# 수학 (나형)

1. 정답 : ②

해설 : $8 \times 2^{-2} = 2^3 \times 2^{-1}$
$= 2^{3-2}$
$= 2$

2. 정답 : ③

해설 : $A = \{1,2,3,4,5\}$ $B = \{2,4,6,8,10\}$
$\therefore A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,8,10\}$이므로
$n(A \cup B) = 8$

3. 정답 : ①

해설 : $\log_{15}^{3} + \log_{15}^{5} = \log_{15}(3 \times 5)$
$= \log_{15}^{15} = 1$

4. 정답 : ⑤

해설 : $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$

$P(A \cap B^C) = \frac{3}{16}$에서

$P(A) - P(A \cap B) = \frac{3}{16}$

$\therefore P(A) = P(A \cap B) + \frac{3}{16}$

$= \frac{1}{8} + \frac{3}{16}$

$= \frac{5}{16}$

5. 정답 : ②

해설 : $\frac{9}{4}, a, 4$가 등비수열이므로

$a^2 = \frac{9}{4} \times 4 = 9$

$\therefore a = 3 \ (\because a > 0)$

6. 정답 : ⑤

해설 : $f(2) = 4$
$f^{-1}(2) = k \Leftrightarrow f(k) = 2$
$\therefore k = 3$
$\therefore f(2) + f^{-1}(2) = 4 + 3$
$= 7$

7. 정답 : ④

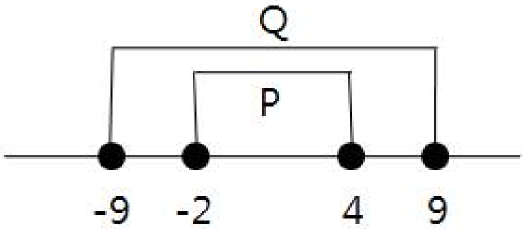
해설 : $p:|x-1|\le 3$

$\therefore -3\le x-1\le 3$

$\therefore -2\le x\le 4$

$g:|x|\le a$

$\therefore -a\le x\le a$



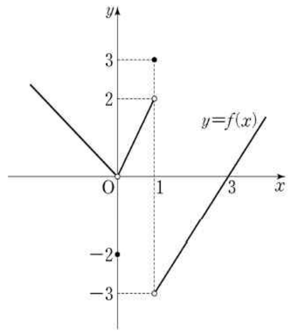

$p$가 $g$되기 위한 충분조건이 되기 위해서는

$\therefore p\Rightarrow g$

$P\subset Q$이므로 $\therefore a\ge 4$

$\therefore a$의 최솟값 $=4$

8. 정답 : ③




$$\lim_{x\to 0-}f(x)+\lim_{x\to 1+}f(x)=0+(-3)=-3$$

해설 :



9. 정답 : ②

해설 : $\int_0^2(6x^2-x)dx=\left[2x^3-\frac{1}{2}x\right]_0^2=14$

10. 정답 : ⑤

해설 : $y=\frac{3}{x-5}+k$의 그래프가 $y=x$에 대칭이므로

대칭점 $(5,k)=(k,5)$

$\therefore k=5$

11. 정답 : ①

| | | | |
|---|---|---|---|
| 해설 : 1회 | 2회 | 3회 | |
| 4 | ■ | ■ | ⇨경우의 수는 25 |
| ■ | 4 | ■ | ⇨경우의 수는 25 |
| ■ | ■ | 4 | ⇨경우의 수는 25 |

$\therefore \frac{75}{216}=\frac{25}{72}$

12. 정답 : ①

해설 : 속도 $v(t)=-2t+4$

$0 \le t \le 4$ 까지 움직인거리$=\int_0^4 |-2t+4|\,dt=\int_0^2(-2t+4)dt+\int_2^4 2t-4dx=8$

13. 정답 : ③

해설 :

| | 남 | 여 |
|---|---|---|
| 체험A | 90 | 70 |
| 체험B | a | 200-a |

$P(\text{남}|B)=\dfrac{P(\text{남}|B)}{P(B)}=\dfrac{a}{200}=\dfrac{2}{5} \quad \therefore a=80$

따라서 여학생 수는 190명

14. 정답 : ④

해설 : $\dfrac{g(x)}{f(x)}$가 $x=2$에서 연속이다!!

