



Desafíos matemáticos

Libro para el maestro

Sexto grado

Desafíos matemáticos

Sexto grado

Libro para el maestro

Secretario de Educación Pública

Aurelio Nuño Mayer

Subsecretario de Educación Básica

Javier Treviño Cantú

Dirección General de Materiales Educativos

Responsables de contenido

Mauricio Rosales Ávalos (coordinador), Javier Barrientos Flores, Esperanza Issa González, María Teresa López Castro, María del Carmen Tovilla Martínez, Laurentino Velázquez Durán

Colaboradores

Daniel Morales Villar, Ana Cecilia Franco Mejía

Equipo nacional de asesores de la asignatura de Matemáticas para primaria y secundaria

Irma Armas López, Jorge Antonio Castro Cosío, José Manuel Avilés, Manuel Lorenzo Alemán Rodríguez, Ricardo Enrique Eúan Velázquez, Luis Enrique Santiago Anza, Galterio Armando Pérez Rodríguez, Samuel Villarreal Suárez, Javier Alfaro Cadena, Rafael Molina Pérez, Raquel Bernabé Ramos, Uriel Jiménez Herrera, Luis Enrique Rivera Martínez, Silvia Chávez Negrete, Víctor Manuel Cuadriello Lara, Camerino Díaz Zavala, Andrés Rivera Díaz, Baltazar Pérez Alfaro, Edith Eréndida Zavala Rodríguez, Maximino Cota Acosta, Gilberto Mora Olvera, Vicente Guzmán López, Jacobo Enrique Botello Treviño, Adriana Victoria Barenca Escobar, Gladis Emilia Ríos Pérez, José Federico Morales Mendieta, Gloria Patiño Frías, José de Jesús Macías Rodríguez, Arturo Gustavo García Molina, Misael García Ley, Teodoro Salazar López, Francisco Javier Mata Quilantán, Miguel Pluma Valencia, Eddier José Pérez Carrillo, Teresa de Jesús Mezo Peniche, Eric Ruiz Flores González, María de Jesús Valdivia Esquivel

Portada

Diseño: Ediciones Acapulco

Ilustración: *La Patria*, Jorge González Camarena, 1962

Óleo sobre tela, 120 x 160 cm

Colección: Conaliteg

Fotografía: Enrique Bostelmann

Dirección editorial

Patricia Gómez Rivera

Coordinación editorial

Mario Aburto Castellanos, Olga Correa Inostroza

Cuidado editorial

Zamná Heredia Delgado, Olivia Villalpando Figueroa

Lectura ortotipográfica

Karla Verónica Cobb Chew

Producción editorial

Martín Aguilar Gallegos

Formación

Ana Laura Lobato Guzmán

Iconografía

Diana Mayén Pérez

Ilustración

Bloque I: Isaías Valtierra; Bloque II: Heyliana Flores; Bloque III: Irma Bastida; Bloque IV: Sara Elena Palacios; Bloque V: Esmeralda Ríos.

Primera edición, 2013

Segunda edición, 2014

Segunda reimpresión, 2015

Versión electrónica, 2016 (ciclo escolar 2016-2017)

D. R. © Secretaría de Educación Pública, 2014

Argentina 28, Centro,

06020, Ciudad de México

ISBN: 978-607-514-784-0

Impreso en México

DISTRIBUCIÓN GRATUITA-PROHIBIDA SU VENTA

En los materiales dirigidos a las educadoras, las maestras, los maestros, las madres y los padres de familia de educación preescolar, primaria y secundaria, la Secretaría de Educación Pública (SEP) emplea los términos: niño(s), adolescente(s), jóvenes, alumno(s), educadora(s), maestro(s), profesor(es), docente(s) y padres de familia aludiendo a ambos géneros, con la finalidad de facilitar la lectura. Sin embargo, este criterio editorial no demerita los compromisos que la SEP asume en cada una de las acciones encaminadas a consolidar la equidad de género.

Agradecimientos

La Secretaría de Educación Pública (SEP) extiende un especial agradecimiento a la Academia Mexicana de la Lengua por su participación en la revisión de la segunda edición 2014.



La Patria (1962),
Jorge González
Camarena.

Esta obra ilustró la portada de los primeros libros de texto. Hoy la reproducimos aquí para que tengas presente que lo que entonces era una aspiración, que los libros de texto estuvieran entre los legados que la Patria deja a sus hijas y sus hijos, es hoy una meta cumplida.

A seis décadas del inicio de la gran campaña alfabetizadora y de la puesta en marcha del proyecto de los libros de texto gratuitos, ideados e impulsados por Jaime Torres Bodet, el Estado mexicano, a través de la Secretaría de Educación Pública, se enorgullece de haber consolidado el principio de gratuidad de la educación básica, consagrado en el artículo tercero de nuestra Constitución, y distribuir a todos los niños en edad escolar los libros de texto y materiales complementarios que cada asignatura y grado de educación básica requieren.

Los libros de texto gratuitos son uno de los pilares fundamentales sobre los cuales descansa el sistema educativo de nuestro país, ya que mediante estos instrumentos para construir conocimiento se han forjado en la infancia los valores y la identidad nacional. Su importancia radica en que a través de ellos el Estado ha logrado, en el pasado, acercar el conocimiento a millones de mexicanos que vivían marginados de los servicios educativos, y en el presente, hacer del libro un entrañable referente gráfico, literario, de apoyo para el estudio, de cultura nacional y universal para todos los alumnos. Así, cada día se intensifica el trabajo para garantizar que los niños de las comunidades indígenas de nuestro país, de las ciudades, los niños que tienen baja visión o ceguera, o quienes tienen condiciones especiales, dispongan de un libro de texto acorde con sus necesidades. Como materiales educativos y auxiliares de la labor docente, los libros que publica la Secretaría de Educación Pública para el sistema de educación básica representan un instrumento valioso que apoya a los maestros de todo el país, del campo a la ciudad y de las montañas a los litorales, en el ejercicio diario de la docencia.

