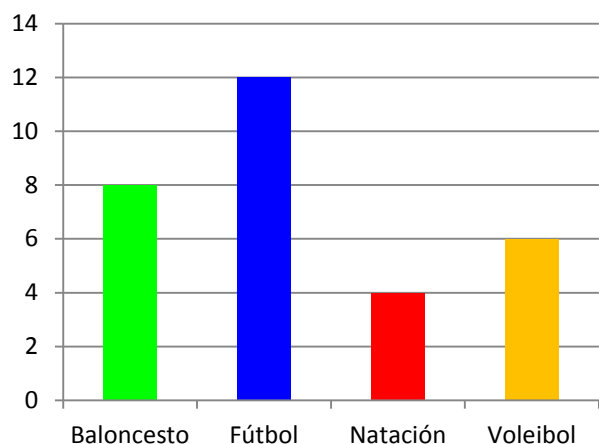


ESTADÍSTICA

Conceptos Básicos



Diseñada por:

Lic. MARÍA CRISTINA MARÍN VALDÉS

ESTUDIANTE: _____

Institución Educativa "Eduardo Fernández Botero"
Área de Matemáticas
Amalfi

CONTENIDO

	Pág
INTRODUCCIÓN	3
PLAN DE UNIDAD	4
COMPETENCIAS	5
CONCEPTOS BÁSICOS DE ESTADÍSTICA	6
HISTORIA DE LA ESTADÍSTICA	6
CLASES DE ESTADÍSTICA	7
POBLACIÓN	8
MUESTRA	8
MUESTREO	8
CLASES DE MUESTREO	9
VARIABLES	11
CLASES DE VARIABLES	11
MÉTODOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS	11
CENSO	11
ENCUESTA	11
CONTEO Y ORGANIZACIÓN DE DATOS	12
FRECUENCIA	17
TABLA DE DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS	17
FRECUENCIA ABSOLUTA	17
FRECUENCIA ACUMULADA	17
FRECUENCIA RELATIVA	18
REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE DATOS ESTADÍSTICOS	26
DIAGRAMA DE BARRAS	26
HISTOGRAMAS	28
POLÍGONO DE FRECUENCIAS	29
DIAGRAMA DE SECTORES O DIAGRAMA CIRCULAR	30
PICTOGRAMA	32
MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	37
MODA	37
MEDIA ARITMÉTICA O PROMEDIO	38
MEDIANA	41
DESARROLLO DE COMPETENCIAS	45
PROBABILIDAD DE EVENTOS SIMPLES	50
EJERCICIOS DE APLICACIÓN	59
AUTOEVALUACIÓN PROBABILIDAD SIMPLE	62
TEORÍA DEL CONTEO	65
COMBINATORIA	65
VARIACIONES	66
PERMUTACIONES	68
COMBINACIONES	69
EJERCICIOS DE APLICACIÓN	70
AUTOEVALUACIÓN PERMUTACIONES Y COMBINACIONES	73
BIBLIOGRAFÍA	75

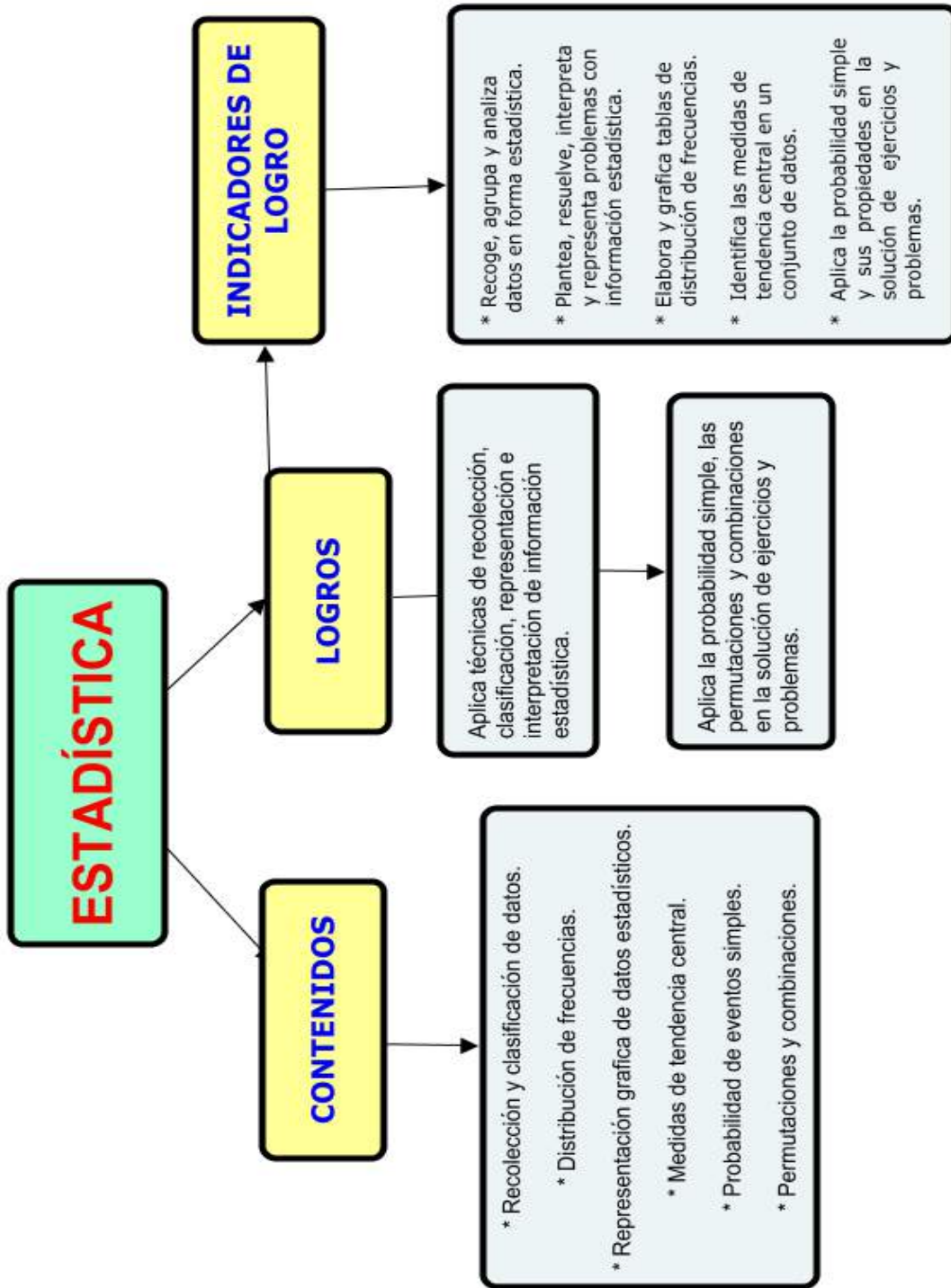
INTRODUCCIÓN

La estadística es una de las ramas más antiguas de las matemáticas, sus comienzos datan del antiguo Egipto, tiempo en el que los faraones lograron recopilar datos relativos a la población y a la riqueza de sus imperios. Los romanos, chinos y hebreos de la antigüedad hicieron más amplio el uso de la estadística, realizando censos de población aproximadamente cada 5 años, llevando minuciosas descripciones del número de nacimientos, matrimonios y defunciones ocurridas entre censo y censo.

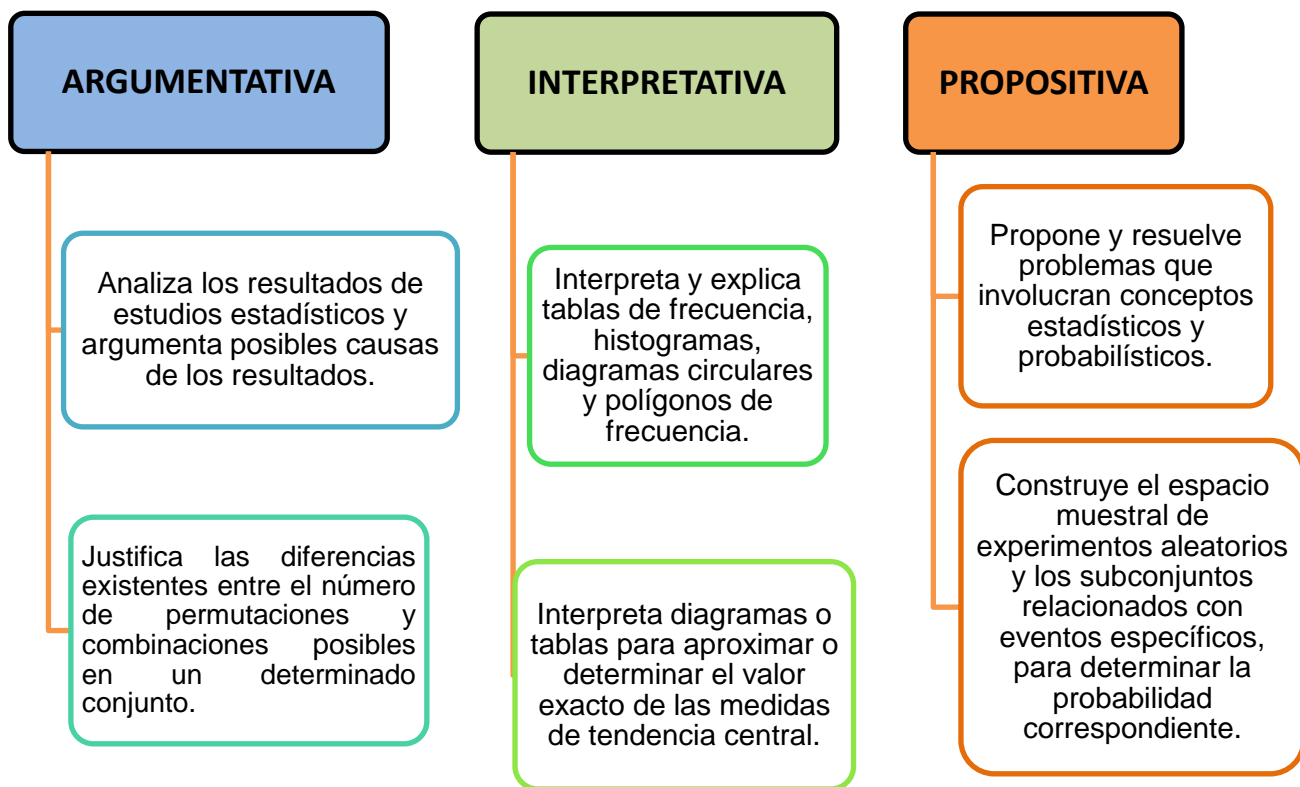
En la actualidad la estadística nos brinda métodos y técnicas para organizar, analizar e interpretar información, convirtiéndose en un instrumento de investigación aplicable a todos los niveles de la ciencia y de la técnica. La industria por ejemplo, precisa de información estadística para poder tomar decisiones en materia de inversión, planeación, ventas, producción, etc.; el Estado utiliza este instrumento para estimar la recaudación de impuestos, para control de precios y de productos, para proyectar la construcción de obras de infraestructura, para investigaciones en materia económica que le permitan aplicar nuevas y mejores políticas ajustadas a sus propósitos y metas.

Apreciado estudiante esta cartilla es un compendio de conceptos básicos como son: la recolección de información, la organización de datos en diferentes tablas, su representación grafica, análisis de información y las medidas de tendencia central, entre otros aspectos.

La metodología empleada tiene como propósito que los estudiantes dosifiquen su propio nivel de aprendizaje, se hace de una manera activa, dinámica y participativa, buscando fortalecer el trabajo en equipo, con ejemplos y talleres basados en el contexto social de los educandos, pretendiendo que estos conocimientos les permitan desempeñarse de una manera más efectiva en diferentes pruebas censales.



COMPETENCIAS



CONCEPTOS BÁSICOS DE ESTADÍSTICA

Para iniciar, podemos definir la ESTADÍSTICA como la rama de las matemáticas que se ocupa de reunir, organizar y analizar datos numéricos y que ayuda a resolver problemas como el diseño de experimentos y la toma de decisiones.



Para iniciar conoceremos un poco acerca del origen de la ESTADÍSTICA.

HISTORIA DE LA ESTADÍSTICA

Desde los comienzos de la civilización han existido formas sencillas de estadística, pues ya se utilizaban representaciones gráficas y otros símbolos en pieles, rocas, palos de madera y paredes de cuevas para contar el número de personas, animales o cosas. Hacia el año 3000 a.C. los babilonios usaban pequeñas tablillas de arcilla para recopilar datos sobre la producción agrícola y sobre los géneros vendidos o cambiados mediante trueque. En el siglo XXXI a.C., mucho antes de construir las pirámides, los egipcios analizaban los datos de la población y la renta del país. Los libros bíblicos de Números y Crónicas incluyen, en algunas partes, trabajos de estadística. El primero contiene dos censos de la población de Israel y el segundo describe el bienestar material de las diversas tribus judías. En China existían registros numéricos similares con anterioridad al año 2000 a.C. Los griegos clásicos realizaban censos cuya información se utilizaba hacia el 594 a.C. para cobrar impuestos.

El Imperio romano fue el primer gobierno que recopiló una gran cantidad de datos sobre la población, superficie y renta de todos los territorios bajo su control. Durante la edad media sólo se realizaron algunos censos exhaustivos en Europa. Los reyes caloringios Pipino el Breve y Carlomagno ordenaron hacer estudios minuciosos de las propiedades de la Iglesia en los años 758 y 762 respectivamente. Después de la conquista normanda de Inglaterra en 1066, el rey Guillermo I de Inglaterra encargó la realización de un censo. La información obtenida con este censo, llevado a cabo en 1086, se

recoge en el Domesday Book. El registro de nacimientos y defunciones comenzó en Inglaterra a principios del siglo XVI, y en 1662 apareció el primer estudio estadístico notable de población, titulado *Observations on the London Bills of Mortality* (*Comentarios sobre las partidas de defunción en Londres*). Un estudio similar sobre la tasa de mortalidad en la ciudad de Breslau, en Alemania, realizado en 1691, fue utilizado por el astrónomo inglés Edmund Halley como base para la primera tabla de mortalidad. En el siglo XIX, con la generalización del método científico para estudiar todos los fenómenos de las ciencias naturales y sociales, los investigadores aceptaron la necesidad de reducir la información a valores numéricos para evitar la ambigüedad de las descripciones verbales.