$\therefore \dfrac{2a+1}{4-8+6}=2a+1$

$\therefore 2a+1=4a+2$

$\therefore a=-\dfrac{1}{2}$

15. 정답 : ①

해설 : $d>0$

㉮ $a_6+a_8=0 \Rightarrow a+5d+a+7d=0$

$\therefore a+6d=0$

$\therefore a=-6d$

㉯ $|a_6|=|a_9|+3 \Rightarrow |a+5d|=|a+6d|+3$

$\Rightarrow |-d|=3$

$\therefore d=3, a=-18$

$a_2=a+d=-18+3=-15$

16. 정답 : ④

해설 : $\overline{x}-2.58\dfrac{6}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{x}+2.58\dfrac{6}{\sqrt{n}}$

$\therefore c=2.58\dfrac{6}{\sqrt{n}}=2.58\times 5=12.9$

17. 정답 : ③

해설 : $\therefore \frac{1}{2}\times 2^2\times \frac{\pi}{3}-\frac{1}{2}\times 1\times \sqrt{3}$

초항 : $(\frac{2\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{3})\times 2$

닮음비(공비)이용하여

닮음비 $2:\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow 1:\frac{\sqrt{3}}{4}\Rightarrow 1:\frac{3}{16}$

$$\therefore S=\frac{(\frac{2\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2})\times 2}{1-\frac{3}{16}\times 2}=\frac{\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3}}{\frac{5}{8}}$$

$$\therefore S=(\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3})\times\frac{8}{5}=\frac{32\pi}{15}-\frac{24\sqrt{3}}{15}$$

18. 정답 : ④

해설 : $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-(x-a)}{f(x)+(x-a)}=\frac{3}{5}$ 이므로 $f(a)=0$

$\therefore f(x)=(x-a)(x+b)$라두면

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-(x-a)}{f(x)+(x-a)}=\lim_{x\to a}\frac{(x-a)(x+b-1)}{(x-a)(x+b+1)}=\lim_{x\to a}\frac{x+b-1}{x+b+1}=\frac{3}{5}$$

$\therefore \frac{a+b-1}{a+b+1}=\frac{3}{5}$ 이므로 $3a+3b+3=5a+5b-5$ $\therefore a+b=4$

$\therefore f(x)=(x-a)(x+4-a)$ 이므로 두근 $a, a-4$이다.

따라서 두근의차 $=|\alpha-\beta|=k$라두면 $k^2=(2a-4)^2-4a(a-4)$

$\therefore k=\sqrt{4a^2-16a+16-4a^2+16a}=\sqrt{16}=4$

19. 정답 : ②

해설 : 대각선 한칸이동은 $a$

가로로 한칸이동은 $b$

세로로 한칸이동은 $c$라 두면 $(0.0)$에서 $(4.3)$까지 최소이동은 4회이다.

$\therefore k=$(가) $=4$이다.

$p(X=X+2)=p(X=6)=\frac{1}{N}X.$(나)에서 (나)는 $abbbcc$의 배열의 수이다.

$\therefore$ (나) $=\frac{6!}{3!2!}=60$ 이다.

한편 확률의 합은 1이 되어야되므로 $\frac{4}{N}+\frac{30}{N}+\frac{60}{N}+\frac{35}{N}=\frac{129}{N}=1$이다.

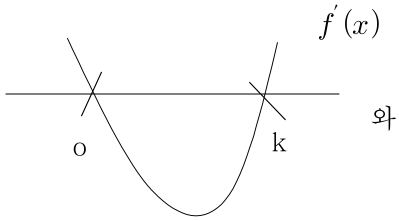
따라서 (다)$N=129$이다.

(가),(나),(다)의 수가 $a,b,c$라 두면 $a+b+c=4+60+129=193$이다.