El libro ha sido, y sigue siendo, un recurso tan noble como efectivo para que México garantice el derecho a la educación de sus niños y jóvenes.

Secretaría de Educación Pública

Visita nuestro portal en <<http://basica.sep.gob.mx>>.

Introducción	7
--------------------	---

Bloque I

1. Los continentes en números	10
2. Sin pasarse	12
3. Carrera de robots	14
4. ¿Qué pasa después del punto?	17
5. La figura escondida	19
6. Vamos a completar	21
7. Rompecabezas	25
8. El equipo de caminata	28
9. El rancho de don Luis	30
10. La mercería	32
11. ¿Cómo lo doblo?	34
12. Se ven de cabeza	38
13. ¿Por dónde empiezo?	43
14. Batalla naval	47
15. En busca de rutas	51
16. Distancias iguales	53
17. ¿Cuál es la distancia real?	56
18. Distancias a escala	58
19. Préstamos con intereses	60
20. Mercancía con descuento	62
21. ¿Cuántas y de cuáles?	65
22. ¡Mmm... postres!	68

Bloque II

23. Sobre la recta	72
24. ¿Quién va adelante?	74
25. ¿Dónde empieza?	77
26. Rápido y correcto	79
27. Por 10, por 100 y por 1000	82
28. Desplazamientos	86
29. ¿En qué son diferentes?	91
30. Tantos de cada 100	94
31. Ofertas y descuentos	96
32. El IVA	98
33. Alimento nutritivo	100
34. Nuestro país	105

Bloque III

35. ¿Quién es el más alto?	112
36. ¿Cuál es el sucesor?	114
37. Identifícalos fácilmente	118
38. ¿De cuánto en cuánto?	124
39. La pulga y las trampas	129
40. El número venenoso y otros juegos	132
41. ¿Dónde están los semáforos?	139
42. Un plano regular	141
43. Hunde al submarino	143
44. Pulgada, pie y milla	147
45. Libra, onza y galón	149
46. Divisas	151
47. ¿Cuántos de éstos?	153
48. ¿Cuál es más grande?	157
49. ¿Cuál es el mejor precio?	159
50. ¿Cuál está más concentrado?	161
51. Promociones	163
52. La edad más representativa	165
53. Número de hijos por familia	167
54. México en números	170

Bloque IV

55. Los jugos	176
56. Los listones 1	179
57. Los listones 2	181
58. ¿Cómo va la sucesión?	184
59. Así aumenta	186
60. Partes de una cantidad	188
61. Circuito de carreras	191
62. Plan de ahorro	194
63. Cuerpos idénticos	196
64. El cuerpo oculto	199
65. ¿Cuál es el bueno?	201
66. ¿Conoces a π ?	204
67. ¿Para qué sirve π ?	206
68. Cubos y más cubos	208
69. ¿Qué pasa con el volumen?	210
70. Cajas para regalo	212
71. ¿Qué música prefieres?	214
72. ¿Qué conviene comprar?	216

Bloque V

73. Los medicamentos	220
74. Sin cortes	223
75. Paquetes escolares	227
76. Estructuras secuenciadas	229
77. Incrementos rápidos	232
78. Números figurados	235
79. Para dividir en partes	237
80. Repartos equitativos	240
81. ¿Cuánto cuesta un jabón?	243
82. Transformación de figuras	246
83. Juego con el tángram	248
84. ¡Entra en razón!	250
85. Hablemos de nutrición	253

El 26 de febrero de 2013 fue publicado en el *Diario Oficial de la Federación* el Decreto por el que se reforman los artículos 3º y 73 de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos. El espíritu de las reformas constitucionales puede explicarse en términos del derecho que tienen todos los niños y jóvenes mexicanos a recibir una educación de calidad con equidad.

Para garantizar la calidad, como lo señala la ley, es necesario cambiar la cultura de la planificación. Se aspira a que los profesores tengan claro qué les van a plantear a sus alumnos para que éstos busquen alternativas de resolución, experimenten, analicen, redacten, busquen información, etcétera. Se trata entonces de que el profesor proponga actividades para que los alumnos, con su ayuda, estudien, produzcan resultados y los analicen. Este modelo se centra en las actividades que el docente prepara previamente (planea), para que con base en ellas los alumnos produzcan conocimiento.

La Subsecretaría de Educación Básica, consciente de las bondades que encierra el postulado descrito anteriormente para mejorar las prácticas de enseñanza y los aprendizajes de los alumnos, proporciona el siguiente material, *Desafíos matemáticos*, a los docentes y directivos de las escuelas primarias, para acompañarlos en esta empresa. Los contenidos del libro fueron elaborados originalmente por un grupo de docentes de todas las entidades federativas bajo la coordinación del equipo de matemáticas de la Dirección General de Desarrollo Curricular, perteneciente a la Subsecretaría de Educación Básica de la SEP.

En este material destacan las siguientes características:

- Contiene desafíos intelectuales vinculados al estudio de las matemáticas, que apoyan la labor diaria de los docentes.
- Está apegado al programa oficial y cubre todos los contenidos.
- Tiene un formato ágil para que los maestros analicen los desafíos previamente a su puesta en práctica en el aula.
- Fue elaborado por docentes con un conocimiento amplio y profundo sobre la didáctica de las matemáticas, y se tomó en cuenta la experiencia del trabajo en las aulas.
- Es un material probado por un gran número de supervisores, directores y docentes de educación primaria en el Distrito Federal.

