Física Quântica

Luz, Quanta e Acção... Discreta

Versão 1.01

23 de Fevereiro de 2003

por

Sérgio M. M. Taborda

http://www.sergiotaborda.cjb.net

1. ÍNDICE

1. Índice 2
2. Introdução 3
3. A Luz 4
3.1 Corpúsculo ou Onda? 4
3.2 A Experiência da Dupla Fenda 4
4. Os Quantas 6
4.1 O Corpo Negro 6
4.2 O Efeito Fotoeléctrico 6
4.3 Espectros atómicos 7
5. O Átomo de Bohr 8
5.1 O Modelo Planetário de Rutherford 8
5.2 A quantificação das Órbitas 8
5.3 Saindo da Física Clássica 8
6. A Dualidade 10
6.1 O que a hipótese de De Broglie não é 10
6.2 O que a hipótese de De Broglie é 10
6.3 Feixes de Luz, Electrões e de outras Partículas 11
7. Modelos Mecânicos para a Física Quântica 12
7.1 A Mecânica de Matrizes de Born, Jordan e Heisenberg 12
7.2 A Mecânica Ondulatória de Schröndinger 13
8. A Interpretação da Função de Onda 15
8.1 Qual é a origem da Função de Onda? 15
8.2 O que a Função de Onda representa? 15
8.3 O Efeito da Medição Sobre a Função de Onda 15
8.3.1 Valor Expectável e Valor Observado 15
8.3.2 Valor Observável e Valor Medido 16
8.3.3 Colapso da Função de Onda 17
8.3.4 O Gato de Schröndinger 17
8.3.5 Principio de Incerteza de Heisenberg 18
8.3.6 O Paradoxo EPR 19
9. Como entender o modelo quântico? 21
10. A Física Quântica de Hoje 23
11. Conclusão 24
12. Anexos 25
A.1 Uma derivação da equação de Schröndinger 25

2. INTRODUÇÃO

A Física Quântica e o seu modelo mecânico, a Mecânica Quântica, são relativamente recentes do ponto de vista histórico e científico. Existem diferentes formas de lidar com a física quântica. Há quem a compreenda e utilize. Há quem simplesmente não esteja muito interessado em a compreender, mas somente ter uma ideia geral que lhe permita seguir os principais avanços da ciência nesse campo, ou outros relacionados. E, claro, há quem não a entenda, ou não a queira entender e simplesmente a ignora, como se não existisse. Ao contrário do que é dito muitas vezes, é possível compreender a física quântica.

Para aqueles que a ignoram, seja por descrença ou desconhecimento, espero que este texto seja uma fonte de informação sobre o que a física quântica é. Espero, ao menos, que entendam que não é nenhum disparate nem uma coisa incompreensível. Para quem já utiliza a física quântica este texto terá pouco mais valor do que um resumo histórico, mas para quem tenta acompanhar os que utilizam a física quântica, espero que este texto esclareça alguns pontos normalmente muito nublados em outros textos.

Para o leitor, em geral, espero que este texto desmistifique a mecânica quântica e crie algum interesse em aprender um pouco mais, e a entender melhor o que lê e ouve sobre o assunto.

Veremos como a Mecânica Quântica deriva de um melhor entendimento da luz e como esse conhecimento evoluiu até ser uma teoria física de corpo inteiro. Descobriremos o significado de alguns dos conceitos quânticos mais citados como os de *função de onda* e *colapso da função de onda*. Entraremos em detalhe em alguns pontos mais delicados desses conceitos e analisaremos alguns argumentos famosos como o *Gato de Schröndinger, o Principio de Incerteza* e o *Paradoxo EPR.*

Estas questões serão descritas recorrendo ao mínimo de matemática possível. Algumas expressões matemáticas são incluídas como curiosidade em alguns capítulos.

3. A LUZ

3.1 CORPÚSCULO OU ONDA?

A luz é um fenómeno associado a corpúsculos ou a ondas? Esta pergunta sempre surge quando se fala de Física Quântica. Essa pergunta parece não poder ser respondida tão facilmente como se poderia pensar em primeira análise. Por volta do final do século dezassete todas as experiências e ideias culminaram em duas teorias. A teoria corpuscular de Newton que explorava o conceito original de Gassendi de que a luz era um feixe de pequenas partículas **discretas**; e a teoria ondular de Huygens que explorava o conceito original de Descartes de que a luz era resultado da transmissão **continua** de pressão num meio mais etéreo que o ar: a pleuma[1]. Enquanto Newton postulava que a luz era composta de minúsculos corpúsculos diferentes que viajavam pelo espaço, Huygens postulava um princípio de propagação de ondas que actualmente leva seu nome – o Principio de Propagação de Huygens.

Newton levou a cabo diversas experiências que lhe permitiram concluir que a luz era composta de várias cores e não "pura" como se pensava. Na mesma época Robert Hooke publicava a sua teoria da cor baseada na ideia de ondas. A teoria de Newton baseava-se na existência de um ou vários tipos de corpúsculos de luz, enquanto a de Huygens se baseava na ideia de um meio que oscilava. Este meio desconhecido e vital à teoria foi baptizado de éter devido a que, se existisse, veria ser muito mais sublime que o ar. O problema de encontrar o éter levou depois ao surgimento de novos problemas na física, os quais foram removidos pela Teoria da Relatividade mais tarde, no princípio do século vinte.

A teoria de Newton não era completamente pura, para explicar alguns fenómenos Newton precisou postular que as partículas de luz criavam ondas no éter. Mesmo assim, ele defendia a existência dessas partículas. Segundo a teoria de Newton a velocidade de propagação da luz deveria aumentar quando esta passasse de um meio menos denso para um mais denso (do ar para a água, por exemplo). Durante o século dezoito muitos tomaram o partido de Newton mas principalmente pelo facto de Newton ter tido razão noutros assuntos. Um erro comum ainda hoje. A questão é que na época de Newton, e séculos seguintes, ainda não havia um método confiável de medir a velocidade da luz, por ela ser tão elevada. Os métodos usados na época eram principalmente astronómicos. Foi só em 1850, quando Foucault mostrou que a luz viaja mais lentamente na água que no ar, que a teoria de Newton foi falseada. Foi o golpe definitivo na teoria de Newton que acabou sendo abandonada por não corresponder com a experiência.

3.2 A EXPERIÊNCIA DA DUPLA FENDA

Mas não foi só o resultado de Foucault que abalou a teoria de Newton. No fim do século dezoito Thomas Young apresentou a sua célebre **Experiência da Dupla Fenda**. Ele colocou uma tela com um furo na frente de uma fonte luminosa e uma tela com dois furos na frente dessa. O resultado poderia ser observado numa terceira tela. Um conjunto de franjas de sombra e luz eram o resultado; que Young atribuía à interferência das ondas luminosas. A teoria de Newton não tinha como explicar o resultado apenas com corpúsculos.

A teoria ondulatória da luz tomou assim um novo fôlego. Por volta de 1819, Fresnell, num concurso promovido pela Academia Francesa, apresentou a sua teoria ondulatória da luz. No júri estavam presentes pessoas como Laplace e Poisson. Poisson usou a teoria de Fresnell para prever que se a luz passasse num disco seria criada sombra, mas no centro dessa sombra haveria um ponto de luz. Um dos membros do júri pediu que a hipótese de Poisson fosse

[1] Este meio é mais conhecido como Éter (não confundir com o composto químico com o mesmo nome). O nome Éter deriva da visão grega do mundo. A esfera da Terra é formada por quatro elementos: ar, água, fogo, terra. A esfera celestial fora da terra é formada por éter. O éter é o quinto elemento que os gregos pensavam ser completamente diferente dos elementos da Terra. Para a teoria da luz, o meio em que ela se propagava teria que existir no espaço celeste e também seria muito diferente daqueles que conhecemos, dai a adopção do nome para designar o meio pelo qual a luz se propaga. Hoje, não é mais necessário considerar a existência desse meio devido aos trabalhos de Einstein na Teoria da Relatividade Restrita

testada. O resultado foi como previsto e a teoria de Fresnell mostrou o seu potencial. Fresnell ganhou o prémio. É preciso notar que a teoria de Fresnell era puramente matemática. Embora baseado na ideia de uma função periódica, a teoria de Fresnell não tinha implicações como a existência de oscilações de um éter.

Antes do fim do século dezanove a teoria da luz como um fenómeno ondulatório e contínuo estava estabelecida. A teoria influenciou mais tarde o trabalho de Maxwell que conseguiu convencer que a luz era um fenómeno ondulatório, mas era devido a campos electromagnéticos. Essa relação foi testada com sucesso por Hertz.