En nuestros días, la estadística se ha convertido en un método efectivo para describir con exactitud los valores de datos económicos, políticos, sociales, psicológicos, biológicos o físicos, y sirve como herramienta para relacionar y analizar dichos datos. El trabajo del experto estadístico no consiste ya sólo en reunir y tabular los datos, sino sobre todo en el proceso de “interpretación” de esa información. El desarrollo de la teoría de la probabilidad ha aumentado el alcance de las aplicaciones de la estadística.

CLASES DE ESTADÍSTICA

ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

La estadística descriptiva analiza, estudia y describe a la totalidad de individuos de una población. Su finalidad es obtener información, analizarla, elaborarla y simplificarla lo necesario para que pueda ser interpretada cómoda y rápidamente y, por tanto, pueda utilizarse eficazmente para el fin que se desee. El proceso que sigue la estadística descriptiva para el estudio de una cierta población consta de los siguientes pasos:

- Selección de caracteres dignos de ser estudiados.
- Mediante encuesta o medición, obtención del valor de cada individuo en los caracteres seleccionados.
- Elaboración de tablas de frecuencias, mediante la adecuada clasificación de los individuos dentro de cada carácter.
- Representación gráfica de los resultados (elaboración de gráficas estadísticas).
- Obtención de parámetros estadísticos, números que sintetizan los aspectos más relevantes de una distribución estadística.

ESTADÍSTICA INFERENCIAL

La estadística descriptiva trabaja con todos los individuos de la población. La estadística inferencial, sin embargo, trabaja con muestras, subconjuntos formados por algunos individuos de la población. A partir del estudio de la muestra se pretende inferir aspectos relevantes de toda la población. Cómo se selecciona la muestra, cómo se realiza la inferencia, y qué grado de confianza se puede tener en ella son aspectos fundamentales de la estadística inferencial, para cuyo estudio se requiere un alto nivel de conocimientos de estadística, probabilidad y matemáticas.

POBLACIÓN:

Se denomina POBLACIÓN al conjunto de todos los elementos cuyo conocimiento interesa. Cada uno de esos elementos es un individuo. Si se está estudiando el resultado de ciertos experimentos químicos, cada uno de esos experimentos será un individuo estadístico y el conjunto de todos los posibles experimentos en esas condiciones será la población.

Cada individuo puede ser descrito mediante uno o varios caracteres. Por ejemplo, si los individuos son personas, el sexo, el estado civil, el número de hermanos o su estatura son caracteres. Y si el individuo es una reacción química, el tiempo de reacción, la cantidad de producto obtenido o si éste es ácido o básico serán posibles caracteres que pueden analizarse.

MUESTRA:

Se denomina MUESTRA, al conjunto de individuos extraídos de una población con el fin de inferir, mediante su estudio, características de toda la población.

Se dice que una muestra es representativa cuando, por la forma en que ha sido seleccionada, aporta garantías suficientes para realizar inferencias fiables.

MUESTREO:

Se denomina MUESTREO, al proceso por el cual se seleccionan los individuos que formarán una muestra.

Para que se puedan obtener conclusiones fiables para la población a partir de la muestra, es importante tanto su tamaño como el modo en que han sido seleccionados los individuos que la componen.

El tamaño de la muestra depende de la precisión que se quiera conseguir en la estimación que se realice a partir de ella. Para su determinación se requieren técnicas estadísticas superiores, pero resulta sorprendente cómo, con muestras notablemente pequeñas, se pueden conseguir resultados suficientemente precisos. Por ejemplo, con muestras de unos pocos miles de personas se pueden estimar con muchísima precisión los resultados de unas votaciones en las que participarán decenas de millones de votantes.

CLASES DE MUESTREO:

Muestreo Aleatorio Simple: Es un procedimiento de toma de muestra, en el que todas las muestras posibles, de un tamaño fijo, tienen igual probabilidad de ser seleccionada. Para obtener una muestra por este procedimiento, se enumeran todas las unidades muestrales, y se sortean unidades hasta completar el número requerido.

Muestreo por conglomerado: se selecciona la muestra de la población según características comunes, ej: sólo hombres, sólo mujeres, sólo mayores de edad, sólo profesores, entre otros.

Muestreo Deliberado: el investigador selecciona por su propio gusto la muestra a estudiar.

ACTIVIDAD No.1

- ☞ Conformar grupos de cuatro estudiantes.
- ☞ Seleccionar un tema determinado.
- ☞ Escoger una población.
- ☞ Seleccionar una muestra, aplicando uno de los métodos de muestreo.
- ☞ Formular 5 preguntas y aplicarlas a los estudiantes seleccionados en la muestra.
- ☞ Con la información obtenida sacar conclusiones y exponerlas al grupo.

VARIABLES

Son las características o lo que se estudia de cada individuo de la muestra. Por ejemplo: edad, sexo, cantidad de lluvia caída, etc. Las variables se clasifican en dos grupos de acuerdo al nivel de medición utilizado para su observación:

CLASES DE VARIABLES

Las variables estadísticas se dividen en:

VARIABLES CUANTITATIVAS: son aquellas que se expresan mediante cantidades, es decir, cuando los datos suministrados son numéricos. Ej: peso, edad, estatura.

VARIABLES CUALITATIVAS: cuando los datos suministrados en una encuesta son cualidades o atributos. Ej: Sexo: f/m., hábito de fumar: Fumador/No fumador, color de ojos: negro, azul..., religión: católica, evangélica,...

MÉTODOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

CENSO

Es el proceso de observar la población completa. Es decir, tomar una muestra igual a la población.

ENCUESTA

Instrumento cuantitativo de investigación social mediante la consulta a un grupo de personas elegidas de forma estadística, realizada con ayuda de un cuestionario. Según la forma en que se obtienen los datos, las encuestas pueden ser presenciales, telefónicas o postales. Según la forma como se formulan las preguntas de las encuestas, estas pueden ser de dos clases:

Preguntas abiertas: no se brindan opciones de respuesta. Ejemplo: ¿cuál es tu comida favorita?, ¿cuál es tu escritor favorito?, ¿cuál es tu equipo de fútbol favorito?.

Preguntas cerradas: El encuestador brinda las opciones de respuesta. Este tipo de encuestas facilitan el trabajo de obtención de datos o como se conoce comúnmente tabulación. Para nuestro estudio sólo utilizaremos preguntas cerradas.

CONTEO Y ORGANIZACIÓN DE DATOS

Los datos de un estudio estadístico se pueden organizar mediante tablas en las que se presente la variable que se analiza con los diferentes valores que puede tomar y se van registrando las respuestas de los encuestados. El número de veces que aparece una misma respuesta se conoce como **frecuencia absoluta**.

ACTIVIDAD No. 2

Para practicar lo aprendido aplicarás a 10 de tus compañeros la siguiente encuesta, cuyo tema es “PRÁCTICAS DEPORTIVAS”, al aplicar la encuesta podrás registrar la información en la tabla que se suministra a continuación y después podrás obtener tus propias conclusiones y exponerlas al grupo.

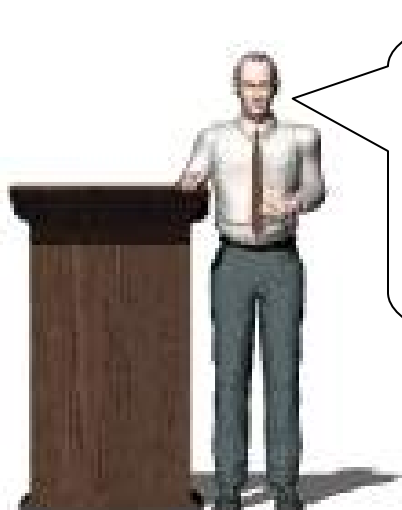
Encuesta No.1: PRÁCTICAS DEPORTIVAS

Instrucción: en la siguiente encuesta seleccionar sólo una de las respuestas.

1. Sexo:
 - a. Masculino ____
 - b. Femenino ____
2. ¿Te gusta practicar algún deporte?
 - a. Sí ____
 - b. No ____
3. Prefieres practicar deportes individuales o de conjunto:
 - a. Individuales ____
 - b. Conjunto ____
 - c. Ambas modalidades ____
4. Tu familia te apoya en la práctica del deporte:
 - a. Sí ____
 - b. No ____
 - c. Algunas veces ____
5. Cuál de los siguientes deportes individuales te llama más la atención:
 - a. Atletismo ____
 - b. Natación ____
 - c. Patinaje ____
 - d. Ajedrez ____
 - e. Ciclismo ____
 - f. Otro ____
 - g. Ninguno ____
6. Cuál de los siguientes deportes de conjunto te agrada más:
 - a. Fútbol ____
 - b. Baloncesto ____
 - c. Voleibol ____
 - d. Balonmano ____
 - e. Otro ____
 - f. Ninguno ____

TABLA PARA EL REGISTRO DE LA INFORMACIÓN:

PREGUNTA	CONTEO	FCIA. ABSOLUTA
1. Sexo		
a. Masculino		
b. Femenino		
2. Te gusta practicar algún deporte		
a. Sí		
b. No		
3. Prefieres practicar deportes individuales o de conjunto		
a. Individuales		
b. Conjunto		
c. Ambas modalidades		
4. Tu familia te apoya en la práctica del deporte		
a. Sí		
b. No		
c. Algunas veces		
5.Cuál de los siguientes deportes individuales te llama más la atención		
a. Atletismo		
b. Natación		
c. Patinaje		
d. Ajedrez		
e. Ciclismo		
f. Otro		
g. Ninguno		
6.Cuál de los siguientes deportes de conjunto de agrada más		
a. Fútbol		
b. Baloncesto		
c. Voleibol		
d. Balonmano		
e. Otro		
f. Ninguno		



Como puedes observar la tabla te permite registrar las respuestas de cada uno de los encuestados a medida que vayas realizando las preguntas. Pero esta situación no es muy confiable cuando se trata de muchas encuestas, ya que en un determinado momento no permite evidenciar que persona respondió alguna de las preguntas. Por lo tanto es preferible proceder de la manera que se describe a continuación.

ACTIVIDAD No.3

Conformar grupos de cuatro estudiantes.

Seleccionar una muestra de diez (10) de tus compañeros, aplicando el método de muestreo por conglomerado.

Aplicar la **encuesta No.2** sobre el tema "Literatura Colombiana", para lo cual deberán sacar las fotocopias respectivas.

Después de aplicar las encuestas, estas serán numeradas de 1 a 10.

Con los datos de cada una de las encuestas completar la tabla de tabulación.

Con la información obtenida sacar conclusiones y exponerlas al grupo.



COMPLETAR:

En la encuesta que realizarás

La población es: _____

El muestreo por conglomerado fue escogido según: _____

ENCUESTA No.2

Tema: Literatura Colombiana

Instrucciones: en las siguientes preguntas escoger sólo una opción de respuesta y marcarla con una x

1. Sexo

- a. Masculino _____
- b. Femenino _____

2. Te gusta Leer

- a. Sí _____
- b. No _____
- c. A veces _____

3. Cuántos libros lees al año

- a. Ninguno _____
- b. Entre 1 y 3 _____
- c. Entre 4 y 5 _____
- d. Más de 5 _____

4. Tu género de literatura favorita es:

- a. Cuentos _____
- b. Novelas _____
- c. Ensayos _____
- d. Poesía _____
- e. Otro _____
- f. Ninguno _____

5. De los siguientes escritores colombianos cuál te gusta más:

- a. Gabriel García Márquez _____
- b. Eduardo Caballero Calderón _____
- c. Manuel Mejía Vallejo _____
- d. Tomás Carrasquilla _____
- e. Otro _____
- f. Ninguno _____

TABULACIÓN																		
No. Encuesta	1. Sexo		2. Te gusta leer			3. Cuántos libros lees al año.			4. Género de literatura favorita.			5. Escritor favorito colombiano						
	a	b	a	b	c	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	
1																		Ninguno
2																		Otro
3																		Tomás Carrasquilla
4																		Manuel Mejía V.
5																		Eduardo Caballero C
6																		Gabriel García M.
7																		Ninguno
8																		Otro
9																		Poesía
10																		Ensayos
																		Novelas
																		Cuentos
																		Más de 5
																		4 y 5
																		1 y 3
																		Ninguno
																		A veces
																		No
																		Sí
																		Femenino
																		Masculino
TOTAL Fctia. Abs																		Variables

FRECUENCIA

Es el número de veces que se presenta cada valor de la variable.

TABLA DE DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS

Es una tabla que presenta en forma ordenada los distintos valores de una variable y sus correspondientes frecuencias. La tabla se puede componer de frecuencia absoluta (f_i), frecuencia acumulada (f_a) y frecuencia relativa (f_r).

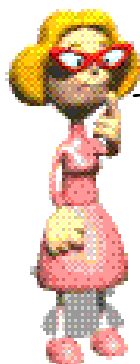
FRECUENCIA ABSOLUTA

La frecuencia absoluta (f_i) es el número de veces que se repite un dato en particular. Ejemplo: Al realizar a un grupo de estudiantes una encuesta sobre su deporte favorito, los resultados son los siguientes:

DEPORTE	FRECUENCIA ABSOLUTA (f_i)
Fútbol	20
Baloncesto	8
Voleibol	4
Natación	6
Ciclismo	2
TOTAL	40

FRECUENCIA ACUMULADA

En la frecuencia acumulada (f_a) se van sumando o acumulando las frecuencias absolutas anteriores, incluida la absoluta correspondiente



Para una mejor comprensión, continuaremos trabajando con el ejemplo anterior.