Desafíos matemáticos se utiliza en los seis grados de educación primaria. En cada uno de los libros para el docente los desafíos se presentan organizados en cuatro secciones fundamentales:

- **Intención didáctica.** En este apartado se describe el tipo de recursos, ideas, procedimientos y saberes que se espera pongan en juego los alumnos ante la necesidad de resolver el desafío que se les plantea. Dado que se trata de una anticipación, lo que ésta sugiere no necesariamente sucederá, en cuyo caso hay que reformular la actividad propuesta.
- **Consigna.** Se muestra la actividad o problema que se va a plantear, la organización de los alumnos para realizar el trabajo (individualmente, en parejas, en equipos o en grupo) y, en algunos casos, lo que se permite hacer o usar y también lo que no se permite. La consigna en cada desafío aparece en la reproducción de la página del libro del alumno.

- **Consideraciones previas.** Contiene elementos para que el docente esté en mejores condiciones de apoyar a los alumnos en el análisis de las ideas que producirán: explicaciones breves sobre los conceptos que se estudian, posibles procedimientos de los alumnos, dificultades o errores que quizá enfrenten, sugerencias para organizar la puesta en común y preguntas para profundizar el análisis, entre otros.
- **Observaciones posteriores.** Se anotan en cada uno de los desafíos con la intención de que el docente reflexione sobre su propia práctica y sobre la eficacia de la consigna. Para ello conviene que registre de manera ordenada su experiencia directa en la puesta en práctica de los desafíos. Las preguntas están orientadas a la recopilación de la información sobre las dificultades y los errores mostrados por los alumnos al enfrentar el desafío, la toma de decisiones del propio docente para ayudarlos a seguir avanzando y, a partir de los resultados obtenidos en la resolución de las actividades, el señalamiento de mejoras a la consigna para aumentar las posibilidades de éxito en futuras aplicaciones. Se sugiere utilizar un cuaderno especial para el registro de las observaciones posteriores y, si se considera pertinente, enviarlas a este correo electrónico: desafios.matematicas.primaria@sep.gob.mx, con la finalidad de contribuir a la mejora de este libro.

Para que el uso de este material arroje los resultados que se esperan, es necesario que los docentes consideren las siguientes recomendaciones generales:

- Tener confianza en que los alumnos son capaces de producir ideas y procedimientos propios sin necesidad de una explicación previa por parte del maestro. Esto no significa que todo tiene que ser descubierto por los alumnos; en ciertos casos las explicaciones del docente son necesarias para que los estudiantes puedan avanzar.
- Hay que aceptar que el proceso de aprender implica marchas y contramarchas; en ocasiones, ante un nuevo desafío los alumnos regresan a procedimientos rudimentarios que en apariencia habían sido superados. Hay que trabajar para que se adquiera la suficiente confianza en el uso de las técnicas que se van construyendo.
- El trabajo constructivo que se propone con el uso de este material no implica hacer a un lado los ejercicios de práctica; éstos son necesarios hasta lograr cierto nivel de automatización, de manera que el esfuerzo intelectual se utilice en procesos cada vez más complejos. Dado que los aprendizajes están anclados a conocimientos previos, se pueden reconstruir en caso de olvido.
- El hecho de que los docentes usen este material para plantear desafíos a sus alumnos significará un avance importante, sin lugar a dudas, pero sólo será suficiente si se dedica el tiempo necesario para analizar y aclarar las ideas producidas por los alumnos, es decir, para la puesta en común.
- Para estar en mejores condiciones de apoyar el estudio de los alumnos, es trascendental que el docente, previamente a la clase, resuelva el problema de la consigna, analice las consideraciones previas y realice los ajustes que considere necesarios.

La Secretaría de Educación Pública confía en que este material resultará útil a los docentes y que, con sus valiosas aportaciones, podrá mejorarse en el corto plazo y así contar con una propuesta didáctica cada vez más sólida para el estudio de las matemáticas.

Bloque I



Intención didáctica

Que los alumnos ordenen y comparen números de más de seis dígitos.

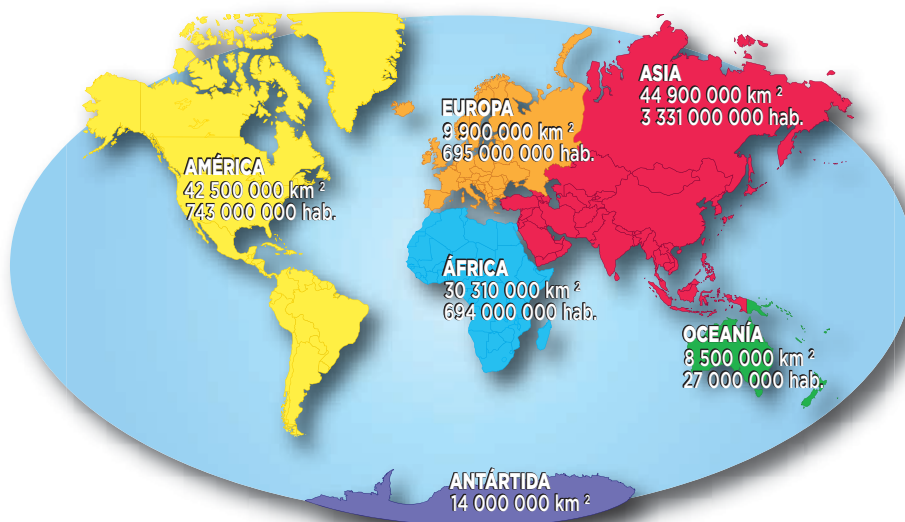
Contenido

Lectura, escritura y comparación de números naturales, fraccionarios y decimales. Explicitación de los criterios de comparación.

