MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA
CAMPUS JOINVILLE

APOSTILA DE ELETRICIDADE

PROF. ANA BARBARA KNOLSEISEN SAMBAQUI, D.ENG.
PROF. BÁRBARA OGLIARI TAQUES, M.ENG.

JOINVILLE – AGOSTO, 2010

Esta apostila é um material de **apoio didático** utilizado nas aulas da unidade curricular *Eletricidade*, do Instituto Federal de Santa Catarina (IF-SC), Campus Joinville. Portanto, este material não tem a pretensão de esgotar o assunto abordado, servindo apenas como primeira orientação aos alunos.

O aluno deve desenvolver o hábito de consultar e estudar a Bibliografia Referenciada original para melhores resultados no processo de aprendizagem.

Neste material estão sendo usados o sentido convencional da corrente elétrica e o Sistema Internacional de Unidades.

Prof. Ana Barbara Knolseisen Sambaqui
anabarbara@ifsc.edu.br
Prof. Barbara Ogliari Taques
btaques@ifsc.edu.br

ÍNDICE

1 ELETROSTÁTICA

1.1 ESTRUTURA DO ÁTOMO

Todo **corpo**, massa que ocupa lugar no espaço, é constituído de átomos. Os **átomos** são constituídos por partículas subatômicas:

- elétrons: são cargas negativas (-);
- prótons: são cargas positivas (+);
- nêutrons: são as cargas neutras.

O elétron gira sobre seu eixo (spin eletrônico) e ao redor do núcleo de um átomo (rotação orbital), em trajetórias de camadas concêntricas, como mostra a Figura 1.

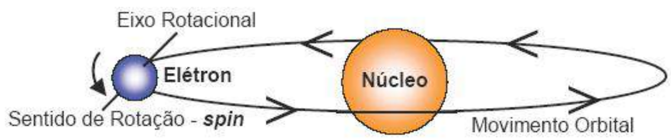


Figura 1: Movimento dos elétrons nos átomos.

Por sua vez, os prótons e neutros se encontram no núcleo do átomo, determinando seu número atômico**.** Os nêutrons também se encontam no núcleo atômico.

1.2 CARGA ELÉTRICA

Cargas elétricas são partículas que compõem o átomo, podendo ser classificadas como prótons (carga positiva) e elétrons (cargas negativas). Estas cargas proporcionam forças gravitacionais entre corpos, que podem ser de atração ou repulsão, dependendo do tipo de carga presente nos corpos, positivos ou negativos:

- corpos com cargas diferentes se atraem;
- corpos com a mesma carga se repelem.

Um corpo em seu estado normal, não eletrizado, possui um número de prótons igual ao número de elétrons. Se este corpo perder elétrons, estará com excesso de prótons, isto é, apresentar-se-á eletrizado positivamente. Se ele receber elétrons, possuirá um excesso destas partículas e estará eletrizado negativamente.

1.2.1 Condutores e Isolantes

Em certos sólidos, os elétrons das camadas mais externas não permanecem ligados a seus respectivos átomos, por possuírem uma força de ligação entre si muito pequena. Portanto, adquirem liberdade de se movimentar no interior do sólido. Estes elétrons são denominados elétrons livres, e os sólidos que possuem estes elétrons são condutores de eletricidade, pois permitem que a carga elétrica seja transportada através deles. Como exemplo deste tipo de material podem ser citados os metais.

Já ao contrário dos condutores, existem sólidos nos quais os elétrons estão firmemente ligados aos respectivos átomos, isto é, estas substâncias não possuem (ou possuem poucos) elétrons livres. Portanto, não será possível o deslocamento de carga elétrica através destes corpos, que são denominados *isolantes elétricos* ou *dielétricos*. Por exemplo, a porcelana, a borracha, o vidro e etc.

O símbolo de carga elétrica é Q ou q. A letra maiúscula será empregada para denotar cargas constantes e a letra minúscula para denotar cargas variáveis no tempo (q(t)). A unidade de carga é Coulomb e simbolizada por C. Sendo que um Coulomb é de $6{,}24 \times 10^{18}$ elétrons.

1.3 TIPOS DE ELETRIZAÇÃO

1.3.1 Eletrização por Atrito

Atritando um corpo ao outro, há transferência de elétrons entre eles. Ficando um corpo eletrizado positivamente (o que perde elétrons), e o outro eletrizado negativamente (o que ganha elétrons). Perderá elétrons o átomo que exercer menor força sobre eles. Assim, um mesmo corpo poderá se eletrizar positivamente ou negativamente, dependendo do corpo com o qual for atritado.

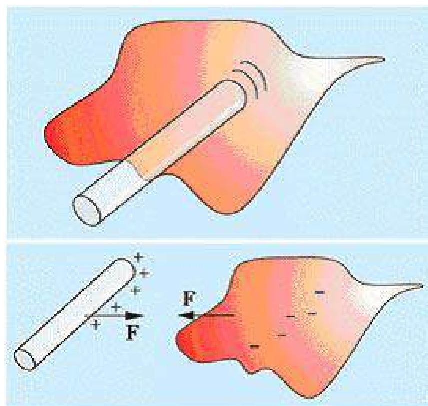


Figura 2: Eletrização por atrito.

Por exemplo: a seda quando atritada com vidro adquire carga negativa (porque retira elétrons do vidro), já quando atritada com borracha adquire carga positiva (perde elétrons para a borracha). Abaixo é apresentada uma tabela com algumas substâncias, ordenadas de tal modo que qualquer uma delas adquire carga positiva quando atritada com as substâncias que a seguem e adquire carga negativa quando atritada com as que a precedem.

Substância
Vidro
Mica
Lã
Pele de gato
Seda
Algodão
Ebonite
Cobre
Enxofre
Celulóide

Figura 3: Tabela de eletropositividade.

1.3.2 Eletrização por Indução

Aproximando um corpo eletrizado positivamente (exemplo), à um condutor não eletrizado, apoiado em um suporte isolante, pode-se observar que os elétrons livres, existentes em grande quantidade no condutor são atraídos pela carga positiva do corpo. A aproximação do corpo carregado provoca no condutor, uma separação de cargas, embora, como um todo, ele continue neutro (sua carga total é nula). Esta separação de cargas em um condutor, provocada pela aproximação de um corpo eletrizado, é denominada *indução eletrostática*.

Supondo que estabeleça uma ligação entre a parte eletrizada positivamente, à Terra, esta ligação fará com que elétrons livres passem da Terra para o condutor. Estes elétrons neutralizarão a carga positiva induzida localizada nesta extremidade. Se a ligação à terra for desfeita, e em seguida o indutor afastado, a carga negativa induzida se distribuirá pela superfície do condutor. Esta maneira de eletrizar um condutor é denominada *eletrização por indução*.

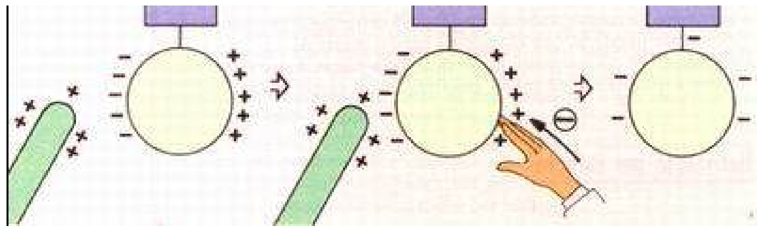


Figura 4: Eletrização por indução.

1.3.3 Eletrização por Contato

Considerando os mesmos corpos do item anterior, um corpo eletrizado positivamente e um condutor não eletrizado; ao encostar o corpo eletrizado à extremidade negativa do condutor, haverá troca das suas cargas, deixando esta extremidade neutra. Ao retirar o bastão, as cargas da extremidade contrária, se espalharão em todo condutor, ficando este eletrizado positivamente. Este processo de eletrização é denominado *eletrização por contato* ou *condução*.

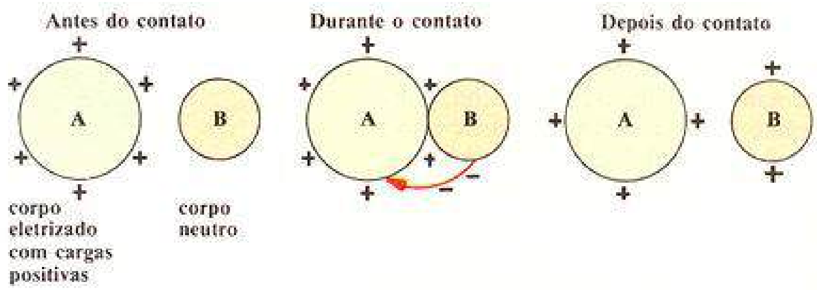


Figura 5: Eletrização por contato.

1.4 LEI DE COULOMB

Considerando dois corpos eletrizados com cargas Q_1 e Q_2, separados de uma distância r, e o tamanho destes corpos for muito pequeno em relação a distância r entre eles, a dimensão destes corpos pode ser considerada desprezível e estas cargas podem ser referidas como *cargas pontuais*.

Duas cargas pontuais, Q_1 e Q_2, separadas por uma distância r, situadas no vácuo, se atraem ou se repelem com uma força F:

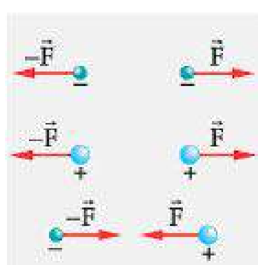


Figura 6: Lei de Coulomb.

Esta força é dada pela Lei de Coulomb:

$$F_0 = k_0 \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad [N] \tag{1}$$

onde k_0 =8,99x10^9 N.m^2/C^2 (constante de Coulomb no Sistema Internacional).

Se estas cargas forem mergulhadas em um meio material, o valor das forças entre elas torna-se *k* vezes menor:

$$F = \frac{F_0}{k} \quad [N] \tag{2}$$

onde *k* é a constante dielétrica do meio.