20. 정답 : ⑤

해설 : $f(a)$는 최고차항의 계수가 양수이고 $x=0, x=k$에서 극소값을 가지므로

$y=f'(x)$




와 같은 개형이므로

ㄱ. $\int_0^k f'(x)dx < 0$이다.

ㄴ. (1) $t \le k$이면 1보다 큰 실수 $t$에 대해

$$\int_0^t |f'(x)|dx = f(o) - f(t) \neq f(t) + f(o)$$

(2) $k < t$이면

$$\int_0^t |f'(x)dx| = f(t) + f(o) - 2f(k)$$ 이므로 $2f(k) = 0$이다. $\therefore 0 < k \le 1$이다.

ㄷ. $2f(k) = 0$이므로 $f(k) = 0$이고 $f(k)$는 극소값이므로 $f(x)$의 극소값은 0이다.

21. 정답 : ④

해설 : $f(x) = \begin{cases} -x+10 & (x<10) \\ (x-10)^2 & (x \ge 0) \end{cases}$

(1) $n = 1 \sim 8$는 $A_n = B_n$이므로 $A_n - B_n = 0$

(2) $n = 9$일때 $A_n = 12$ $B_n = 8$이므로 $A_n - B_n = 4$

(3) $n = 10$일때 $A_n = 17$ $B_n = 4$이므로 $A_n - B_n = 13$

(4) $n = 11$일때 $A_n = 15$ $B_n = 7$이므로 $A_n - B_n = 8$

(5) $n = 12 \sim 20$일때 $A_n = B_n$이므로 $A_n - B_n = 0$

$$\therefore \sum_{x=1}^{20} (A_n - B_n) = 4 + 13 + 8 = 25$$

22. 정답 : 30

해설 : ${}_5P_2 + {}_5C_2$

$$5 + 4 + \frac{5+4}{2} = 30$$

23. 정답 : 24

해설 : $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3$

$f'(x) = 3x^2 + 6x$

$f'(2) = 3 \times 4 + 6 \times 2 = 24$

24. 정답 : 7

해설 : $A=3,6,7\ B=0,-4,8,9$
$A\cap B^C=A-B=6,7$
일때 $a-4=3$
$\therefore a=7$

25. 정답 : 150

해설 : $\sum_{k=1}^{15}f(2k)=\sum_{k=1}^{15}|\frac{1}{2}(2k)+2|=\sum_{k=1}^{15}(k+2)$
$=\sum_{k=1}^{15}k+\sum_{k=1}^{15}2=\frac{15\times16}{2}+15\times2=120+30=150$

26. 정답 : 2

해설 :1) $f(x)=x^3-a+b$라 하면
$(1,1)$을 $y=f(x)$ 위의 점이므로 $f(1)=1$
$\therefore 1-a+b=1\ \therefore a=b$
2) $(1,1)$에서의 접선의 기울기 $m=f'(1)=3-a$
3) 점선과 수식이므로 두 직선의 기울기 합 $=-1$ 이다.
$(3-a)\times(-\frac{1}{2})=-1\rightarrow3-1=2$
$\therefore -a=1, b=1$
$a+b=2$

27. 정답 : 32

해설 : 1) $a+b+c=7$을 만족하는 음이 아닌 정수해의 개수는 ${}_3H_7$이므로
${}_3H_7={}_{3-7+1}C_7={}_9C_7={}_9C_2=\frac{9\times8}{2\times1}=36$

2)(나)식에서 $2^a\times4^b=8=1$ 배수이므로
$2^{a+2b}=2^{3+k}$ 합이여야하므로
$a+2b=3$ 이상이어야 한다

3) $a+23=3$ 미만의 경우를 구하면
① $a+2b=0$ 일때 $\rightarrow(a,b)=(0,0)$
② $a+2b=1\rightarrow(a,b)=(1,0)$
③ $a+2b=2\rightarrow(a,b)=(2,0)$
$=(0,1)$

