وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه
گاوازنگ - زنجان

بررسی نحوه اندازه‌گیری ریسک سبدهای مالی به کمک معیار هزینه ریسک افزایشی

پایان‌نامهٔ کارشناسی ارشد

سیده المیرا ریحانی خسروشاهی

استاد راهنما: **دکتر علی فروش باستانی**

اسفند ۱۳۹۲

بسم الله الرحمن الرحیم

تقدیم به

پدر مهربانم

و مادر عزیزم

تشکر و قدردانی

حمد و سپاس بی قیاس به درگاه معبودی که آدمی را به فضیلت نطق و مزیت عقل از دیگر مخلوقات جهان متمایز گردانید و سپاس که توفیقم داد تا سرشارترین لحظه‌های زندگیم را در راه دانش سپری کنم. اکنون که با عنایت حق نگارش این رساله پایان یافته است، بر خود لازم می‌دانم ار تمامی عزیزانی که مرا در پیمودن این راه یاری نموده‌اند قدردانی کنم.

از زحمات و راهنمایی‌های بی‌دریغ استاد ارجمندم دکتر علی فروش باستانی در تمام مراحل تحقیق و تدوین این پایان‌نامه کمال قدردانی را دارم. همچنین از استاد ارجمندم در طول این دوره، دکتر حسن داداشی که در پیمودن این راه مرا یاری نموده‌اند تشکر می‌کنم و از خداوند متعال آرزوی توفیق روزافزون برای این بزرگواران خواهانم.

تشکر و سپاس ویژه خود را تقدیم می‌کنم به پدر بزرگوارم، مادر بسیار مهربانم، خواهر و برادران عزیزم که در تمام مراحل زندگی‌ام همراه و همدم من بوده‌اند و برایشان آرزوی شادی و سربلندی دارم.

از تمامی دوستان و همکلاسی‌های بسیار خوب و مهربانم که با حمایت بی‌دریغشان در طول این دوره برای من خاطراتی زیبا آفریدند صمیمانه تشکر نموده و برایشان آرزوی سلامتی و پیروزی دارم.

چکیده

اندازه‌گیری ریسک یکی از مباحث اصلی در ریاضیات مالی و آمار بیمه محسوب می‌شود. در طول سال‌های اخیر معیارهای ریسک مختلفی در ادبیات مربوطه معرفی شده و مورد بررسی قرار گرفته‌اند. امروزه برای محققان روشن شده است که «ارزش در معرض خطر» به عنوان یکی از معیارهای ریسک در خاصیت زیرجمعی که یکی از معیارهای مهم برای تنوع‌بخشی به سبد محسوب می‌شود، صدق نمی‌کند. همچنین این معیار ریسک عموماً برای افق‌های زمانی کوتاه مدت و برای سبدی با ساختار ثابت در این بازه تعریف می‌شود. کمیته‌ی بازل به عنوان مرجع جهانی مدیریت ریسک‌های بانکی در پیمان بازل ۲٫۵ و ۳، اندازه‌ی جدیدی تحت عنوان «هزینه ریسک افزایشی» معرفی کرده است که برخلاف ارزش در معرض خطر، برای محاسبه‌ی ریسک سبدی از دارایی‌ها در افق‌های زمانی طولانی مدت (معمولاً یک‌ساله) استفاده می‌شود. این اندازه ریسک مبتنی بر تعدیل مجدد ساختار سبد به طور پویا و تا رسیدن به سطح معینی از ریسک تحت قیودی بر روی تعداد تکرارهای این تعدیل ساخته می‌شود. در این پایان‌نامه به اثرات تکرار فرآیند تعدیل مجدد بر روی توزیع سود و زیان سبد در طول افق زمانی مدیریت ریسک می‌پردازیم. همچنین مبحث همگرایی این فرآیند گسسته به نسخه پیوسته را در مدل‌های پخش، پرش-پخش و بازگشت به میانگین به صورت نظری بررسی می‌کنیم.

واژه‌های کلیدی: *هزینه ریسک افزایشی*، *تعدیل مجدد*، *افق نقدشوندگی*، *ارزش در معرض خطر*، *مدل پرش-پخش*، *مدل بازگشت به میانگین*.