1.5 CAMPO ELÉTRICO

Considere uma carga *Q* fixa em uma determinada posição, como mostra a Figura 7. Já sabemos que se uma outra carga *q* for colocada em um ponto P_1, a uma certa distância de *Q*, aparecerá uma força elétrica atuando sobre *q*.

Suponha, agora, que a carga q fosse deslocada, em torno de *Q*, para outros pontos quaisquer, tais como P_2, P_3, etc. Evidentemente, em cada um destes pontos estaria também atuando sobre *q* uma força elétrica, exercida por *Q*. Para descrever este fato, dizemos que em qualquer ponto do espaço em torno de *Q* existe um **campo elétrico** criado por esta carga.

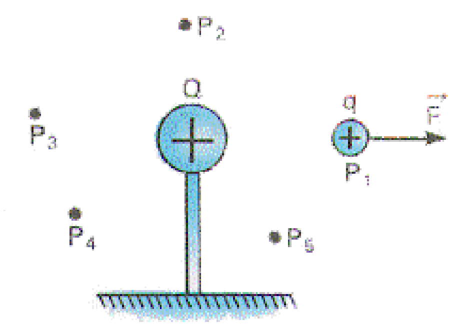


Figura 7: Campo elétrico.

O Campo Elétrico pode ser representado, em cada ponto do espaço, por um vetor, usualmente simbolizado por $\vec{E}$ e que se denomina **vetor campo elétrico**. As características deste vetor são: módulo, direção e sentido.

1.5.1 Módulo do Vetor Campo Elétrico

O módulo do vetor $\vec{E}$, em um dado ponto, costuma ser denominado **intensidade do campo elétrico** naquele ponto. Para definir este módulo, consideremos a carga *Q*, mostrada na Figura 7, criando um campo elétrico no espaço em torno dela. Colocando-se uma carga de prova *q* em um ponto qualquer, como o ponto P_1, por exemplo, uma força elétrica $\vec{F}$ atuará sobre esta carga de prova. A intensidade do campo elétrico em P_1 será, por definição, dada pela expressão:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad \left[\frac{N}{C}\right] \tag{3}$$

Reescrevendo:

$$\vec{F} = \vec{E}.q \qquad (4)$$

1.5.2 Direção e Sentido do Vetor Campo Elétrico

A direção e o sentido do vetor campo elétrico em um ponto são, por definição, dados pela direção e sentido da força que atua em uma carga de prova positiva colocada no ponto. A Figura 8 apresenta o campo elétrico nas duas situações de criação, com carga positiva e negativa.

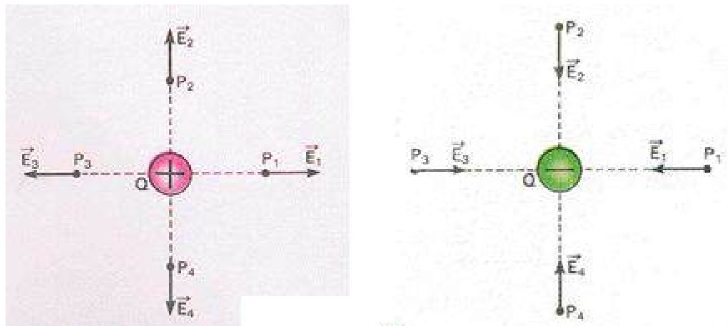


Figura 8: Campo elétrico – carga positiva e carga negativa.

As **linhas de força**, traçadas pelos vetores campo elétrico, representam a direção e o sentido do campo elétrico. A Figura 9 apresenta a direção e o sentido do campo elétrico formado por uma carga positiva (Figura 9a) e por uma carga negativa (Figura 9b).

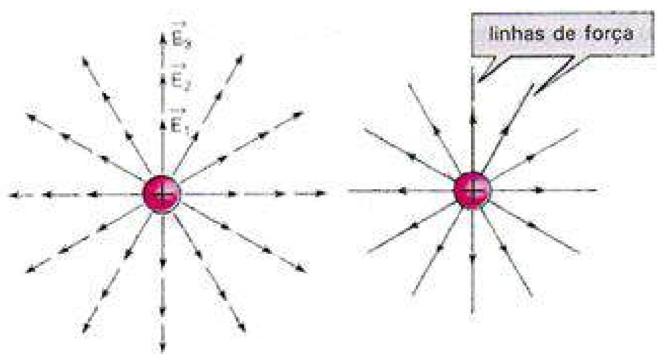


Figura 9a: Campo elétrico – direção e sentido criado por uma carga positiva.

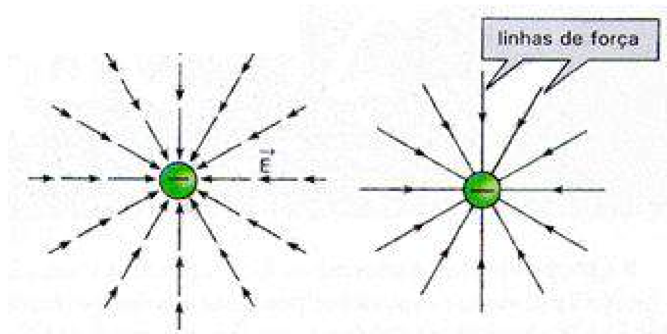


Figura 9b: Campo elétrico – direção e sentido criado por uma carga negativa.

1.6 POTENCIAL ELÉTRICO

Uma carga Q, estabelece em um ponto situado a uma distância d desta carga, um potencial V dado por:

$$V = \frac{k_o.Q}{r} \quad \text{(para o vácuo)} \tag{5}$$

$$V = \frac{1}{k_{meio}} \cdot \frac{k_o.Q}{.r} \quad \text{(para outros meios)} \tag{6}$$

Suponha um corpo eletrizado criando um campo elétrico no espaço ao seu redor. Considere dois pontos A e B neste campo elétrico, como mostra a Figura 10. Se uma carga de prova positiva q for abandonada em A, sobre ela atuará uma força elétrica $\vec{F}$ devida ao campo.

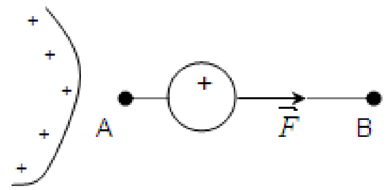


Figura 10: Partícula carregada deslocando-se de A para B.

Suponha que sob a ação desta força, a carga se desloque de A para B. Como sabemos, neste deslocamento a força elétrica estará realizando um trabalho que vamos designar τ_{AB}. Em outras palavras, τ_{AB} representa uma certa quantidade de energia que a força elétrica $\vec{F}$ transfere para a carga q em seu deslocamento de A para B.

A grandeza que relaciona o trabalho que a carga q realiza é definida como diferença de potencial ou tensão elétrica, conforme a fórmula abaixo:

$$V_{AB} = V_A - V_B = \frac{\tau_{AB}}{q} \quad [\text{V}]$$

$$Unidade: \; 1V\,(Volt) = \frac{1J}{1C} \tag{7}$$

O campo elétrico que existe entre um corpo com potencial elétrico V_A e outro corpo com potencial elétrico V_B separados por uma distância d, conforme mostra a Figura 11, é definido por:

$$E = \frac{V_{AB}}{d} \tag{8}$$

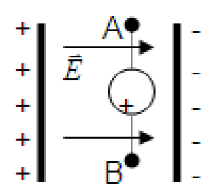


Figura 11: Campo elétrico uniforme entre 2 placas paralelas.

2 ELETRODINÂMICA

2.1 GRANDEZAS ELÉTRICAS

A eletrodinâmica estuda as cargas em movimento. Por isso, é neste momento que o conceito das principais grandezas elétricas são apresentados. Dentre os quais destacamos:

- Tensão;
- Corrente elétrica;
- Potência elétrica.

2.1.1 Tensão

Uma partícula (carga pontual) qualquer, carregada, possui uma *energia potencial interna* (*U*), dada como a capacidade desta partícula em realizar trabalho.

Os átomos que compõem um material condutor possuem elétrons livres, os quais podem mover-se aleatoriamente. Se provocarmos uma força eletromotriz entre os terminais *A* e *B* de um elemento, um trabalho é realizado sobre estas cargas, e sua energia potencial é alterada, causando uma diferença de energia potencial entre os pontos *A* e *B*.

$$W_{a\rightarrow b} = U_a - U_b \qquad (9)$$

Este trabalho realizado para mover uma unidade de carga (+1C) através de um elemento, de um terminal a outro, é conhecido como *diferença de potencial* ou *tensão* (*v* ou *V*) sobre um elemento, e sua unidade é conhecida como *Volt* (V) e dada como 1J/C.

$$\frac{W_{a\rightarrow b}}{q} = V_{ab} \qquad (10)$$

A convenção de polaridade (+, -) usada, é mostrada na Figura 12. Ou seja, o terminal *A* é *V* Volts positivos em relação ao terminal *B*. Em termos de diferença de potencial, o terminal *A* está *V* volts acima do terminal *B*.

Figura 12: Convenção da polaridade da tensão.

Com referência à Figura 12, uma **queda de tensão** de *V* Volts ocorre no movimento de *A* para *B*. Por outro lado, uma **elevação de tensão** de *V* Volts ocorre no movimento de *B* para *A*. Como exemplo, nas Figuras 13a e 13b existem duas representações da mesma tensão: em (a), o terminal *A* está +2V acima do terminal *B* e em (b) o terminal *B* está –2V acima do terminal *A* (ou +2V abaixo de *A*).

2.1.2 Corrente Elétrica

A *corrente elétrica* é o movimento de cargas elétricas, e é denotada pelas letras *i* (para corrente variável) ou *I* (para corrente constante).

Em um fio condutor existe um grande número de elétrons livres. Estes elétrons estando sob a ação de uma força elétrica, sendo eles livres, entrarão imediatamente em movimento. Como os elétrons possuem carga negativa, este movimento terá sentido do terminal negativo para o positivo. Porém, durante o século VIII, Benjamin Franklin estabeleceu, por convenção, a corrente elétrica como o movimento de cargas positivas, portanto trafegava do positivo para o negativo.

