiempos, y luego volcar todo sobre un sistema de ejes.

x_0 (m) =	0	x_0 (m) =	1800
t_0 (min) =	0	t_0 (min) =	2
v (m/min) =	150	v (m/min) =	-60

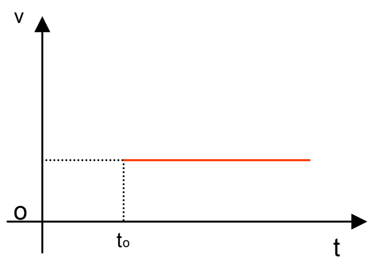
t (min)	**V** : x (m)	t (min)	**F** : x (m)
0	0	2	1800
1	150	3	1740
2	300	4	1680
3	450	5	1620
4	600	6	1560
5	750	7	1500
6	900	8	1440
7	1050	9	1380
8	1200	10	1320
9	1350	11	1260
10	1500	12	1200
11	1650	13	1140
12	1800	14	1080
		15	1020



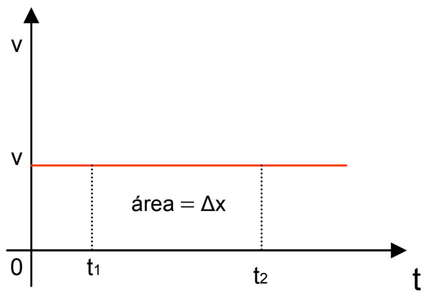
El punto de intersección de ambas rectas indica el instante y la posición de encuentro.

Gráfico de la velocidad en función del tiempo

Otro gráfico que se puede hacer es el de la velocidad en función del tiempo, que al ser una magnitud constante queda representada por una recta horizontal. Si la velocidad es positiva, quedará en el primer cuadrante, y si es negativa, en el cuarto, siempre a partir del instante en que tenemos la certeza de que se mueve con MRU.



¿Qué es lo que podemos descubrir en este gráfico, además de lo que leemos en los ejes? El área bajo la recta, limitada por el eje de las abscisas y las ordenadas de dos instantes determinados, corresponde a otra magnitud que no se ve directamente. Investiguemos.



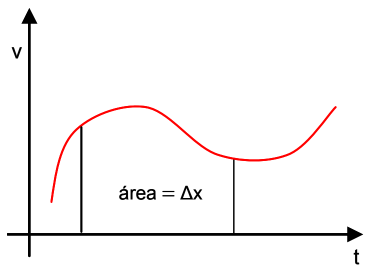
$$\text{área} = \text{base} \,.\, \text{altura}$$
$$\text{área} = \Delta t \,.\, v$$

A partir de la definición de la velocidad, el producto de v Δt (el producto es conmutativo) nos da el desplazamiento para ese intervalo:

$$\boxed{\text{área} = \Delta x} \ \forall \ \text{MRU en el gráfico } v = f(t)$$

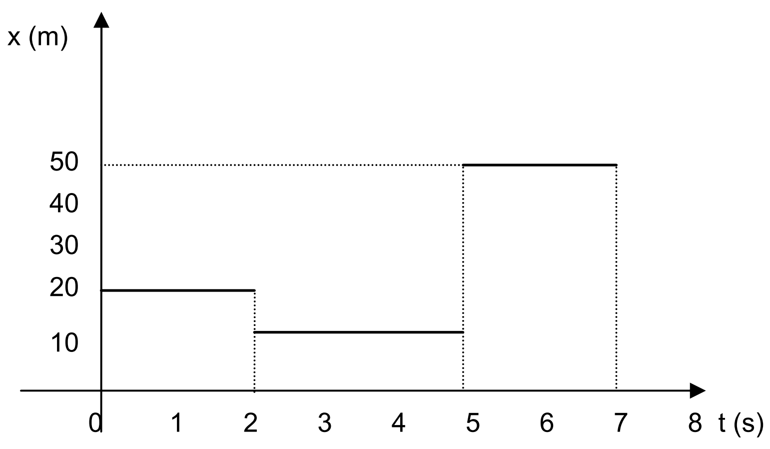
Aclaración

El hecho de que el valor del área bajo la curva corresponde al desplazamiento, vale para todo tipo de movimiento rectilíneo, que así tenga velocidad variable, se puede imaginar como una sucesión en el tiempo de muchísimos movimientos uniformes casi instantáneos, en donde cada uno mantuviera la velocidad constante durante un intervalito insignificante. En un gráfico de v = f (t) sería un área irregular donde un borde podría hasta ser curvo, según cómo fuera cambiando la velocidad en el tiempo:



Ejercicio resuelto

Un móvil se desplaza con MRU en tres etapas. Despreciemos el intervalo que demora en cambiar su velocidad entre una y otra etapa. Ordenar los desplazamientos respectivos, de mayor a menor.



La primera etapa se cumple entre 0 y 2s; la segunda entre 2s y 5s, y la tercera entre 5s y 7s. Calculando los desplazamientos por el área en cada una, se llega a que:

$$\Delta x_3 > \Delta x_1 > \Delta x_2$$

EL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

Sigamos con movimientos rectilíneos- Si soltamos algo a una altura por arriba del suelo, sabemos que no permanece en ese lugar cuando dejamos de sostenerlo. Cae. Si lo arrojamos hacia arriba, o hacia abajo, se mueve siguiendo una línea recta pero no con MRU. La velocidad va cambiando. Se trata de un caso particular de **movimiento rectilíneo uniformemente variado**, caracterizado por tener la aceleración constante.

¿Por qué? El análisis dinámico (el que relaciona los movimientos con las causas), indica que toda aceleración se debe a la presencia de alguna fuerza recibida por el objeto, que responde acelerándose en la misma dirección y sentido que la fuerza, y con una intensidad directamente proporcional a ella (según el principio de masa). Cuando la fuerza es constante, la aceleración es constante.

Para la simple descripción de cómo es el movimiento (cinemáticamente) no es necesario el tratamiento vectorial, por ser todas las magnitudes colineales. Este tipo de movimiento lo tendrá todo objeto que reciba alguna fuerza que sea constante, es decir, que no cambie en intensidad, y tenga siempre la misma orientación en el espacio

En el ejemplo de un objeto arrojado hacia arriba o hacia abajo, se tiene el caso de un cuerpo que está sometido a la fuerza de atracción gravitatoria, que si bien va disminuyendo a medida que nos alejamos del planeta, para las situaciones que planteamos, por los recorridos que realizan (que son insignificantes frente al tamaño de nuestro planeta), en ese orden de dimensiones se puede considerar que la fuerza es constante, es decir que la fuerza de atracción que recibe no cambia durante el análisis)

No es el único caso en que el móvil describe un MRUV. La fuerza recibida puede tener diferentes direcciones, como también puede suceder que el objeto reciba más de una fuerza. En ese caso se acelerará en la dirección de la resultante de todas ellas. Pero ese estudio lo retomaremos luego con carácter dinámico

Todo MRUV se caracteriza entonces por tener aceleración constante. En este caso como ya aclaramos, es paralela a la trayectoria, que al ser rectilínea nos permite utilizar un solo eje de coordenadas para describirla; utilizaremos el eje x nuevamente, a menos que se mueva sobre la dirección de la vertical, en cuyo caso utilizaremos el eje y. Para cada situación elegiremos convenientemente el punto de referencia sobre la misma recta donde se desplaza, punto que se convertirá en el origen de coordenadas.

Este movimiento responde a sus propias leyes o **ecuaciones horarias**, que son dos: la que rige la velocidad en función del tiempo, que nos indica cómo va cambiando la velocidad a medida que transcurre el tiempo, y la de la posición (coordenada que indica la distancia al origen o punto de referencia) en función del tiempo:.

$$\boxed{v_t = v_0 + a\,(t - t_0)}$$

$$\boxed{x_t = x_0 + v_0\,(t - t_0) + \frac{1}{2}\,a\,(t - t_0)^2}$$

Los valores que se simbolizan con el subíndice $_0$ se refieren a valores conocidos puntualmente en algún instante dado $\mathbf{t_0}$**.**

Ejemplo: el movimiento de un objeto está dado por las siguientes leyes:

$$v_t = 5\ m/s + 4\ m/s^2\ (t – 10\ s)$$

$$x_t = 80\ m + 5\ m/s\ (t – 10\ s) + 2\ m/s^2\ (t – 10\ s)$$

Estas leyes encierran las infinitas posibles posiciones y velocidades que puede ir teniendo el móvil a medida que transcurre el tiempo.

Leyendo esas expresiones tenemos que ser capaces de:

a) interpretar cuál es el hecho físico que describen;
b) calcular un valor de cualquiera de las magnitudes que figuran como variables (como letras),dada la otra, en cada una de esas ecuaciones; predecir velocidades, coordenadas futuras, o instantes en los que ocupa una posición o tiene una determinada velocidad;
c) graficar la velocidad en función del tiempo, lo que simbolizamos v = f (t) y posición en función del tiempo, es decir x = f (t) y descubrir en c/u de los gráficos, qué otras magnitudes se encuentran, además de las que figuran en los ejes.

Todo ese análisis, a partir de las ecuaciones que representan las leyes del movimiento. Pero tenemos la certeza de que dominamos un tema con seguridad, si lo sabemos "al derecho y al revés". Eso significa, en este caso, que observando algo que se mueve bajo la acción de una fuerza que sabemos que es constante, midiendo alguna coordenada en un determinado instante, y la velocidad que tiene en ese instante, conocida la aceleración (característica del MRUV), tenemos que poder escribir las leyes generales y graficarlas. De no conocer la aceleración, a partir de dos valores de velocidad y los instantes correspondientes, o el desplazamiento realizado entre esas dos velocidades, se calcula la aceleración (¿Cómo?)

Una forma de averiguar la aceleración, es a partir de su definición, o sea:

$$\boxed{a = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

Otra opción, si no se conoce el tiempo transcurrido, es a partir de una ecuación complementaria, obtenida a partir de las dos ecuaciones horarias, como se muestra en la siguiente aclaración

Aclaración

Si las dos ecuaciones contienen el tiempo, nos podemos ingeniar para que enlazándolas en una nueva, el tiempo desaparezca . Esto lo logramos despejando el tiempo de una y sustituyéndolo en la otra. Veamos:

Si $v_t = v_0 + a\,(t - t_0)$ despejamos $(t - t_0) = (v_t - v_0)/a$

En $x_t = x_0 + v_0\,(t - t_0) + \frac{1}{2}a\,(t - t_0)^2$ reemplazamos $x_t - x_0 = v_0 \frac{(v_f - v_0)}{a} + a\frac{(v_f - v_0)^2}{2a^2}$

El primer miembro es el desplazamiento, y elaborando las operaciones matemáticas que se indican en el segundo miembro lo que nos obliga a aplicar la propiedad distributiva en el primer término, desarrollar el binomio al cuadrado en el segundo, y luego en otro paso sumar las fracciones que quedaron (¡comprobémoslo!), finalmente logramos, agrupando lo que queda, llegar a que:

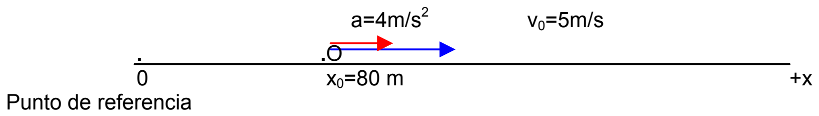
$$\boxed{\Delta x = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2a}}$$

Debe también ser posible a partir de los gráficos como información inicial, deducir la interpretación completa de cómo se mueve el objeto, y escribir las expresiones matemáticas que lo describen.

Practiquemos: ¿Cómo se mueve el objeto que responde a las leyes mencionadas?

Por las expresiones matemáticas, que indican relación a la primer potencia (lineal) entre la velocidad y el tiempo, y además relación cuadrática entre la posición y el tiempo, ya sabemos que se trata de un MRUV.

a) Leemos en las ecuaciones dadas, que cuando el reloj indica 10 segundos, el objeto está pasando por una coordenada que está ubicada a 80 m del origen en sentido positivo, a 5m/s moviéndose también positivamente, con una aceleración en ese mismo sentido, de 4 m/s^2



Cada una de las ecuaciones indica cómo se relacionan entre sí dos variables.

b) Calculemos, por ejemplo para t = 20 s, cuál es la velocidad y la coordenada en ese instante. Para ello reemplazamos el tiempo y resolvemos:

$v_{20s} = 5\ m/s + 4\ m/s^2\ (20\ s - 10\ s)$ lo que da $\boxed{v_{20s} = 45\ m/s}$

$x_{20s} = 80\ m + 5\ m/s\ (20\ s - 10\ s) + (1/2)\ 4\ m/s^2\ (20\ s - 10\ s)^2$ $\boxed{x_{20s} = 330\ m}$

Ahora investiguemos en qué instante su velocidad toma un valor en particular, por ejemplo 40 m/s:

$$40\ m/s = 5m/s + 4\ m/s^2\ (t - 10\ s)$$

$$40\ m/s - 5\ m/s = 4\ m/s^2\ (t - 10\ s)$$

$$\frac{35\ m/s}{4\ m/s^2} = t - 10\ s$$

$$8{,}75\ s = t - 10\ s$$

$8{,}75\ s + 10\ s = t$ Finalmente se obtiene $t = 18{,}75\ s$

Si queremos saber en qué instante pasa por la coordenada x = 400 m:

$$400 \text{ m} = 80 \text{ m} + 5 \text{ m/s} (t - 10 \text{ s}) + 2 \text{ m/s}^2 (t - 10 \text{ s})^2$$

$$(t^2 - 20s\, t + 100s^2)$$

Debemos operar cuidadosamente

$$400 \text{ m} = 80 \text{ m} + 5 \text{ m/s}\ t - 50 \text{ m} + 2 \text{ m/s}^2\, t^2 - 40\text{m/s}\ t + 200\text{m}$$

No podemos despejar, sino acomodar todo como ecuación cuadrática igualando a cero, para luego usar la fórmula que la resuelve:

$$2 \text{ m/s}^2\ t^2 - 35 \text{ m/s}\ t - 170 \text{ m} = 0$$

Identificamos los coeficientes de la cuadrática (obviemos las unidades para hacerlo más sencillo):

a = 2

b = - 35

c = - 170

Ahora aplicamos nuestros conocimientos matemáticos, por los que sabemos que toda cuadrática, que en general se escribe $\boxed{a\, x^2 + b\, x + c = 0}$ se resuelve aplicando:

$$\boxed{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$ Nuestra incógnita es **t**

Reemplazando $t_{1-2} = \dfrac{35 \pm \sqrt{(-35)^2 - 4.2.(-170)}}{2.2}$

$t_1 = 21{,}46$ s $\qquad t_2 = -\,3{,}96$ s

A t_2 lo descartamos por ser negativo (sería anterior al instante en que se tomó el origen de los tiempos).

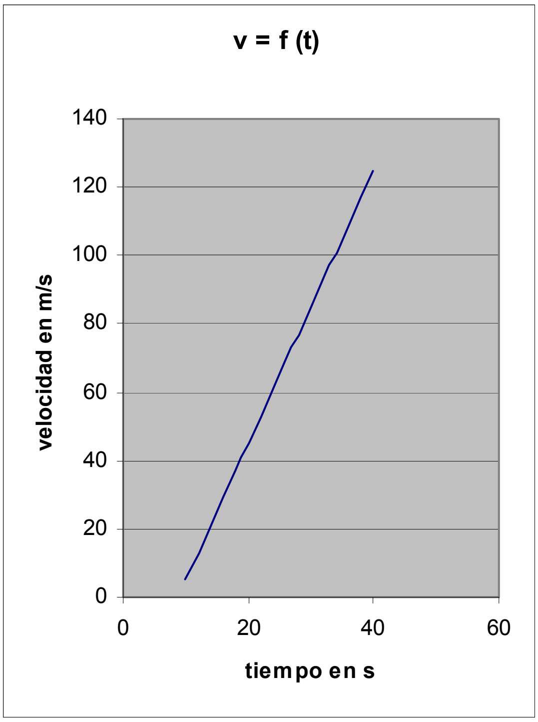
c) Procedamos ahora a graficar, primero la velocidad en función del tiempo, lo que simbolizaremos v = f (t). Para ello podemos armar una tabla de valores, dándole valores a la variable t, y calculando para cada uno la velocidad correspondiente a ese instante, a partir de la ecuación horaria del movimiento:

$$v_t = 5 \text{ m/s} + 4 \text{ m/s}^2 \,(\, t - 10 \text{ s} \,)$$

Como la primera información que tenemos es la velocidad conocida para cuando t vale 10 s, y a partir de ese momento tenemos la seguridad de que la aceleración es constante, sólo le daremos valores al tiempo desde ese instante en adelante.

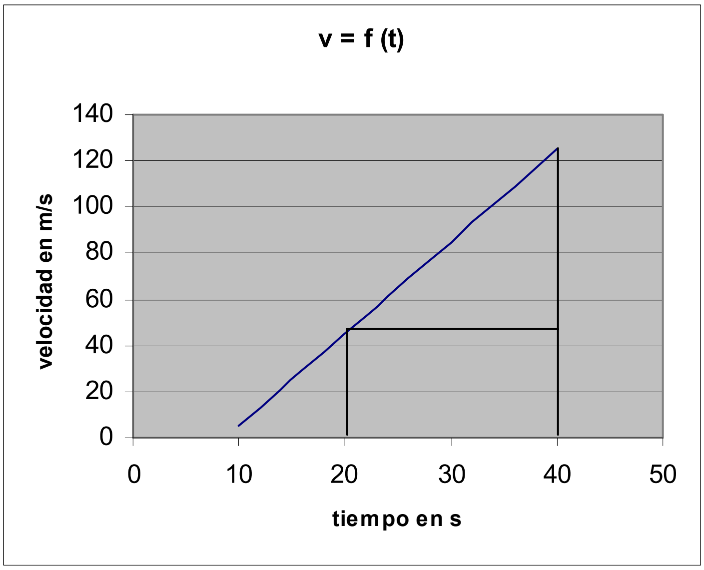
v_o (m/s) = 5
t_o (s) = 10
a (m/s^2) = 4

t (s)	**v** (m/s)
10	5
12	13
14	21
16	29
18	37
20	45
22	53
24	61
26	69
28	77
30	85
32	93
34	101
36	109
38	117
40	125



En este gráfico se leen en los ejes los valores del tiempo y de la velocidad correspondiente a cada uno. Es una recta. ¿Qué mide su pendiente? Como toda pendiente se calcula, como hemos recordado para el MRU, imaginando un triángulo rectángulo con su hipotenusa apoyada en la recta, y haciendo el cociente entre el cateto opuesto y el cateto adyacente del ángulo que forma la hipotenusa con la base, (o bien la recta con el eje x que es el mismo). Realizando esa operación, en este caso, por lo que se está leyendo en los ejes, resulta un $\Delta v / \Delta t$, que es la aceleración del movimiento.

Generalizando, toda vez que se grafique la velocidad en función del tiempo para un MRUV, resulta una recta cuya pendiente indica la aceleración. Por otro lado, siempre de un gráfico de velocidad versus tiempo se puede obtener el desplazamiento correspondiente a un intervalo por el área bajo la curva para el intervalo pedido. Averigüemos algún desplazamiento, por ejemplo, entre 20s y 40s, a partir del área. Observamos el gráfico, y el área para ese intervalo la podemos ver geométricamente ya sea como un trapecio o como un rectángulo más un triángulo.



Δ x = área del rectángulo + área del triángulo

Δ x = (40s – 20s). 45 m/s + (40s – 20s) (125 m/s –45 m/s) / 2

Δ x = 1700 m

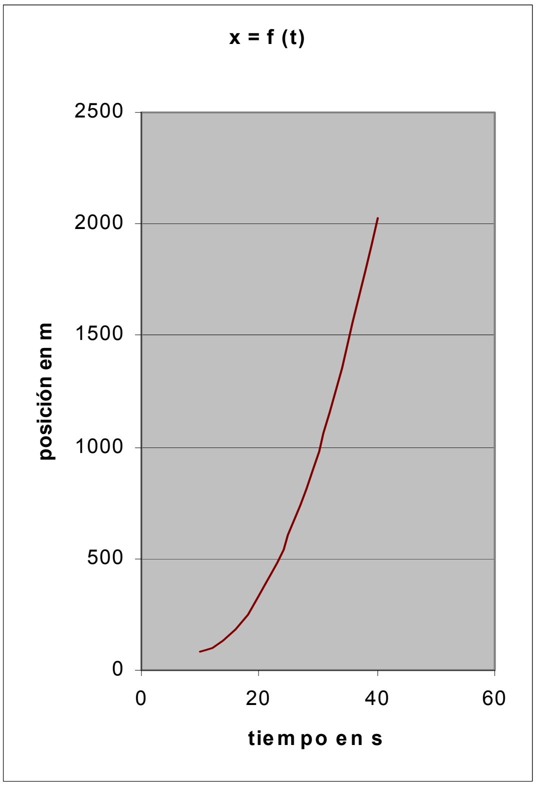
Ahora llevemos a un gráfico la otra ecuación horaria, de la posición en función del tiempo, lo que simbolizamos x = f (t). Para ello armamos una tabla de valores dándole valores al tiempo (que es la variable independiente), y calculando para cada uno la coordenada correspondiente, a partir de la ecuación.

$$x_t = 80 \text{ m} + 5 \text{ ms } (t - 10 \text{ s}) + 2 \text{ m/s}^2 \ (t - 10 \text{ s})^2$$

Como los primeros valores conocidos, tanto el de la posición como el de la velocidad, son para t = 10s, le daremos sucesivos valores a partir de ese instante. En este caso no obtendremos una recta como para la ecuación anterior, ya que hay una relación cuadrática entre las variables que ubicaremos en ambos ejes. ¿Qué forma tendrá la representación?

x_o (m) = 80
v_o (m/s) = 5
t_o (s) = 10
a (m/s^2) = 4

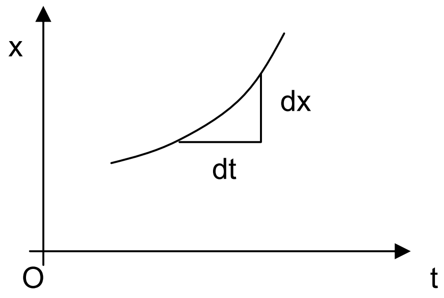
$t_{(s)}$	$x_{(m)}$
10	80
12	98
14	132
16	182
18	248
20	330
22	428
24	542
26	672
28	818
30	980
32	1158
34	1352
36	1562
38	1788



La representación resultó una parábola. En los ejes leemos valores del tiempo y de la posición. ¿Qué más podemos encontrar? Este gráfico como toda parábola, tiene asociada a su forma el signo del término cuadrático. Deducimos que corresponde a un término cuadrático positivo (eso lo recordamos de matemática), pero... ¿quién nos da el signo del término cuadrático en la ecuación que representamos? La aceleración!

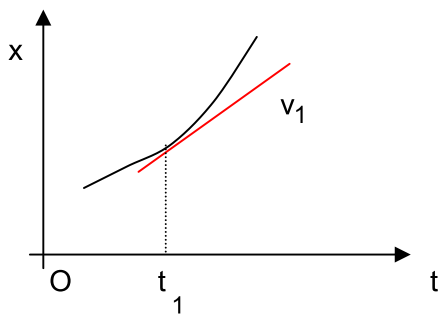
En general entonces, la curvatura de un gráfico de x = f (t) para todo MRUV, indica el signo de la aceleración. Si la aceleración es positiva, corresponde a una parábola de esta forma: $\cup$, y, si la aceleración es negativa, eso se traduce en una parábola de esta otra forma: $\cap$

Dibujemos ahora un pequeño triángulo rectángulo para poder asegurar que su hipotenusa esté sobre la curva. Si relacionamos el cateto opuesto sobre el adyacente del ángulo entre la hipotenusa y la base, ¿qué se obtiene? Veamos:



Obtenemos la pendiente de la recta que pasa por esa hipotenusa. ¿Qué está representando? En este caso, por lo que leemos sobre los ejes y por las dimensiones de ese triángulo, su cateto opuesto es un pequeñísimo desplazamiento, un dx, y el adyacente es el intervalo correspondiente, un dt. O sea que la pendiente de esa recta que pasa por la hipotenusa es dx / dt, es decir, la velocidad instantánea. Esa recta resulta tangente a la curva. Conclusión:

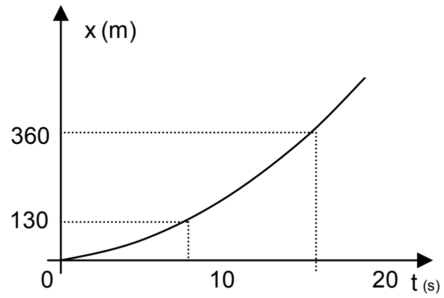
Para todo MRUV, en un gráfico de x = f (t), una recta tangente a la curva, indica con su pendiente, la velocidad instantánea en el instante indicado.



Si dibujamos rectas tangentes para distintos instantes podemos ver si la velocidad va aumentando, disminuyendo, o si es positiva, negativa o nula, según cómo van cambiando las pendientes sucesivas.

Ejercicio resuelto

A partir del siguiente gráfico de x = f (t), escribir las ecuaciones horarias del movimiento.



Resolución: Pensemos: como es una parábola, se trata de un MRUV. Su aceleración es positiva (lo deducimos por la curvatura). Su velocidad inicial también (por la pendiente de una recta tangente en el instante inicial). Leemos la $x_0 = 0$ y el $t_0 = 0$. La ecuación horaria tiene que tener esta forma:

$$x_t = x_0 + v_0\ (t - t_0) + ½\, a\, (t - t_0)^2$$

En el gráfico se ve que para t = 10 s es x = 130 m

y para t = 20 s es x = 360 m

Colocamos los valores en la ecuación horaria:

$$360\ m = v_0 .20\ s + 1/2\ \ a\ .\ 400\ s^2$$

$$130\ m = v_0\ .\ 10\ s + 1/2\ \ a\ .\ 100\ s^2$$

Con cada una de esas ecuaciones individualmente no podemos calcular nada, pero sí, si armamos un sistema con las dos ecuaciones con las dos incógnitas, que son $\mathbf{v_0}$ y **a**. ¿Cómo se puede resolver? Muy fácilmente. Hay distintos métodos. Todos llevan a los mismos resultados .Podemos (no es obligatorio), simplificar los valores (dividiendo ambos miembros de las dos ecuaciones por 10 y luego toda la primera por 2) y nos queda:

$$\begin{array}{ll} 18\,m = v_0\,.1s + a\,.10\,s^2 & \\ \underline{13\,m = v_0\,.1s + a\,.5\,s^2} & \text{Restando ambas ecuaciones:} \\ 5\,m = a\,.5\,s^2 & \text{de donde despejamos a:} \end{array}$$

$$\boxed{a = 1\ m/s}$$

Ahora podemos encontrar v_0 a partir de cualquiera de las dos ecuaciones, por ejemplo, de la primera. Despejando, se llega a que:

$$\boxed{v_0 = 8 \text{ m/s}}$$

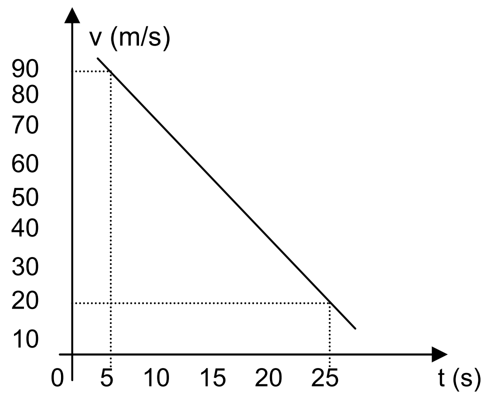
Por lo tanto las ecuaciones horarias son :

$$x_t = 8 \text{ m/s } t + 0{,}5 \text{ m/s}^2$$

$$v_t = 8 \text{ m/s} + 1 \text{ m/s}^2$$

Ejercicio resuelto

A partir del siguiente gráfico de v = f (t) obtener las ecuaciones horarias, si se sabe que cuando t_0 = 5 s, el móvil pasa por una coordenada ubicada a 500 m del origen (en sentido positivo), y graficar x = f (t)..



Por la forma del gráfico, entendemos que se trata de un MRUV, y por la pendiente de esta recta, que es negativa. Nos anticipamos previendo que la aceleración es negativa. Como la velocidad inicial es positiva y la aceleración negativa, es contraria al movimiento, sabemos que se va a ir frenando. Calcularemos la aceleración, que es la característica de todo MRUV, mediante su definición, ya que leemos velocidades y tiempos. Vemos que:

para $t_0 = 5$ s es $v_0 = 90$ m/s

y para $t_1 = 25$ s es $v_1 = 20$ m/s

Con esos datos hallamos la aceleración:

$a = \Delta v / \Delta t$ $\quad a = (v_1 - v_0) / (t_1 - t_0)$ $\quad$ Reemplazando:

$a = (20\ m/s - 90\ m/s) / (25\ s - 5\ s)$

$a = - 3{,}5\ m/s^2$

Ahora ya se pueden escribir las ecuaciones horarias:

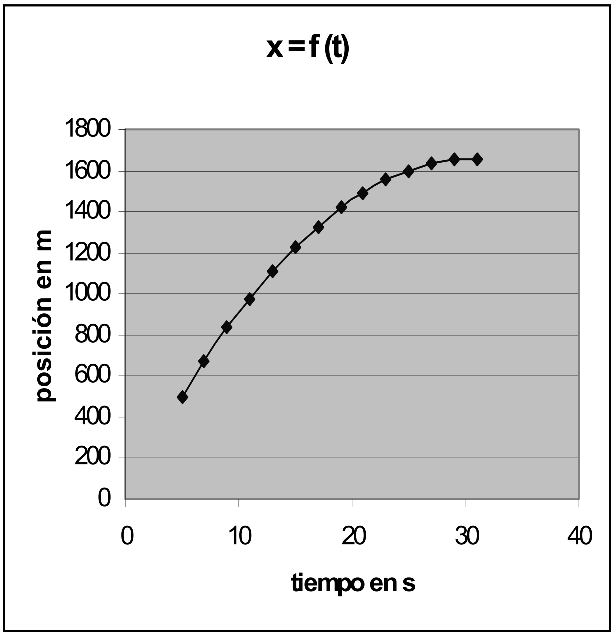
$$v_{t} = 90\ m/s - 3{,}5\ m/s^2\,(t - 5\ s)$$

$$x_t = 500\ m + 90\ m/s\,(t - 5\ s) - 1{,}75\ m/s^2\,(t - 5\ s)^2$$

Para realizar el gráfico debemos hacer una tabla de valores, donde a partir de la ecuación horaria le vamos dados valores al tiempo y calculando la posición para cada uno. Sería interesante saber al cabo de cuánto tiempo se detiene. De la ecuación de la velocidad, igualándola a cero, podemos averiguarlo. Obtenemos un valor cercano a 31s. Durante ese tiempo avanza. Luego, si sigue actuando la misma aceleración, retrocede.

x_o (m) = 500
v_o (m/s) = 90
t_o (s) = 5
a (m/s^2) = -3,5

t (s)	**x** (m)
5	500
7	673
9	832
11	977
13	1108
15	1225
17	1328
19	1417
21	1492
23	1553
25	1600
27	1633
29	1652
31	1657



Ejercicio resuelto

Una moto pasa por un punto A, a 15 m/s, acelerando a 2 m/s^2 hacia otro punto B, que se encuentra a 600 m. Cinco segundos más tarde pasa otra moto por B a 3 m/s, acelerando a 4m/s^2. Hallar a) dónde y cuándo se cruzan; b) la velocidad de cada una en ese instante, y c) representar para ambas x = f (t) en un mismo gráfico.

Ayuda: Hacer un esquema , elegir un S.R. y escribir las ecuaciones horarias de ambas motos **con el mismo S.R..** Si se ubica el origen en A y +x hacia B, se llega a:

x_1= 15 m/s t + 1 m/s^2 t^2 $\qquad$ x_2 = 600 m – 3 m/s (t – 5s) – 2 m/s^2 (t – 5s)^2

v_1= 15 m/s + 2 m/s^2 t $\qquad$ v_2 = -3 m/s – 4 m/s^2 (t – 5s)

Para responder a) se debe cumplir la condición de que $x_1 = x_2$

Operando matemáticamente, se obtiene una cuadrática como la siguiente:

$$3\,t^2 - 2\,t - 565 = 0 \quad \text{(obviando las unidades)}$$

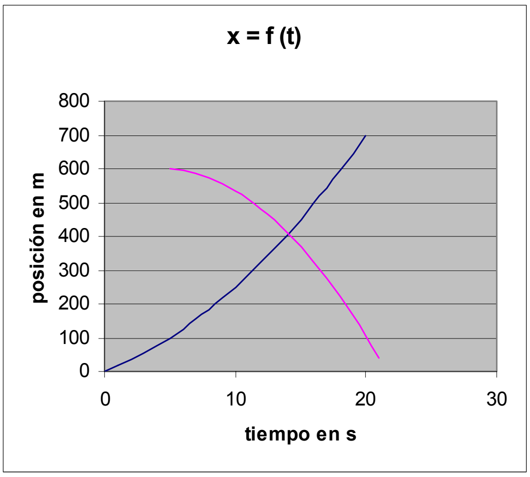
Resolviendo: $\quad t_{E\,1}$ = 14,06s $\qquad t_{E\,2}$ = -13,4 s

El segundo valor se descarta por ser negativo (sería anterior al análisis del fenómeno)

Luego se reemplaza el primer valor en alguna de las ecuaciones de posición y en las de la velocidad, obteniendo:

$$x_E = 408{,}58 \text{ m} \;;\; v_{1\,E} = 43{,}12 \text{ m/s} \;;\; v_{2\,E} = -\,39{,}24 \text{ m/s}$$

Finalmente, se grafica, obteniendo:



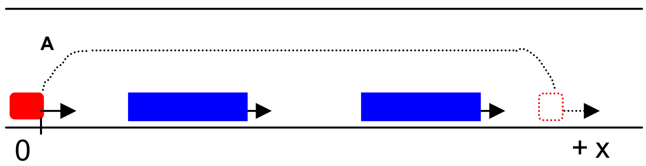
Ejercicio resuelto

A continuación, resolvamos una situación que quedó pendiente, planteada la introducción de los movimientos rectilíneos.

Vamos en un auto, supongamos de 4m de largo, a 130 km/h, y cuando llegamos a 15m detrás de un camión de 22 m de largo, que a su vez va 20 m detrás de otro igual, ambos a 80 km/h, queremos pasarlos.

¿Cuántos metros y cuánto tiempo necesitamos , desde ese instante y desde donde estamos, hasta que logramos ubicarnos nuevamente en nuestra mano, por ejemplo 10 m adelante del primero?

Bien. Hasta ahora resolvimos todos los casos considerando los móviles como cuerpos puntuales. En este caso es necesario tener en cuenta las dimensiones. Para analizarlos a ambos como MRU, supongamos despreciable la curva de la trayectoria al salir de nuestra mano y al retomarla. El hecho físico es así (visto desde arriba):



Pensemos en ambos camiones con la separación entre ellos como un solo bloque "camiones", de 64 m de largo.

Tomemos el origen del S.R. en la posición donde estamos en el instante en que los comenzaremos a pasar, +x hacia adelante, y 0 para el tiempo en ese instante.

La ecuación horaria del auto es:

$x_A = v_A\, t$ Describiremos el auto siempre por su paragolpes delantero.

Para los camiones, si los describimos mediante el paragolpes delantero del que está más adelante, su posición inicial es: 15m + 22m + 20m + 22m (los últimos tres términos son los "camiones"). Su ecuación horaria será:

$$x_C = 79 \text{ m} + v_C\, t$$

La posición final será cuando el auto, de 4m, quede ubicado 10m más adelante, es decir, que su paragolpes delantero esté 14m más adelante que el del primer camión:

$x_A = x_C + 14m$ Reemplazando:

$v_A\, t = 79\ m + v_C\, t + 14\ m$

$v_A - v_C)\, t = 93\ m$

$t = 93\ m / (v_A – v_C)$ Pasemos las velocidades a m/s:

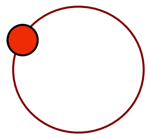
$t = 93\ m / (130000\ m: 3600\ s – 80000\ m : 3600\ s)$

$\boxed{t = 6{,}7\ s}$ Reemplazando en la ecuación horaria: $x_A = \dfrac{130000\ m}{3600\ s}\, 6{,}7\ s$ $\boxed{x_A = 241{,}8}$

Necesitamos, entonces, unos 7 segundos y 242 m (desde el origen considerado).

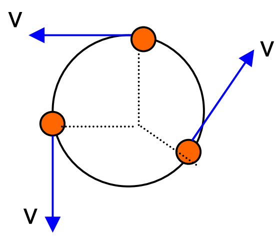
MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU)

Otro movimiento simple de describir es el que realiza un móvil que recorre una circunferencia (o un arco de circunferencia) manteniendo el módulo de su velocidad constante.



¿Podría decirse que el vector velocidad es constante? Obviamente no, porque al ser tangente a la trayectoria, su dirección cambia permanentemente, manteniéndose perpendicular al radio.

Podemos escribir $|\vec{v}|$ = cte, o bien v = cte, pero jamás $\vec{v}$ = cte en un MCU



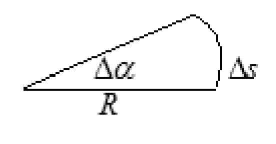
Al mismo tiempo que el objeto se mueve por su trayectoria, un radio asociado a él va describiendo ángulos, que mediremos en radianes.

Aclaración

El sistema de medición de ángulos en radianes, mide los ángulos dividiendo longitudes y comparando la longitud del arco con la del radio:

$$\hat{\alpha} = \frac{\text{longitud del arco}}{\text{longitud del radio}}$$

Podemos llamar Δs al arco ya que físicamente corresponde a un desplazamiento curvo, y R al radio de la trayectoria. El radio a su vez describe un ángulo que podemos denominar desplazamiento angular:



$$\boxed{\Delta\alpha = \frac{\Delta s}{R}}$$

En este sistema, un ángulo se mide con un número sin unidades, ya que nos indica la relación entre dos longitudes. La unidad de medición en radianes, corresponde a un ángulo para el cual el arco y el radio tienen igual longitud. En ese caso, $\Delta\alpha = 1$.

El ángulo central correspondiente a 360° del sistema sexagesimal, será

$$\Delta\alpha = \frac{\text{longitud de la circunferencia}}{\text{longitud del radio}} \;;\; \Delta\alpha = \frac{2\,\pi\,R}{R} \;:;\; \boxed{\Delta\alpha = 2\pi = 360^{\circ}}$$

Partiendo de que el desplazamiento sobre la curva y el angular se relacionan, podemos despejar el Δs :

$$\boxed{\Delta s = \Delta\alpha\,R}$$

Ese desplazamiento se produce durante un intervalo. Dividiendo miembro a miembro por el intervalo:

$$\boxed{\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta\alpha\;R}{\Delta t}}$$

El primer miembro define el valor de la ***velocidad tangencial v:***

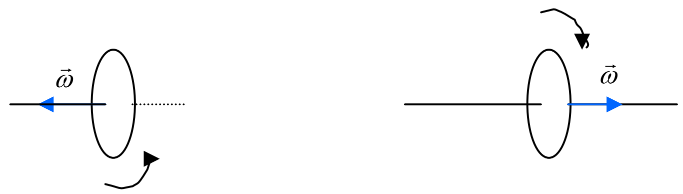
$$\boxed{v = \frac{\Delta s}{\Delta t}}$$ Se mide en m/s

En el segundo miembro, figura la relación entre el desplazamiento angular y el tiempo empleado, multiplicado por el radio. La relación anterior define la ***velocidad angular*** ω ***:***

$$\boxed{\omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t}}$$ Se mide en 1/s, llamado Hz (Hertz)

Aclaración:

La velocidad angular es una magnitud vectorial, cuya dirección es la de un eje de rotación perpendicular al plano de la trayectoria, que pasa por su centro. Según cómo gire el objeto, tiene uno u otro sentido. Si lo vemos girar en el sentido horario, va hacia atrás. De lo contrario, hacia adelante:



Volviendo a la igualdad * resulta:

$$\boxed{v = \omega\ R}$$

En este tipo de movimientos, el móvil tarda siempre lo mismo en dar una vuelta. Se llama **período**, y se simboliza **T**, al tiempo que tarda en recorrer la circunferencia completa. Se mide en segundos.

También sucede que el móvil realiza la misma cantidad de vueltas por unidad de tiempo, Se llama frecuencia (f) al número de vueltas por unidad de tiempo. Se relaciona con el período en forma inversamente proporcional:

$$\boxed{f = \frac{1}{T}}$$ Se mide en 1/s ó Hz

Conocido el período o la frecuencia, se puede conocer la velocidad angular, que relaciona el desplazamiento angular con el intervalo correspondiente. Partiendo de que en un período el móvil da una vuelta:

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}}$$

O bien, en base a la frecuencia:

$$\boxed{\omega = 2\,\pi\, f}$$

¿Habrá aceleración en el MCU?

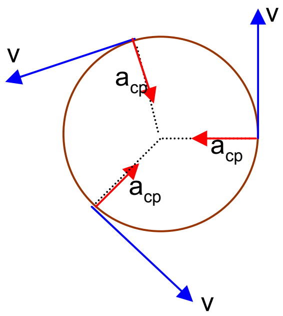
Pensemos. La aceleración indica el cambio de la velocidad por unidad de tiempo, y.¿Cambia la velocidad? Sí! El vector velocidad cambia punto a punto. Ergo, existe aceleración, pero es una aceleración que sólo cambia la dirección del vector velocidad. Recordemos que el vector aceleración está definido con igual dirección y sentido que la variación del vector velocidad.

¿Cómo varía el vector velocidad de un punto a otro? Tomemos dos puntos de la trayectoria muy próximos entre sí. ¿Dónde está $\Delta\vec{v}$?

Se observa que el vector variación de velocidad resulta perpendicular al vector velocidad. Este esfuerzo de imaginación nos ayuda a entender que el vector aceleración es perpendicular al vector velocidad.

El vector aceleración, para todo MCU, está apoyado sobre el radio, siempre con su sentido hacia el centro de la circunferencia, llamado **aceleración centrípeta** (porque apunta hacia el centro), **o aceleración normal** (geométricamente normal significa perpendicular). Su valor se calcula como:

$$\boxed{a_{cp} = \frac{v^2}{R}} \qquad \text{O bien} \qquad a_{cp} = \omega^2 R$$



Ejercicio resuelto

Un disco de 10 cm de radio gira a 75 r.p.m. (revoluciones por minuto). Hallar su período, su velocidad angular y la velocidad de un punto del borde.

Resolución:

f = 75 r.p.m. = 75 / 60 s ; f = 1,35 Hz

T = 1/ f ; T = 1/ 1,25 Hz ; T = 0,8 s

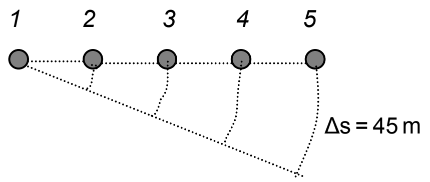
$\omega = 2\ \pi f$; $\omega = 2\ \pi\ 1{,}25$ Hz ; $\omega = 7{,}85$ Hz

$v = \omega\ R$; $v = 7{,}85$ Hz 0,1 m ; $v = 0{,}785$m/s

Ejercicio resuelto

En una demostración de gimnasia cinco personas deben girar alineadas, alrededor de la que está en un extremo, separadas 1m entre cada dos de ellas. Si la que está en el otro extremo debe recorrer 45 m en medio minuto, hallar a) la velocidad angular e indicar si es la misma para las cinco personas; b) la velocidad tangencial de la segunda y la cuarta, empezando desde la del centro; c) la aceleración de la tercera.

Resolución:



a) $\omega = \dfrac{\overbrace{\frac{\Delta s}{\Delta t}}^{v}}{R}$

$$\omega = \frac{45\,\text{m}}{30\,\text{s}\;\;4\,\text{m}}$$

$$\boxed{\omega = 0{,}375\,\text{Hz}}$$

Vale para las cinco

b) $v_2 = \omega\ R_2$; $v_2 = 0.375\ Hz\ 1$ m ; $v_2 = 0{,}375$ m/s

$v_4 = \omega\ R_4$; $v_3 = 0{,}375\ Hz\ 3$ m ; $v_4 = 1{,}125$ m/s

c) $a_{c\,p\,3} = \omega^2\ R_3$; $a_{c\,p\,3} = (0{,}375\ Hz)^2\ 2$ m ; $a_{cp3} = 0{,}28$ m/s^2

La aceleración, aunque no se aclare, tratándose de un MCU, es únicamente aceleración centrípeta o normal

MOVIMIENTO DE LOS PLANETAS

El movimiento de los cuerpos celestes fue motivo de estudio desde la Antigüedad. La Astronomía es la más antigua de las ciencias.

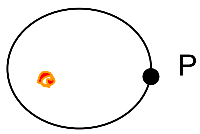
Es sorprendente la cantidad y precisión de los datos astronómicos obtenidos desde épocas muy remotas. Posiblemente, esta inquietud se haya debido a la influencia de los fenómenos celestes en la vida de las personas, ya que se basaban en ellos para determinar la época de la siembra o de la cosecha, relacionándolos con la posición de los astros.