Consigna

En equipos, escriban el nombre de los continentes ordenados de mayor a menor, primero de acuerdo con su superficie y después con su número de habitantes.

	Continente	Área (km ²)		Continente	Número de habitantes
1°			1°		
2°			2°		
3°			3°		
4°			4°		
5°			5°		
6°			6°		



Consideraciones previas

En grados anteriores los alumnos han comparado números que poseen igual o diferente cantidad de cifras; por lo tanto, se espera que rápidamente recurran al criterio de determinar que el que tiene más cifras es mayor; por ejemplo, $44\,900\,000 > 8\,500\,000$. Cuando los números a comparar poseen igual cantidad de cifras, como $44\,900\,000$ y $42\,500\,000$, seguramente los alumnos reflexionarán: “Como los dos números tienen ocho cifras, es mayor el que empieza con 44, ya que $44 > 42$ ”.

Una estrategia consiste en solicitar a los alumnos que describan, durante el desarrollo de la actividad:

- En qué se fijan para decir que un número es mayor que el otro.
- Qué criterios establecen para ordenar números de menor a mayor o de mayor a menor.

En el cierre de la actividad se les puede pedir que compartan con todos los criterios empleados para la comparación y el ordenamiento de números.

Conceptos y definiciones

Las *cifras* son los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9, los cuales empleamos en los números que manejamos en la vida diaria, por ejemplo, el número 345 está conformado por tres cifras (“3”, “4” y “5”). Los *dígitos* son aquellos números que tienen una sola cifra.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos escriban números de seis o más cifras que se aproximen a otro sin que lo rebase.

Contenido

Lectura, escritura y comparación de números naturales, fraccionarios y decimales. Explicitación de los criterios de comparación.

Consigna

Formen equipos y completen la tabla. Usen todas las cifras permitidas.

Número al que se aproximará	Cifras permitidas	Número menor que más se aproxima
500 000	7, 9, 1, 6, 8, 3	
1 146 003	6, 1, 5, 1, 3, 2, 9	
426 679 034	1, 2, 1, 9, 6, 7, 5, 0, 8	
10 000 009	9, 7, 8, 9, 8, 8, 9	
89 099	9, 0, 1, 7, 6	
459 549 945	4, 4, 4, 5, 5, 5, 9, 9, 9	



Consideraciones previas

Si los alumnos tienen dudas de cómo realizar el ejercicio, se podrá resolver uno a manera de ejemplo para todo el grupo. Pero es conveniente que no se diga cuál fue el criterio empleado para encontrar la respuesta del ejemplo dado, pues los alumnos ya no buscarán ningún otro camino y podrían dedicarse a tratar de reproducir lo señalado. En todo caso, sería conveniente preguntarles: ¿están de acuerdo en que éste es un número menor que 12890 y a la vez es el que más se le aproxima?, ¿alguien puede encontrar otro número mayor que el que escribí, pero menor que 12890?, etcétera.

Número a aproximar	Cifras permitidas	Número menor que más se aproxima
12890	4, 6, 7, 1, 1	11764

La puesta en común de las diversas estrategias empleadas por los alumnos, así como de las respuestas, será lo más enriquecedor de la clase, así que dé el tiempo necesario para revisar el trabajo hecho por los diferentes equipos.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

3

Carrera de robots

Intención didáctica

Que los alumnos escriban, comparen y ordenen fracciones.

Contenido

Lectura, escritura y comparación de números naturales, fraccionarios y decimales. Explicitación de los criterios de comparación.

3

Carrera de robots

Consigna

Formen equipos para hacer lo siguiente.

Anualmente se llevan a cabo carreras de robots en la Expo Internacional Juvenil de Robótica. Este año, el premio se entregará al equipo cuyo robot avance dando los saltos más largos, a condición de que todos sus saltos midan lo mismo. Para completar la tabla, recorten y usen el tablero de la página 181, el cual tiene los recorridos de los robots.

Lugar	Robot	Longitud del salto
1°		
2°		
3°		
4°		
5°		
6°		
7°		
8°		
9°		

a) ¿Cuál robot ganó la carrera?

b) ¿Cuáles ocuparon el segundo y el tercer lugares?

c) ¿Cuál ocupó el último lugar?

Consideraciones previas

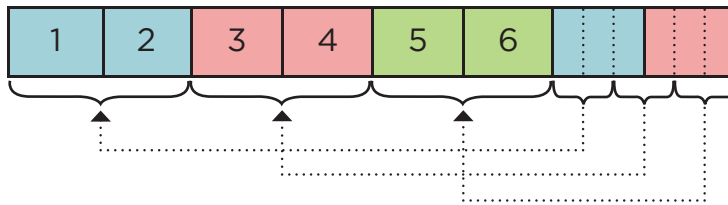
Se trata de que los alumnos escriban, comparen y se vean en la necesidad de utilizar números fraccionarios para representar la longitud del salto de cada robot, para después ordenarlos con el fin de determinar los lugares en la competencia.

Seguramente los alumnos no tendrán dificultad para calcular las longitudes de los saltos que corresponden a unidades completas, por ejemplo:

- Avanzar hasta la casilla siete con siete saltos: cada salto corresponde a una unidad.
- Llegar a la casilla cuatro con dos saltos: cada salto mide dos unidades.
- Alcanzar la casilla 12 con cuatro saltos: cada salto mide tres unidades.
- Llegar a la casilla 10 con cinco saltos que midan dos unidades cada uno.