فهرست

فهرست تصاویر

پیش‌گفتار

افراد، شرکت‌ها و مؤسسات مالی از آینده بی‌خبرند و این بی‌خبری از آینده مترادف با عدم اطمینان نسبت به آن و بنابراین رویارویی با ریسک است. به همین دلیل است که اگر هر سرمایه‌گذار حقیقی و حقوقی توانایی پیش‌بینی دقیق آینده را داشته باشد، دیگر پدیده‌ای به نام ریسک وجود نخواهد داشت. اما آن‌چه به هنگام رویارویی با ریسک می‌تواند زمینه موفقیت شرکت‌ها، بانک‌ها، بیمه‌ها، صندوق‌های بازنشستگی و شرکت‌های سرمایه‌گذاری را فراهم کند، مدیریت ریسک است. هر چه مدیریت ریسک بهتر انجام شود، موفقیت نیز بیشتر خواهد بود.

یکی از مهمترین اجزای مدیریت ریسک، اندازه‌گیری ریسک است. اندازه‌گیری ریسک از مسائل چالش‌برانگیز بسیار قدیمی است که ذهن بسیاری از ریاضی‌دانان، مدیران و سیاست‌گذاران را به خود مشغول کرده است. «ارزش در معرض خطر»[۱] (VaR)، حداکثر ضرری است که در یک بازه زمانی مشخص با احتمال مشخص اتفاق می‌افتد. VaR به عنوان یکی از اندازه‌های ریسک شناخته‌شده در محاسبه‌ی ریسک به کار می‌رود. این اندازه ریسک به دلیل داشتن معایبی همچون دارا نبودن خاصیت زیرجمعی نمی‌تواند حداقل سرمایه مورد نیاز برای جلوگیری از ریسک سبدهای مالی را به درستی تخمین بزند. از طرفی VaR برای محاسبه‌ی ریسک سبدهایی با دارایی‌های با نقدشونگی بالا در دوره‌های کوتاه‌مدت طراحی شده است، اما در طول زمان بانک‌ها به دارایی‌هایی با نقدشوندگی پایین در دفتر معاملات[۲] برخورد می‌کنند. در طول بحران مالی ۲۰۰۷ کمیته‌ی بازل متوجه شد که اکثر ضررها در دفتر معاملات بانک‌هایی اتفاق افتاده است که حداقل سرمایه‌ی مورد نیاز در آن‌ها با استفاده از اندازه

۱ Value at Risk

۲ Trading Book

ریسک VaR محاسبه شده است. بنابراین در سال ۲۰۰۷ کمیته‌ی نظارت بانکی بازل اندازه ریسک جدیدی تحت عنوان «هزینه‌ی ریسک افزایشی»[۱] (IRC) را معرفی کرد که برای محاسبه‌ی ریسک بازار استفاده می‌شود. در سال ۲۰۰۹ این کمیته دستورالعمل‌های نهایی برای محاسبه‌ی حداقل سرمایه مورد نیاز به وسیله IRC را پیشنهاد کرد.

«هزینه‌ی ریسک افزایشی» معیاری برای ریسک است که براساس VaR ده روزه با سطح اطمینان ۹۹/۹ درصد محاسبه می‌شود. در این اندازه ریسک، بازه‌ی یک‌ساله را به بازه‌های زمانی کوچک‌تر (مثلاً ۳ ماهه) تقسیم می‌کنیم. در انتهای هر یک از این بازه‌های زمانی اگر افق نقدشوندگی[۲] (زمان فروش یا زمان لازم برای پوشش ریسک موقعیت) فرارسیده باشد موقعیتی با مشخصات اعتباری یکسان با آن موقعیت، در سبد جایگزین می‌کنیم. این عمل جایگزین کردن را تعدیل مجدد[۳] می‌نامیم.

مزیت IRC نسبت به VaR در این است که VaR برای سبدهایی با دارایی‌های ثابت اعمال می‌شود در حالیکه IRC بر روی یک سبد پویا با حفظ سطح ریسک اولیه با انجام عمل تعدیل مجدد محاسبه می‌شود. اندازه ریسک IRC ضررهای فرین[۴] را روی یک افق زمانی یک‌ساله در نظر می‌گیرد و بازه‌های تعدیل مجدد را بعنوان یک اندازه‌ی کلان[۵] از نقدینگی بالقوه[۶] در دارایی‌های پایه استفاده می‌کند.

در این پایان‌نامه به محاسبه ریسک سبد و نوسان آن تحت قیودی روی تعداد تکرارهای عمل تعدیل

---

[۱] Incremental Risk Charge

[۲] Liquidity Horizon

[۳] Rebalancing

[۴] Extreme Losses

[۵] Rough Measure

[۶] Potential Illiquidity

مجدد، تحت مدل‌های حرکت براونی هندسی[1] ، بازگشت به میانگین[2] و مدل پرش-پخش[3] برای دینامیک دارایی‌های سبد می‌پردازیم. به علاوه تأثیر تکرار عمل تعدیل مجدد بر روی نتایج حاصل را بررسی می‌کنیم.