Así, ya los griegos desde el siglo IV A.C. fueron desarrollando diferentes modelos de la posición y movimiento de los planetas, desde el que situaba a la Tierra en el centro del Universo (teoría egocéntrica), aceptado durante unos 13 siglos, pasando por el que ubicaba al Sol inmóvil como centro del sistema solar (teoría heliocéntrica) con los planetas girando a su alrededor con MCU, propuesto en el siglo XVI por Copérnico (1473-1543, astrónomo, matemático, sacerdote, jurista, administrador, diplomático, médico y economista polaco).

Unos años después de morir Copérnico, un astrónomo danés llamado Tycho Brahe (1546-1601) realizó precisas mediciones de los movimientos planetarios, que sirvieron como base para quien finalmente logró descubrir leyes sobre estos movimientos: Johannes Kepler (astrónomo alemán, 1571-1630).

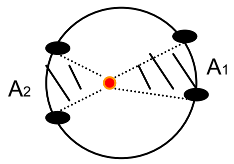
Kepler comprobó que los planetas se mueven alrededor del Sol, pero en órbitas elípticas.

1ª ley de Kepler, o "ley de las órbitas": todo planeta gira alrededor del Sol describiendo una órbita elíptica, en la cual el Sol ocupa uno de los focos.



Las órbitas de los planetas son elipses que difieren muy poco de una circunferencia

2ª ley de Kepler, o "ley de las áreas": el radio focal que une al Sol con un planeta, recorre áreas iguales en tiempos iguales.



Si $A_1 = A_2$ es $\Delta t_1 = \Delta t_2$

3ª ley de Kepler, o"ley de los períodos": los cuadrados de los períodos de revolución de los planetas son proporcionales a los cubos de los radios en sus órbitas.

$$\frac{T^2}{R^3} = K \quad \text{o bien} \quad \boxed{T^2 = K\,R^3}$$

La constante es igual para el período de todos los planetas.

Ejercicio propuesto

Un planeta tarda 1h en recorrer un arco AB de su órbita. Hallar el tiempo que tarda en recorrer otro arco BC tal que el área entre el arco y el sol es el doble que para AB.

Respuesta: 2h, según la ley de las áreas.

Ejercicio resuelto

¿Podría existir un planeta en nuestro Sistema Solar con un período de 5 años, a una distancia al Sol equivalente a 5 veces el radio de la órbita terrestre?. Justifique.

Respuesta: Según la ley de los períodos, que se cumple para todos los planetas, con la misma constante:

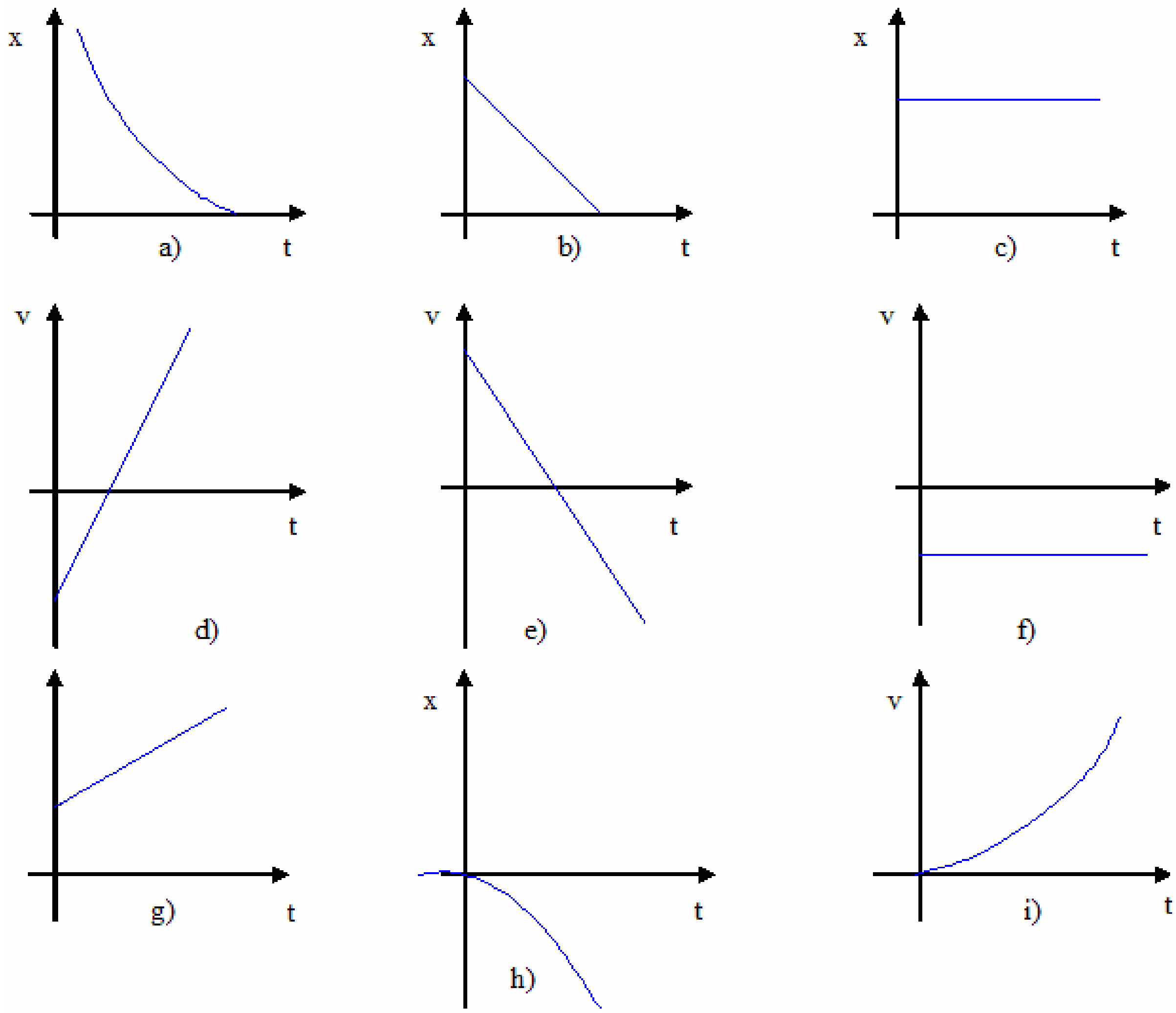
$$\frac{T_T^{\ 2}}{R_{OT}^{\ 3}} = \frac{T_P^{\ 2}}{\underbrace{R_{OP}^{\ 3}}_{(5R_{OT})^3}} \qquad T_P^{\ 2} = \frac{125\ \cancel{R_{OT}^{\ 3}}\ T_T^{\ 2}}{\cancel{R_{OT}^{\ 3}}} \qquad T_P = 11{,}18\ T_T$$

Finalmente: $T_P = 11{,}18$ a

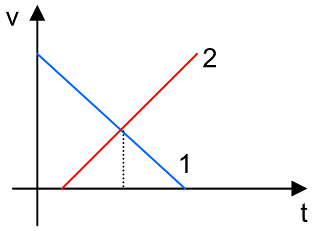
Aclaración: R_{OT} es la órbita terrestre y R_P la del planeta.

PREGUNTAS PROPUESTAS

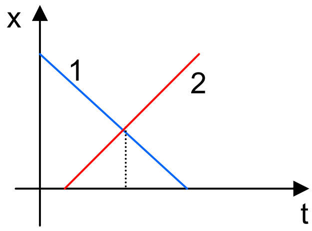
1. ¿Es diferente el vector desplazamiento de un objeto si se mide desde dos puntos de referencia distintos?
2. ¿Puede ser nulo el vector velocidad media durante un intervalo en el que el objeto se movió? ¿Qué indica?
3. ¿Es constante el vector aceleración el el MRU?
4. El gráfico de x = f (t) en un MRU es una recta. ¿Es la trayectoria?
5. ¿Una aceleración negativa corresponde a un movimiento desacelerado?
6. ¿Qué conclusiones acerca del movimiento se pueden obtener a partir de los siguientes gráficos?



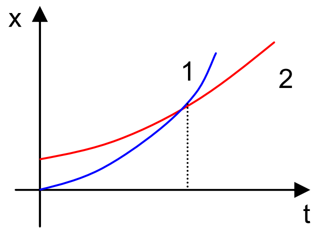
7. ¿El siguiente gráfico representa un encuentro? Explicar.



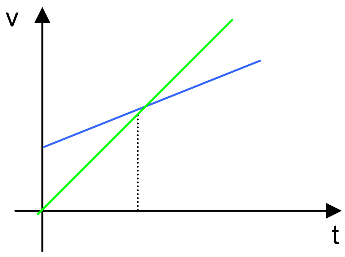
8. Idem



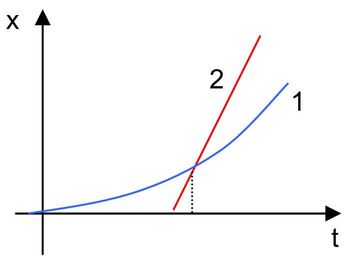
9. Idem



10. Idem



11. Idem



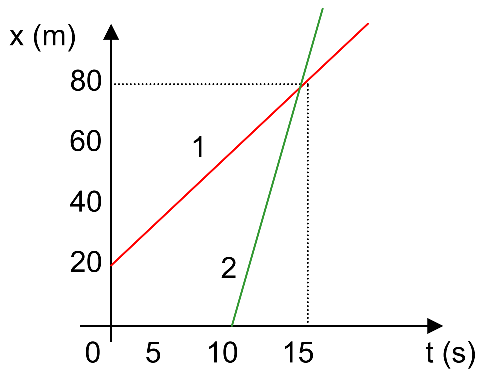
PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Viviana va al Banco, que queda 200 m al Oeste y 600 m al Sur de su casa, y su amiga vive a 700 m al Este y 800 m al Norte del Banco. Un día sale de su casa a las 12 hs y llega al Banco a las 12:15 hs. Allí se demora 15 minutos y luego va a la casa de su amiga, adonde llega a las 13:20 hs.

a) Representar en un esquema con el origen en la casa de Viviana, los vectores posición del Banco y de la amiga de Viviana, el vector desplazamiento desde el Banco a lo de su amiga, y calcularlos.

b) Hallar el vector velocidad media y su módulo, en m/min.

2. Un móvil tiene una velocidad inicial de (-6 m/s ; 4 m/s) , y durante los 5 segundos siguientes su aceleración media vale (3 m/s^2 ; 2 m/s^2). Hallar su velocidad final.
3. Ana, con MRU, tarda 20 minutos en recorrer 1,75 km. Quiere saber cuál es su velocidad en m/s y en km/h.
4. Horacio viaja por una ruta a 120 km/h (máxima permitida), cuando al pasar por el km 85 oye por radio que un piquete cortará la ruta dentro de 15 minutos, en el km 110. ¿Podrá pasar antes de que le cierren el paso?
5. Escribir las ecuaciones horarias de los dos móviles representados en el siguiente gráfico:



6. Una lancha pasa frente a un muelle A a108 km/h, en el mismo instante en que otra pasa en la misma dirección y sentido por otro muelle B, que está 400 m más adelante, a 90 km/h. Hallar al cabo de cuánto tiempo la primera lancha estará ubicada 200m más adelante que la otra lancha, y la posición de ambas en ese instante.

7. Silvana camina durante 15 minutos a 85 m/min, y durante los 10 minutos siguientes corre a 140 m/min. Hallar la velocidad media de todo su recorrido.
8. Un auto pasa frente a un semáforo a 7 m/s con aceleración constante, y frente a un pino situado a 78 m, a 19 m/s. Hallar su aceleración, el tiempo empleado, y escribir sus ecuaciones horarias.
9. Un carrito sube por una pendiente de manera que en cierto instante, al pasar por un punto A, tiene una velocidad de 20 m/s, y 9 segundos después pasa por otro punto B ubicado 58,5 m más arriba.

   a) Hallar la aceleración;
   b) Escribir las ecuaciones horarias:
   c) Hallar la velocidad al pasar por B, indicando en qué sentido se mueve;
   d) Calcular durante cuánto tiempo sube
   e) Hallar lo que recorre mientras sube.

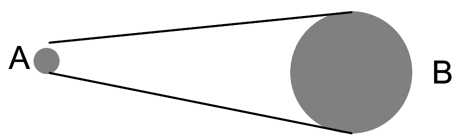
10. Diana pasa con su camioneta a 72 km/h, con velocidad constante, frente a Diego, que está parado con su moto. Diez segundos después, Diego parte acelerando a 7,5 m/s^2 hasta alcanzar una velocidad de 108 km/h que luego mantiene constante. Hallar dónde y cuándo Diego alcanza a Diana, y graficar para ambos v = f (t) y x = f (t).

Ayuda: Pasar las velocidades a m/s

Escribir las ecuaciones horarias de Diego para su primera etapa, y calcular sus valores finales. Esos valores son los valores iniciales de su MRU. Escribir la ecuación del MRU y plantear el encuentro**, sin cambiar en ningún momento el S.R.,** con el origen para las coordenadas y para el tiempo, todo contado desde que pasó Diana. Si el resultado da mayor a 10 segundos, la alcanza mientras se mueve con velocidad constante; si da menor, la alcanza mientras acelera, pero entonces hay que plantear el encuentro entre Diana y la primera ecuación de Diego.

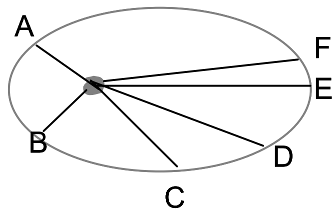
11. Por un punto A pasa un móvil a 35 m/s, desacelerando a 5 m/s^2, dirigiéndose hacia B, que dista 140m. En el mismo instante pasa otro por B hacia A, a 20 m/s desacelerando a 4 m/s^2. Sabiendo que cuando se detienen quedan en reposo, ¿se encontrarán antes de detenerse? Si es así, ¿cuál es la velocidad de c/u en ese instante?

12. Graficar v = f (t) y x = f (t) para el problema anterior.
13. Una barra gira con MCU sobre un plano horizontal alrededor de un eje vertical que pasa por un extremo, efectuando 5 revoluciones por segundo. Hallar a) el período del movimiento de dos puntos de la barra, situados a 0,8 m y 1,2 m del eje respectivamente; b) su velocidad tangencial y representarla: c) la aceleración de cada uno.
14. Dos ruedas giran en un plano vertical vinculadas por una correa como se indica en la figura, con MCU. El radio de la mayor (B) es el cuádruplo del radio de la menor(A), que vale 5 cm . Si la frecuencia de A es de 120 r.p.m., hallar a) la frecuencia de B; b) la velocidad de los puntos de la correa; c) la aceleración de un punto de la correa cuando pasa por el borde de A, por el borde de B, y por los tramos rectos entre ambas ruedas.



15. Basándose en las leyes de Kepler, indicar de mayor a menor los módulos de las velocidades con que el planeta recorre los arcos de su órbita indicados en la figura, si corresponden a áreas iguales, comprendidas entre los arcos y el Sol:

Comparar AB, CD y EF



RESPUESTAS A LAS PREGUNTAS PROPUESTAS

1. Es el mismo
2. Sí, en el caso en que la posición inicial y final coincidan. Indica que si durante ese tiempo hubiera permanecido en el mismo lugar inicial sin moverse, al cabo de ese intervalo la posición final hubiese sido la misma, a pesar de toda la trayectoria que pudiese haber recorrido.
3. Sí, porque mantiene iguales su dirección, módulo e intensidad.
4. No, indica la relación entre las distintas coordenadas y el tiempo. Es la historia del movimiento.
5. No, sólo si la velocidad en el instante considerado es positiva. El movimiento es desacelerado cuando ambas magnitudes son opuestas.
6.

a) MRUV (por la forma de la parábola); aceleración positiva (por la curvatura); v_0 negativa (por la pendiente de una recta tangente en $t_{0;}$ es un movimiento desacelerado en que la velocidad va disminuyendo (por las sucesivas pendientes de las rectas tangentes), que se desplaza negativamente acercándose hacia el origen.
b) MRU. Velocidad negativa (por la pendiente de la recta). Se desplaza negativamente hasta llegar al origen.
c) Reposo.
d) MRUV. Aceleración positiva (por la pendiente); velocidad inicial negativa (se lee en el eje), por lo que se desplaza negativamente. Es desacelerado hasta que se detiene, y luego con la misma aceleración a partir del reposo avanza positivamente acelerando, con velocidades positivas, como se ve en el eje de las velocidades. Cambió el sentido de marcha en el instante en el que la recta corta el eje de los tiempos.
e) MRUV. Aceleración negativa. Velocidad inicial positiva, por lo que avanza positivamente desacelerando hasta que se detiene. Luego, con la misma aceleración a partir del reposo invierte el sentido de marcha y avanza negativamente (velocidad negativa) acelerando.
f) MRU con velocidad negativa, o sea que se desplaza en el sentido negativo.
g) No se puede leer. Falta la codificación en los ejes.
h) MRUV. Aceleración negativa; parte del reposo, desde el origen, y se aleja negativamente acelerando.

i) Velocidad variable en el tiempo ,aparentemente en relación cuadrática. No corresponde a los movimientos estudiados.

7. No, sólo indica en qué instante tienen la misma velocidad. No tienen por qué estar en el mismo lugar.
8. En este caso representa un encuentro. Se trata de dos MRU que se mueven en sentido contrario, y la intersección indica la misma posición en el mismo instante, en que se cruzan.
9. Representa un encuentro de dos MRUV que marchan en el mismo sentido, ambos acelerando. El móvil 1 parte desde el origen, y el móvil 2 desde más adelante, en el mismo instante. Luego, el que partió del origen lo alcanza al 2 en el instante indicado en la intersección.
10. No representa un encuentro. Se trata de dos MRUV que avanzan positivamente acelerando, y en el instante indicado por la intersección de las rectas, tienen la misma velocidad.
11. Representa un encuentro de un móvil que parte del origen con MRUV acelerando y avanzando en sentido positivo (móvil 1), y otro que pasa más tarde por el origen con MRU en sentido positivo (móvil 2), y que alcanza al otro en el instante indicado por la intersección de la recta con la parábola .

RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

1. $\vec{r}_B = -200m\,\breve{i} - 600m\,\breve{j}$; $\vec{r}_A = 500m\,\breve{i} + 200m\,\breve{j}$ ¸ $\Delta\vec{r}_{BA} = 700m\,\breve{i} + 800m\,\breve{j}$

   $\vec{v}_{m\,BA} = 8,755\,m/s\,\breve{i} + 10\,m/s\,\breve{j}$; $\left|\vec{v}_{m\,BA}\right| = 13,29\,m/s$

2. (9 m/s ; 14 m/s)
3. v_m = 5,25 km/h = 1,46 m/s
4. Sí, él tardará 12,5 min. en llegar.
5. x_1 = 20 m + 4 m/s t ; x_2 = 16 m/s (t – 10 s)
6. t = 120 s = 2 min; x_1 = 3600 m; x_2 = 3400 m
7. v_m = 107 m/min
8. a = 2 m/s^2 ; Δ t = 6 s ; x_t = 7 m/s t + 1 m/s^2 t^2 ; v_t = 7 m/s + 2 m/s^2 t^2
9. a) –3 m/s^2 ; b) x_t = 20 m/s t – 1,5 m/s^2 t^2 ; v_t = 20 m/s – 3 m/s^2 t ;

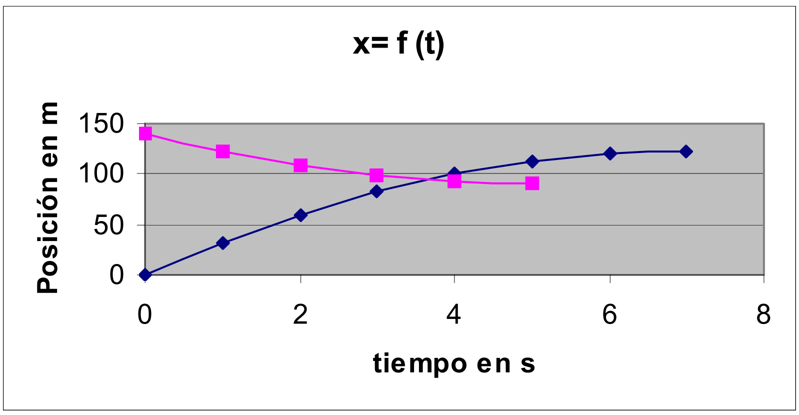
   e) v_B = -7 m/s bajando ; e) Δ x = 66,7 m

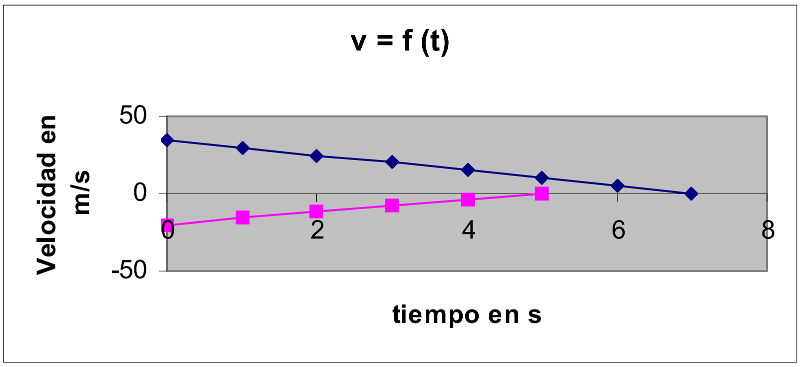
10. x $_{DIE\ (MRUV)}$ = 3,75 m/s^2 (t – 10 s) ; v $_{DIE\ (MRUV)}$ = 7,5 m/s^2 (t – 10 s) ; Diego acelera hasta t =14 s y recorre 60 m accelerando.;

    x $_{DIE\ (MRU)}$ = 60 m + 30 m/s (t – 14 s) ; x $_{DIA}$ = 20 m/s t

    t_E = 36 s ; se encuentran cuando Diego tiene MRU.

11. Sí; t_E = 3,6 s ; $v_{1,E}$ = 17 m/s ; $v_{2,E}$ = - 5,6 m/s.
12.





13. T= 0,2 s para ambos. b) v_A= 25,13 m/s; v_B= 37,7 m/s; a_A= 789,4 m/s^2; a_B= 1184,4 m/s^2

14. a) f = 0,5 Hz; b) v = 0,63 m/s: c) a_A = 7,94 m/s^2 ; a_B = 1,98 m/s^2 ; a_R = 0

15. $v_{AB} > v_{CD} > v_{EF}$

FÍSICA

CAPÍTULO 3

INTERACCIONES

ESTUDIO DINÁMICO DEL MOVIMIENTO

El estudio **dinámico** del movimiento de los cuerpos consiste en relacionar los movimientos con las causas, es decir con el motivo por el cual un objeto en reposo deja de estarlo, o bien se detiene si estaba en movimiento, o cambia repentinamente de dirección. Estos planteos encierran dos conceptos elementales y básicos de la mecánica clásica: fuerza y cambio de velocidad.

El concepto de fuerza se originó en el de esfuerzo, como sensación muscular asociada a los actos de arrojar, arrastrar o empujar. Pero no son los únicos casos en los que se ejercen fuerzas. Existen fuerzas por ejemplo de atracción entre la Tierra y la Luna, entre la Tierra y el Sol y entre todos los cuerpos celestes. El viento ejerce fuerza sobre las nubes, sobre las ramas de los árboles y sobre las olas del mar esparciendo espuma. Siempre que se produzca un cambio de velocidad en un objeto (sea en dirección, módulo o intensidad), la responsable será una fuerza exterior al objeto, que cambia su velocidad.

Debemos a Newton las leyes básicas a las que obedecen los movimientos de todos los cuerpos, que enunció en el año 1665.

PRIMERA LEY DE NEWTON. PRINCIPIO DE INERCIA

Newton, en sus Principia, escribe:

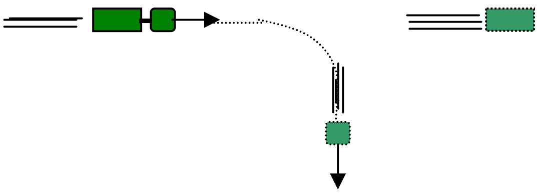
"Una fuerza exterior es una acción que se ejerce sobre un cuerpo, con el objeto de modificar su estado, ya de reposo, ya de MRU".

"La fuerza consiste únicamente en su acción y no permanece en el cuerpo cuando deja de actuar aquélla".

Estamos ante el **principio de inercia**, por el cual.

Un cuerpo, gracias a su "vis inertiae", según Newton**,** permanece en su estado de reposo o de MRU mientras no actúen sobre él fuerzas que lo obliguen a cambiar de estado.

Por inercia, entonces, todo objeto tiende naturalmente a seguir en reposo o con MRU. (Sólo podemos comprobar una tendencia a que se cumpla este principio ya que es imposible liberar a un cuerpo de toda influencia exterior).



Por inercia, el acoplado sigue derecho si se desengancha al doblar el camión

Por inercia, si sacamos rápidamente el mantel, lo que está arriba permanecerá en reposo donde estaba. Por inercia, nos vamos hacia atrás cuando arranca el colectivo (en realidad el cuerpo quiere seguir en reposo).

SEGUNDA LEY DE NEWTON. PRINCIPIO DE MASA

Fue Newton quien logró relacionar la fuerza recibida por un objeto con su cambio de velocidad.

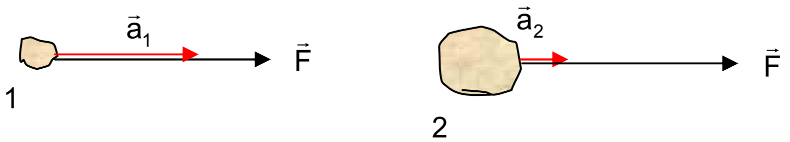
Ya desde la Antigüedad, incluso desde Aristóteles, (o sea más de 300 años A.C.), que basaba la interpretación de los fenómenos de la naturaleza en su intuición, las relaciones entre la fuerza y el movimiento fueron motivo de estudio.

Newton pudo llegar a sus conclusiones en base a sus propias conjeturas y observaciones, derivadas en muchos casos de estudios anteriores hechos por Galileo (quien introdujo el método de la experimentación y el razonamiento científico).

Todo cambio de velocidad se debe a la acción de una fuerza exterior; luego la fuerza tiene carácter vectorial al igual que el cambio de la velocidad $\Delta\vec{v}$. La fuerza recibida por el cuerpo es la causa y el cambio de su velocidad es la consecuencia. La fuerza y el $\Delta\vec{v}$ son vectores que tienen la misma dirección y sentido, y, consecuentemente, también coinciden con los de la aceleración, que es el cambio de la velocidad por unidad de tiempo.

Si sobre dos cuerpos diferentes actúan fuerzas iguales, éstos no sufrirán la misma variación en su velocidad, ni idéntica aceleración, porque la manera en que un cuerpo responde a la acción de una fuerza exterior, depende no sólo de esa fuerza, sino también de su **masa.**

La masa de un cuerpo es uno de los conceptos fundamentales de la mecánica clásica, que pasó inadvertido durante más de tres siglos. Es una magnitud física inherente al cuerpo, que se manifiesta por la prontitud del mismo a responder a una fuerza. El que más se "resiste" a cambiar su velocidad ante fuerzas iguales, es el de mayor masa.



La masa es una magnitud escalar, siempre positiva.

El **principio de masa** enuncia que:

Si sobre un cuerpo actúa una fuerza, éste adquiere una aceleración que es directamente proporcional a la fuerza, y de su misma dirección y sentido. El factor de proporcionalidad entre la fuerza recibida y la aceleración adquirida es la masa del cuerpo

En símbolos: $\vec{F} = m\,\vec{a}$

Generalizando: $\boxed{\sum \vec{F}_i = m\,\vec{a}}$

Esta es la primera relación causa - efecto de la dinámica. El primer miembro se refiere a la fuerza neta o resultante de todas las fuerzas recibidas simultáneamente (es la fuerza única capaz de reemplazar a todas), y el segundo miembro indica lo que le sucede al cuerpo como consecuencia, que es el hecho de adquirir una aceleración.

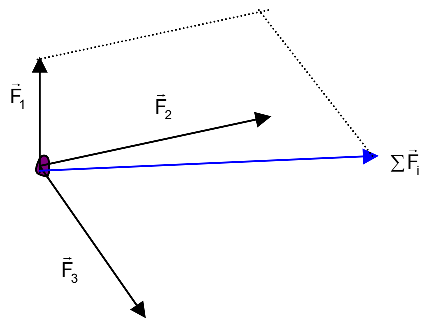
Aclaración

El símbolo $\sum \vec{F}_i$ indica la suma vectorial de todas las fuerzas presentes, lo que da como resultado otra fuerza.

Si se trata de una situación de fuerzas ubicadas en un mismo plano, analíticamente, en forma cartesiana, la resultante tendrá dos componentes, una sobre x que resulta de sumar todas las proyecciones de las fuerzas en x, y la otra sobre y obtenida como suma de las proyecciones en y:

$$\sum \vec{F}_i = \sum F_x \breve{i} + \sum F_y \breve{j}$$

Gráficamente la resultante puede obtenerse por sucesivas reglas del paralelogramo, donde se van reemplazando cada dos fuerzas por una, o bien por la "poligonal", como se recordó para la suma de velocidades, trasladando las fuerzas haciendo coincidir el origen de cada una con el extremo final de otra, hasta haber trasladado todas. La resultante tiene el origen de la primera y termina en el extremo de la última de las fuerzas trasladadas (se trasladan como segmentos).



LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

Newton no sólo analizó movimientos rectilíneos de cuerpos que cambiaban su velocidad, como el caso de un objeto lanzado hacia arriba o hacia abajo, sino también al arrojarlo oblicuamente, en cuyo caso describe una parábola; estudió también el movimiento de los planetas alrededor del Sol, analizando detenidamente las leyes descubiertas por Kepler (astrónomo alemán.1571-1630).

Kepler llegó a las leyes que cumplen los planetas en su movimiento observándolos, midiendo, comparando, estudiando *cómo* se movían, luego de trabajosos años de análisis, con el aporte previo de sus antecesores.

Pero... ¿Cuál es la causa por la que se mueven como lo hacen, cambiando la dirección de su vector velocidad, obligados a recorrer sus órbitas?

Nos responde Newton, quien al observar que los planetas describen trayectorias curvas alrededor del Sol, concluye que para que esto sea posible, tienen que estar recibiendo una fuerza, y deduce que es una fuerza con que el Sol atrae a los planetas. De esta manera, Newton extiende la validez de sus leyes a los cuerpos celestes, contrariando así la filosofía aristotélica que consideraba que había leyes especiales en el espacio astral, diferentes a las terrestres.

Newton logró la expresión matemática de la fuerza de atracción entre el Sol y un planeta, descubriendo que la intensidad de esta interacción es directamente proporcional a las masas del Sol y del planeta, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ambos.

Luego comprobó que no sólo el Sol atraía a los planetas, sino también la Tierra a la Luna y a todo lo que se le acercaba, y que esta fuerza de atracción hacía, por ejemplo, que una manzana cayera de un árbol, llegando así a extrapolar su idea absolutamente a todos los cuerpos, surgiendo la Ley de Gravitación Universal, por la que:

Dos cuerpos cualesquiera se atraen con una fuerza directamente proporcional a ambas masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

donde G es una constante llamada Constante de Gravitación Universal, cuyo valor es de:

$$G = 6{,}67 \;.\; 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$$

Newton sólo pudo comprobar la presencia de esta fuerza en el caso de la interacción donde por lo menos una de las masas era enorme (como la de los cuerpos celestes). El hecho de que siempre existía, aunque fuesen masas comunes, recién pudo comprobarse unos 100 años más tarde.

Newton demostró que la interacción gravitatoria entre dos cuerpos esféricos se produce como si toda su masa estuviera puntualmente concentrada en su centro, es decir, que todo sucede como si el poder atractor se originara en el centro del cuerpo celeste. Es así que la distancia r entre dos cuerpos debe tomarse de centro a centro.

Un breve paseo histórico sobre unidades

Con los avances científicos de los inicios de la Edad Moderna se hizo necesaria la creación de un sistema unificado de pesos y medidas para favorecer la comunicación de los nuevos descubrimientos e ideas. La proliferación de medidas locales diferentes con distinta denominación y significado traía serias dificultades.

Después de la revolución francesa, en la naciente República de Francia, se creó un comité científico con el objeto de elegir unidades fundamentales. El equipo lo formaban prestigiosos científicos como Lagrange (formulador de las ecuaciones de movimiento que llevan su nombre), Laplace (descubridor de la invariabilidad de los movimientos planetarios), entre otros.

El sistema francés fue legitimado por un decreto de diciembre de I799, naciendo así el **sistema métrico decimal** basado en la primera definición del metro patrón (como la diezmillonésima parte del meridiano terrestre).

Como unidad básica de masa se eligió el gramo, definido como la cantidad de materia equivalente a 1 cm^3 de agua pura a una temperatura de 4°C. Se fabricó entonces el primer **kilogramo masa patrón**, un cilindro de platino e iridio con una masa equivalente a 100 gramos. Se definió también el litro como unidad de volumen, y el m^2 para medir áreas.

Este sistema se impuso en toda Europa luego de un largo proceso de competencia con las diferentes unidades de uso local. El Reino Unido junto con sus colonias y estados asociados, previamente reacios a aceptarlo, lo adoptaron desde la década de I970.

Sucesivas conferencias internacionales fueron modificando los prototipos del metro y del kilogramo. A partir del sistema métrico decimal surgieron en el Siglo XX tres sistemas científicos de unidades:

- **Sistema M.K.S:** sistema que mide todas las magnitudes combinando tres unidades básicas: el metro, el kilogramo masa y el segundo.
- **Sistema Técnico:** S.T: basado en el kilogramo fuerza, la unidad técnica de masa y el segundo.
- **Sistema C.G.S*:*** basado en el centímetro, el gramo masa y el segundo.

En 1960 se fijó el **Sistema Internacional de Unidades, (S.I.)**, acompañado de una serie de especificaciones sobre su manejo. Las unidades básicas del S.I. son el metro (definido en base a la longitud de onda de la radiación del átomo de criptón 86), el kilogramo masa (como la masa de un cilindro patrón similar al de sus orígenes), el segundo (en base a la transición de un átomo de Cesio entre dos niveles de energía), el Amperio para la corriente eléctrica, el Kelvin para la temperatura y la Candela para la intensidad luminosa, agregándose en 1971 el mol para la cantidad de materia.

Sistema Métrico Legal Argentino (SIMELA)

El Sistema Métrico Legal Argentino, por ley N° 19511 del 2-3-72, es el mismo S.I. propuesto en 1960 y 1971, al que se le agregan algunas unidades, múltiplos y submúltiplos, aceptando también la utilización del minuto, hora, día, semana, mes y año para el tiempo y el grado, minuto y segundo para los ángulos.

Usaremos entonces las unidades mencionadas que, combinadas adecuadamente miden todas las magnitudes que existen:

La velocidad se mide en m/s ; la aceleración en m/s^2; la fuerza en kg m/s^2, unidad llamada Newton. Obtenemos la unidad de cada magnitud a partir del concepto de su definición.

TERCERA LEY DE NEWTON. PRINCIPIO DE ACCIÓN Y REACCIÓN

Es necesario entender que una fuerza nunca aparece de la nada, sino que tiene su origen en algún objeto culpable (lo difícil a veces es encontrarlo), como así también toda fuerza es recibida por lo menos por un objeto imagen, destino de esa fuerza. Es decir, toda fuerza siempre encierra la presencia de dos cuerpos: el que la ejerce y el que la recibe.

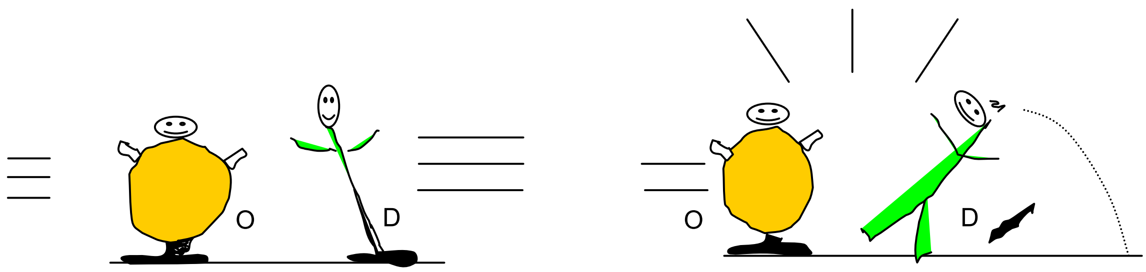
Así también sucede que el que recibe la fuerza, simultáneamente reacciona ejerciendo sobre el otro, otra fuerza igual y contraria (que va a recibir su interactor). Toda fuerza es en sí la manifestación de la intensidad con que interactúan dos cuerpos.

Acabamos de analizar lo que establece el **principio de acción y reacción**, que vale siempre, así sea que los cuerpos estén en reposo, en movimiento, en contacto o separados:

Si un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, simultáneamente el segundo ejerce sobre el primero, otra fuerza igual y contraria.

Ejercicio resuelto

¿Lo habremos entendido bien? Veamos: Omar, un obeso patinador distraído choca con Diego, su muy delgado amigo, que patina hacia él también distraídamente. Como acto final, el amigo queda desmayado en el suelo, mientras que Omar sigue patinando. Entonces pensamos: como Omar es el triple (más o menos) de su amigo Diego, lo golpea con una fuerza que es el triple de la fuerza con que su amigo Diego lo golpea a él. ¿Es esto cierto?



No!! Ambos se golpean con fuerzas iguales. Pero como son distintos, la misma fuerza a uno lo desmaya y el otro casi ni la siente. La fuerza que se hacen mutuamente uno al otro tiene la misma intensidad.

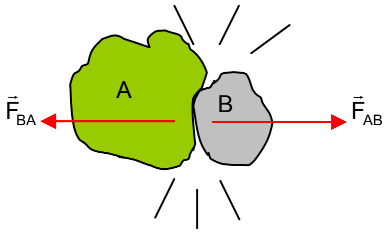
$$\boxed{\vec{F}_{OD} = -\vec{F}_{DO}}$$

Esta expresión indica que vectorialmente son de igual intensidad y dirección, pero de sentido contrario.

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

A partir del principio de acción y reacción lograremos llegar a otro principio importante, que es el de la conservación de la cantidad de movimiento. ¿En qué consiste la cantidad de movimiento? ¿Qué significa que se conserva? ¿Cuándo se conserva?

Imaginemos dos cuerpos interactuando exclusivamente entre ellos, como puede ser en un choque (puede ser cualquier otra interacción):



Como en toda interacción, se cumple que la fuerza que le hace A a B es igual y contraria a la que B le hace a A:

$$\vec{F}_{AB} = - \vec{F}_{BA}$$

Esas son las fuerzas que se ejercen mutuamente durante la interacción.

La fuerza que recibe cada cuerpo durante la interacción, según el principio de masa, es causa de una aceleración. La fuerza que ejerce A sobre B la recibe B y es éste el que se acelera como consecuencia de esa fuerza. Análogamente, la fuerza que ejerce B sobre A, acelera a la masa A. Sustituyendo cada fuerza:

$$m_B\, \vec{a}_B = - m_A\, \vec{a}_A$$

A su vez, la aceleración indica el cambio de la velocidad por unidad de tiempo:

$$m_B \frac{\overrightarrow{\Delta v_B}}{\cancel{\Delta t}} = m_A \frac{\overrightarrow{\Delta v_A}}{\cancel{\Delta t}} \qquad \text{Traduciendo:}$$

$$m_B\, (\vec{v}_{FB} - \vec{v}_{0B}) = - m_A\, (\vec{v}_{FA} - \vec{v}_{0A}) \qquad \text{Distribuyendo y agrupando:}$$

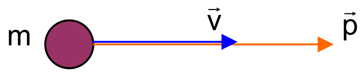
$$m_A\, \vec{v}_{FA} + m_B\, \vec{v}_{FB} = m_A\, \vec{v}_{0A} + m_B\, \vec{v}_{0B}$$

En los cuatro términos se repite el mismo producto.

Ese producto de la masa por la velocidad de un cuerpo, es lo que define su **cantidad de movimiento.** Esa magnitud se simboliza con la letra **p,** es una magnitud vectorial porque resulta de multiplicar un escalar (la masa) por un vector (velocidad), por lo que tiene la misma dirección y sentido que el vector velocidad.

Definición: $\boxed{\vec{p} = m\,\vec{v}}$ La cantidad de movimiento se mide en kg m/s

Toda masa que se mueve tiene cantidad de movimiento:



Volviendo a la igualdad anterior, y llamando a cada término por su nombre:

$$\vec{p}_{FA} + \vec{p}_{FB} = \vec{p}_{0A} + \vec{p}_{0B}$$

La expresión anterior se puede escribir sintéticamente con el símbolo sumatoria:

$\boxed{\sum \vec{p}_{Fi} = \sum \vec{p}_{0i}}$ **Principio de conservación de la cantidad de movimiento**

O bien: $\sum \vec{p}_i = cte$

El principio de la conservación de la cantidad de movimiento establece que:

En todo sistema aislado se conserva la cantidad de movimiento total del sistema

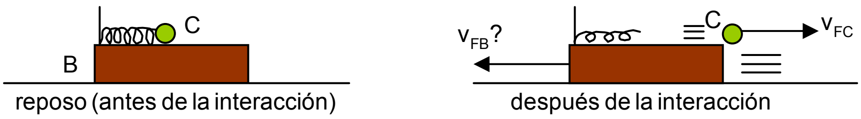
Un sistema aislado es todo aquel conjunto de cuerpos que sólo interactúan entre ellos, o sea que no existe interacción alguna con otros objetos exteriores a ese sistema en estudio. Se comporta de la misma forma que si fuera aislado, aquel sistema que recibe fuerzas desde afuera, pero se equilibran de tal manera que la resultante o fuerza neta sea nula.

Puede también suceder que exista alguna fuerza proveniente de otros cuerpos desde afuera del sistema analizado, pero que su intensidad sea insignificante frente a las fuerzas de las interacciones internas. En todos esos casos vale el principio de conservación de la cantidad de movimiento.

Este principio no sólo se cumple en el caso de una interacción debida a un choque, sino para todo tipo de interacciones. Siempre que un sistema se pueda considerar aislado, sean de la forma que sean las interacciones internas, la suma de las cantidades de movimiento de sus cuerpos inmediatamente antes, e inmediatamente después de las interacciones, resulta igual.

Ejercicio resuelto

Sobre un bloque de 2 kg en reposo hay un cuerpo de 0,5 kg comprimiendo un resorte. Repentinamente el resorte se suelta, y el cuerpo adquiere una velocidad de 10 m/s. Indicar qué sucede con el bloque inmediatamente después de soltarse el resorte.



Resolución:

Considérese despreciable el rozamiento contra el piso. También sucede que, si bien todo es atraído por la Tierra, con una fuerza que es exterior a nuestro sistema (formado por el bloque, el resorte y el cuerpo), esta fuerza está siendo equilibrada por el piso, que no deja bajar al sistema. Por lo tanto se dan las condiciones para asegurar que se cumple la conservación de la cantidad de movimiento.

En este caso se cumple tanto en el eje x como en el eje y. Sobre y directamente no existe cantidad de movimiento ni antes ni después de la interacción. Sobre x, antes de la interacción no hay cantidad de movimiento y luego todo se mueve, pero la suma seguirá siendo nula. (Dato: la masa del resorte es despreciable frente a las otras).

$\sum \vec{p}_0 = \sum \vec{p}_F$ Proyectamos escalarmente sobre el eje x:

$0 = mB\, v_{F\,B} + m_C\, v_{F\,C}$

$$v_{FB} = - \frac{m_C \;\; v_{FC}}{m_B}$$

Antes de reemplazar por los valores numéricos, debemos elegir un sistema de referencia. Tomemos positivo hacia la derecha sobre x: (S.R.).Reemplazando:

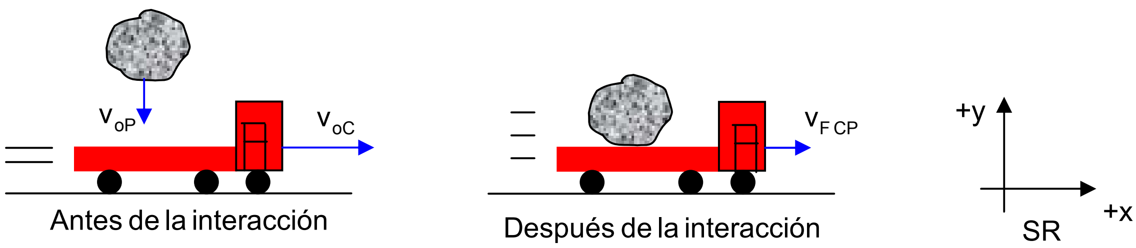
$$v_{FC} = - \frac{0,5\,\text{kg}\; 10\,\text{m/s}}{2\,\text{kg}} \quad \Rightarrow \quad v_{FC} = -2,5\,\text{m/s}$$

Ese resultado nos dice que el bloque, inmediatamente después de la interacción, tiene una velocidad hacia la izquierda de 2,5 m/s.

Obsérvese que de haber sido iguales las masas, el bloque hubiese adquirido una velocidad del mismo módulo que la del cuerpo.