4. OS QUANTAS

4.1 O CORPO NEGRO

Já em 1860, Bunsen e Kirchhoff observaram que ao passar luz sobre substâncias em combustão apareciam riscas pretas no espectro final. Isto era um novo fenómeno. As riscas eram interpretadas da seguinte forma: as substâncias em combustão absorviam determinadas cores (frequências) da luz. Estudos foram feitos sobre um certo tipo de objecto que absorve todas as frequências: o corpo negro. Contudo, esse corpo emite radiação que depende da sua temperatura. Stefan descobriu em 1879 que a energia total emitida era proporcional à quarta potência da temperatura do corpo. Este resultado é conhecido como a Lei de Stefan. Em 1889, Boltzman deriva esta lei aplicando a Segunda Lei da Termodinâmica e em 1896 Wien descreve todo o espectro emitido com base da temperatura do corpo (Lei de Wien). Na tentativa de explicar este resultado várias hipóteses foram levantadas.

Rayleigh partiu da hipótese que todas as frequências eram emitidas com igual probabilidade. A hipótese funcionava bem para baixas frequências mas começava a divergir do resultado experimental nas frequências próximas do violeta que corresponde a frequências mais altas. Este problema ficou conhecido como a **Catástrofe do Violeta**.

Foi Planck, em 1900, que explicou correctamente o porquê do espectro. Contudo ele teve que assumir que a energia da luz era apenas emitida em quantidades discretas. Esta hipótese transfere a probabilidade de emissão para uma frequência única, em vez de a partilhar por todas as frequências. Esta era a hipótese que corrigia o problema da catástrofe do violeta, mas era uma hipótese que implicava na descontinuidade da transferência da energia. A energia tinha que ser emitida em pacotes, em quantidades específicas, em *quantas* (*quantas* é o plural de *quantum*). Cada quantum desses tinha energia (E) directamente proporcional à sua frequência (f).

$$E = hf \qquad (1)$$

Este resultado corresponde a postular uma acção mínima igual ao valor de **h**. Esta constante, baptizada de Constante de Planck está presente sempre que tratamos de física quântica e significa que a física quântica está associada a acções discretas. Se h fosse zero, nenhum fenómeno quântico seria observável. A física quântica não existiria.

A física sempre assumiu que a energia se podia transferir em quantidades quaisquer, como um efeito contínuo. A introdução da descontinuidade na transferência da energia significou que nem todos os fenómenos naturais podiam ser explicados usando o modelo comum da energia contínua, dando origem a mais um ramo da física, a física dos *quantas*: a *física quântica*.

4.2 O EFEITO FOTOELÉCTRICO

Em 1905 Einstein explicou o efeito fotoeléctrico assumindo que a luz era composta de partículas discretas. Provavelmente está pensando porquê ele reviveu o conceito de Newton de luz como um conjunto de partículas. Bom, isso é longo de explicar. Einstein mostrou que se assumirmos que a luz é uma onda como propõe o modelo electromagnético de Maxwell, chegamos à conclusão que Rayleigh chegou, a catástrofe do violeta, que sabemos não está de acordo com a experiência nem é teoricamente viável. Einstein precisou então de voltar à ideia de Newton de que a luz é constituída de pequenos corpúsculos que baptizou de fotões. Se pensarmos na luz como onda, a onda é um fenómeno contínuo, macroscópico, que serve bem para explicar fenómenos de óptica que são essencialmente efeitos de média, (dada a alta velocidade da luz,) mas não serve para descrever um fenómeno discreto como a emissão de energia luminosa pelos átomos. A física moderna é caracterizada pela discretização de fenómenos que há partida pensámos contínuos, como a luz. Este é um desvio muito grande daquilo que tinha sido concluído no fim do século dezanove. A explicação básica do efeito fotoeléctrico valeu a Einstein o seu único prémio Nobel e marcou o começo da utilização séria da física quântica para explicar fenómenos da natureza.

4.3 ESPECTROS ATÓMICOS

Enquanto os estudos do corpo negro decorriam, eram estudados os espectros associados à excitação de átomos num gás. Embora não houvesse nenhuma teoria que explicasse o porquê de certas frequências serem absorvidas, e outras não, os resultados experimentais foram sendo compilados.

Um dos átomos mais estudados pela sua simplicidade era o de Hidrogénio. Não só por ser abundante e relativamente fácil de produzir mas porque o seu espectro é o mais simples. Em 1885 um professor suíço do ensino secundário, Johann Balmer conseguiu encontrar uma fórmula empírica, ou seja uma que se deduz directamente dos dados, que relacionava os valores dos comprimentos de onda das riscas do espectro na região da luz visível com um numero inteiro.

$$l_n = 3644\left(\frac{n^2}{n^2+2^2}\right) \quad (\text{x}10^{-10} m) \qquad (2)$$

Este resultado ficou conhecido como Série de Balmer uma vez que para cada valor de n = 1, 2,3, …, etc.…o resultado é o comprimento de onda da risca n do espectro. Mas existiam outras séries para outras faixas de comprimento de onda da luz. Descobriu-se que fazendo uma alteração na formula de Balmer essas outras séries também podiam ser calculadas. Em 1890 o físico sueco Johannes Rydberg generalizou a fórmula de Balmer para conter todas as séries:

$$l_n = R_H\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \qquad (3)$$

Onde R_H é a Constante de Rydberg. O que a sua fórmula evidenciava é que o comprimento de onda apenas dependia do nível de onde o electrão estava (n_i) e do nível onde ele ficava (n_f). O "salto" do electrão era proporcional ao comprimento de onda visto no espectro.

O estudo do átomo, através da análise espectral, e o do efeito fotoeléctrico, deixaram claro que a descontinuidade existia e que era preciso um modelo para a explicar

5. O ÁTOMO DE BOHR

5.1 O MODELO PLANETÁRIO DE RUTHERFORD

Após vários modelos terem sido sugeridos para o átomo o mais frutífero foi o modelo planetário de Rutherford. Rutherford bombardeou uma folha de ouro com partículas alfa e para sua surpresa observou que essas partículas saíam desviadas, algumas, mesmo voltavam para trás![2] Rutherford descobriu que o átomo tinha uma "zona central", um **núcleo**, com elevada massa e carga positiva. Descobriu também que esse núcleo era dez mil vezes mais pequeno que o átomo o que significa que a maior parte do átomo é "espaço vazio". Rutherford postulou então que um núcleo positivamente carregado estaria no centro do átomo e que os electrões girariam em torno dele como os planetas em torno do Sol[3]. Este modelo concordaria com a sua experiência, mas ainda não explicava os espectros conhecidos.

Para este modelo dar certo, o electrão seria visto como uma carga eléctrica em movimento em orbita circular em torno do núcleo. Pelas regras do electromagnetismo uma carga eléctrica em movimento acelerado (uma orbita circular sempre implica num movimento acelerado) deveria implicar na perde de energia. A perda de energia deveria implicar na queda do electrão no núcleo.

Como o modelo de Rutherford não explicava o porquê dos espectros observados nem porquê o fenómeno previsto pelo electromagnetismo não era observado, Niels Bohr tentou levar o modelo mais longe. O modelo proposto foi então um modelo semelhante ao sistema planetário de Rutherford, mas, com algumas restrições.

5.2 A QUANTIFICAÇÃO DAS ÓRBITAS

Para evitar o problema teórico do electrão caindo no núcleo[4], Bohr postulou que o electrão só poderia ser encontrado em certas órbitas e que nessas órbitas o electrão não perderia energia. Contudo o electrão poderia saltar de umas orbitais para outras se ganhasse energia suficiente, contudo isso só poderia ocorrer para determinada quantidade discreta de energia. Não mais; não menos. O modelo de Bohr postulava a quantificação da energia do electrão e portanto, a quantificação do salto entre uma orbita e a outra (origem da expressão "*salto quântico*"). Com o seu modelo simples, Bohr conseguiu deduzir a série de Rydberg, mas o seu modelo apenas se conseguia adequar aos dados obtidos para o hidrogénio, e, mesmo assim, nem sempre. A ideia de Bohr, contudo, demonstrava que para explicar os espectros era preciso assumir a descontinuidade das órbitas, ou seja, o electrão não podia estar a uma distância qualquer do núcleo. Mais uma vez a discretização e quantificação foi necessária para explicar um fenómeno natural.

5.3 SAINDO DA FÍSICA CLÁSSICA

A física clássica não estabelecia nenhum constrangimento em relação a como a energia se poderia transferir entre dois sistemas. Quando muitas observações começaram a demonstrar que a transferência poderia ser quantificada em quantidades discretas, em pacotes – os quanta – isso provocou uma reavaliação das regras que tomávamos como certas para a natureza.