Hoje, sabendo que o movimento é feito pelas cargas negativas e não positivas, e por isso é importante distinguir a corrente *convencional* (o movimento de cargas positivas), que é usada na teoria de redes elétricas, e a corrente *eletrônica*, conforme mostra a Figura 13.

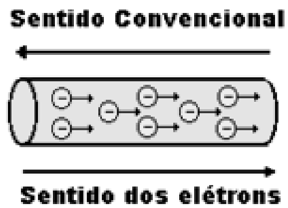


Figura 13: Convenção do sentido da corrente elétrica.

Formalmente, corrente é a taxa de variação no tempo da carga que passa na seção transversal de um condutor, conforme mostra a figura abaixo:

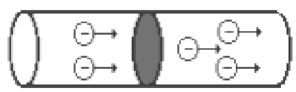


Figura 14: Convenção do sentido da corrente elétrica.

Matematicamente, a corrente elétrica é dada por:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \tag{11}$$

Sua unidade básica é o Ampère (A), que é igual a 1 Coulomb por segundo:

$$1A = \frac{1C}{s}$$

2.1.3 Potência Elétrica

Quando há transferência de cargas através de um elemento, uma quantidade de energia é *fornecida* ou *absorvida* por este elemento. Se uma corrente positiva entra no terminal positivo, então uma força externa deve estar excitando a corrente, logo entregando energia ao elemento. Neste caso, o elemento está *absorvendo* energia (Figura 15a). Se por outro lado uma corrente positiva sai pelo terminal positivo (entra pelo negativo), então o elemento está *fornecendo* energia ao circuito externo (Figura 15b).

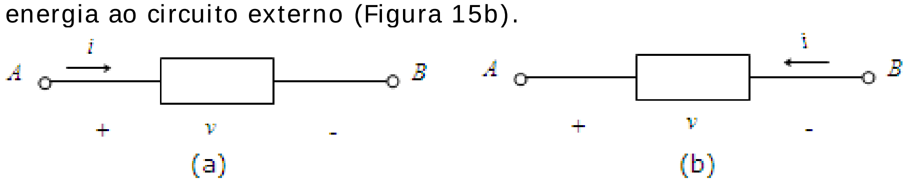


Figura 15: Elemento: (a) absorvendo energia e (b) fornecendo energia.

Se a tensão através do elemento é V e uma pequena carga Δq se move através do elemento do terminal positivo para o terminal negativo, então a energia absorvida pelo elemento Δw, é dada por:

$$\Delta W = v \cdot \Delta q \qquad (12)$$

Considerando agora, a velocidade com que o trabalho é executado, ou a energia *W* é dissipada, pode-se dizer que:

$$\frac{\Delta w}{\Delta t} = v \frac{\Delta q}{\Delta t} \qquad (13)$$

Visto que, por definição, a velocidade com que uma energia é dissipada é a potência, denotada por *p*, tem-se que:

$$p = \frac{\Delta w}{\Delta t} = v \cdot i \qquad [W] \qquad (14)$$

Pode-se observar que, as unidade de *v* e *i*, já vistas anteriormente são dadas por J/C e C/s, respectivamente, resultando com sua multiplicação em W=(J/C)(C/s)=J/s, que é a unidade de potência (Watt).

Então, como pode se observar na Figura 16, o elemento está absorvendo energia, dada por *p=vi*. Se a polaridade de *v* ou a de *i* for invertida, então o elemento estará entregando potência para o circuito externo.

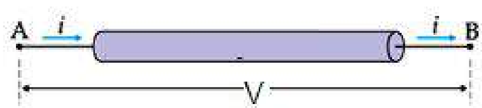


Figura 16: Convenção do sentido da corrente elétrica.

2.2 ELEMENTOS ATIVOS E PASSIVOS

Os elementos de um circuito, estudados até aqui, podem ser classificados em duas categorias gerais:

- Elementos passivos: se a energia é fornecida *para* eles.
- Elementos ativos: se a energia é fornecida *por* eles.

Portanto, um elemento é dito passivo se a energia total entregue a ele pelo resto do circuito é sempre positiva. Isto é:

$$\Delta W = V \cdot I \qquad \Delta t \geq 0 \qquad (15)$$

As polaridades de *V* e de *I* são como mostradas na Figura 16. Como será estudado posteriormente, exemplo de elementos passivos são resistores, capacitores e indutores. Já exemplos de elementos ativos são geradores, baterias, e circuitos eletrônicos que requerem uma fonte de alimentação.

2.3 FONTES DE TENSÃO E CORRENTE

2.3.1 Fontes de Tensão

Uma fonte independente de tensão é um elemento de dois terminais, como uma bateria ou um gerador, que mantém uma dada tensão entre seus terminais. A tensão é completamente independente da corrente fornecida. Os símbolos utilizados para representar uma fonte de tensão que tem *V* volts entre seus terminais é mostrado na Figura 17, sendo que as indicações de polaridade na Figura 17b são redundantes, visto que a polaridade pode ser definida pela posição dos traços curtos e longos

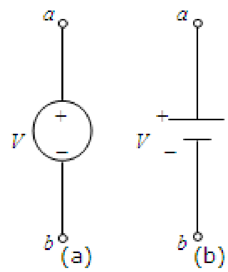


Figura 17: Fonte de tensão independente.

A polaridade é como mostrada, indicando que o terminal *a* está *V* volts acima do terminal *b*. Desta forma, se $V>0$, então o terminal *a* está num potencial maior que o terminal *b*. Já se, $V<0$, quer dizer que o terminal *b* está num potencial maior que o terminal *a*.

2.3.2 Fontes de Corrente

Uma fonte de corrente independente é um elemento de dois terminais através do qual flui uma corrente de valor especificado, sendo o valor da corrente é independente da tensão sobre o elemento. O símbolo para uma fonte de corrente independente é mostrado na Figura 218, onde *I* é a corrente especificada e o sentido da corrente é indicado pela seta.

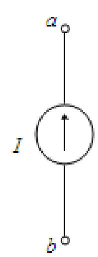


Figura 18: Fonte de corrente independente.

Fontes independentes são usualmente empregadas para **fornecer potência** ao circuito externo e não para absorvê-la. Desta forma, se *V* é a tensão entre os terminais da fonte, e se sua corrente *I* está saindo do terminal positivo, então a fonte estará *fornecendo uma potência*, dada por $P=V.I$, para o circuito externo. De outra forma, estará absorvendo energia.

É importante destacar que, as fontes que foram apresentadas aqui, bem como os elementos de circuito a serem considerados posteriormente, são elementos ideais, isto é, modelos matemáticos que se aproximam de elementos físicos reais apenas sob certas condições.

2.4 LEI DE OHM PARA CORRENTE CONTÍNUA

Em 1827, George Simon Ohm demonstrou com uma fonte de *fem* (força eletromotriz) variável ligada a um condutor que à medida que variava a tensão sobre o condutor, variava também a intensidade de corrente que circulava no mesmo. Em seus registros, Ohm percebeu que o quociente entre a tensão e a corrente se mantinha constante.

Na Figura 19, se for aplicada uma tensão *V* no condutor, surge uma corrente *I*.

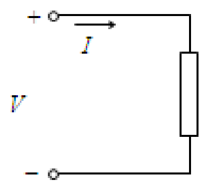


Figura 19: Relação tensão/corrente sobre um elemento.

Se esta tensão for variada para V_1, a corrente será I_1, e do mesmo modo se o valor de tensão mudar para V_2, a corrente será I_2, de tal maneira que:

$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{I_2} = \frac{V}{I} = constante \qquad (16)$$

E a essa constante foi dado o nome de *resistência elétrica,* sendo representada pela letra *R*. Portanto:

$$R = \frac{V}{I} \qquad (17)$$

onde:

I: intensidade de corrente em (A);
V: tensão elétrica em volts(V);
R: resistência elétrica em Ohms (Ω).

Então, resistência elétrica (*R*) é o quociente entre a diferença de potencial (*V*) e a corrente elétrica (*I*) em um condutor. Os símbolos utilizados para representar resistência elétrica são mostrados na Figura 20:

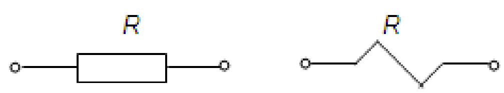


Figura 20: Símbolos utilizados para resistência elétrica.

O inverso da resistência é uma grandeza chamada *condutância*. A condutância representa a facilidade que um condutor apresenta à passagem da corrente elétrica, e é representado por *G* e sua unidade é o Siemens (S):

$$G = \frac{1}{R} \quad \rightarrow \quad R = \frac{1}{G} \qquad (18)$$

2.5 RESISTÊNCIA ELÉTRICA

Todos os materiais possuem resistência elétrica, uns mais, outros menos. Inclusive os chamados bons condutores de eletricidade apresentam resistência elétrica, mas de baixo valor. Os isolantes, por sua vez, por impedirem a passagem da corrente elétrica, são elementos que apresentam resistência muito alta.

Quanto ao significado físico de resistência elétrica, podemos dizer que advém da estrutura atômica do elemento em questão. Isso quer dizer que um material que possua poucos elétrons livres dificultará a passagem da corrente, pois essa depende dos elétrons livres para se processar (nos sólidos). No entanto, também os bons condutores de eletricidade apresentam uma certa resistência elétrica, apesar de terem elétrons livres em abundância. A explicação para essa oposição à passagem da corrente elétrica nesses materiais é que apesar de existirem elétrons livres em grande número, eles não fluem livremente pelo material. Ou seja, no seu trajeto eles sofrem constantes colisões com os núcleos dos átomos, o que faz com que o seu deslocamento seja dificultado.

Em um condutor filamentar, a resistência depende basicamente de três fatores:

- do comprimento do fio,
- da área da seção transversal do fio, e
- do material.

Experiências mostram que quanto maior o comprimento de um condutor, maior sua resistência e quanto maior a seção de um condutor, menor sua resistência. Também pode se provar que condutores de mesmo comprimento e mesma seção, mas de materiais diferentes, possuem resistências diferentes.