Ejercicio resuelto

Marcelo juega con su camioncito de 3 kg , que se está moviendo a 8 m/s. Al pasar delante de él, deja caer una piedra de 1 kg desde 50 cm de altura, que queda dentro de la caja del camioncito, observando que no sigue a la misma velocidad que tenía antes de recibir la piedra. ¿Cuál es la nueva velocidad del camioncito con la piedra?



Resolución:

El sistema en estudio está formado por el camioncito y la piedra. Analizando detenidamente lo que pasa en cada dirección, vemos que antes de la interacción hay cantidad de movimiento en x y en y. Pero... ¿se conserva en los dos ejes?

Obviamente no se conserva en el eje y ¿por qué?

Antes de la interacción, la piedra tiene cantidad de movimiento vertical hacia abajo, una cantidad de kg m/s que desaparecen luego de la interacción, ya que el conjunto CP se sigue desplazando horizontalmente. Lo que no permite la conservación en este eje es la fuerza que hace el plano de contacto, el piso, que impide el movimiento vertical hacia abajo.

Estamos frente a una situación donde el principio de conservación sólo se cumple en un eje, que es el eje x, donde no hay fuerzas sobre el sistema, provenientes de otros cuerpos exteriores (consideramos insignificante el posible rozamiento contra el suelo, durante la interacción)

Apliquemos entonces el principio sobre x:

$$\sum \vec{p}_{0i} = \sum \vec{p}_{Fi}$$ En x sólo el C tiene cantidad de movimiento.

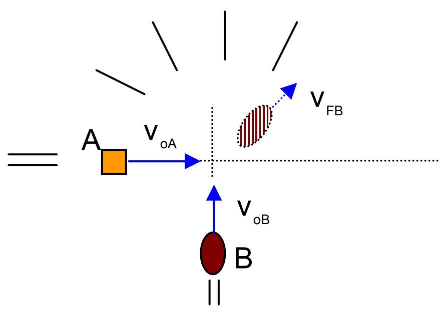
$$m_c\, v_{oc} = (m_c + m_P)\, v_{F\,CP}$$

$$v_{FCP} = \frac{m_C \;\; v_{0C}}{(m_C + m_P)}$$

$$v_{FCP} = \frac{3\,\text{kg} \;\; 8\,\text{m/s}}{4\,\text{kg}} \qquad v_{FCP} = 6 \text{ m/s}$$

Ejercicio resuelto

Un auto, A, de 800 kg llega a la esquina a 25 m/s como se indica en la figura, al mismo tiempo que el otro, B, de 1200 kg llega perpendicularmente a 10 m/s. Chocan, de manera que luego de la interacción B se mueve con una velocidad de 15 m/s de módulo, formando un ángulo de 53° con su dirección inicial. Hallar la velocidad de A luego del impacto.



Resolución:

Partimos de $\sum \vec{p}_{0i} = \sum \vec{p}_{Fi}$ Proyectamos sobre x y sobre y:

$$\text{Sobre x:} \qquad m_A \;\; v_{oAx} + m_B \;\; \overset{0}{\cancel{v_{oBx}}} = m_A \;\; v_{FAx} + m_B \;\; v_{FBx}$$

$$\text{Sobre y:} \qquad m_A \;\; \overset{0}{\cancel{v_{oAy}}} + m_B \;\; v_{oBy} = m_A \;\; v_{FAy} + m_B \;\; v_{FBy}$$

Tratemos de reducir los valores numéricos. Hay una relación de masas:

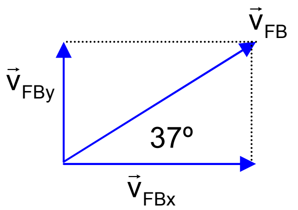
$$\frac{m_B}{m_A} = \frac{1200\,Kg}{800\,Kg} = \frac{3}{2} \qquad \text{O sea que } m_B = 1,5\ m_A$$

Esto nos permite simplificar por la masa más chica, o sea por la m_A:

$$\cancel{m_A}\ v_{oAx} = \cancel{m_A}\ v_{FAx} + \overset{1,5}{\cancel{m_B}}\ v_{FBx}$$

$$\overset{1,5}{\cancel{m_B}}\ v_{oBy} = \cancel{m_A}\, v_{FAy} + \overset{1,5}{\cancel{m_B}}\ v_{FBy}$$

Podemos además, por trigonometría, hallar las proyecciones en x y en y de la velocidad de B luego de la interacción:



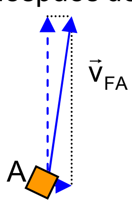
$$v_{FBx} = |\vec{v}_{FB}|\ \cos 37º = 15\ m/s\ 0,8 = 12\ m/s$$

$$v_{FBy} = |\vec{v}_{FB}|\ \text{sen}\ 37º = 15\ m/s\ 0,6 = 9\ m/s$$

Reemplazando valores: $25\ m/s = v_{FAx} + 1,5\ \ 12\ m/s$ Resulta así: $v_{FAx} = 7\ m/s$

$1,5\ .\ 10\ m/s = v_{FAy} + 1,5.\ 9\ m/s$ de donde: $v_{FAy} = 1,5\ m$

Armando el vector: $\boxed{\vec{v}_{FA} = 7\ m/s\ \breve{i} + 1,5\ m/s\ \breve{j}}$ Así sale después del choque



Su módulo es: $\boxed{|\vec{v}_{FA}| = 7,16\ m/s}$

LA CAÍDA LIBRE Y EL TIRO VERTICAL

Continuemos aplicando los principios ya vistos. ¿Cómo analizamos el movimiento de un objeto que cae o es arrojado verticalmente hacia arriba?

Relacionemos causas con efectos. Su velocidad va cambiando, a consecuencia de la fuerza gravitatoria con que es atraído por la Tierra.

La fuerza con la que la Tierra atrae a un cuerpo se denomina ***peso*** del cuerpo. Según la Ley de Gravitación Universal descubierta por Newton, esta fuerza depende de la distancia a la Tierra en forma inversamente proporcional al cuadrado de esa distancia, tomada hasta el centro del planeta, pero para las dimensiones que manejamos en este análisis, insignificantes frente a las del planeta, podemos aceptar que esa fuerza es constante a lo largo de toda su subida y/o caída.

Por el principio de masa, una fuerza constante actuando sobre un cuerpo, provocará como consecuencia una aceleración también constante, en su misma dirección y sentido (o sea los de la fuerza peso). Esta aceleración, debida a la fuerza gravitatoria, se llama aceleración de la gravedad.

Se ha comprobado que esta aceleración es la misma para todos los cuerpos (¿cómo puede ser?) y su valor es de 9,8 m/s^2.

Busquemos una explicación que nos convenza. Veamos. La aceleración se debe a la fuerza; en este caso se trata de la fuerza gravitatoria, que es una interacción entre el cuerpo que analizamos y la Tierra. Newton descubrió que esa fuerza tiene una expresión determinada (ver pág. 4). Siendo ésa la única fuerza presente sobre el cuerpo en su recorrido, por el principio de masa, es igual a la masa por la aceleración. O sea:

$F_{GRAV} = m\,a$ (Al ser colineales, lo expresamos escalarmente)

$G \frac{M_T\, m}{R_T^{\,2}} = m\,g$ Es decir, también, que $\boxed{P = m\,g}$

Hemos despreciado la distancia desde la superficie de la Tierra hasta el objeto, por ser insignificante frente al Radio terrestre, y así la distancia entre ambos cuerpos en interacción es directamente el radio terrestre (recordemos que la distancia se debe tomar desde el centro del planeta). La aceleración que adquiere la hemos llamado g por ser la de la gravedad. Al simplificar la masa del objeto (m), observamos claramente de qué depende la aceleración de la gravedad *en las proximidades de la Tierra* (donde la altura es despreciable frente al radio terrestre):

$$g = G\,\frac{M_T}{{R_T}^2}$$

Ahora vemos que la aceleración de la gravedad depende del radio y de la masa de nuestro planeta y entendemos que sea la misma para todos los cuerpos (en sus proximidades).

O sea que el caso de la caída de un cuerpo, o la subida vertical luego de ser arrojado, son movimientos rectilíneos uniformemente variados, donde la aceleración es siempre la misma: la de la gravedad. Aclaremos que estamos considerando el hecho de que sólo actúa sobre el objeto la fuerza gravitatoria (su peso), y no recibe ninguna otra influencia exterior. Con esto significamos que no tenemos en cuenta el posible rozamiento con el aire, ni el hecho de que el objeto en su desplazamiento va desalojando el volumen de aire que ocupaba su lugar. Analizaremos por lo tanto el movimiento de los cuerpos como si ocurriera en el vacío, y para que se puedan comportar de esa manera, pensaremos en piedras u otros objetos similares.

Bien. Escribamos las ecuaciones correspondientes al tiro y caída "libres", es decir, en el caso en que la única responsable de su aceleración es la fuerza gravitatoria. Usemos el eje y por ser trayectorias verticales, y llamemos g a la aceleración. Así, resulta:

$$\boxed{y_t = y_0 + v_0\,(t - t_0) + \frac{1}{2}\,g\,(t - t_0)^2} \qquad \boxed{v_t = v_0 + g\,(t - t_0)}$$

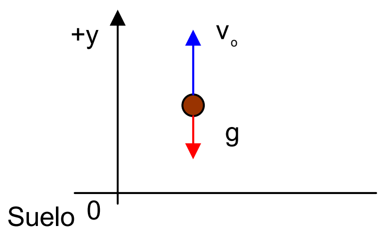
Ejercicio resuelto

Se arroja un objeto desde una altura de 12 m y se observa que llega hasta una altura de 50 m. ¿Con qué velocidad fue lanzado?

Resolución:

Primero, hacemos un esquema para visualizar la situación aclarando el S.R.. Lo más cómodo es ubicarlo en el suelo tomando positivo hacia arriba.

Es conveniente representar las magnitudes vectoriales, aunque analíticamente trabajemos en forma escalar. El observarlas al lado del S.R., nos ayuda para adjudicarles el signo adecuado a ese S.R.:



Con ese S.R., su aceleración g vale – 9,8 m/s^2 ; su posición inicial y_o es 12m . Comenzaremos a contar el tiempo desde que se arroja el objeto, por lo que $t_o = 0$.

Sabemos que al llegar a su altura máxima su velocidad se anula, vale cero. Reemplazando en la ecuación de la velocidad en función del tiempo, resulta:

$$0 = v_o - 9{,}8\ \text{m/s}^2\ t_{y\ \text{máx}}$$

No podemos calcular la velocidad inicial porque nos falta el tiempo que tarda en llegar a la altura máxima, recurrimos entonces a la otra ecuación del movimiento, la de la posición en función del tiempo:

$$50\ \text{m} = 12\ \text{m} + v_o\ t_{y\ \text{máx}} - 4{,}9\ \text{m/s}^2\ t_{y\ \text{máx}}^{\ 2}$$

Tenemos dos ecuaciones con las mismas dos incógnitas. Podemos despejar v_o de la primera y averiguar el tiempo de la altura máxima, para luego encontrar la velocidad inicial:

$$0 v_o = 9{,}8\ \text{m/s}^2\ t_{y\ \text{máx}}$$

$$0\ 50\ \text{m} = 12\ \text{m} + 9{,}8\ \text{m/s}^2\ t_{y\ \text{máx}}^{\ 2} - 4{,}9\ \text{m/s}^2\ t_{y\ \text{máx}}^{\ 2}$$

$$50\ \text{m} - 12\ \text{m} = 4{,}9\ \text{m/s}^2\ t_{y\ \text{máx}}^{\ 2}$$

$$\frac{38\ \text{m}}{4{,}9\ \text{m/s}^2} = t_{y\,max}^{\ 2} \quad \text{de donde} \quad t_{y\,max} = \boxed{2{,}78\ \text{s}}$$

Ya podemos calcular la velocidad inicial $v_o = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \,.\, 2{,}78\ \text{s}$ $\boxed{v_o = 27{,}24\ \text{m/s}}$

Las ecuaciones horarias de este movimiento son:

$$y_t = 12\text{ m} + 27{,}24\text{ m/s } t - 4{,}9\text{ m/s}^2\, t^2$$

$$v_t = 27{,}24\text{ m/s} - 9{,}8\text{ m/s}^2\, t$$

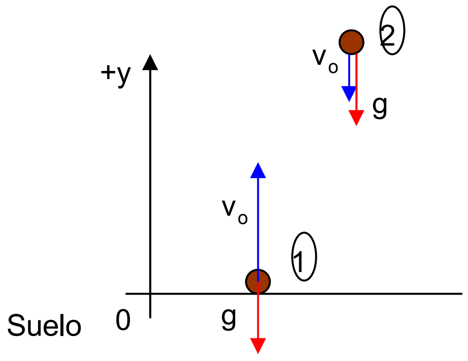
Aclaración

Como hemos visto, el movimiento de tiro vertical y caída libre es una aplicación como caso particular de lo estudiado en general en cinemática , de un MRUV donde la aceleración vale siempre lo mismo.

Ejercicio resuelto

Se lanza una piedra hacia arriba a 60 m/s desde el suelo. Dos segundos más tarde, se arroja otra desde un helicóptero suspendido en el aire a 250 m de altura, de tal manera que llega al suelo cuando la otra llega a su altura máxima. a) hallar la velocidad inicial de la segunda piedra; b) hallar dónde y cuándo se cruzan; c) graficar para ambas la velocidad y la posición en función del tiempo.

Resolución:



Según ese S.R., para la primera piedra es:

$v_o = 60\text{ m/s}$

$g = -9{,}8\text{ m/s}^2$

$t_o = 0$

$y_1 = 60\text{ m/s } t - 4{,}9\text{ m/s}^2\, t^2$

$v = 60\text{ m/s} - 9{,}8\text{ m/s}^2\, t$

Primero debemos averiguar cuánto tarda la primera en llegar a su altura máxima, que es donde se anula su velocidad. De la segunda ecuación se obtiene: $t_{y\,máx} = 6{,}12$ s .

a) Ahora vamos a la segunda. Debemos referir ambas al mismo S.R., con el origen en el suelo para las coordenadas y cuando se arroja la primera para el tiempo

$g = -9{,}8\text{ m/s}^2$

$t_o = 2$ s

$y_o = 250$ m

Sabemos lo que tarda en llegar al suelo, donde la coordenada vale cero. Podemos entonces armar su ecuación de posición y de ella despejar su velocidad inicial:

$$0 = 250\text{m} + v_o\,(6{,}12\text{ s} - 2\text{ s}) - 4{,}9\text{ m/s}^2\,(6{,}12\text{ s} - 2\text{ s})^2$$

Obtenemos: $\boxed{v_o = -\,40{,}49\text{ m/s}}$

b) Las ecuaciones horarias de la segunda piedra son:

$$y_2 = 250\text{m} - 40{,}49\text{ m/s}\,(t - 2\text{ s}) - 4{,}9\text{ m/s}^2\,(t - 2\text{ s})^2$$

$$v_2 = -\,40{,}49\text{ m/s} - 9{,}8\text{ m/s}^2\,(t - 2\text{ s})$$

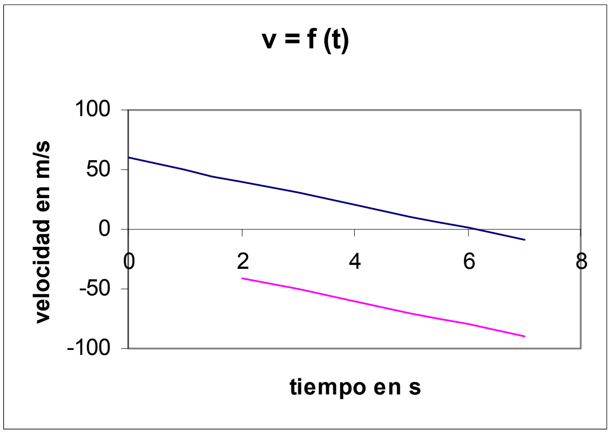
Para hallar dónde y cuándo se cruzan se plantea la condición de encuentro, que consiste en que ambas coordenadas sean la misma en el mismo instante, llamado tiempo de encuentro:

$$60\text{ m/s}\,t_E - 4{,}9\text{ m/s}^2\,t_E^2 = 250\text{ m} - 40{,}49\text{ m/s}\,(t_E - 2\text{ s}) - 4{,}9\text{ m/s}^2\,(t_E - 2\text{ s})^2$$

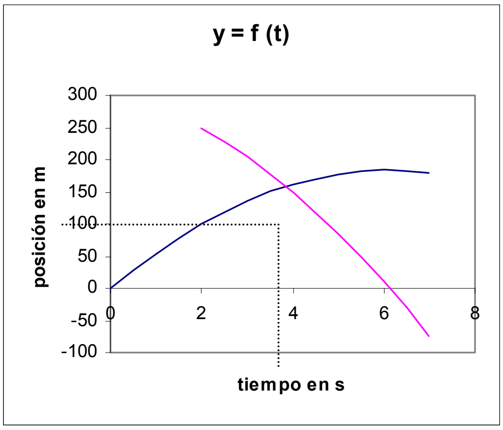
Operando matemáticamente, para lo cual debemos recordar la propiedad distributiva y además desarrollar el binomio, finalmente obtenemos:

$t_E = 3{,}85\text{ s}$ De la primera ecuación de la piedra 1: $\boxed{y_E = 158{,}37\text{ m}}$

c) Para graficar debemos hacer una tabla de valores y volcarlos sobre ejes cartesianos. Para ello tomamos las ecuaciones de las piedras en función del tiempo, y le asignamos distintos valores a la variable tiempo. Obtenemos, para la velocidad:



Haciendo lo propio con las ecuaciones de posición se obtiene:



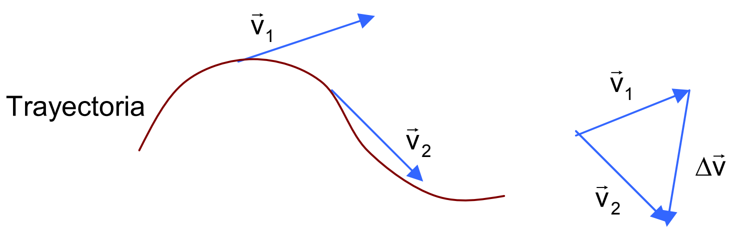
En el primer gráfico, las rectas son paralelas por tener la misma pendiente, que es la aceleración.

En el segundo, la intersección corresponde al instante y posición en que se cruzan..

MOVIMIENTOS CURVOS

¿Cuál es la causa por la cual un cuerpo se puede desplazar por una curva? ¿Cómo varía su velocidad?

Recordemos que la velocidad, magnitud vectorial, se mantiene tangente a la trayectoria. Si es curva, va cambiando punto a punto de dirección. Ello sólo puede deberse a alguna fuerza recibida por el móvil y que lo obligue a doblar, desviándolo de su línea recta.

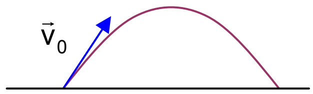


Como existe variación de velocidad, eso indica que existe alguna fuerza en su misma dirección y sentido, y según el principio de masa, existe aceleración, que es la consecuencia de toda fuerza.

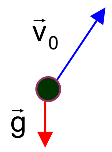
El razonamiento anterior nos lleva a asociar siempre una trayectoria curva (así sea de movimiento uniforme) con aceleración, debida a alguna fuerza presente.

Tiro oblicuo

Al arrojar un objeto en el espacio oblicuamente, es decir, formando un ángulo con la horizontal, se observa que no continúa en línea recta, sino que su trayectoria es una curva:

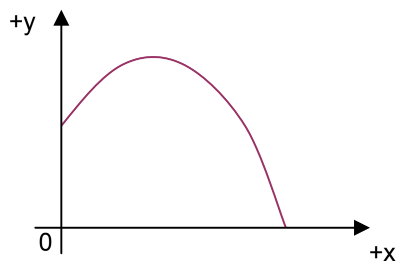


¿Cuál es la fuerza en este caso? La fuerza gravitatoria, que se mantiene constante en todo el recorrido, por lo que despreciando toda otra posible influencia exterior, es la única que recibe el cuerpo, o sea que su aceleración va a ser la de la gravedad...



Para analizarlo vamos a considerar dos ejes. ¿Por qué, si es una situación en el espacio? Sucede que, arrojemos el objeto hacia donde sea (para el Norte, el Este, o cualquier otro rumbo), se observa que la curva se puede apoyar en un sólo plano. Hagámoslo para comprobarlo! Esto nos permite utilizar sólo dos ejes para describir el movimiento.

Como S.R., tomemos como origen el suelo, debajo del punto de lanzamiento, +x hacia la derecha,+y hacia arriba



El objeto se mueve sobre la curva, donde el vector velocidad tiene dos componentes, una en x y la otra en y. Esto nos permitirá analizar el movimiento como una composición de dos movimientos simultáneos: uno sobre x ,y el otro sobre y, rectilíneos, ya conocidos.

Las velocidades v_x y v_y podrían ser imaginadas como las velocidades con que se desplazarían sobre x y sobre y, las sombras del objeto proyectadas perpendicularmente sobre estos ejes. Sin embargo, debemos recordar que este artificio es sólo un recurso que facilitará el estudio y que el objeto en realidad, se está desplazando por la curva.

¿Cómo es el movimiento sobre cada eje? Nos contesta el principio de masa juntamente con el de inercia.

Aplicando el principio de masa sobre el eje x, $\Sigma F_x = m\ a_x$

Aplicándolo sobre el eje y, $\Sigma F_y = m\ a_y$

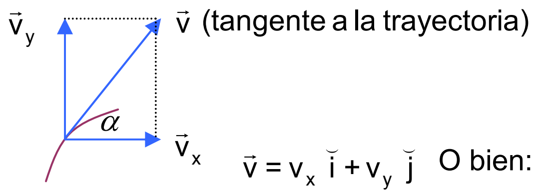
Pero...sobre x no hay fuerzas, por lo que $a_x = 0$ y se trata de un MRU (por inercia). Es decir que la sombra o proyección del tiro oblicuo sobre x se desplaza con velocidad constante.

Sobre y en cambio existe la fuerza gravitatoria, que es el peso del cuerpo, y la aceleración de la gravedad. En el primer miembro del principio de masa en y, reemplazamos la fuerza neta o resultante por la fuerza peso, siendo $a_y = g$, o sea que: $P = m\ g$.

En otras palabras, la sombra en y tiene velocidad variable, se desplaza con MRUV con la aceleración de la gravedad.

Si el ángulo de lanzamiento es hacia arriba de la horizontal, sobre y la velocidad inicial apunta hacia arriba, y se anula en la altura máxima, donde invierte su sentido. Al bajar apunta hacia el suelo, aumentando a medida que desciende.

Para cualquier punto de la curva el vector velocidad tiene dos componentes (sólo se anula su proyección en y al alcanzar la altura máxima).



$\vec{v} = v_x\ \breve{i} + v_y\ \breve{j}$ O bien: $\vec{v} = (v_x\ , v_y)$

Al descomponer el vector velocidad, como se indica, se forma un triángulo rectángulo donde el vector velocidad es la hipotenusa. Nuestros conocimientos matemáticos nos permiten aplicar tanto el Teorema de Pitágoras como las funciones trigonométricas. Mirando la descomposición del vector velocidad geométricamente, la hipotenusa es un segmento que coincide con el módulo de la velocidad, y los catetos son sus proyecciones.

$\cos\alpha = v_x \left|v\right|$ de donde: $\boxed{v_x = \left|v\right| \cos\alpha}$ (velocidad constante)

$\operatorname{sen}\alpha = v_y \left|v\right|$ despejando: $\boxed{v_y = \left|v\right| \operatorname{sen}\alpha}$

Si se inicia la cuenta del tiempo en el instante del lanzamiento, es $t_o = 0$, y llamando α_o al ángulo inicial del disparo, las ecuaciones horarias son:

Sobre el eje x	$x_t = v_x t$	donde
Sobre el eje y	$y_t = y_o + v_{oy} t + \frac{1}{2} g t^2$	$v_x = \left|v_o\right| \cos\alpha_0$
También sobre y	$v_y = v_{oy} + gt$	$v_y = v_o \operatorname{sen}\alpha_0$

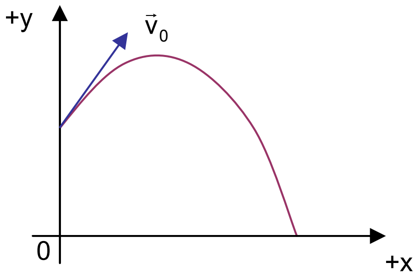
Ejercicio resuelto

Un arquero lanza oblicuamente una pelota desde 2,5 m de altura, con una velocidad inicial de 20 m/s, y un ángulo de lanzamiento de 53° hacia arriba de la horizontal. Adoptando el módulo de la aceleración de la gravedad como 10 m/s^2,

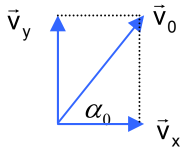
a) escribir las ecuaciones horarias.
b) hallar la altura máxima.
c) hallar el vector velocidad al llegar al suelo.
d) Representar sobre la trayectoria, el vector velocidad y sus componentes cartesianas para t = 0 s; t = 1,2 s y para t = 2 s.

Resolución:

Las condiciones iniciales son datos conocidos:



$t_0 = 0$
$|v_0| = 20 \text{ m/s}$
$\alpha_0 = 53º$
$y_0 = 2{,}5 \text{ m}$



Calculamos las componentes de la velocidad inicial:

$$v_x = |v_0| \cos \alpha_0 \quad ; \quad v_x = 20 \text{ m/s} \cos 53º \quad ; \quad \boxed{v_x = 12 \text{ m/s}}$$

$$v_{oy} = |v_0| \operatorname{sen} \alpha_0 \quad ; \quad v_{oy} = 20 \text{ m/s} \operatorname{sen} 53º \quad ; \quad \boxed{v_{oy} = 16 \text{ m/s}}$$

Armamos el vector velocidad inicial en forma cartesiana:

$$\boxed{\vec{v}_0 = 12 \text{ m/s } \breve{i} + 16 \text{ m/s } \breve{j}}$$

a) $x = 12 \text{ m/s } t$

$y = 2{,}5 \text{ m} + 16 \text{ m/s } t - 5 \text{ m/s}^2\, t^2$

$v_y = 16 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}^2\, t$

b) Para la altura máxima es $v_y = 0$

Sustituyendo en la última ecuación:

$0 = 16 \text{ m/ s} - 10 \text{ m/s}^2\, t_{y\ máx}$ de donde se obtiene $\boxed{t_{y\ máx} = 1{,}6 \text{ s}}$

De la segunda:

$y_m = 2{,}5 \text{ m} + 16 \text{ m/s } .1{,}6 \text{ s} - 5 \text{ m/s}^2\, (1{,}6 \text{ s})^2$ $\boxed{y_m = 15{,}3 \text{ m}}$

c) En el suelo es $y = 0$ Reemplazando en la segunda ecuación:

$0 = 2{,}5 \text{ m} + 16 \text{ m/s } t_s - 5 \text{ m/s}^2\, t_s^2$

Debemos resolver la ecuación cuadrática, donde los coeficientes son:

$$\begin{cases} a = -5 m/s^2 \\ b = 16 m/s \\ c = 2,5 m \end{cases}$$

Obtenemos dos resultados para t_s: -0,15 s ; 3,35 s

Un resultado es negativo. Lo descartamos por ser anterior al lanzamiento. Aceptamos el positivo.

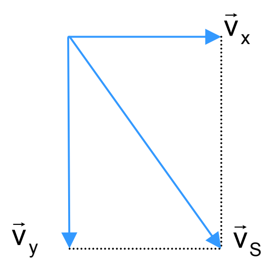
$\boxed{t_s = 3,35 \text{ s}}$ Con ese tiempo calculamos la velocidad.

$v_{y\ suelo} = 16 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}^2 \,.\, 3,35 \text{ s}$ resultando $\boxed{v_{y\ s} = -\ 17,5 \text{ m/s}}$

¿Es ésa la respuesta para este ítem? No, ésa es sólo la componente en y de la velocidad pedida.

Armemos el vector en forma cartesiana $\boxed{\vec{v}_S = 12 \text{ m/s}\ \breve{i} - 17,5 \text{ m/s}\ \breve{j}\ \frac{n!}{r!(n-r)!}}$

Podemos representarlo



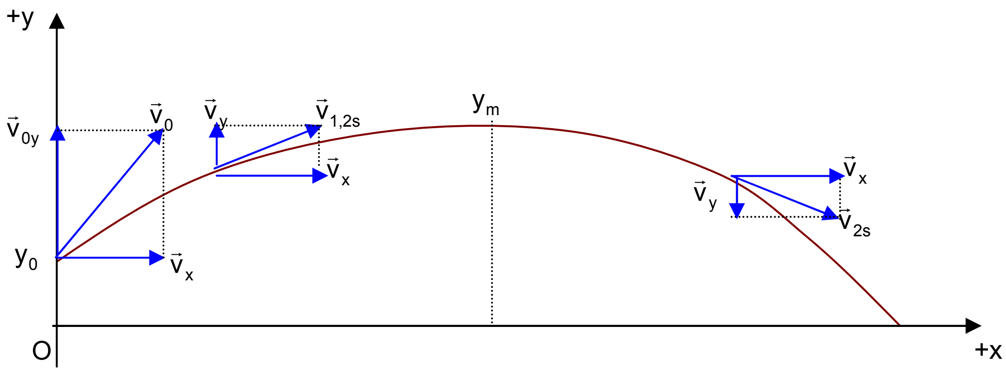
d) Se pide representar los vectores para tres tiempos distintos. Calculando la segunda componente, siempre a partir de la tercera ecuación horaria del movimiento, resultan, para los tiempos pedidos:

v_o = (12 m/s ; 16 m/s) se lanza con esa velocidad

$\vec{v}_{1,2s}$ = (12 m/s ; 4 m/s) está subiendo (segunda componente positiva)

$\vec{v}_{2s}$ = (12 m/s ; - 4 m/s) está bajando (segunda componente negativa)

La trayectoria se representa sobre los ejes x e y:



Ecuación de la trayectoria de tiro oblicuo

¿Qué figura es la curva que recorre un objeto en un tiro oblicuo? ¿Cómo podemos encontrarla? De tener la expresión matemática de esa figura, lo sabríamos. Al menos sabemos identificar la expresión de una recta o de una parábola.

Necesitamos una relación entre las dos coordenadas, sin que figure el tiempo. Estamos buscando y = f (x).Conocemos las leyes del movimiento sobre x, en función del tiempo, y sobre y, también en función del tiempo:

$$x = |v_0| \cos\alpha_0 \, t$$

$$y = y_0 + |v_0| \operatorname{sen}\alpha_0 \, t + \frac{1}{2} g \frac{x^2}{|v_0|^2 \cos^2\alpha_0}$$

Despejando **t** de la primera es $t = \dfrac{x}{|v_0| \cos\alpha_0}$

Reemplazando en la segunda queda:

$$y = y_0 + \cancel{|v_0|} \operatorname{sen}\alpha_0 \frac{x}{\cancel{|v_0|} \cos\alpha_0} + \frac{1}{2} g \frac{x^2}{|v_0|^2 \cos^2\alpha_0}$$

Finalmente: $$\boxed{y = y_0 + \operatorname{tg}\alpha_0 \, x + \frac{g}{2|v_0|^2 \cos^2\alpha_0} x^2}$$

Hemos obtenido y = f (x). ¿Qué nos expresa esa ecuación? Es una relación cuadrática entre x e y, donde todas las otras letras se refieren a valores que no cambian a lo largo de la trayectoria, ya que corresponden a las condiciones iniciales en que se realiza el lanzamiento. Con esta función comprobamos que la curva del tiro oblicuo es una **parábola.**

MOVIMIENTO DE LOS SATÉLITES

¿Cómo es posible colocar un satélite artificial en órbita alrededor de la Tierra?

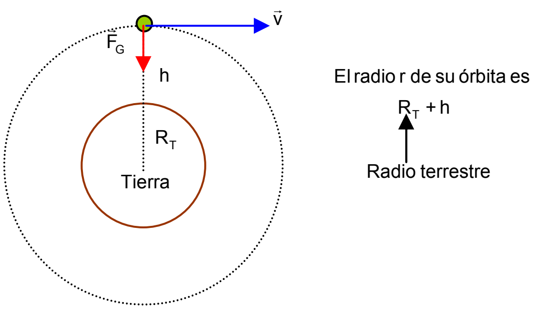
Este logro se consiguió hace relativamente poco (en la Unión Soviética, en 1957). A pesar de que Newton sabía cómo hacerlo, no disponía de la tecnología necesaria.

El primer satélite colocado en órbita fue el Sputnik I, inaugurando la era espacial. Su diámetro no llegaba a un metro.

Primero debe elevarse el objeto hasta la distancia deseada con respecto a la corteza terrestre, llamada h. Esto sólo es posible si se lo transporta por medio de poderosos cohetes. Esta altura h no debe ser menor a 150 km, para que la atmósfera no influya en el movimiento del satélite.

Una vez ubicado en su altura, debe ser lanzado (también por medio de cohetes) horizontalmente, esto es, de manera perpendicular a la altura, con la velocidad necesaria.

Liberado el satélite de los cohetes impulsores, podría perderse en el espacio en línea recta siempre a la misma velocidad, por inercia. Sin embargo, eso no sucede por el hecho de que sobre él actúa la fuerza gravitatoria en la dirección radial (hacia el centro del planeta), que lo obliga a doblar, curvándole la trayectoria, cambiándole la dirección a su vector velocidad, y manteniéndolo en órbita.



¿Qué velocidad debe imprimírsele para que entre en órbita circular alrededor de la Tierra?

La fuerza que recibe el satélite es la fuerza gravitatoria: $F_G = G\dfrac{M_T m_S}{r^2}$

Según el principio de masa, esa fuerza neta o resultante es igual a su masa por la aceleración que provoca, en su misma dirección y sentido. Bien. Esa fuerza es radial, hacia el centro de la circunferencia, y por consiguiente la aceleración también. Es por lo tanto la aceleración centrípeta del MCU.

$$\cancel{m_S}\, a_{cp} = G\frac{M_T \cancel{m_S}}{r^2}$$

A su vez, la aceleración centrípeta puede escribirse en función de la velocidad tangencial:

$$\frac{v^2}{\cancel{r}} = G\frac{M_T}{r^{\cancel{2}}}$$

de donde $\boxed{v = \sqrt{GM/r}}$

Esta expresión nos dice que la velocidad depende del radio que deba tener la órbita del satélite (no de su masa), en forma inversa. Necesitará mayor velocidad cuanto más cerca de la Tierra esté la órbita, es decir, cuanto menor sea su altura.

Es posible también hallar el período de revolución, recordando que para todo MCU es

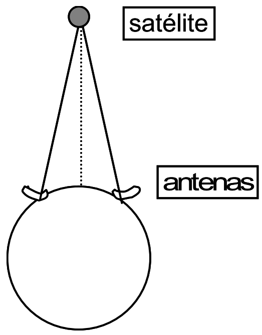
$v = w\,r$ y además, $w = 2\pi/T$

Sustituyendo: $\boxed{T = \dfrac{2\pi\, r}{v}}$

Aclaración

Se llama satélite estacionario a aquél que gira sobre un mismo punto del planeta, con su mismo período.

Las transmisiones vía satélite, utilizan este tipo de satélites, que reciben una señal proveniente de una antena parabólica de la Tierra, y la devuelven dirigida hacia otra antena similar que la recibe, luego de unos 0,25 segundos.



Los satélites son utilizados para cuatro funciones principales:a) como enlace de telecomunicaciones; b) para captar información procedente del exterior de la atmósfera terrestre; c) para observación meteorológica y c) como observación de instalaciones militares.

Ejercicio resuelto

Se coloca en órbita un satélite a una altura de aproximadamente 5000 km sobre un punto del Ecuador. Hallar a) su velocidad tangencial; b) su período; c) comparar con el período de revolución de la Tierra. Dato: el radio terrestre es aproximadamente de 6000 km, y la masa de la tierra es de unos 6. 10^{24} kg; d) al cabo de cuánto tiempo después de lanzado se vuelve a ver pasar desde el mismo lugar.

Resolución:

a) $v = \sqrt{GM/r}$ $\qquad$ r= 6000 km + 5000 km

$$v = \sqrt{(6{,}67.10^{-11}\ Nm^2/kg^2\ 6.\,10^{24}\ kg\ )/11000\,000\ m}$$

v = 6032 m/s = 21715 km/h

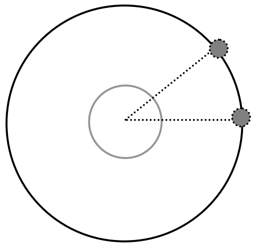
b) $T = 2\ \pi\, r\,/v$

$T = 2\ \pi\ 1{,}1.10^4$ km / 21715 km/h

T = 3,18 h = 3h 11 min.

c) $T_s \leq T_t$

d) Para que la persona lo vuelva a ver debe estar radialmente alineada con el satélite:



Si tomamos como referencia para la posición del radio asociado a la persona y al satélite, la que corresponde al instante en que se dispara, cuando la persona lo vea nuevamente el satélite habrá dado una vuelta más lo que giró la Tierra. Partiremos, como siempre, de las ecuaciones horarias. Pero... ¿cómo las escribimos? Muy simple: a partir de la definición de la velocidad angular:

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}; \qquad \omega = \frac{\alpha_t - \alpha_0}{t - t_0} \qquad \text{despejando} \qquad \alpha_1 = +\alpha_0 + \omega\,(t - t_0)$$

Para el satélite: $\alpha_S = \omega_S t$ Para la persona: $\alpha_P = \omega_P t$ con esas condiciones iniciales.

Cuando lo vuelve a ver: $\alpha_S = \alpha_P + 2\pi$

Reemplazando: $\omega_S\, t_E = \omega_P\, t_E + 2\pi$ Recordemos que $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$

Sustituyendo:

$$\frac{\cancel{2\pi}}{T_S} t_E = \frac{\cancel{2\pi}}{T_P} t_E + \cancel{2\pi}$$

Factor común: $t_E \left[\dfrac{1}{T_S} - \dfrac{1}{T_P} \right] = 1$ Restando las fracciones y despejando:

$$t_E = \frac{T_S \,.\, T_p}{T_p - T_S}$$ Reemplazando:

$$t_E = \frac{3{,}18\,h \,.\, 24\,h}{24\,h - 3{,}18\,h}$$

Finalmente $\boxed{t_E = 3{,}67\ h = 3h\ 40\ min}$

Se vuelve a ver pasar al satélite desde el mismo lugar, al cabo de tres horas cuarenta minutos después de ser puesto en órbita.

CUERPOS VINCULADOS: CUERPOS BAJO EL EFECTO DE VARIAS FUERZAS

Hasta ahora hemos analizado en particular el movimiento de cuerpos afectados únicamente por la fuerza gravitatoria, sobre la Tierra y en el espacio. Según cómo son lanzados inicialmente, su trayectoria se curva, convirtiéndose en parabólica, es rectilínea, o bien circular. Bajo esa única fuerza, el objeto puede hasta describir un MCU.

Analicemos el movimiento de un cuerpo vinculado con más de una fuerza sobre él...

En general los cuerpos no tienen todas las direcciones disponibles, son obligados a desplazarse sobre un plano, o por una determinada dirección mediante una soga que tira de ellos...los cuerpos en general están vinculados.

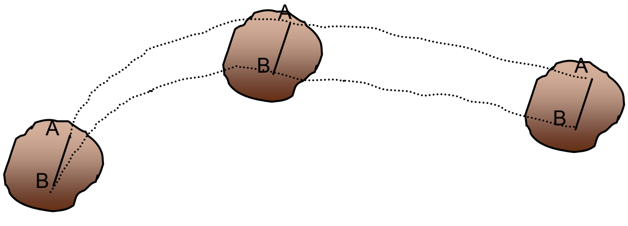
Se llama vínculo a cualquier objeto que trabe la libre movilidad del cuerpo en estudio, es decir que le impida algún grado de libertad. Puede ser un plano, una soga, una articulación, bisagra, otro cuerpo en contacto, etc.

Es necesario identificar con qué intensidad interactúa el cuerpo con cada uno de los otros.

Como primer paso, realizamos un esquema denominado **diagrama de cuerpo libre**, que consiste en dibujar el objeto como un punto (ya que mientras no sea un cuerpo extenso que gire, su forma y medidas no interesan). Hacemos total abstracción de las cualidades geométricas del cuerpo, tomando para su análisis el modelo de cuerpo puntual, con toda su masa concentrada, sin considerar forma ni dimensiones. Esto se puede hacer mientras el movimiento del cuerpo consista en una traslación.

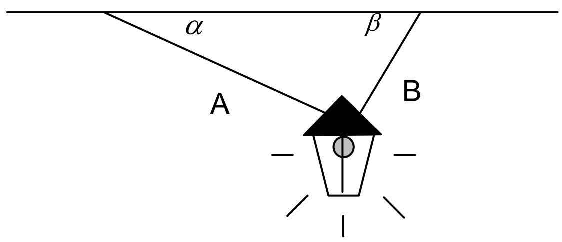
Aclaración

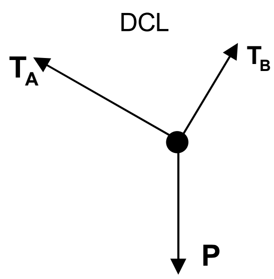
En una **traslación** todos los puntos del cuerpo realizan trayectorias iguales, y cualquier segmento del cuerpo se mantiene siempre paralelo a sí mismo. Esta característica es la que permite tomar un modelo puntual representativo de todo el cuerpo.



En ese punto representativo del cuerpo, se dibujan cuidadosamente todas las fuerzas que recibe, respetando la orientación en que actúan. Este diagrama debe ser claro y bien visible. Es conveniente hacerlo de buen tamaño.

Ejemplo resuelto: Un farol está sostenido por dos cuerdas, como se indica. ¿Cuál es su diagrama de cuerpo libre?





Sobre el farol actúan tres fuerzas: su peso (**P**), que es la fuerza gravitatoria que ejerce la Tierra al atraerlo; la fuerza que ejerce la soga A, generalmente llamada tensión ($\mathbf{T_A}$), que es la fuerza con la que la soga tira de él (las sogas siempre ejercen fuerzas apoyadas sobre la soga), y la tensión de B ($\mathbf{T_B}$), que es la fuerza que la soga B ejerce sobre el farol.

Cada fuerza se debe a una interacción.

¿Dónde está la otra fuerza que completa el par acción y reacción de cada una?

Para **P**, la otra está en el centro de la Tierra. Es una interacción a distancia.

Para $\mathbf{T_A}$, en el extremo de la soga A en contacto con el farol. Es una interacción de contacto.

Para $\mathbf{T_B}$, idem pero en la soga B.

Aclaración

Indicaremos con “negrita” los nombres de las magnitudes vectoriales, como las fuerzas, evitando así el símbolo de vector sobre ellas en los DCL.

¿Para qué sirven los diagramas de cuerpo libre? Para calcular las intensidades de las fuerzas que actúan sobre él, para calcular su aceleración cuando se mueve...Probemos...

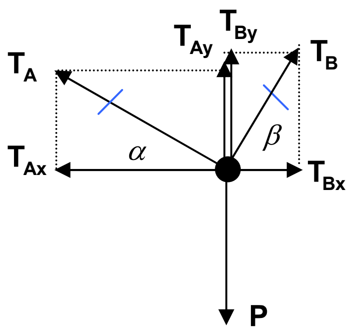
Ejercicio resuelto

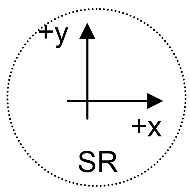
Calcular la fuerza que debe ejercer cada soga en el caso del ejemplo anterior, si la masa del farol es de 4 kg, y el ángulo que forma la soga A con el techo es de 37°, y el que forma la soga B con el techo es de 53°.

Resolución:

Partimos del DCL, y como son fuerzas coplanares, o sea en un mismo plano, nos ayudamos para el análisis con un sistema de ejes x e y, indicando en cualquier lugar el SR, es decir, hacia dónde se toma el sentido positivo de cada uno.

A continuación, se descompone cada fuerza sobre ambas direcciones, y se tacha levemente, señalando así que queda reemplazada por dos fuerzas equivalentes (cuya resultante sería la que se descompuso):





Observando el esquema, vemos que hay 5 fuerzas en total: 2 sobre el eje x y tres sobre el eje y.

¿Y ahora? Sigamos...

Aplicamos los principios de la dinámica: masa, inercia...

Vemos el farol en reposo. Entonces su velocidad es cero, y como continúa en reposo, el cambio de su velocidad es nulo, no tiene aceleración y por consiguiente en este caso tiene que suceder que la fuerza neta sobre él sea nula, tanto sobre x como sobre y.

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0$$

En x, la suma tendrá dos términos; en y tres. Como está bien definido el sentido de cada componente, lo mejor es anotar cada una indicando el signo (según el SR elegido) y el módulo, al desplegar la sumatoria.

