ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Α΄ ΗΜΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

===

ΘΕΜΑ Α

Α1.

α) Λάθος

β) Σωστό

γ) Σωστό

δ) Σωστό

ε) Λάθος

Α2. Θεωρία -απόδειξη στη σελίδα 83 του σχολικού βιβλίου.

===

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Έχουμε: ΒΕ=ΒΑ+ΑΕ

ΓΔ=ΓΑ+ΑΔ

ΑΒ=ΑΓ(ΑΒΓ ισοσκελές)

ΑΔ=ΑΕ (υπόθεση)

Άρα ΒΕ=ΓΔ

Β2.

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΒΕΜ και ΜΔΓ . Αυτά έχουν:

- ΒΕ=ΓΑ (από το ερώτημα Β1)
- ΜΒ=ΜΓ (Μ μέσο της ΒΓ)
- $\hat{\text{Β}} = \hat{\Gamma}$ (αφού το ΑΒΓ ισοσκελές)

Άρα, από το κριτήριο Π-Γ-Π, έχουμε $\tau\rho\iota\gamma.\text{ΒΕΜ} = \tau\rho\iota\gamma.\text{ΜΔΓ}$ και έτσι ΜΔ=ΜΕ .

===

ΘΕΜΑ Γ (Σχήμα 1)

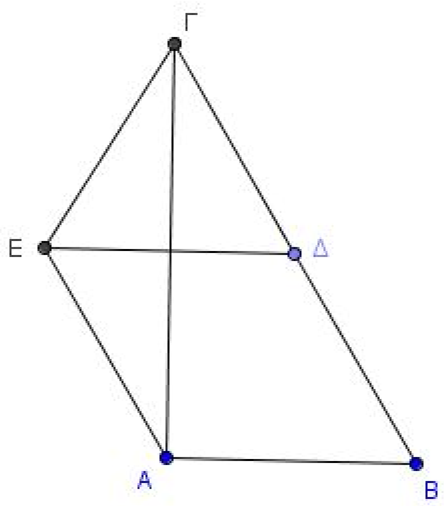
Γ1.

Αφού $\begin{matrix} AB \perp A\Gamma \\ \Delta E \perp A\Gamma \end{matrix}$ θα έχουμε $\Delta E // AB$ και αφού ισχύει, από την υπόθεση, ότι $\Delta E = AB$ το τετράπλευρο ΕΔΒΑ θα είναι παραλληλόγραμμο και άρα ΑΕ//ΒΔ . Κατά συνέπεια ΑΕ//ΒΓ .

Γ2.

Το τετράπλευρο ΕΔΒΑ θα είναι παραλληλόγραμμο (όπως προκύπτει από το ερώτημα Γ1).

Επιπλέον, επειδή στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ η γωνία $A\hat{\Gamma}B = 30^o$, θα είναι $AB = \frac{B\Gamma}{2} = \Delta B$ (Δ είναι το μέσο της ΒΓ) και άρα ΑΒ=ΔΒ, δηλαδή το παραλληλόγραμμο ΑΒΔΕ έχει δύο διαδοχικές πλευρές ίσες και άρα είναι ρόμβος.



Γ3.

Το τετράπλευρο ΓΕΔΑ είναι παραλληλόγραμμο αφού $\begin{matrix} EA // \Gamma\Delta \\ EA = \Gamma\Delta \end{matrix}$ και ακόμα ισχύει ότι $A\Delta = \frac{B\Gamma}{2} = \Gamma\Delta$, διότι η ΑΔ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ. Άρα το ΓΕΔΑ θα είναι ρόμβος και έτσι ΕΓ=ΑΕ=ΑΒ .

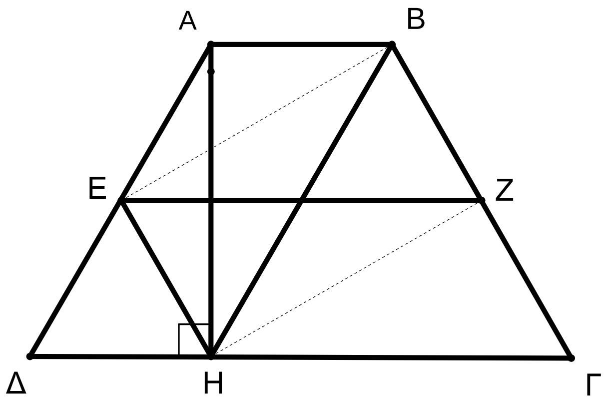
Σχήμα 1

ΘΕΜΑ Δ (Σχήμα 2)

Δ1.

Αφού $\hat{\Delta} = 60^o$ και το τρίγωνο ΑΔΗ είναι ορθογώνιο με $\Delta\hat{H}A = 90^o$, θα είναι $\Delta\hat{A}H = 30^0$.

Άρα $\Delta H = \frac{A\Delta}{2} \Rightarrow \Delta H = \frac{8}{2} \Rightarrow \Delta H = 4$



Σχήμα 2

Δ2.

Το τρίγωνο ΒΓΗ έχει $\hat{\Gamma}=\hat{\Delta}=60^0$, αφού το τραπέζιο ΑΒΓΔ είναι ισοσκελές.

Ακόμα, αν φέρουμε και το άλλο ύψος ΒΚ=ΑΗ , τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΔΗ και ΒΚΓ είναι ίσα (αφού ΒΚ=ΑΗ, ΑΔ=ΒΓ και είναι ορθογώνια), άρα ΔΗ=ΚΓ. Ισχύει ακόμα ότι ΑΒ=ΗΚ (ΑΒΚΗ ορθογώνιο). Έτσι ΗΓ=ΑΒ+ΔΗ ή ΗΓ=4+4=8 δηλαδή ΒΓ=ΑΔ=8.

Άρα το τρίγωνο ΒΓΗ είναι ισοσκελές με $\hat{\Gamma}=60^0$ και άρα είναι ισόπλευρο.

Δ3.

Έχουμε ΕΖ//ΗΓ, αφού η ΕΖ είναι η διάμεσος του τραπεζίου ΑΒΓΔ.

Ακόμα ισχύουν:

$$\Gamma\Delta=\Delta H+H\Gamma \Rightarrow \Gamma\Delta=4+8=12$$

$$EZ=\frac{AB+\Gamma\Delta}{2}\Rightarrow EZ=\frac{4+12}{2}\Rightarrow EZ=8$$

και άρα $EZ//=\Gamma H$, δηλαδή το ΕΖΗΓ είναι παραλληλόγραμμο.

Δ4.

Το τετράπλευρο ΕΗΖΒ είναι παραλληλόγραμμο αφού $EH=Z\Gamma=BZ$ (από το Δ3 ερώτημα και από το ότι το Ζ είναι μέσο της ΒΓ).

Επιπλέον συγκρίνοντας τα τρίγωνα ΑΔΗ και ΗΖΓ έχουμε ΗΓ=ΑΔ, ΔΗ=ΖΓ, $\hat{\Delta}=\hat{\Gamma}=60^o$ άρα, από το κριτήριο Π-Γ-Π θα έχουμε ότι τριγ. ΑΔΗ=τριγ. ΗΖΓ, άρα $H\hat{Z}\Gamma=\Delta\hat{H}A=90^o$. Έτσι το τετράπλευρο ΕΗΖΒ είναι παραλληλόγραμμο, με μία τουλάχιστον γωνία ορθή και άρα είναι ορθογώνιο.

==

Επιστημονική Επιμέλεια:
Καραγιάννης Ιωάννης, Σχολικός Σύμβουλος