A Equação matemática que determina o valor da resistência em função do comprimento, da seção e do material é dada por:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} \qquad (19)$$

onde:

R: resistência elétrica do condutor em ohms (Ω);
l: comprimento do condutor em metros (m);
S: área da seção transversal em metros quadrados (m^2);
ρ: constante do material, que chamamos de resistividade ou resistência específica, em ohm.metro (Ω.m).

2.5.1 Resistividade Elétrica

A resistividade é um valor característico de cada material, e na verdade representa a resistência que um condutor desse material apresenta tendo 1m de comprimento e $1m^2$ de área de seção transversal. A tabela abaixo apresenta o valor de resistividade de alguns materiais:

Tabela 01: Resistividade de materiais elétricos.

Material	$\rho(\Omega.m)$
Cobre	$1,7.10^{-8}$
Alumínio	$2,9.10^{-8}$
Prata	$1,6.10^{-8}$
Mercúrio	98.10^{-8}
Platina	11.10^{-8}
Ferro	10.10^{-8}
Tungstênio	$5,6.10^{-8}$
Constantan	50.10^{-8}
Níquel-cromo	110.10^{-8}
Carbono	6000.10^{-8}
Zinco	6.10^{-8}
Níquel	10.10^{-8}

2.6 Circuitos Resistivos Equivalentes

Considerando que a Lei de Ohm já foi apresentada, é possível definir uma ligação em série e paralelo entre elementos.

2.6.1 Associação em Série

Na associação em série todos os resistores são percorridos pela **mesma corrente elétrica**, ou seja, os resistores são ligados um em seguida do outro, existindo apenas um caminho para a corrente elétrica. A Figura 21 apresenta uma associação série de resistores.

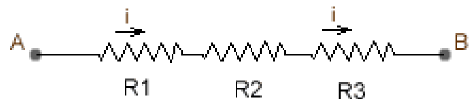


Figura 21: Associação em série de n resistores.

A diferença de potencial (tensão) de uma associação de resistores em série é a soma das tensões em cada um dos resistores associados. Assim, o valor da resistência equivalente é dado pela soma das resistências dos resistores que constituem a série:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n \tag{20}$$

2.6.2 Associação em Paralelo

A associação de resistores em paralelo é um conjunto de resistores ligados de maneira que todos estão submetidos a **mesma diferença de potencial (tensão)**. Nesta associação existem dois ou mais caminhos para a corrente elétrica, e desta maneira, os resistores não são percorridos pela corrente elétrica total do circuito. A Figura 22 apresenta uma associação paralela de resistores.

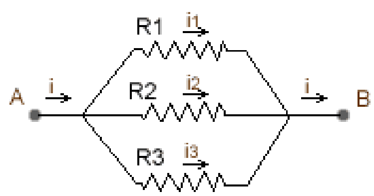


Figura 22: Associação em paralelo de n resistores.

A corrente, em uma associação de resistores em paralelo, é a soma das correntes nos resistores associados. Assim, na associação em paralelo, o valor da resistência equivalente é sempre menor que o valor de qualquer resistência dos resistores da associação e este valor pode ser obtido com a seguinte equação:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n} \tag{21}$$

Resolvendo a equação 21 para apenas dois resistores:

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \tag{22}$$

2.6.3 Associação Mista

Uma associação mista é composta quando associamos resistores em série e em paralelo no mesmo circuito. Na Figura 23, os resistores R_1 e R_2 estão em série e os resistores R_3 e R_4 estão em paralelo:

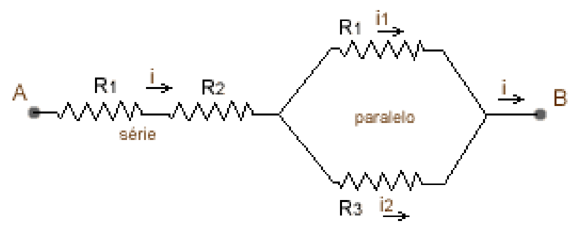


Figura 23: Associação mista de resistores.

Nas associações mistas também podemos encontrar um valor para a resistência equivalente. Para isto devemos considerar cada associação (série ou paralelo) separadamente, sendo que todas as propriedades descritas acima são válidas para estas associações.

2.7 LEIS DE KIRCHHOFF

Além da lei de Ohm, existem duas leis estabelecidas pelo físico germânico Gustav Kirchhoff (1824-1887), que em conjunto com as características dos vários elementos dos circuitos, permitem sistematizar métodos de solução para qualquer rede elétrica. Estas duas leis são formalmente conhecidas como Lei de Kirchhoff das correntes (LKC) e lei de Kirchhoff das tensões (LKT).

Para a análise de circuitos é importante o conhecimento de algumas definições básicas:

- *Ramo de um circuito*: é um componente isolado tal como um resistor ou uma fonte, ou um grupo de componentes sujeito a mesma corrente;
- *Nó*: é um ponto de conexão entre três ou mais ramos (entre 2: junção);
- *Circuito fechado*: é qualquer caminho fechado num circuito;
- *Malha*: é um circuito fechado que não tem um trajeto fechado em seu interior.

A Figura 24 abaixo é utilizada para exemplificar os conceitos:

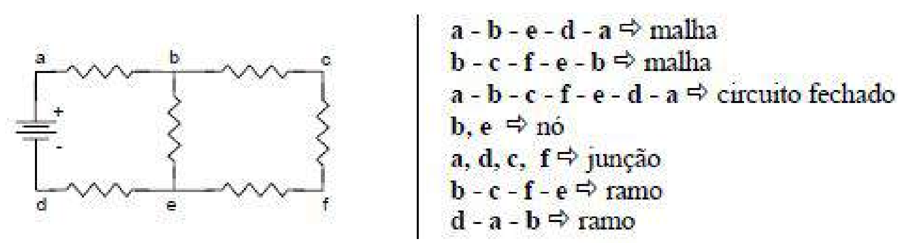


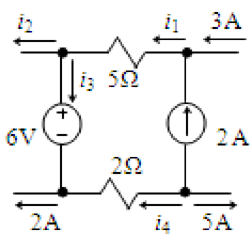
Figura 24: Associação mista de resistores.

2.7.1 Lei de Kirchhoff das Correntes

A lei de Kirchhoff das correntes (LKC) estabelece que:

A soma algébrica das correntes que entram em um nó qualquer é igual a soma das correntes que saem deste nó.

Como exemplo, para o circuito da Figura 25, achar as correntes dos ramos.



Nó 1:
$3A+2A-i_1=0$
$i_1=3A+2A$
$i_1=5A$

Nó 4:
$-2A-i_4-5A=0$
$i_4=-2A-5A$
$i_4=-7A$

Nó 2:
$i_3-2A+i_4=0$
$i_3=2A-i_4$
$i_3=2A+7A$
$i_3=9A$

Nó 3:
$i_1-i_2-i_3=0$
$i_2=i_1-i_3$
$i_2=1A-5A$
$i_2=-4A$

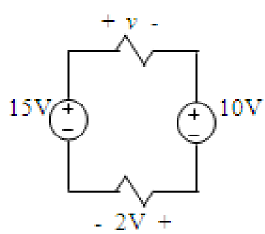
Figura 25: Circuito para análise aplicando a LKC.

2.7.2 Lei de Kirchhoff das Tensões

A lei de Kirchhoff das tensões (LKT) estabelece que:

A soma algébrica das tensões ao longo de qualquer percurso fechado é zero.

Como exemplo, para o circuito da Figura 26, achar a tensão no elemento indicado.



$-15V+v+10V+2V=0$
$v=15V-10V-2V$
$v=3V$

Figura 26: Circuito para análise aplicando a LKT.

2.8 DIVISOR DE TENSÃO E DE CORRENTE

Circuitos divisores de corrente ou tensão são circuitos que através de arranjos particulares de resistências permitem que se obtenha uma tensão ou corrente em função deste arranjo pré-determinado. A seguir são apresentados os circuitos divisores de tensão, que se aplicam a resistores em série e os divisores de corrente, que se aplicam a resistores em paralelo.

2.8.1 Divisor de Tensão

Considerando a lei de Ohm e as leis de Kirchhoff, esta seção começará com circuitos simples para demonstrar alguns procedimentos de análise. Seja o circuito da Figura 27 composta de dois resistores e uma fonte independente de tensão.

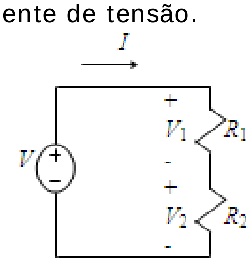


Figura 27: Circuito de laço único para análise do divisor de tensão.

O primeiro passo no procedimento de análise é atribuir correntes e tensões em todos os elementos da rede. A direção percorrida pela corrente *i* pode ser escolhida arbitrariamente (sentido horário ou anti-horário), e então é aplicada a LKT:

$$V = V_1 + V_2$$

e pela Lei de Ohm,

$$V_1 = R_1 \cdot I$$
$$V_2 = R_2 \cdot I$$

Combinado estas equações:

$$V = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I$$

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2}$$

e substituindo este valor na equação da lei de Ohm,

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V \qquad (23)$$

$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V \qquad (24)$$

É possível observar pelas equações (23) e (24) que o potencial *V* da fonte é dividido entre as resistências R_1 e R_2 em proporção direta ao valor de suas resistências, demonstrando o **princípio da divisão de tensão** para dois resistores em série. Por esta razão, o circuito da Figura 27 é dito um divisor de tensão.

Considerando a análise para um circuito com *N* resistores em série e uma fonte de independente de tensão, tem-se:

$$V_N = \frac{R_N}{R_s} \cdot V \qquad (25)$$

onde,

$$R_s = \sum_{n=1}^{N} R_n$$

2.8.2 Divisor de Corrente

Outro circuito simples importante é o circuito com um par de nós, onde elementos são conectados em paralelo quando a mesma tensão é comum a todos eles. Na Figura 28 é apresentado um circuito com um só par de nós, formado por dois resistores em paralelo e uma fonte de corrente independente, todos com a mesma tensão *V*.