Sobre x: $\left|\vec{T}_{Bx}\right| - \left|\vec{T}_{Ax}\right| = 0$

Sobre y: $\left|\vec{T}_{Ay}\right| + \left|\vec{T}_{By}\right| - \left|\vec{P}\right| = 0$

Ahora debemos expresar cada una de las fuerzas en función de los datos , es decir, las proyecciones de las tensiones en función de los ángulos, y el peso en función de la masa. Recurrimos a trigonometría, a partir de los triángulos rectángulos que se forman en la descomposición de las fuerzas, observando el DCL.

Aclaración

Vemos un triángulo rectángulo donde el módulo de la tensión es la hipotenusa, y se conoce el ángulo que forma la fuerza con el eje x. Las proyecciones de la fuerza son los catetos. Aplicando el seno y el coseno:

$\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{\left|T_{Ay}\right|}{\left|T_A\right|}$ de donde $\left|T_{Ay}\right| = \left|T_A\right| \operatorname{sen}\alpha$

$\cos\alpha = \dfrac{\left|T_{Ax}\right|}{\left|T_A\right|}$ de donde $\left|T_{Ax}\right| = \left|T_A\right| \cos\alpha$

Análogamente $\left|T_{By}\right| = \left|T_B\right| \operatorname{sen}\beta$

$\left|T_{Bx}\right| = \left|T_B\right| \cos\beta$

Sustituyendo:

$$\begin{cases} |T_B|\cos\beta - |T_A|\cos\alpha = 0 \\ |T_A|\operatorname{sen}\alpha - |T_B|\operatorname{sen}\beta - m\,|g| = 0 \end{cases}$$

Son dos ecuaciones con las mismas dos incógnitas, que son las intensidades de ambas tensiones. Resolviendo el sistema (por cualquier método) se pueden obtener las tensiones.

Una forma puede ser el método de sustitución. Despejando de la primera:

$$|T_B| = \frac{|T_A|\cos\alpha}{\cos\beta}$$ Reemplazando en la segunda:

$$|T_A|\operatorname{sen}\alpha + \frac{|T_A|\cos\alpha}{\cos\beta}\operatorname{sen}\beta = m\,|g|$$

Extrayendo factor común y despejando:

$$|T_A| = \frac{m\,|g|}{\operatorname{sen}\alpha\,(1 + \cos\alpha / \cos\beta)}$$

Reemplazando:

$$|T_A| = \frac{4\,\text{kg}\,10\text{m/s}^2}{0{,}6\,(1 + 0{,}8/0{,}6)}$$

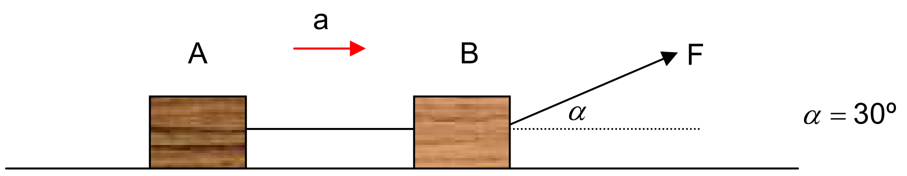
$$|T_A| = 28{,}57\,\text{N}$$

Una vez conocida una de las incógnitas, se puede calcular la otra. A partir de la primera ecuación reemplazando se obtiene la tensión de la soga B:

$$\boxed{|T_B| = 38{,}09\,\text{N}}$$

Ejercicio resuelto

Dos bloques A y B de 4 y 6 kg respectivamente, están vinculados por una soga inextensible y de masa despreciable, deslizándose sobre un plano horizontal sin rozamiento considerable, por una fuerza de 40N que actúa sobre B, como se indica en la figura. Se quiere saber: a) cuál es la aceleración de los cuerpos; b) con qué fuerza tira la soga de ambos, y cuál es la fuerza que ejerce el cuerpo B sobre el plano horizontal.



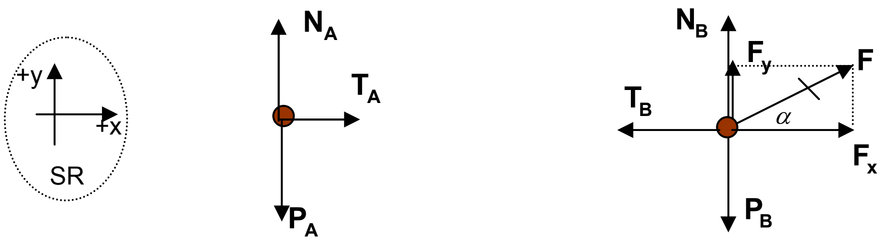
Resolución:

Realizamos el DCL para ambos. Sobre A actúa la fuerza peso, la tensión de la soga, y la fuerza que ejerce el plano.

Aclaración

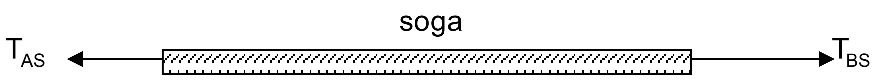
Se llama **Normal** en general a la fuerza que ejerce el plano de contacto sobre el cuerpo. El nombre Normal proviene del hecho de que el plano siempre ejerce fuerza perpendicular a su superficie (normal significa perpendicular geométricamente)

Sobre B, actúa la fuerza peso, la tensión de la soga, la fuerza que ejerce el plano horizontal y la fuerza exterior **F.** Bajo la acción de esa fuerza, ambos bloques se mueven sobre el plano acelerándose hacia la derecha. Una vez entendido el hecho físico, elegimos el sistema de referencia de tal manera que la dirección del movimiento coincida con el eje x, indicando el SR en cualquier lugar próximo a los DCL. Toda fuerza que no esté apoyada sobre los ejes, debe ser descompuesta y reemplazada por sus dos componentes sobre x y sobre y . Procedamos:



Vamos a analizar ahora lo que sucede en la soga. Usaremos las conclusiones de ahora en adelante cada vez que una soga inextensible y de masa despreciable vincule a dos cuerpos. Sobre la soga, ¿qué fuerzas actúan?

Por tener masa despreciable, su peso es también insignificante frente a los de los cuerpos que vincula, por lo que no lo consideramos. Hemos dibujado sobre A la fuerza que la soga ejerce sobre este bloque...Por el principio de acción y reacción, si la cuerda ejerce una fuerza sobre A, simultáneamente el bloque A ejerce otra fuerza igual y contraria sobre la soga, es decir, que A tira del extremo izquierdo de la soga con otra que llamaremos T_{AS}. Análogamente, así como la soga tira de B, B tira del extremo derecho de la soga, con otra fuerza igual y contraria. El DCL de la soga será entonces:



Apliquemos ahora a la soga el principio de masa sobre el eje x, entendiendo que la soga tiene la misma aceleración que los bloques.

$\sum F_x = m\,a$ desarrollado para la soga resulta, según el SR elegido:

$$|T_{BS}| - |T_{AS}| = m_S\, a$$

Como la masa de la soga es despreciable, resulta:

$$|T_{BS}| = |T_{AS}|$$

Conclusión: siempre que una soga de las características mencionadas vincula dos cuerpos, ejerce sobre ambos fuerzas de igual intensidad. Por lo tanto la llamamos con el mismo nombre, sin diferenciación, denominándola solamente **T**.

¿Cómo sigue el análisis?

Aplicando el principio de masa sobre x y sobre y para ambos cuerpos. Sobre x existe aceleración. En cambio sobre y los bloques no se aceleran, ni hacia arriba ni hacia abajo. No existe aceleración sobre el eje **y**, a pesar de que hay fuerzas sobre este eje, por lo que se deduce que en cada cuerpo las fuerzas sobre **y** forman un sistema de fuerzas en equilibrio.

Para ambos entonces se cumple que:

$$\sum F_x = m\,a \qquad\qquad \sum F_y = 0$$

$$\begin{array}{l} \text{sobre x, para A:} \\ \text{sobre x, para B:} \end{array} \begin{cases} |T| = m_A\, a \\ |F_x| - |T| = m_B\, a \qquad \text{donde } |F_x| = |F| \cos\alpha \end{cases}$$

Estamos frente a un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. No podríamos calcular ni la aceleración ni la tensión a partir de ninguna de las dos igualdades individualmente. En este caso lo más práctico sería sumar miembro a miembro, ya que así se elimina una incógnita. De todas maneras cualquier método daría los mismos resultados, obviamente. al sumar los segundos miembros podemos sacar factor común a. Se obtiene:

$$|F_x| = (m_A + m_B)\; a$$

Despejando, y sustituyendo la componente de la fuerza en x en función de los datos:

$$a = \frac{|F| \cos\alpha}{m_A + m_B} \qquad \text{(Recordando que N = kg m/s}^2\text{)}$$

Reemplazando: $a = \dfrac{40\,\text{N}.\,0{,}866}{10\,\text{kg}}$ Operando: $\boxed{a = 3{,}46\ \text{m/s}^2}$

Ahora es posible calcular la fuerza que ejerce la soga sobre cada cuerpo, de la ecuación en x para A:

$$|T| = 4\,\text{kg}\,.\,3{,}46\,\text{m/s}^2 \qquad\qquad \boxed{|T| = 13{,}84\,\text{N}}$$

Se quiere saber cuál es la fuerza que recibe el plano por parte del bloque B. Por acción y reacción tiene la misma intensidad que la fuerza que el plano ejerce sobre B, es decir, la Normal de B. Como esta fuerza es perpendicular al plano, tiene la dirección del eje y. Aplicando el principio de masa para B sobre y (recordemos que en este caso no existe aceleración en y), resulta:

$$|F_y| + |N_B| - |P_B| = 0$$

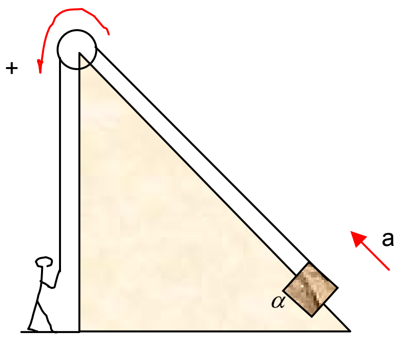
Despejando la normal y expresando en función de los datos:

$$|N_B| = m_B\,|g| - |F|\,\mathrm{sen}\alpha$$

$$|N_B| = 6\,\mathrm{kg}\,.\,10\,\mathrm{m/s^2} - 40\,\mathrm{N} \qquad \boxed{|N_B| = 20\,\mathrm{N}}$$

Ejercicio resuelto

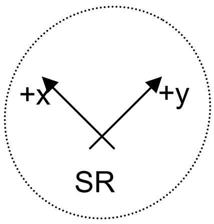
Una persona desea elevar un pesado bloque de 30 kg de masa por un plano que está inclinado 60° con respecto a la horizontal, y para ello dispone de una larga soga inextensible y de masa despreciable que pasa por una polea fija en el extremo superior del plano, que tiene las características de no presentar rozamiento considerable en su movimiento de rotación alrededor de su eje, y además de tener masa despreciable. ¿Qué fuerza debe ejercer sobre la soga, para que ese bloque suba por el plano con una aceleración de 2 m/s^2? ¿Cuál es la fuerza que el plano ejerce sobre el bloque?

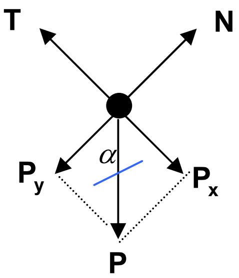


Resolución

Primero debemos hacer el DCL, y elegir un SR. El bloque se mueve paralelamente al plano, por lo que elegiremos el eje x sobre el plano, como apoyado sobre la soga, y el sentido positivo hacia arriba. Dibujando las fuerzas, se observa que hay tres fuerzas sobre el bloque: la tensión de la soga, el peso y la normal del plano. Recordemos que al tratarse de una misma soga, en ambos extremos la tensión es la misma, y esto sucede aunque la soga pase por la polea, por presentar las características señaladas. Puede suponerse que el eje x pasa por la polea y continúa sobre la soga, por lo que al llegar a las manos de la persona el eje x tiene su sentido positivo hacia abajo. De las tres fuerzas, sólo hay que descomponer el peso, ya que no está ni sobre x ni sobre y.

Es importante descubrir dónde se repite el ángulo de inclinación del plano, en la descomposición de la fuerza peso. Para ello, con un esfuerzo de razonamiento y habilidades geométricas, trazando todas las paralelas necesarias para convencernos, y comparando triángulos rectángulos, llegamos a detectar que se repite entre la fuerza peso y su proyección sobre el eje y.





Aplicando trigonometría :

$$|P_x| = |P| \operatorname{sen} \alpha$$

$$m\,|g|$$

$$|P_y| = |P| \cos \alpha$$

Para hallar la tensión aplicamos el principio de masa sobre el eje x:

$\sum F_x = m\,a$ Desarrollando: $|T| - |P_x| = m\,.\,a$

Despejando, y escribiendo la componente en x del peso en función de los datos, resulta:

$$|T| = m\;a + m\,|g|\operatorname{sen}\alpha$$

Reemplazando: $$|T| = 30\,\text{kg}\;\,2\,\text{m/s}^2 + 30\,\text{kg}\;\,10\,\text{m/s}^2\;\,0{,}866$$

$$\boxed{|T| = 319{,}8\,\text{N}}$$

Para hallar la normal aplicamos el principio de masa sobre el eje y, entendiendo que en la dirección perpendicular al plano el bloque no tiene aceleración, directamente no se mueve sobre ese eje (si lo hiciera atravesaría el plano o bien se separaría de él).

$\sum F_y = 0$ Desarrollando: $|N| - |P_y| = 0$

Despejando, y escribiendo la componente en y del peso en función de los datos, resulta:

$$|N| = m\;|g|\cos\alpha$$

$$|N| = 30\,\text{kg}\;\,10\,\text{m/s}^2\;\,0{,}5$$

$$\boxed{|N| = 150\,\text{N}}$$

FUERZA DE ROZAMIENTO

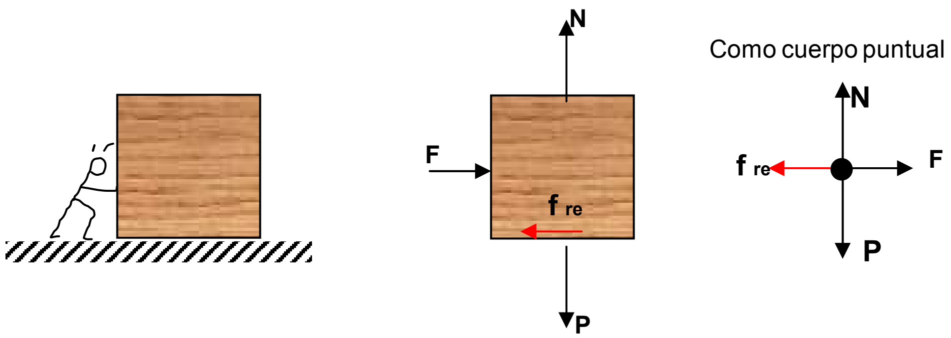
En todas las situaciones planteadas hasta aquí se suponía todo rozamiento despreciable, haciéndolo especialmente explícito. Pero...no siempre es así. Lo más común es que el rozamiento sea notable y haya que considerarlo. La fuerza de rozamiento o de fricción se produce como consecuencia de una interacción entre dos cuerpos en contacto, cuando uno se mueve con respecto al otro, o intenta hacerlo.

Existen dos clases: a) rozamiento estático, y b) rozamiento dinámico.

Fuerza de rozamiento estático

El rozamiento estático, se refiere al caso en que no hay velocidad relativa entre las dos superficies en contacto, es decir, que un cuerpo no se mueve respecto del otro, pero hay una intención de hacerlo. ¿Cómo es esto?

Vamos a un ejemplo concreto: supongamos que queremos cambiar de lugar un placard en nuestra habitación. Para ello ejercemos una fuerza paralela al piso hacia donde debe desplazarse, y el placard no se mueve. Evidentemente hay alguna causa que impide que se desplace, debe existir otra fuerza que equilibra a la que ejercemos. Es la fuerza de rozamiento estático, que traba al placard, y tiene la misma intensidad que la nuestra. Esa fuerza nace en el contacto entre las dos superficies. En un DCL podemos visualizarlas.



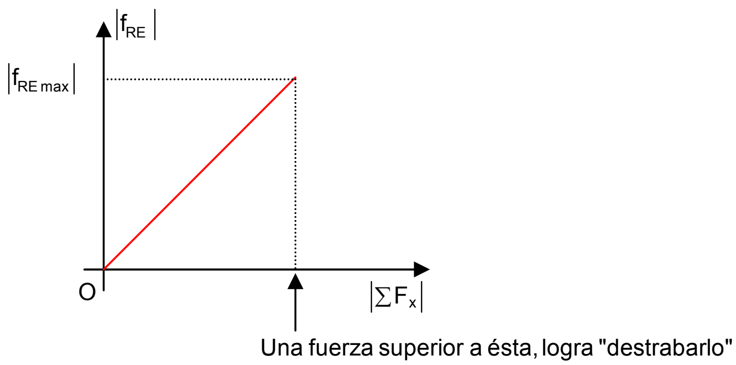
Ejercemos una fuerza mayor...y no se mueve. Probamos nuevamente con otra fuerza mayor aún, y... no se mueve. Significa que la fuerza de rozamiento estático se adapta tomando el valor necesario para trabar al cuerpo, equilibrando siempre a la que ejercemos.

Conclusión: no existe una única fuerza de rozamiento estático para cada par de superficies en contacto, es una fuerza variable y siempre equilibra a las fuerzas paralelas a las superficies en contacto, que tienden a poner en movimiento a uno de los cuerpos con respecto al otro.

Ahora bien. Hemos decidido cambiarlo de lugar. Llamamos a toda la familia, empujamos entre todos, hasta que conseguimos “destrabarlo”, y el placard comienza a moverse sobre el piso.¿Cómo se explica?

Sucede que para cada par de superficies en contacto, existe un valor límite de la fuerza de rozamiento estático, una fuerza de rozamiento estático máxima. Cuando las fuerzas exteriores paralelas a ambas superficies en contacto sobrepasan su valor, el cuerpo comienza a moverse.

Si se representa en un sistema de ejes cartesianos ortogonales la intensidad de la fuerza de rozamiento estático en función de la resultante de todas las fuerzas paralelas a las superficies en contacto (o sea la resultante de todas las fuerzas en x), se obtiene una recta a 45°, utilizando la misma escala sobre ambos ejes, ya que la de rozamiento estático equilibra siempre a dicha resultante, con su misma intensidad, hasta que llega a su valor máximo. Allí se rompe el equilibrio.



¿De qué depende la intensidad de la máxima fuerza de rozamiento estático?

Luego de innumerables experiencias, pruebas, mediciones, repeticiones de fenómenos de cuerpos en movimiento con distintos tipos de superficie y diferentes inclinaciones de los planos de apoyo, se llegó a la expresión matemática que representa el valor de la fuerza de rozamiento estático máxima, en función de los factores de los que depende.

Se comprueba que esta fuerza depende de:

- la naturaleza de las superficies en contacto (no es lo mismo madera contra madera, que contra ladrillo, o mosaico, o vidrio contra cemento, etc, etc, etc...)
- el estado en que se encuentran esas superficies (oxidadas, ásperas, rectificadas, etc,...)
- la fuerza de compresión entre ambas, es decir, de la “fuerza de apriete” entre ellas, que se hacen mutuamente una a la otra en dirección perpendicular a las superficies; en otras palabras, depende de la Normal.

Se comprueba que dentro de amplios márgenes, no depende del área de contacto.

Su expresión matemática es:

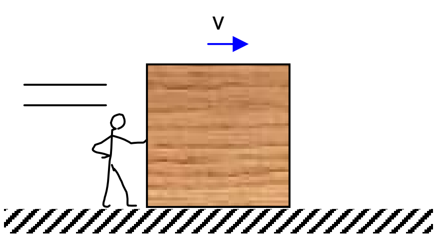
$$\boxed{\left|f_{RE\,max}\right| = \mu_e \left|N\right|}$$

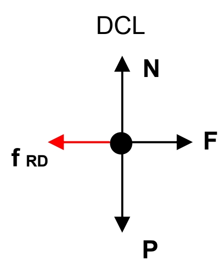
donde μ_e recibe el nombre de coeficiente de rozamiento estático; es un número sin unidades, y depende del par de superficies en contacto, de cuáles son y del estado en que se encuentran. Su valor es en general menor a la unidad, salvo en algunos casos en particular en que puede llegar a valer hasta 2000 o 3000 unidades (caso de dos láminas de acero bien rectificadas y muy limpias, o dos vidrios bien planos y limpios, etc)

Fuerza de rozamiento dinámico

El rozamiento dinámico, o también llamado cinético, se produce cuando existe velocidad relativa entre ambas superficies en contacto, es decir, cuando una se mueve respecto de la otra.

Continuando con el ejemplo del placard, todos sentimos que una vez que se rompió el equilibrio, o sea, una vez destrabado, no necesitamos hacer tanta fuerza para moverlo, como la que tuvimos que hacer para lograr que empezara a moverse. Sin embargo, existe un rozamiento notable que se opone al movimiento.





Se comprueba que la fuerza de rozamiento dinámico (o cinético) depende de los mismos factores que la fuerza de rozamiento estático máxima, que es de una intensidad menor que ésa, y que no depende de la velocidad con que se mueve el cuerpo sobre el otro. Su característica principal es la de oponerse al movimiento. Es una fuerza constante mientras se mantengan las mismas causas de rozamiento, y su expresión matemática es:

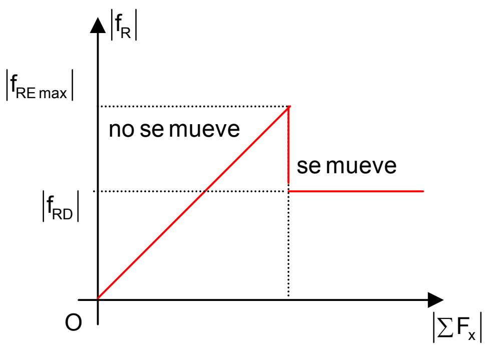
$$\boxed{\left|f_{RD}\right| = \mu_d \left|N\right|}$$

donde μ_d se llama coeficiente de rozamiento dinámico o cinético. Su valor es menor que el del coeficiente de rozamiento estático correspondiente al mismo par de superficies en contacto.

$$\boxed{\mu_d < \mu_e}$$

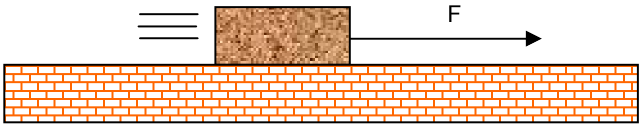
Volvamos al gráfico de la intensidad de la fuerza de rozamiento en función de la resultante paralela a las superficies en contacto. Ampliando la situación anteriormente representada, se indica el hecho físico posterior al instante en que es superada la fuerza de rozamiento estático máxima.

Se obtiene una recta que parte del origen, donde se muestra que la intensidad de la fuerza de rozamiento estático crece a medida que aumenta la resultante de las fuerzas en x, hasta su valor máximo. Luego baja bruscamente a un valor menor, que se mantiene constante.



Hemos analizado la fuerza de rozamiento en el caso de un cuerpo moviéndose (o trabado) sobre una superficie en reposo, preocupándonos solamente por la fuerza que actúa sobre el cuerpo de arriba. Pero...esta fuerza se produce por una interacción de dos superficies en contacto. Por el principio de acción y reacción ambos cuerpos se hacen fuerza mutuamente uno al otro. Es decir, que existe otra fuerza de igual intensidad pero de sentido contrario, sobre la superficie del otro cuerpo, en este caso, sobre el piso.

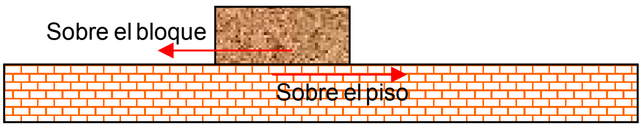
Para entender bien este concepto, imaginemos que un bloque de madera se desplaza sobre un piso de ladrillo, y que ambas superficies van desprendiendo partículas como consecuencia de la fricción.



Observemos... ¿para dónde vemos que se desprenden los trocitos de madera del cuerpo? Los vemos alejarse del cuerpo hacia atrás (los arrastra la fuerza de rozamiento del piso sobre el cuerpo).

¿Hacia dónde vemos que se desprenden las partículas de ladrillo? Hacia la derecha. Se las lleva la fuerza de rozamiento que el bloque está ejerciendo sobre la superficie del piso.

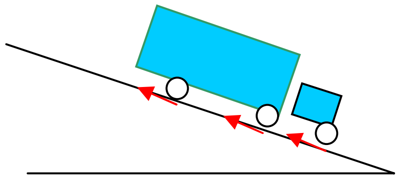
Conclusión: En toda interacción de rozamiento, la fuerza actúa sobre ambas superficies en contacto, con la misma intensidad, ya sea en el caso estático o dinámico:.



Luego de haber incorporado los últimos conocimientos adquiridos se nos presenta una inquietud. El rozamiento, ¿es bueno o malo? ¿Es necesario buscar la forma de reducirlo a lo más mínimo? ¿De qué manera se logra?

Bien. Si pensamos en el caso de necesitar desplazar un objeto sobre otro, puede ser necesario atenuar el rozamiento para que resulte más fácil, para que la fricción no dañe tanto las superficies en contacto, para que deslicen más suavemente...eso se lograría disminuyendo los factores de los que depende el rozamiento: disminuyendo la Normal si es posible, o bien rectificando las superficies, limpiándolas, o lubricándolas.

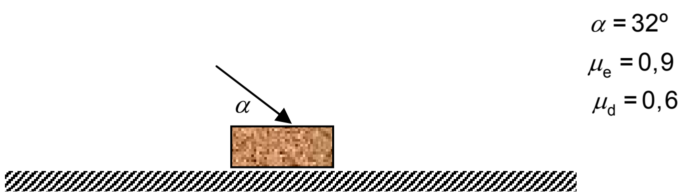
Pero no siempre se necesita disminuir los factores. ¿Podríamos correr sobre un piso enjabonado, o aceitado?... ¿Podríamos levantar algo pesado sosteniéndolo con las manos si tuviese una película de cera?... ¿Se podría dejar estacionado un camión sobre una pendiente totalmente embarrada? Sería imposible, se resbalaría todo...



El camión no se desliza gracias a la fricción entre las ruedas y el suelo. De no existir rozamiento estático, sería imposible estacionarlo en una calle inclinada.

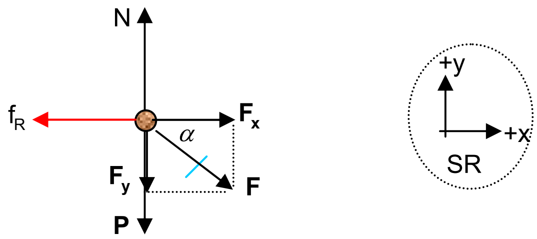
Ejercicio resuelto

Un bloque de 5 kg que está apoyado sobre un plano horizontal recibe una fuerza de 60 kg como se indica, a) indicar si el bloque se mueve sobre la superficie; b) si se mueve, hallar la aceleración; c) si no se mueve, hallar la fuerza de rozamiento estático.



Resolución:

Realizamos el DCL



Si se mueve, está obligado a desplazarse por el plano. Entonces elegimos el eje x paralelo al plano, positivo hacia la derecha.

a) ¿Qué debería pasar para que el bloque se moviera?

Que la componente F_x superara a la fuerza de rozamiento estático máxima.

Calculemos ambas para averiguarlo.

Para hallar la fuerza de rozamiento es necesario conocer la Normal, para lo cual aplicamos el principio de masa sobre el eje y, entendiendo que no existe aceleración sobre ese eje.

$$\sum F_y = 0 \qquad |N| - |F_y| - |P| = 0$$

Escribiendo cada fuerza en función de los datos, y despejando:

$$|N| = m\,|g| + |F|\,\text{sen}\,\alpha$$

$$|N| = 5\,\text{kg}\,10\,\text{m/s}^2 + 60\,\text{N}\,\text{sen}\,32^\circ$$

$$\boxed{|N| = 81{,}8\,\text{N}}$$

$$|f_{RE\,max}| = \mu_e\,|N|$$

$$|f_{RE\,max}| = 0{,}9\,.\,81{,}8\text{N}$$

$$\boxed{|f_{RE\,max}| = 73{,}6\,\text{N}}$$

¿Podrá F_x superarla?

$$|F_x| = |F|\cos\alpha$$

$$|F_x| = 60\,\text{N}\,\cos 32^\circ$$

$$\boxed{|F_x| = 50{,}9\,\text{N}}$$

Conclusión: como la componente en x de la fuerza que intenta moverlo sobre el plano, no puede superar a la de rozamiento estático máxima, no se mueve. En símbolos:

$$\text{Como} \qquad |F_x| < |f_{RE\,max}| \Rightarrow \text{ no se mueve}$$

c) Como no se mueve, no existe aceleración paralelamente al plano. Aplicando el principio de masa sobre el eje x:

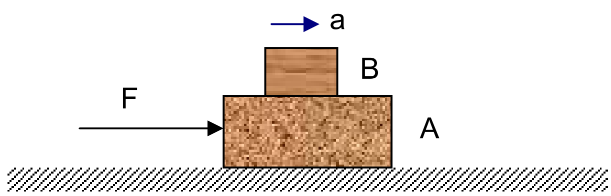
$$\sum F_x = 0 \qquad |F_x| - |f_{RE\,max}| = 0$$

$$|f_{RE\,max}| = |F_x|$$

$$\boxed{|f_{RE\,max}| = 50{,}9\,\text{N}}$$

Ejercicio resuelto

Hallar la máxima fuerza horizontal que puede ejercerse sobre A, de 6kg, para que A y B se desplacen solidariamente (o sea, para que B no deslice sobre A), sabiendo que B tiene 4 kg, y que existe rozamiento considerable tanto entre A y B como entre A y el piso. Entre A y B, el coeficiente de rozamiento estático vale 0,75 y el dinámico vale 0,3, mientras que entre A y el piso el estático vale 0,6 y el dinámico vale 0,5.

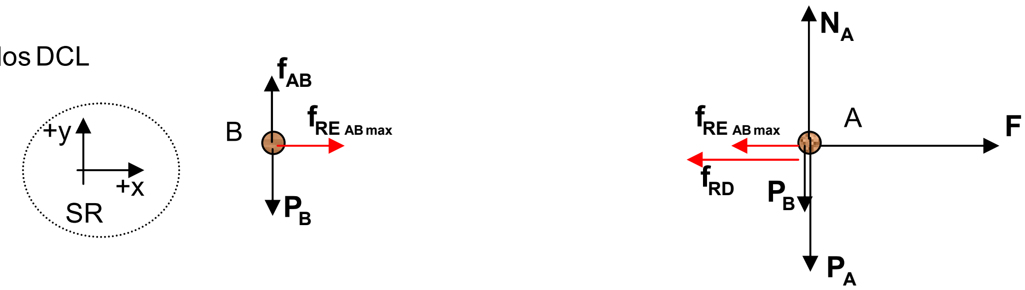


Resolución:

Como en este caso se pide un valor límite de la fuerza que se puede hacer sobre A, significa que la fuerza de rozamiento estático está en su valor máximo.

Entre A y B existe rozamiento estático, y entre A y el piso hay rozamiento dinámico. En cada caso habrá que saber elegir el coeficiente y la normal correspondiente...

Primero, los DCL



La Normal o fuerza de compresión entre A y B, de la que depende el rozamiento entre esos dos cuerpos, es la fuerza que ejerce A sobre B , que tiene la misma intensidad que la que ejerce B sobre A (acción y reacción).

Para el rozamiento entre A y el piso, hay que buscar la fuerza de compresión entre ellos: la que ejerce el piso sobre A, y obviamente A sobre el piso: la N_A.

Hallaremos las normales aplicando el principio de masa para cada cuerpo sobre el eje y, entendiendo que no existe aceleración perpendicularmente al plano.

$$\sum F_y = 0$$

Para B: $|f_{AB}| - |P_B| = 0$ Para A: $|N_A| - |f_{BA}| - |P_A| = 0$

$|f_{AB}| = m_B\, |g|$ $|N_A| = |f_{BA}| + |P_A|$

$|f_{AB}| = 4\,kg\, 10\, m/s^2$ $|N_A| = 40\,N + 60\,N$

$\boxed{|f_{AB}| = 40\,N}$ $\boxed{|N_A| = 100\,N}$

Luego aplicaremos el principio de masa sobre el eje x. Paralelamente al plano, ambos tienen la misma aceleración al moverse solidariamente.

$$\sum F_x = m\,.\,a$$

Para A $|F| - |f_{RE\,AB\,max}| - |f_{RD\,Apiso}| = m_A\,.\,a$

Para B $|f_{RE\,AB\,max}| = m_B\,.\,a$

¿Cómo seguimos?

De la segunda ecuación, se puede reemplazar la fuerza de rozamiento estático máxima entre A y B y despejar la aceleración, que al ser la misma que para A, nos permite hallar F de la primera ecuación:

$\mu_{E\,AB}\,|f_{AB}| = m_B\,.\,a$ despejando y reemplazando

$$a = \frac{0{,}75\,.\,40\,N}{4\,kg}$$

$$\boxed{a = 7{,}5\,m/s^2}$$

$$\left|F\right| = m_A \,.\, a + \left|f_{RE\ AB\ max}\right| + \left|f_{RD\ Apiso}\right|$$

$$\left|F\right| = m_A \,.\, a + \mu_{E\ AB} \left|f_{AB}\right| + \mu_{D\ Apiso} \left|N_A\right|$$

$$\left|F\right| = 6\,kg \,.\, 7{,}5\,m/s^2 + 0{,}75 \,.\, 40\,N + 0{,}5 \,.\, 100\,N$$

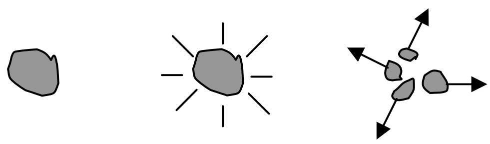
$$\boxed{\left|F\right| = 175{,}5\,N}$$

PREGUNTAS PROPUESTAS

1. Responda y justifique:

Una persona se baja del subte en movimiento. ¿Qué sucede al tocar el piso del andén?

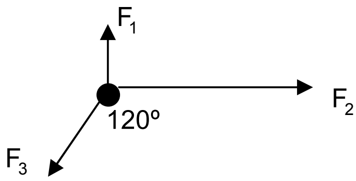
2. Un camión transporta una carga delicada y la lleva sin sujetar, ¿qué sucede si debe frenar bruscamente?
3. Un nene que va corriendo choca contra una columna.¿Queda instantáneamente en reposo?
4. Se tiene un sistema en reposo, dentro del cual se produce una reacción química que ocasiona una explosión, por lo que se separa en varias partes que se mueven alejándose entre sí luego de esa interacción interna. ¿Qué sucede con la cantidad de movimiento total después de la interacción (explosión)?



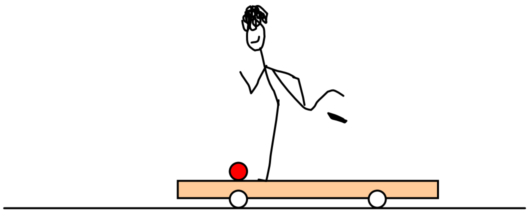
5. Dos satélites de igual masa orbitan con MCU alrededor de la Tierra, uno al doble de distancia que el otro. Indicar la relación entre sus velocidades, señalando cómo se modifica si el más alejado tiene una masa equivalente al triple de la del más próximo.
6. Indicar las posibles trayectorias de un objeto arrojado horizontalmente.
7. Indique el significado físico del valor de la aceleración de la gravedad (considere 10 m/s^2), y su causa.
8. Un satélite orbita alrededor de la Tierra con un período igual al de la Tierra. ¿Qué observamos?
9. Un cuerpo está apoyado sobre una mesa, en reposo. Sobre él actúan su peso, hacia abajo, y la normal, hacia arriba. Son iguales y contrarias. Indique si forman un par acción y reacción. Si no es así, indique los pares correspondientes.
10. Explique el hecho físico que permite avanzar al caminar.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Hallar la resultante del sistema de fuerzas que se indica, si los módulos de las fuerzas son respectivamente 50 N, 200 N y 100 N, y entre F_2 y F_3 hay 120°.

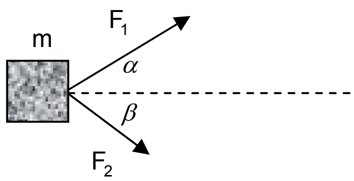


2. Un joven de 80 kg está parado en una plataforma móvil de 120 kg., en reposo. Desde allí arroja una pelota de bowling de 5kg con una velocidad de 15 m/s. Hallar la velocidad final de la plataforma y el joven.



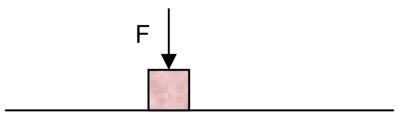
3. Desde una terraza de 40 m de altura, se arroja verticalmente un objeto hacia arriba de tal manera que a los cinco segundos su velocidad es de 20 m/s. Hallar su velocidad inicial , la altura máxima. y la velocidad con que llega al suelo. (Considerar el módulo de la aceleración de la gravedad como 10 m/s^2).
4. Una rana, desde una piedra de 0,60m de altura, da un salto de 1,4m de altura máxima con respecto al suelo, llegando al mismo a 1,60m de la piedra. Hallar la velocidad inicial de la rana.(Los valores están considerados desde un SR con el origen en el suelo, debajo del lugar desde donde salta la rana.

5. Desde una torre de 80 m se lanza oblicuamente un objeto de tal manera que cinco segundos después, su coordenada x vale 150 m (colocando el origen de coordenadas en la base de la torre), y en ese instante el vector velocidad forma con la horizontal un ángulo de 45°, hacia abajo; a) hallar el vector velocidad inicial y el ángulo inicial del lanzamiento; b) escribir las ecuaciones horarias.
6. Un cable carril se mueve horizontalmente a 180 m de altura, a 9m/s, en el momento en que se desprende de su base una tuerca. a) hallar el tiempo que tarda en llegar al suelo, y la velocidad al llegar al mismo.
7. Si se arroja un objeto a 500 km/h, a 10000 km del centro de la Tierra, orbita con MCU?
8. Desde un puente sobre una pista de hielo se observa una competencia. Dos esquiadores deben tirar simultáneamente de un bloque de mármol apoyado sobre la pista, como se indica. Gana el que logra sacarlo de la línea recta punteada. El patinador 1 puede hacer una fuerza de 60 N, y el 2 una de 45 N. Indique en qué dirección y con qué valor se acelera el bloque.



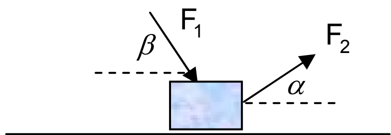
$m = 50\ kg$
$\alpha = 30º$
$\beta = 50º$

9. Hallar la Normal.



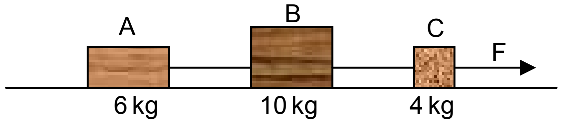
$|F| = 70\ N$
$m = 8\ kg$

10. Hallar la aceleración y la fuerza que el bloque ejerce sobre el piso.



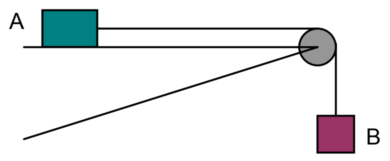
$m = 12\ kg$
$|F_1| = 80\ N = |F_2|$
$\alpha = 37º \ ; \ \beta = 53º$

11. Hallar la aceleración y las tensiones

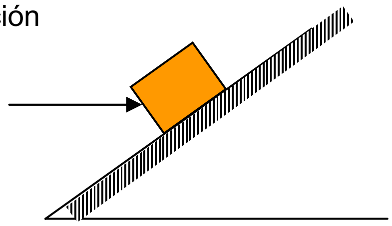


$|F| = 90\ N$

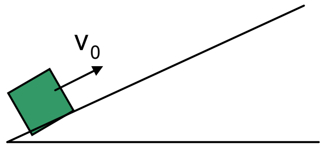
12. El cuerpo A, de 7 kg, está apoyado sobre un plano horizontal sin rozamiento considerable, vinculado a otro B, de 3 kg, mediante una soga inextensible y de masa despreciable. Hallar a) la aceleración; b) la tensión.



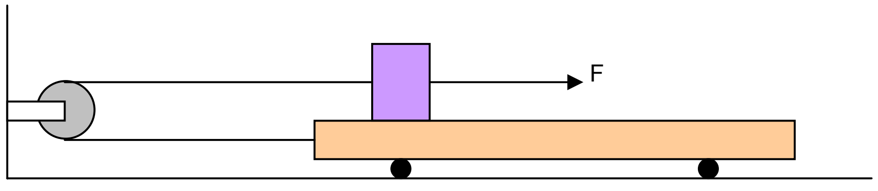
13. El bloque de 8 kg de la figura está apoyado sobre un plano inclinado 37°, y asciende por el plano a partir del reposo, bajo la acción de una fuerza horizontal de 200 N. Entre el plano y el bloque existe rozamiento considerable, cuyo coeficiente dinámico vale 0,2. Hallar a) la Normal; b) la aceleración



14. Se lanza un cuerpo de 4 kg sobre un plano inclinado 37°, con una velocidad de 20 m/s. Si el coeficiente de rozamiento estático vale 0,8 y el dinámico 0,25, hallar a) la aceleración en la subida; b) el desplazamiento antes de detenerse; c) si queda en reposo al detenerse; d) si baja, la aceleración al descender; e) la velocidad al llegar al punto de partida.



15. El bloque A, de 20 kg, se desplaza sobre una plataforma horizontal de 100 kg de masa, bajo la acción de una fuerza de 520 N. El bloque está vinculado a la plataforma por medio de un cable inextensible y de masa despreciable, que pasa por una polea como se indica en la figura. Entre el bloque y la plataforma existe rozamiento considerable de 0,4 de coeficiente dinámico. Hallar a) la aceleración del bloque...¿es la misma que la de la plataforma?, y b) la tensión en el cable.



RESPUESTAS A LAS PREGUNTAS PROPUESTAS

1. La persona conserva la velocidad del tren por inercia, por lo que al tocar el piso se ve obligada a correr, o bien caminar muy rápido, según cuál era esa velocidad al bajarse.
2. Al frenar, la carga se va para adelante, ya que por inercia sigue en línea recta con la velocidad que tenía, porque no se lo impide ninguna fuerza ya que no está trabada.
3. No, porque así como él golpea a la columna, la columna lo golpea a él en esa interacción, es decir, que al chocar contra la columna recibe por parte de la columna una fuerza que lo hace rebotar contra ella, y su cuerpo se moverá en sentido contrario al inicial luego del choque.
4. La cantidad de movimiento total seguirá siendo cero luego de la interacción, por el principio de conservación de la cantidad de movimiento. Es decir, la suma de las cantidades de movimiento resulta nula aunque se muevan luego de la explosión. Esto es así debido a que son magnitudes vectoriales.
5. La velocidad del más próximo es v_1 . La relación de velocidades resulta: $v_1 = \sqrt{2}\ v_2$. Esta relación no se modifica al cambiar las masas.
6. Un objeto arrojado horizontalmente puede describir una trayectoria de tiro oblicuo, partiendo desde la altura máxima de la trayectoria , descendiendo hasta el suelo. Otra posibilidad es que describa un movimiento circular uniforme alrededor de la Tierra, si se lo lanza con la velocidad adecuada en la altura para que entre en órbita. Lanzándolo con una velocidad mayor, describirá una curva no circular, alejándose del planeta.
7. Como toda aceleración, se refiere al cambio de la velocidad por unidad de tiempo, es decir, que indica que la velocidad varía 10 m/s en cada segundo.
8. Si se mueve en el mismo sentido, lo observaremos siempre sobre el mismo punto de la Tierra, ya que tienen la misma velocidad angular. Si se mueve en sentido contrario, lo veremos pasar una vez por día por el mismo lugar.
9. No forman un par de acción y reacción por estar en el mismo cuerpo.

El peso es la fuerza con que la Tierra atrae al cuerpo; la reacción es la fuerza con que el cuerpo atrae a la Tierra y está en el centro del planeta.

La normal es la fuerza que el plano de contacto ejerce sobre el cuerpo. La reacción es la fuerza que el cuerpo ejerce sobre el plano, y está en el plano.

10. Al caminar, se produce una interacción entre la persona y el suelo, de tal manera que la persona hace fuerza hacia atrás en el suelo, y por acción y reacción el suelo ejerce otra fuerza igual y contraria hacia adelante sobre la persona. Esto es posible gracias al rozamiento estático en el contacto entre las dos superficies (suela de los zapatos-piso).

RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

1. R = (150 N; -36,6 N); $|R|$ = 154,4 N Forma un ángulo de 13° 42' hacia debajo de la horizontal.
2. La velocidad final de la plataforma con el joven es de 0,375 hacia la derecha.
3. v_o = 70 m/s ; $y_{máx}$ = 285 m ; v_{suelo} = -75,5 m/s
4. v_o = (1,72 m/s ; 4 m/s) ; $|v_o|$ = 4,35 m/s ; α_o = 66° 43'
5. v_o = (30 m/s ; 20 m/s) ; $|v_o|$ = 36 m/s ; α_o = 33° 41'

   $x = 30\ m/s\ t$; $y = 80\ m + 20\ m/s\ t - 5\ m/s^2\ t^2$; $v_y = 20\ m/s - 10\ m/s^2\ t$

6. Ayuda: la tuerca tiene la misma velocidad inicial que el lugar desde donde se desprende, por ser parte de esa cabina. Esta velocidad en x la conserva por inercia. Se trata de un tiro oblicuo cuya velocidad inicial en y vale cero, y su velocidad en x es la misma que la de la cabina.

   t_{suelo} = 6 s ; v_{suelo} = (9 m/s ; - 60 m/s) ; $|v_{suelo}|$ = 60,67 m/s

7. No, porque a esa distancia de la Tierra necesitaría una velocidad mayor para entrar en órbita, más de 7000 km/h.
8. $a = 1{,}62\ m/s^2$; R_x = 80,9 N ; R_y = - 4,5 N La dirección de la resultante, y por consiguiente de la aceleración, forma un ángulo de 3°11' entre la línea punteada y la F_2
9. $|N|$ = 150 N
10. $a = 9{,}33\ m/s^2$; $|N|$ = 136 N
11. $a = 4{,}5\ m/s^2$; $|T_{AB}|$ = 27 N ; $|T_{BC}|$ = 72 N
12. a) $a = 3\ m/s^2$; b) $|T|$ = 21 N
13. a) $|N|$ = 184 N ; b) $a = 9{,}4\ m/s^2$
14. a) $a = 8\ m/s^2$ en contra del desplazamiento; b) Δx = 25 m ; c) queda en reposo, trabado por la fuerza de rozamiento estático.

15. **Sugerencia:** apoyar el eje x en la soga, pasando por la polea. Recordar que la fuerza de rozamiento actúa en ambos.

.a) $a = 3\ m/s^2$ es la misma para ambos cuerpos porque están vinculados por un cable inextensible.

b) $|T| = 380\ N$

FÍSICA

CAPÍTULO 4

TRABAJO, ENERGÍA Y POTENCIA

LA ENERGÍA ¿QUÉ ES LA ENERGÍA?

Para responder a la pregunta del título podríamos recurrir a una definición de energía:

Energía: capacidad de un cuerpo o sistema para realizar trabajo

Es una definición bastante buena pero para comprenderla tendríamos que haber estudiado antes qué es el trabajo. Es decir necesitamos saber cuál es el significado preciso de este término en el contexto de la Física. Por ahora sólo diremos que el trabajo es una de las formas de transferencia de la energía. Entonces, parece que nos encontramos en un camino sin salida. Para saber qué es la energía necesitamos antes saber qué es el trabajo y para saber qué es el trabajo parece que debemos antes comprender qué es la energía.

Otra manera de encarar este tema es pensando qué es “lo que hace” la energía. Por este camino no daremos una definición de energía pero nos iremos acercando a la comprensión del concepto. La energía hace que funcionen las cosas: hace crecer los cultivos, hace funcionar las máquinas, eleva pesos, calienta nuestros hogares, cuece nuestros alimentos, hace funcionar nuestros sistemas de comunicación e innumerable cantidad de procesos de todo tipo.

Para que todo esto ocurra la energía debe transformarse de una a otra forma. Es decir, la energía no se "gasta", sino que para producir determinado efecto, se transforma de un tipo en otro.

Por ejemplo, para que el motor de un automóvil funcione es necesario quemar combustible. En este proceso la energía almacenada en las uniones químicas de las moléculas del combustible se está convirtiendo en energía mecánica y en calor.

Cuando encendemos una linterna lo que estamos haciendo es cerrar un circuito para que la corriente eléctrica salga de la pila, pase a través del filamento metálico de la lamparita y regrese nuevamente a la pila. La pila tiene energía almacenada en las sustancias químicas que hay en su interior. Esta energía permite la realización de trabajo[13] sobre los electrones que constituyen la corriente eléctrica. Estos electrones se mueven por el interior del filamento metálico y ahí se transforma la energía eléctrica en radiación que es otra de las formas de transferencia de energía que incluye a la luz.

[13] Por ahora nos conformaremos con la siguiente noción de trabajo: sobre los electrones actúan fuerzas que los mueven a los largo del cable. Si una fuerza traslada a un cuerpo decimos que está realizando trabajo.

La energía es el concepto fundamental de toda la ciencia. Además es, quizás, el concepto más popular. Pero, sin embargo, uno de los más difíciles de definir.

El Físico Richard Feynman(1918-1988), premio Nobel 1965, se expresaba así: "Hay una ley que gobierna todos los fenómenos naturales conocidos hasta hoy. No se conoce ninguna excepción a esta ley. Se denomina ley de conservación de la energía. Establece que hay cierta magnitud, que denominamos energía, que no varía en los múltiples cambios que experimenta la naturaleza"

¿Qué sabemos acerca de la energía?

1) Se presenta en distintas formas y se puede transformar de una a otra.

En primer lugar sabemos que se puede manifestar de distintas formas. Conocemos la energía a través de sus muchos aspectos. Veamos algunos ejemplos:

Una pila contiene energía. Si la colocamos en un cochecito de juguete éste caminará mientras la pila le entregue energía. Entonces el cochecito tiene energía. La energía del cochecito se pone de manifiesto por su movimiento. Para ello debe tener un motor que utilice la energía eléctrica que la pila le suministra. Pero esta energía eléctrica sale de la pila porque en su interior se está produciendo una reacción que transforma la energía química almacenada en eléctrica.

Colocamos un recipiente con agua sobre el fuego. La temperatura del agua y del recipiente aumentan. El fuego entrega calor que es otra forma de transferencia de energía. El agua al absorber este calor adquiere mayor energía interna que se pone de manifiesto a través de un aumento de la temperatura.

2) La energía se mide.

Debido a que la energía se transforma tomando diferentes apariencias, históricamente los hombres de ciencia se fueron encontrando con sus distintas formas mucho antes de llegar al concepto unificador de "energía" y por lo tanto resulta natural que existan distintas formas de medir la energía y por lo tanto, se utilicen distintas unidades para expresar su valor.

Hasta principios del siglo XIX el calor y la energía cinética se consideraban dos magnitudes de distinta naturaleza. Por eso sus cantidades se expresaban en diferentes unidades.

Podemos comparar la energía de un sistema con otro y decir cuál tiene mayor energía. Una cantidad de energía se puede expresar numéricamente con una determinada unidad. Es decir, la energía es una magnitud.

Las unidades más comúnmente utilizadas para expresar cantidades de energía son las siguientes:

- La **kilocaloría** (o simplemente caloría a secas) se define como la cantidad de energía que hay que entregar a 1 kg de agua para que su temperatura aumente en 1ºC. Los seres humanos obtenemos energía de los alimentos. Por ejemplo un kilogramo de pan proporciona aproximadamente 2400 kilocalorías de energía y 100 gramos de arroz contienen una energía de 344 kilocalorías
- El **Joule**, la unidad más utilizada en la Física, se puede considerar como la energía necesaria para elevar un cuerpo que pesa 1 **Newton** (aproximadamente 100 gramos) hasta una altura de 1 metro. Por ejemplo un auto de 800 kg que se mueve a 100 km/h tiene aproximadamente una energía cinética[14] de 300 kilojoules, es decir, 300 000 Joules. Para levantar ese mismo auto hasta una altura de 25 metros hay que realizar un trabajo de 200 kilojoules.
- Para expresar grandes cantidades de energía se utiliza el **kilowatthora** que es equivalente a 3 600 000 Joules. Por ejemplo el consumo de energía eléctrica de una familia en su hogar durante un bimestre puede ser de 400 kwh.

Las equivalencias entre estas unidades son las siguientes:

1 kilocaloría = 4186 Joules

1 kilowatthora = 3 600 000 Joules

[14] La energía cinética es la energía que tiene un cuerpo debida a su movimiento. Depende de la masa y de la velocidad.

Preguntas propuestas

1) ¿A cuántas kilocalorías equivale 1 kilowatthora?

2) Una persona realiza un gasto de 3000 kcal diarias. ¿Qué cantidad de arroz debería comer para reponer esa energía si fuera lo único que come?

3) Nos olvidamos una linterna encendida. Al día siguiente descubrimos que sus pilas están agotadas. Es decir que ya no entregan energía. La energía de las pilas se gastó. ¿Qué significa esto? ¿La energía desapareció?¿Se transformó? ¿Dónde está ahora esa energía?

Respuestas:

1) 1 kilowatthora = 860 Kcal

2) 872 gramos

3) La energía se" disipó. Esto significa que está distribuida en las moléculas de las sustancias que forman el medio al cual llegó la luz de la linterna o que esa radiación aún está "viajando"...

Ejercicio resuelto

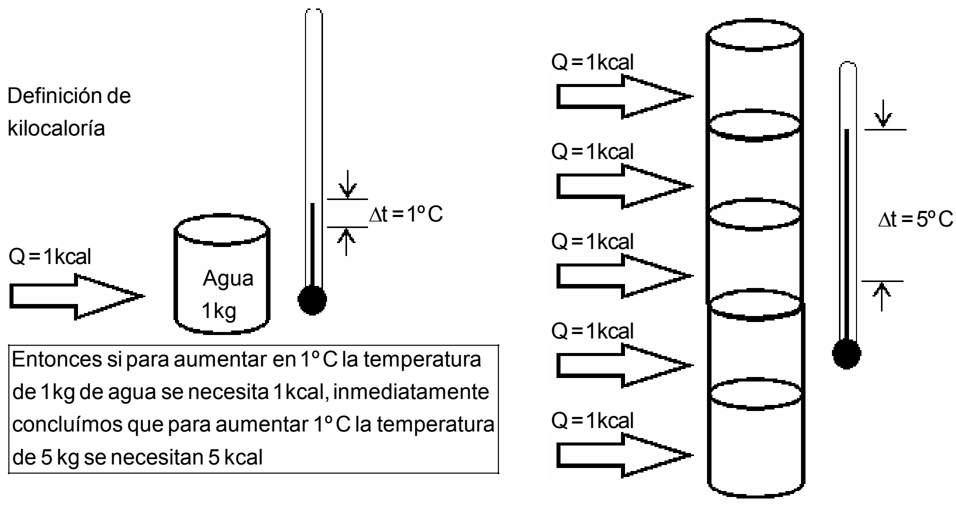
Se define a la kilocaloría como la cantidad de energía que hay que entregar a 1 kilogramo de agua en estado líquido para que se temperatura se eleve en 1 grado Celsius. Basándose en esta definición, calcular:

a) ¿Cuánta energía hay que entregar a 5 litros de agua para que su temperatura aumente desde 20ºC hasta 80ºC?

b) ¿A qué temperatura se enfriarán 10 litros de agua que están inicialmente a 50ºC si pierden 400 kilocalorías?

Resolución

a) En primer lugar debemos notar que la definición dada en el enunciado se refiere a 1 kg de agua (Masa). En la pregunta se hace referencia a 5 litros de agua (Volumen). Pero la densidad del agua es 1kg/lt. Esto significa que 1 lt de agua tiene una masa de 1kg o que una masa de 1kg de agua ocupa un volumen de 1 lt.



Pero lo dicho vale para una variación de temperatura de 1ºC y en nuestro caso la variación de temperatura debe ser de 60ºC. Entonces si se requieren 5 kcal de energía para aumentar la temperatura 1ºC, serán necesarias 300 kcal para que la temperatura aumente 60ºC.

Todo este razonamiento se puede resumir en una fórmula. Notemos que la cuentas realizadas para llegar al resultado fueron las siguientes:

$$1\,\text{kg} \;\rightarrow\; 1\,\text{kcal}$$

$$5\,\text{kg} \;\rightarrow\; \frac{5\,\text{kg}\,.\,1\,\text{kcal}}{1\,\text{kg}} = 5\,\text{kcal}$$

$$1\,^{\circ}\text{C} \;\rightarrow\; 5\,\text{kcal}$$

$$60\,^{\circ}\text{C} \;\rightarrow\; \frac{60^{\circ}\,\text{C}\,.\,5\,\text{kcal}}{1\,^{\circ}\text{C}} = 300\,\text{kcal}$$

Podemos resumir todo el procedimiento en un solo cálculo:

$$\frac{5\,\text{kg}\,.\,1\,\text{kcal}}{1\,\text{kg}}\;\frac{60^{\circ}\,\text{C}}{1\,^{\circ}\text{C}} = 300\,\text{kcal}$$

En el primer miembro de esta igualdad están todos los datos del problema. Vamos a cambiarles el orden sin alterar el resultado, Primero escribimos todos los datos mencionados en el enunciado de la definición de kcal y luego los datos de la pregunta (a).

Queda así:

$$\frac{1\,kcal}{1kg\,.\,1^{o}C}\,5kg\,.\,60^{o}C = 300\,kcal$$

$$300\,kcal = \frac{1\,kcal}{1kg\,.\,1^{o}C}\,5kg\,.\,60^{o}C$$

En esta última expresión tenemos resumido todo el cálculo. Si cambiamos las cantidades por letras obtenemos una fórmula denomina fórmula fundamental de la calorimetría.

$$\boxed{Q = c\,m\,\Delta t}$$

Donde Q es la cantidad de energía que se transfiere en forma de calor, c es el calor específico de la sustancia que recibe el calor Q, m es la masa (cantidad de sustancia) y Δ t es la variación de temperatura. En nuestro ejemplo:

Δ t = 80ºC – 20ºC = 60ºC

m = 5 kg

c = 1 kcal / kg.ºC (calor específico del agua)

b) En este caso también podemos razonar el problema en forma de proporciones (regla de tres simple) como hicimos en (a). Pero ahora debemos tener en cuenta que el agua pierde energía y por lo tanto se enfría. Es decir que en este caso Δ t será negativo y por lo tanto la temperatura final será menor que la inicial de 50ºC.

También podemos usar la fórmula que presentamos en la solución de la pregunta (a), despejando de ella Δ t:

$$\Delta t = \frac{Q}{c.\,m} = \frac{-400\,kcal}{1\frac{kcal}{^{o}C\,kg}\,10\,kg} = -\,40^{o}C$$

Por lo tanto el agua que estaba a 50ºC se enfriará a 10ºC.

Ejercicio resuelto

En una casa se consumen 250 kwh de energía eléctrica durante 30 días. Supongamos que toda esa energía fue generada en una usina termoeléctrica por medio de la combustión de gas natural que proporciona 9300 kcal por cada m^3. ¿Cuántos m^3 de gas natural se quemaron para suministrar energía eléctrica a esa vivienda?

Resolución

Para resolver este ejercicio podemos convertir la energía expresada en kilowatthora en kilocalorías. Para ello podemos utilizar las equivalencias que ya conocemos.

$$250\ \text{kwh} = 250\,\text{kwh}\,.\frac{3\,600\,000\ \text{J}}{1\,\text{kwh}}\,.\frac{1\,\text{kcal}}{4186\ \text{J}} = \frac{9\times 10^8\ \text{kcal}}{4186} \approx 215\,000\ \text{kcal}$$

Por lo tanto si cada m^3 de gas natural proporciona al quemarse 9300 kcal, para obtener 215000 kcal habrá que quemar:

$$\frac{215\,000\ \text{kcal}}{9300\ \frac{\text{kcal}}{\text{m}^3}} \approx 23\ \text{m}^3$$

Una observación final: Como en este problema conocemos la cantidad de energía en cierto período de tiempo (30 días) no necesitamos ese dato para nuestros cálculos. Por lo tanto, en este caso, esa información es irrelevante.

Más preguntas y ejercicios propuestos

4) Utilizar la información del ejemplo explicado anterior para resolver el siguiente ejercicio: En una vivienda se consumen 50 m^3 de gas natural en un mes para cocinar. También se consumen 200 kwh de energía eléctrica para iluminación. ¿En qué se gasta más energía?

5) En el texto “¿Qué es la energía?” y en los ejemplos explicados se mencionan tres formas de transferencia de la energía. ¿Cuáles son sus nombres?

Respuestas:

4) La energía consumida en ambas actividades se puede expresar en diferentes unidades. En la siguiente tabla se muestran los resultados:

Cocinar	541 kwh	$1947x10^6$ Joule	465000 kcal
Iluminación	200 kwh	$720x10^6$ Joule	172000 kcal

La energía utilizada para cocinar es 2,7 veces superior a la que se utilizó en iluminación.

5) TRABAJO CALOR RADIACIÓN

EL TRABAJO ¿ QUÉ ES EL TRABAJO?

Comenzamos este módulo diciendo que la energía es la capacidad de un cuerpo o sistema para realizar trabajo. También dijimos que el trabajo es una forma de transferencia de energía. Por ejemplo, para empujar un cuerpo o para levantarlo necesitamos aplicarle una fuerza y trasladarlo una cierta distancia, para ello estamos "gastando" parte de nuestra energía. Pero el objeto sobre el que estamos trabajando se "beneficia" subiendo hasta cierta altura o aumentando su velocidad, o las dos cosas...Como se comprenderá todo esto sigue siendo bastante ambiguo. Estamos usando las palabras (trabajo, energía, gastar, beneficiarse) con significados muy pocos precisos.

Trataremos de acercarnos a significados un poco más precisos. Para ello comenzaremos con una definición de trabajo para un caso particular y luego intentaremos llegar a una definición más general.

El concepto de trabajo, en Física, incluye tanto a la fuerza que se realiza sobre un cuerpo como al desplazamiento de éste. Para una fuerza que tenga la misma dirección y sentido que el movimiento de un cuerpo el trabajo es el producto del módulo (intensidad) de la fuerza por el valor absoluto del desplazamiento:

$$\boxed{W = \left|\vec{F}\right|.d}$$

Esta fórmula **<u>sólo es válida</u>** en los casos en que la fuerza **(<u>magnitud vectorial</u>)** tiene igual dirección y sentido que la velocidad **(<u>magnitud vectorial</u>)**. El trabajo es una **<u>magnitud escalar</u>.**

Si para expresar el valor de la fuerza se utiliza la unidad Newton y para el desplazamiento el metro, la unidad en que expresa el trabajo es Newton por metro. A esta unidad se le ha dado el nombre de Joule. Las unidades Newton, Joule y metro pertenecen al **sistema internacional de unidades** (S.I) y al **sistema métrico legal argentino** (SIMELA). Ambos sistemas incluyen al sistema M.K.S de unidades mecánicas.

Si la unidad para la fuerza es el kilogramo-fuerza y la unidad de distancia es el metro, la unidad de trabajo se denomina kilográmetro (Sistema técnico de unidades). En símbolos:

$$\mathrm{N.\,m = J}$$
$$\mathrm{k\vec{g}f.\,m = kgrm}$$

¿Qué situaciones implican la realización de trabajo? Mencionemos sólo algunas:

- Levantar un cuerpo. Se debe ejercer una fuerza y el cuerpo se desplaza.
- Empujar cuerpo y moverlo horizontalmente.
- Comprimir un objeto. Hay que aplicar una fuerza y dicha fuerza se desplaza.
- Tensar la cuerda de un arco para arrojar una flecha.
- Un cuerpo está cayendo libremente. En esta situación la fuerza de la gravedad (peso) realiza trabajo ya que mueve al cuerpo cierta distancia hacia abajo. Es decir en el mismo sentido en que se mueve el cuerpo.

En el primero de estos ejemplos la fuerza es necesaria para “vencer” a la gravedad. En el segundo la fuerza es necesaria para oponerse al rozamiento. En muchos casos se puede decir que realizar trabajo es “obtener movimiento venciendo una resistencia”. En otros casos podemos decir que realizar trabajo es obtener movimiento y aumento de la velocidad. Esto es lo que ocurre en el caso de la caída libre. La fuerza de la gravedad (Peso) no sólo mueve al cuerpo si no que le produce un incremento a su velocidad.

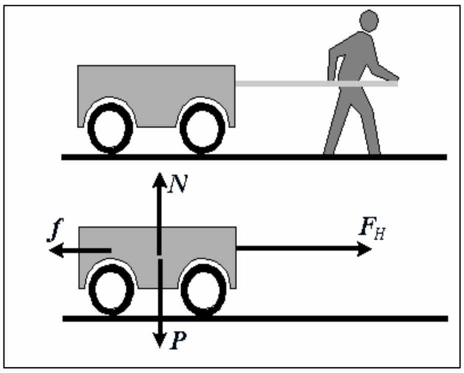
En el sentido físico del concepto de trabajo el sólo hecho de realizar fuerza no implica la realización de trabajo. Si nos piden que sostengamos un objeto durante mucho tiempo, podemos estar extenuados lo que significa que hemos gastado mucha energía. Pero nada de esa energía se ha utilizado para desplazar al objeto. Entonces decimos que no hemos realizado trabajo sobre ese cuerpo.

Concepto de trabajo

Ejercicio resuelto

Un hombre tira de un carro ejerciendo una fuerza horizontal de 250 N de intensidad. El carro que pesa 1000 N se desplaza horizontalmente una distancia de 30 metros. Una fuerza de fricción de 50 N se opone al movimiento. Calcular el trabajo que realiza cada una de las fuerzas que se están ejerciendo sobre el carro.

Resolución:



En el enunciado de este problema se mencionan 3 fuerzas. Pero sobre el carro están actuando cuatro fuerzas. El peso (gravedad) es la fuerza que la Tierra ejerce sobre el carro. Pero como el carro está apoyado sobre una superficie horizontal debe existir una fuerza que el piso ejerce sobre el carro hacia arriba. Se acostumbra denominar a esta fuerza "normal" e indicarla con la letra N. La razón de ello es que esta fuerza es perpendicular a la superficie y normal es sinónimo de perpendicular. Representamos gráficamente por medio de vectores a estas cuatro fuerzas.

Podemos aplicar la fórmula de trabajo $W = |\vec{F}| . d$ solamente para la fuerza que hace el hombre ya que es la única que tiene igual dirección y sentido que el movimiento.

Entonces $W_H = F_H . d = 250 N . 30 m = 7500 J$

Este resultado tiene el siguiente significado conceptual: El hombre emplea energía 7500 J de su energía en mover el carro. Si el hombre en algún instante dejara de empujar al carro, éste se frenaría. Recorrería cierta distancia mientras la velocidad disminuye hasta detenerse. La responsable de esta disminución de la velocidad es la fuerza de rozamiento ***f.*** ¿Entonces cómo calculamos el trabajo de esta fuerza? Según lo explicado anteriormente parecería que no tenemos derecho a decir que esta fuerza realiza trabajo sino todo lo contrario. En lugar de comunicarle energía al carro, esta fuerza se la quita.

Por ello, **para una fuerza que tiene igual dirección que el movimiento pero sentido opuesto a éste**, el trabajo se calcula con la siguiente fórmula:

$$\boxed{W_f = -\left|\vec{f}\right| . d}$$

Una fuerza que se opone al movimiento realiza trabajo **negativo**. Realizar trabajo negativo parece todo lo contrario a trabajar.

Pensemos en el significado habitual de trabajo. Un albañil está levantando una pared. Supongamos que va colocando ladrillo sobre ladrillo. Pero mientras tanto hay una persona que va quitando esos ladrillos. Podría suceder que luego de una jornada no haya ninguna pared construida.

Entonces el trabajo de la fricción es

$$W_f = -50N . 30m = -1500J$$

Mientras el hombre aportó 7500 J de energía al movimiento del carro, la fricción “gastó” 1500 J de esa energía.

¿Qué podemos decir respecto al trabajo que realizan las fuerzas peso **P** y normal **N**?

Si el carro estuviera quieto estas dos fuerzas estarían cumpliendo exactamente la misma función. Una de ellas atrae al carro hacia el centro de la Tierra y la otro impide que el carro caiga. La acción de estas dos fuerzas, mientras el carro se mueva horizontalmente, sigue siendo la misma. La velocidad puede estar aumentando, o diminuyendo o podría mantenerse constante pero ni ***N*** ni ***P*** influyen en nada en el movimiento del carro. Entonces el trabajo de estas fuerzas es nulo. En general podemos afirmar que:

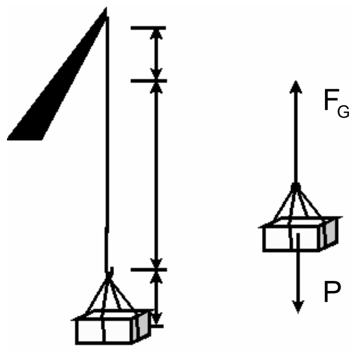
Una fuerza que se mantiene perpendicular al movimiento de un cuerpo no trabaja. Es decir el trabajo W = 0

Resumamos:

$\vec{F}$ igual dirección y sentido que $\vec{v}$	$W = +\lvert\vec{F}\rvert d$	$W_H = +7500\,J$
$\vec{F}$ igual dirección y sentido **opuesto** a $\vec{v}$	$W = -\lvert\vec{F}\rvert d$	$W_{roz} = -1500\,J$
$\vec{F}$ perpendicular a $\vec{v}$	$W = 0$	$W_{peso} = 0$
		$W_N = 0$

Ejercicio resuelto

Por medio de una grúa se levanta una caja que pesa 10000 N. La fuerza que realiza el cable de la grúa tiene una intensidad de 12000 N hasta que la caja llega a 1 metro de altura. Luego el valor de esta fuerza se mantiene en 10000 N hasta que la caja llega a 19 metros de altura. Finalmente la caja se detiene recorriendo 1 metro más mientras que la fuerza del cable vale 8000 N.



a) Calcular el trabajo que la grúa hace sobre la caja en todo el recorrido

b) Calcular el trabajo de la fuerza peso

c) Calcular el trabajo total

Resolución

a) La fuerza que realiza la grúa sobre la caja tiene dirección vertical y sentido hacia arriba. El movimiento de la caja tiene la misma dirección y sentido. Entonces para calcular el trabajo que realiza la grúa podemos utilizar la fórmula

$$W = \lvert\vec{F}\rvert.d\,.$$

Pero debemos tener en cuenta que el módulo (o intensidad) de dicha fuerza no se mantiene constante durante todo el recorrido. Entonces vamos a calcular el trabajo aplicando la fórmula a los tres tramos y sumando el trabajo de cada tramo:

$$W_G = 12\,000\ N.1\,m + 10\,000N.18\ m + 8\,000\ N.1\,m$$
$$W_G = 12\,000\ J + 180\,000\ J + 8\,000\ J$$
$$\boxed{W_G = 200\,000\ J}$$

b) Para calcular la fuerza peso (fuerza de la gravedad) debemos tener en cuenta que **en este caso** la fuerza peso **se opone** al movimiento. Entonces su trabajo es negativo y hay que aplicar **<u>la misma fórmula</u>** que se usó en el <u>ejemplo 2.1</u> para la fuerza de rozamiento:

$$W_{peso} = -\left|\vec{P}\right| \cdot d = -10\,000\ N \cdot 20\ m = \boxed{-200\,000 J}$$

El trabajo TOTAL sobre un cuerpo es igual a la suma de los trabajos realizados por todas las fuerzas

c) En este ejemplo, por lo tanto, el trabajo total sobre la caja es cero. $W_{total} = 0$

El significado de este resultado lo estudiaremos próximamente. Ahora sólo daremos un "adelanto". La caja está inicialmente quieta. Su energía cinética[15] es cero. Después de subir 20 metros vuelve a quedarse quieta. Nuevamente su energía cinética es cero. Esto quiere decir que en alguna parte de su ascenso su energía cinética se incrementó. Pero que en otra parte del ascenso disminuyó su energía cinética. Para todo el movimiento la energía cinética no ha variado y el trabajo TOTAL es cero.

La grúa hace trabajo positivo para elevar la caja. La grúa le entrega 200 000 Joules de energía a la caja. Esta energía la usa la caja para subir. Es decir para moverse. Es energía cinética. Pero el peso le quita esa misma cantidad de energía cinética ya que su trabajo es de – 200 000 Joules.

Algo muy importante: Si bien el trabajo total es cero, el trabajo de la grúa no. Los 200 000 Joule que el motor de la grúa "gastó" han sido invertidos en un "trabajo". Ahora la caja está a 21 metros de altura. Entonces, si bien la energía cinética de la caja aumentó y luego disminuyó y por lo tanto su variación es cero, la situación final de la caja, energéticamente hablando es distinta a la situación inicial.

15 Recordemos que la energía cinética depende de la velocidad

POTENCIA

Supongamos que tenemos que contratar a un albañil para que realice una refacción en nuestra casa.

El albañil (A) nos propone realizar el trabajo total por un precio determinado. Digamos $ 300.

Otro albañil (B), dice que él cobra $ 50 por día de trabajo. Nosotros le preguntamos cuánto tiempo le llevará el trabajo y él nos promete realizarlo en 5 días.

Si contratamos al albañil (A) debemos cuidar que cumpla con el trabajo pactado. Si nos decidimos por el (B) debemos además controlar que el trabajo sea realizado en un tiempo razonable. En caso contrario el albañil (B) nos puede salir demasiado caro.

En el primer caso(A) debemos tener en cuenta el TRABAJO. En el segundo caso (B) debemos considerar la POTENCIA. Es decir nos interesa la rapidez con que se realiza el trabajo.

Supongamos que en una fábrica se debe instalar un montacargas con capacidad para levantar 10000 N hasta una altura de 20 metros. El motor que mueva al montacargas que realizará este trabajo lo puede hacer en diferentes tiempos. Si el montacargas se utilizará en forma continuada, probablemente muchas veces durante la jornada laboral, nos interesará el motor que pueda hacer el trabajo lo más rápido posible. Trataremos de utilizar el motor de mayor POTENCIA. Es decir el que haga el trabajo(levantar 10000 N hasta 20 m de altura) lo más rápido posible.

Los conceptos de trabajo y potencia que surgen de los ejemplos anteriores se pueden generalizar a una innumerable cantidad de situaciones y la relación entre ambos queda expresada en la siguiente ecuación:

$$\boxed{\text{Potencia} = \frac{W}{\Delta t}}$$

El trabajo se puede calcular de muchas maneras de acuerdo a la situación. En el ejemplo del montacargas se obtiene fácilmente multiplicando el peso de la carga por la altura alcanzada. Para comprender por qué se puede hacer así, pueden repasar el ejemplo de la grúa.

En todos los casos el trabajo realizado es igual a la variación en algún tipo de energía. Por ello se expresa en las mismas unidades que la energía. Las más habituales son: Joule, kilowatt-hora, kilocaloría. Por lo tanto las unidades de potencia se pueden obtener dividiendo estas unidades por unidades de tiempo. Así, por ejemplo, dividiendo Joule sobre segundo se obtiene Watt. Otra unidad de potencia es, por ejemplo, la kcal/h.

Si una máquina realiza un trabajo de 240 kilowatthora durante un tiempo de 2 horas, entonces ha desarrollado una potencia.

$$\text{Potencia} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{240\,\text{kwh}}{2\,\text{h}} = \frac{240\,\text{kw}\,.\,\cancel{\text{h}}}{2\,\cancel{\text{h}}} = 240\,000\,\text{Watt}$$

Es decir realiza trabajo a razón de 240 000 Joule en cada segundo.

Ejercicios propuestos

1 Una persona que pesa 700 Newton está de pie dentro de un ascensor que sube con una velocidad constante de 1,5 m/s. Calcular:

a) El trabajo que realiza la fuerza peso sobre la persona durante 20 segundos.
b) El trabajo que realiza la fuerza (“Normal”) que el piso del ascensor ejerce sobre la persona en ese mismo tiempo.

2 Una unidad muy utilizada para expresar potencias es el H.P. (Horse Power) que equivale a 746 Watt. Si un automóvil se está moviendo a 108 km/h y la fuerza que lo impulsa vale 2000 Newton...

a) ¿Qué trabajo realiza el motor durante 5 minutos?
b) ¿Cuánto vale la potencia del motor en H.P.?

3 Una calculadora electrónica tiene una potencia de 0,00004 W.

a) ¿Cuántas horas, aproximadamente, puede funcionar consumiendo una energía de 2 Joule?
b) Un autito de juguete necesita que lo impulse una fuerza de 1 Newton para desplazarse con velocidad constante. ¿Qué distancia puede recorrer con la misma cantidad de energía que consumió la calculadora?

4 Un automóvil se desplaza por una ruta a 90 km/h mientras su motor está desarrollando una potencia de 80 H.P. Suponiendo que la fuerza que impulsa al vehículo no cambie, ¿a qué velocidad se moverá si la potencia del motor aumenta a 89 H.P.?

Respuestas:

1)
   1. a) -21000 Joule

   1. b) +21000 Joule

2)
   2. a) 18×10^6 Joule

   2. b) 60000 Watt = 80,4 H.P

3)
   3.a) 14 horas

   3.b) 2 metros

4) 100 km/h

Una definición formal del concepto de trabajo

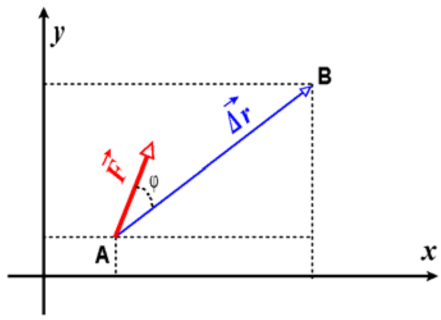
Una fuerza actuando sobre un cuerpo que se mueve puede formar distintos ángulos con la dirección del movimiento. Ya que el vector velocidad siempre es tangente a la trayectoria, el ángulo φ formado entre dicho vector y el vector que representa a una fuerza en particular determina el valor absoluto y el signo del trabajo. Hasta ahora hemos estudiado el concepto de trabajo sólo para tres valores particulares de dicho ángulo. Si F y v son vectores de igual dirección y sentido $\varphi = 0^\circ$. En el caso en que F y v tienen la misma dirección pero sentidos opuestos, $\varphi = 180^\circ$ Cuando F y v son vectores perpendiculares, $\varphi = 90^\circ$.

Pero, ¿cómo se calcula el trabajo cuando el ángulo φ toma cualquier otro valor? Podemos descomponer la fuerza F en dos componentes perpendiculares entre sí. Una de esas componentes tendrá la dirección del movimiento y la otra componente será perpendicular al movimiento. Esta componente perpendicular al movimiento no realiza trabajo y la otra componente tangencial al movimiento realizará trabajo positivo o negativo si tiene el mismo sentido que la velocidad o si tiene sentido opuesto a la velocidad. La componente tangencial de la fuerza se puede obtener haciendo F cos φ . Entonces podemos calcular el trabajo haciendo W = (F cos φ) d. Esta fórmula es válida para calcular el trabajo si F y φ se mantienen constantes a lo largo de la trayectoria del movimiento.

El producto escalar de dos vectores

Los vectores, así como los escalares, se pueden sumar y restar. Los vectores también se pueden multiplicar, pero existen dos formas de multiplicar vectores:

- Una de esas formas se denomina producto vectorial. El producto vectorial es una operación entre dos vectores que da como resultado otro vector. Una de sus aplicaciones a la Física es el cálculo del momento de una fuerza (Torque).
- También existe el producto escalar. Una operación entre dos vectores que da como resultado un escalar. Este tipo de producto es el apropiado para el cálculo del trabajo.



Para facilitar la explicación nos basaremos en el movimiento rectilíneo de un cuerpo sobre un plano. Supongamos que dicho cuerpo se desplaza desde una posición A hasta una posición B. El vector desplazamiento es: $\Delta\vec{r} = \Delta x\ \breve{i} + \Delta y\ \breve{j}$

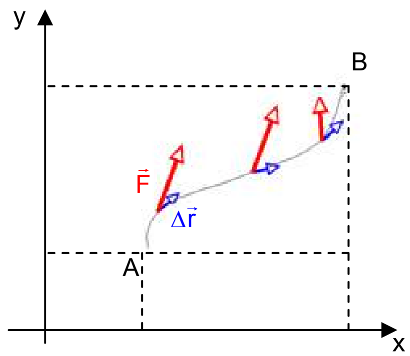
Como estamos suponiendo que el movimiento se desarrolla en línea recta, el módulo de este vector coincide con la distancia recorrida. Una de las fuerzas que está actuando sobre el cuerpo es

$$\vec{F} = F_x\ \breve{i} + F_y\ \breve{j}$$

El producto escalar entre la fuerza y el desplazamiento, se puede resolver de dos maneras:

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{F} \bullet \Delta\vec{r} = F_x\ \Delta x + F_y\ \Delta y \\ \vec{F} \bullet \Delta\vec{r} = \left|\vec{F}\right|\left|\Delta\vec{r}\right| \cos\varphi \end{array}}$$

Si bien en la figura se muestra a la fuerza aplicada en el punto A debemos recordar que el concepto de trabajo se aplica a una fuerza que se desplaza. Por lo tanto el punto de aplicación de la fuerza se está desplazando desde A hasta B sobre la trayectoria del movimiento.



Si el movimiento es curvilíneo el módulo del vector desplazamiento no coincide con la distancia recorrida. Es decir no es lo mismo la longitud del camino recorrido por el cuerpo y el módulo del vector desplazamiento. Para el movimiento curvilíneo las fórmulas anteriores sólo son válidas para muy pequeños desplazamientos. Es decir para segmentos de curva suficientemente pequeños de manera tal que se pueda considerar a esos tramos como segmentos de recta.

Para calcular el trabajo realizado por la fuerza desde A hasta B habrá que realizar la suma de los trabajos de todos esos pequeños tramos aproximadamente rectos en los que se ha subdividido la curva.

Resumiendo: Para calcular el trabajo de una fuerza constante a lo largo de una trayectoria rectilínea hay que multiplicar el <u>módulo</u> de la fuerza por el <u>módulo</u> del desplazamiento (Es decir, la distancia recorrida) por el coseno del ángulo que forman el vector fuerza y el vector desplazamiento. Esto significa que el signo del trabajo queda determinado por el signo del coseno de φ.

ENERGÍA CINÉTICA

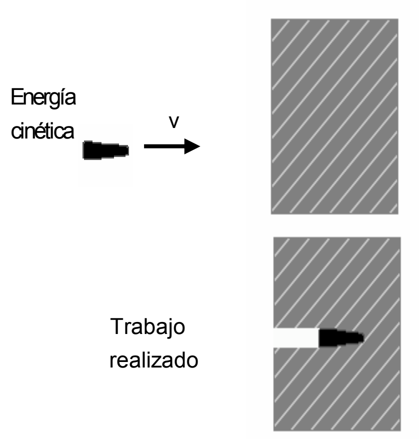
La energía cinética de un cuerpo es la energía que posee debida a su movimiento. Recordemos la definición de energía que dimos:

Energía: capacidad de un cuerpo o sistema para realizar trabajo

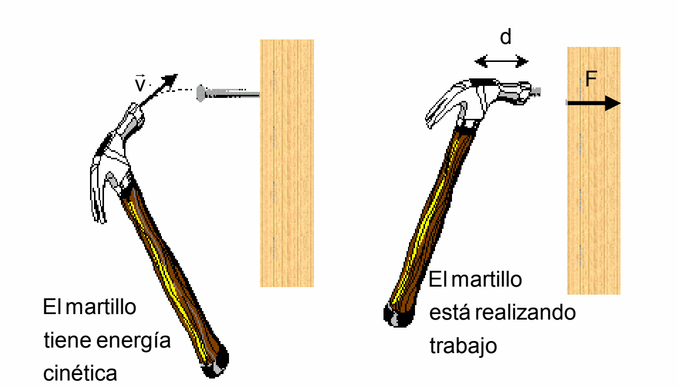
Podemos comprender por qué un cuerpo en movimiento tiene energía. Porque debido a que se está moviendo tiene capacidad para realizar un trabajo. Por ejemplo:

- Un cuerpo en movimiento puede desplazar otro: Si un cuerpo se mueve y choca con otro lo puede empujar. Para ello debe ejercer un fuerza y recorrer cierta distancia (realizar trabajo). Esta capacidad de "empujar" dependerá de qué velocidad tenga el cuerpo y también de su masa.

- Un proyectil impacta contra una pared. La perfora y queda incrustado dentro de ella. Para perforar la pared tuvo que ejercer una fuerza y recorrió cierta distancia igual a la profundidad del agujero. En este proceso perdió toda su energía cinética ya que finalmente quedó detenido. Pero esa energía cinética fue empleada en la realización de un trabajo sobre la pared. La profundidad de la perforación dependerá entre otras cosas, de la velocidad con qué se movía el proyectil y de su masa.



- Para poder clavar un clavo con un martillo, éste debe estar en movimiento. Cuando el martillo se pone en contacto con el clavo le aplica un fuerza que lo desplaza (realiza trabajo).



La fórmula[16] para calcular la energía cinética de un cuerpo es:

$$\boxed{K = \frac{1}{2} m v^2}$$

Cuando utilicemos esta fórmula expresaremos la masa del cuerpo en kilogramos y la velocidad en metros por segundo. De esta manera nos aseguramos que el resultado, la energía cinética[17] K, esté expresado en Joules.

[16] Es relativamente fácil intuir que la energía cinética tienen que depender tanto de la masa como de la velocidad. Pero, aparentemente no hay ninguna razón para que la fórmula deba tener un factor ½ y que la velocidad esté elevada al cuadrado. Esto se justificará más adelante.

[17] Hemos decidido designar con la letra K a la energía cinética para ser coherentes con la mayoría de los libros de texto universitarios. Pero la mayoría de los profesores, en sus clases la designan con E_c.

A. Supongamos que un auto cuya masa es de 800 kg se está moviendo a una velocidad de 90 km/h. ¿Cuánto vale su energía cinética? En primer lugar debemos convertir la velocidad a m/s y luego aplicar la fórmula:

$$v = 90\frac{km}{h} = \frac{90\,km}{1\,h}\frac{1000\,m}{1\,km}\frac{1\,h}{3600\,s} = \frac{90\,000\,m}{3\,600\,s} = 25\frac{m}{s}$$

$$K = \frac{1}{2}800\,kg\left(25\frac{m}{s}\right)^2 = 400\,kg\,.625\frac{m^2}{s^2} = 250\,000\,kg\frac{m^2}{s^2} = 250\,000\,J$$

B. Repitamos el cálculo para un auto más pesado. Podría ser un camioneta de 1600 kg. Si la masa es el doble, la energía cinética será el doble ya que ésta es directamente proporcional a la masa.

$$K = \frac{1}{2}1600\,kg\left(25\frac{m}{s}\right)^2 = 800\,kg \times 625\frac{m^2}{s^2} = 500\,000\,J$$

C. Ahora supongamos que esta camioneta se mueve a la mitad de la velocidad. Es decir a 45 km/h. Se podría llegar a pensar, erróneamente, que la energía cinética va a dar el mismo valor que en el caso del auto. Pero la camioneta de 1600 kg moviéndose a 45 km/h tiene menos energía cinética que el auto de 800 kg moviéndose a 90 km/h. Hacemos todo el cálculo:

$$v = 45\frac{km}{h} = \frac{45\,km}{1\,h}\frac{1000\,m}{1\,km}\frac{1\,h}{3600\,s} = \frac{45\,000\,m}{3\,600\,s} = 12,5\frac{m}{s}$$

$$K = \frac{1}{2}1600\,kg\left(12,5\frac{m}{s}\right)^2 = 800\,kg\,.156,25\frac{m^2}{s^2} = 125\,000\,J$$

¿Cuál es el significado físico de los resultados que obtuvimos en estos ejemplos? ¿Qué relación existe entre trabajo y energía cinética?

Supongamos que el auto de 800 kg estuviera inicialmente quieto. Para que alcance una velocidad de 90 km/h hay que “gastar” energía. Es necesario quemar combustible.

Quizás es más apropiado decir: hay que “invertir” energía. Porque si bien quemamos combustible a cambio de ello hemos obtenido movimiento. Dicho de otra manera sobre el auto se realizó un trabajo. Se ejerció una fuerza y el auto se desplazó una distancia. ¿Cuánto trabajo? ¡Precisamente 250000 Joules!.

Si tuviéramos que frenar al auto que se está moviendo a 90 km/h hasta que se detenga hay que quitarle energía cinética. Hay que hacer trabajo negativo ya que la fuerza que lo detiene debe tener sentido opuesto a la velocidad. ¿Cuánto trabajo hay que realizar para detener a un auto de 800kg que se mueve a 90 km/h?

La respuesta es: $W \cong -250000\,J$

EL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA

Cuando calculamos un trabajo multiplicamos una fuerza por una distancia. Es decir, una cantidad expresada en Newton por otra cantidad expresada en metros. Al producto de la unidad **Newton** por la unidad **metro** se la ha asignado el nombre **Joule**. Es decir:
Newton . metro = Joule

Pero como sabemos que el Newton se puede expresar en función de la tres unidades básicas del sistema M.K.S (metro, kilogramo, segundo) es fácil demostrar que la unidad de trabajo también se puede expresar de la siguiente manera:

$$\text{Joule} = \text{Newton}.\,\text{metro} = kg\frac{m}{s^2}m = kg\frac{m^2}{s^2}$$

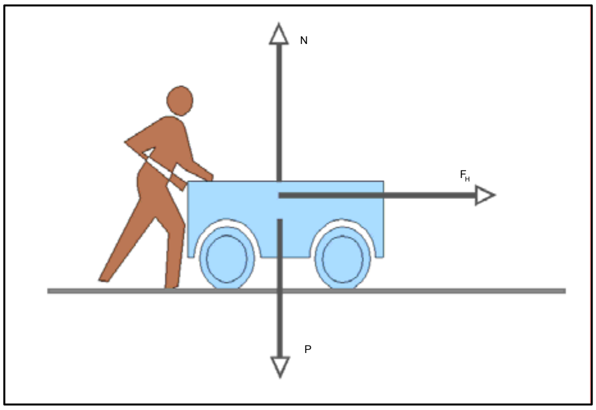
De esta manera queda claro que tanto la energía cinética como el trabajo se pueden expresar en la misma unidad: el Joule.