Para calcular el resto de las longitudes, es muy probable que los alumnos sigan procedimientos como los siguientes.

- a) Recurrir a representaciones gráficas en las que repartan equitativamente el total de casillas en el número de saltos ($8 \div 3$).



Cada salto mide 2 unidades + $\frac{2}{3}$ de unidad.

- b) Representar directamente el cociente de la división 4 casillas en 5 saltos: $\frac{4}{5}$ de unidad.

Son varios los criterios que los alumnos pueden aplicar para ordenar las longitudes calculadas. Por ejemplo:

- Identificar las fracciones que representan una unidad o menos que una unidad: $\frac{7}{7}$, $\frac{4}{5}$. Éstas son las menores de todo el grupo.
- Representar las fracciones mayores que la unidad como números enteros o mixtos: $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$, $\frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$, $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$, $\frac{13}{8} = 1\frac{5}{8}$, $\frac{4}{2} = 2$, $\frac{12}{4} = 3$, $\frac{10}{5} = 2$. Esto permite observar que, de todas, la mayor es $\frac{12}{4}$ o 3.

Materiales

Para cada equipo:

- El tablero “Carrera de robots” (página 181 del libro del alumno).

- Distinguir las fracciones que inician con el mismo número: $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$, $\frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$; $\frac{4}{2} = 2$, $\frac{10}{5} = 2$. Entre ellas se pueden distinguir dos que tienen el mismo numerador en su parte fraccionaria ($2\frac{2}{3}$ y $2\frac{2}{5}$). Para ordenarlas, los alumnos saben que $\frac{1}{3}$ es mayor que $\frac{1}{5}$, entonces $2\frac{2}{3}$ es mayor que $2\frac{2}{5}$. En este caso $\frac{8}{3} > \frac{12}{5}$, y ambas son mayores que $\frac{4}{2}$ y $\frac{10}{5}$, fracciones con el mismo valor.
- Para decidir si $1\frac{3}{4}$ es mayor o menor que $1\frac{5}{8}$ (fracciones que también empiezan con el mismo número), los alumnos pueden calcular fracciones equivalentes a las que componen el número mixto: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ y $\frac{6}{8} > \frac{5}{8}$; por lo que $\frac{7}{4} > \frac{13}{8}$, o bien $1\frac{3}{4} > 1\frac{5}{8}$.

Conceptos y definiciones

Una *fracción* o *número fraccionario* tiene diferentes significados. Puede interpretarse como un cociente, es decir, como el resultado de una división.

Ejemplo: el resultado de $2 \div 3$ puede representarse: $\frac{2}{3}$.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos desechen el criterio de “a mayor número de cifras decimales, más grande es el número”.

Consigna

Reúnanse en parejas y lleven a cabo el siguiente juego.

- Designen quién será el jugador 1 y quién el 2.
- Recorten la tabla de la página 179 y escriban sus nombres en las columnas correspondientes.
- Observen que hay un cero y un punto, seguidos de uno, dos o tres espacios. Tiren el dado tantas veces como espacios haya y formen el mayor número posible con las cifras que les salgan, anotándolas en los espacios. Por ejemplo: si hay dos espacios lancen dos veces el dado; si salió 1 y 4, escriban 41 después del punto, es decir 0.41. Si sólo hay un espacio, se tira una vez y se anota sólo ese número.
- Después de que los dos jugadores hayan formado su número, los comparan. Quien haya escrito el número mayor gana la jugada y anota su nombre en la cuarta columna.



Sexto grado | 13

Contenido

Lectura, escritura y comparación de números naturales, fraccionarios y decimales. Explicitación de los criterios de comparación.

Consideraciones previas

Materiales

Para cada pareja:

- La tabla “¿Qué pasa después del punto?” (página 179 del libro del alumno).
- Un dado.

Hay que considerar que la comparación de números decimales se inicia con los décimos, centésimos, etcétera.

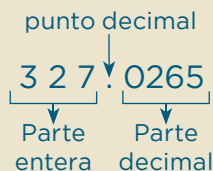
Ya que el juego depende del azar, se espera que en las jugadas surjan casos en los que un número de tres cifras decimales sea menor que otro de una o dos cifras decimales, por ejemplo, que un alumno forme el 0.431 y otro el 0.6. La idea es que ellos mismos se den cuenta de que el número de cifras no es determinante para comparar los números que están a la derecha del punto decimal.

Si no se diera el caso anterior, se puede presentar algún ejemplo y decir al grupo que si a un alumno le sale 3, 2 y 1, y a otro 5, quien sacó 5, ¿puede formar un decimal mayor que el de su compañero?

Si nota que algunos alumnos tienen dificultad en determinar quién ganó la jugada porque creen que 0.321 es mayor que 0.5, puede recurrir a los cuadrados-unidad, para que los alumnos observen que 5 tiras (décimos) son mayores que 0.321 porque en este número sólo hay 3 tiras completas.