DEPORTE	FCIA ABSOLUTA (fi)	FCIA.ACUMULADA (fa)
Fútbol	20	20
baloncesto	8	28
Voleibol	4	32
Natación	6	38
Ciclismo	2	40
TOTAL	40	

FRECUENCIA RELATIVA

La frecuencia relativa (fr) es la frecuencia entre la frecuencia absoluta y el número total de datos. La frecuencia relativa (fr) puede expresarse como fracción, decimal o porcentaje, siendo esta última la más utilizada, y se expresa como frecuencia relativa porcentual (fr%).



Ahora continuemos con nuestro ejemplo.

DEPORTE	FCIA ABS. (fi)	FCIA.ACUM. (fa)	FRECUENCIA RELATIVA (fr)		
			Fracción	Decimal	Porcentaje
Fútbol	20	20	20/40	0,5	50%
baloncesto	8	28	8/40	0,2	
Voleibol	4	32	4/40	0,1	
Natación	6	38	6/40	0,15	
Ciclismo	2	40	2/40	0,05	
TOTAL	40		1	1	

Para obtener la frecuencia relativa por fracción se enuncia la frecuencia absoluta de cada una de las variables y se divide por el total, es decir, para el fútbol la frecuencia

absoluta es 20, por lo tanto se coloca el 20 como numerador y el total que es 40 como denominador, por lo tanto la fracción queda $20/40$. Así se continúa con cada uno de los valores.

Para obtener la frecuencia relativa en decimal, se toma la frecuencia relativa por fracción y se divide el numerador por el denominador, es decir, la fracción anterior se expresa en forma decimal. En el caso del fútbol se divide 20 entre 40, lo cual nos da como resultado 0,5.

Para obtener la frecuencia relativa porcentual (fr%) se multiplica la frecuencia relativa decimal $\times 100$, que es la referencia del 100%. En el caso del fútbol, la frecuencia relativa decimal nos dio como resultado 0,5, por lo tanto sería $0,5 \times 100=50\%$.

ACTIVIDAD No.4

- ☞ Conformar grupos de cuatro estudiantes.
- ☞ Seleccionar una muestra de diez (10) de tus compañeros, aplicando el método de muestreo por conglomerado.
- ☞ Aplicar la **encuesta No.3** sobre el tema “condiciones familiares de los estudiantes de grado octavo”, para lo cual deberán sacar las fotocopias respectivas.
- ☞ Después de aplicar las encuestas, estas serán numeradas de 1 a 10.
- ☞ Con los datos de cada una de las encuestas completar la tabla de tabulación.
- ☞ Completar la tabla de distribución de frecuencias para cada una de las variables.
- ☞ Con la información obtenida sacar conclusiones y exponerlas al grupo.



COMPLETAR:

En la encuesta que realizarás

La población es: _____

El muestreo por conglomerado fue escogido según: _____

Para completar la tabla de tabulación debes esperar las instrucciones de tu profe.

ENCUESTA No.3

Tema: condiciones económicas de los estudiantes de grado octavo.

Instrucción: en las siguientes preguntas escoger sólo una opción de respuesta.
Y marcar con una x.

1. Sexo:
 - a. Masculino _____
 - b. Femenino _____
2. Edad:
 - a. 12 – 14 años _____
 - b. 15 – 17 años _____
 - c. Más de 17 años _____
3. La situación económica en tu familia puede considerarse:
 - a. Excelente _____
 - b. Buena _____
 - c. Regular _____
 - d. Carente de recursos _____
4. El sostenimiento económico de tu familia depende de:
 - a. Padre _____
 - b. Madre _____
 - c. Padre y madre _____
 - d. Abuelos _____
 - e. Otro _____
5. Tienes hermanos:
 - a. Sí _____
 - b. No _____
6. Tu número de hermanos es:
 - a. 0 _____
 - b. 1 – 2 _____
 - c. 3 – 4 _____
 - d. Más de 4 _____
7. Las relaciones afectivas con tus padres son:
 - a. Excelentes _____
 - b. Normales _____
 - c. Conflictivas _____
8. Dedicas tiempo para compartir actividades con tu familia:
 - a. Sí _____
 - b. No _____
9. Tu tiempo libre prefieres compartirlo principalmente con:
 - a. Familia _____
 - b. Amigos _____
 - c. Otro _____
10. En vacaciones prefieres compartir tu tiempo principalmente con:
 - a. Familia _____
 - b. Amigos _____

TABLAS DE DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS

Tema: condiciones económicas de los estudiantes de grado octavo.

1. Sexo	f (i)	f(a)	F(r)		

2.					

3.					

4.					

5.					

6.					

7.					

8.					

9.					

10.					



Entrega tu trabajo para ser revisado.

ACTIVIDAD No.5

DESARROLLO DE COMPETENCIAS

Los alumnos de grado octavo recogieron datos entre los diversos grupos del colegio sobre las actividades culturales y recreativas que se quieren organizar. Las preguntas que se formularon fueron:

- ☆ ¿Qué actividades recreativas quisiera que se realizaran en el colegio?
- ☆ ¿Qué actividad cultural desea que se realice para clausurar el año?

1. 10 de los 30 estudiantes expresaron su deseo de que en el colegio se realizaran "campeonatos". La frecuencia absoluta de este dato es:

- a. 10 b. 10/30 c. 30/10 d. 3

2. Si de los 30 estudiantes 12 respondieron "excursiones" ¿cuál es la frecuencia relativa de este dato?

3. Las respuestas a la primera pregunta fueron organizadas en la siguiente tabla. Calcular la frecuencia acumulada (f_a) y frecuencia relativa porcentual ($fr\%$).

Actividades Recreativas	Frecuencia absoluta (fi)	Frecuencia acumulada f(a)	Frecuencia Porcentual fr%
Campeonatos	10		
Excursiones	12		
Conciertos	8		
Total	30		

4. En cuanto a la pregunta sobre la actividad de final de año, se entrevistó a otro grupo de estudiantes. Una de las respuestas fue "una fiesta", con una frecuencia relativa de $4/40$, eso significa:

- a. 4 personas dieron esa respuesta.
- b. 40 personas dieron esa respuesta.
- c. 0,1 personas respondieron.
- d. 10 personas respondieron.

5. A partir de esa frecuencia se puede establecer que:
- a. La cantidad de personas entrevistadas fue 4.
 - b. Sólo 4 personas respondieron la pregunta.
 - c. La cantidad de personas entrevistadas fue 40.
 - d. No se sabe el número de personas entrevistadas.
6. Se preguntó a un grupo de 50 estudiantes (muestra n) de la Institución Educativa “Eduardo Fernández Botero” por su deporte favorito y los resultados fueron:

DEPORTE	ESTUDIANTES
Voleibol	15
Fútbol	18
Baloncesto	7
Natación	3
Ciclismo	4
Balonmano	3

Se pide elaborar la tabla de distribución de frecuencias:

Evento	fi	fa	Frecuencia relativa		
			fracción	decimal	fr%
Voleibol					
Fútbol					
Baloncesto					
Natación					
Ciclismo					
Balonmano					
TOTAL					

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE DATOS ESTADÍSTICOS



Ahora vamos a representar la información recolectada en gráficos estadísticas. Coloca mucha atención acerca de cómo se elaboran los diferentes gráficos.

GRÁFICAS ESTADÍSTICAS

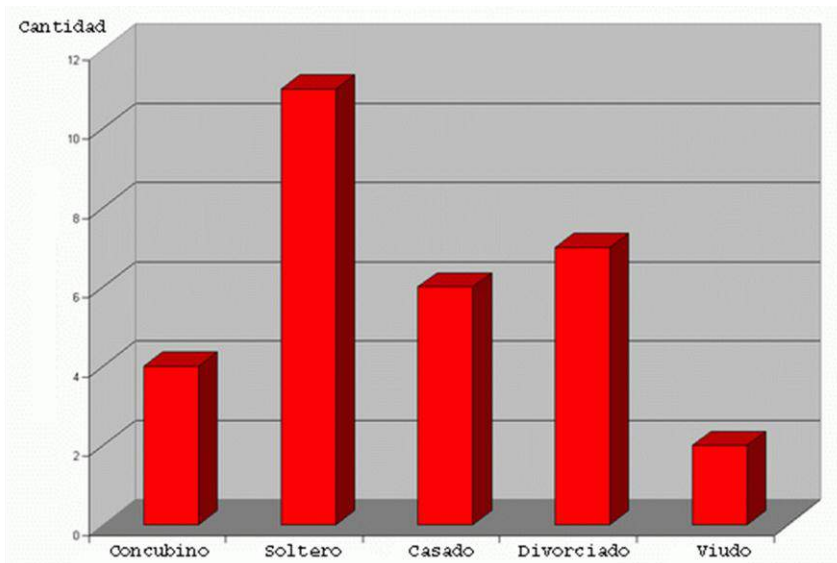
Son representaciones gráficas de los resultados que se muestran en una tabla estadística. Pueden ser de formas muy diversas, pero con cada tipo de gráfica se cumple un propósito. Por ejemplo, en los medios de comunicación, libros de divulgación y revistas especializadas se encuentran multitud de gráficas estadísticas en las que, con notable expresividad, se ponen de manifiesto los rasgos de la distribución que se pretende destacar. Los diagramas de barras, los diagramas de sectores, los histogramas y los polígonos de frecuencias son algunas de ellas. Para dicha representación se utiliza los datos cuantitativos de la frecuencia absoluta.

DIAGRAMA DE BARRAS

En este tipo de gráfica, sobre los valores de las variables se levantan barras estrechas de longitudes proporcionales a las frecuencias correspondientes. Se utilizan para representar variables cuantitativas discretas. En el eje horizontal (x) se colocan los valores de la variable y en el eje vertical (y) se señalan las frecuencias; la altura de cada barra representa la frecuencia absoluta de cada dato.

El diagrama de barras siguiente representa la distribución de un grupo de personas de acuerdo a su estado civil.

Barras →

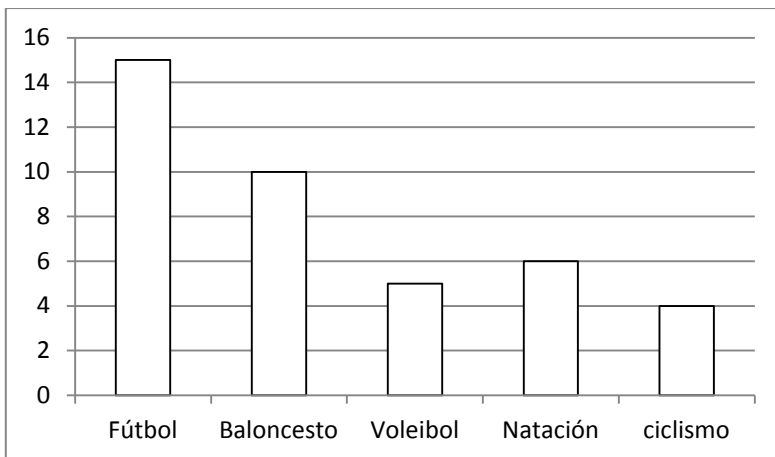


Para una mejor comprensión de la elaboración de gráficos estadísticos, ilustraremos cada uno de ellos a partir del siguiente ejemplo.

Ejemplo:

Se preguntó a un grupo de estudiantes por su deporte favorito y los resultados son los siguientes:

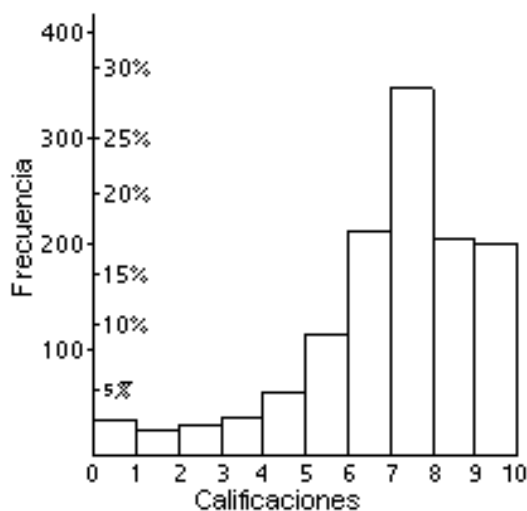
DEPORTE	No.PERSONAS
Fútbol	15
Baloncesto	10
Voleibol	5
Natación	6
Ciclismo	4
TOTAL	40



HISTOGRAMAS

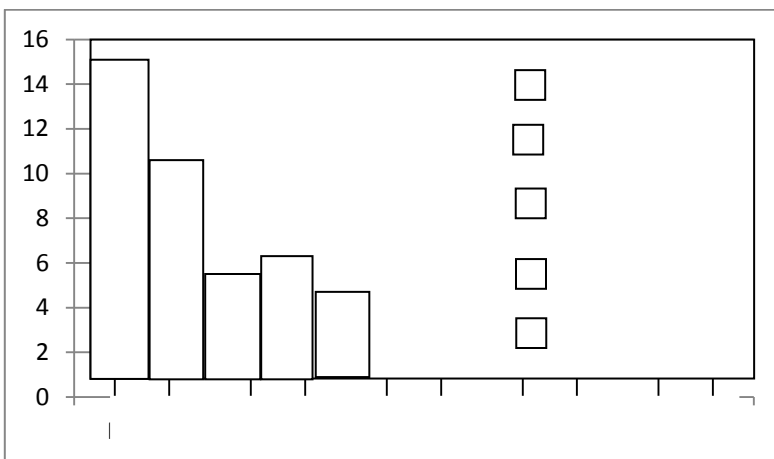
Los histogramas se utilizan para representar tablas de frecuencias con datos agrupados en intervalos. Si los intervalos son todos iguales, cada uno de ellos es la base de un rectángulo cuya altura es proporcional a la frecuencia correspondiente. En otras palabras, el histograma puede considerarse como un diagrama de barras, pero sin dejar espacios entre ellas.