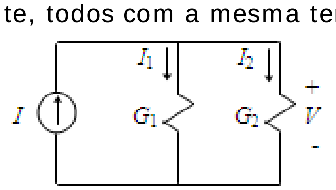


Figura 28: Circuito com um par de nós para análise do divisor de corrente.

Aplicando a LKC ao nó superior,

$$I = I_1 + I_2$$

e pela Lei de Ohm,

$$I_1 = G_1 \cdot V$$
$$I_2 = G_2 \cdot V$$

Combinado estas equações:

$$I = G_1 \cdot V + G_2 \cdot V$$

$$V = \frac{I}{G_1 + G_2}$$

e substituindo este valor na equação da lei de Ohm,

$$I_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} \cdot I \tag{26}$$

$$I_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} I \tag{27}$$

ou, em termos de valores de resistências, e não de condutâncias:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \tag{28}$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I \tag{29}$$

É possível observar pelas equações (28) e (29) que a corrente I da fonte é dividido entre as resistências R_1 e R_2, demonstrando o **princípio da divisão de corrente** para dois resistores em paralelo. Por esta razão, o circuito da Figura 28 é dito um divisor de corrente.

Considerando a análise para um circuito com N resistores em paralelo e uma fonte de independente de tensão, tem-se:

$$I_N = \frac{R_p}{R_N} I \tag{30}$$

onde,

$$\frac{1}{R_p} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{R_n} \tag{31}$$

2.9 MÉTODOS DE ANÁLISE DE CIRCUITOS

Para a análise circuitos será considerado a formulação de métodos sistemáticos para equacionar e solucionar as equações que aparecem na análise de circuitos mais complicados. Serão vistos dois métodos gerais, um baseado originalmente na lei de Kirchhoff das correntes e outro na lei de Kirchhoff das tensões. Geralmente a LKC conduz a equações cujas variáveis desconhecidas são tensões, enquanto a LKT conduz equações onde a variáveis desconhecidas são correntes.

2.9.1 Análise de Malhas

O método conhecido como análise de malhas aplica a LKT em volta de um percurso fechado do circuito, por este motivo, as incógnitas normalmente serão as correntes. O método será aplicado a um exemplo simples ilustrado na Figura 29, onde todos os passos serão detalhados.

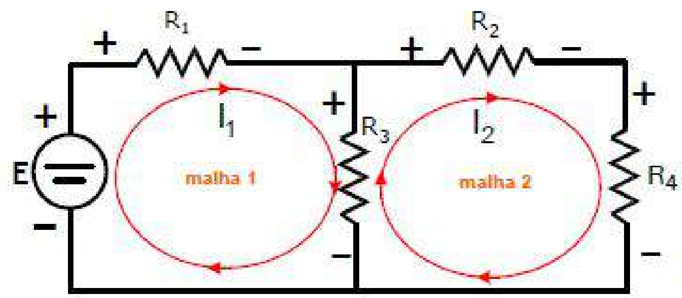


Figura 29: Circuito simples para análise de malhas.

Passo 1: Definir o sentido da corrente nas malhas (horário ou anti-horário).

Os sentidos adotados para os percursos das malhas são todos no sentido horário, e dessa forma a Figura 29 também mostra os sentidos considerados positivos para as quedas de tensão (polaridade das tensões) para os componentes.

Passo 2: Aplicar a LKT nas malhas.

As equações para as malhas 1 e 2 são dadas pelas expressões:

$$-E + v_{R_1} + v_{R_3} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad E = v_{R_1} + v_{R_3} \tag{32}$$

$$-v_{R_3} + v_{R_2} + v_{R_4} = 0 \tag{33}$$

Aplicando a Lei de Ohm nas equações de malha, são obtidas as equações em termos das correntes de malha:

equação da malha 1:

$$\begin{aligned} E &= v_{R_1} + v_{R_3} \\ E &= I_1 \cdot R_1 + (I_1 - I_2) \cdot R_3 \\ E &= I_1 \cdot (R_1 + R_3) - I_2 \cdot R_3 \end{aligned} \tag{34}$$

equação da malha 2:

$$\begin{aligned} -v_{R_3} + v_{R_2} + v_{R_2} &= 0 \\ -(I_1 - I_2) \cdot R_3 + I_2 \cdot R_2 + I_2 \cdot R_4 &= 0 \\ -I_1 \cdot R_3 + I_2 \cdot (R_2 + R_3 + R_4) &= 0 \end{aligned} \tag{35}$$

Passo 3: Solucionar o sistema de equações.

Considerando como dados do circuito da Figura 29,

$$E = 20 \text{ volts}$$
$$R_1 = 2 \quad \Omega \qquad R_2 = 4 \quad \Omega$$
$$R_3 = 6 \quad \Omega \qquad R_4 = 3 \quad \Omega$$

a solução do sistema de equações é:

$$\begin{bmatrix} (R_1 + R_3) & -R_3 \\ -R_3 & (R_2 + R_3 + R_4) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 8 & -6 \\ -6 & 13 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{36}$$
$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.824 \\ 1.765 \end{bmatrix}$$

Passo 4: Definir as correntes e tensões nos ramos.

$$i_{R_1} = I_1 = 3.824 \quad A$$
$$i_{R_2} = I_2 = 1.765 \quad A$$
$$i_{R_3} = I_1 - I_2 = 3.824 - 1.765 = 2.059 \quad A$$
$$i_{R_4} = I_2 = 1.765 \quad A$$
$$v_{R_1} = I_1 \cdot R_1 = 3.824 \cdot 2 = 7.648 \quad V \tag{37}$$
$$v_{R_2} = I_2 \cdot R_2 = 1.765 \cdot 4 = 7.060 \quad V$$
$$v_{R_3} = (I_1 - I_2) \cdot R_3 = (3.824 - 1.765) \cdot 6 = 12.354 \quad V$$
$$v_{R_4} = I_2 \cdot R_4 = 1.765 \cdot 3 = 5.295 \quad V$$

Uma vez conhecidas as correntes e tensões nos ramos podem ser também determinadas as *potências em cada um dos componentes*, bem como a *potência total dissipada no circuito*.

2.9.2 Análise Nodal

A análise nodal consiste em um método de análise de circuitos nos quais tensões são as incógnitas a serem determinadas. Desde que uma tensão é definida como existindo entre dois nós, é conveniente escolher um nó na rede para ser o *nó de referência* e então associar uma tensão ou um potencial como cada um dos outros nós. Freqüentemente o nó de referência é escolhido como aquele onde está conectado o maior número de ramos, e chamado como terra. O nó de referência está, então, no potencial do terra ou no potencial zero e os outros nós podem ser considerados como um potencial acima de zero.

As tensões sobre os elementos podem ser uma tensão de nó (se um nó do elemento está aterrado) ou a diferença de potencial entre dois nós. O método será aplicado a um exemplo simples ilustrado na Figura 30, onde todos os passos serão detalhados.

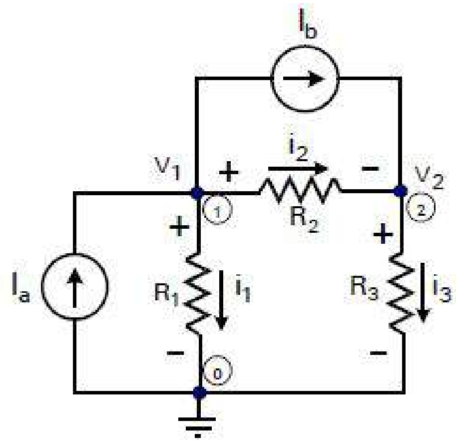


Figura 30: Circuito simples para análise nodal.

Passo 1: Seleção do nó de referência.

Para o circuito da Figura 30 existem 3 nós, sendo que o nó inferior será escolhido como nó de referência (nó de terra). As tensões nos outros dois nós serão denominadas v_1 e v_2, respectivamente. As correntes nos resistores R_1, R_2 e R_3 serão denominadas de i_1, i_2 i e i_3.

Passo 2: Aplicar a LKC nos nós.

As equações para os nós 1 e 2 são dadas pelas expressões:

$$+I_a - I_b - i_1 - i_2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad +I_a - I_b = i_1 + i_2 \tag{38}$$

$$+I_b - i_3 + i_2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad I_b = i_3 - i_2 \tag{39}$$

Aplicando a Lei de Ohm nas equações de nós, são obtidas as equações em termos das correntes de ramos:

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{v_1 - 0}{R_1} = \frac{v_1}{R_1} \quad \text{ou} \quad i_1 = v_1 \cdot G_1 \\ i_2 &= \frac{v_1 - v_2}{R_2} \quad \text{ou} \quad i_2 = (v_1 - v_2) \cdot G_2 \\ i_3 &= \frac{v_2 - 0}{R_3} = \frac{v_2}{R_3} \quad \text{ou} \quad i_3 = v_2 \cdot G_3 \end{aligned} \tag{40}$$

Substituindo as equações (38) e (39) no conjunto da equação (40):

$$\begin{aligned} +I_a - I_b &= \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_1 - v_2}{R_2} = v_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) - \frac{v_2}{R_2} \\ I_b &= \frac{v_2}{R_3} - \frac{(v_1 - v_2)}{R_2} = -\frac{v_1}{R_2} + v_2 \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \end{aligned} \tag{41}$$

Na forma matricial em termos de resistores:

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_a - I_b \\ I_b \end{bmatrix} \tag{42}$$

Ou em termos de condutâncias:

$$\begin{bmatrix} (G_1+G_2) & -G_2 \\ -G_2 & G_2+G_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_a - I_b \\ I_b \end{bmatrix} \tag{43}$$

Passo 3: Solucionar o sistema de equações.