Conceptos y definiciones

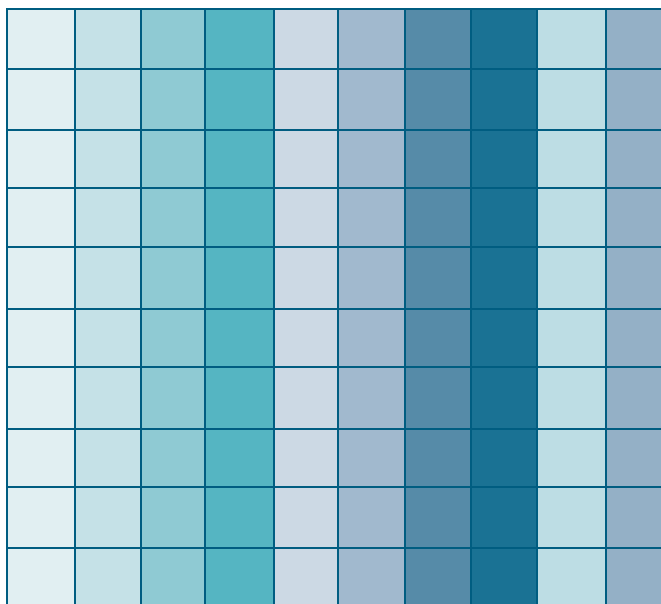
Un *número decimal* es una expresión numérica formada por una parte entera y otra decimal separadas por un punto, llamado “punto decimal”.



Los números decimales pueden ser finitos e infinitos. Ejemplos:

3.75, finito

0.3333..., infinito



Observaciones posteriores

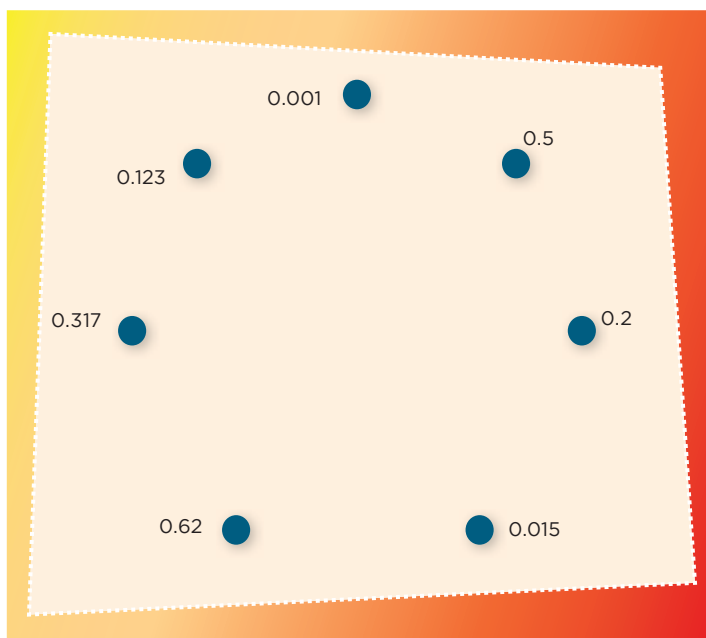
1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos reafirmen su habilidad para comparar y ordenar números decimales.

Consigna

Individualmente, descubre la figura escondida uniendo los puntos que están junto a cada número. Debes seguir un orden creciente (empezando por 0.001). Al final, traza una última línea que vaya del número mayor al 0.001.

**Contenido**

Lectura, escritura y comparación de números naturales, fraccionarios y decimales. Explicitación de los criterios de comparación.

Consideraciones previas

En caso de ser necesario, se puede usar el cuadrado-unidad para hacer notar a los alumnos que $0.5 = 0.50 = 0.500$, etcétera; es decir, que se puede agregar ceros a la derecha de un número escrito con punto decimal y esto no altera el valor. Esta propiedad de los decimales está basada en la equivalencia de fracciones: $\frac{5}{10} = \frac{50}{100} = \frac{500}{1000}$, lo cual permite comparar más fácilmente los decimales; por ejemplo, 0.5 es mayor que 0.125 porque 0.500 es mayor que 0.125 (500 milésimos es mayor que 125 milésimos). En esencia, lo que se hace es convertir ambas fracciones al mismo número de cifras del denominador para poder compararlas más fácilmente.

Es muy importante que los alumnos comprendan y utilicen diferentes maneras de representar el mismo número. Por ejemplo, 0.8 (ocho décimos) puede representarse como: $\frac{8}{10}$, $\frac{80}{100}$ o $\frac{4}{5}$.

Conceptos y definiciones

Los números decimales pueden ser representados mediante la expresión que usa el punto decimal o en forma de fracción decimal, cuyo denominador es o puede convertirse en una potencia de 10. Por ejemplo, el número decimal 0.25 (veinticinco centésimos) puede expresarse así: $\frac{25}{100}$ (veinticinco centésimos), pero también puede expresarse así: $\frac{1}{4}$.

La fracción $\frac{1}{8}$ es igual a $\frac{125}{1000}$, que es igual a 0.125.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas aditivos con números fraccionarios que tienen diferente denominador.

Consigna 1

En equipos de tres compañeros resuelvan estos problemas.

1. Para comprar un juego de mesa yo aporté un quinto del total del precio, mi hermana María la sexta parte y mi papá el resto. ¿Qué parte del costo del juego aportó mi papá? Si pagamos \$90, ¿cuánto dinero puso cada uno?

2. ¿Qué peso pondrían en el platillo izquierdo para que la balanza se mantenga en equilibrio?

**Contenido**

Resolución de problemas aditivos con números naturales, decimales y fraccionarios, variando la estructura de los problemas. Estudio o reafirmación de los algoritmos convencionales.

Consigna 2

Resuelve individualmente estos problemas. Cuando hayas terminado todos, reúnete otra vez con tu equipo para comparar y comentar sus resultados.

1. ¿Cuánto hay que agregar a $\frac{3}{4}$ para obtener $\frac{6}{7}$?

2. ¿Qué tanto es menor o mayor que 1 la suma de $\frac{4}{5}$ y $\frac{4}{8}$?