El histograma que se muestra a continuación es el correspondiente a la tabla de frecuencias con intervalos adjunta (1.200 calificaciones distribuidas en 10 intervalos):





Continuaremos con nuestro ejemplo sobre los deportes para ilustrar el histograma.



POLIGONO DE FRECUENCIAS

Si se unen los puntos medios de la base superior de los rectángulos se obtiene el polígono de frecuencias. Este diagrama se utiliza principalmente en las muestras que están distribuidas en intervalos.

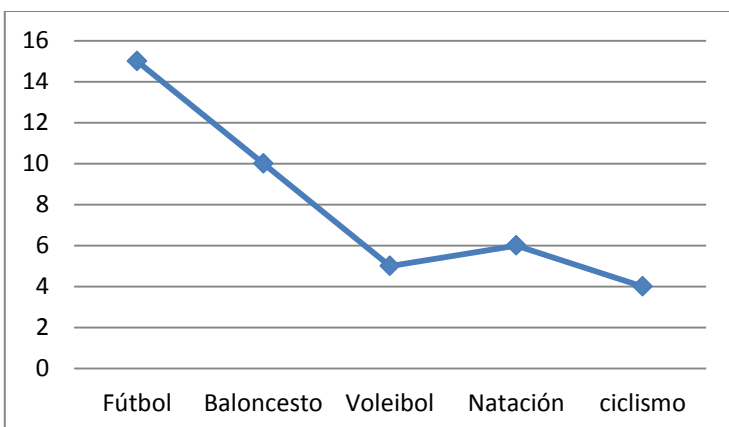
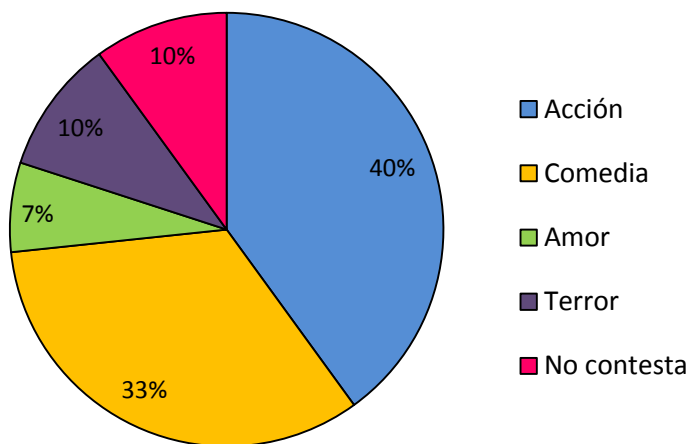


DIAGRAMA DE SECTORES O DIAGRAMA CIRCULAR

En un diagrama de este tipo, los 360° de un círculo se reparten proporcionalmente a las frecuencias de los distintos valores de la variable. Resultan muy adecuados cuando hay pocos valores, o bien cuando el carácter que se estudia es cualitativo. El diagrama de sectores siguiente refleja el resultado de una encuesta (realizada a 300 personas) sobre los tipos de película preferidos por el público en general:

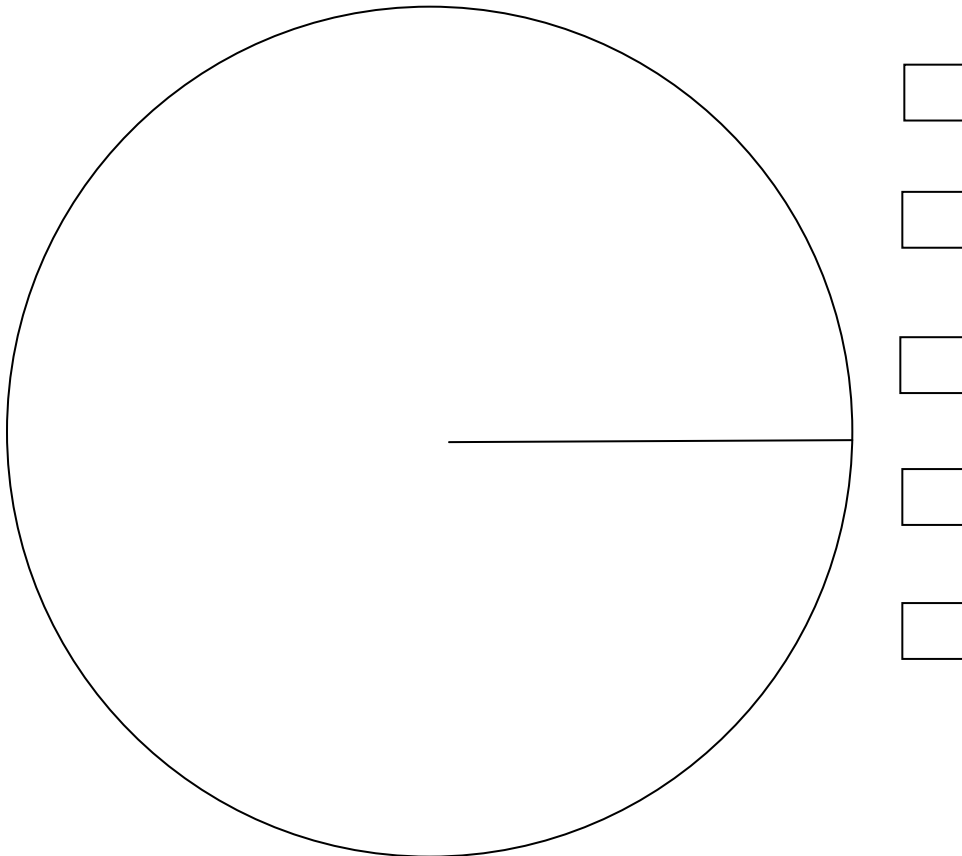


Elaboremos un diagrama circular con la información del ejemplo sobre los deportes favoritos.

Para iniciar la construcción de la gráfica, lo primero que haremos será dividir los 360° que mide la circunferencia entre el total de personas encuestadas (40), esto nos dará como resultado 9° por cada vez que se repite el número de datos. Es decir, multiplicaremos 9° por cada una de las frecuencias absolutas y de esta manera tendremos el tamaño de la proporción de gráfico para cada variable. Ejemplo: fútbol 15 personas multiplicado por 9° , baloncesto 10 personas x 9° , etc.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA "EDUARDO FERNÁNDEZ BOTERO"
ÁREA DE MATEMÁTICAS

DEPORTE	No.PERSONAS	No. de Grados
Fútbol	15	135°
Baloncesto	10	90°
Voleibol	5	45°
Natación	6	54°
Ciclismo	4	36°
TOTAL	40	



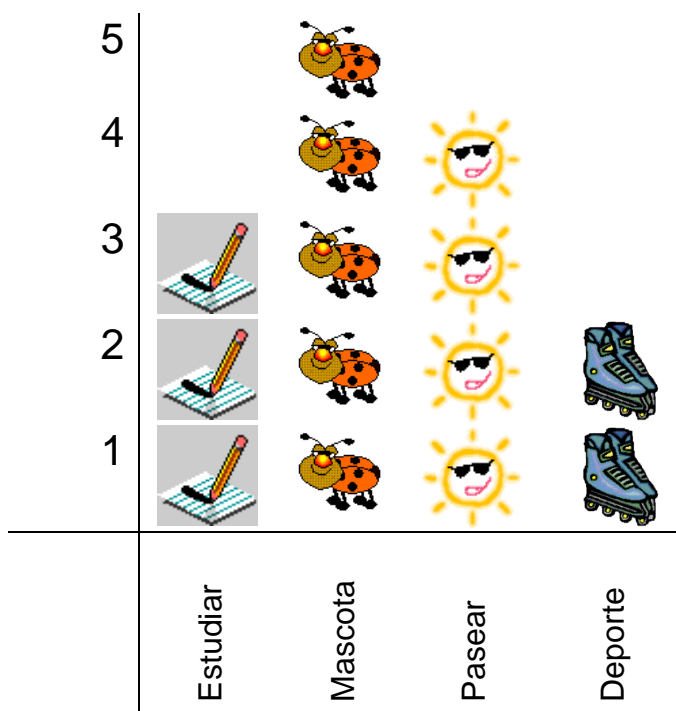
PICTOGRAMA

Los pictogramas representan los datos mediante un dibujo ilustrativo. Son muy utilizados para representar ejercicios para niños.

Para ilustrarte mejor, tomaremos como ejemplo la actividad preferida por un grupo niños durante su tiempo libre, la cual arroja los siguientes resultados:

Actividad Realizada	Fcia. absoluta
Estudiar	3
Pasear con la mascota	5
Pasear	4
Hacer deporte	2

La grafica en pictograma queda de la siguiente manera.





ACTIVIDAD No.6

Se preguntó a un grupo de estudiantes de grado once acerca de su escritor favorito y los resultados fueron los siguientes:

ESCRITOR	No. Estudiantes
Camilo José Cela	6
Gabriel García Márquez	12
William Shakespeare	2
Octavio Paz	4
Jorge Luis Borges	2
Eduardo Caballero Calderón	5
Fernando Soto Aparicio	1
Edgar Allan Poe	8
TOTAL	

Se pide realizar:

-  Tabla de distribución de frecuencias.
-  Representar la información en un histograma y en un diagrama circular.

ESCRITOR					

❖ Histograma:

Utilizar la siguiente tabla para representar el histograma.

❖ El diagrama circular puede ser elaborado en la parte inferior o posterior de esta hoja.

ACTIVIDAD No.7

DESARROLLO DE COMPETENCIAS

En un grupo de alumnos se realizó un estudio sobre algunas de las actividades favoritas de los 16 estudiantes encuestados. A continuación se muestran las preguntas y un listado de respuestas a cada una de ellas.

1. ¿Cuál es tu edad?

12, 12, 13, 12, 11, 12, 14, 11, 12, 13, 12, 12, 11, 11, 12, 12

2. ¿Qué deporte prácticas?

Fútbol, baloncesto, atletismo, baloncesto, patinaje, fútbol, atletismo, natación, atletismo, baloncesto, baloncesto, patinaje, baloncesto, atletismo, natación, fútbol.

3. ¿Cuántas horas semanales dedicas a practicar este deporte?

4 horas, 3 horas, 4 horas, 6 horas, 2 horas, 5 horas, 6 horas, 3 horas, 3 horas, 2 horas, 4 horas, 2 horas, 6 horas, 6 horas, 4 horas, 4 horas.

4. ¿Cuál es tu pasatiempo favorito?

Escuchar música, ver televisión, escuchar música, leer, escuchar música, ver televisión, leer, bailar, escuchar música, leer, ver televisión, bailar, leer, ver televisión, escuchar música, ver televisión.

Realizar:

- Tabla de distribución de frecuencias para cada una de las variables:
- Representar cada variable en un histograma.
- Representar cada variable en un diagrama circular.

Nota: la representación gráfica debe realizarse en la parte posterior de las páginas 35 y 36 de esta cartilla.

TABLAS DE FRECUENCIA ACTIVIDAD No.7

EDAD	

DEPORTE	

No. HORAS	

PASATIEMPO	

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Son parámetros estadísticos que marcan, bajo distintos criterios, los valores en torno a los cuales se disponen los datos de una distribución. También se conocen como medidas de centralización. Las más importantes son la moda, la media y la mediana.

MODA (Mo)

Es el valor x_i de la variable al que corresponde la mayor frecuencia, es decir, es el valor que más se repite en un conjunto de datos. Si ningún dato aparece más de una vez, entonces no hay valor modal; y si varios números aparecen con igual frecuencia entonces todos ellos serán las modas.



Para ilustrarte mejor acerca de la moda, vamos a tomar como ejemplo la encuesta realizada a un grupo de niños sobre su fruta favorita, siendo la moda la fruta que más veces se repite.

Fruta	Fcia. Abs.
Piña	8
Manzana	5
Naranja	10
Pera	4
Fresa	3

Como se puede observar la naranja tiene como frecuencia absoluta 10, convirtiéndose en la fruta que más veces se repite, por lo tanto la moda en este caso sería la naranja.

Para una mejor comprensión realizaremos otro ejercicio de aplicación, en este caso tomaremos los pesos en kilogramos de un grupo de alumnos de grado octavo.

Los pesos en kilogramos de los alumnos y alumnas de un grupo de grado octavo son:

60	58	39	57	63	61	54	66
53	59	57	47	52	58	55	62
43	64	39	56	50	51	42	64
50	49	59	43	48	51	39	57
50	47	65	51	52	62	60	48

- ☆ Construir la tabla de frecuencias y la clase modal agrupando los datos así: de 39 a 44, de 45 a 50, de 51 a 56, de 57 a 62, de 63 a 67.
- ☆ En la parte posterior de esta página representar la información en diagrama de barras.

Intervalo	fi	fa	fr		
39 - 44					



La Moda es: _____

MEDIA ARITMÉTICA O PROMEDIO (X)

La media es el cociente entre la suma de los datos y el número de datos, es decir, el promedio.

Para ilustrarte mejor tomaremos como ejemplo las edades de un grupo de niños:

Si las edades de 7 niños son: 4, 6, 6, 7, 9, 11 y 13 años, la media será:

$$\frac{4 + 6 + 6 + 7 + 9 + 11 + 13}{7} = \frac{56}{7} = 8$$



Como puedes observar, se suma cada una de las edades de los niños y luego se divide por el total del número de niños, en este caso es 7.

Para obtener la media a partir de una tabla de frecuencias se adiciona una nueva columna a la frecuencia absoluta y allí se calcula el producto de los valores de la variable por los de la frecuencia absoluta; finalmente se suman todos los resultados y se divide por el total obtenido en la frecuencia absoluta. Para una mejor comprensión, ilustraremos la explicación paso a paso a través de un ejemplo.