Considerando como dados do circuito da Figura 30,

$$I_a = 5 \quad A$$

$$I_b = 3 \quad A$$

$$R_1 = 2 \quad \Omega \quad \Rightarrow \quad G_1 = 0.5 \quad S$$

$$R_2 = 4 \quad \Omega \quad \Rightarrow \quad G_2 = 0.25 \quad S$$

$$R_3 = 8 \quad \Omega \quad \Rightarrow \quad G_3 = 0.125 \quad S$$

a solução do sistema de equações é:

$$\begin{bmatrix} 0.75 & -0.25 \\ -0.25 & 0.375 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.857 \\ 12.571 \end{bmatrix} \quad \text{volts} \tag{44}$$

Passo 4: Definir as correntes e tensões nos ramos.

$$i_1 = \frac{v_1}{R_1} = \frac{6.857}{2} = 3.429 \quad A$$

$$i_2 = \frac{6.857 - 12.571}{4} = -1.428 \quad A$$

$$i_3 = \frac{v_2}{R_3} = \frac{12.571}{8} = 1.571 \quad A \tag{45}$$

$$v_{R_1} = v_{1-0} = v_1 - 0 = v_1 = 6.857 \quad V$$

$$v_{R_2} = v_{1-2} = v_1 - v_2 = 6.857 - 12.571 = -5.714 \quad V$$

$$v_{R_3} = v_{2-0} = v_2 - 0 = 12.571 \quad V$$

O sinal negativo da tensão v_{R2} que aparece na solução significa que a tensão que efetivamente existe sobre este componente possui polaridade contrária ao sentido assumido como positivo. Da mesma forma, a corrente negativa significa que o sentido que efetivamente existe é contrário àquele considerado positivo.

Com a determinação de todas as tensões e correntes do circuito, é possível também determinar a *potência dissipada em cada um dos resistores e nas fontes de corrente*.

2.9.3 Transformação de Fontes

A análise de nós é mais simples quando todas as fontes que existem são fontes de corrente. Quando isto não ocorre, é possível transformar fontes de tensão em série com um resistor (Figura 31a) em fontes de corrente com o resistor em paralelo (Figura 31b), de acordo com as relações que seguem.

$$V = R \cdot I \;\Leftrightarrow\; I = \frac{V}{R} \tag{46}$$

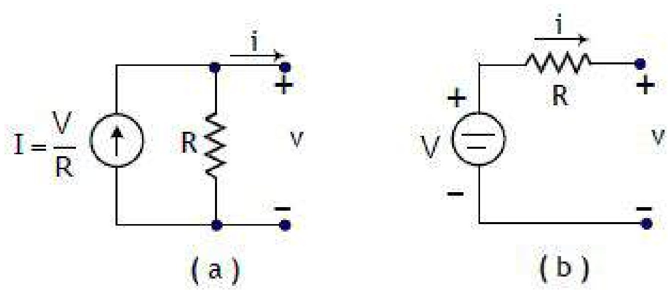


Figura 31: Equivalência de fontes.

Por meio das transformações de fonte é possível, exceto em casos especiais, obter um circuito onde apenas aparecem fontes de corrente e análise nodal pode ser facilmente realizada. O problema é que nem sempre é possível converter facilmente todas as fontes de tensão do circuito para fontes de corrente.

3 CAPACITÂNCIA

3.1 CONCEITO DE CAPACITOR E CAPACITÂNCIA

O capacitor é um componente elétrico que possui a propriedade de armazenar energia potencial num campo eletrostático, isto é, o capacitor é um dispositivo apropriado para acumular um campo elétrico.

Os elementos que formam um capacitor são dois condutores isolados de formato arbitrário, que podem ser chamados de placas.

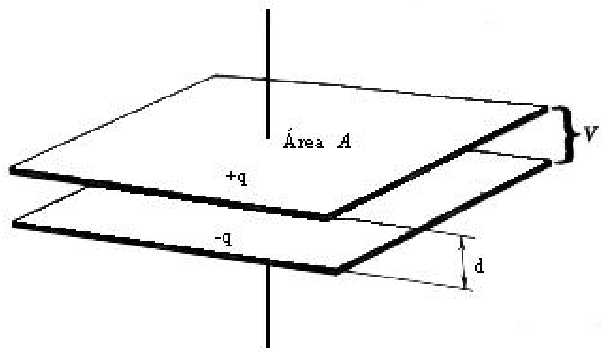


Figura 32: Capacitor de placas paralelas.

A Figura 32 mostra um arranjo convencional, que é o capacitor de placas paralelas formado de duas placas condutoras, paralelas, de área *A*, separadas por uma distância *d*. O símbolo usado para representar um capacitor (—┤├—) é baseado na estrutura de um capacitor de placas paralelas.

Pode-se dizer que um capacitor está *carregado* se as suas placas tiverem cargas *q* iguais, mas com sinais opostos. Um dos métodos para carregar um capacitor é ligar momentaneamente suas placas aos terminais de uma bateria, cargas iguais de sinais opostos serão então, transferidas pela bateria para as duas placas.

Para descrever a relação carga tensão do dispositivo, será transferida uma carga de uma placa a outra. Supondo que por meio de um circuito externo (como uma bateria) seja transferida para o capacitor uma pequena carga Δq positiva para a placa superior e a mesma carga Δq, porém negativa, para a placa inferior. Com isto a placa superior é elevada a um potencial de Δv em relação à placa inferior.

Cada incremento de carga Δq transferida aumenta a diferença de potencial entre as placas de Δv. Portanto, a diferença de potencial entre as placas é proporcional à carga transferida. Isto é, se uma tensão v corresponde a uma carga q no capacitor ($+q$ na placa superior e $-q$ na placa inferior) então estará carregado a uma tensão v, que é proporcional à carga q. Pode-se então escrever:

$$\Delta q = C \cdot \Delta v \qquad (46)$$

onde,

C é uma constante de proporcionalidade, conhecida como *capacitância* do dispositivo, em Coulomb/Volt;

A unidade de capacitância é conhecida como Farad (abreviadamente F), que é 1 Farad = 1F = 1 coulomb/volt = 1C/V

Na prática as unidades mais convenientes são o microfarad ($1\mu F = 10^{-6} F$) e o picofarad ($pF = 10^{-12} F$), pois o farad é unidade muito grande.

Sabendo que a corrente elétrica é descrita como a variação de carga em relação a variação do tempo, dada por:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \qquad (47)$$

É possível dizer que, sobre um capacitor, a corrente varia com a tensão da forma:

$$i = \frac{C\Delta v}{\Delta t} \qquad (48)$$

3.2 O Capacitor de Placas Paralelas

3.2.1 Campo Elétrico

Supondo que as placas deste capacitor sejam tão largas e estejam tão próximas uma da outra que possa ser ignorado a distorção do campo elétrico nas bordas das placas, torna-se *E* (campo elétrico através das placas) como constante através do volume entre as placas.

A diferença de potencial *V* é descrita por:

$$V = Ed \qquad (49)$$

onde *d* é a distância entre as placas.

3.2.2 Capacitância

Substituindo *q* e *V* das equações anteriores na relação $q = CV$, obtém-se:

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \qquad (50)$$

onde ε_o é conhecido como permissividade do vácuo e dada como:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_o} = 8{,}85p\left[\frac{F}{m}\right] \qquad (51)$$

3.2.3 Energia Armazenada

A tensão através dos terminais de um capacitor é acompanhada pela separação das cargas elétricas entre as placas do capacitor. Estas cargas têm forças elétricas atuando sobre elas. O campo elétrico é definido como a força que atua sobre uma unidade de carga positiva.

Por esta razão, a energia armazenada ou acumulada em um capacitor é dita armazenada em um campo elétrico, e é dada por:

$$W_c(t) = \frac{1}{2}Cv^2(t) \qquad (52)$$

3.3 ASSOCIAÇÃO DE CAPACITÂNCIAS

3.3.1 Associação em Série de Capacitores

Primeiramente será considerada a conexão em série de *N* capacitores, onde o capacitor equivalente é dado por:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_N} \tag{53}$$

3.3.2 Associação em Paralelo de Capacitores

Já para capacitores associados em paralelo, a associação fica:

$$C_p = C_1 + C_2 + ... + C_N \tag{54}$$

3.4 PROPRIEDADES DOS DIELÉTRICOS EM CAPACITÂNCIAS

Quando o espaço entre as placas de um capacitor é preenchido com um material isolante, como óleo mineral ou plástico, a capacitância aumenta por um fator numérico k, que é conhecida como *constante dielétrica* do material introduzido. A constante dielétrica do vácuo, por definição, é igual a 1. O dielétrico também produz um efeito que limita a diferença de potencial que pode ser aplicada entre as placas com um certo valor $v_{máx}$. Se este valor for ultrapassado, o material dielétrico romperá e produzirá uma descarga elétrica formando uma trajetória condutora entre as placas.

Todo o material dielétrico possui como característica uma *rigidez dielétrica*, que é o valor máximo do campo elétrico que o material pode tolerar sem haver ruptura no poder isolante.

Tabela 02: Constante dielétrica e Rigidez dielétrica de materias.

MATERIAL	CONSTANTE DIELÉTRICA - k	RIGIDEZ DIELÉTRICA (kV/mm)
Ar	1,00054	3
Polistireno	2,6	24
Papel	3,5	16
Óleo de transformador	4,5	
Pirex	4,7	14
Mica	5,4	
Porcelana	6,5	
Silício	12	
Germânio	16	
Etamol	25	
Água (20^{o}C)	80,4	
Água (25^{o}C)	78,5	
Cerâmica	130	
Titanato de estrôncio	310	8

3.5 CONSTANTE DE TEMPO RC

Um condutor *RC* é dado pela associação em série de um resistor e um capacitor, como mostrado ma Figura 33 será assumido que o capacitor está carregado com uma tensão V_o no tempo inicial, que será considerado como $t=0$. Visto que não existem fontes de corrente ou tensão na rede, a resposta do circuito (*v* ou *i*) é inteiramente devida à energia que está armazenada inicialmente no capacitor. Que neste caso, em $t=0$, é:

$$W(0) = \frac{1}{2} C V_o^2 \quad (55)$$

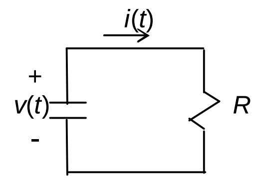


Figura 33: Associação em série de um resistor com um capacitor.