این پایان‌نامه شامل چهار فصل است: فصل اول شامل مفاهیم اولیه مورد نیاز در سایر فصول خواهد بود. در فصل دوم، به تعریف ارزش در معرض خطر، معایب ارزش در معرض خطر، معرفی مدل اندازه اعتباری، معایب آن و معرفی روش شبیه‌سازی چند دوره‌ای و در آخر به معرفی «هزینه‌ی ریسک افزایشی» می‌پردازیم. در فصل سوم به بررسی عمل تعدیل مجدد تحت مدل حرکت براونی هندسی برای دینامیک دارایی‌های سبد و خطای تعدیل مجدد در این مدل می‌پردازیم. در فصل چهارم نتایج بدست‌آمده در فصل سوم را تحت مدل‌های پرش-پخش و بازگشت به میانگین مورد بررسی قرار می‌دهیم.

---

۱ Geometric Brownian Motion

۲ Mean Reversion Model

۳ Jump-Diffusion Model

فصل اول

مفاهیم اولیه

در این فصل به بیان برخی مفاهیم و تعاریف اولیه مورد نیاز در فصل‌های بعد می‌پردازیم. مطالب این فصل شامل سه بخش است: در بخش اول به معرفی و توضیح مفاهیم مالی مورد استفاده در این پایان‌نامه می‌پردازیم. بخش دوم شامل مروری بر مهمترین تعاریف و قضایا از نظریه احتمال و فرآیندهای تصادفی خواهد بود. در ادامه و در بخش سوم به کلیاتی از نظریه بهینه‌سازی در چهارچوب حل مسئله انتخاب سبد بهینه سرمایه‌گذاری خواهیم پرداخت.

۱.۱ مفاهیم مالی

تعریف ۱.۱.۱. ریسک: واژه ریسک مفاهیم متعددی دارد. زمانی که به تعاریف مراجعه می‌شود متوجه می‌شویم که هر یک از محققان به فراخور حال، تعریف خاص مورد نظر خود را با اقامه دلایل و مباحث

گسترده مطرح کرده‌اند. به طور مثال به دو تعریف ریسک که مک نیل[۱]، فری[۲] و امبرشتس[۳] [۲۰] ارائه کرده‌اند اشاره می‌کنیم. «هر فعالیت یا اتفاقی که ممکن است در توانایی سازمان در رسیدن به اهدافش اثر نامطلوب بگذارد» و یا «احتمال قابل سنجش ضرر و یا بازده کمتر از حد انتظار». همان‌طور که بقیه نویسندگان اشاره کرده‌اند احتمالاً هیچ تعریفی نمی‌تواند همه جنبه‌های ریسک را پوشش دهد اما این تعاریف به جنبه‌های اصلی آن اشاره می‌کنند. همه این تعاریف برای بیان موقعیت‌هایی ارائه شده‌اند که سه عامل مشترک در آن‌ها مشاهده می‌گردد. موقعیت‌هایی با ریسک توأم هستند که:

۱) عمل یا اقدام بیش از یک نتیجه به بار می‌آورد.

۲) تا زمان ملموس شدن نتایج، از حصول هیچ یک از آن‌ها آگاهی قطعی در دست نیست.

۳) حداقل یکی از نتایج ممکن‌الوقوع می‌تواند پیامدهای نامطلوبی را به همراه داشته باشد.

به عبارت دیگر، عدم اطمینان از نتایج یک عمل و قرار گرفتن در معرض این عدم اطمینان از مهمترین مؤلفه‌های تشکیل دهنده‌ی انواع ریسک‌ها می‌باشد.

تعریف ۲.۱.۱. مدیریت ریسک: مدیریت ریسک به فازهای شناسایی ریسک، اندازه‌گیری ریسک، ارائه‌ی پاسخ (عکس‌العمل در مقابل ریسک) و کنترل ریسک تقسیم شده است. بنابراین برای جلوگیری از پیامدهای نامطلوب ریسک و همچنین اطمینان یافتن از دستیابی به فواید پذیرش ریسک لازم است ریسک را شناسایی کرده و برای مدیریت آن تصمیمات لازم را اتخاذ کنیم.