---

[2] Esta técnica de estudar as partículas que fazem "ricochete" é usada ainda hoje, sendo conhecida por RBS (*Rutherford BackScattering* - Dispersão de Recuo de Rutherford).

[3] A razão física para isso é que um protão tem muito mais massa que um electrão, pelo que o centro de massa do sistema estaria no protão, em vez de no electrão à semelhança do centro do sistema solar ser no sol já que a sua massa é maior que a dos planetas todos juntos.

[4] Na realidade o electrão mais próximo do núcleo pode ser capturado pelo núcleo levando o núcleo a se desintegrar. A acoplagem de um electrão com um dos protões do núcleo gera um neutrão e provoca a transmutação do elemento no elemento que o precede na tabela periódica. Contudo este fenómeno não se qualifica como uma caída do electrão, mas como uma atracção específica do núcleo.

Mais uma vez a luz desempenhou um papel principal na procura da resposta. Podemos afirmar que a física moderna deriva totalmente da procura do entendimento dos fenómenos luminosos e a forma como eles interagem com a matéria.
Ficou claro que o modelo físico existente não era suficiente para explicar estes novos fenómenos. Era preciso incluir a quantificação como principio ou assumir algo de diferente do modelo clássico para os poder explicar. Era necessário outro modelo geral mais "detalhado" que o modelo geral usado até então, conhecido hoje como o modelo clássico.

6. A DUALIDADE

6.1 O QUE A HIPÓTESE DE DE BROGLIE NÃO É

Em 1924, Bose, apresentou a sua teoria sobre a luz onde a descrevia, à semelhança de Einstein, como um conjunto de partículas, mas partículas que obedeciam a certas regras estatísticas[5], explicando assim o espectro do corpo negro. No mesmo ano, Louis De Broglie apresentou a sua famosa tese sobre a associação de ondas a partículas e de partícula a ondas. A tese não defende que partículas são ondas, mas que podemos associar ondas às partículas em movimento. É importante sublinhar que a tese não defende que haja uma identidade entre partículas e ondas, mas apenas uma associação de ondas fictícias meramente matemáticas ao movimento de partículas. Nas palavras do próprio De Broglie:

> *"Esta onda, cuja velocidade é maior que c, não pode corresponder com transporte de energia, nós apenas a consideraremos uma onda fictícia associada com o movimento do objecto"*

Portanto, não temos uma teoria a afirmar que partículas são ondas, nem que ondas são partículas.

A questão levantada por Einstein na explicação do efeito fotoeléctrico, por Bose e completada por De Broglie parece desempenhar um papel contrário ao trabalho de Huygens, Young e Fresnell voltando a introduzir as características corpusculares da luz e reiniciando a duvida sobre se a luz é uma partícula ou uma onda. Esta é uma questão que tem trazido muita confusão na hora da divulgação científica. Não é verdade que a ciência aceita um caracter de partícula e de onda simultaneamente para o mesmo objecto. Aceita-se, somente, que possa ser associada uma onda ao movimento da partícula. Não é verdade que se aceita que uma maçã seja simultaneamente uma onda e um corpúsculo. O que se aceita é que possa ser associada uma onda ao movimento da maça. Do ponto de vista ontológico isto é muito importante pois significa que natureza não muda conforme lhe apetece ora sendo onda, ora sendo partícula. Significa apenas que um modelo puramente ondulatório (continuo) ou um modelo puramente discreto (descontinuo) por si só não são suficientes para explicar todos os fenómenos. É preciso um modelo misto. Partículas são partículas, mas quando se movem, podemos tratar esse movimento como se o de uma onda se tratasse. É isso que a tese de De Broglie representa e não uma ambiguidade da natureza.

6.2 O QUE A HIPÓTESE DE DE BROGLIE É

A ideia de De Broglie é na realidade simples. Era conhecido do trabalho de Einstein, da sua Teoria da Relatividade Restrita, que é possível escrever a energia da partícula como função da sua velocidade e massa, o famoso $E=mc^2$ que na realidade é escrito como:

$$E = \frac{Mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (4)$$

E é a energia da partícula, M é a sua massa medida num referencial repouso em relação ao corpo, v é a velocidade a que a partícula se move e c é a velocidade da luz no vácuo.

Dentro da mesma teoria, é possível escrever a energia total, E, de um fotão como função da sua frequência, *f*, o que equivale à hipótese de Planck:

$$E = hf \qquad (5)$$

[5] A estatística dos bosões. Além da estatística dos bosões existe a dos fermiões. Todas as partículas estão numa destas estatísticas. Os Bosões possuem spin inteiro e tendem a ocupar, todos, o mesmo estado. Os Fermiões possuem spin fraccionário e não podem ocupar um estado já ocupado por outro Fermião. Fotões são bosões, electrões são fermiões.

A ideia de De Broglie foi postular que ambas as expressões são válidas para qualquer partícula e associar uma frequência à energia de todas as partículas, não só à do fotão. Assim sendo ele postula a igualdade destas duas energias e portanto a relação:

$$hf = \frac{Mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{6}$$

Ou, simplesmente, que a frequência observada depende da velocidade do corpo[6].

$$f = \frac{f_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \text{ com } f_0 = \frac{Mc^2}{h} \tag{7}$$

Daqui podemos concluir que:

$$p = Mc = h\frac{f_0}{c} = h\,l$$
$$p = h\,l \tag{8}$$

Interessante compreender que esta relação significa:

> *"Qual é o comprimento de onda, l, que uma onda luminosa tem que ter, para ter o mesmo momento línear que uma partícula de massa M, viajando a c?".*

O curioso é que é esse comprimento de onda é directamente proporcional ao momento da partícula e a onda que caracteriza a partícula é a mesma que caracteriza a luz de uma certa frequência.

6.3 FEIXES DE LUZ, ELECTRÕES E DE OUTRAS PARTÍCULAS

A ideia de De Broglie era experimentalmente verificada para a luz, mas serviria para outras partículas? Durante experiências de cristalografia foi descoberto que um feixe de electrões também apresentava um padrão semelhante ao da luz na experiência de Young. Esta experiência confirmou a hipótese de De Broglie que foi posteriormente testada com outras partículas, átomos e até com moléculas. Independentemente da estrutura e "tamanho" da partícula ela sempre apresentava o mesmo padrão cujo comprimento de onda era proporcional ao momento da partícula, tal como previsto.

[6] A quantidade f_0, chamada frequência própria, pode ser reescrita em função do comprimento de onda próprio. Esse comprimento de onda é conhecido como Comprimento de Onda de Compton e é relevante num fenómeno chamado Dispersão de Compton que trata sobre a dispersão de electrões por fotões e vice-versa. A dispersão de Compton foi também um argumento experimental para a aceitação da hipótese de De Broglie.

7. MODELOS MECÂNICOS PARA A FÍSICA QUÂNTICA

Se podemos associar ondas a partículas em movimento e o movimento das partículas segue leis bem definidas então as ondas que as representam também deveriam seguir algumas regras. Era portanto necessário encontrar um modelo matemático para as ondas tal como tinha sido feito para as partículas. Por outro lado, seria mesmo necessário postular a associação de ondas a partículas para construir um modelo para a física quântica?

Dois modelos foram propostos para explicar os fenómenos quânticos já observados: o de Schröndinger e o de Heisenberg-Born-Jordan mais conhecido simplesmente pelo nome de Heisenberg. Este modelo foi na verdade resultado do trabalho de Heisenberg que Born e Jordan generalizaram fazendo uso de matrizes. Interessante notar que nessa altura (1925) a matemática de matrizes não era muito conhecida entre os físicos pelo que Born e Jordan tiveram que passar oito páginas explicando como trabalhar com matrizes. Na verdade a mecânica de matrizes de Heisenberg é totalmente de Born e Jordan sendo o trabalho de Heisenberg apenas a inspiração inicial. Houve contudo um trabalho posterior onde os três trabalharam juntos.

Ambos os trabalhos quer de Heisenberg, quer de Born e Jordan precisavam postular a existência de discretização no processo físico da emissão de energia pelos electrões no átomo. O modelo de Schröndinger partia da hipótese da associação de ondas a partículas em movimento nunca postulando a existência de quantificação. A quantificação era um resultado do modelo.