A tensão sobre o capacitor varia com a variação das cargas sobre as placas paralelas do capacitor. As cargas negativas encontradas em uma das placas do capacitor tendem a encontrar as cargas positivas da outra placa através do resistor (já que entre as placas não há circulação de cargas). Quanto maior o número de cargas, maior a força de atração em elas, com isto mais rápido será a sua descarga sobre o resistor. Portanto, no decorrer do tempo, a descarga do mesmo acontece mais lentamente.

A rapidez com que as cargas são descarregadas de uma placa a outra também depende dos valores do resistor e do capacitor do circuito. Considerando que as cargas passam pela resistência *R*, quanto maior valor desta resistência, mais lentamente será a sua descarga. O valor da capacitância também é importante, pois quanto maior o valor desta, maior a força de atração entre as cargas através das placas, o que dificulta que as cargas atravessem através do resistor.

Portanto, com estas considerações, pode-se afirmar que a tensão sobre o capacitor (que é mesma sobre o resistor), está em função do tempo em forma exponencial negativa, isto é, no tempo igual a zero o seu valor é valor da tensão inicial V_o sobre o capacitor. No decorrer do tempo, esta vai diminuindo conforme mostrado na Figura 34. Nesta figura pode-se notar também que a curva pode ser diferente dependendo dos valores de resistência e capacitância dos componentes. Quanto maior o valor destes, mais lentamente acontece a descarga do capacitor sobre o resistor. E a equação que mostra o valor desta tensão é dada por:

$$v(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (56)$$

Como esta tensão é mesma para o resistor, de acordo com a Lei de Ohm, pode-se afirmar que a corrente que circula neste circuito será:

$$i(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (57)$$

Em redes que contém elementos armazenadores de energia é muito útil caracterizar com um número a rapidez com que a resposta decresce.

Gráficos de *v* para $RC=k$ (uma constante), $RC=2k$ e $RC=3k$ são mostrados na Figura 3. Pode-se notar que, quanto menor o produto *RC*, mais rapidamente a função exponencial $v(t)$ decresce. De fato, a tensão para $RC=k$ decai para um valor específico na metade do tempo requerida para isso pela $RC=2k$ e em um terço do tempo requerido para $RC=3k$.

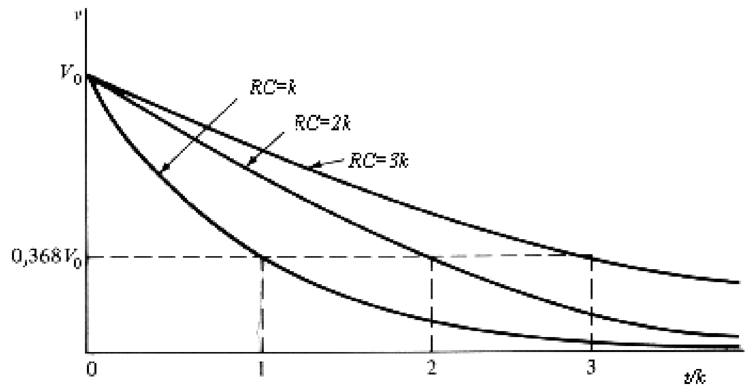


Figura 34: Gráficos de *v* para vários valores de *RC*.

O tempo necessário para que a resposta natural decaia de um fator de e^{-1} do seu valor inicial é definido como a constante de tempo de um circuito denominada τ**.** Neste caso, isso requer que:

$$v(\tau) = V_0 e^{-1} = V_0 e^{-\frac{RC}{RC}} = V_0 e^{-\frac{\tau}{RC}} \tag{58}$$

Portanto, $\tau = RC$ e sua unidade, é própria unidade de tempo (*s*).

Assim como o capacitor se descarrega de forma exponencial, o seu processo de carga também obedece a mesma função. Isto quer dizer que, um capacitor *C* com carga inicial zero, ligado a uma resistência *R* em série com uma fonte de tensão V_f (como mostrado na Figura 34), aumenta a tensão em seus terminais com o passar do tempo de forma exponencial, como mostra a Figura 36.

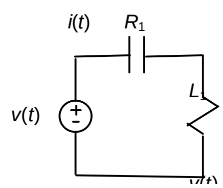


Figura 35: Circuito de carga do capacitor.

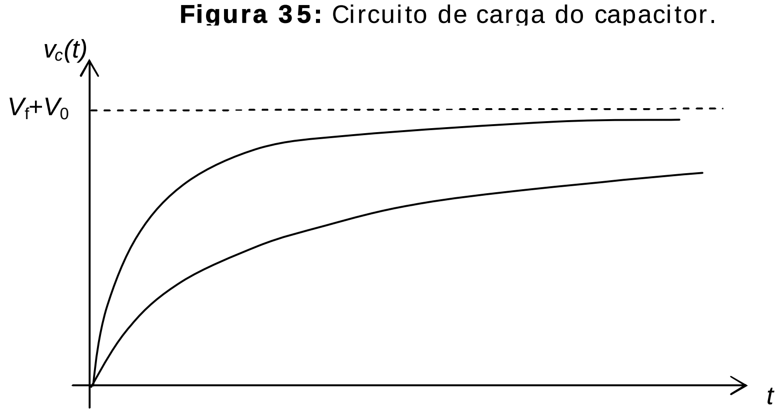


Figura 36: Gráfico da tensão $v_c(t)$ durante o processo de carga do capacitor.

Deste modo a tensão $v_c(t)$ nos terminais do capacitor é dada por:

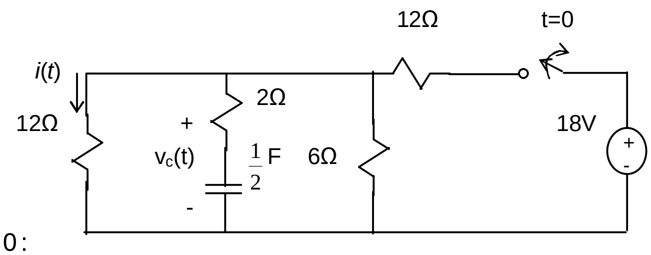
$$v(t) = V_f\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \tag{59}$$

Porém, se o capacitor já estiver inicialmente carregado por uma tensão V_0, a equação será dada por:

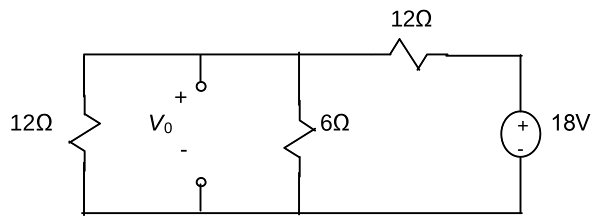
$$v(t) = V_f + (V_0 - V_f)e^{-\frac{t}{RC}} \qquad (60)$$

onde V_0 é a tensão inicial no capacitor.

Exemplo: Calcular $i(t)$ para $t>0$, se o circuito está em regime permanente em $t=0^-$.



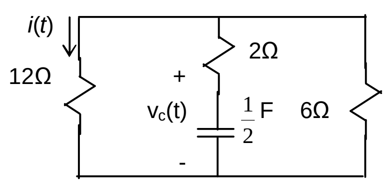
Para $t<0$:

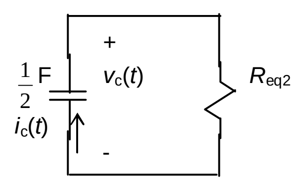


$$R_{eq} = \frac{12.6}{12+6} \qquad V_0 = V_f \frac{R_{eq}}{R_{eq}+12} = 18\frac{4}{4+12}$$

$\boxed{V_0 = 4,5\text{V}}$

Para $t>0$:





$$R_{eq2} = \frac{12.6}{12+6} + 2$$

$$R_{eq2} = 6\Omega$$

$RC = 3$s

$$v(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$v(t) = 4,5e^{-\frac{t}{3}}$$

$$i_c(t) = \frac{v_c(t)}{R_{eq2}} = \frac{4,5e^{-\frac{t}{3}}}{6} \qquad i(t) = i_c(t)\frac{6}{6+12}$$

$$v(t) = -4,5e^{-\frac{t}{3}}\text{A} \qquad \boxed{i(t) = 0,25e^{-\frac{t}{3}}\text{A}}$$

3.6 Tipos de Capacitores e suas Aplicações

3.6.1 Capacitores Eletrolíticos

Capacitor com placas paralelas, enroladas entre si, conforme mostrado na Figura 37. Uma das placas tem tendência eletropositiva e a outra eletronegativa. Se ligado com a polaridade invertida, o componente danifica-se, pois há uma recombinação de cargas que faz com que o óleo (no qual o componente é embebido) sobre aqueça, rompendo ("explodindo") o componente. Possuem valores de capacitância na faixa de µF e mF.

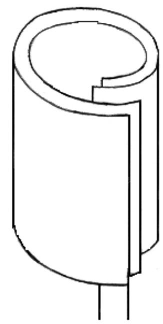


Figura 37: Estrutura física do capacitor eletrolítico.

São usados em circuitos eletrônicos, tais como fontes de conversão CA-CC, filtros, entre outros. Nos circuitos elétricos são usados para correção do fator de potência. O encapsulamento é um invólucro metálico, revestido com material plástico e o valor do componente vem impresso em seu invólucro.

3.6.2 Capacitores Cerâmicos

São capacitores que possuem um encapsulamento cerâmico e suas placas são ligadas como na Figura 38. São da ordem de pF e ηF e usados em circuitos eletrônicos normalmente como filtros. O valor do componente vem impresso em seu invólucro.

Figura 38: Estrutura física de uma capacitor cerâmico.

3.6.3 Capacitores de Poliéster

Estes capacitores são encapsulados com poliéster, possuem valores na ordem de ηF e µF. Também usados em circuitos eletrônicos, se diferencia de capacitores cerâmicos por suportarem uma tensão maior em seus terminais.

O valor do componente é impresso em seu corpo através de um código de cores, similar aos dos resistores.

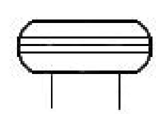


Figura 39: Capacitor de encapsulamento de poliéster.

