

SEMAINE DU 5/1 AU 11/1

STRUCTURES ALGÈBRIQUES

- ① Loi de composition interne/externe, associative, commutative, élément neutre, inverse, Ensemble stable, stable par inverse, distributivité
- ② Groupe, anneau (*dans le programme, toujours unitaire*), corps, espace vectoriel, Sous-

groupe
anneau
corps
espace vectoriel

,
- ③ morphisme de

groupes
anneaux
corps

, application linéaire (définis comme morphisme d'espaces vectoriels), composée de morphisme est un morphisme, un morphisme envoie le neutre sur le neutre, un inverse sur un inverse, Définition du noyau d'un morphisme, Caractérisation de l'injectivité d'un morphisme par le noyau, Image et image réciproque d'un sous-groupe est un sous-groupe, Vocabulaire (Isomorphisme, endomorphisme, automorphisme)
- ④ Permutations, groupes symétriques, écriture des permutations $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$
- ⑤ Caractérisation des sous groupes, intersection de sous groupes est un sous groupe, Groupe produit
- ⑥ Anneau intègre, Les étudiants doivent savoir quelles règles de calculs sont conservées et les quelles ne sont pas conservées dans un anneau non commutatif, Définition du groupe des inversibles, Caractérisation des sous-anneaux,
- ⑦ Espaces vectoriels produits, combinaison linéaire, intersection de sous espaces vectoriels est un espace vectoriel.
La connaissance sur les espaces vectoriels s'arrête là. Ils doivent savoir faire la même chose qu'avec un groupe ou un anneau : Montrer qu'une partie est un sous-espace vectoriel, calculer des intersections d'espaces vectoriels, ...

Il y a beaucoup de vocabulaire dans ce chapitre. Il est important de demander aux étudiants régulièrement les définitions ou caractérisations des notions qu'ils utilisent.

PREUVES

Seules les preuves dans cette section sont à savoir par coeur par les étudiants. Les autres preuves peuvent être demandées, en proposant une méthode et/ou en aidant l'étudiant durant la réalisation de la preuve.

La question de cours sera composée d'un énoncé rapide (définition, propriété ou théorème), suivi d'une démonstration (ou exemple) de cours choisie parmi :

- ① Montrer que l'image (ou l'image réciproque) d'un sous-groupe, par un morphisme, est un sous-groupe,
- ② Définition du noyau et caractérisation de l'injectivité du noyau (on peut le demander pour tout morphisme, même si les étudiants sont habitués au groupes pour les morphismes).
- ③ Définition d'un morphisme de groupe, preuve de $f(1_G) = 1_H$, $f(x^{-1}) = f(x)^{-1}$ et que la composée de deux morphismes est encore un morphisme. (Prop. 1)
- ④ Définition d'un sous-espace vectoriel et preuve que l'intersection de sous-espace vectoriels est un sous-espace vectoriel