Los alumnos de un grupo de grado 7°, obtuvieron las siguientes valoraciones en una prueba de ciencias naturales:

Estudiante	Nota
Pedro	7
Juana	8
Marina	9
Roberto	5
Rodrigo	8
Marta	7
Mario	6
Elizabeth	8
Andrés	10
David	6
Alex	7

Estudiante	Nota
Cecilia	7
Luis	6
Bernardo	5
Patricia	7
Mónica	8
Tatiana	7
Adriana	6
Paula	5
Santiago	8
Daniel	9
Jairo	7



En primer lugar construiremos una tabla de frecuencia absoluta a partir de las notas obtenidas.

Notas de los estudiantes (xi)	No. alumnos y alumnas fi
5	3
6	4
7	7
8	5
9	2
10	1
Total (N)	22

Observemos que tres alumnos tienen como nota el 5; como debemos sumar 3 veces 5, lo haremos mejor multiplicando 3 x 5 y así con la tabla de frecuencias se facilita el trabajo.

Notas de los estudiantes (Xi)	No. alumnos y alumnas fi	Xi x fi
5	3	5 x 3 = 15
6	4	6 x 4 = 24
7	7	7 x 7 = 49
8	5	8 x 5 = 40
9	2	9 x 2 = 18
10	1	10 x 1 = 10
Total (N)	22	156

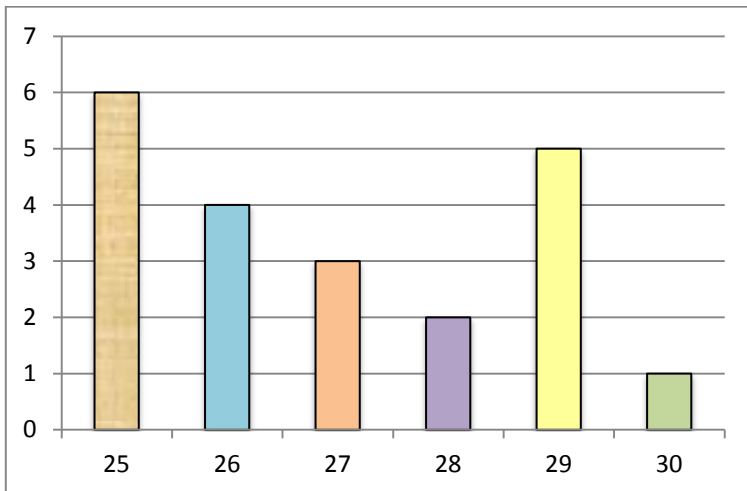
Después de multiplicar Xi x fi, se suman todos los resultados, que en este caso nos da 156.

Posteriormente este resultado se divide por el total de alumnos (22), y el resultado será la media:

$$\frac{156}{22} = 7,09$$

Ejercicio de aplicación

La siguiente grafica representa las edades de un grupo de empleados de una empresa. A partir de ella construir tabla con frecuencia absoluta y calcular la media aritmética.



MEDIANA (Me)

La mediana es el valor que se encuentra en el medio de todos los valores de un conjunto de datos ordenados de menor a mayor. Cuando dos valores se encuentran en el medio se suman y se divide por dos y este valor será la mediana. Para calcular la mediana podemos hacer uso de la frecuencia acumulada.

Ejemplo: calculemos la tabla de frecuencias acumuladas por intervalos y la clase mediana del peso de los alumnos y alumnas de grado 10°.

Intervalo	fi	Fcia Acumulada
39 – 44	6	
45 – 50	7	
51 – 56	10	
57 – 62	12	
63 - 67	5	

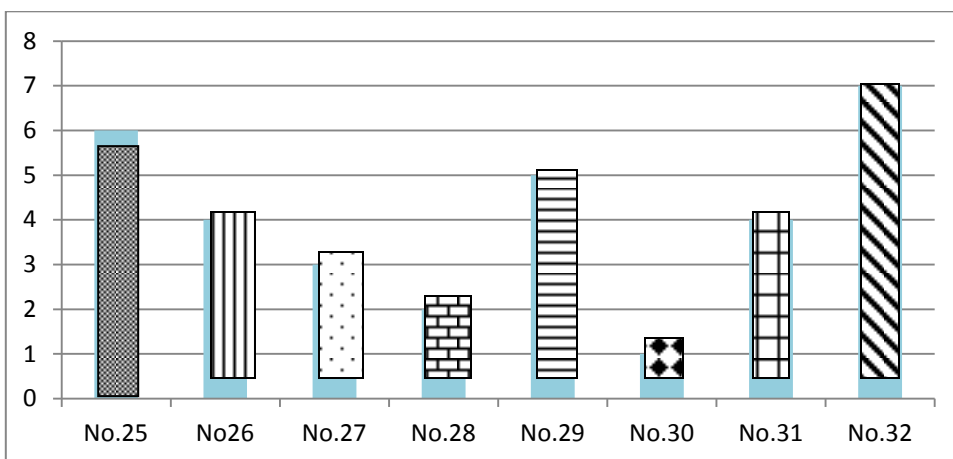


Recuerda que la mediana es el valor que se encuentra en el punto medio de todos los datos. Por lo tanto en este ejercicio el valor de la mediana es _____

Para una mejor explicación del ejercicio anterior, describiremos el proceso paso a paso:

Como son 40 datos, se halla el cociente $\frac{40}{2} = 20$ y en la columna de frecuencias acumuladas buscamos el primer valor mayor que o igual a 20. La frecuencia acumulada con esta característica es 23, que corresponde al intervalo 51 – 56, en el cual se encuentra la mediana.

Practicaremos con otro ejemplo dos formas diferentes de calcular la mediana. La siguiente grafica representa el número de calzado de un grupo de niños.



No. calzado	Fi	Fa

Primera forma: calcularas la mediana como se te explicó anteriormente, es decir, dividirás el total de datos por 2, luego buscarás la frecuencia acumulada que sea igual o mayor a este valor, este dato será la mediana. Esta forma es la más correcta en términos estadísticos.

Segunda forma: esta forma es un poco más sencilla, pero sólo es útil cuando se trata de un número de datos pequeño, ya que en el caso contrario se torna más largo y poco útil el ejercicio; se trata de organizar todos los datos en su orden numérico y luego comenzar a cancelar los números de los extremos; el número que queda en el centro es el valor de la mediana (cuando se trata de datos impares), si quedan dos números en el centro estos se deben promediar (cuando se trata de datos pares). Para nuestro ejemplo los datos quedarán organizados así (debes completar los espacios restantes).

25	<u>25</u>	<u>25</u>	<u>25</u>	<u>25</u>	<u>25</u>	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	<u>32</u>	32	—	—	—	—	—	—	—


Como puedes observar se van cancelando los números de los extremos, hasta llegar al centro, si los dos números que quedan en el centro son iguales no hay que realizar más proceso, pero si son diferentes se deben promediar.

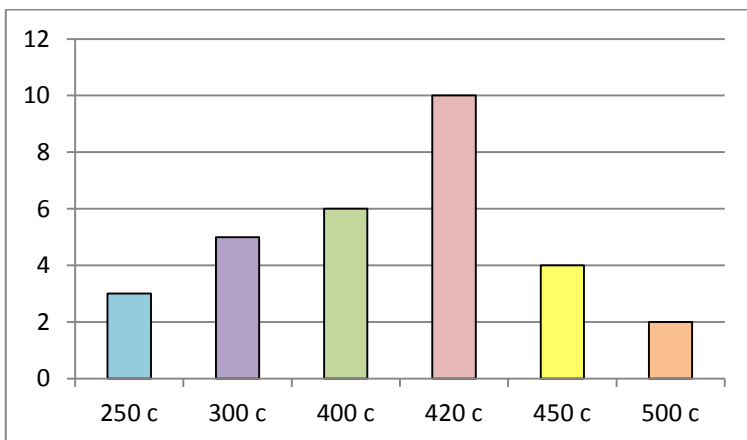
ACTIVIDAD No.8
MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Las siguientes son las temperaturas presentadas en una ciudad durante el mes de enero:

Domingo	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
		1 20°C	2 21°C	3 19°C	4 19°C	5 21°C
6 23°C	7 22°C	8 22°C	9 20°C	10 18°C	11 19°C	12 22°C
13 22°C	14 23°C	15 23°C	16 24°C	17 25°C	18 24°C	19 22°C
20 21°C	21 22°C	22 20°C	23 19°C	24 21°C	25 22°C	26 23°C
27 22°C	28 20°C	29 19°C	30 21°C	31 22°C		

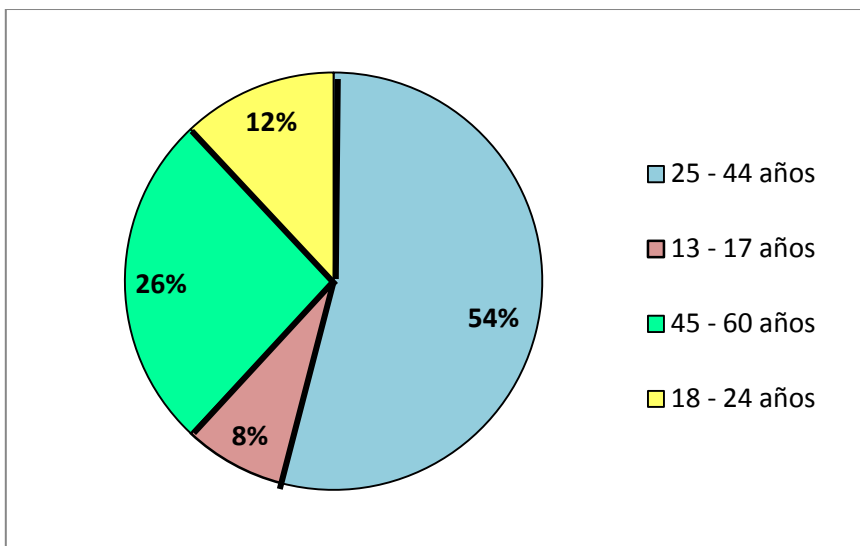
1. Realizar tabla con frecuencia absoluta, frecuencia acumulada y frecuencia relativa porcentual.

2. Calcular las medidas de tendencia central:
 3. En la parte posterior de esta página representar la información en un polígono de frecuencias y en un diagrama circular.
-  La siguiente grafica representa la producción de canastas de huevos en una avícola, durante el mes de septiembre.



1. Calcular las medidas de tendencia central.
2. ¿Cuál fue la menor producción de huevos y durante cuántos días se presentó?
3. ¿Cuál fue la mayor producción de huevos y durante cuántos días se presentó?
4. Representar la información en un diagrama circular.

2. La gráfica siguiente representa el porcentaje de personas que consumen cigarrillo de acuerdo con la edad, según encuesta realizada.



- a. Representar la información en un histograma (parte posterior de esta página).
 - b. Si la encuesta se realizó a 2500 personas, ¿cuál es la frecuencia absoluta de cada uno de los intervalos?.
 - c. Encuentra la media, la moda y la mediana para este estudio.
3. Se le preguntó la edad a 105 personas que asistían a una conferencia sobre educación. La información se resumió en la siguiente tabla:

Edad	Número de asistentes
27	16
29	6
32	29
35	34
42	8
50	5
52	4
54	3

- a. ¿Cuál es la edad más frecuente entre los asistentes?
- b. ¿Cuál es el promedio de edad de los asistentes a la conferencia?

4. Los siguientes datos recogidos durante quince días corresponden al número de automóviles que entran cada día en una estación de servicio:

61	67	69	58	66
69	68	64	63	62
63	62	64	65	67

La media de automóviles diarios es:

- a. 63 b. 64 c. 64,53 d. 65

5. Los siguientes datos corresponden al número de personas que entran en una tienda diariamente durante 26 días:

130	135	117	126	145
126	129	127	139	136
127	139	127	126	128
126	127	129	130	131
127	129	128	130	129
128				

La mediana es

- a. 130 b. 129 c. 127 d. 128

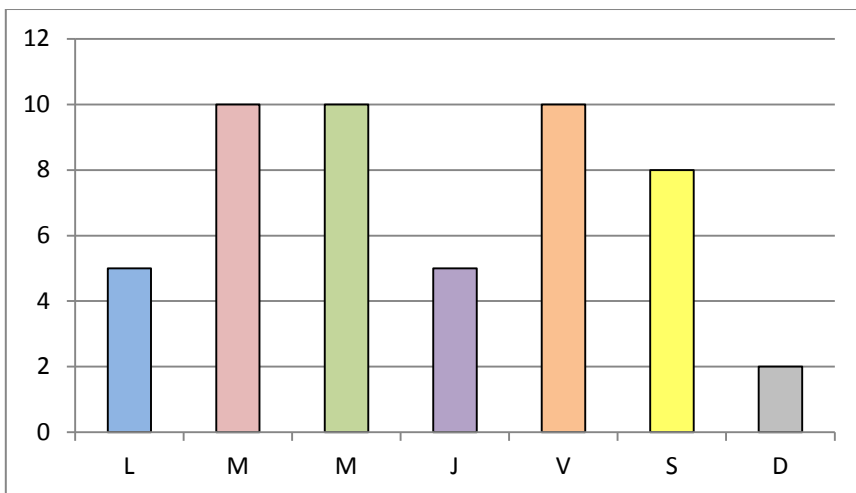
6. Los siguientes datos corresponden a los libros vendidos por una librería durante 30 días:

441	342	427	333	426
427	329	444	427	426
387	462	427	449	443
427	427	445	452	446
427	412	415	417	442
439	427	426	429	423

La moda es.

- a. 427 b. 426 c. 421 d. 423

7. La tabla de frecuencias absolutas del siguiente diagrama de barras es:



a.

Días	Personas
L	10
M	20
Mc	20
J	5
V	20
S	10
D	2

b.