تعریف ۳.۱.۱. اندازه ریسک: تابعی است که یک مقدار حقیقی را به متغیر تصادفی سود یا ضرر نسبت می‌دهد. به عبارت دیگر هرگاه Ω فضای تمام پیشامدهای ممکن و $X : \Omega \to \mathbb{R}$ متغیر تصادفی سود یا

---

۱ McNeil

۲ Frey

۳ Embrechts

ضرر وابسته به سرمایه گذار فرضی در بازه‌ی زمانی ثابت $[0, T]$ باشد در این صورت تابع $\rho : X \to \mathbb{R}$ را تابع اندازه ریسک گویند. این تابع توزیع شامل سه خاصیت زیر می‌باشد:

۱. خاصیت نرمال بودن:

$$\rho(0) = 0.$$

۲. خاصیت پایائی تحت انتقال[1]: برای هر مقدار ثابت $c \geq 0$ داریم:

$$\rho(X + c) = \rho(X) - c.$$

۳. خاصیت یکنوایی[2]: برای هر $X_1, X_2 \in X$ بطوریکه $X_1 \leq X_2$ باشد در اینصورت داریم:

$$\rho(X_1) \leq \rho(X_2).$$

حال فرض کنید سبدی شامل d دارایی داشته باشیم به طوری که وزن‌های هر دارایی به صورت $\omega_1, \omega_2, ..., \omega_d$ است. هرگاه ΔV_i تغییرات ارزش دارایی iام باشد در اینصورت تغییرات ارزش سبد به صورت $\Delta V = \sum_i \omega_i \Delta V_i$ خواهد بود. در واقع اندازه ریسک یک سبد شامل تعیین تابع توزیع تغییرات ارزش سبد یعنی $F_{\Delta V}(v) = P(\Delta V \leq v)$ است که با در دست داشتن این تابع توزیع می‌توان اندازه ریسک مورد نظر را محاسبه کرد.

تعریف ۴.۱.۱. ویژگی‌های اندازه ریسک منسجم: هرگاه هر اندازه ریسک علاوه بر ویژگی‌های فوق

[1] Translation Invariance

[2] Monotonicity

شامل ویژگی‌های زیر هم باشد در اینصورت اندازه ریسک، اندازه ریسک منسجم خواهد بود [۲۰]:

۱. خاصیت زیر جمعی[۱]: برای هر $X_۱, X_۲ \in X$ داریم:

$$\rho(X_۱ + X_۲) \leq \rho(X_۱) + \rho(X_۲).$$

۲. خاصیت همگن بودن[۲]: برای هر مقدار ثابت $c \geq ۰$ داریم:

$$\rho(cX) = c\rho(X).$$

تعریف ۵.۱.۱. ریسک اعتباری: هرگاه طرف قرارداد نتواند یا نخواهد تعهدات قرارداد را انجام دهد ریسکی که در این موقعیت به وجود می‌آید ریسک اعتباری نامیده می‌شود. ضررهای ناشی از ریسک اعتباری ممکن است قبل از وقوع نکول از جانب طرف قرارداد رخ دهند. در واقع به طور کلی‌تر ریسک اعتباری را می‌توان به عنوان ضرر محتمل که در اثر یک رخداد اعتباری اتفاق می‌افتد، تعریف کرد. رخداد اعتباری زمانی اتفاق می‌افتد که توانایی طرف قرارداد در انجام تعهداتش تغییر کند. در کل ریسک اعتباری شامل ریسک انتقال[۳] و ریسک نکول[۴] است.

تعریف ۶.۱.۱. ریسک بازار: ریسک زیان ناشی از حرکات[۵] یا نوسانات[۶] غیره منتظره در قیمت‌ها یا

[۱] Subadditivity

[۲] Positive Homogeneity

[۳] Migration Risk

[۴] Default Risk

[۵] Movements

[۶] Volatilities

نرخ‌های بازار است. به عبارت دیگر ریسک بازار را می‌توان ریسک کاهش ارزش دارایی‌ها و پرداخت‌ها به علت تغییر شرایطی مانند نرخ تبادل ارز[۱] تعریف کرد.

۲.۱ مفاهیم احتمالاتی

تعریف ۱.۲.۱. متغیر مطلقاً پیوسته[۲]: متغیر تصادفی X در فضای $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ مطلقاً پیوسته است اگر تابع توزیع $F_X(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$ را بتوان به صورت

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)du \qquad (۱.۱)$$

برای یک تابع انتگرال‌پذیر $f : \mathbb{R} \to [0, \infty)$ نوشت.

تعریف ۲.۲.۱. تابع چگالی[۳]: تابع f در تعریف قبلی تابع چگالی (احتمال) متغیر تصادفی مطلقاً پیوسته X نامیده می‌شود.

گزاره ۳.۲.۱. *تابع f یک تابع چگالی از متغیر تصادفی مطلقاً پیوسته است اگر و تنها اگر در روابط زیر صدق کند:*

- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$.
- $f(x) \geq 0$ (*تقریباً در همه جا*).