7.1 A MECÂNICA DE MATRIZES DE BORN, JORDAN E HEISENBERG

Na verdade o primeiro trabalho de Heisenberg nada tem a ver com matrizes. Heisenberg parte dos trabalhos de Einstein e Bohr para tecer conclusões sobre a emissão de luz pelos electrões no átomo. A ideia era encontrar a "condição quântica" ou seja, a razão pela qual, teoricamente as emissões tinham que ser discretas e não contínuas. Heisenberg chegou a um resultado que mostrou explicar o fenómeno, partindo da sobreposição das soluções de vários osciladores harmónicos, à semelhança do que Planck tinha feito. Contudo, Heisenberg usaria a assumpção clássica de que p=mv. Born e Jordan generalizaram o trabalho de Heisenberg sem fazer essa assumpção e introduzindo a noção de matriz. A ideia é que a posição e o momento e demais grandezas, associados aos vários osciladores não tinham que ser descritos necessariamente por números individuais, mas por um conjunto de números organizados numa matriz que descreveria todos os valores para todos os osciladores de um só vez.

Seguindo basicamente os passos de Heisenberg, mas usando uma matemática diferente e sem fazer a assumpção clássica que p=mv, Born e Jordan chegaram ao resultado:

$$\mathbf{px} - \mathbf{xp} = \frac{\mathbf{h}}{i2p} \qquad (9)$$

Onde **h** é a constante de Planck e *i* é a unidade dos números complexos igual à raiz quadrada de -1. O que interessa é que o termo do lado direito da igualdade é igual a uma constante que não é nula. Quando multiplicamos dois números, a ordem pela qual o fazemos não interessa, o resultado será sempre o mesmo. Dizemos que esses números gozam da propriedade comutativa da multiplicação. Contudo essa propriedade não existe, em geral, para matrizes. Calculando a diferença entre a multiplicação feita de uma forma e de outra obtemos o que se chama o Comutador. O resultado a que Born e Jordan chegaram baseados no trabalho de Heisenberg traduz o facto da posição e do momento não comutarem (a diferença não é zero). Este resultado é a base do conhecido Principio de Incerteza de Heisenberg que ele publicaria dois anos depois. A sua forma original é aquela que apresentávamos acima, mas pode ser apresentada de muitas outras formas. Muito se tem escrito sobre este princípio. A palavra "incerteza" alimentou a imaginação de muitos autores, cientistas e não cientistas, que usaram o referido principio para argumentar as mais variadas coisas. Falaremos mais sobre este princípio depois.

Repare como esta perspectiva do modelo quântico nada tem a ver com ondas, ou com partículas que são ondas, ou ondas que são partículas. O princípio quântico da discretização da energia

nada tem a ver com ondas ou partículas. É muito importante compreender este conceito. Vemos a ideia da dualidade ser abusivamente utilizada para elevar a física quântica a um patamar de idolatria, compreensível apenas por alguns iluminados. Isso não corresponde em nada com a realidade da história nem com a ideias da física, muito menos com a realidade que podemos observar. Não podemos ser enganados pelo que lemos tão frequentemente.
A matemática de matrizes de Born, Jordan e Heisenberg descrevem o formalismo da mecânica quântica hoje em dia (embora coexista com outros dois formalismos o de Schröndinger e o de Dirac). Os próprios Born e Jordan desenvolveram a sua teoria mais além fundando as bases matemáticas e físicas que levaram ao entendimento quântico dos campos eléctrico e magnético originando a Electrodinâmica Quântica que viria a completar os resultados de Maxwell e depois a explicar a Força Fraca e a Força Forte. Dirac usaria a sua própria versão de uma mecânica diferente dando origem ao conceito de Anti-matéria.
Mesmo assim este modelo contém algumas particularidades que precisamos sublinhar.

1. Ele assume que as grandezas físicas não podem ser caracterizadas como o são na física clássica, ou seja, apenas com números e vectores. É necessário generalizar a matemática usada para descrever no papel aquilo que entendemos da realidade.
2. Não podemos assumir que p=mv como classicamente se faz, nem que a ordem da multiplicação das grandezas físicas nas fórmulas matemáticas é irrelevante.
3. Temos que assumir que existem fenómenos descontínuos, discretos, ao contrário de assumir que todos os fenómenos agem de forma continua.

A última particularidade é de longe a mais importante, para que o modelo de matrizes funcione, precisamos supor que a natureza contém fenómenos descontínuos. Isso causou algum constrangimento a alguns físicos da época que não estavam muito satisfeitos com a ideia da descontinuidade. Lanczos apresentou em Dezembro de 1925 um artigo onde explicava como reinterpretar a matemática de matrizes de Born, Jordan e Heisenberg numa matemática de funções contínuas. Contudo Lanczos não atribuiu nenhum significado físico a essas funções. Era tudo apenas matemática como para De Broglie.

7.2 A MECÂNICA ONDULATÓRIA DE SCHRÖNDINGER

O artigo de Schröndinger foi apresentado em 1926 depois do de Lanczos e do de Heisenberg, Born e Jordan. Mesmo assim, o seu artigo não guardava nenhuma relação com os artigos deles.
Schröndinger partiu da ideia de De Broglie que uma onda poderia ser associada a uma partícula em movimento e tentou descobrir como seriam as leis da física para essa onda. Ao contrário do trabalho de Heisenberg, Schröndinger não tinha muito em que se basear. O conceito de ondas associadas a partículas era muito recente e inexplorado. Após algumas explicações do tipo de regras que a relação deveria obedecer ele acabou postulando a famosa Equação de Schröndinger:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 y}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 y}{\partial z^2}\right]+Vy = -ih\frac{\partial y}{\partial t} \qquad (10)$$

O nome "equação" deve-se ao facto de existir uma incógnita que é a própria função Ψ (psi). A função psi não é conhecida à partida, dependerá do potencial **V** a que a partícula de massa **m** estiver submetida. É importante perceber que a função psi é a função que De Broglie associou ao movimento das partículas, mas sendo essa função dependente do movimento da partícula e o movimento da partícula depender de outros factores externos a ela, como o potencial por exemplo, não podemos saber à partida que forma tem essa onda; sabemos apenas que é uma função periódica. A função psi é então chamada de função de onda porque as ondas são periódicas, mas nesse nome não está contida nenhuma ideia que tenha a ver com a oscilação de partículas ou que as partículas são ondas. A função psi na realidade representa o estado mecânico da partícula e não a trajectória da partícula nem o caracter da partícula. É importante compreender e lembrar este pormenor.

A abordagem de Schröndinger não parte da ideia de descontinuidade e por isso ela é diferente da de Heisenberg, ela está mais na linha da função de Lanczo (aliás a função de Lanczo é a função psi da equação de Schröndinger). A quantificação aparece quando a equação é resolvida para um determinado sistema e isso agrada do ponto de vista ontológico já que não precisamos de pensar que a natureza é descontínua, contudo somos obrigados a aceitar a associação de ondas a partículas em movimento.

Devido a esta diferença entre as perspectivas de Heisenberg e Schröndinger pensou-se por algum tempo que uma delas tinha que ser falsa, embora ambas explicassem com a mesma exactidão as mesmas experiências. Isto intrigou a todos, mas foi Hilbert que resolveu o dilema mostrando que ambas as teorias eram equivalentes, ou seja, a matemática era aparentemente diferente, mas transformável, uma na outra. O modelo de Heisenberg e o de Schröndinger correspondem portanto com a mesma física, mesmo que a matemática fosse diferente. A matemática pode ser uma ferramenta muito útil mas confundiu os físicos durante os primeiros estágios da formalização da física quântica e continua fazendo isso ainda hoje com todos os que querem se iniciar neste ramo da física.

Permanece contudo uma questão. O modelo de Heisenberg assume que existem processos descontínuos na natureza, o de Schröndinger assume que podemos associar uma onda ao movimento de uma partícula. Sendo que os modelos são equivalentes, significa isso que podemos simultaneamente pensar que existem processos descontínuos e que podemos associar ondas a partículas? A resposta a esta pergunta é meramente uma questão de perspectiva. Existem limites para os modelos, fora dos quais eles deixam de apresentar os resultados correctos. No caso da mecânica quântica esse limite está na passagem do mundo macroscópico para o mundo do atómico e subatómico. As ondas são boas representações dos fenómenos desse mundo para quem olha de longe para um mundo microscópico; a discretização dos fenómenos é boa representação do mesmo mundo para quem "olha mais de perto"; para quem olha os fenómenos de dentro do mundo microscópico.

