

SEMAINE DU 8/12 AU 14/12

FONCTIONS RÉELLES CONVEXE/CONCAVE

- ① Définition d'une fonction convexe/concave par les cordes : Inégalité de convexité et interprétation géométrique
- ② Caractérisation d'une fonction convexe/concave par les pentes, par les dérivées et dérivées secondes (quand f est suffisamment régulière), Géométriquement, la courbe de f est au dessus de ses tangentes.
- ③ Propriétés : Somme de fonctions convexes est convexe, Inégalité de Jensen (Les barycentres ont été définis, mais les étudiants n'ont pas de recul sur la notion)

EQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES

Cette semaine, on reste sur des exercices très calculatoires : les techniques de calculs de primitives avec IPP, décomposition en éléments simples, et changements de variables. Les étudiants doivent aussi connaître les techniques de résolution de solutions d'équations différentielles linéaires avec variations de la constante.

Pour les changements de variables, vous pouvez essayer sans le donner, mais ne laissez pas l'étudiant chercher trop longtemps. L'important est que la technique du changement de variable soit maîtrisée.

Pas de recollement de solutions définies sur des intervalles différents. Pas de changement de variables dans une équation différentielle non linéaire.

- ① Décomposition en éléments simples
- ② primitive, intégrale, linéarité de l'intégrale, positivité et croissance de l'intégrale, IPP, Changement de variable,
- ③ Principe de superposition, décomposition des solutions d'une équation différentielle en sa partie homogène et une solution particulière, problème de Cauchy
- ④ Equation différentielle linéaire d'ordre 1 : Résolution dans tous les cas avec méthode de variation de la constante, Les cas avec second membre constant ou égal à une exponentielle ont été traité en cours
- ⑤ Equation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants : Cas avec second membre constant ou égal à un produit d'exponentielle et de fonction circulaire

PREUVES

Seules les preuves dans cette section sont à savoir par coeur par les étudiants. Les autres preuves peuvent être demandées, en proposant une méthode et/ou en aidant l'étudiant durant la réalisation de la preuve.

- ① Énoncé et preuve de l'inégalité de Jensen,
- ② Énoncé de toutes les caractérisation de la convexité à l'oral.
Preuve de " convexe $\iff f'' \geq 0$ ", dans le cas d'une fonction deux fois dérivable, à partir de l'inégalité des pentes $\frac{f(x)-f(a)}{x-a} \leq \frac{f(b)-f(a)}{b-a} \leq \frac{f(b)-f(x)}{b-x}$, pour $a < x < b$.
- ③ Résolution d'une EDL d'ordre 2, à coefficients constants, avec second membre du type $e^x \cos x$.