Para comenzar a comprender la relación entre el trabajo y la energía cinética, que es una de las leyes más importantes de la mecánica[18], vamos a desarrollar un ejemplo sencillo:

[18] La Mecánica es la parte de la Física cuyo objeto de estudio es el movimiento.

Ejercicio teórico resuelto

Un carro de masa **m** se está moviendo a una velocidad $\mathbf{v_o}$ cuando un hombre comienza a empujarlo ejerciendo una fuerza $\mathbf{F_H}$ en un trayecto Δ **x.** Suponiendo que el rozamiento sea despreciable la acción de la fuerza provocará una aceleración del carro y por lo tanto su velocidad aumentará. Como las fuerza que la Tierra ejerce sobre el carro (el Peso) y la fuerza que el piso ejerce sobre el carro (la "normal") está equilibradas, la fuerza resultante de todas las que actúan sobre el carro es la que hace el hombre. Aplicando la segunda ley de Newton a este caso obtenemos.



$$\sum_{\text{TODAS}} \vec{F} = m\vec{a}$$
$$\vec{N} + \vec{P} + \vec{F}_H = m\vec{a}$$
$$\vec{N} = -\vec{P}$$
$$\vec{F}_H = m\vec{a}$$

Calcular el trabajo total, en este ejemplo, es lo mismo que calcular el trabajo que hace el hombre. Tanto la fuerza que normal como el peso son fuerzas perpendiculares al movimiento y por ende, su trabajo es, nulo. Escribamos esto con ecuaciones:

$$W_{TOTAL} = W_P + W_N + W_H$$
$$W_{TOTAL} = 0 + 0 + W_H$$
$$W_{TOTAL} = W_H$$

Podemos relacionar la segunda ley de Newton con la definición de trabajo. A partir de esta relación llegaremos a una importante conclusión que en principio la obtendremos de un ejemplo particular muy sencillo, pero que más adelante se puede estudiar como una ley de la mecánica completamente general.

$$W_{TOTAL} = W_H = F_H\ \Delta x = ma\ \Delta x$$

Si la fuerza que hace el hombre se mantiene constante mientras el carro recorre la distancia **Δx**, la aceleración será constante y por lo tanto el carro tendrá un MRUV[19]. Para un movimiento de estas características son válidas las siguientes ecuaciones horarias (paramétricas):

$$\Delta x = v_o \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$$
$$v = v_o + a\Delta t$$

Si de la segunda ecuación despejamos el tiempo y lo reemplazamos en la primera se obtiene una relación entre el desplazamiento, la velocidad inicial, la velocidad final y el desplazamiento, que se la conoce como ecuación complementaria del MRUV:

$$\Delta x = \frac{v^2 - v_o^2}{2a}$$

Es decir, el hombre aplica una fuerza sobre el carro a lo largo de una distancia **Δx**. En este trayecto la velocidad del carro se incrementa desde cierto valor inicial **v_o** hasta un valor final **v**. Mientras el carro recorre esa distancia tiene una aceleración producida por la fuerza **F_H**. El trabajo de esta fuerza es igual al producto del módulo de la fuerza por el desplazamiento. Pero este desplazamiento se puede relacionar, gracias a la ecuación complementaria con las velocidades inicial y final del movimiento. ¿Qué obtenemos de todo esto? Veamos

$$W_{TOTAL} = ma\,\Delta x$$
$$W_{TOTAL} = ma\frac{v^2 - v_o^2}{2a}$$
$$W_{TOTAL} = m\frac{v^2 - v_o^2}{2}$$

Si ahora aplicamos a la última expresión hallada la propiedad distributiva del producto respecto a la resta, nos encontramos con lo siguiente:

$$W_{TOTAL} = m\frac{v^2 - v_o^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_o^2}{2}$$

19 Movimiento rectilíneo uniformemente variado. Trayectoria rectilínea y aceleración constante.

Podemos ver cómo la realización de trabajo sobre un cuerpo implica un cambio en el módulo d el a velocidad. El segundo miembro de la última igualdad es la diferencia o variación de una magnitud que no depende ni del tiempo ni de la distancia recorrida. Depende sólo de la masa y de la velocidad del carro en dos posiciones, la inicial y la final, del movimiento. Al producto de la masa de un cuerpo por el módulo de su velocidad al cuadrado dividido por dos se le da el nombre de energía cinética. Como ya lo habíamos mencionado anteriormente:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

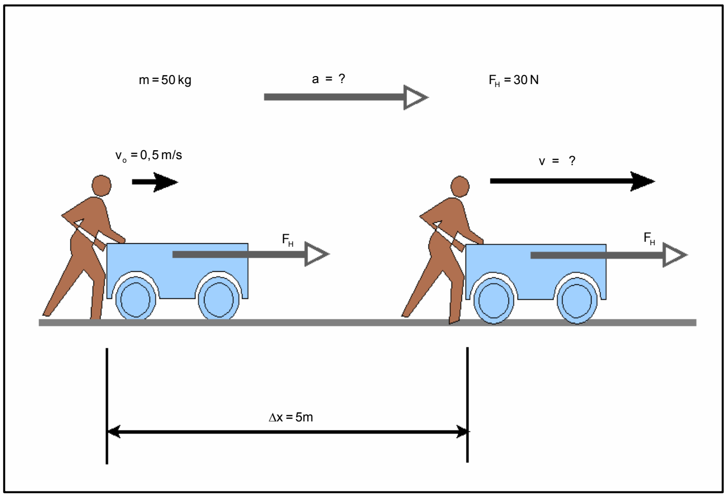
A pesar de que esta conclusión la hemos obtenido de un ejemplo particularmente sencillo, se puede demostrar utilizando herramientas matemáticas más avanzadas, que **el trabajo total realizado sobre un cuerpo es siempre igual a la variación de la energía cinética del mismo**. En ¡símbolos esto se expresa así:

$$\boxed{\begin{gathered} W_{TOTAL} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_o^2 \\ W_{TOTAL} = \Delta K \end{gathered}}$$

La oración destacada constituye el enunciado del Teorema del Trabajo y la Energía Cinética[20]

Ejercicio resuelto

Para ayudar a una mejor comprensión de lo explicado anteriormente vamos a hacer algunas cuentas. Para ello asignaremos datos numéricos a nuestro ejemplo.



20 También conocido como el teorema de las "fuerza vivas"

Inmediatamente podemos calcular la aceleración:

$$a = \frac{30N}{50kg} = \frac{30\,Kg\,m}{50\,kg\,s^2} = 0,6\frac{m}{s^2}$$

Con la ecuación complementaria podemos obtener fácilmente la velocidad final:

$$\Delta x = \frac{v^2 - v_o^2}{2a}$$

$$v^2 = v_o^2 + 2a\Delta x = \left(0,5\frac{m}{s}\right)^2 + 2.\,0,6\frac{m}{s^2}.\,5m$$

$$v^2 = 0,25\frac{m^2}{s^2} + 6\frac{m^2}{s^2} = 6,25\frac{m^2}{s^2}$$

$$v = 2,5\frac{m}{s}$$

Directamente de los datos de la figura podemos calcular el trabajo realizado por el hombre. En este ejemplo es el trabajo TOTAL.

$$W_{TOTAL} = W_H = 30\,N \times 5\,m = 150\,J$$

Por último podemos verificar que se cumple el Teorema del Trabajo y de la Energía Cinética:

$$W_{TOTAL} = \Delta K$$

$$W_{TOTAL} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_o^2$$

$$150J = \frac{1}{2}50kg\left(2,5\frac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}50kg\left(0,5\frac{m}{s}\right)^2$$

$$150\,J = 156,25\,J - 6,25\,J$$

Algunas observaciones importantes:

- El carro tenía inicialmente una energía cinética de 6,25 Joule. El hombre realizó sobre él un trabajo de 150 Joule (Le transfirió una cantidad de energía, 150 J). Al final de este proceso el carro tiene una energía cinética de 156,25 Joule.
- La velocidad del carro se quintuplicó. Es decir aumento 5 veces. La energía cinética pasó de 6,25 a 156,25. ¿Cuántas veces aumentó? 156,25 / 6,25 = 25. Es decir un incremento de 5 veces en la velocidad, ¡implica un aumento de 25 veces en la energía cinética!

Más ejercicios

1. Un automóvil de masa m se mueve a una velocidad v. En estas condiciones su energía cinética es de 450 KJ. Si su velocidad aumenta en un 50%, ¿cuánto vale su energía cinética?

2. ¿A qué velocidad, en km/h, se debe mover un camión de 12 toneladas para que su energía cinética sea de 2400 KJ?

3 Una camioneta descargada tiene una masa de 1500 kg y tiene una energía cinética de 468750 J. Si se mueve con la misma velocidad pero lleva una carga de 1000 kg, ¿cuánto vale su energía cinética?

4 Un proyectil de 100 gramos tiene una velocidad de 250 m/s. Pega contra una pared y queda incrustado en ella realizando una perforación de 5 cm de profundidad. ¿Cuánto vale la fuerza media que la pared ejerció sobre el proyectil? ¿y la fuerza media que el proyectil ejerció sobre la pared?

5 Un cuerpo inicialmente en reposo cae libremente en el vacío. Su velocidad aumenta aproximadamente 10 m/s en cada segundo. Si la masa del cuerpo es de 5 kg,

a) ...calcular la energía cinética cuando ha caído durante 1 segundo, durante 3 segundos, durante 5 segundos.
b) ¿Cuánto ha aumentado la energía cinética entre el instante t = 1 s y el instante t = 3 s?
c) ¿Cuánto trabajo ha realizado sobre el cuerpo la fuerza de la gravedad en ese mismo lapso de tiempo?
d) ¿Qué distancia recorrió el cuerpo en ese mismo lapso de tiempo?

6) a) ¿En qué porcentaje aumenta la energía cinética de un cuerpo si su velocidad aumenta un 20%?

b) ¿En qué porcentaje disminuye la energía cinética de un cuerpo si su velocidad se reduce en un 20%?

c) ¿Cuántas veces hay que aumentar la velocidad de un cuerpo para que su energía cinética se cuadriplique?

Respuestas:

1) 1012,4 KJ

2) 72 km/h

3) 5/3 . 468750 J = 781250 J

4) 62500 J. Ambas fuerzas son de igual módulo y dirección pero tienen sentidos opuestos (3ra. ley de newton, principio de acción y reacción)

5) Un cuerpo inicialmente en reposo cae libremente en el vacío. Su velocidad aumenta aproximadamente 10 m/s en cada segundo. Si la masa del cuerpo es de 5 kg,

5.a) 62,5 J   2250 J   6250 J

5.b) 2187,5 J

5.c) 2187,5 J

5.d) 43,75 metros

6)

6.a) 44%

6.b) 36 %

6.c) 2 veces, el doble.

ENERGÍA POTENCIAL

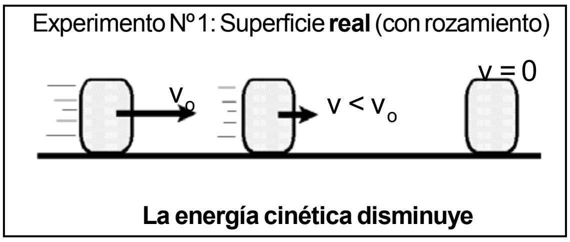
El concepto de energía se utilizó por primera vez asociado al de movimiento. Por ello la primera forma de energía fue la energía cinética: $K = \frac{1}{2}mv^2$

En esta fórmula si la masa se expresa en kilogramos y la velocidad en m/s, la energía cinética se obtiene en Joules. De esta manera la unidad "Joule" se puede expresar en función de las unidades metro, kilogramo y segundo de la siguiente manera:

$$\text{Joule} = \text{kg}\frac{m^2}{s^2}$$

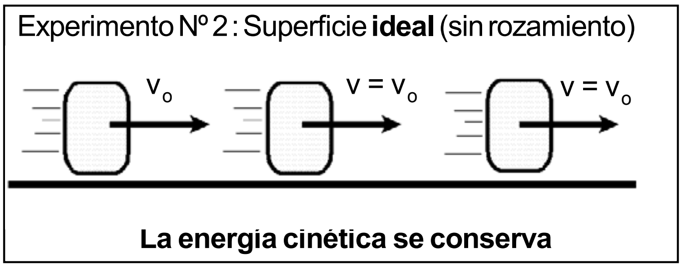
Dicho de otra manera, un cuerpo de 1 kg de masa que se mueve a una velocidad de 1 m/s tiene una energía cinética de 1 Joule.

No es recomendable utilizar otras unidades al aplicar la fórmula: $K = \frac{1}{2}mv^2$



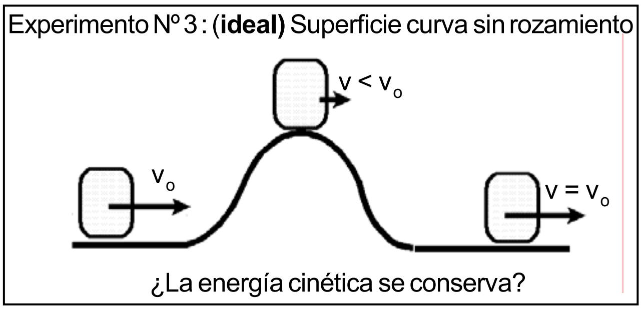
Según esta fórmula un cuerpo tiene energía si se mueve. Si un cuerpo está quieto no tiene energía. Supongamos que apoyamos un objeto sobre una superficie lisa horizontal. Le damos un empujón de manera que adquiera cierta cantidad de energía. ¿Qué sucede? La experiencia nos indica que el cuerpo se moverá cada vez más lentamente hasta detenerse. Si nuestro concepto de energía se limita sólo a la energía de movimiento, tenemos que admitir que luego de recorrer cierta distancia la energía del cuerpo se agotó. Si nos preguntamos por qué sucedió esto una respuesta posible sería: la "culpa" la tiene el rozamiento. Es decir la fricción entre el cuerpo y la superficie es la responsable principal de "consumir" la energía del cuerpo (experimento Nº 1):

Nada nos impide imaginar qué pasaría si un cuerpo se deslizara sobre una superficie sin rozamiento (no nos preocuparemos por ahora cómo se puede lograr esto técnicamente). Si hemos anulado la causa de la disminución de la energía y ahora repetimos el experimento, que ahora es un experimento *ideal*, es decir "pensado" , la energía no tiene por qué disminuir y por lo tanto el cuerpo se moverá con velocidad constante. En este caso, en Física, se acostumbra decir que la energía **se conserva**. (Experimento Nº 2):



Ahora que hemos imaginado que existe un tipo de superficie sobre la cual un cuerpo puede deslizarse sin rozamiento podemos imaginar que modificamos su forma. La podemos inclinar manteniéndola recta o la podemos curvar. Supongamos que le damos la siguiente forma: primero horizontal, luego una loma y a continuación, nuevamente horizontal al mismo nivel que el primer tramo. Lanzamos el bloque sobre la superficie pero ahora, al subir la loma la velocidad disminuye, es decir la energía disminuye. Cuando el bloque comienza a descender la energía aumenta.

El experimento Nº 3 es muy distinto al Nº 1. En aquella ocasión la energía se agotaba. Ya no la podíamos recuperar. Ahora nos encontramos ante un dilema. Podríamos decir que parte de la energía se agota en la subida y que luego reaparece al bajar. En este caso tendríamos que admitir que la energía se puede destruir y se puede crear. Pero los científicos han inventado otra manera de interpretar esta cuestión. Según el principio de conservación de la energía, aceptado universalmente, la energía no se crea ni se destruye sino que se transforma de un tipo en otro.

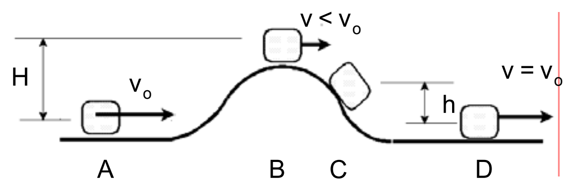


Mientras el cuerpo asciende la energía cinética disminuye pero porque se va transformando en otra forma de energía, la energía potencial ***U***. Cuando el cuerpo está bajando la energía potencial se vuelve a transformar en cinética. De esta manera podemos decir que la suma K + U permanece constante. A dicha suma se la llama energía mecánica y podemos decir, entonces, que en el fenómeno descripto (Experimento Nº 3) la energía mecánica se conserva. Para que la suma de la energía cinética y la energía potencial se mantenga constante en este ejemplo y en otros es necesario, obviamos la deducción matemática, que la energía potencial se calcule con la fórmula:

$$\boxed{U = mgh}$$

En esta fórmula ***m*** es la masa del cuerpo en ***kilogramos***, ***g*** es la aceleración de la gravedad en $\boldsymbol{m/s^2}$ y ***h*** es la altura, en ***metros***, a la que se encuentra el cuerpo medida desde un plano de referencia horizontal que *se elige arbitrariamente*. En la Tierra la aceleración de la gravedad no es uniforme, pero se adopta como valor "estándar" g = 9,80665 m/s^2. Para cálculos donde no se requiere de gran exactitud[21] se puede utilizar el valor 9,8 m/s^2.

Experimento Nº 3 : (**ideal)** Superficie curva sin rozamiento



La energía mecánica E = K + U <u>se conserva</u>

Si elegimos el nivel de referencia en la superficie horizontal el cuerpo allí no tendrá energía potencial, pero sí cinética porque tiene movimiento. Cuando está subiendo por la loma sigue teniendo energía cinética pero menos que antes. La energía cinética "faltante" no ha desaparecido. Ahora el cuerpo tiene cierta cantidad de energía potencial. Cuando llegue a la parte más alta la energía potencial será máxima y la energía cinética mínima pero la suma de ambas seguirá teniendo el mismo valor que la energía cinética inicial.

En la posición A de la figura la energía mecánica es:

$$E = K_o = \frac{1}{2} m v^2$$

[21] En la resolución de problemas, lo que importa es la estimación de los resultados y el aprendizaje de conceptos y procedimientos, entonces es mucho más práctico utilizar g ≈ 10 m/s^2

En la posición más alta (B):

$$E = K_{mín} + U_{máx} = \frac{1}{2} m v_{mín}^2 + mgH$$

En la posición C el cuerpo está descendiendo. Aquí su velocidad volvió a aumentar y la altura disminuyó. La energía mecánica es:

$$E = K + U = \frac{1}{2} m v^2 + mgh$$

Cuando el cuerpo ha descendido de la parte curva y vuelve a estar al mismo nivel que inicialmente, tiene energía potencial nula y la misma energía cinética que al principio.

El trabajo de la fuerza peso y la energía potencial

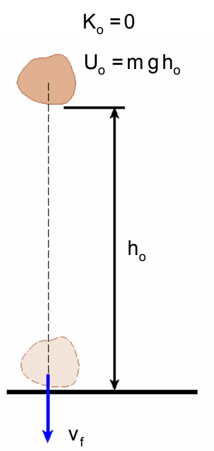
En la sección anterior hemos presentado el concepto de energía potencial y dijimos que se calcula con la fórmula $U = mgh$.

La energía potencial es directamente proporcional al peso de un cuerpo y a la altura a la que está ubicado respecto a un plano horizontal de referencia *que se elige arbitrariamente*

En esta sección vamos a justificar por qué la fórmula es así y no de otra manera. ¿Por qué depende del peso y de la altura? Comenzaremos nuestra explicación con un ejemplo muy sencillo: La caída libre.

Ejercicio resuelto

Tres piedras A, B y C cuyas masas valen 1 kg, 2 kg y 10 kg respectivamente se levantan hasta 1 metro de altura y se dejan caer. ¿Cuánto vale la velocidad de cada una justo antes de chocar contra el piso?



Resolución:

En este problema vamos a suponer que la única fuerza que actúa sobre las piedras mientras están cayendo es el peso. Es decir, la "fuerza de la gravedad". Entonces el trabajo TOTAL que recibe cada piedra durante su caída es el trabajo de la fuerza peso. Como ya sabemos el trabajo total sobre un cuerpo es igual a la variación de su energía cinética:

$$W_{TOTAL} = \Delta K$$
$$W_{Peso} = K_f - K_o$$

Cuando la piedra está a 1 metro de altura, antes de caer, no tienen velocidad, por lo tanto su energía cinética es cero. Justo antes de chocar contra el piso tendrá cierta velocidad final. La fuerza peso actúa en la misma dirección y en el mismo sentido en que se mueven las piedras. Entonces su trabajo se puede calcular como el producto de la fuerza (el peso) por la distancia recorrida (la altura inicial). Resumiendo:

$$W_{Peso} = +F.\,d = Ph_o = mgh_o$$
$$\Delta K = K_f - K_o = \frac{1}{2} m v_f^2$$

Si analizamos atentamente estas expresiones matemáticas llegamos a la conclusión de que al principio, cuando comienza caer, cada piedra tiene energía potencial y la llegar al suelo, antes de chocar contra él, tiene energía cinética. *Toda* la energía potencial inicial se ha transformado durante la caída en energía cinética:

$$\frac{1}{2} m v_f^2 = mgh_o$$

Entonces como conocemos la altura inicial y la masa de cada piedra con esta ecuación podemos averiguar la velocidad final. Despejamos:

$$v_f^2 = \frac{2mgh_o}{m}$$
$$\boxed{v_f = \sqrt{2gh_o}}$$

Esta última expresión nos indica que la velocidad final de **caída libre** de un objeto no depende de su masa, sólo es función de la altura desde la que cae y de la aceleración de la gravedad. En este problema las tres piedras llegan al suelo con la misma velocidad sin importar que sus masas sean distintas:

$$v_f \approx \sqrt{2.10\frac{m}{s^2}1m} = \sqrt{20\frac{m^2}{s^2}} \approx \boxed{4,47\frac{m}{s}}$$

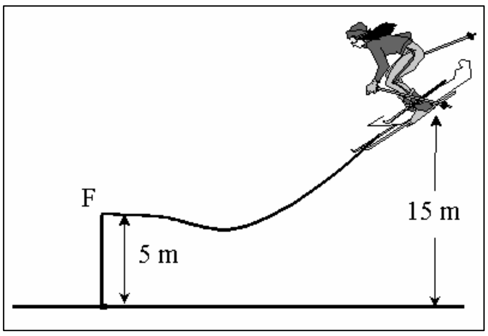
La validez del resultado que hemos obtenido se basa en una hipótesis fundamental: La única fuerza que hace trabajo durante la caída libre es el Peso. Además como las piedras parten del reposo su energía cinética inicial es nula y de esta manera hemos llegado a la conclusión de que toda la energía potencial inicial se ha transformado en energía cinética.

En general podemos decir que para un cuerpo en caída libre la energía mecánica se mantiene constante (se conserva). En cualquier instante durante la caída:

$$K + U = \text{constante}$$
$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = \text{constante}$$

Ejercicio resuelto

En el momento que se muestra en la figura la esquiadora de 60 kg se está moviendo a una velocidad de 10 m/s. La esquiadora no se empuja con los bastones en ningún momento.



a) Suponiendo que el rozamiento entre la rampa y los esquíes fuera despreciable, ¿con qué velocidad llegaría la esquiadora al final de la misma (punto F)?

b) Si la esquiadora llega al final (punto F) de la rampa con una velocidad de 12 m/s, ¿cuánto vale el trabajo de la fuerza de rozamiento?

Resolución:

a) Si el rozamiento fuera despreciable, la única fuerza que realizaría trabajo sobre la esquiadora es el peso. Por lo tanto se conserva la energía mecánica. Es decir la suma de la energía cinética y la energía potencial se mantiene constante. Consideremos como situación inicial a la que corresponde a la altura de 15 metros y como situación final al extremo inferior de la rampa (punto F).

Entonces podemos plantear:

$$K_f + U_f = K_o + U_o$$
$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f = \frac{1}{2}mv_o^2 + mgh_o$$

Queremos averiguar la v_f. Disponemos de todos los demás datos. Entonces los reemplazamos en la expresión anterior y nos queda:

$$\frac{1}{2}60kgv_f^2 + 60kg10\frac{m}{s^2}5m = \frac{1}{2}60kg\left(10\frac{m}{s}\right)^2 + 60kg10\frac{m}{s^2}15m$$
$$\frac{1}{2}60kgv_f^2 + 3000kg\frac{m^2}{s^2} = 3000kg\frac{m^2}{s^2} + 9000kg\frac{m^2}{s^2}$$
$$30kgv_f^2 + 3000J = 3000J + 9000J$$

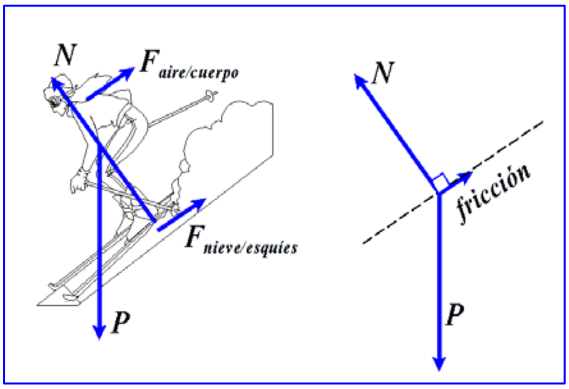
Lo único que nos falta es despejar la velocidad final de esta expresión:

$$30kgv_f^2 = 9000kg\frac{m^2}{s^2}$$
$$v_f^2 = 300\left(\frac{m}{s}\right)^2$$
$$\boxed{v_f \approx 17,32\frac{m}{s}}$$

Antes de pasar a la pregunta (b) vamos a hacer algunos comentarios sobre esta parte del ejercicio:

1) La esquiadora tiene inicialmente una energía mecánica igual a 12000 J repartidos en 9000 J de energía potencial (por estar a 15 metros de altura) y 3000 J de energía cinética. Al llegar al punto F su energía potencial se ha reducido a 3000 J. Ha sufrido una disminución de 6000 J. Entonces la energía cinética aumentó en esa misma cantidad. Por lo tanto en F la energía cinética es 9000 J.

2) Sobre la esquiadora actúan, en general, varias fuerzas que se indican en el diagrama. La fuerza de contacto N ("normal") no realiza trabajo porque para cualquier posición es perpendicular a la dirección del movimiento. Las fuerzas de fricción se consideran muy pequeñas. No se las tiene en cuenta en este cálculo estimativo de la velocidad final.



3) El cálculo de la velocidad final se podría haber realizado sin utilizar el valor de la masa. Si volvemos a la ecuación que planteamos al suponer que la energía mecánica se conserva

$$K_f + U_f = K_o + U_o$$
$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f = \frac{1}{2}mv_o^2 + mgh_o$$

Podemos despejar $\boldsymbol{v_f}$ sin necesidad de realizar los cálculos numéricos. En primer lugar sacamos la masa como factor común en ambos miembros de la igualdad. Luego podemos simplificar este factor, la masa, que está multiplicando ambos miembros de la igualdad:

$$m\left(\frac{1}{2}v_f^2 + gh_f\right) = m\left(\frac{1}{2}v_o^2 + gh_o\right)$$
$$\frac{1}{2}v_f^2 + gh_f = \frac{1}{2}v_o^2 + gh_o$$

Esto significa que el resultado es independiente de la masa en las condiciones ideales que suponemos válidas para el cálculo que estamos realizando. Finalmente, despejamos la velocidad final de la última expresión y obtenemos:

$$\boxed{v_f = \sqrt{v_o^2 + 2g(h_0 - h_f)}}$$

Esta expresión tiene similitudes y diferencias con la fórmula de la velocidad final que obtuvimos en el problema de las tres piedras en caída libre. ¿Cuáles son?

a) En el ítem anterior hemos determinado que si no hubiera ningún tipo de rozamiento la esquiadora llegaría al punto F con una velocidad algo superior a 17 m/s. Pero esto no va a ocurrir en la realidad. Mientras la esquiadora esté deslizando las fuerzas de fricción estarán realizando *trabajo negativo*. Esto provocará una “pérdida” o “consumo” de energía mecánica. Como sabemos que la energía no se crea ni se destruye, si no que se transforma, este consumo de energía mecánica debe ser una transformación en otro tipo de energía. Por ejemplo el rozamiento entre los esquíes y la nieve provoca el calentamiento de los primeros y la fusión de la segunda.

En consecuencia es completamente razonable que la velocidad de la esquiadora al llegar al punto F sea menor que 17 m/s. En el enunciado se nos dice que es de 12 m/s. Entonces en el punto F la energía cinética será menor a los 9000 J calculados en el ítem (a):

$$K_f' = \frac{1}{2} 60\text{kg} \left(12 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = 4320 \text{ J}$$

Si antes llegaba con 9000 J de energía cinética y ahora llega con 4320 J la diferencia se debe al trabajo del rozamiento. En consecuencia:

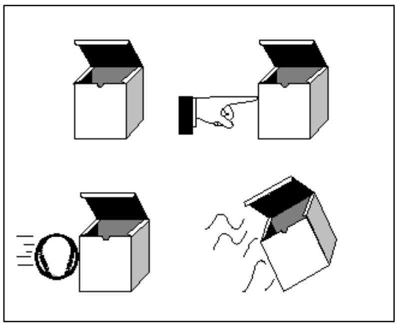
$$W_{roz} = 4320 \text{ J} - 9000 \text{ J} = \boxed{-4680 \text{ J}}$$

FUERZA, MASA Y ACELERACIÓN

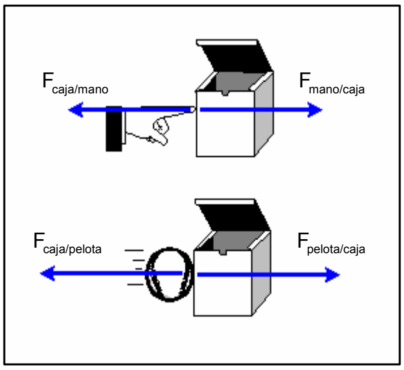
En esta sección nos proponemos hacer un REPASO conceptual de temas que ya hemos estudiado en los capitulo 2 y 3. Luego relacionaremos estos conceptos con la ley de conservación de la energía mecánica

Si un cuerpo está quieto, jamás se pondrá en movimiento por sí mismo. Es necesario que otro cuerpo ejerza alguna acción sobre él. Si un cuerpo está en movimiento, jamás se detendrá por sí mismo. Debe existir "algo" que lo detenga.

Supongamos que tenemos un objeto, por ejemplo una caja, apoyado en una superficie, en el piso o sobre una mesa. Para que comience a moverse podemos empujarlo con la mano o lo puede golpear otro objeto. Por ejemplo podría moverlo una ráfaga de viento (aire en movimiento)



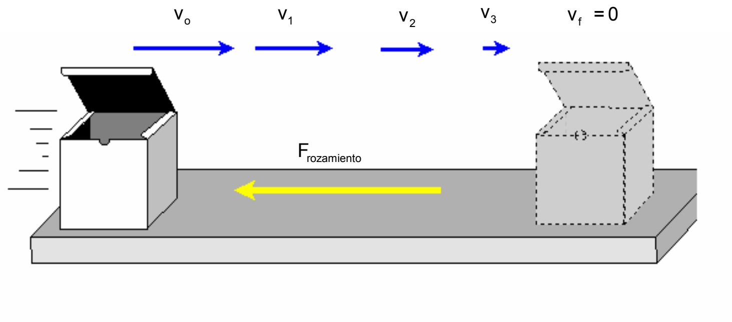
En todos estos casos la caja comienza a moverse porque sobre ella actúa una fuerza. Dicha fuerza está siempre ejercida por otro cuerpo. En un caso este otro cuerpo es la mano de una persona. A su vez este segundo cuerpo siente sobre él una fuerza ejercida por la caja. Por ejemplo la persona siente en su dedo la "presión" del contacto sobre la caja.



En el segundo ejemplo la caja empezará a moverse cuando la pelota la golpee. Entonces la pelota ejerce una fuerza sobre la caja que se pone de manifiesto en el hecho que la caja comience a moverse. Pero puede suceder que la pelota disminuya su velocidad, se quede detenida, que invierta el sentido del movimiento. Por lo tanto, la caja también ejerce una fuerza sobre la pelota que se manifiesta en algún cambio en el movimiento de ésta.

En el tercer ejemplo es el aire el que choca contra la caja. Este aire se frenará y se desviará al chocar contra la caja por lo tanto también él ha sufrido la acción de una fuerza.

Hay situaciones en las que un objeto se pone en movimiento o se detiene y no es tan evidente que otro cuerpo haya actuado sobre él. Por ejemplo supongamos que la caja se puso en movimiento porque



la pelota chocó contra ella. La caja deslizará sobre la superficie cierta distancia y finalmente se detendrá. La velocidad un instante después del impacto de la pelota la designamos con v_o (velocidad inicial). Pero la velocidad de la caja va disminuyendo a medida que pasa el tiempo.

Por lo tanto $\mathbf{v_3 < v_2 < v_1 < v_o}$ y finalmente $\mathbf{v = 0}$. Esta disminución de la velocidad durante cierto lapso de tiempo fue provocada por una fuerza cuyo sentido es opuesto a la velocidad. En este caso es la fuerza de rozamiento.

La conclusión que podemos obtener de estos ejemplos y de muchos otros es que siempre que hay un cambio o variación de velocidad, hay una fuerza “responsable”de ese cambio. Esta conclusión está expresada en una de las leyes fundamentales de la Física: La segunda ley de Newton.

Para los casos en que sobre un cuerpo actúa una sola fuerza, dicha ley se puede explicar diciendo que una **fuerza F** actúa durante cierto **lapso de tiempo** Δt sobre un cuerpo de **masa m** y le provoca cierta **variación de velocidad** Δv Esta **variación de velocidad** Δv es directamente proporcional a la **fuerza F**, al **tiempo** durante el que está actuando, Δt , y es inversamente proporcional a la **masa m** del cuerpo:

$$\boxed{\Delta v = \frac{F\Delta t}{m}}$$

La manera más común de escribir esta fórmula (Segunda ley de Newton) se obtiene definiendo la aceleración como el cociente entre la variación de velocidad y el lapso de tiempo en el cual se produce dicha variación:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

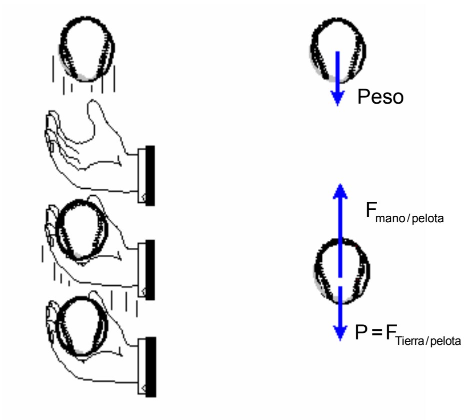
Entonces podemos reordenar la fórmula de la segunda ley de Newton para escribirla en la forma más habitual, tal como aparece en la mayoría de los libros de Física:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{F}{m}$$

$$a = \frac{F}{m}$$

$$\boxed{F = m.a}$$

Analicemos otra situación en la que un cuerpo se mueve disminuyendo su velocidad mientras actúa sobre él una fuerza de sentido opuesto al movimiento. Una persona arroja una pelota verticalmente hacia arriba. Para que comience a moverse hacia arriba habrá que aplicarle un fuerza hacia arriba, durante cierto tiempo, mayor que el peso. Durante un breve lapso de tiempo la pelota se mantiene en contacto con la mano. Pero luego se "desprende" de ésta. La pelota sigue subiendo durante algún tiempo más. Durante este tiempo la velocidad va disminuyendo. En cierto instante se detiene e inmediatamente comienza a caer.



Cuando la fuerza que la mano ejerce sobre la pelota dejó de actuar, las fuerzas que provocan la disminución de velocidad son dos: el peso, vertical y hacia abajo, y la resistencia del medio. Es decir la "fricción" del aire sobre el cuerpo. En muchos casos se puede suponer que el valor de esta fuerza es muy pequeño. Si consideramos que esto se cumple, la única fuerza que actúa sobre el cuerpo mientras está subiendo es el peso, vertical y hacia abajo.

Ahora vamos a concentrar nuestra atención en este movimiento "libre" que habitualmente se denomina "tiro vertical". Supongamos que justo en el instante en que deja de estar en contacto con la mano., la pelota tiene una velocidad de 4 m/s. Como la única fuerza que actúa es el peso, podemos averiguar la aceleración de la pelota, porque según la segunda ley de Newton: $a = \frac{F}{m}$

Pero en este caso F $\tilde{=}$ - P. El signo menos lo hemos colocado porque consideramos que el sentido hacia arriba es positivo y la fuerza tiene sentido hacia abajo. Entonces teniendo en cuenta esto y que el peso de un cuerpo es igual al producto de la masa por la aceleración de la gravedad, queda:

$$a = \frac{-P}{m}$$
$$a = \frac{-mg}{m}$$
$$a = -g \approx -10\frac{m}{s^2}$$

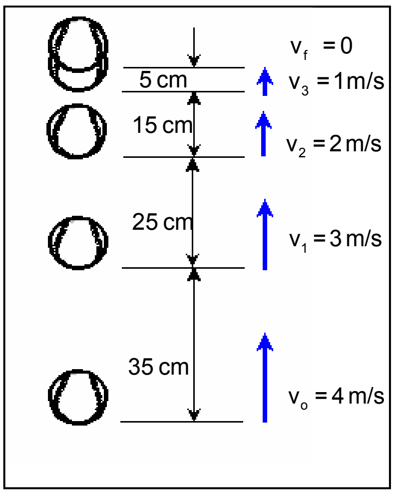
Con este valor podemos determinar **cómo** va disminuyendo la velocidad. Es decir, cuánto vale la velocidad a medida que transcurre el tiempo. Recordemos la definición de aceleración: y apliquémosla a este caso: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_o}{t - t_o}$

Elegimos $\mathbf{t_o = 0}$ en el instante que la pelota tiene la velocidad $\mathbf{v_o = 4\ m/s}$. Por lo tanto:

$$-10\frac{m}{s^2} = \frac{v - 4\,{}^{m}\!/\!{}_{s}}{t}$$
$$v = 4\frac{m}{s} - 10\frac{m}{s^2}t$$

Entonces **v** es función del tiempo **t**. Es una función lineal decreciente del tiempo. Asignándole valores a **t** obtenemos los valores correspondientes de **v**.

Una manera de ver, en forma experimental, este fenómeno consiste en fotografiar la pelota a intervalos regulares de tiempo. El resultado es obtener una fotografía del movimiento de la pelota que resultará similar a la figura. ¿Cómo se puede hacer esto? Dejamos el obturador de la máquina fotográfica abierto e iluminamos la escena con un flash intermitente. Por ejemplo supongamos que regulamos el flash para que dispare cada 0,1 segundos.



Cuando revelemos la .película veremos la pelota solamente en las posiciones correspondientes a los instantes que sean múltiplos de 1 décima de segundo. La distancia recorrida por la pelota en cada intervalo de 0,1 segundos se puede obtener midiendo sobre la fotografía y utilizando una escala. Se podría usar como fondo de la fotografía un papel cuadriculado o colocar una regla vertical.

Observemos con atención las características de este movimiento:

- La velocidad inicial es 4 m/s pero esto no significa que la pelota recorra 4 metros en 1 segundo. Tampoco significa que recorra 0,4 metros (40 cm) en los primeros 0,1 segundos.
- Cuando transcurrió 1 décima de segundo la pelota tiene una velocidad de 3 m/s. En los próximos 0,1 segundos no recorre 0,3 metros (30 cm). Sólo recorre 25 cm.
- En cada instante la velocidad es menor que en el instante anterior. Para t = 0,1 segundos la velocidad es 3 m/s. Para t = 0,11 segundos, la velocidad es 2,9 m/s
- La distancia recorrida por la pelota dividido por el tiempo empleado no es la velocidad. Esta cuenta nos daría un valor de velocidad pero en un intervalo de tiempo hay infinitos valores de velocidad comprendidos entre 4 m/s y 0.

¿Cómo se comportan la energía cinética y la energía potencial?

Supongamos que la masa de la pelota sea de 200 gramos. Podemos calcular ½ mv^2 y mgh. Para que quede más claro haremos una tabla usando como datos los que figuran en la figura anterior:

tiempo	**altura**	**velocidad**	**U = mgh**	**K =1/2 mv^2**	**E =U +K**
segundos	**metros**	**metros/seg**	**Joule**	**Joule**	**Joule**
0	**0**	**4**	**0**	**1,6**	**1,6**
0,1	**0,35**	**3**	**0,7**	**0,9**	**1,6**
0,2	**0,60**	**2**	**1,2**	**0,4**	**1,6**
0,3	**0,75**	**1**	**1,5**	**0,1**	**1,6**
0,4	**0,80**	**0**	**1,6**	**0**	**1,6**

El trabajo de la fuerza peso

En este ejemplo la única fuerza que actúa y por lo tanto la única que realiza trabajo es el peso. Es decir, “la fuerza de la gravedad”. ¿Cómo podemos calcular el trabajo de dicha fuerza?

Supongamos que queremos calcular el trabajo para el movimiento entre los instantes t_1 = 0,1 s y t_3 = 0,3 s. Para este intervalo de tiempo el cuerpo se mueve desde la posición h1 = 0,35 m hasta la posición h3 = =,75 m. Por lo tanto ha recorrido una distancia de 0,40 m. Si conocemos la fuerza, el peso, la distancia y sabemos que la fuerza es opuesta al desplazamiento podemos calcular el trabajo:

$$W = -F\,d$$
$$W_{Peso} = -P\left(h_3 - h_1\right)$$

Recordemos que la masa de la pelota es de 200 gramos, entonces el peso tiene un módulo de aproximadamente 2 Newton. Esta fuerza multiplicada por la distancia nos da el trabajo: $W_{Peso} = -2\,N\;0,4m = -0,8\,Joule$

Esto es lo mismo que calcular:

$$W_{Peso} = -0,200\,Kg\;10\,\frac{m}{s^2}\left(0,75\,m - 0,35\,m\right)$$

Si reemplazamos cada número utilizado en este cálculo por la letra que lo representa podemos redescubrir la relación entre el trabajo de la fuerza peso y la energía potencial que ya explicamos parcialmente en el ejercicio resuelto de la sección anterior (El trabajo de la fuerza peso y la energía potencial):

$$\boxed{\begin{aligned} &W_{Peso} = -mg(h_3 - h_1) \\ &W_{Peso} = -(mgh_3 - mgh_1) \\ &W_{Peso} = -(U_3 - U_1) \\ &W_{Peso} = -\Delta U \end{aligned}}$$

Este sencillo desarrollo matemático nos permite llegar a la siguiente importante conclusión: El trabajo de la fuerza peso es igual a la variación de la energía potencial cambiada de signo.

Es decir, si la energía potencial aumenta, es decir $\Delta U > 0$ (el cuerpo sube), el trabajo de la fuerza peso es negativo. Si la energía potencial disminuye, es decir Δ **U < 0** (el cuerpo baja), el trabajo de la fuerza peso es positivo.

Veamos si esta propiedad se cumple, utilizando los valores numéricos de nuestra tabla. El trabajo de la fuerza peso entre los instantes indicados anteriormente es:

$$W_{Peso} = -\Delta U$$
$$W_{Peso} = -(U_3 - U_1)$$
$$W_{Peso} = -(1,7\ J - 0,5\ J) = -\ 0,8\ J$$

Pero recordemos que en este ejemplo la única fuerza que actúa es el peso, por lo tanto el trabajo de dicha fuerza es el trabajo total y por lo tanto debe ser igual a la variación de la energía cinética. Nuevamente usaremos los datos de la tabla para verificar ahora el teorema del trabajo y de la energía cinética.

$$W_{total} = \Delta K$$
$$W_{peso} = K_3 - K_1$$
$$W_{peso} = 0,1 J - 0,9\ J = -0,8\ J$$

Aplicando la propiedad transitiva de la igualdad, los cálculos anteriores nos permiten llegar a la siguiente conclusión:

Si la única fuerza que realiza trabajo es el peso, entonces, la variación de la energía cinética es igual a la variación de la energía potencial cambiada de signo.

En nuestro ejemplo la disminución de la energía cinética es igual al a aumento de la energía potencial. Veamos esto con ecuaciones:

$$W_{Peso} = -\Delta U \qquad W_{Peso} = -(U_3 - U_1)$$
$$W_{total} = \Delta K \qquad W_{peso} = K_3 - K_1$$
$$K_3 - K_1 = -(U_3 - U_1)$$

Con números: $0,1 J - 0,9\ J = -(1,7\ J - 0,5\ J)$

Mientras la energía cinética disminuye desde el valor 0,9 J hasta 0,1 Joule, la potencial aumenta desde 0,5 J hasta 1,7 J. Ambas varían 0,8 J. Una aumenta, la otra disminuye.. De esta manera se verifica la ley de conservación de la energía mecánica:

Si las únicas fuerzas que realizan trabajo sobre un sistema son fuerzas conservativas, entonces la energía mecánica de dicho sistema se conserva. Es decir la suma de la energía cinética y de la energía potencial permanece constante. Si una de ellas disminuye la otra debe aumentar en la misma cantidad.

$$\boxed{E = K + U = \text{constante}}$$

PREGUNTAS, EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS

4.1 En una fábrica se necesita una grúa para elevar cajas de 2500 kilogramos hasta 12 metros de altura. Esta tarea se debe realizar por lo menos 9 veces por hora. Para dicha grúa se dispone de cuatro motores. ¿Cuál se debe elegir?