3.6.4 Capacitores *Trimmer*

Um capacitor de placas paralelas ajustáveis, usados em sintonizador de rádio, e circuitos de controle remoto é mostrado na Figura 40.

A rotação do eixo faz com que varie a área entre as placas, aumentando ou diminuindo a capacitância, variando assim a freqüência de seleção.

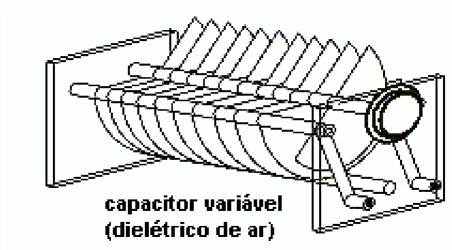


Figura 40: Estrutura física de um capacitor ajustável.

4 INDUTÂNCIA

4.1 CONCEITO DE INDUTOR

O indutor é um dispositivo tal que, se você estabelecer uma corrente *i* em suas espiras, um fluxo magnético *Φ* atravessará cada uma das espiras e a indutância será dada por:

$$L = \frac{N\Phi}{i} \quad [H]$$
$$[1H] = \frac{[T \cdot m^2]}{[A]} \tag{61}$$

onde, *N* é o número total de espiras e o produto;
NΦ é chamado fluxo concatenado ou enlace de fluxo, em tesla.metro^2.

4.2 INDUTÂNCIA DE UM SOLENÓIDE

Considerando um longo solenóide com uma seção transversal de área *A*, a indutância é dada por:

$$L = \frac{N\Phi}{i} = \frac{(nl)\cdot(BA)}{i} \tag{62}$$

onde, *l* é o comprimento do solenóide; *n* o número de espiras/comprimento;
B o campo magnético e *A* a área de seção transversal.

Lembrando que $B=\mu_o in$, obtém-se, da equação acima:

$$L = \frac{(nl)\cdot(\mu_o ni)\cdot A}{i} = \mu_o n^2 lA \tag{63}$$

onde, μ_0 (permeabilidade magnética) vale $4\pi x10^{-7}$ [Tm/A].

Assim, a indutância por unidade de comprimento, para um longo solenóide, próximo ao seu centro é:

$$\frac{L}{l} = \mu_o \cdot n^2 \cdot A \tag{64}$$

4.3 RELAÇÃO TENSÃO-CORRENTE

Considerando o fluxo total enlaçado pelas *N* espiras de uma bobina como *λ*, pode-se dizer que:

$$\lambda = N\Phi \tag{65}$$

Portanto, em um indutor linear, o enlace de fluxo é diretamente proporcional à corrente que flui pelo dispositivo, sendo:

$$\lambda = Li \tag{66}$$

Como se pode notar, um incremento em *i* provoca um incremento correspondente em λ. Este incremento em λ produz uma tensão na bobina de *N* espiras. Com isto, a chamada lei de indução magnética, estabelece que a tensão é igual à taxa de variação no tempo do fluxo magnético total. Em forma matemática, esta lei é:

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\Delta t} = L\frac{\Delta i}{\Delta t} \quad (67)$$

O símbolo de circuito e a convenção tensão corrente para um indutor são mostrados na Figura 41.

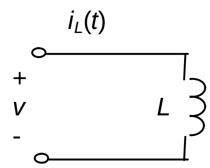


Figura 41: Circuito contendo a convenção tensão corrente para um indutor.

4.4 Energia Armazenada em Indutores

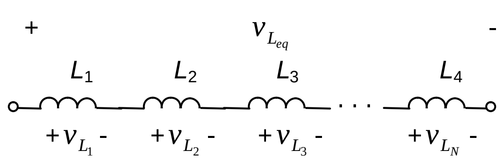
Uma corrente *i* fluindo através de um indutor produz um enlace de fluxo total λ que passa pelas espiras da bobina que constitui o dispositivo. Assim como um trabalho foi desenvolvido pelo movimento das cargas em um capacitor, um trabalho similar é necessário para estabelecer o fluxo Φ no indutor. O trabalho ou energia necessário neste caso é dito armazenado no campo magnético.

A energia armazenada num indutor é dada por:

$$w_L = \frac{1}{2}Li^2 \quad [J] \quad (68)$$

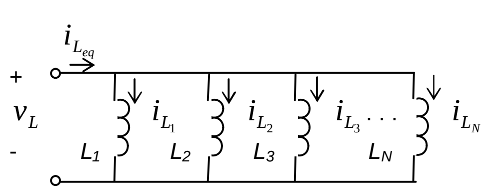
4.5 Associação de Indutores

4.5.1 Associação em Série de Indutores



$$L_s = L_1 + L_2 + L_3 + ... + L_N \quad (69)$$

4.5.2 Associação em Paralelo de Indutores



$$\frac{1}{L_p}=\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}+\frac{1}{L_3}+...+\frac{1}{L_N} \tag{70}$$

4.6 CONSTANTE DE TEMPO RL

Associação em série de um indutor e um resistor:

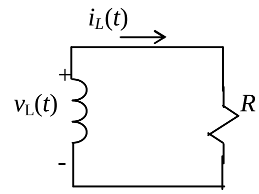


Figura 42: Circuito equivalente da associação em série de um indutor com um resistor.

Assim como no circuito capacitivo a tensão está variando no tempo com uma função exponencial negativa, e a corrente em um circuito indutivo também varia em relação ao tempo com a mesma função exponencial negativa. Porém, neste caso, quanto maior o valor do resistor, mais rapidamente a corrente do indutor se aproxima de zero. Esta relação está equacionada abaixo e sua forma de onda pode ser vista na Figura 43.

$$i(t)=I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \tag{71}$$

Visto que a solução para $i(t)$ é uma função exponencial, como no caso de um circuito *RC*, ela também tem uma constante de tempo τ, que é dada por:

$$\tau=\frac{L}{R} \tag{72}$$

Aumentando *L*, aumenta-se a constante de tempo, já com um aumento em *R*, diminui-se o valor da constante de tempo.

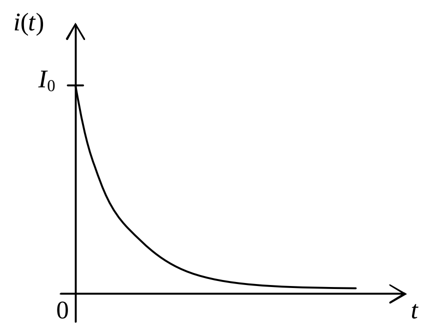


Figura 43: Gráfico da corrente no indutor em relação ao tempo.

Da mesma forma, a energização de um indutor é feita por um circuito série com uma fonte de tensão, um resistor e um indutor, conforme mostrado na Figura 44.

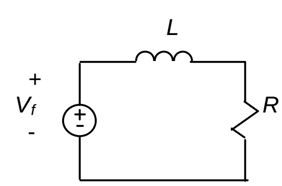


Figura 44: Circuito de energização do indutor.

E a corrente que circula neste circuito, $i_L(t)$, também é dada de forma exponencial, porém crescente, conforme mostra a Figura 45.

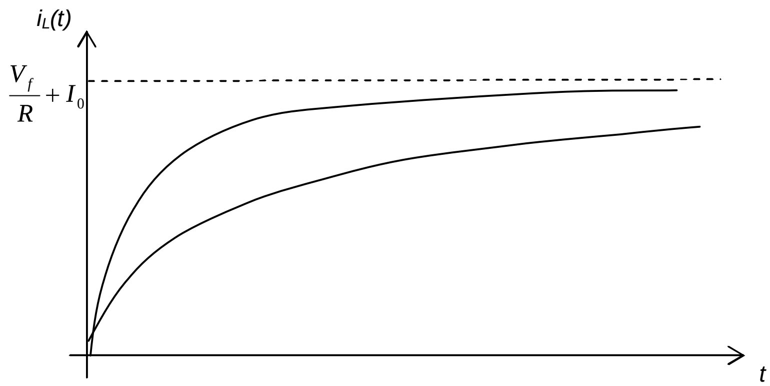
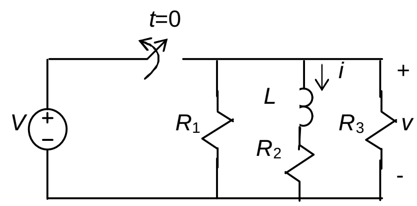


Figura 45: Gráfico da corrente no indutor em relação ao tempo, durante o processo de energização.

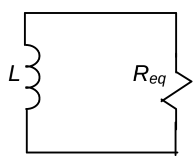
Exemplo: Para o circuito abaixo, determinar $i(t)$, assumindo que esteja na condição de regime permanente em cc em $t=0^-$.



$V=100$V
$R_1=150\Omega$
$R_2=50\Omega$
$R_3=75\Omega$
$L=10$H

Para $t<0$: $$i(0^-)=\frac{100}{50}=2A=i(0^+)$$

Para $t>0$:



$R_{eq}=(R_1//R_3)+R_2$
$R_{eq}=100\Omega$

$$\tau=\frac{L}{R_{eq}}=\frac{10}{100}$$
$$\tau=0{,}1\text{s}$$

$$i_L(t)=2e^{-10t}\text{ A}$$

5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] JOHNSON, DE; HILBURN, JL; JOHNSON, JR. Fundamentos de Análise de Circuitos Elétricos. Rio de Janeiro:Livros Técnicos e Científicos Editora SA, 4 Ed., 2000.

[2] BOYLESTAD, RL. Introdução a Análise de Circuitos. Prentice-Hall do Brasil, 8ª Edição, 1998.

[3] BONJORNO, JR; RAMOS, C. Temas de Física. FTD, São Paulo, 1997.

[4] GASPAR, A. Física, vol. 3. Ática, São Paulo, 2005.

[5] GUSSOW, M. Eletricidade Básica. Coleção Schaum. Makron Books, 2ªEdição, 2007.

[6] LOURENÇO, AC; CRUZ, ECA E CHOUERI JÚNIOR, S. Circuitos em Corrente Contínua. 5ª Edição, 2002.