3. ¿Es cierto que $\frac{8}{12} + \frac{2}{4} = 1\frac{1}{6}$?

4. ¿En cuánto excede $\frac{7}{9}$ a $\frac{2}{5}$?



Consideraciones previas

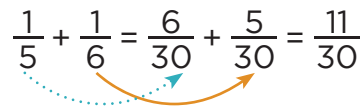
Si bien en otros momentos los alumnos han resuelto problemas utilizando diversos recursos, se espera que en esta ocasión lo hagan utilizando algoritmos convencionales. La intención no es que ellos calculen el mínimo común múltiplo de las fracciones que intervienen, ya que este procedimiento se analiza detenidamente en secundaria, sino que recurran al cálculo de fracciones equivalentes —cuyos denominadores sean iguales— con base en la idea de multiplicar tanto el numerador como el denominador por un mismo número natural.

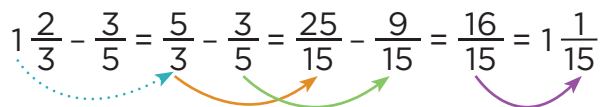
En la consigna 1 se puede empezar con la suma de $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{6}$, pues representa la cooperación de las dos hermanas para completar el precio del rompecabezas y buscar el faltante de la suma para llegar a 1, que es lo que representa el costo total. Esto es: $\frac{6}{30} + \frac{5}{30} = \frac{11}{30}$ (aportación de las hermanas) y $\frac{19}{30}$ (aportación del papá).

Para responder la pregunta de cuánto dinero dio cada uno, bastará con calcular la quinta parte de 90, que es 18, la sexta parte, que es 15, y seguramente ningún alumno intentará calcular $\frac{19}{30}$ de 90, sino que restarán 33 a 90 para obtener la aportación del papá (\$57).

En el problema 2, seguramente los alumnos observarán que aun cuando la acción implica agregar peso al platillo izquierdo para igualarlo con el del platillo derecho, la estrategia más conveniente es restar a este último ($1\frac{2}{3}$) la cantidad que se encuentra en el izquierdo ($\frac{3}{5}$). Una opción es que conviertan la unidad del número mixto en tercios y, posteriormente, apliquen el mismo procedimiento de buscar fracciones equivalentes para los números con los que se va a operar.

Es recomendable que durante el desarrollo de los algoritmos se invite a los alumnos a escribir cada una de las fracciones equivalentes, de tal forma que puedan distinguir con cuál de las fracciones originales están relacionadas una y otra; conviene animarlos a reducir —siempre que se pueda— las fracciones resultantes.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{6}{30} + \frac{5}{30} = \frac{11}{30}$$


$$1\frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{5}{3} - \frac{3}{5} = \frac{25}{15} - \frac{9}{15} = \frac{16}{15} = 1\frac{1}{15}$$


En la consigna 2 se pretende que practiquen la conversión a fracciones equivalentes para operar con ellas. Si se considera conveniente, se pueden resolver en otra sesión o de tarea. En este último caso, la revisión debe realizarse en grupo, para que entre todos aclaren las dudas que aún surjan en el trabajo.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas aditivos con números decimales utilizando los algoritmos convencionales.

Consigna 1

Reúnete con un compañero para realizar esta actividad. De las piezas blancas que están en la parte inferior, elijan las que integran correctamente cada rompecabezas.

79.1 =		52.428 =	
84.6 =		25.227 =	
36.23	43.1	126	35.15
- 9.923	- 41.4	+ 42.87	+ 9.328

Contenido

Resolución de problemas aditivos con números naturales, decimales y fraccionarios, variando la estructura de los problemas. Estudio o reafirmación de los algoritmos convencionales.

Consigna 2

1. Si en el visor de la calculadora tienes el número 0.234, ¿qué operación debes teclear para que aparezca...?

0.134 _____

0.244 _____

1.23 _____

2.234 _____

0.24 _____

2. ¿Qué números se obtienen si a cada uno de los números de abajo sumas 0.09 y restas 0.009?



8.6 _____

12.5 _____

1.25 _____

0.75 _____

1.20 _____

Consideraciones previas

La intención de este desafío es que los alumnos sumen y resten números decimales aplicando las convenciones correspondientes.

- Escribir verticalmente las operaciones, acomodando los números de manera que el punto decimal quede alineado; esto implica que las cifras con el mismo valor decimal se registren en la misma columna.
- Establecer equivalencias entre números decimales, en caso de tratarse de números con diferente cantidad de cifras decimales.
- Resolver la operación como si los decimales fueran números naturales.
- Poner en el resultado el punto alineado al de los números que se sumaron o restaron.

Se recomienda que durante la puesta en común se analice con atención la manera como las parejas resuelven estos aspectos, ya que es muy importante que comprendan que el hecho de alinear el punto decimal permite sumar o restar décimos con décimos, centésimos con centésimos, milésimos con milésimos, etcétera, de la misma forma en que se suman números naturales: alineando decenas con decenas, centenas con centenas, etcétera.

Es probable que en un primer momento, algunas parejas solamente intenten operar entre sí números que tienen la misma cantidad de cifras decimales. Esa estrategia pronto la descartarán porque no existen combinaciones posibles que, bajo ese criterio, permitan obtener alguno de los números presentados en las primeras piezas del rompecabezas; los alumnos se verán obligados a buscar otras estrategias, una de ellas podría ser estimar sumas o restas considerando la parte entera de los números.

Es recomendable que durante la puesta en común se analice el dominio que los alumnos tienen de las características de los decimales y las reglas que los rigen. Aprovechar las experiencias de los alumnos en torno a este aspecto enriquecerá la discusión y ayudará a la comprensión de diferentes relaciones, por ejemplo en el caso de la resta $35.15 - 9.923$.