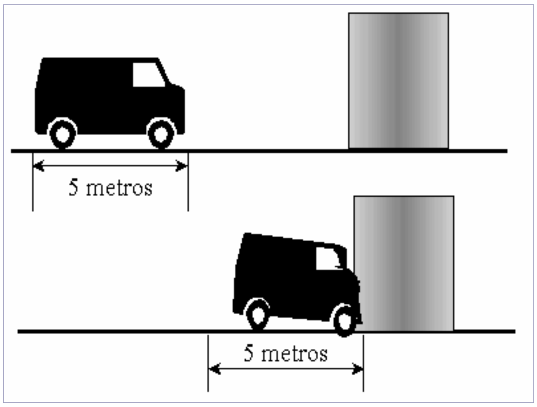
	Potencia	Fuerza máxima	¿Sí o No?
MOTOR A	1 H.P	30000 N	
MOTOR B	1,1 H.P	20000 N	
MOTOR C	1,2 H.P	30000 N	
MOTOR D	1,3 H.P	25000 N	

a) Para el motor que Sí se puede utilizar explicar claramente los criterios de su elección.

b) Para por lo menos uno de los motores descartados explicar detalladamente por qué no es factible su utilización

Observaciones: 1 H.P = 746 Watt. Fuerza máxima significa la fuerza más intensa que puede realizar el motor al tirar de la caja

4.2 Una camioneta de 2000 kg se está moviendo a 90 km/h cuando choca contra un paredón. Queda detenida y aplastada como se indica en la figura.



a) ¿Cuánto vale el trabajo que el paredón realizó sobre la camioneta?

i) 625000 Joule

ii)˜ 625000 Joule

iii)˜ 8100000 Joule

iv) No se puede calcular porque falta algún dato

b) ¿Cuál es el **orden de magnitud** de la intensidad de la fuerza que la camioneta ejerció sobre el paredón?:

i) 10^4N   ii) 10^5 N   iii) 10^6 N   iv) 10^7 N

c) ¿Qué información incluida en el dibujo resulta útil para responder esta pregunta?

4.3 Un auto de 900 kg parte del reposo y alcanza una velocidad de 126 km/h en 15 segundos.

a) Calcular la potencia empleada en esos 15 segundos.

b) ¿Cuánto tardará en aumentar la velocidad desde 126 km/h hasta 144 km/h utilizando la misma potencia calculada en (a)?

4.4 Si un proyectil moviéndose a una velocidad **v = 500 m/s** tiene cierta energía cinética. ¿A qué velocidad, <u>aproximadamente</u>, deberá moverse para que su energía cinética sea, <u>aproximadamente</u>, el doble? a) 1000 m/s b) 750 m/s c) 707 m/s d) 1999 m/s

4.5 El motor de un automóvil está desarrollando una potencia de 67 H.P cuando se está moviendo a 90 km/h.

a) ¿Cuánto vale la fuerza, en Newton, que impulsa al auto?

b) Si tanto la fuerza que impulsa al auto como la velocidad se incrementan en un 50%, ¿Qué potencia, en H.P. , debe desarrollar el motor en estas condiciones?

4.6 Una pelota de goma se deja caer desde 95 cm de altura. Rebota en el piso y sube hasta 70 cm de altura. **a)** ¿Cuál es su velocidad cuando **<u>está a 50 cm de altura</u>** y está cayendo? **b)** ¿Cuál es su velocidad cuando **<u>está a 50 cm de altura</u>** y está subiendo?

4.7 Una empresa fabrica dos tipos de termotanques. El termotanque E funciona con electricidad y tiene una potencia de 1500 W. El termotanque G funciona a gas y tiene una potencia de 1290 Kcal/h. Ambos tienen una capacidad de 65 litros.

a) ¿Cuánto tarda cada uno en calentar esa cantidad de agua desde 10ºC hasta 30ºC?

b) Si los dos termotanques se utilizan todos los días para calentar 260 litros de agua desde 10ºC hasta 30ºC, ¿cuál es el consumo de energía durante un mes(30 días) para cada termotanque? Expresar el resultado en kwh

1 kcal = 4186 J

1 kwh = 3 600 000 J

RESPUESTAS

4.1

	Potencia	Fuerza máxima	¿Sí o No?
MOTOR A	1 H.P	30000 N	No
MOTOR B	1,1 H.P	20000 N	No
MOTOR C	1,2 H.P	30000 N	Sí
MOTOR D	1,3 H.P	25000 N	No

a) Motor C: Puede realizar una fuerza superior a 25000 N (peso de las cajas). Puede realizar el trabajo, 300000 Joule, en aproximadamente 5 minutos que es un tiempo menor a los 6 min 40 seg (Es decir, la novena parte de una hora)

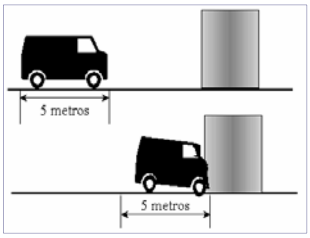
b) Motor A: Su potencia no es suficiente. Tardaría en elevar las cajas un poco más de 6 min 40 seg

Motor B. No es capaz de realizar una fuerza superior al peso de las cajas. No las podría ni siquiera poner en movimiento.

Motor D. Tiene potencia suficiente y la fuerza que es capaz de realizar podría elevar las cajas con velocidad constante pero no podría ponerlas en movimiento porque para ello se requiere que F > P

4.2

a) ii) -625000 Joule



b) La “distancia” recorrida por la camioneta durante el choque debe ser menor a 5 metros... iii) 10^6 N

Si la fuerza fuera de) 10^6 N la camioneta quedaría “abollada” menos de 1 metro.

c) ¿Qué información incluida en el dibujo resulta útil para responder esta pregunta? La longitud de la camioneta

4.3

a) 36750 Watt = 49,3 H.P. b) Aproximadamente 4,6 segundos

4.4

c) 707 m/s

4.5

a) 1790, 4 Newton b) 150, 75 H.P.

4.6

a) 3 m/s b) 2 m/s

4.7

a) Aproximadamente 1 hora b) 180 kwh

FÍSICA

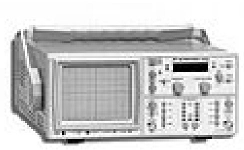
CAPÍTULO 5

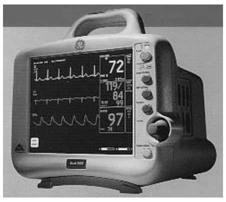
FENÓMENOS ELÉCTRICOS Y
MAGNÉTICOS

EL OSCILOSCOPIO, LA TV, LOS MONITORES...

Las pantallas tradicionales de televisión, tanto como lo monitores de computadores son una parte de una pieza más compleja denominada popularmente "tubo". Dicho tubo es un recipiente de vidrio herméticamente cerrado en cuyo interior se ha hecho vacío. La imagen que vemos en la pantalla está formada por el continuo choque de electrones que son disparados desde un cátodo en la parte posterior del tubo.

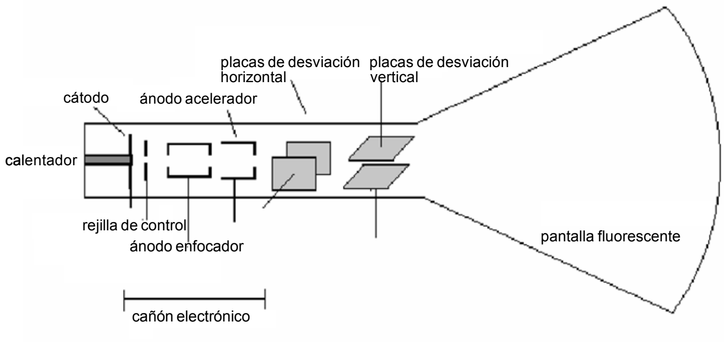
Muchas décadas antes de que se inventara la televisión, fue inventado el tubo de rayos catódicos por el científico alemán Karl Ferdinand Braun. En 1897 desarrolló el primer osciloscopio al adaptar un tubo de rayos catódicos de manera que el chorro de electrones del tubo se dirigiera hacia una pantalla fluorescente por medio de campos magnéticos generados por la corriente alterna.





El osciloscopio es un instrumento habitual en cualquier laboratorio de electrónica y es la base del funcionamiento de los monitores de signos vitales (Fig. 2) que a través de ciertas curvas visualizadas en una pantalla permiten que personal idóneo controle la presión, el ritmo cardíaco y otros parámetros de un paciente bajo observación médica.

Podemos ver el esquema de un corte transversal de un tubo de rayos catódicos. Desde el cátodo salen electrones que son acelerados por el campo eléctrico originado por una diferencia de potencial ("voltaje") aplicado entre el ánodo y el cátodo. Estos electrones constituyen un chorro que puede ser desviado tanto horizontalmente como verticalmente utilizando campos eléctricos o campos magnéticos y por lo tanto los electrones pueden impactar en cualquier punto de la pantalla fluorescente.



Hemos comenzado este capítulo sobre fenómenos eléctricos y magnéticos con una somera descripción de un dispositivo que se inventó en 1897 y que el desarrollo de la tecnología ha incorporado actualmente a nuestra vida cotidiana.

Pero esto no significa que la explicación anterior sea suficiente para comprender su funcionamiento. Por el contrario, en la explicación hemos utilizado una serie de conceptos que es probable que no comprendamos. La descripción se ha desarrollado para que genere interrogantes más que respuestas

Algunas preguntas

- ¿Qué es un electrón?
- ¿Por qué el tubo se denomina de rayos catódicos y no tubo de “chorro de electrones”?
- ¿Qué es un campo eléctrico?
- ¿Qué es un campo magnético?
- ¿Qué significa diferencia de potencial o “voltaje”?
- ¿Por qué un campo eléctrico puede acelerar a un electrón?
- ¿Por qué se puede hacer que un electrón se desvíe de su trayectoria rectilínea por medio de un campo eléctrico o de un campo magnético?

Algunas respuestas

Un electrón es una partícula con carga negativa que forma parte de los átomos. La existencia de los electrones fue descubierta después de la invención del tubo de rayos catódicos. Más precisamente: el estudio de los rayos catódicos condujo al descubrimiento de que debían estar formados por partículas con carga eléctrica negativa. Es decir, el nombre rayos catódicos fue una manera que eligieron los científicos de fines del siglo diecinueve para designar a un fenómeno que todavía no sabían cómo estaba constituido.

Los campos eléctricos y magnéticos son magnitudes físicas de carácter vectorial que se utilizan para describir las interacciones (fuerzas) entre cargas eléctricas.

Los conceptos mencionados: carga eléctrica, campo eléctrico, campo magnético y otros son el objeto de este capítulo. Comenzaremos por el átomo y la carga eléctrica.

EL ÁTOMO

En la actualidad sabemos que toda la materia que existe en el universo está constituida por átomos que tienen un núcleo formado por dos tipos de partículas: los protones con carga eléctrica positiva y los neutrones. Además todo átomo tiene fuera del núcleo una cantidad de electrones igual a la cantidad de protones.

Utilizando un modelo muy simplificado, podemos suponer que un átomo es una esfera de, aproximadamente, 10^{-10} metros de diámetro. Esto quiere decir que colocando a lo largo de una línea, aproximadamente, 10^{10} átomos uno junto a otro se alcanza 1 metro de longitud.

Preguntas propuestas

1) ¿Cuántos átomos hay en una línea de 1 milímetro de longitud?

2) Una hoja de papel tiene un espesor de aproximadamente 0,1 milímetros (1 décima de milímetro). ¿Cuántos átomos hay en esa longitud?

Respuestas:

1) El diámetro de un átomo es del orden de 1×10^{-10} metros y un milímetro es la milésima parte de 1 metro. Entonces el diámetro "entra" en 0,001 metros tantas veces como:

$$\frac{1 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-10}} = 1 \times 10^{7} = 10 \text{ millones}$$

2) Un millón, aproximadamente

El núcleo atómico ocupa un espacio muy pequeño comparado con el volumen total del átomo. Si lo consideramos de forma esférica su diámetro es del orden de 10^{-14} metros. Es decir, ¡el diámetro del núcleo es aproximadamente 10 000 veces menor que el diámetro de todo el átomo!. Entonces, el volumen del núcleo atómico es, aproximadamente, billonésima parte del volumen total del átomo. La mayor parte del volumen de un átomo está vacía. En este enorme espacio, comparado con el ocupado por el núcleo se mueven los electrones.

Un modelo muy simple que nos ayuda a formarnos una imagen del átomo fue formulado por Niels Bohr en 1911. En este modelo se consideraba que los electrones se movían en órbitas alrededor del núcleo en forma análoga a como lo hacen los planetas alrededor del Sol.

La explicación de dicho movimiento era similar a la formulada por la teoría de la Gravitación universal, que estudiamos en el capítulo 3. Sólo que la fuerza de interacción entre los electrones (planetas) y el núcleo (Sol) no corresponde a la ley de Gravitación universal de Newton sino a la ley de la interacciones entre cargas eléctricas. Dicha Ley se denomina ley de Coulomb en honor a Charles Coulomb que la formuló en 1878.

Las dos leyes comparten las siguientes características comunes:

- La fuerza es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia de separación entre las partículas.
- La fuerza es una acción a distancia. No se requiere que exista un medio material que transmita la interacción.
- La fuerza (magnitud vectorial) actúa en la dirección de la recta que une las partículas.

Preguntas propuestas

3) Supongamos que el núcleo de un átomo tuviera el tamaño de una pelota de fútbol (diámetro = 22 cm). ¿Cuál sería el diámetro aproximado de todo el átomo, 22 metros, 220 metros o 2,2 kilómetros?

4) Anteriormente afirmamos que si el diámetro del núcleo es diez mil veces menor que el de todo el átomo, entonces el volumen del núcleo es la billonésima parte del volumen total del átomo. ¿Cómo se puede demostrar la veracidad de esta afirmación? Si suponemos que tanto el núcleo como el átomo tienen forma cúbica y los datos que se refieren al diámetro ahora se refieren al lado, ¿sigue siendo cierta la afirmación?

Respuestas:

3) Ayuda: El diámetro de todo el átomo es aproximadamente diez mil veces mayor que el diámetro del núcleo. ¿Cuánto es 10 000 veces 22 centímetros?

4) Ayuda: El volumen de una esfera en función de su diámetro es: $V = \frac{\pi}{6} D^3$

El volumen de un cubo en función de la longitud del lado es: $V = L^3$

En ambos casos el volumen es proporcional al cubo de una dimensión lineal (longitud)

LEY DE COULOMB

El científico francés Charles Coulomb formuló en 1878 la ley que lleva su nombre. Coulomb investigó la magnitud de la fuerza de interacción entre pequeñas esferas cargadas eléctricamente. En aquella época nada se sabía acerca de la constitución interna de los átomos y para la mayoría de los científicos la existencia de los mismos era sólo una hipótesis. Pero lo que sí se conocía era que en condiciones especiales ciertos cuerpos experimentaban fuerzas de atracción o de repulsión sin necesidad de estar en contacto. Las otras fuerzas de ese tipo que se conocían eran la gravedad que siempre es atractiva, y las fuerzas entre imanes. Pero éstas últimas sólo se ponían de manifiesto entre cuerpos de ciertos materiales especiales, fundamentalmente hierro y otros minerales que contenían hierro (magnetita).

Las fuerzas eléctricas se producían entre cuerpos de una gran diversidad de materiales. En la época de Coulomb, la investigación acerca de este tipo de fuerzas había conducido a los científicos a la elaboración de una sencilla e ingenua[22] teoría que se basaba fundamentalmente en los siguientes ideas fundamentales[23] :

- Existen dos tipos de carga eléctrica: la positiva y la negativa.
- Las cargas eléctricas del mismo signo se repelen, y las cargas de signos opuestos se atraen.
- La carga eléctrica no puede ser creada ni destruida. Sólo es posible transferirla de un cuerpo a otro. Esta idea se conoce como Principio de conservación de la carga eléctrica y su enunciado formal es el siguiente: En un sistema eléctricamente aislado, la suma algebraica de las cargas eléctricas positivas y negativas es constante.

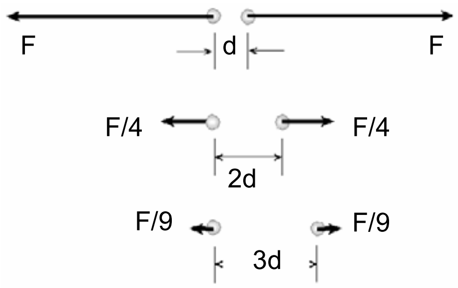
[22] Einstein, Infeld: “La Física, aventura del pensamiento”. Losada. Buenos Aires. 1991. 16ª edición

[23] Rubinstein, Tignalelli: “La energía en los fenómenos físicos”. Estrada. Buenos Aires. 1999.

- Respecto del comportamiento eléctrico existen dos tipos de materiales. Los conductores en los que la carga eléctrica se puede mover con facilidad, puede fluir, es decir trasladarse por todo el material y los aislantes o dieléctricos que se pueden cargar pero la carga queda localizada en cierta región del material. La carga no puede fluir por ellos.

Este era el estado del conocimiento teórico acerca de la electricidad en la segunda mitad del siglo dieciocho. Debemos aclarar también que las cargas eléctricas, tanto al positiva como la negativa eran consideradas como cierta clase fluidos.

¿Qué agregó Coulomb a todo este conocimiento? Él descubrió que la fuerzas eléctricas tanto de atracción como de repulsión son inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia que separa a los cuerpos cargados, si estos son esféricos o de pequeñas dimensiones comparados con la distancia que los separa. Además la dirección de dicha fuerza coincide con la de la recta que une a ambos cuerpos.



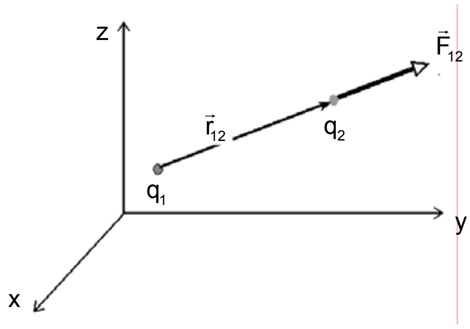
Podemos apreciar en la figura, un esquema con tres situaciones distintas con la misma pareja de cargas. En el primer caso las cargas están separadas cierta distancia **d** y se repelen con una fuerza de intensidad **F**. Cuando las mismas cargas están separadas el doble de, distancia, la fuerza se reduce a la cuarta parte. Si las mismas cargas se separan a una distancia **3d** entonces ahora la fuerza es **F/9**.

Además, la ley de Coulomb, determina una manera de definir cuantitativamente el concepto de carga eléctrica. Suponiendo que los dos cuerpos tengan la misma carga, midiendo la distancia entre ellos y la fuerza con que se repelen se puede definir la carga eléctrica en función de estas dos magnitudes conocidas.

Vamos a plantear ahora la expresión matemática de la ley de Coulomb que incluye todos los aspectos mencionados hasta ahora:

$$\vec{F}_{12} = k\,\frac{q_1\,q_2}{r_{12}^2}\,\breve{r}_{12}$$

En esta fórmula q_1 y q_2 son los valores de las cargas de los dos cuerpos que interactúan eléctricamente. La distancia de separación entre ellos se ha designado como r_{12}. $\vec{F}_{12}$ es la fuerza (magnitud vectorial) que la carga q_1 ejerce sobre la carga q_2. Esta fuerza tiene la dirección y el sentido representada por el versor (vector unitario) $\breve{r}_{12}$.



Estas magnitudes, incluidas en la fórmula de la ley de Coulomb, se muestran en la figura.

¿Qué significa la k que está multiplicando el segundo miembro de la igualdad?

Si se eligen las unidades en que se deben expresar la distancia de separación entre las cargas y la fuerza entre ellas, se puede definir la unidad de carga eléctrica de manera que k = 1. Pero en el sistema internacional de unidades la unidad de fuerza debe ser el Newton y el metro como unidad de distancia. También se elige como unidad de carga el Coulomb y por lo tanto experimentalmente se determina que k debe valer:

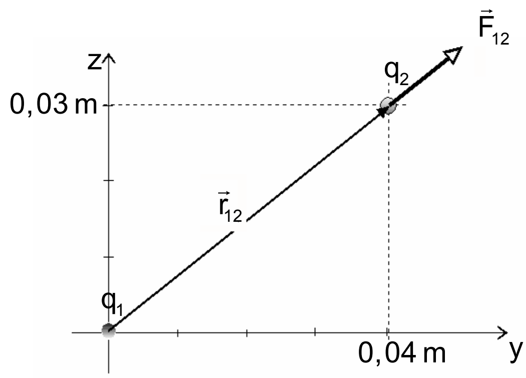
$$9 \times 10^9 \frac{\text{Newton metro}^2}{\text{Coulomb}^2}$$

Ejercicio resuelto

¿Cómo se calcula la fuerza entre dos cargas utilizando la ley de Coulomb?

Supongamos que una pequeña esfera está ubicada en el origen de coordenadas y su carga es $q_1 = 3\times10^{-6}$ C. Otra pequeña esfera está ubicada en la posición (0; 4 cm; 3 cm) y su carga es $q_2 = 7{,}2\times10^{-6}$ C. Determinar la fuerza que q_1 ejerce sobre q_2

Comenzamos por hacer un buen esquema que represente a la situación que se describe en el enunciado.



Debemos tener en cuenta que la fuerza es una magnitud vectorial y por lo tanto tenemos que determinar su módulo, dirección y sentido. Para realizar el cálculo completo necesitamos expresar el versor que figura en la ley de Coulomb en función de sus componentes cartesianas.

$$\breve{r}_{12} = \frac{\vec{r}_{12}}{\left|\vec{r}_{12}\right|} = \frac{0{,}04\text{m}\,\breve{j} + 0{,}03\text{m}\,\breve{k}}{\sqrt{(0{,}04\text{m})^2 + (0{,}03\text{m})^2}}$$

$$\breve{r}_{12} = 0{,}8\,\breve{j} + 0{,}6\,\breve{k}$$

Recordemos que un versor es un vector unitario que permite definir una dirección y un sentido. Para ello debe cumplir las siguientes propiedades: a) Su módulo debe ser 1 b) No debe tener unidades.

En nuestro caso debe tener la dirección determinada por la recta que pasa por las posiciones ocupadas por ambas cargas. Su sentido debe estar orientado desde el origen (desde q_1) hacia el punto (0; 4 cm; 3 cm) que es la posición de q_2.

Ya estamos en condiciones de aplicar la fórmula correspondiente a la ley de Coulomb:

$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\,\hat{r}_{12}$$

$$\vec{F}_{12} = 9 \times 10^9\,\frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}\,\frac{5 \times 10^{-6}\,\text{C} \times 7{,}2 \times 10^{-6}\,\text{C}}{\left(0{,}04\text{m}\right)^2 + \left(0{,}03\text{m}\right)^2}\left(0{,}8\,\breve{j} + 0{,}6\breve{k}\right)$$

$$\vec{F}_{12} = 129{,}6\text{N}\left(0{,}8\,\breve{j} + 0{,}6\breve{k}\right)$$

$$\vec{F}_{12} = 103{,}68\text{N}\,\breve{j} + 77{,}76\text{N}\breve{k}$$

Este resultado se puede interpretar de dos maneras equivalentes:

La fuerza que q_1 ejerce sobre q_2 tiene dos componentes: Una componente horizontal (paralela al eje **y**) cuyo valor es de 103,68 N y una componente vertical (paralela al eje **z**) cuyo valor es de 77,76 N.

La fuerza que q_1 ejerce sobre q_2 tiene una intensidad (módulo) igual a 129,6 N y una dirección y sentido determinada por el versor $0{,}8\breve{j} + 0{,}6\breve{k}$. Esto es lo mismo que decir que la dirección de dicha fuerza forma con el eje **y** un ángulo determinado por $\beta = \text{arctg}\,\frac{0{,}6}{0{,}8}$.

Es decir $\beta \approx 36^{\text{o}}\ 50'$

Preguntas propuestas

5) Continuando con el ejercicio explicado anteriormente, calcular la fuerza que la carga q_2 ejerce sobre la carga q_1. ¿Qué principio fundamental de la dinámica se verifica?

6) Supongamos que la carga q_1 permanece en el origen, pero que la carga q_2 se va ubicando cada vez a mayor distancia de origen. Calcular el módulo (intensidad) de la fuerza que q_1 ejerce sobre q_2 si la distancia que las separa es 10 cm, 15 cm, 20 cm y 50 cm. Realizar un gráfico que represente el módulo de la fuerza en función de la distancia de separación entre las cargas

Respuestas

5) $\vec{F}_{12} = -103,68N\breve{j} - 77,76N\breve{k}$

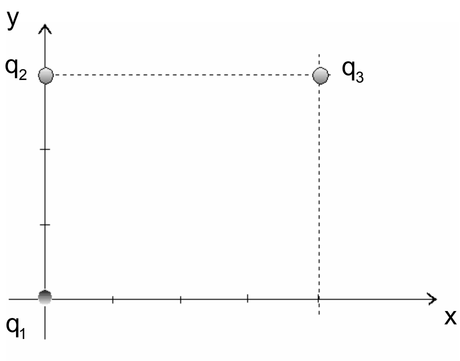
Se verifica la tercera ley de Newton (Principio de acción y reacción)

6) Ayuda: En la siguiente tabla figuran algunas de los valores del módulo de la fuerza:

Distancia	Módulo de la Fuerza
5 cm	129, 6 N
10 cm	
15 cm	14,4 N
20 cm	8,1 N
50 cm	

Ejercicios propuestos

1) En la figura se representa un sistema de tres cargas eléctricas puntuales. Determinar la fuerza electrostática total sobre cada una de las cargas ejercida por las otras dos.

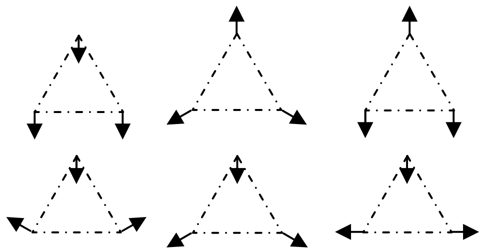


Datos: $q_1 = 1\ \mu C$ en (0; 0)

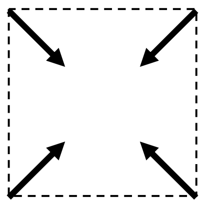
$q_2 = {}^{-}2\ \mu C$ en (0; 0,3 m)

$q_3 = 3\ \mu C$ en (0,4 m; 0,3 m)

2) Tres cargas eléctricas de igual valor se distribuyen en el espacio formando un triángulo equilátero Dos de ellas son de igual signo y la tercera no. ¿Cuál de los siguientes gráficos puede representar la dirección y el sentido de la fuerza resultante sobre cada carga?



3) Cuatro cargas eléctricas de igual valor se distribuyen en el espacio formando un cuadrado como muestra la figura Las flechas representan la fuerza electrostática resultante sobre cada carga. Se puede afirmar entonces que:



a) Las cuatro cargas son positivas

b) Las cuatro cargas son negativas

c) Las dos cargas superiores son positivas y las dos inferiores son negativas

d) No es posible conseguir lo que afirma el enunciado

e) Las cargas del lado derecho son positivas y las del lado izquierdo negativas

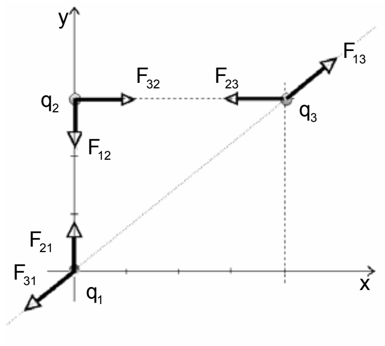
f) Las cargas ubicadas en los extremos de una diagonal son positivas y las restantes negativas

4) Dos cargas Q_1 = 8 mC y Q_2 = $^-$2 mC están separadas por una distancia D = 1 metro. ¿En qué posición hay que ubicar una tercera carga $\mathbf{q_3}$ para que la fuerza electrostática sobre ella sea nula?

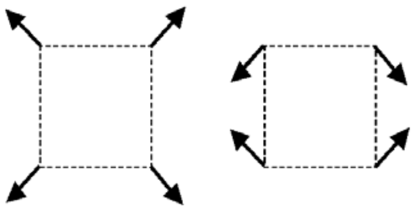
Respuestas:

1)

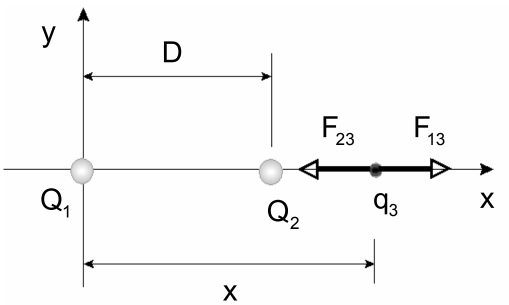
- 1 μC = 1x10^{-6} C
- Realizar un esquema que represente las fuerzas sobre cada carga.
- Calcular la fuerza que q_1 ejerce sobre q_3 y la fuerza que q_2 ejerce sobre q_3.
- Sumar vectorialmente ambas fuerzas.
- Repetir para las otras cargas.



3) Ayuda: Si las cuatro cargas tuvieran igual signo, se repelerían entre sí. El esquema de fuerzas en este caso sería el indicado en la figura de la izquierda. Por lo tanto las opciones **a** y **b** **<u>no</u>** son correctas. Si las dos cargas superiores tuvieran igual signo y las dos de abajo fueran de signo opuesto a las de arriba, el esquema de fuerzas que corresponde es el de la derecha. Entonces, la opción **<u>c</u>** también es incorrecta.



4) Planteo. En primer lugar elegimos un sistema de referencia y en él ubicamos a las cargas y representamos las fuerzas que actúan sobre **q₃**.



Debemos determinar la posición **x** en la que se debe colocar a **q_3** para que sobre ella se verifique:

$\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 0$

En el esquema hemos supuesto que **q_3** es positiva. De esta manera Q_1 y **q_3** se repelen y Q_2 (negativa) y **q_3** se atraen.

Utilizando la Ley de Coulomb la condición de fuerza nula sobre **q_3** queda expresada de la siguiente manera: $k\dfrac{Q_1 q_3}{x^2}\,\breve{i} + k\dfrac{Q_2 q_3}{(x-D)^2}\,\breve{i} = 0$

Reordenando y simplificando se llega a la siguiente expresión: $\dfrac{Q_1}{x^2} = -\dfrac{Q_2}{(x-D)^2}$

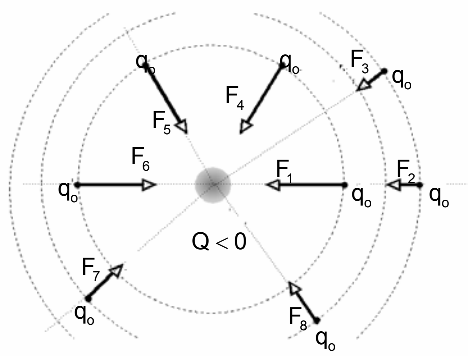
EL CAMPO ELÉCTRICO

El campo eléctrico es una magnitud vectorial que se utiliza para la descripción matemática de las interacciones eléctricas. La fuerza dada por la ley de Coulomb nos proporciona el módulo, la dirección y el sentido de dichas interacciones. ¿Por qué es necesario definir una nueva magnitud, el campo eléctrico, que aparentemente cumple la misma función que el concepto de fuerza?

En primer lugar debemos destacar que la fuerza electrostática entre cuerpos cargados es una interacción a distancia. Esto quiere decir que este tipo de fuerza no requiere que haya contacto entre los cuerpos cargados que se atraen o se repelen y que tampoco es necesario que exista un vínculo material entre ellos. La fuerza gravitatoria, que vimos en el capítulo 3, también es una interacción a distancia. Por ello también existe el concepto de campo gravitatorio.

Vamos a definir el campo eléctrico utilizando como ejemplo un caso particular: El campo eléctrico originado por una carga puntual. Supongamos que en algún punto del espacio hay una pequeña esfera cargada. Elegimos el caso en que su carga Q es negativa.

En algún otro punto del espacio colocamos otra carga $\mathbf{q_o}$, que denominaremos carga de prueba o carga exploradora, en este caso de signo positivo. Estas dos cargas se atraen y por lo tanto existe una fuerza que Q ejerce sobre la carga de prueba $\mathbf{q_o}$ y también existe otra fuerza[24], de igual módulo, de igual dirección y sentido opuesto, que la carga de prueba ejerce sobre Q.



A partir de ahora concentraremos nuestra atención sólo en la primera de estas fuerzas. Se entiende que esta fuerza tiene dirección radial, si tomamos como centro a la carga Q, y su sentido apunta hacia Q, por ser ésta negativa. El módulo de dicha fuerza es inversamente proporcional a la distancia entre Q y el punto donde ubiquemos a la carga de prueba. En la figura 10 se muestran los vectores que representas a dichas fuerzas para distintas posiciones de la

[24] Principio de acción y reacción: 3ª ley de Newton

carga de prueba indicada con • ,mientras que la carga Q, productora del campo está representada con una esfera gris sombreada. Observemos que para iguales distancias el módulo de la fuerza es la misma. Es decir:

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_4| = |\vec{F}_5| = |\vec{F}_6|$$
$$|\vec{F}_2| = |\vec{F}_3|$$
$$|\vec{F}_7| = |\vec{F}_8|$$

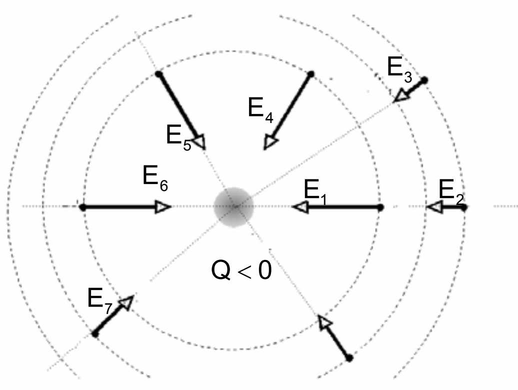
Vamos a definir ahora el campo eléctrico. Esta magnitud es vectorial de igual dirección y sentido que la fuerza que actúa sobre la carga de prueba y cuyo módulo es igual al cociente entre el módulo de la fuerza y el valor de la carga de prueba. En símbolos:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_o}$$

Prestemos atención a lo siguiente. El campo eléctrico $\vec{E}$ se define como el cociente entre una magnitud vectorial y una magnitud escalar, entonces la dirección del vector $\vec{E}$ es la misma que la del vector $\vec{F}$. Pero como, por convención se adopta que la carga de prueba sea siempre positiva, el sentido del vector $\vec{E}$ también será el mismo que el sentido del vector $\vec{F}$. El módulo de $\vec{E}$ será el cociente entre el módulo de $\vec{F}$ y el valor de la carga de prueba $\mathbf{q_o}$. Es decir:

$$|\vec{E}| = \frac{|\vec{F}|}{q_o}$$

Entonces el campo eléctrico es una magnitud que resulta <u>independiente</u> del valor de la carga de prueba. El campo será función del valor de la carga productora del campo Q y de las coordenadas del punto del espacio. A la posición donde está ubicada la carga productora Q se la denomina "punto fuente". A todo punto del espacio donde exista $\vec{E}$, <u>independientemente</u> de la presencia en ese lugar de una carga de prueba, se lo denomina "punto campo".



Si quitamos la carga de prueba de todas las posiciones indicadas en la figura anterior, la carga Q ya no puede estar ejerciendo ninguna fuerza, pero sin embargo produce (o provoca) en cada uno de los puntos del espacio la existencia de una magnitud física llamada campo eléctrico que se representa en la figura.

Esta figura y la figura anterior son muy parecidas. Pero antes había en ciertos puntos cargas de prueba y sobre estas cargas actuaban fuerzas. Ahora las cargas de prueba ya no están y el esquema no muestra ninguna fuerza.

Preguntas y ejercicios propuestos

1) Supongamos que la carga productora de campo sea Q = $^{-}8$ mC y esté ubicada en el origen de coordenadas. Ubicamos en A(2 cm; 0 ; 0) una carga de prueba $\mathbf{q_o}$ = 2 nC. Calcular la fuerza que Q ejerce sobre la prueba $\mathbf{q_o}$. Repetir el cálculo pero con la carga de prueba ubicada en las siguientes posiciones B(3 cm; 0; 0) y C^{-}(2 cm; 0; 0). Realizar un esquema representando los vectores a escala.

2) Con los mismos datos del ejercicio anterior, calcular el campo eléctrico que la carga Q produce en A, en B y en C. ¿En qué unidades quedan expresados los valores del campo eléctrico?

3) Repetir los ejercicios 1 y 2 cambiando el valor de la carga de prueba. Utilizar $\mathbf{q_o}$ = 4 pC

4) Dos estudiantes, Matías y Florencia, que han estudiado el texto El campo eléctrico mantienen el siguiente diálogo:

M: Es evidente que el campo eléctrico es inversamente proporcional a la carga de prueba ya que está en el denominador de la fórmula.
F: Sin embargo, en el texto dice claramente que el valor del campo eléctrico no depende del valor de la carga de prueba.
M: No puede ser. Leíste mal. La fórmula está muy clara $\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_o}}$

F: Yo no leí mal. Dice exactamente así: “Entonces el campo eléctrico es una magnitud que resulta independiente del valor de la carga de prueba. El campo será función del valor de la carga productora del campo Q y de las coordenadas del punto del espacio”

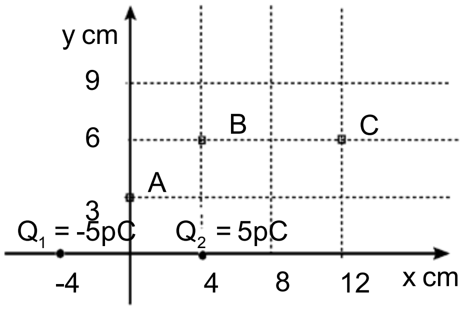
¿Cómo podrías ayudar a Matías y a Florencia a salir de su confusión?

5) Realizar nuevamente los esquemas correspondientes a las figuras realizadas anteriormente, pero para el caso en que la carga productora de campo Q sea positiva.

El campo eléctrico producido por dos cargas o más

Si en un lugar de una sola carga productora de campo tenemos varias, el campo eléctrico en un punto del espacio será la suma vectorial de los campos que cada una de las cargas produce como si la otra no estuviera. Este resultado es otra aplicación del principio de superposición. Lo vamos explicar desarrollando un ejemplo:

Ejercicio resuelto



Dos cargas $Q_1 = {}^{-}5 \times 10^{-12}$C y $Q_2 = 5 \times 10^{-12}$C están fijas separadas por una distancia de 8 centímetros. Determinar el campo eléctrico en los puntos A, B y C

Comenzamos por determinar el campo en el punto B producido por la carga Q_1. Para ello suponemos que en B colocamos una carga de prueba q_o de valor arbitrario y aplicamos la ley de Coulomb:

$$\vec{F}_{1B} = k\frac{Q_1 q_o}{r_{1B}^2}\breve{r}_{1B}$$

Por lo tanto el campo en B, producido por la carga Q_1, lo obtenemos aplicando la definición de campo eléctrico:

$$\vec{E}_{1B} = \frac{\vec{F}_{1B}}{q_o} = k\frac{Q_1}{r_{1B}^2}\breve{r}_{1B}$$

Como ya sabemos el campo en el punto B, producido por la carga Q_1, sólo depende del valor de dicha carga y de las coordenadas del punto B. Su valor es independiente del valor de la carga de prueba. El módulo del vector cuyo origen es la carga y cuyo extremo es el punto B, lo obtenemos aplicando el teorema de Pitágoras:

$$|\vec{r}_{1B}| = \sqrt{(0.08\,\mathrm{m})^2 + (0.06\,\mathrm{m})^2} = 0.10\,\mathrm{m}$$

Expresamos el versor (vector unitario que indica una dirección y un sentido)[25]:

$$\breve{r}_{1B} = \frac{\vec{r}_{1B}}{|\vec{r}_{1B}|} = \frac{0.08\,m\,\breve{i} + 0.06\,m\,\breve{j}}{0.1m} = 0.8\,\breve{i} + 0.6\breve{j}$$

Ya tenemos todos los elementos necesarios para calcular el campo en B, producido por la carga Q_1:

$$\vec{E}_{1B} = k\frac{Q_1}{r_{1B}^2}\breve{r}_{1B} = 9\times10^9\frac{Nm^2}{C^2}\frac{\left(-5\times10^{-12}C\right)}{0.01m^2}(0.8\,\breve{i} + 0.6\,\breve{j})$$
$$\vec{E}_{1B} = -4.5\frac{N}{C}(0.8\,\breve{i} + 0.6\,\breve{j})$$

Este resultado se puede expresar de dos maneras.

- El campo eléctrico que la carga Q_1 produce en el punto B tiene un módulo de 4.5 N/C y forma un ángulo con el eje x aproximadamente igual a –143º o +217º.
- El campo eléctrico que la carga Q_1 produce en el punto B es un vector que tiene una componente en **x** que vale – 3.6 N/C y una componente en **y** que vale –2.7 N/C

Ahora, en forma resumida, repetimos todo el procedimiento para calcular el campo eléctrico que en el punto B produce la carga Q_2.

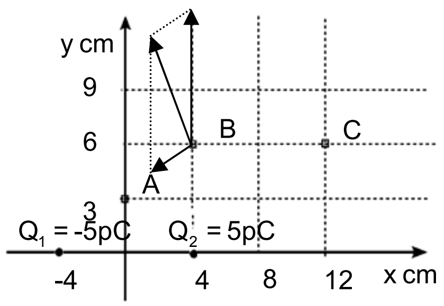
$$\vec{E}_{2B} = k\frac{Q_2}{r_{2B}^2}\breve{r}_{2B}$$
$$\vec{E}_{2B} = 9\times10^9\frac{Nm^2}{C^2}\frac{\left(5\times10^{-12}C\right)}{(0.06\,m)^2}\breve{j}$$
$$\vec{E}_{2B} = 12.5\frac{N}{C}\breve{j}$$

Hemos calculado $\vec{E}_{1B}$, el campo que Q_1 produce en B sin tener en cuenta la presencia de la carga Q_2. Luego calculamos el campo que Q_2 produce en B, $\vec{E}_{2B}$, sin tener en cuenta la presencia de la carga Q_1. El campo eléctrico en B es la **superposición** de estos dos campos. Como se trata de magnitudes vectoriales lo que debemos hacer es la suma vectorial de $\vec{E}_{1B}$ y $\vec{E}_{2B}$:

[25] Cuando se aplica la ley de Coulomb para el cálculo del campo eléctrico, el versor tiene la dirección de la recta que une el "punto fuente" y el "punto campo". El sentido es *desde* el "punto fuente" *hacia* el "punto campo".

$$\vec{E}_{1B} = -4.5\frac{N}{C}(0.8\,\breve{i} + 0.6\,\breve{j}) = -3.6\frac{N}{C}\breve{i} - 2.7\frac{N}{C}\breve{j}$$
$$\vec{E}_{2B} = 12.5\frac{N}{C}\breve{j}$$
$$\vec{E}_{B} = \vec{E}_{1B} + \vec{E}_{2B}$$
$$\vec{E}_{B} = -3.6\frac{N}{C}\breve{i} - 2.7\frac{N}{C}\breve{j} + 12.5\frac{N}{C}\breve{j}$$
$$\vec{E}_{B} = -3.6\frac{N}{C}\breve{i} + 9.8\frac{N}{C}\breve{j}$$

La aplicación del principio de superposición se puede ilustrar gráficamente. Dibujamos el campo en B producido por Q_1 y el campo en B producido por Q_2 y luego realizamos la suma vectorial.

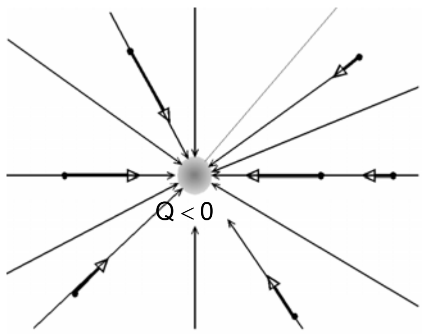


Dejamos como tarea para los estudiantes la determinación del campo eléctrico en los puntos A y C.

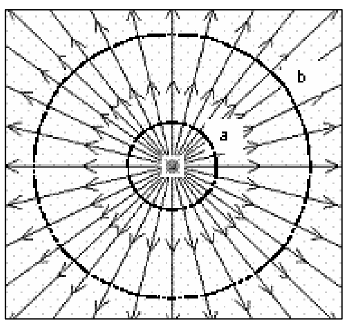
Líneas de campo

Existe una forma muy útil de representación visual del campo eléctrico. Para ello se utilizan las líneas de campo, también llamadas líneas de fuerza.

