

SEMAINE DU 25/5 AU 31/5

SÉRIES NUMÉRIQUES

- ① **Définitions et vocabulaire.** Série, terme général, Somme d'une série, divergence grossière, Reste d'une série, Série télescopique, convergence absolue, semi-convergence.
- ② **Propriétés des séries.** Conservation de la convergence par somme, Convergente + divergente = Divergente, Convergence de la partie réelle et de la partie imaginaire d'une série complexe, convergence absolue $\implies$ convergence.
- ③ **Séries alternées.** Définition, Critère de convergence.
- ④ **Méthode de comparaison série/intégrale.** A faire à la main par l'étudiant.
- ⑤ **Séries de Riemann.** Définition et critère de convergence.
- ⑥ **Séries à termes positifs.** Comparaison des termes généraux, par supériorité/infériorité, par équivalence, par grand O (et petit o).

PREUVES

Seules les preuves dans cette section sont à savoir par coeur par les étudiants. Les autres preuves peuvent être demandées, en proposant une méthode et/ou en aidant l'étudiant durant la réalisation de la preuve.

- ① Montrer, par comparaison série intégrale, que $\sum n^{-1} \sim \ln(n)$ et en déduire la divergence de $\sum \frac{n+1}{n^2+1}$.
- ② Montrer que $\sum \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ converge, $\sum \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+(-1)^n}}$ diverge et pourtant $\frac{(-1)^n}{\sqrt{n+(-1)^n}} \underset{+\infty}{\sim} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$.
- ③ Etudier la convergence des séries de Riemann, sauf pour la série harmonique ($\alpha = 1$).