Días	Personas
L	5
M	10
Mc	10
J	5
V	10
S	10
D	5

c.

Días	Personas
L	4
M	9
Mc	9
J	4
V	9
S	4
D	2

d.

Días	Personas
L	5
M	10
Mc	10
J	5
V	10
S	8
D	2

8. Si la moda de 20 datos es el número 7, puede afirmarse que:

- No hay números mayores que 7.
- El número 5 no está en los datos.
- No hay números menores que 5.
- El dato que más se repite es 7.

9. Tenemos 20 datos y al hallar la media dio 8,5; si agregamos el número 10 a los datos la media será:

- a. 10 b. 9,2 c. 9 d. No puede determinarse.

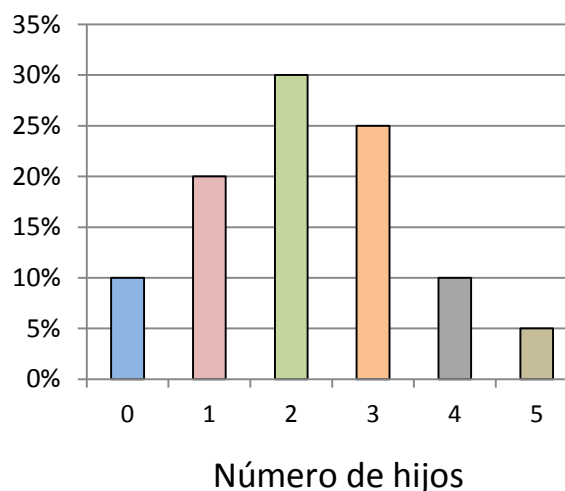
10. Si deseamos calcular la mediana en el ejercicio anterior, ésta será igual a:

- a. 10 b. 9,2 c. 9 d. No puede determinarse.

Contestar las siguientes preguntas teniendo en cuenta la siguiente información:

Se ha preguntado a un cierto número de familias por el número de hijos. Los resultados obtenidos están representados en una tabla y un diagrama de barras:

Número de hijos	Número de familias
0	2
1	4
2	6
3	?
4	2
5	?
TOTAL	



11. Al completar la tabla se tiene que:

- a. El número de familias que tiene 3 hijos es 5.
 b. El número de familias que tiene 5 hijos es 5.
 c. El total de familias encuestadas es de 44.
 d. No hay familias que tengan 5 hijos.

12. Al analizar el diagrama de barras, se puede afirmar que:

- a. La mayoría de las familias encuestadas tiene 4 o más hijos.
 b. El 70% de las familias tiene 2 o más hijos.
 c. El 50% de las familias tiene 2 o menos hijos.
 d. 30 familias tienen 2 hijos.

PROBABILIDAD DE EVENTOS SIMPLES



Ahora vamos a continuar con un nuevo tema, el cual lo aplicas muchas veces en las actividades que realizas, éste se conoce como probabilidad.

Experiencias como: lanzar un dado, lanzar una moneda, seleccionar con los ojos cerrados una tarjeta de 11 que están numeradas de 0 a 10, seleccionar de una bolsa una bola de pimpón de diez bolas de colores rojo, azul y amarillo, establecer el sexo de la próxima persona que aparecerá en la puerta, determinar el resultado final de un partido de fútbol y muchos otros; tienen una característica en común: su resultado no es predecible y se puede acertar o no.

El conjunto de posibles resultados de un experimento aleatorio se conoce como **Espacio Muestral (EM)**, por ejemplo:

- ☞ Seleccionar una balota de una caja en la cual hay dos rojas, una verde y tres blancas.

En este caso el espacio muestral es:

$EM = \{ \text{rojo, verde, blanco} \}$

Pues estos son los colores que poseen las balotas que fueron introducidas en la caja.

- ☞ Probar el sabor de tres jugos de frutas diferentes: fresa, naranja y uva; colocados en vasos iguales que no permiten ver el color del líquido.

En este caso el espacio muestral es:

$EM = \{ \text{fresa, naranja, uva} \}$

Cualquier subconjunto de un espacio muestral se conoce como evento. Si el evento es un subconjunto unitario del espacio muestral, se le llama evento elemental; de otro modo se llama evento compuesto.

La probabilidad asignada a un evento es una estimación del grado de seguridad de que se verifique u ocurra.



Espero que te haya quedado claro lo que es el espacio muestral, ahora vamos a ver la probabilidad de que esos eventos ocurran.

PROBABILIDAD TEÓRICA DE UN EVENTO

La probabilidad se ocupa de medir o determinar cuantitativamente la posibilidad de que ocurra un determinado suceso. La probabilidad está basada en el estudio de la combinatoria y es fundamento necesario de la estadística.

La creación de la probabilidad se atribuye a los matemáticos franceses del siglo XVII Blaise Pascal y Pierre de Fermat.

La probabilidad matemática comenzó como un intento de responder a varias preguntas que surgían en los juegos de azar, por ejemplo, saber cuántos dados hay que lanzar para que la probabilidad de que salga algún seis supere el 50%.

La probabilidad de un resultado se representa con un número entre 0 y 1, ambos inclusive. La probabilidad 0 indica que el resultado no ocurrirá nunca, y la probabilidad 1, que el resultado ocurrirá siempre.

El cálculo matemático de probabilidades se basa en situaciones teóricas en las cuales puede configurarse un espacio muestral cuyos sucesos elementales tengan todos la misma probabilidad. Por ejemplo, al lanzar un dado, la probabilidad de cada una de las caras es $1/6$. Al lanzar dos dados, la probabilidad de cada uno de los resultados es $1/36$.

En estos casos, la probabilidad de un suceso cualquiera S , se calcula mediante la regla de Laplace: $P[S] = \text{número de sucesos elementales de } S / \text{número total de sucesos elementales}$

$$P[S] = \frac{\text{Número de sucesos elementales}}{\text{Número total de sucesos elementales (EM)}}$$



Voy a ilustrarte con unos ejemplos y vas a ver lo fácil que es calcular la probabilidad de un evento o suceso

Ejemplo No.1:

¿Cuál es la probabilidad de obtener cara en el lanzamiento de una moneda?.

Como la moneda tiene dos caras, entonces el espacio muestral es:

EM= { cara, sello}= 2 , pues estas son las opciones que me pueden salir.

Aplicando la formula de probabilidad de un evento simple, queda así

$P[S] = \frac{\text{Número de sucesos elementales}}{\text{Número total de sucesos elementales (EM)}}$, reemplazando en la formula, se obtiene:

$$P[S] = \frac{\text{cara}}{\text{cara, sello}}, \text{ es decir } P[S] = \frac{1}{2} = \mathbf{0,5}$$

En términos de porcentaje, multiplicamos 0,5 por 100 y obtenemos que la probabilidad de obtener cara en el lanzamiento de una moneda sea de un 50%.

Ejemplo No.2:

Calcular la probabilidad teórica en los siguientes sucesos. Al lanzar un dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener?:

a) Un número múltiplo de 3

Lo primero que debemos determinar es el espacio muestral. En este caso las posibilidades de sucesos elementales son: $\{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \} = 6$.

Los múltiplos de 3 son: $\{3, 6\} = 2$

Por lo tanto la probabilidad de obtener un múltiplo de 3 está dada por:

$$P[S] = \frac{2}{6} = 0,33 ; \text{ en términos de porcentaje este valor equivale a un } 33\%.$$

b) Un número menor que 6

Lo primero que determinaremos es el espacio muestral. En este caso las posibilidades de sucesos elementales son: $\{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \} = 6$.

Los números menores que 6 son: $\{ 1, 2, 3, 4, 5 \} = 5$

Por lo tanto la probabilidad de obtener un número menor que 6 está dada por:

$$P[S] = \frac{5}{6} = 0,83; \text{ en términos de porcentaje este valor equivale a un } 83 \%$$

c) Un número mayor que 5

Primero que todo determinamos el espacio muestral. En este caso las posibilidades de sucesos elementales son: $\{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \} = 6$.

El número mayor que 5 es: $\{ 6 \} = 1$

Por lo tanto la probabilidad de obtener un número mayor que 5 está dada por:

$$P[S] = \frac{1}{6} = 0,16; \text{ en términos de porcentaje este valor equivale a un } 16\%.$$

d) Un número mayor que 2

Primero determinaremos el espacio muestral. En este caso las posibilidades de sucesos elementales son: $\{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \} = 6$.

Los números mayores que 2 son: $\{ 3, 4, 5, 6 \} = 4$

Por lo tanto la probabilidad de obtener un número mayor que 2 está dada por:

$$P[S] = \frac{4}{6} = 0,66; \text{ en términos de porcentaje este valor equivale a un } 66\%.$$

e) Un número mayor que 4

Primero determinaremos el espacio muestral. En este caso las posibilidades de sucesos elementales son: $\{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \} = 6$

Recuerda que nos da 6 opciones, porque el dado tiene 6 caras.



Los números mayores que 4 son: $\{ 5, 6 \} = 2$

Por lo tanto la probabilidad de obtener un número mayor que 4 está dada por:

$$P[S] = \frac{2}{6} = 0,33; \text{ en términos de porcentaje este valor equivale a un } 33\%.$$

Ejemplo No.3:

En una caja hay 10 balotas blancas, 5 balotas negras y 5 balotas rojas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una balota roja?

Lo primero que debemos hacer es determinar el espacio muestral, es decir las posibilidades de sucesos elementales, en este caso:

$$EM = \{ 10 \text{ b, } 5 \text{ n, } 5 \text{ r} \} = 20$$

Como la cantidad de balotas rojas equivale a 5, la probabilidad de este evento queda planteada de la siguiente manera:

$$P[S] = \frac{5}{20} = 0,25; \text{ en términos de porcentaje este valor equivale a un } 25\%.$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una balota blanca?

Lo primero que se hace es determinar el espacio muestral, que para nuestro ejemplo nos da un total de 20, pues este es el número total de balotas que hay en la caja. De esta manera, como la cantidad de balotas blancas es igual a 10, la probabilidad queda de la siguiente manera:

$$P[S] = \frac{10}{20} = 0,5; \text{ en términos de porcentaje este valor equivale a un } 50\%.$$

Ejemplo No.4:

En el lanzamiento de dos dados.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener caras iguales?.
- b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener suma 10?.
- c) ¿Cuál es la probabilidad de obtener suma mayor que 10?
- d) ¿Cuál es la probabilidad de obtener suma 8?
- e) ¿Cuál es la probabilidad de obtener suma menor que 6?

Como para este ejemplo, todas las probabilidades se basan en el lanzamiento de dos dados, lo primero que haremos será determinar el espacio muestral, pues éste será el mismo para los cinco literales.

Espacio muestral:

El espacio muestral está dado por las diferentes opciones o combinaciones que se pueden dar al lanzar al mismo tiempo dos dados, por lo tanto este será:

$$EM = \{ (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6) (3,1) (3,2) (3,3) \\ (3,4) (3,5) (3,6) (4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6) (5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6) \\ (6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6) \} = 36$$

La primera opción del paréntesis corresponde al primer dado y la segunda opción al dado No.2.

a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener caras iguales?

Si hacemos uso de las posibilidades que se nos presentan en el espacio muestral, el número de opciones serán 6.

EM= { (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6) (3,1) (3,2) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6) (4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6) (5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6) (6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6) }

Como la cantidad de opciones de sacar caras iguales es 6 entre 36, la probabilidad se plantea de la siguiente manera:

$$P[S] = \frac{6}{36} = 0,16; \text{ en términos de porcentaje este valor equivale a un 16\%.}$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener suma 10?

Haciendo uso de las posibilidades que se nos presentan en el espacio muestral, el número de opciones serán 3.

EM= { (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6) (3,1) (3,2) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6) (4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6) (5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6) (6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6) }

Como la cantidad de opciones de obtener suma 10 es 3 entre 36, la probabilidad queda de la siguiente manera:

$$P[S] = \frac{3}{36} = 0,08; \text{ en términos de porcentaje este valor equivale a un 8\%.}$$

c) ¿Cuál es la probabilidad de obtener suma mayor que 10?

Haciendo uso de las posibilidades que nos brinda el espacio muestral, el número de opciones también serán 3.

EM= { (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6) (3,1) (3,2) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6) (4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6) (5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6) (6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6) }

El número de opciones serán 3 entre 36, por lo tanto la probabilidad queda de la siguiente manera:

$P[S]=\frac{3}{36}=0,08$; en términos de porcentaje este valor equivale a un 8%.

d) ¿Cuál es la probabilidad de obtener suma 8?

Nuevamente haremos uso del espacio muestral obtenido al iniciar el ejercicio, y el número de opciones será igual a 5.

EM= { (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) **(2,6)** (3,1) (3,2) (3,3)
(3,4) **(3,5)** (3,6) (4,1) (4,2) (4,3) **(4,4)** (4,5) (4,6) (5,1) (5,2) **(5,3)** (5,4) (5,5) (5,6)
(6,1) **(6,2)** (6,3) (6,4) (6,5) (6,6) }

Como el número de opciones es 5 entre 36, la probabilidad de obtener suma 8 queda de la siguiente manera:

$P[S]=\frac{5}{36}=0,138$; en términos de porcentaje este valor equivale a un 13,8%.

e) ¿Cuál es la probabilidad de obtener suma menor que 6?

Haremos uso nuevamente del espacio muestral obtenido al principio de este ejercicio, el cual nos dará 10 opciones.

EM= { **(1,1) (1,2) (1,3) (1,4)** (1,5) (1,6) **(2,1) (2,2) (2,3)** (2,4) (2,5) (2,6) **(3,1) (3,2)** (3,3)
(3,4) (3,5) (3,6) **(4,1)** (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6) (5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6)
(6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6) }

El número de opciones es 10 entre 36, por lo tanto la probabilidad de obtener suma menor que 6 es:

$P[S]=\frac{10}{36}=0,27$; en términos de porcentaje este valor equivale a un 27%.