8. A INTERPRETAÇÃO DA FUNÇÃO DE ONDA

8.1 QUAL É A ORIGEM DA FUNÇÃO DE ONDA?

Como vimos podemos associar uma função ao movimento de uma partícula num sistema. Podemos obter a mesma função partindo de princípios diferentes. A forma mais simples de pensar nessa função é assumindo a hipótese de De Broglie, contudo podemos encontrar essa mesma função usando um outro modelo que nada tem a ver com ondas associadas.
Onde está o truque afinal? Porquê a função pode ser associada com ondas, mas também pode não ser?
A resposta é simples, mas difícil de explicar. Se partirmos do princípio que na natureza existem processos quantificados então a função aparece como resultado matemático que deriva desse facto físico. Se, por outro lado, partirmos do princípio que podemos associar matematicamente uma função ao movimento das partículas acabamos descobrindo que na natureza existem processos quantificados.
Na verdade a função de onda não representa mais do que uma forma matematicamente eficaz de descobrir essas quantificações que existem por si mesmas na natureza. Contudo, que a matemática funcione não é uma razão suficientemente forte para se ela seja usada, ainda para mais quando existem processos alternativos. Uma interpretação com mais conteúdo físico precisa ser atribuída a esta função aparentemente tão importante.

8.2 O QUE A FUNÇÃO DE ONDA REPRESENTA?

Esta função é conhecida pelo nome de Função de Onda ou Função Psi no modelo de Schröndinger. Contudo, Schröndinger interpretou essa função de onda (indo um pouco além Lanczos) como sendo a **Função de Estado Mecânico** da partícula no sistema.
A função de estado contém implicitamente muita informação, como toda função de estado. Lembrar que a Energia também é uma função de estado, mas do **Estado Termodinâmico**. Uma função diz-se função de estado quando apenas depende dos estados inicial e final de um processo e depende apenas das variáveis que caracterizam esses estados. A função de onda contém simultaneamente a informação sobre o momento, a energia e demais propriedades mecânicas da partícula. A função de onda é, então, como que um catálogo de valores para todas essas grandezas em cada estado. O estado da partícula num dado momento é descrito por uma colecção de valores específicos para cada uma dessas grandezas.

8.3 O EFEITO DA MEDIÇÃO SOBRE A FUNÇÃO DE ONDA

As características da função de onda são comummente confundidas e mal interpretadas devido a distorcidas interpretações dos conceitos físicos que lhe são subjacentes. Existe a comum confusão entre função de estado e trajectória. A função de onda não corresponde com a trajectória, mas com o estado da partícula. A linguagem torna-se um tanto densa de tecnicismos ao falar da função de onda. Ela é uma função de estado mecânico, uma função de estado quântico se quisermos usar esse termo. Ela não representa nenhuma entidade que possa ser observada, é principalmente um instrumento teórico que nos permite estudar os sistemas e prever as suas propriedades.
Tentaremos explicar melhor o papel que esta função desempenha na mecânica quântica e o significado de algumas expressões comuns em física quântica tendo como objectivo desmistificar o significado da função de onda.

8.3.1 Valor Expectável e Valor Observado

A função de estado não nos informa de um valor específico da energia da partícula no sistema, mas cataloga todos os valores de todas as energias que a partícula pode ter naquele sistema, para cada estado. A partícula pode ter muitos estados energéticos diferentes, um por cada instante, por exemplo. Sejam quantos forem, sejam quais forem, o modelo quântico é capaz de

os descobrir e catalogar. E mais do que isso, compactar toda essa informação numa só função, na função de estado; na função de onda. É um processo bastante poderoso se pensarmos bem.
O modelo cataloga todos os valores que podemos esperar do sistema que chamamos de **valores expectáveis**, mas é incapaz de nos dizer qual o valor de uma grandeza especifica para uma partícula especifica num instante especifico. O modelo é portanto incapaz de nos dizer com anterioridade qual o **valor observável**. Mesmo assim ele é capaz de nos dizer a probabilidade de cada valor expectável vir a ser observado num dado instante. Desse ponto de vista ele actua como um modelo estatístico.
Quando usamos um dado num jogo sabemos quais são os valores expectáveis – os valores nas faces do dado – contudo não sabemos qual sairá em cada lançamento, em cada instante. Não há nada de errado no modelo quântico só por que é um modelo estatístico. Mas do ponto de vista do pensamento físico do Mundo a ideia da física não poder ter 100% certeza de qual será o resultado da observação é um tanto embaraçoso para alguns.
É devido a esta analogia com os dados e ao facto do formalismo da física quântica nunca apresentar um resultado específico mas apenas um catálogo de valores possíveis e a probabilidade de cada um, que Einstein, não contente com o caracter probabilístico da física quântica escreveu, numa carta a Max Born em 1926:

> *"A mecânica quântica é realmente impressionante. Mas uma voz interior me diz que ainda não é o que buscamos. A teoria faz muito, mas pouco nos aproxima do segredo do Grande Ancião. Em todo o caso, estou convencido de que Ele não joga aos dados."*

Esta citação desembocou no famoso "Deus não joga aos dados" tão referido em publicações sérias, e menos sérias, sobre os mais diversos assuntos. Alguns mesmo, de índole não cientifica.

8.3.2 Valor Observável e Valor Medido

Uma das facetas que o publico em geral desconhece da física é o rigor com que ela faz as suas medições. O rigor não está no facto do valor medido ser sempre o verdadeiro, mas no facto de que cada valor apresentado é sempre acompanhado de um valor que quantifica o desvio entre o valor medido e o valor verdadeiro. Quando um físico mede uma distância ele não diz apenas que são 4,0 metros; ele diz que a medição foi de 4,0 metros e o erro cometido foi de 0,1 metros, por exemplo. Isto significa que o valor verdadeiro do comprimento que pretendemos medir está algures entre 3,9 e 4,1 metros. Existe portanto o conceito de que valor medido é diferente do valor verdadeiro para cada grandeza que seja medida.
Pois bem, o que isto tem a ver com física quântica? Como em todo o ramo da física, as afirmações feitas dentro do modelo quântico têm que ser testadas experimentalmente e para isso precisamos fazer medidas de grandezas. Como vimos o modelo não permite afirmar qual será o valor que vamos observar em cada instante, então como sabemos se o valor que medimos é correcto?
No momento em que fazemos a medida, de entre todos os possíveis valores expectáveis, o sistema estará naquele momento com um deles. Esse é o valor observável. Portanto quando o sistema de medida olhar para o sistema esse será o valor que ele verá. Mas como o sistema de medição não é perfeito e sempre comete um erro, o valor medido não é exactamente o valor observável.
Esta ordem dos eventos confunde muita gente, e sobretudo leva vários autores a usarem uma linguagem demasiado liberal sob a desculpa de pretender ser clara para leigos no assunto. Clara poderá até ser, mas isso não significa que esteja transmitindo a ideia correcta. É um pouco difícil entender esta questão para quem não estudou um pouco de teoria da medida, mas no fundo é um conjunto de conceitos bastante simples que qualquer um pode aprender sem muito problema. Nesta questão os nomes são bastante importantes, por isso, por favor, leia com atentamente o exemplo que se segue.
Imagine que existia uma roleta com 36 casas, como aquelas usadas nos casinos, mas ao invés de cada casa da roleta ter um número escrito, apenas continha um traço. Cada casa contém um traço de comprimento diferente. Os valores vão de 1 cm até 1,36 cm. Os traços não foram

desenhados por nenhuma ordem que tenha a ver com o seu tamanho. Basicamente esta roleta é um sistema aleatório para o valor do comprimento dos traços.
Agora eu rodo essa roleta e você tem a missão de medir o comprimento do traço que saiu usando os métodos que bem entender. A roleta é o nosso **sistema**, o comprimento dos traços é a **grandeza** que pretendemos medir e os valores dos comprimentos dos traços que realmente estão desenhados na roleta são os **valores expectáveis**; os valores que podemos esperar medir. O valor em que a roleta pára é o **valor observável**. Se você reparou sempre falamos em "observável" no condicional, porque embora o valor esteja lá para ser observado, pode ser que nenhum sistema de medida esteja tentando observá-lo.
Quando você usar o método de medida, uma régua por exemplo, para medir o comprimento do traço você obterá um valor e um erro para esse valor. Com uma régua comum o erro será sempre metade da menor divisão da régua, o que normalmente é 1 milímetro. Portanto o erro da sua medição seria sempre 0.05 cm. Se o resultado medido fosse 1,28 não saberíamos realmente qual o traço que estávamos a observar pois ele poderia ser qualquer um entre 1,23 e 1,33. Concluiríamos, não que o sistema apresenta todos esses valores simultaneamente mas sim que o método de medida não era bom. Seria necessário um método de medição melhor.
O que é necessário entender com esta analogia é que **valor observável** é diferente de **valor medido**. Por exemplo, no caso de sair o valor esperado 1,25 cm e o sistema de medida medir o valor 1,28±0,05 cm o valor 1,25 cm é o valor observável e 1,28±0,05 é o valor medido. Não existe erro no valor observável. Contudo, esse valor nunca é conhecido experimentalmente, ele apenas pode ser determinado teoricamente. A teoria é validada pela experiência quando o valor determinado teoricamente está no intervalo do valor medido, e tanto mais válida quanto menor é esse intervalo.