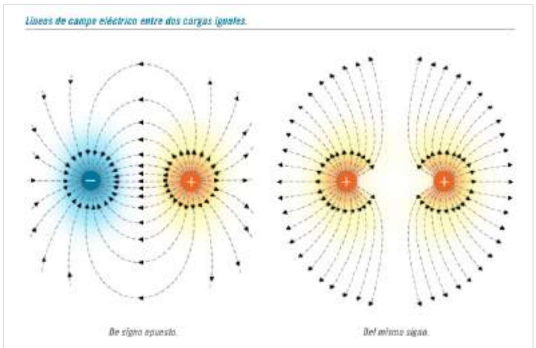
En el caso de una carga negativa puntual el "mapa" de líneas de campo es el que se muestra en la figura. Las líneas de campo son radiales. "Nacen" en el infinito y finalizan sobre la carga negativa. El vector campo eléctrico en cada punto del espacio tiene la misma dirección y sentido que la línea de campo que pasa por dicho punto.



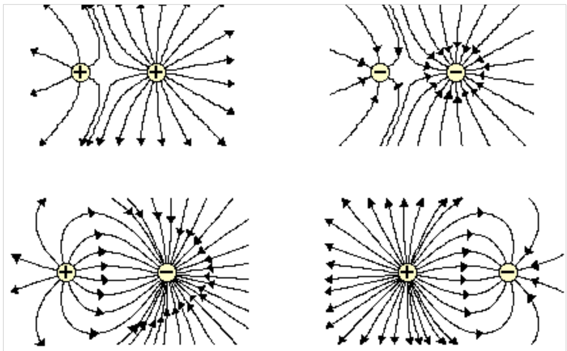
En ésta figura mostramos las líneas de campo para el caso de una carga puntual positiva. El mapa es análogo al que corresponde a una carga puntual negativa, pero en este caso las líneas "nacen" en la carga positiva y no tienen fin. Es decir se dirigen hacia el infinito.



Veamos otros casos más complicados donde las líneas de campo no son rectas.



En la figura de la izquierda podemos observar el caso de dos cargas de igual valor absoluto separadas por una distancia[26].El mapa nos muestra líneas de campo que "salen" de la carga positiva y terminan sobre la carga negativa. En la de la derecha podemos apreciar el mapa de líneas de campo de dos cargas de igual signo.



En ésta figura vemos otros mapas de líneas de campo para conjuntos de dos cargas de distinto valor y/o de distinto signo. Como se puede apreciar estos mapas ya no tienen la simetría de los de la figura anterior.

Hasta aquí hemos mostrado líneas de campo para distintas configuraciones de carga. ¿Qué es lo que nos muestran estas líneas? ¿Por qué también se las denomina líneas de fuerza?[27]

[26] Este caso, que coincide con el del ejemplo explicado de la sección 5.4.1, se denomina ***dipolo eléctrico***

[27] Ver FÍSICA de Tipler, Mosca. Volumen 2 a. Electricidad y magnetismo. Reverté. Barcelona.2005. Páginas 621,622

La propiedad fundamental que define a estas líneas es la siguiente:

El vector campo eléctrico en un punto del espacio tiene siempre dirección <u>tangente</u> a la línea de campo que pasa por dicho punto. El sentido del vector campo eléctrico es el mismo que el de la línea correspondiente.

En base a esta definición se pueden deducir todas las propiedades de las líneas de campo:

- Una línea de campo comienza en una carga positiva o no tiene comienzo (viene desde el infinito). Las cargas positivas son "fuentes" de líneas de campo.
- Una línea de campo termina en una carga negativa o no tiene fin (se dirige hacia el infinito). Las cargas negativas son "sumideros" de líneas de campo.
- Si una carga puntual se coloca en un punto del espacio donde existe campo eléctrico, sobre dicha carga actúa una fuerza que es tangente a la línea de campo. Su sentido coincide con la de la línea si la carga puntual es positiva. El sentido de la fuerza es opuesto al de la línea si la carga es negativa.
- Las líneas de campo son continuas en las regiones donde no hay cargas. Sólo son discontinuas en los puntos donde hay cargas.
- Las líneas de campo no se pueden cruzar.
- La densidad de líneas[28] en una región del espacio es proporcional a la intensidad (módulo) del campo eléctrico en dicha región.

Para aprender más sobre líneas de campo, experimentando en forma virtual, te recomendamos visitar los siguientes sitios:

http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/elecmagnet/campo/intro.htm

http://www.cco.caltech.edu/~phys1/java/phys1/EField/EField.html

http://www.glenbrook.k12.il.us/gbssci/Phys/Class/estatics/estaticstoc.html

[28] Densidad de líneas es número de líneas por unidad de área que atraviesa una superficie transversal a las líneas. Al número de líneas que atraviesa una superficie determinada se lo denomina flujo del campo eléctrico. Entonces el flujo para un área suficientemente pequeña es igual al producto de la densidad de líneas por el área.

Campo eléctrico uniforme

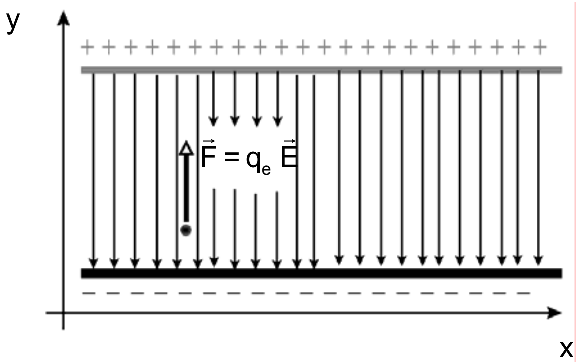
Un caso especial por su sencillez y por sus aplicaciones prácticas es el de un campo eléctrico que tiene el mismo módulo, la misma dirección y el mismo sentido en todos los puntos de una región determinada. En este caso las líneas de campo deben ser paralelas ya que el campo debe tener la misma dirección en todos los puntos. Además deben estar igualmente espaciadas ya que la densidad de líneas debe ser uniforme para representar que el módulo del campo no cambia de un punto a otro.

La realización práctica de un campo con estas características se puede lograr, en forma aproximada, cargando dos superficies planas enfrentadas con cargas iguales y de signo opuesto uniformemente distribuidas.

Si una partícula cargada se encuentra dentro de una región donde hay un campo eléctrico uniforme, experimenta una fuerza que se mantendrá constante mientras la partícula permanezca en dicha región. Si la partícula tiene carga positiva la fuerza sobre ella originada por las placas cargadas tiene la misma dirección y sentido que el campo. Si la carga es negativa la fuerza tendrá sentido opuesto.

En el primer caso el campo tenderá a llevar la partícula hacia la placa negativa. En el segundo caso el campo intentará arrastrar a la partícula hacia la placa positiva.

Movimiento de una partícula en un campo eléctrico uniforme



Estudiaremos el caso en que la partícula está cargada negativamente. Por ejemplo se podría tratar de un electrón. Vamos a suponer que el campo eléctrico es vertical y está producido por dos placas horizontales cargadas. Abajo una placa con carga negativa y arriba una placa con carga positiva. La fuerza sobre el electrón es vertical y su módulo es igual al producto del valor absoluto de la carga del electrón por el módulo del campo eléctrico.

En este ejemplo no tenemos en cuenta a la fuerza peso porque la masa del electrón es tan pequeña que el módulo de la fuerza peso resulta despreciable en comparación con la fuerza electrostática.

Estudiaremos el movimiento del electrón en diferentes casos. Pero lo haremos en forma práctica.

Preguntas y ejercicios propuestos

6) La masa del electrón es $m_e = 9{,}1\text{x}10^{-31}$ kg y su carga e = $^{-}1{,}6\text{x}10^{-19}$ C.Entre las placas el campo eléctrico es $\vec{E} = -5{,}7 \frac{N}{C} \breve{j}$

(i)¿Cuál de las siguientes es la fuerza que el campo eléctrico ejerce sobre el electrón?

- ☐ $\vec{F} = -1.46\,N\ \breve{j}$
- ☐ $\vec{F} = 1.46\,N\ \breve{j}$
- ☐ $\vec{F} = -9.12 \times 10^{-19}\,N\ \breve{j}$
- ☐ $\vec{F} = 9.12 \times 10^{-19}\,N\ \breve{j}$

(ii)¿Cuál de las siguientes fuerzas es el peso del electrón?

- ☐ $\vec{F} = -1.57 \times 10^{-18}\,N\ \breve{j}$
- ☐ $\vec{F} = 8.92\,kg$
- ☐ $\vec{F} = -8.92 \times 10^{-30}\,N\ \breve{j}$
- ☐ $\vec{F} = 8.92 \times 10^{-30}\,N\ \breve{j}$

(iii)¿Con qué aceleración se moverá el electrón?

- ☐ $\vec{a} = 1 \times 10^{12} \frac{m}{s^2}\ \breve{j}$
- ☐ $\vec{a} = -9.8 \frac{m}{s^2}\ \breve{j}$
- ☐ $\vec{a} = 6.3 \times 10^{30} \frac{m}{s^2}\ \breve{j}$
- ☐ $\vec{a} = 5.7 \frac{m}{s^2}\ \breve{j}$

(iv)Si el electrón está inicialmente en reposo, ¿Qué tipo de movimiento tendrá? ¿En qué dirección y sentido?

- Movimiento rectilíneo uniforme. Vertical y hacia arriba
- Movimiento rectilíneo uniformemente variado. Vertical y hacia abajo
- Movimiento rectilíneo uniformemente variado. Vertical y hacia arriba
- Quedará en reposo

(v)Si el electrón está inicialmente en reposo, ¿cuánto tardará en recorrer 1 μm?[29]

- Aproximadamente 1,4 ns (nanosegundos)[30]
- Varios minutos
- Aproximadamente 1 s
- Aproximadamente 1,4 ms(milisegundos)

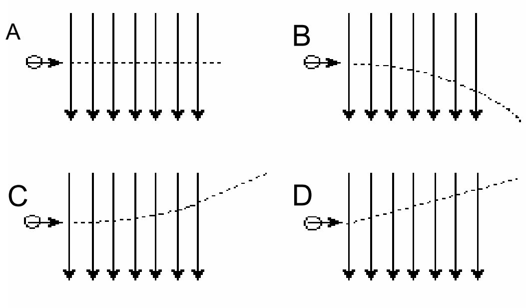
(vi)Si el electrón ingresa a la región entre las placas por la izquierda con una velocidad paralela a las placas de módulo igual a 300000 m/s, ¿Qué tipo de movimiento tendrá mientras esté en el campo eléctrico uniforme?

- Movimiento rectilíneo uniforme. Horizontal y hacia la derecha.
- Movimiento rectilíneo uniformemente variado. Vertical y hacia arriba.
- Movimiento parabólico. Avanzará hacia la derecha mientras se acerca a la placa superior (cargada positivamente)
- Movimiento rectilíneo uniformemente variado. Avanzará hacia la derecha y se irá frenando

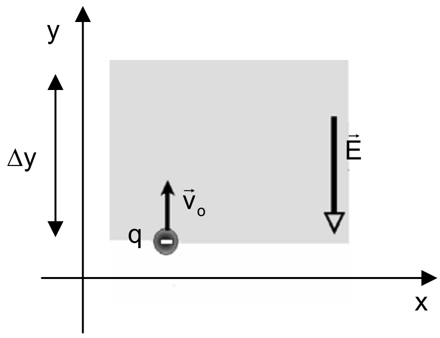
[29] Un micrón o micrómetro es la millonésima parte de 1 metro. Es decir la milésima parte de un milímetro.

[30] 1 ms = 1×10^{-3} segundos   1 µs = 1×10^{-6} segundos   1 ns = 1×10^{-9} segundos   1 ps = 1×10^{-12} segundos

7) En una región donde existe un campo eléctrico uniforme ingresa una partícula cargada. ¿Cuál de las trayectorias indicadas en la figura es la única correcta?¿Cuál es el signo de la carga eléctrica?



8) En la región gris de la figura existe un campo eléctrico uniforme de módulo **E**. Una partícula con carga negativa cuyo valor absoluto es **q** y masa **m** ingresa en dicha región con una velocidad inicial $\mathbf{v_o}$ paralela al eje y.



Demostrar que:

i) la aceleración de la partícula tiene módulo igual $a = \dfrac{qE}{m}$, su dirección es paralela al eje y y su sentido es positivo.

ii) la velocidad final de la partícula al salir de la zona gris es $v_f = \sqrt{v_o^2 + 2a\Delta y}$

iii) el trabajo que el campo eléctrico realiza sobre la partícula es $W = q\,E\,\Delta y$

iv) que el trabajo es igual a la variación de la energía cinética (utilizando los tres resultados anteriores)

Respuestas:

6) (i) $\vec{F} = 9.12 \times 10^{-19} N\ \breve{j}$ (ii) $\vec{F} = -8.92 \times 10^{-30} N\ \breve{j}$ (iii) $\vec{a} = 1 \times 10^{12} \frac{m}{s^2}\ \breve{j}$

(iv) Movimiento rectilíneo uniformemente variado. Vertical y hacia arriba

(v) Aproximadamente 1,4 ns (nanosegundos)[31]

(vi) Movimiento parabólico. Avanzará hacia la derecha mientras se acerca a la placa superior (cargada positivamente)

7).La trayectoria C. La carga es negativa.

8) Ayuda:
Aplicar la 2da ley de Newton y la definición de campo eléctrico.

Aplicar las ecuaciones horarias del MRUV o la ecuación complementaria.

Aplicar la definición de trabajo

ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA

Analizando los resultados del ejercicio podemos ver que la acción del campo eléctrico sobre la partícula cargada le provoca un aumento de su energía cinética. Este aumento de energía cinética es igual al trabajo que ha realizado el campo eléctrico sobre la partícula. Esta situación es análoga a la que sucede cuando un cuerpo se mueve bajo la acción de la fuerza peso (campo gravitatorio).

Recordemos el movimiento de caída libre. Un cuerpo es acelerado por la fuerza peso. Su energía cinética aumenta y la variación de la misma es igual al trabajo que la fuerza de la gravedad ha realizado sobre el cuerpo. Una forma equivalente de describir este fenómeno es la siguiente: Cuando el cuerpo está ubicado a cierta altura sobre un plano de referencia tiene cierta energía potencial. Mientras va cayendo la altura disminuye y por lo tanto "pierde" energía potencial. Es decir, la energía potencial disminuye. Pero la energía mecánica no varía porque esta disminución de la energía potencial es exactamente compensada por e incremento de la energía cinética, ya que durante la caída la velocidad aumenta.

---

[31] 1 ms = 1×10^{-3} segundos 1 μs = 1×10^{-6} segundos 1 ns = 1×10^{-9} segundos 1 ps = 1×10^{-12} segundos

Apliquemos estas ideas al caso de la partícula cargada en el campo eléctrico. Inicialmente la partícula tiene una energía cinética $\frac{1}{2}m v_o^2$. El campo acelera a la partícula y su velocidad aumenta. Cuando sale del la región de campo uniforme su energía cinética ha alcanzado un valor $\frac{1}{2}m v_f^2$. Entonces podemos decir que debe haber algún tipo d energía que ha disminuido para compensar el aumento de energía cinética. Es decir, el incremento de energía cinética es el resultado de una transformación de energía, pero la energía total del sistema ha permanecido invariable.

En consecuencia se puede definir un nuevo tipo de energía. La energía potencial eléctrica. Volviendo a la analogía con el campo gravitatorio podemos admitir que la partícula tiene mayor energía potencial cuando ingresa a la región con campo eléctrico que cuando sale de dicha zona. La disminución de la energía potencial ha sido $-qE\Delta y$.

La diferencia de potencial

A menudo escuchamos que se habla de “voltaje”. Por ejemplo decimos que el “voltaje” o tensión en un tomacorriente es de 220 Volt. Todos sabemos que una pila común, de las que usamos para una linterna o en un walkman, tiene un voltaje de 1,5 Volt. Las baterías de los automóviles tienen un voltaje de 12 Volt.

El campo eléctrico terrestre cerca de la superficie es de aproximadamente 100 Volt/metro. ¿Por qué un campo eléctrico se expresa en Volt sobre metro?[32]

Podemos concluir que existe cierta magnitud física que se mide en Volts y que evidentemente tiene algo que ver con los fenómenos eléctricos. Dicha magnitud se denomina diferencia de potencial y se define de la siguiente manera:

Si una carga de prueba positiva se mueve de un punto a otro en una región donde existe un campo eléctrico, la diferencia de potencial entre esos dos puntos es igual al trabajo, cambiado de signo, que debe realizar una fuerza exterior al campo, dividido por el valor de la carga de prueba.

---

[32] Recordemos que según la definición de campo eléctrico las unidades de esta magnitud deben ser Newton / Coulomb

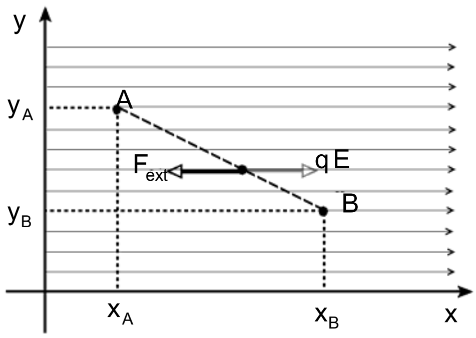
Si A y B son dos puntos dentro de una región donde existe un campo eléctrico, la diferencia de potencial entre dichos puntos es:

$$V_A - V_B = \frac{-W_{ext,AB}}{q_o}$$

Si el trabajo se expresa en Joule y la carga en Coulomb, se define la unidad Volt de la siguiente forma: $1\,V = \frac{1\,J}{C}$

Para comprender esta definición vamos a aplicarla a un ejemplo sencillo en el que el campo eléctrico sea uniforme. Supongamos que en la región y > 0 y x > 0 existe un campo eléctrico $\vec{E} = E_x\,\breve{i}$.

Si colocamos una carga de prueba en el punto B de coordenadas $\mathbf{x_B}$ e $\mathbf{y_B}$ y queremos desplazarla hasta el punto A de coordenadas $\mathbf{x_A}$ e $\mathbf{y_A}$ es necesario aplicar una fuerza porque si no el campo eléctrico aplica una fuerza sobre la carga que la alejaría del punto B hacia la derecha. La fuerza exterior al campo que se debe aplicar puede ser de igual módulo y de sentido opuesto a la fuerza electrostática. De esta manera la partícula se desplaza de B hacia A con movimiento uniforme. No es necesario que sea así pero lo resolveremos de esa manera para mayor sencillez.



Por definición el trabajo es el producto escalar de la fuerza por el desplazamiento. Ambas magnitudes vectoriales multiplicadas escalarmente dan como resultado una magnitud escalar:

$$\vec{F}_{ext} = -q_o\vec{E} = -q_oE_x\,\breve{i}$$
$$\Delta\vec{r} = (x_A - x_B)\,\breve{i} + (y_A - y_B)\,\breve{j}$$
$$W = \vec{F}_{ext} \bullet \Delta\vec{r}$$

El producto escalar lo podemos resolver de dos maneras. Una forma es multiplicar el módulo de ambos vectores por el coseno del ángulo que forman entre sí. Otro modo de calcular el producto escalar es realizar la suma de los productos de las componentes homónimas de los dos vectores. Por supuesto, por los dos caminos debemos llegar al mismo resultado. Veamos cómo:

$$W = \left|\vec{F}_{ext}\right|\left|\Delta\vec{r}\right|\cos\beta$$

$$W = q_o E_x \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}\,\frac{(x_B - x_A)}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$

$$W = q_o E_x (x_B - x_A)$$

Observemos que el módulo del vector desplazamiento es la longitud de la hipotenusa del triángulo rectángulo de la figura. El ángulo que forman los vectores fuerza exterior y desplazamiento es igual al ángulo agudo en el vértice B del triángulo. Para calcular el coseno hemos aplicado cateto adyacente / hipotenusa. El resultado que obtuvimos es igual al producto del módulo de la fuerza exterior (igual al módulo de la fuerza electrostática) por la distancia recorrida por la partícula en la dirección del eje x. Es decir como si la partícula se hubiera movido a lo largo de una línea de campo.

Vamos a calcular el trabajo por el segundo método:

$$W = F_x\Delta x + F_y\Delta y + F_z\Delta z$$

$$W = -q_o E_x (x_A - x_B) + 0.(y_A - y_B) + 0.0$$

$$W = q_o E_x (x_B - x_A)$$

Ahora que hemos calculado el trabajo estamos en condiciones de aplicar la definición de diferencia de potencial:

$$V_A - V_B = \frac{-W_{ext,AB}}{q_o}$$

$$V_A - V_B = \frac{q_o E_x (x_B - x_A)}{q_o} = E_x (x_B - x_A)$$

En consecuencia la diferencia de potencial entre dos puntos de un campo eléctrico uniforme es igual al producto de la intensidad del campo por la distancia que separa a dichos puntos. Sabemos, en base a la definición de campo eléctrico, que sus unidades son Newton/Coulomb. Si utilizamos como unidad de distancia el metro, las unidades de diferencia de potencial quedan, según la expresión hallada: $\frac{N}{C}m = \frac{Nm}{C} = \frac{J}{C} = \text{Volt}$

Otra manera de comprender el significado de la diferencia de potencial

En el ejemplo anterior tuvimos que aplicar una fuerza opuesta a la fuerza electrostática para llevar a la carga de prueba de la posición B hasta la posición A. Si dejáramos a la partícula en libertad el campo la arrastraría en la dirección y sentido que indican las líneas de campo. Se podría decir que la partícula "caería libremente" en el campo eléctrico. Por lo tanto al aplicarle la fuerza y llevarla hasta el punto A podemos decir que la estamos "levantando" en contra del campo. Una forma alternativa de decir esto es que le estamos aumentando la energía potencial a la partícula. El aumento de energía potencial es precisamente igual al trabajo de la fuerza externa al campo:

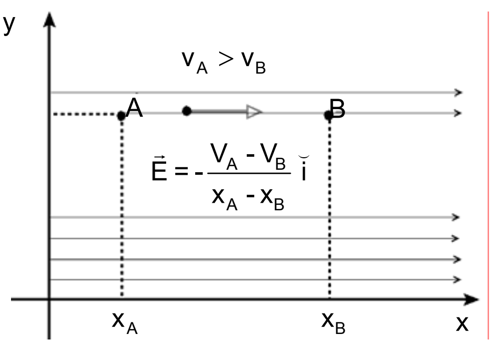
$$\Delta E_p = q_o E_x (x_B - x_A)$$

Podemos interpretar la diferencia de potencial como la diferencia de energía potencial de una partícula cargada entre dos puntos de un campo eléctrico por unidad de carga. Es decir:

$$\Delta V = \frac{\Delta E_p}{q_o}$$

Otra manera de interpretar el significado del vector campo eléctrico

Supongamos que en una región del espacio existe un campo eléctrico uniforme. Entonces si nos movemos a lo largo de una línea de campo en contra del campo el potencial eléctrico va aumentando. Si nos movemos a lo largo de una línea de campo en el mismo sentido que el campo el potencial va disminuyendo. Según esto podemos interpretar al vector campo eléctrico como un vector cuya dirección se corresponde con la línea de campo, y su sentido se dirige desde punto de mayor potencial a puntos de menor potencial.



En la figura podemos observar que si el punto A tiene más potencial que el punto B ya que la diferencia de potencial entre A y B es positiva, el campo es un vector cuyo sentido está orientado de A hacia B. Es decir desde el punto de mayor potencial al punto de menor potencial.

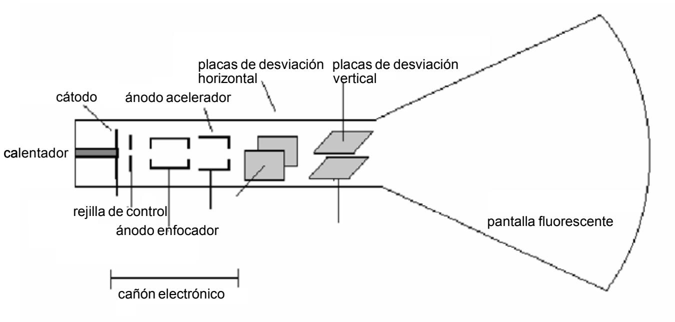
La fórmula que aparece en la figura: $\vec{E} = -\frac{V_A - V_B}{x_A - x_B}\,\breve{i}$ se obtuvo a partir de la deducción que hemos analizado anteriormente. Según esta forma de expresar el campo eléctrico resulta evidente que su magnitud se puede medir en Volt/metro.

Por lo tanto si escuchamos decir que en las proximidades de la superficie terrestre existe un campo eléctrico vertical y dirigido hacia abajo cuya intensidad es de aproximadamente 100 V/m, podemos entender esto diciendo que entre dos puntos de la atmósfera separados verticalmente por una altura de 1 metro existe una diferencia de potencial electrostático de 100 Volt.

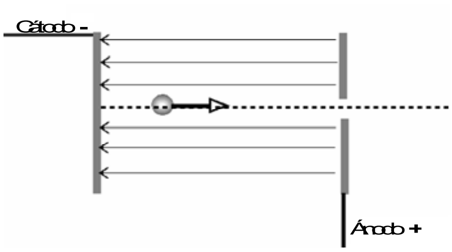
Si los bornes de una batería, entre los cuales existe una diferencia de potencial de 12 Volt, se unen por medio de un cable conductor, el campo eléctrico dentro del mismo moverá a los electrones libres (cargas negativas) en sentido opuesto al del campo. Este flujo de electrones constituye una corriente eléctrica. Convencionalmente se adopta como sentido de la corriente el movimiento de las cargas eléctricas positivas. Es decir la corriente "sale" del borne positivo de la batería e "ingresa" por el borne negativo. Si el cable tiene por ejemplo 20 centímetros de longitud y suponemos que el campo dentro de él es uniforme entonces su intensidad será de 60 Volt/metro.

¿Cómo se mueven los electrones en un tubo de rayos catódicos?

Recordemos el esquema del tubo de rayos catódicos:



Entre el ánodo y el cátodo existe una diferencia de potencial. El ánodo está a mayor potencial que el cátodo. Dicho de otra manera: el ánodo es positivo y el cátodo es negativo. Por lo tanto entre estos elementos hay un campo eléctrico cuyas líneas "nacen" en el ánodo y terminan en el cátodo. Para que la explicación resulte más sencilla vamos a suponer que este campo es uniforme. Los electrones son "arrancados" del cátodo por una



fuerza electrostática proporcional al campo eléctrico y se mueven hacia el ánodo con una aceleración inversamente proporcional la masa.

Las ecuaciones $\vec{F} = q_e\vec{E}$ $\quad \vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m_e}$ describen este comportamiento. Observemos que el sentido del campo es de derecha a izquierda pero como la carga del electrón es negativa la fuerza tiene sentido hacia la derecha.

Si el campo es uniforme, la fuerza es constante, por lo tanto también lo será la aceleración, en consecuencia el electrón tiene un MRUV[33].

Luego de pasar a través del ánodo los electrones deben ser desviados para que impacten sobre distintos puntos de la pantalla. Una manera de lograr esto es hacerlo pasar a por una región donde existe un campo eléctrico cuya dirección es perpendicular[34] a la del movimiento del electrón. Si el campo eléctrico es uniforme, el electrón seguirá una trayectoria parabólica. Una vez que salga de esa región continuará moviéndose en línea recta y con velocidad constante (1ra ley de Newton: principio de inercia) hasta chocar con la superficie interna de la pantalla. Modificando la intensidad y el sentido del campo eléctrico se puede lograr que los electrones se dirijan a distinto puntos de la pantalla.

Preguntas y ejercicios

9) Si la diferencia de potencial entre el ánodo y el cátodo es de 1000 Volt y la distancia que los separa es de 5 centímetros. ¿Cuál es el valor del campo eléctrico si lo suponemos uniforme?

10) Sabiendo que la carga del electrón es $q_e = 1{,}6\text{x}10^{-19}$ Coulomb y que su masa es $m_e = 9{,}11\text{x}10^{-31}$ kg determinar la fuerza que el campo ejerce sobre él y con qué aceleración se moverá.

11) ¿Qué velocidad habrá adquirido al llegar al ánodo si suponemos que parte del reposo desde el cátodo?

---

[33] Movimiento rectilíneo uniformemente variado. Es decir, trayectoria rectilínea y aceleración constante. (Ver módulo 2)

[34] Repasar los ejercicios 7 y 8.

12) Cuánto vale el trabajo que el campo realiza sobre el electrón en su movimiento desde el cátodo hasta el ánodo.

13) ¿Cuánto vale la energía cinética del electrón al llegar al ánodo?

14) Si el campo eléctrico entre ánodo y cátodo <u>no es uniforme</u>, ¿se puede calcular el trabajo que el campo realiza sobre el electrón? ¿Se puede calcular la energía cinética al llegar al ánodo? ¿Se puede calcular la velocidad final del electrón?

15) Supongamos que, como se muestra en la figura, el electrón se mueve en dirección horizontal. ¿No tendríamos que haber incluido la fuerza peso en nuestro análisis del movimiento? ¿Cuánto pesa el electrón? Comparar el valor de la fuerza electrostática F sobre el electrón con el valor d la fuerza gravitatoria P (peso). Luego de realizar dicha comparación, ¿cuál es la conclusión correcta?

□ F = P　　　□ F < P　　　□ F >>> P

Respuestas:

9) 20000 N/C

10) $3,2x10^{-15}$ N$3,5x10^{15}$ m/s^2

11) Aplicar las ecuaciones horarias del MRUV o la ecuación complementaria

12) Aplicar la definición de trabajo

15) F >>> P

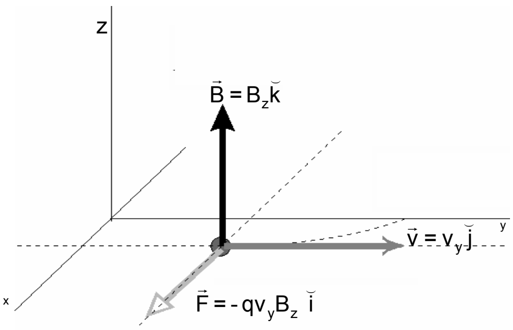
CAMPO MAGNÉTICO

Hemos visto que el campo eléctrico es producido por cargas eléctricas en reposo. Sin embargo, el campo magnético es generado por corrientes eléctricas o por imanes permanentes. Es decir las "fuentes" del campo eléctrico son las cargas eléctricas en reposo y las "fuentes" del campo magnético son los polos de un imán o las cargas eléctricas en movimiento.

La presencia en una región del espacio de un campo magnético se puede determinar por medio de la fuerza que dicho campo ejerce sobre ciertos materiales llamados ferromagnéticos o por la fuerza que ejerce sobre cargas eléctricas en movimiento.

Si una carga eléctrica se desplaza en una región donde existe un campo magnético se observa que se desvía en dirección transversal al vector velocidad. Es decir, si una carga eléctrica que tiene una velocidad $\vec{v}$ pasa por una zona del espacio donde hay un campo magnético experimenta una aceleración $\vec{a}$ perpendicular al vector velocidad. Este sorprendente hecho experimental requiere que postulemos la existencia de una fuerza, que según la 2da ley de Newton debe tener igual dirección y sentido que el vector aceleración. Esta fuerza magnética que actúa sobre una carga eléctrica en movimiento es uno de los términos de la denominada "Fuerza de Lorentz" que incluye también a la fuerza provocada por el campo eléctrico.

Supongamos que en una región del espacio existe un campo magnético uniforme que representamos por un vector y lo llamamos $\vec{B}$. Supongamos que dicho vector es paralelo al eje z y su sentido es hacia arriba. Una partícula con carga **q** positiva se mueve en forma paralela al eje y. Por lo tanto su velocidad se puede expresar como $\vec{v} = v_y \breve{j}$. En cierto instante ingresa en la región donde el campo magnético es $\vec{B} = B_z\breve{k}$. A partir de allí la partícula se desvía hacia la derecha respecto a su trayectoria rectilínea. La fuerza que actúa sobre la partícula es proporcional a la velocidad, al campo magnético y a la carga. Pero su dirección es perpendicular tanto al vector velocidad como al vector Campo magnético.



Para expresar esta propiedad se utiliza el producto vectorial[35]. La fórmula que define el campo magnético y a la vez da el valor de la fuerza que actúa sobre una carga eléctrica en movimiento (Uno de los términos de la fuerza de Lorentz) es:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

En nuestro ejemplo este producto se resuelve de la siguiente manera:

$$\vec{F} = qv_y\breve{j} \times B_z\breve{k} = qv_yB_z(\breve{j} \times \breve{k}) = qv_yB_z\ \breve{i}$$

En la fórmula de Lorentz el símbolo x representa al producto vectorial.

[35] Existen dos maneras de multiplicar vectores. El producto escalar, en el que al multiplicar dos vectores se obtiene como resultado un escalar, y el producto vectorial, en que el producto de dos vectores da como resultado un vector

¿Cómo se resuelve el producto vectorial?

Determinar el módulo del producto vectorial de dos vectores es bastante simple. Sólo hay que multiplicar el módulo de los dos vectores por el seno del ángulo comprendido entre ambos. En nuestro ejemplo, el módulo de la fuerza magnética que actúa sobre la carga **q** resulta:

$$\left|\vec{F}\right| = |q|\left|\vec{v}\right|\left|\vec{B}\right| \text{sen } 90^{\circ}$$
$$F = |q| vB$$

La dirección del vector $\vec{F}$ es perpendicular al vector velocidad y al vector campo magnético. Su sentido se puede determinar por la "regla de la mano derecha". Si el dedo pulgar de la mano derecha apunta en el sentido del vector velocidad, el dedo índice apunta en el sentido del vector campo magnético, entonces el dedo mayor indica el sentido de la fuerza sobre la carga si ésta es positiva.

Otra manera de resolver el sentido del vector que resulta de realizar el producto vectorial es "memorizar" los productos vectoriales entre los versores cartesianos:

$$\breve{i} \times \breve{j} = \breve{k} \qquad \breve{i} \times \breve{i} = 0$$
$$\breve{j} \times \breve{k} = \hat{i} \qquad \breve{j} \times \breve{j} = 0$$
$$\breve{k} \times \breve{i} = \breve{j} \qquad \breve{k} \times \breve{k} = 0$$

Estas reglas no son arbitrarias sino que responden a una "lógica"[36]. El producto vectorial de dos vectores de igual dirección es nulo. Por lo tanto el producto vectorial de un vector, o versor, por sí mismo es nulo. Por ejemplo:

$$\breve{i} \times \breve{i} = \left|\breve{i}\right|\left|\breve{i}\right| \text{sen } 0^{\circ} = 1.1.0 = 0$$

El producto vectorial **<u>no es conmutativo</u>**. Si se invierte el orden de los factores el resultado da un vector de sentido opuesto. Por lo tanto:

$$\breve{j} \times \breve{i} = -\breve{k} \qquad \breve{k} \times \breve{j} = -\breve{i} \qquad \breve{i} \times \breve{k} = -\breve{j}$$

36 El significado ***<u>físico</u>*** del producto vectorial se puede comprender mejor si se estudia el concepto de momento de una fuerza (o torque). Ver, por ejemplo, el módulo 3.

Movimiento de una partícula cargada en un campo magnético uniforme

Vamos a analizar el movimiento de una partícula cargada positivamente que ingresa con cierta velocidad inicial en una región donde existe un campo magnético uniforme cuya dirección es perpendicular al vector velocidad.

Como hemos visto el campo magnético ejerce sobre la partícula una fuerza perpendicular a la velocidad. Dicha fuerza, entonces no realiza trabajo sobre la partícula y por lo tanto la energía cinética se mantendrá constante. Por lo tanto el módulo de la velocidad no cambiará u la partícula seguirá moviéndose con una velocidad $\vec{v}$, cuyo módulo permanecerá constante. Pero la fuerza provoca sobre la partícula una aceleración centrípeta, que según la 2da ley de Newton es $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$.

En consecuencia la partícula adquiere un movimiento circular uniforme, cuya aceleración centrípeta tiene un módulo $a = \frac{qv_oB}{m}$

Como ya sabemos que la aceleración centrípeta de cualquier movimiento circular se puede expresar como $a = \frac{v^2}{R}$, podemos igualar ambas expresiones y obtener una relación entre el radio de la trayectoria, la masa y la carga de la partícula y la intensidad del campo magnético:

$$\frac{v^2}{R} = \frac{qvB}{m} \qquad R = \frac{qB}{mv}$$

El radio R de la circunferencia queda determinado por el valor de la carga y de la masa de la partícula, la intensidad del campo magnético y el módulo de la velocidad. Por ejemplo si se hacen ingresar en una región con un B determinado partículas con igual carga e igual velocidad pero de diferente masa, cada una de ellas describirá circunferencias de diferente radio. Por lo tanto se pueden “separar” de un haz, las partículas que lo constituyen según su masa. Este es el principio de funcionamiento del espectrómetro de masas.

PREGUNTAS, EJERCICIOS Y PROBLEMAS ADICIONALES

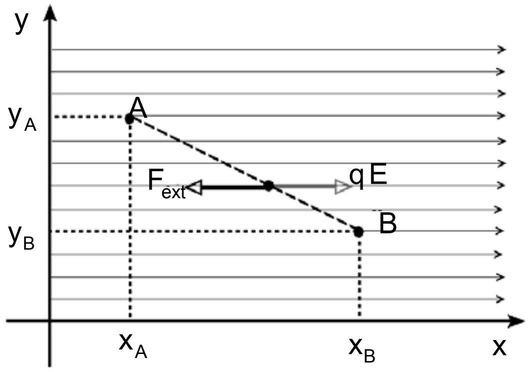
1) Una partícula cargada eléctricamente se está moviendo con velocidad constante y en línea recta. Ingresa en una región donde existe un campo eléctrico uniforme cuyas líneas son perpendiculares a la dirección del movimiento inicial de la partícula cargada. ¿Cuál de las siguientes opciones referidas al movimiento de la partícula es la única correcta?

a) La partícula se desvía pero la trayectoria sigue siendo rectilínea y la energía cinética no varía
b) La partícula se desvía siguiendo una trayectoria parabólica y la energía cinética va aumentando.
c) La partícula se acelera sin cambiar la dirección del movimiento.
d) La partícula continúa con el mismo MRU que tenía antes de ingresar en la región con campo eléctrico
e) La partícula adquiere un movimiento circular y la energía cinética se mantiene constante.

2) Una partícula cargada eléctricamente se está moviendo con velocidad constante y en línea recta. Ingresa en una región donde existe un campo magnético uniforme cuyas líneas son perpendiculares al plano del movimiento inicial de la partícula cargada. ¿Cuál de las siguientes opciones referidas al movimiento de la partícula es la única correcta?

a) La partícula se desvía pero la trayectoria sigue siendo rectilínea y la energía cinética no varía
b) La partícula se desvía siguiendo una trayectoria parabólica y la energía cinética va aumentando.
c) La partícula se acelera sin cambiar la dirección del movimiento.
d) La partícula continúa con el mismo MRU que tenía antes de ingresar en la región con campo eléctrico
e) La partícula adquiere un movimiento circular y la energía cinética se mantiene constante.

3) En la región del plano y > 0 y x > 0 existe un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = 100\frac{N}{C}\breve{i}$. Las coordenadas del punto A son (1 m; 4 m) y las coordenadas del punto B son (5 m; 2m). Una carga q_o = 5 mC se coloca en el punto B y es llevada con velocidad constante hasta el punto A siguiendo el segmento de recta BA.

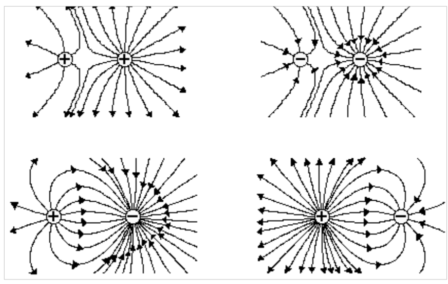


a) Calcular el trabajo que una fuerza externa al campo debe realizar para llevar la carga de B hacia A.
b) Repetir el cálculo pero llevando la carga desde B hasta el punto (x_A, y_B) en dirección paralela al eje x y luego desde este punto hasta A en dirección paralela al eje y.
c) Calcular, para los dos caminos mencionados en los ítem anteriores, el trabajo que realiza la fuerza electrostática sobre la carga.
d) Determinar la diferencia de potencial entre los puntos A y B.
e) Si la carga se coloca en reposo en el punto A y no se le aplica ninguna fuerza externa al campo, ¿qué tipo de movimiento adquirirá? Si dicho movimiento es acelerado, determinar la aceleración.
f) ¿Cuál será el valor de la energía cinética de la partícula cuando haya recorrido 4 metros? ¿En qué posición se encontrará?

4) En la siguiente figura se muestran cuatro mapas de líneas de campo para conjuntos de dos cargas. Llamaremos Q1 a la carga de la izquierda y Q2 a la carga de la derecha. Indicar qué opción, entre las de la siguiente lista, puede corresponder a cada mapa (A, B, C o D):

i) $Q_1 = -\frac{3}{7}Q_2$ ii) $Q_1 = \frac{1}{3}Q_2$

iii) $Q_1 = -\frac{1}{3}Q_2$ iv) $Q_1 = \frac{1}{10}Q_2$

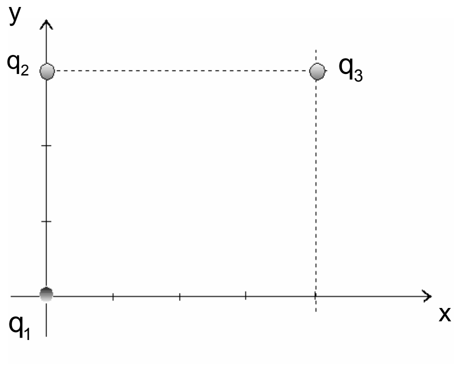


5) En la figura se representa un sistema de tres cargas eléctricas puntuales.

a) Determinar el campo eléctrico que cada carga produce en el punto de coordenadas (4 m; 0).

b) Determinar el campo eléctrico total en el mismo punto.

c) Si en ese punto se ubica una carga q_o = 1 nC, ¿Cuánto vale la fuerza resultante sobre ella?[37]



Datos: q_1 = 1 μC en (0; 0)

q_2 = $^-$2 μC en (0; 0,3 m)

q_3 = 3 μC en (0,4 m; 0,3 m)

6) En una región donde existe un campo eléctrico $\vec{B}$ ingresan partículas idénticas de masa m y carga q. La partícula A ingresa con una velocidad de 1000 m/s y comienza a moverse en una trayectoria circular de 1 centímetro de radio. Otra partícula, B, ingresa con una velocidad de 300 m/s en la misma dirección. ¿Cómo se moverá la partícula B?

a) Se detendrá por efecto de la fuerza magnética.
b) Aumentará su velocidad y seguirá en línea recta.
c) Seguirá una trayectoria circular con una aceleración centrípeta de $2{,}7\text{x}10^6$ m/s^2
d) Seguirá una trayectoria circular de radio 0,333 centímetros.

7) Si la diferencia de potencial entre el ánodo y el cátodo de un tubo de rayos catódicos es de 5000 Volt y la distancia que los separa es de 4 centímetros.

a) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico si lo suponemos uniforme?
b) Sabiendo que la carga del electrón es q_e = $1{,}6\text{x}10^{-19}$ Coulomb y que su masa es m_e = $9{,}11\text{x}10^{-31}$ kg determinar la fuerza que el campo ejerce sobre él y con qué aceleración se moverá.

[37] 1nC = 1×10^{-9} C n: nano 1μC = 1×10^{-6} C μ: micro

c) ¿Qué velocidad habrá adquirido al llegar al ánodo si suponemos que parte del reposo desde el cátodo?
d) ¿Cuánto vale el trabajo que el campo realiza sobre el electrón en su movimiento desde el cátodo hasta el ánodo?
e) ¿Cuánto vale la energía cinética del electrón al llegar al ánodo?
f) La energía potencial electrostática del electrón en su movimiento desde el cátodo hasta el ánodo, ¿permanece constante, aumenta o disminuye? Si varía indicar cuánto.

RESPUESTAS

1) b) La partícula se desvía siguiendo una trayectoria parabólica y la energía cinética va aumentando.

2) f) La partícula adquiere un movimiento circular y la energía cinética se mantiene constante.

3)

a) 2 Joule
b) 4 Joule + 0 Joule = 4 Joule
c) $^-$4 Joule; $^-$4 Joule + 0 Joule = $^-$4 Joule
d) 400 Volt ; $V_A > V_B$
e) MRUV paralelo al eje x en sentido en que x aumenta. Aceleración = 2 m/s^2.
f) 4 Joule; x = 4 m y = 2 m

4)

i) $Q_1 = -\frac{3}{7}Q_2$ **C o D** ii) $Q_1 = \frac{1}{3}Q_2$ **A**

iii) $Q_1 = -\frac{1}{3}Q_2$ **B** iv) $Q_1 = \frac{1}{10}Q_2$ **Ninguna**

5) Ayuda: Utilizar la ley de Coulomb para determinar el campo eléctrico en el punto de coordenadas (4 m ; 0) provocado por cada carga independientemente de la presencia de las otras dos.

b) Determinar el campo eléctrico total en el mismo punto realizando la suma vectorial de los tres campos hallados en (a) por medio de coordenadas cartesianas, por medio de descomposición de los vectores hallados o por algún procedimiento grafico.

c) Multiplicar el E total hallado por el valor de la carga de prueba.

6) c) Seguirá una trayectoria circular con una aceleración centrípeta de 2,7x10^6 m/s^2