Ejemplo No.5:

Carolina fue en el autobús 24A al centro hoy y volvió en el 14B. Los choferes de la ruta 24A son 1 hombre y 3 mujeres; los de la 14B son 4 hombres y 2 mujeres, ¿cuál es la probabilidad de que ambos chóferes en el autobús fueran hombres?

Como se trata de dos sucesos independientes (autobuses 24A y 14B) debemos calcular la probabilidad por separado a cada uno de ellos.

Autobús 24A:

Probabilidad de que sea un hombre:

Espacio muestral: {1 hombre, 3 mujeres}, total= 4

$$P[S] = \frac{1}{4}$$

Autobús 14B:

Probabilidad de que sea un hombre:

Espacio muestral: {4 hombres, 2 mujeres}, total= 6

$$P[S] = \frac{4}{6}, \text{ al simplificar queda} = \frac{2}{3}$$

Como ya tenemos la probabilidad de cada uno de los eventos, procedemos a multiplicarlos entre sí, para de esta manera obtener la probabilidad definitiva del evento:

Probabilidad autobús 24A x Probabilidad autobús 14B

$$\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{12}, \text{ al simplificar se obtiene} = \frac{1}{6}$$

Si queremos calcular el porcentaje, se divide 1 entre 6, obteniendo como resultado 0,16 y se multiplica por 100, lo que nos da un porcentaje aproximado de 16%.

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

- Hallar la probabilidad de que al lanzar al aire tres monedas, salgan:
 - Dos caras.
 - Dos cruces.
 - Dos caras y una cruz.
- Se lanzan dos dados al aire y se anota la suma de los puntos obtenidos. Se pide:
 - La probabilidad de que salga el 7.
 - La probabilidad de que el número obtenido sea par.
 - La probabilidad de que el número obtenido sea múltiplo de tres.
- Busca la probabilidad de que al echar un dado al aire, salga:
 - Un número par.
 - Un múltiplo de tres.
 - Mayor que cuatro.
- Una urna tiene ocho bolas rojas, 5 amarilla y siete verdes. Se extrae una al azar, ¿cuál es la probabilidad de que?:
 - Sea roja.
 - Sea verde.
 - Sea amarilla.
 - No sea roja.
 - No sea amarilla.
- Se extrae una bola de una urna que contiene 4 bolas rojas, 5 blancas y 6 negras.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que la bola sea blanca?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que no sea blanca?
- En una clase hay 10 alumnas rubias, 20 morenas, cinco alumnos rubios y 10 morenos. Un día asisten 44 alumnos, encontrar la probabilidad de que el alumno que falta:

- a) Sea hombre.
b) Sea mujer morena.
7. En un sobre hay 20 papeletas, ocho llevan dibujado un coche las restantes son blancas. Hallar la probabilidad de extraer al menos una papeleta con el dibujo de un coche.
8. Hallar la probabilidad de que al levantar unas fichas de dominó se obtenga un número de puntos mayor que 9.
9. Se lanzan tres dados. Encontrar la probabilidad de que los puntos obtenidos sumen siete.
10. En una urna hay 15 bolas numeradas del 2 al 16. Al extraer una bola, cuál es la probabilidad de:
- a). Obtener par.
b) Obtener impar.
c) Obtener primo.
d) obtener impar menor que 9.
11. En un pueblo hay 100 jóvenes; 40 de los chicos y 35 de las chicas juegan al tenis. El total de chicas en el pueblo es de 45. Si elegimos un joven de esa localidad al azar:
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea chico?
b) Si sabemos que juega al tenis, ¿cuál es la probabilidad de que sea chica?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea un chico que no juegue al tenis?
12. Las 4 salas de conferencia en un edificio tienen vistas diferentes: 1 mira al norte y 3 miran al sur. Si la señora Mendoza asiste una reunión en una de ellas esta tarde, ¿cuál es la probabilidad de que tenga una vista al norte?
13. En una gaveta, hay corbatas de varios colores: 4 azules, 1 roja y 3 verdes. Si el señor Fuertes toma una corbata de la gaveta, ¿cuál es la probabilidad de que la corbata sea azul?

14. De 4 latas sobre una mesa, había 1 de lentejas y 3 de remolacha. Si una lata se cayó y se dañó, ¿cuál es la probabilidad de que la lata dañada fuera de lentejas?
15. Un hotel tiene 8 habitaciones disponibles: 2 al lado de la playa, 2 al lado de la discoteca y 4 al lado de la piscina. Si duermes en hotel, ¿cuál es la probabilidad de que tengas una habitación al lado de la playa?
16. Si Gabriela va a la ciudad en autobús con 3 mujeres y 9 hombres, y tiene que sentarse con alguien, ¿cuál es la probabilidad de que se siente con una mujer?
17. La señora Valera ha comprado una caja de chocolates. Son de sabores diferentes: 2 de fresa, 1 de caramelo y 3 de almendra. ¿Cuál es la probabilidad de que el primer chocolate que la señora Valera coma sea de fresa?
18. El señor Jiménez guarda sus corbatas en dos gavetas del mismo armario. En una gaveta hay 5 moradas, 1 blanca, 2 negras y 2 verdes. En la otra hay 4 moradas, 1 blanca, 2 negras y 1 verde. Si el señor Jiménez toma una corbata de cada gaveta, ¿cuál es la probabilidad de que las dos sean moradas?
19. La señora Mendoza visitó el Hotel Real una vez en enero y otra vez en febrero. El Hotel Real hacía renovaciones y por eso solamente ciertas habitaciones estaban disponibles. En enero había 3 al lado del club, 6 al lado del restaurante y 3 al lado del mar; en febrero había 3 al lado del club, 2 al lado del restaurante y 1 al lado del mar. ¿Cuál es la probabilidad de que la señora Mendoza tuviera una habitación al lado del club dos veces?
20. El señor García es un vaquero con clientes en Cabrera y Río San Juan. En Cabrera vende a 4 lecherías, 2 bodegas y 6 restaurantes; en Río San Juan a 1 lechería, 2 bodegas y 1 restaurante. Todos son muy confiables en comprar su leche. Hoy un cliente de Cabrera y otro de Río San Juan le llamaron para cancelar la venta del día. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos cancelaciones fueran de lecherías?

AUTOEVALUACIÓN PROBABILIDAD SIMPLE

TÉCNICA: selección múltiple con única respuesta (TIPO I)

- 1) En una bolsa se echan 12 bolitas numeradas correlativamente del 1 al 12. Calcular la probabilidad de obtener un número menor que 5 o múltiplo de 5 al sacar una de ellas.
A. $1/2$ B. $1/3$ C. $1/6$ D. $1/18$ E. 0
- 2) Al lanzar dos dados, ¿cuál es la probabilidad de obtener un puntaje menor que 5 ó mayor que 10?
A. $1/72$ B. $1/12$ C. $1/4$ D. $1/6$ E. Ninguna de las anteriores
- 3) Si se lanza un dado, calcular la probabilidad de que se obtenga un número impar o múltiplo de 3.
A. $1/2$ B. $2/3$ C. $1/3$ D. $1/6$ E. $5/6$
- 4) Determinar la probabilidad de que al lanzar un dado cuatro veces no se obtenga ningún 6.
A. 0 B. $1/1296$ C. $10/3$ D. $2/3$ E. $625/1296$
- 5) Se tiene dos urnas con bolas. La primera contiene 2 bolas blancas y 3 bolas negras; mientras que la segunda contiene 4 bolas blancas y una bola negra. Si se elige una urna al azar y se extrae una bola, ¿cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea blanca?
A. $6/5$ B. $8/25$ C. $2/5$ D. $3/5$ E. $4/5$
- 6) ¿Cuál es la probabilidad de obtener siete puntos en el lanzamiento de dos dados?
A. $1/6$ B. $1/2$ C. $7/12$ D. $7/36$ E. $7/2$
- 7) Una caja contiene 12 bolas negras y 8 rojas, ¿qué probabilidad hay de no sacar una bola negra?
A. $2/5$ B. $3/5$ C. $2/3$ D. $3/2$ E. 8

8) Se lanza un dado y sale 4. ¿Qué probabilidad hay de que al lanzarlo nuevamente sume con el primer resultado un número menor que 9?

- A. $1/9$ B. $5/6$ C. $7/36$ D. $4/9$ E. $2/3$

9) ¿Cuál de las siguientes expresiones no corresponde a un suceso aleatorio?

- A. Jugar un juego de azar
B. Enfriar agua a 0° C.
C. Lanzar una piedra y medir su alcance
D. Preguntarle a un desconocido si fuma
E. Apostar en una carrera de caballos

10) ¿Qué probabilidad hay de que la lanzar 2 dados se obtenga una suma menor que 6?

- A. 10 B. $5/6$ C. $1/6$ D. $5/18$ E. $5/36$

11) ¿Cuál es la probabilidad de ganar el premio de un rifa para la cual se venden 20 listas y cada lista tiene 20 números, si se compran 4 números?

- A. $1/100$ B. $1/10$ C. $1/5$ D. $1/4$ E. Ninguna de las anteriores

12) ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral que se obtiene al lanzar 3 monedas?

- A. 27 B. 9 C. 8 D. 6 E. 3

13) La probabilidad de que al sacar una carta al azar de un naipé inglés (52 cartas), ella sea un as es:

- A. $1/14$ B. $1/10$ C. $1/12$ D. $1/26$ E. $1/13$

14) En un jardín infantil hay 8 morenos y 12 morenas, así como 7 rubios y 5 rubias. Si se elige un integrante al azar, la probabilidad de que sea rubio o rubia es:

- A. $5/8$ B. $9/16$ C. $3/8$ D. $13/32$ E. $15/32$

15) Se lanzó un dado dos veces, obteniéndose 4 en ambas oportunidades. ¿cuál es la probabilidad de que en un tercer lanzamiento se obtenga nuevamente 4?

- A. $1/3$ B. $1/4$ C. $1/6$ D. $1/36$ E. $1/216$

16) La probabilidad de que al lanzar un dado se obtenga un número menor que 5 es:

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{1}{6}$ E. $\frac{4}{5}$

17) Carolina lanza un dado. ¿cuál es la probabilidad de que ella obtenga un número menor que 3?

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{4}{6}$ E. Ninguna de las anteriores.

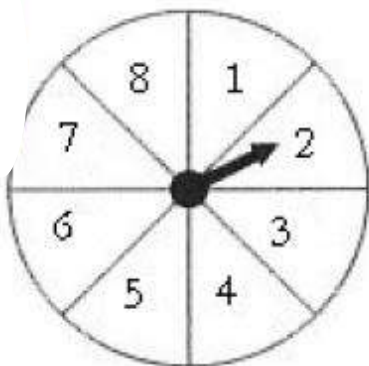
18. Se lanza un dado y se obtiene 2. ¿cuál es la probabilidad de que en un segundo lanzamiento se obtenga un número que, sumado con 2, sea inferior a 6?

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$ E. $\frac{1}{2}$

19. De 25 televisores que se fabrican, 1 sale defectuoso. ¿cuál es la probabilidad de escoger uno defectuoso en 100 televisores?.

- A. $\frac{1}{25}$ B. $\frac{1}{50}$ C. $\frac{1}{100}$ D. $\frac{1}{20}$ E. $\frac{2}{25}$

20. Se hace girar la flecha de la ruleta una vez, si la probabilidad de seleccionar alguna línea divisoria es despreciable, la probabilidad de obtener un número mayor que 4 es:



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{3}{4}$ E. $\frac{5}{8}$

RESPUESTAS																				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
E	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEORÍA DEL CONTEO



Ahora vamos a conocer un nuevo e interesante tema, de mucha aplicación en nuestro entorno, y lo nombraremos TEORÍA DEL CONTEO.

Las técnicas de conteo son aquellas que son usadas para enumerar eventos difíciles de cuantificar. Si el número de posibles resultados de un experimento es pequeño, es relativamente fácil de listar y de contar todos los posibles resultados. Al tirar un dado, por ejemplo, hay seis posibles resultados: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Si hay un gran número de posibles resultados tales como: el número de comisiones de ocho estudiantes que se pueden formar de un total de 150, sería tedioso listar y contar todas las posibilidades.

Ahora, para profundizar nuestro estudio iniciaremos con la definición de los términos básicos y la deducción de las formulas matemáticas que nos permitirán calcular la información de todas las maneras posibles en que ocurre un evento determinado.

Combinatoria

Rama de las matemáticas que estudia las posibles agrupaciones de objetos tomados de un conjunto dado; es de gran importancia en otras ramas de las matemáticas; también tiene importantes aplicaciones en el diseño y funcionamiento de ordenadores o computadoras

Se puede definir también la *Combinatoria* como el arte de contar los posibles elementos de un conjunto, teniendo especial cuidado en no olvidar ningún elemento ni en contarlos más de una vez. A continuación estudiaremos los temas más básicos relacionados con la combinatoria:

Variaciones:

Las variaciones son agrupaciones ordenadas de objetos de un conjunto, por ejemplo, si se toma una baraja con cuarenta cartas, cada una de las distintas formas en que se pueden repartir 4 cartas es una variación de las 40 cartas tomadas de cuatro en cuatro.

Variaciones sin repetición:

Tenemos que si de un conjunto de n elementos cogemos subconjuntos de m elementos (todos distintos) y en los conjuntos influye el orden, la fórmula que nos da el número total de variaciones sin repetición será:

$$V_{n,m} = \frac{m!}{(m-n)!}$$

Ejemplo:

☞ Con las cifras del conjunto $A = \{1,2,3,4\}$ ¿cuántos números de dos cifras diferentes se pueden construir?