8.3.3 Colapso da Função de Onda

Quando se fala informalmente com alguém sobre mecânica quântica é praticamente impossível que a expressão "colapso da função de onda" não seja usada. Isso a tornou tão comum, que quase a tornou importante. Mas o que significa essas expressão?
Vimos que a função de onda contém todos os valores expectáveis, ou seja, todos os valores que podemos esperar observar no sistema para uma qualquer grandeza. Mas que o sistema apenas "mostra" um deles de cada vez. Por outro lado, não podemos, em geral, prever com anterioridade qual ele está "mostrando" em cada momento. O facto é que quando observamos o sistema só observamos um dos valores expectáveis. Do catálogo de todos os valores apenas observamos um deles de cada vez. Portanto, a observacionalidade do valor expectável implica na fixação do sistema num dos múltiplos valores possíveis. Essa fixação é o que normalmente chamamos de Colapso da Função de Onda. O numero de opções possíveis "colapsa" de muitos valores para um único "de repente". É preciso ter atenção que todos estes termos são forçosos abusos da linguagem. A função de onda é uma função matemática que não se altera pelo acto da observação. A observação apenas retira da função a informação para o instante em que a observação é feita.
É comum ouvir-se dizer, ou ler, que quando o sistema é observado, a função de onda colapsa. Isso não significa muito, realmente. Significa apenas que de todos os valores possíveis de observar para o sistema, apenas observamos um. E mais do que isso, não sabemos qual, até que o observemos. Para dizer isto, não precisaríamos de "palavras bonitinhas" como *colapso*, que no fim confundem mais do que ajudam; mas tornou-se comum usar essa expressão em textos de divulgação. Vá se lá saber porquê os autores usam expressões complicadas em textos de divulgação que supostamente deveriam ser o mais simples possível.

8.3.4 O Gato de Schröndinger

A função de onda, a função de estado, pode ser entendida como a combinação de todos os valores possíveis de observar no sistema. Cada um desses valores tem, para cada instante, uma probabilidade de ser observado. Se o estado do sistema for estável, essas probabilidades não mudam com o passar do tempo, o que facilita o estudo.

Quando medimos a grandeza no sistema, o processo vai retornar o valor daquela grandeza naquele momento, que será sem duvida um dos candidatos. Portanto, naquele momento em particular nós sabemos o valor das grandezas. Podemos até fazer apostas sobre o valor que vai ser o resultado da medição, mas não podemos dizer com 100% de certeza qual é o valor que vai ser o resultado. A única forma de saber qual o resultado é medindo realmente.
Quem apostou no valor certo vai ganhar o seu prémio, mas antes de medir ninguém saberia dizer, com certeza, qual seria o valor vencedor. Da mesma forma, assim que deixamos de observar, passamos novamente a desconhecer o valor da grandeza.
Esta informação probabilística que o formalismo quântico nos dá, não é diferente do que tentar saber qual o valor que sairá numa roleta ou nos dados num jogo de casino. O formalismo parte de um sistema qualquer e é capaz de dizer que números são esperados sair e qual a probabilidade de cada um. É bem mais do que podemos fazer para um dado, sempre temos que saber previamente quantas faces tem para sabermos a probabilidade de cada face. E isto supondo que não está viciado.
A questão da função de onda como uma combinação de múltiplos estados, ou como usualmente se diz, como uma sobreposição de múltiplos estados levou Schröndinger a escrever, em 1935, um artigo onde ele aborda esse assunto (*"A situação presente da Mecânica Quântica")* de uma forma muito didáctica. Às páginas tantas, Schröndinger escreve:

> *"Podemos até conceber um caso ridículo. Um gato está fechado numa câmara de metal, junto com o seguinte dispositivo (que deve ser seguro contra a interferência directa do gato): num contador Geiger existe um pequeno pedaço de uma substância radioactiva,* tão *pequena, que talvez no decorrer de uma hora um dos átomos decaia, mas também, com igual probabilidade, que não decaia nenhum; se isso acontecer o tubo descarrega e por intermédio de um relé solta um martelo que parte um pequeno frasco de acido hidrocianidrico. Se deixarmos todo este sistema abandonado a si mesmo durante uma hora, poderemos dizer que o gato ainda está vivo* se *entretanto nenhum átomo decaiu. A função psi do sistema inteiro expressará isto contendo em si um gato vivo e um morto (perdão da expressão) misturados ou dissolvidos em partes iguais. É típico neste tipo de casos um indeterminismo originariamente restrito ao domínio atómico transforma-se num indeterminismo macroscópico, o qual pode ser* resolvido *por observação directa. Isto nos previne de tão ingenuamente aceitar a validade do "modelo difuso" para representar a realidade. Nele mesmo não estaria embutido nada não claro ou contraditório. Existe uma diferença entre fotografia tremida ou fora de foco e um instantâneo de nuvens e bancos de nevoeiro."*

É importante este texto, porque mostra o contrário do que é normalmente divulgado e reproduzido. É preciso entender que não há qualquer paradoxo nas palavras de Schröndinger, ao contrário que podemos ler em muitas publicações que abordam o assunto chamando-o: "Paradoxo do Gato de Schröndinger". Muitos deturpam o exemplo de Schröndinger para tentar nos fazer acreditar que devemos aceitar um modelo que mistura todas as coisas numa espécie de lógica enublada, que umas vezes é uma coisa e, em outras é outra, em vez de optar por tomar uma posição concreta e entender o que realmente está em causa. Querem muitas vezes fazer-nos acreditar que existe na realidade um gato que está e não está simultaneamente num lugar como o gato que Alice conheceu num inventado Pais das Maravilhas. A física trabalha com um modelo sério e não com estórias para crianças. Quem quiser entender a física quântica, tem que ser capaz de separar o trigo do joio como separa a realidade da ficção numa fábula. Animais não falam. Gatos não estão simultaneamente vivos e mortos.

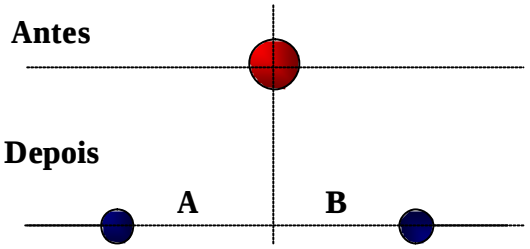
8.3.5 Principio de Incerteza de Heisenberg

Depois dos trabalhos com Born e Jordan, Heisenberg chegou a um resultado conhecido com o Principio de Incerteza ou Principio de Heisenberg. A cada observação estão disponíveis os valores de todas as grandezas do sistema, posição, momento linear, momento angular, energia, etc.… contudo, serão elas todas independentes? Ou seja, será que podemos medir quaisquer duas sem que isso interfira no valor observável?

Heisenberg chegou à conclusão de que nem todas eram independentes. Existem pares de grandezas cuja observação não pode ser feita simultaneamente.
Da mesma forma que temos um erro experimental para o valor medido, existe também um erro teórico para o valor observável. Afinal um modelo não é a realidade e o modelo quântico sabe calcular o quanto pode se afastar da realidade. Esta é uma propriedade que mais nenhum modelo físico tem.
Portanto, além de podermos saber o quando o valor medido se afasta do valor observável, o modelo quântico pode dizer o quanto o valor observável se afasta da realidade.
O que Heisenberg descobriu é que para certos pares de grandezas quanto mais o valor observável de uma se aproxima do real valor expectável, mais o valor da outra se afasta do valor espectável. Estas grandezas que são ligadas por esta propriedade são chamadas **Grandezas Conjugadas**.
O Princípio de Incerteza mede, assim, a qualidade do valor observável que o modelo passa ao processo de medição. Note-se: que o *modelo* passa, não o que o *sistema* passa. Os nossos instrumentos de medições podem ser de ultima geração completamente fiáveis e confiáveis e os seus erros os mais diminutos possíveis, mas isso não servirá se tentarmos observar, e portanto medir, as duas grandezas simultaneamente. Um dos valores será tanto mais afastado do valor espectável quanto o outro for mais próximo. Como nem sempre podemos saber o quanto os valores se afastam, o bom método de trabalho aconselha a que nunca se meçam essas grandeza simultaneamente, sob pena de depois não sabermos qual o valor aproximado e o qual o afastado.
O Principio de Incerteza de Heisenberg é também largamente usado por vários autores, sob os mais diversos pretextos para chegar nas mais variadas conclusões. O Principio de Incerteza transforma-se assim no Principio da Duvida, um princípio não físico que atesta que nunca podemos ter certeza de nada. Não é isto que a Física Quântica mostra. Nem sempre o uso do princípio de incerteza é correcto. Mais uma coisa que temos de ter constante atenção ao ler um artigo, livro ou qualquer texto sobre este assunto ou que refira este assunto de alguma forma.
Existe alguma controvérsia em relação a se o Principio de Incerteza representa uma limitação do modelo ou uma restrição da própria natureza. O problema foi discutido no estágio inicial da construção da Mecânica Quântica por pessoas como Einstein e Bohr, por exemplo, e levou à proposta conhecida como "Paradoxo EPR".