4가지이므로
경우에서 $a+2b$가 3미만인 경우를 제외하면 된다.
$\therefore 36-4=32$

28. 정답 : 16

해설 : $1)P_n = (4^n, \sqrt{4^n}) = (4^n, 2^n)$

$P_{n+1} = (4^{n+1}, \sqrt{4^{n+1}}) = (4^{n+1}, 2^{n+1})$

$2)L_{m^2} = \overline{P_n 4^2} + \overline{P^{2}_{n+1}} = (4^{n+1} - 4^n)^2 + (2^{n+1} - 2^n)^2$

$= 16^{n+1} - 2 \cdot 4^{2n+1} + 16^n + 4^{n+1} - 2 \cdot 2^{2n+1} + 4^n$

$= 9 + 16^n + 4^n$

$3)\lim_{n\to 0} \dfrac{(2_{n+1})^2}{(2_n)^2} = \lim_{n\to 0} \dfrac{9 \cdot 16^{n+1} + 4^{n+1}}{3 \cdot 16^n + 4^n}$ 에서 분모 분자로 $16^n$으로 나누면

$$= \lim_{n\to 0} \frac{\dfrac{9 \cdot 16^{n+1}}{16^n} + \dfrac{4^{n+1}}{16^n}}{\dfrac{9 \cdot 16^n}{16^n} + \dfrac{4^n}{16^n}}$$

$$= \lim_{n\to 0} 9 \times 16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

29. 정답 : 62

해설 : ㉮ $f(10) > f(20) \Rightarrow$

㉯ $f(4) < f(22)$

확률밀도 함수 $y = f(x)$ 는 다음을 만족한다

$\Rightarrow i) f(m-x) = f(m+x)$

$ii) f(m) z f(x)$

따라서 $\begin{array}{l} 20 - m > m - 10 \\ 22 - m < m - 4 \end{array}$

그러므로

$30 > 2m \qquad 15 > m$

$26 < 2m \qquad 13 < m$

즉, $m = 14$

$$P(17 \le X \le 18) = P\left(\frac{17-14}{5} \le Z \le \frac{18-14}{5}\right)$$

$$= P\left(\frac{3}{5} \le Z \le \frac{4}{5}\right)$$

$$= P(0 \le Z \le 0.8) - P(0 \le Z \le 0.6)$$

$$= 0.238 - 0.226$$

$$= 0.062$$

$\therefore 1000a = 62$

30. 정답 : 65

해설 : $f'(x)=3x^2-6x+6$이므로

$4(3x^2-6x+6)+12x-18=f'(g(x))$

$12x^2-12x+6=3\{g(x)\}^2-6g(x)+6$

$\{g(x)\}^2-2g(x)=4x^2-4x$

$\{g(x)\}^2-4x^2-2g(x)+4x=0$

$(g(x)-2x)(g(x)+2x)-2(g(x)-2x)=0$

$(g(x)-2x)(g(x)+2x-2)=0$

따라서,

$g(x)-2x=0$ 또는 $g(x)+2x-2=0$

(ⅰ) $g(x)-2x=0$일 때, 즉 $g(x)=2x$이면

$f(2x)=x$이므로

$8x^3-12x^2+12x+k=x$

$k=-8x^3+12x^2-11x$ ... ㉠

따라서, $h_1(x)=-8x^3+12x^2-11x$라 하면

$h_1'(x)=24x^2+24x-11<0$

이므로 닫힌 구간 $[0,1]$에서

$-7\le h_1(x)\le 0$

즉, 방정식 ㉠이 닫힌 구간 $[0,1]$에서 실근이 존재하기 위해서는

$-7\le k\le 0$

(ⅱ) $g(x)+2x-2=0$일 때,

즉 $g(x)=-2x+2$이면

$f(-2x+2)=x$이므로

$(-2x+2)^3-3(-2x+2)^2+6(-2x+2)+k$

$=x$

$-8x^3+12x^2-13x+8+k=0$

$k=8x^3-12x^2+13x-8$ ... ㉡

따라서, $h_2(x)=8x^3-12x^2+13x-8$라 하면

$h_2'(x)=24x^2-24x+13>0$

이므로 닫힌 구간