تعریف ۴.۲.۱. تابع توزیع: فرض کنید $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ یک فضای احتمال باشد. هر متغیر تصادفی

---

۱ Foreign Exchange

۲ Absolutely Continuous Variable

۳ Density Function

$B \in \beta(\mathbb{R})$ یک اندازه احتمال در $\mathbb{R}$ تعریف شده روی سیگما-میدان مجموعه‌های بورل $X : \Omega \to \mathbb{R}$ به صورت زیر تعریف می‌کند:

$$\mathbb{P}_X(B) = \mathbb{P}\{\omega \in \Omega, X(\omega) \in B\}.$$

$\mathbb{P}_X$ را توزیع احتمال X می‌نامیم و تابع $F_X : \mathbb{R} \to [\circ, ۱]$ تعریف شده به شکل

$$F_X(t) = \mathbb{P}\{\omega \in \Omega, X(\omega) \leq t\} \qquad (۲.۱)$$

تابع توزیع احتمال X نامیده می‌شود.

تعریف ۵.۲.۱. امید ریاضی[۱]: متغیر تصادفی $X : \Omega \to \mathbb{R}$ انتگرال‌پذیر گفته می‌شود اگر

$$\int_\Omega |X| d\mathbb{P} < \infty.$$

در این‌صورت عبارت

$$\mathbb{E}(X) = \int_\Omega X d\mathbb{P}$$

وجود دارد و امید ریاضی X نامیده می‌شود. خانواده متغیرهای تصادفی انتگرال‌پذیر $X : \Omega \to \mathbb{R}$ با $L^۱(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{R})$ یا $L^۱$ نشان داده می‌شود.

---

۱ Expectation

گزاره ۱.۲.۶. *اگر متغیر تصادفی $X:\Omega\to\mathbb{R}$ با تابع چگالی f_X مطلقاًپیوسته باشد، آنگاه داریم:*

$$\mathbb{E}(X)=\int_\Omega xf_X(x)dx. \tag{۱.۳}$$

تعریف ۱.۲.۷. واریانس[۱]: متغیر تصادفی $X:\Omega\to\mathbb{R}$ انتگرال‌پذیر مربعی نامیده می‌شود اگر

$$\int_\Omega |X|^2 d\mathbb{P}<\infty,$$

در این‌صورت واریانس X به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbb{V}(X)=\int_\Omega (X-\mathbb{E}(X))^2 d\mathbb{P}.$$

خانواده‌ای از متغیرهای تصادفی انتگرال‌پذیر مربعی $X:\Omega\to\mathbb{R}$ با $L^2(\Omega,\mathcal{F},\mathbb{R})$ یا L^2 نشان داده می‌شود.

تعریف ۱.۲.۸. احتمال شرطی[۲]: برای هر پیشامد $A,B\in\mathcal{F}$ به طوری که $\mathbb{P}(B)\neq 0$، احتمال A به شرط B به صورت

$$\mathbb{P}(A|B)=\frac{\mathbb{P}(A\cap B)}{\mathbb{P}(B)}$$

تعریف می‌شود.

---

[۱] Variance

[۲] Conditional Probability

تعریف ۱.۲.۹. امید ریاضی شرطی[1]:

- فرض کنید ξ متغیر تصادفی انتگرال‌پذیر و η متغیر تصادفی دلخواه باشد. آنگاه امید ریاضی ξ به شرط η با متغیر تصادفی $\mathbb{E}(\xi|\eta)$ تعریف می‌شود به طوری که:

    ۱. $\mathbb{E}(\xi|\eta)$ ، $\sigma(\eta)-$اندازه‌پذیر باشد.

    ۲. برای هر $A \in \sigma(\eta)$،

$$\int_A \mathbb{E}(\xi|\eta) d\mathbb{P} = \int_A \xi d\mathbb{P}.$$

- فرض کنید ξ متغیر تصادفی انتگرال‌پذیر در فضای احتمال $(\Omega, F, \mathbb{P})$ بوده و G زیر میدان سیگمایی F باشد. آنگاه امید ریاضی ξ به شرط G با متغیر تصادفی $\mathbb{E}(\xi|G)$ تعریف می‌شود به طوری که:

    ۱. $\mathbb{E}(\xi(G))$، $G-$اندازه‌پذیر است.

    ۲. برای هر $A \in G$ داریم:

$$\int_A \mathbb{E}(\xi|G) d\mathbb{P} = \int_A \xi d\mathbb{P}.$$

تعریف ۱.۲.۱۰. همگرایی در توزیع[2]: یک دنباله از متغیرهای تصادفی $X_۱, X_۲, X_۳, ...$ همگرا در

---

۱ Conditional Expectation

۲ Converage in Distribution