8.3.6 O Paradoxo EPR

EPR são as iniciais das três pessoas que conceberam esta experiência mental em 1935: Albert Einstein, Boris Podolsky e Nathan Rosen A ideia deles era propor um processo de medida que ludibriaria o Principio de Incerteza de Heisenberg mostrando que ele é um problema do modelo e não da natureza.
A ideia era a seguinte. Uma partícula parada num dado ponto do espaço, separa-se em duas outras partículas iguais. Essas partículas afastam-se do ponto inicial em direcções opostas. Devido ao Principio de Conservação do Momento Linear elas terão o mesmo momento linear e portanto a mesma velocidade.
O Momento Linear de cada partícula é uma grandeza conjugada da Posição da partícula, por isso, segundo o Principio de Incerteza de Heisenberg não é possível observar o valor dessas grandezas simultaneamente. Os autores da experiência, então propuseram que seria possível observar a posição de uma das partículas e o momento da outra. Sendo que os momentos são iguais, as posições também serão e medindo um deles saberemos o outro. Segundo os autores, esta forma de observar os valores violaria o Principio de Incerteza pois seria possível saber o valor da posição e o valor do momento, para as duas partículas, simultaneamente.



Em alguns textos esta experiência é interpretada sobre a perspectiva da relatividade restrita e sobre o princípio da velocidade da luz no vácuo ser a velocidade máxima para a transferência da informação". Nesta perspectiva esperamos para fazer a observação até que as duas partículas estejam separadas de vários anos-luz. Vários textos reflectem sobre a questão da seguinte forma:

1. Deixamos as partículas se separarem por uma distância de vários anos-luz.
2. Observamos a posição da partícula A e o momento da partícula B simultaneamente.
3. Resultado, sabemos simultaneamente o momento de A e a posição de B.
4. Mas isso viola a princípio da relatividade restrita de que a velocidade da luz é a velocidade máxima para a transferência de informação entre dois pontos.
5. Concluímos que este processo não pode ocorrer ou se ocorre, a teoria da relatividade está errada.

Existem neste raciocínio muitos erros básicos. Primeiro, o conceito de simultaneidade em Física Quântica é diferente do da Física Relativista. Segundo, quem observa o valor da posição de A e o momento de B não é o mesmo observador, mas dois observadores.

Quando o Observador A observa a partícula A ele sabe a posição dela, mas não o momento de B. Quando o Observador B observa a partícula B ele sabe o momento dela, mas não a posição de A. Para que os observadores saibam o valor que o outro observador mediu, eles têm que comunicar. A simples observação das propriedades das partículas não lhes permite comunicar.

Os observadores medem simultaneamente, mas eles não sabem simultaneamente os dois valores. Para que saibam, eles precisam comunicar um com o outro por outros meios. São esses meios que estão vinculados à regra da relatividade sobre a velocidade máxima de transferência de informação e nenhuns outros.

8.3.7 Sistemas Entrelaçados

O sistema que os autores do paradoxo EPR construíram é conhecido como um sistema entrelaçado. Sistemas entrelaçados são sistemas constituídos por dois ou mais sistemas simples cujos valores de certas grandezas se encontram relacionados. No caso da experiência EPR, o sistema é constituído por dois sistemas menores, as partículas A e B. O estado do sistema é o resultado do entrelaçamento dos estados de A e B.

Durante algum tempo pensou-se que este tipo de sistema poderia transmitir informação mais depressa que a luz, mas já se mostrou que não é de facto assim. A informação não viaja, Se o observador A observar a posição de A ele tem conhecimento do valor dessa grandeza localmente e da mesma grandeza noutro local, onde estiver B. Contudo, ninguém perto de B sabe esse valor a não ser que o meça directamente ou que comunique com o observador A por outro meios.

Resumindo, o Paradoxo EPR levantou a possibilidade da existência de sistemas entrelaçados cuja existência foi já testada em laboratório, mostrou que a Principio de Incerteza é uma limitação do modelo e não da Natureza, mas não mostrou que o modelo quântico está errado, incompleto ou que é imperfeito. Mostrou que ele é muito mais rico do que à partida parecia.

9. COMO ENTENDER O MODELO QUÂNTICO?

Com tanto falar de ondas, partículas, e sistemas é por vezes difícil entender a física quântica. As pessoas que não são físicos não têm necessidade, nem querem realmente, entender os detalhes da teoria, ou da prática, da física quântica. Contudo, elas querem poder entender, ou menos superficialmente, no que ela é baseada e qual a sua importância para vida do dia-a-dia.
Não é realmente difícil poder entender a física quântica a esse nível, por muito que você leia citações distorcidas de Bohr ou Feyman dizendo o contrário. Isso tem graça, mas não traduz nenhuma verdade.
A física quântica é fácil de entender. A ideia que tínhamos de energia é que ela se podia transferir de um sistema para outro, mas não tínhamos nenhuma ideia das regras que governam essa transferência. Por isso, sempre se pensou que a energia poderia ser transferida continuamente, como quando enchemos uma garrafa com água de outra garrafa. A água escorre continuamente de uma garrafa para outra. O que os físicos descobriram é que quando olhamos bem de perto os sistemas físicos, no nível subatómico, essa continuidade não existe. Da mesma forma que na realidade a água não cai continuamente, mas em moléculas separadas e individuais, também a energia não se transfere continuamente de um sistema para outro, mas em pacotes individuais. Esses pacotes são chamados de quanta. A física quântica é apenas o estudo da natureza tomando por princípio que a transferência de energia não ocorre continuamente, mas discretamente; em quanta.
A transferência de energia de um sistema a outro durante um certo tempo, corresponde com o que em física é chamado uma Acção. O conceito físico de Acção é semelhante ao conceito comum. Acção é aquilo que produz uma mudança. A transferência de energia de um sistema a outro produz mudanças em ambos os sistemas.
Sendo que a transferência de energia é discreta, e não continua, a acção de um sistema noutro, é também discreta. Ou seja, um sistema não altera o outro continuamente, mas o altera em um número finito de passos. Grosseiramente podemos imaginar que o sistema não empurra o outro para um novo estado, ele vai dando empurrões.
Na Natureza existem vários fenómenos cuja explicação completa passa pela necessidade da discretização de certas quantidades. Várias experiências mostram isso, como vimos. A forma da Física explicar essas experiências é construindo um modelo. O modelo físico dos fenómenos quânticos teve duas origens historicamente diferentes, mas que no fim traduzem um mesmo modelo. Para entender a física quântica é preciso entender que um modelo é uma forma de traduzirmos ideias que temos e não de traduzir realidades que existem.
Vimos que Schröndinger usou a ideia de De Broglie da onda fictícia associada ao movimento de partículas para chegar ao mesmo resultado que Heisenberg e seus colegas chegaram usando um modelo de múltiplos osciladores harmónicos. Não somos obrigados a aceitar que existe uma onda associada ao movimento das partículas, mas usar essa ideia matematicamente simplifica muito a obtenção dos resultados. Mas que isso seja assim, não significa que não possamos entender o fenómeno físico com menos matemática e mais bom senso.
Seja como for que entendemos a física quântica, temos que a entender do ponto de vista de uma teoria que cria um modelo para explicar fenómenos que têm na base a discretização da transferência de energia entre sistemas físicos. É isso que é preciso ter em mente sempre que se fala de física quântica. O resto decorre, mais fácil ou mais dificilmente, desse princípio.
Em livros de divulgação somos muitas vezes bombardeados constantemente com as mesmas ideias e a mesma forma de contar a história da física quântica. Partículas que são ondas e ondas que são partículas são uma dicotomia que muitos autores gostam de usar e que quase obrigam o leitor a acreditar. Usem essa forma porque a acham mais intuitiva, mais interessante, mais assombrosa ou mais lucrativa é lá com eles. Mas será que ela traduz mais simplesmente o que a física quântica é? Será que essa é a forma de explicar a quem não é físico, no que se baseia uma teoria tão rica e complexa como a mecânica quântica?
Seja qual for a sua instrução académica, uma coisa você não pode trair. Não pode trair o facto da física ser uma ciência, e as suas teorias serem cientificamente baseadas em experiências e

factos. Muitas das ideias relacionadas com a física quântica não passam disso mesmo: ideias. Embora muitas se chamem teorias, isso não significa que sejam verdades. E que sejam verdades, isso não significa que sejam verdades extensíveis a outros campos da vida do ser humanos, outros que não a física, ela mesma.