Solución:

Denotaremos m a la cantidad de elementos del conjunto y n a la cantidad de cifras diferentes que se pueden formar (en nuestro caso serán dos cifras), aplicando la fórmula quedará de la siguiente manera:

$$V_{4,2} = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 12 ; V_{4,3} = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1} = 24$$

Ejercicios para practicar:

- ❖ A un certamen de poesía se han presentado 26 candidatos. El cuadro de honor lo forman el ganador, el finalista y un accésit. ¿Cuántos cuadros de honor se pueden formar?
- ❖ En un concurso hípico en el que participan 24 caballos, ¿de cuántas formas distintas se puede dar el primer y segundo premio?
- ❖ Con las letras de la palabra *JAVIER*, ¿cuántas palabras de cuatro letras, sin repetir, se pueden formar?

Variaciones con repetición:

Tenemos que si de un conjunto de n elementos cogemos subconjuntos de m elementos (repetidos o no) y en los conjuntos influye el orden, la fórmula que nos da el número total de variaciones con repetición será:

$$VR_{n,m} = n^m$$

Ejemplo:

☞ Con las cifras del conjunto $A = \{1,2,3,4\}$ ¿ cuántos números de dos cifras iguales o no se pueden construir?

Recordemos, denotaremos como m a la cantidad de elementos y n a la cantidad de cifras que se pueden construir.

$$VR_{4,2} = 4^2 = 16$$

Ejercicios para practicar:

- ❖ Una máquina tragamonedas tiene una pantalla donde se ven tres figuras. Las figuras se ven al dejar de girar tres ruedas con 12 figuras cada una, ¿cuántas pantallas distintas podemos ver?
- ❖ En una bolsa hay ocho bolas numeradas del 1 al 8. Sacamos una bola, anotamos su número y la devolvemos a la bolsa. Repetimos la operación tres veces. ¿ Cuántos resultados distintos se pueden dar?
- ❖ En una clase de 25 alumnos se convocan tres concursos: de pintura, de redacción y de problemas de ingenio. Participan todos los alumnos y en cada uno hay un ganador. ¿Cuántos resultados se pueden dar?

Permutaciones:

Las permutaciones son las distintas formas en que se pueden ordenar los n elementos de un conjunto.



Para nuestro estudio profundizaremos sólo en la temática más básica de permutaciones y combinaciones.

Permutaciones sin repetición:

Tenemos que si de un conjunto de n elementos cogemos los n elementos (sin repetir) y en los conjuntos influye el orden, la fórmula que nos da el número total de permutaciones sin repetición será:

$$P_n = n!$$

Ejemplo:

- ☞ En un campeonato de motocross participan cinco equipos que pertenecen a España, Bélgica, Italia, Francia y Alemania. ¿Cuántas clasificaciones se pueden obtener?

$$P_5 = 5! = 120$$

Como puedes observar es muy sencillo, en este caso, son cinco los países participantes, por lo tanto se pueden permutar de cinco formas diferentes, esto lo denotamos como $5!$ (cinco factorial).

Ejercicios para practicar:

- ❖ Un grupo de 10 amigos pretende hacerse una foto, alineándose uno junto a otro. ¿Cuántas fotos en posiciones diferentes pueden hacerse?
- ❖ Un bar cuenta con 12 tipos de diferentes refrescos, y su propietario duda en elegir el orden en el que puede ponerlos en la carta. ¿ Entre cuántos refrescos en distinto orden puede tener que elegir?
- ❖ ¿De cuántas formas diferentes puede acabar el campeonato de la liga española de fútbol de primera división si juegan 20 equipos?
- ❖ En una banca de cuatro puestos, ¿de cuántas maneras diferentes se pueden sentar cuatro personas?
- ❖ ¿De cuántas maneras se pueden asignar los cuatro primeros lugares de un concurso de pintura que se realiza en la institución, si hay 14 participantes?.

Combinaciones sin repetición:

Son combinaciones simples, dispuestas linealmente, que se pueden formar a partir de n elementos distintos, sin que alguno se repita y sin importar el orden de ellos. Estas agrupaciones se diferencian entre sí sólo por los elementos que las conforman.

La fórmula que nos permite calcular el número de combinaciones sin repetición es:

$$C_{n,m} = \frac{n!}{m! (n - m)!}$$

Ejemplo:

 ¿Cuántas carreteras habrá que construir si se quieren unir 4 pueblos de dos en dos?

Solución:

Si llamamos a los pueblos A, B, C y D sería cuantas combinaciones podemos hacer con esas cuatro letras de manera que no se repitan y que no influya el orden, al aplicar la fórmula, quedaría de la siguiente manera:

$$C_{4,2} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6 \text{ carreteras}$$

Ejercicios para practicar:

- ❖ Una heladería tiene helados de quince sabores. ¿ Cuántos cucuruchos de tres sabores diferentes puede hacer?
- ❖ Deseamos pintar tres bolas iguales cada una de un color distinto. Disponemos de 7 colores. ¿ De cuántas formas podemos hacer la elección?
- ❖ En un examen de test, de 30 preguntas, un estudiante debe responder a 20 preguntas para aprobar. ¿ Cuántos grupos de preguntas distintos puede elegir?
- ❖ ¿De cuántas maneras se puede escoger un comité de 4 hombres de un grupo de 8?
- ❖ ¿Cuántos grupos de cinco alumnos pueden formarse con los treinta alumnos de una clase?. Un grupo es distinto del otro si se diferencia de otro por lo menos en un alumno.

REGLAS BÁSICAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS:

- ★ Si en cada agrupación figuran **TODOS** los elementos disponibles, importando su orden de colocación, entonces se trata de un problema de **permutaciones**.
- ★ Si en cada agrupación figuran **SÓLO ALGUNOS** de los elementos disponibles, sin importar el orden de colocación de éstos, entonces estamos ante un problema de **combinaciones**.

EJERCICIOS DE APLICACIÓN:

A continuación encontrarás una serie de ejercicios con los cuales podrás verificar tu aprendizaje en relación con la temática de permutaciones y combinaciones. Deberás solucionar cada uno de los ejercicios en la parte posterior de las páginas. Al finalizar podrás comprobar la realización correcta de los ejercicios, comparando tus respuestas con las propuestas en esta cartilla.

1. Con los dígitos: 3, 4, 6, 7, 9, ¿cuántos números de cinco cifras diferentes se pueden formar?
2. ¿Cuántos comités de cuatro personas se pueden formar de un grupo de 9 personas?
3. ¿Cuántos triángulos se pueden construir con 18 puntos no alineados?
4. Una empresa necesita contratar siete empleados para el departamento de ventas, si hay 28 opcionados a los cargos, ¿de cuántas maneras se pueden contratar los siete vendedores?
5. ¿Cuántas placas para automóvil pueden ser diseñadas si deben constar de tres letras seguidas de cuatro números?, No es posible repetir letras y números.
6. ¿Cuántas maneras hay para asignar tres premios de un sorteo en donde el primer premio es un departamento, el segundo premio es un auto y el tercer premio es un centro de cómputo, si los participantes en este sorteo son 120 personas?
7. ¿Cuántas formas hay de asignar las primeras cinco posiciones de una carrera de autos, si participan 26 autos en esta carrera?. La asignación es totalmente al azar.
8. Se necesita conformar una comisión de 4 matemáticos y 3 físicos, si hay 10 matemáticos y 8 físicos, ¿de cuántas formas se puede formar la comisión?
9. Cinco equipos participan en una eliminatoria, a la final llegan dos equipos. ¿de cuántas maneras diferentes se puede jugar la final?
10. Si se cuenta con 14 alumnos que desean colaborar en una campaña de limpieza, ¿cuántos grupos de limpieza podrán formarse si se desea que consten de 5 alumnos cada uno de ellos?
11. Hay que colocar a 5 hombres y 4 mujeres en una fila de modo que las mujeres ocupen los lugares pares. ¿De cuántas maneras puede hacerse?
12. Un alumno tiene que elegir 7 de las 10 preguntas de un examen. ¿De cuántas maneras puede elegir las?
13. Un alumno tiene que elegir 7 de las 10 preguntas de un examen. ¿De cuántas maneras puede elegir las si las 4 primeras son obligatorias?

14. En una clase de 35 alumnos se quiere elegir un comité formado por tres alumnos, ¿cuántos comités diferentes se pueden formar?
15. ¿cuántas diagonales tiene un pentágono y cuántos triángulos se pueden formar con sus vértices?
16. Un turista quiere visitar 5 ciudades (Manizales, Cartagena, Santa Marta, Cali y Medellín). Si no quiere repetir ciudades, ¿cuántas rutas distintas puede elaborar si puede empezar y acabar en cualquiera de las ciudades?.

Respuestas:				
14) 6.545	15) 5 diagonales, 10 triángulos	16) 20		
10) 2.002	11) 2.880	12) 120	13) 20	
6) 1.685.040	7) 7.893.600	8) 11.760	9) 10	
1) 120	2) 126	3) 816	4) 1.184.040	5) 78.624.000

AUTOEVALUACIÓN PERMUTACIONES Y COMBINACIONES

TÉCNICA: selección múltiple con única respuesta (TIPO I)

1) El número de saludos que se pueden intercambiar entre doce estudiantes, si cada uno sólo saluda una vez a los otros es:

- A. 12 B. 66 C. 2 D. 18 E. 8

2) ¿Cuántas maneras diferentes hay de asignar las posiciones de salida de 8 autos que participan en una carrera de fórmula uno (considérese que las posiciones de salida de los autos participantes en la carrera son dadas totalmente al azar?)

- A. 28 B. 8.000 C. 64 D. 40.320 E. Ninguna de las anteriores

3) ¿Cuántas maneras diferentes hay de asignar los primeros tres premios de la carrera anterior?

- A. 336 B. 40.320 C. 28 D. 16 E. 64

4) ¿Cuántas maneras hay de asignar las 5 posiciones de juego de un equipo de básquetbol, si el equipo consta de 12 jugadores.

- A. 10 B. 1296 C. 95.040 D. 144 E. 792

5) ¿Cuántas maneras hay de asignar las posiciones del juego anterior, si una de ellas sólo puede ser ocupada por Uriel José Esparza?.

- A. 11.880 B. 7.920 C. 25 D. 35 E. 45.200

6) ¿De cuántas formas distintas pueden sentarse ocho personas en una fila de butacas?

- A. 11.440 B. 124.340 C. 40.320 D. 7.360 E. 7.240

7) ¿Cuántas formas hay de asignar el orden de participación de las primeras 5 concursantes de 11 finalistas de un concurso de belleza?

- A. 19.740 B. 55.440 C. 36.280 D. 44.920 E. 23.680

8) ¿De cuántas formas pueden colocarse los 11 jugadores de un equipo de fútbol, teniendo en cuenta que el portero no puede ocupar otra posición distinta que la portería?

- A. 2.512.000 B. 3.524.600 C. 3.628.800 D. 34 E. 288

9) ¿De cuántas maneras pueden escogerse 3 hombres, 5 mujeres, 4 niños y 5 niñas entre 6 hombres, 8 mujeres, 7 niños y 8 niñas?

- A. 1.915.200 B. 5.640 C. 116.320 D. 5.118 E. 2.195.200

10) ¿De cuántas formas pueden mezclarse los siete colores del arco iris tomándolos de a tres?

- A. 35 B. 56 C. 16 D. 18 E. 5.040

NOTA: dejar consignado el procedimiento para cada uno de los ejercicios en la página posterior de la autoevaluación.

RESPUESTAS										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
B	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
C	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
D	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
E	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O

BIBLIOGRAFÍA

TOMADO Y ADAPTADO DE:

BELTRÁN B. LUIS P Y OTROS. Matemáticas con tecnología aplicada 7°. Editado por Prentice Hall de Colombia. 1996.

CAMARGO URIBE LEONOR. Nuevo Alfa 7°. Editorial Norma

MICROSOFT ® ENCARTA ® 2007. © 1993-2006 MICROSOFT CORPORATION. Reservados todos los derechos.

SALAZAR G. Juan José, LÓPEZ Y. Marta. Libro de probabilidad y combinatoria. Documento de PDF.

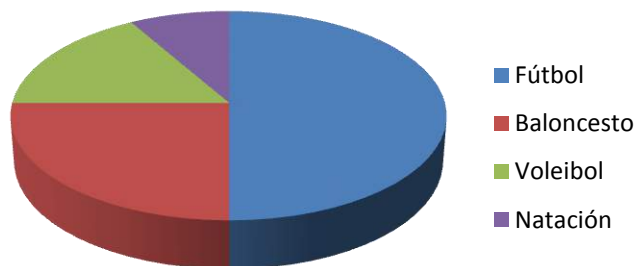
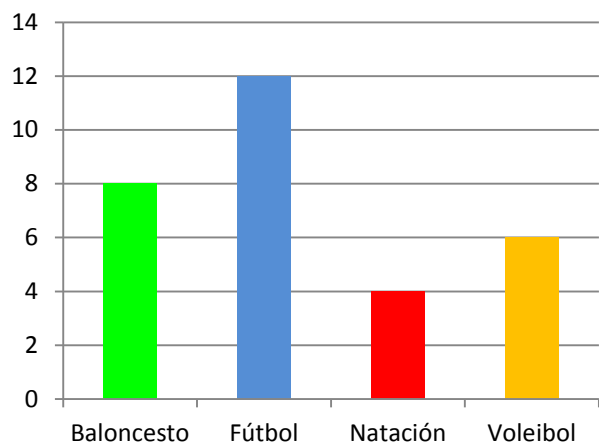
TORRES LÓPEZ BLANCA NUBIA Y OTROS. Supermat Matemáticas 7°. Editorial Voluntad 2000.

TORRES LÓPEZ BLANCA NUBIA Y OTROS. Supermat Matemáticas 8°. Editorial Voluntad 2000.

WILLS DARÍO Y OTROS. Matemática Moderna Estructurada 4. Editorial Norma 1978.

ESTADÍSTICA

Conceptos Básicos



Diseñada por:
Lic. MARÍA CRISTINA MARÍN VALDÉS

Institución Educativa "Eduardo Fernández Botero"
Área de Matemáticas
Amalfi