Portanto, a melhor forma de entender a física quântica é ser cuidadoso, detalhista, ler com atenção as suas bases e como essas bases se aplicam, e principalmente não cair na tentação de estender esta teoria física a outros campos do conhecimento científico e muito menos a campos do conhecimento não científico.

10. A FÍSICA QUÂNTICA DE HOJE

Finalmente estamos em condições de dizer no quê a Física Quântica se baseia realmente. Como todas as teorias físicas ela se baseia em postulados que são válidos enquanto corresponderem correctamente com os resultados experimentais obtidos em laboratório. Estes postulados devem possibilitar o conhecimento dos sistemas físicos que são alvo do estudo. Perguntas tais como: "Como descrever o estado de um sistema quântico" ou "Sabendo o estado do sistema no estado t_0 como saber o estado do sistema no estado t", ou ainda "Como prever o resultado de uma medida de uma grandeza física?"

Existem diversas formas de descrever os postulados, umas mais matemáticas, outras mais físicas. Tentaremos descrever os postulados de uma forma não matemática e como esses postulados se encaixam no que vimos atrás. Sendo assim, podemos dizer que a física quântica de hoje, se baseia nos seguintes postulados:

Num determinado instante o estado de um sistema física é descrito por uma função.

Como vimos antes existe uma função que tanto pode ser conectada com a mecânica ondulatória de Schröndinger tanto quanto com a mecânica matricial de Heisenberg. Esta função é conhecida como função de onda, mas deve ser designada por **Função de Estado**. Isto porque é essa a função a que o primeiro postulado se refere, e porque cria menos confusões. O primeiro postulado, simplesmente diz que o sistema é caracterizado por estados e que os estados estão associados a uma função. Poderiam estar associados a um número ou a uma colecção de números, mas não é o caso. Cada estado está associado a uma função de estado.

Toda a grandeza física mensurável é descrita por uma operação sobre a função de estado.

Este postulado está relacionado com o conceito de que a função de estado é um catálogo que contém todos os valores possíveis de todas as medições possíveis. Desse ponto de vista, toda a grandeza física pode ser conhecida para o sistema simplesmente acessando a função e recuperando a informação. Esse acesso é designado em termos mais formais como uma operação sobre a função. Ainda mais rigorosamente operações deste tipo são chamadas de operadores.

A medida de uma grandeza física só pode resultar em um dos valores espectáveis para a grandeza medida.

Ao consultar o catálogo, apenas é possível recuperar informação relativa à grandeza em causa. Estes três postulados estão interligados à existência da função de estado e respondem às questões, como descrever um estado e como prever o valor de uma medida de uma grandeza. Um outro postulado nos dirá como prever o próximo estado sabendo o actual:

A evolução dos estados de um sistema obedece a Equação de Schröndinger.

Este é na realidade o postulado mais difícil de aceitar. Os postulados anteriores baseiam-se em conceitos que podemos reconhecer noutros campos da ciência e principalmente no conceito de *estado*. O como esses estados evoluem está submetido à aceitação da equação de Schröndinger. Estes são os principais postulados, outros têm um vínculo matemático como a **Regra de Born**, que diz que a função de estado é unitária. Mas a parte matemática não será abordada neste documento.

11. CONCLUSÃO

Embora ainda hoje se ensine a teoria de Bohr, o modelo atómico de Rutherford, a hipótese de De Broglie e a equação de Schröndinger, falta muitas vezes ensinar como tudo isso se torna uma teoria consistente, útil, que é usada todos os dias naturalmente por muitos físicos ao redor do mundo. A física quântica não é um monstro, ou um fantasma, ou uma teoria científica que se baseia em acreditar em particulas-onda, em outras ideias que vão contra o bom senso.

A física quântica é um ramo da física tão sério como qualquer outro e tão correcto quanto qualquer outro. Nenhum ramo da física é imune a erros ou a alterações futuras, mas essas alterações têm que ser bem fundamentadas quer teoricamente mostrando o como e um porquê, quer experimentalmente assegurando que essas alterações estão de acordo com o Mundo que a física pretende estudar.

Não cabe na física quântica, ou qualquer outro ramo da física, nenhuma ponta de misticismo, ou véus de mistério, nem características enigmáticas. A principal característica de um cientista é o seu espírito crítico. Ter espírito crítico é diferente de ser céptico. Ter espírito crítico é aceitar o que poder ser comprovado experimentalmente como a melhor aproximação da verdade, aceitar o que ainda não foi comprovado experimentalmente como uma possível aproximação da verdade e aceitar como errado tudo o que foi comprovado experimentalmente não ser nem sequer uma aproximação da verdade. Um cientista também tem imaginação, é uma das suas mais poderosas ferramentas, mas a sua função não é convencer as pessoas de que o ele imaginar é real, mas sim mostrar a todos onde, na realidade, está aquilo que ele imaginou.

Espero que depois de ler este texto tenha uma ideia mais clara do que é física quântica, no que ela se baseia e porque precisamos dela para entender o mundo.

Espero também que este texto seja uma forma de o colocar mais próximo da verdade da física quântica e mais longe de aceitar abusos decorrentes do uso infundado dessa mesma física quântica.

12. ANEXOS

A.1 Uma derivação da equação de Schröndinger

Sendo que a equação de Schröndinger é um postulado isso significa que na realidade não pode, nem precisa ser demonstrada, mas uma derivação simples da equação pode esclarecer, ainda que basicamente, o seu significado intrínseco.

Um dos princípios mais aceites por todos os ramos da física é o da conservação da energia. Em particular, na energia mecânica pelo Principio da Conservação da Energia Mecânica. Tentaremos mostrar como partindo dele e aceitando os princípios de De Broglie e Planck podemos chegar à equação de Schröndinger para uma dimensão.(Faremos a derivação para uma dimensão, facilmente pode ser estendida a três dimensões.)

Partimos da ideia de que se a equação é válida para todas as formas de onda, ela tem que ser válida para uma forma em particular. Escolhamos a forma mais simples, ou seja:

$$y = Ae^{i(kx-wt)} \tag{11}$$

A hipótese de De Broglie pode ser escrita como:

$$p = \hbar k \tag{12}$$

O resultado de Planck pode ser escrito como:

$$E = \hbar w \tag{13}$$

Derivemos a nossa onda em relação a *x* duas vezes e uma em relação a *t*.

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial x} &= ikAe^{\,i(kx-wt)} = iky \\ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} &= -k^2 Ae^{\,i(kx-wt)} = -k^2 y \\ \frac{\partial y}{\partial t} &= -iwAe^{\,i(kx-wt)} = -iwy \end{aligned} \tag{14}$$

Notamos que a segunda derivada em relação a *x* se relaciona com o quadrado do momento e que a primeira derivada em relação a *t* se relaciona com a energia, tal que:

$$\begin{aligned} p^2 &= -\hbar^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} y^{-1} \\ E &= i\hbar \frac{\partial y}{\partial x} y^{-1} \end{aligned} \tag{15}$$

Agora vemos como escrever a lei da conservação da energia total, E, em função dos valores do momento linear, p, e potencial, V:

$$\begin{aligned} K + V &= E \\ K &= \frac{1}{2}mv^2;\ p = mv \\ K &= \frac{p^2}{2m} \\ \frac{p^2}{2m} + V &= E \end{aligned} \tag{16}$$

Agora fazemos a substituição das expressões encontradas antes para p e E, e obtemos directamente:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} y^{-1} + V = i\hbar \frac{\partial y}{\partial t} y^{-1} \tag{17}$$

Multiplicando tudo pela função Ψ, obtemos a equação de Schröndinger a uma dimensão.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + Vy = i\hbar \frac{\partial y}{\partial t} \tag{18}$$

Concluímos que a equação de Schröndinger representa a conservação da energia mecânica da partícula de massa **m** cuja onda associada é a funçãoΨ. Como escolhemos uma função psi em particular, esta demonstração não serve em geral para qualquer função. Mas, Schröndinger também não a demonstrou universalmente, ela a postulou. Postular significa propor que se aceite que seja assim para todas as outras formas de onda, mesmo que não o possamos provar.