- A 35.15 sí se le puede restar 9.923, puesto que el primer número es mayor que el segundo.
- En el sistema decimal de numeración, cada lugar a la derecha de una cifra tiene un valor relativo diez veces menor; 15 centésimos es equivalente a 150 milésimos, entonces ambos números en su parte decimal se pueden representar con la misma cantidad de cifras.

35	.	1	5	0
9	.	9	2	3

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen la multiplicación entre una fracción o un decimal y un número natural, mediante procedimientos no formales.

Contenido

Resolución de problemas multiplicativos con valores fraccionarios o decimales mediante procedimientos no formales.

Consigna

En parejas resuelvan este problema.

El equipo de caminata de la escuela recorre un circuito de 4 km. El maestro está registrando en una tabla como la de abajo las vueltas y los kilómetros recorridos por cada uno de los integrantes. Analicen la tabla y complétenla.

Nombre	Rosa	Juan	Alma	Pedro	Víctor	Silvio	Eric	Irma	Adriana	Luis	María
Vueltas	1	2	5	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$2\frac{7}{8}$	0.75	1.25	1.3	2.6
km											



Consideraciones previas

Si bien la intención se centra en la multiplicación entre fracciones o decimales y números naturales, el hecho de considerar naturales en la tabla tiene como objetivo que los alumnos se den cuenta que valores fraccionarios, decimales y enteros juegan la misma función: 1 vez 4 km, 5 veces 4 km, $\frac{4}{5}$ veces 4 km, 1.25 veces 4 km, etcétera. En el caso de la multiplicación de una fracción por un número natural se podría seguir utilizando la expresión $\frac{a}{b}$ de m , antes de que ésta sea designada como multiplicación (los alumnos pueden calcular, por ejemplo $\frac{3}{4}$ de 4, sin saber que se trata de multiplicaciones).

Para calcular el resultado $\frac{3}{4}$ de 4 pueden utilizarse varios procedimientos, por ejemplo, obtener $\frac{1}{4}$ de 4 dividiendo 4 entre 4 y después el resultado (1) multiplicarlo por 3, porque se trata de tres cuartos.

Para calcular los kilómetros que recorrió Silvio se pueden seguir varias estrategias. Una de ellas podría ser dividir los 4 km (longitud del circuito) entre 5, obteniendo 0.8 km u 800 m, luego sumar 4 veces el resultado para tener finalmente 3.2 km.

En el caso de Eric el 2 significa dos veces el circuito, es decir, 8 km. Los $\frac{7}{8}$ pueden ser calculados como $\frac{1}{8}$ del circuito ($\frac{1}{2}$ km o 500 m) sumado 7 veces, lo que da 3.5 km. El resultado final (11.5 km) se obtiene al sumar los 8 km de las dos vueltas y los 3.5 km que equivalen a los $\frac{7}{8}$ de una vuelta.

Cuando se trata de números decimales, una opción es transformarlos en fracciones y utilizar alguna estrategia comentada anteriormente, por ejemplo, para calcular 1.3 de 4 km, la parte decimal se transforma en fracción: $0.3 = \frac{3}{10}$.

Entonces 1.3 vueltas corresponde a 4 km + $\frac{3}{10}$ de 4 km, lo cual equivale a 4 km + 1.2 km, obteniendo finalmente 5.2 km.

Conceptos y definiciones

Los *números naturales* sirven para contar los elementos de un conjunto o grupo de cosas o personas. Cualquier número natural, excepto el uno, tiene un sucesor y un antecesor. Dado que el uno es el primer número natural, sólo tiene sucesor. El sucesor de un número natural n es $n + 1$, mientras que el antecesor es $n - 1$.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen la multiplicación entre dos fracciones mediante procedimientos no formales.

Contenido

Resolución de problemas multiplicativos con valores fraccionarios o decimales mediante procedimientos no formales.

Consigna

En parejas, resuelvan los problemas.

1. En el rancho de don Luis hay un terreno en el que siembran hortalizas que mide $\frac{1}{2}$ hm de ancho por $\frac{2}{3}$ hm de largo. Don Luis necesita saber el área del terreno para comprar las semillas y los fertilizantes necesarios. ¿Cuál es el área de este terreno?

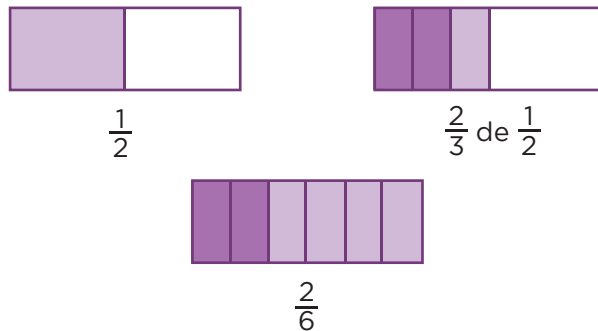
2. En otra parte del rancho de don Luis hay un terreno de $\frac{5}{6}$ hm de largo por $\frac{1}{4}$ hm de ancho donde se cultiva durazno. ¿Cuál es el área de este terreno?



Consideraciones previas

Es necesario recordar que el estudio explícito y formal de la multiplicación con fracciones se hace en secundaria; sin embargo, en este momento los alumnos pueden aplicar procedimientos no formales para resolver problemas multiplicativos con este tipo de números.

Para resolver el problema 1 es necesario multiplicar $\frac{2}{3}$ por $\frac{1}{2}$, lo cual puede interpretarse también como $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$. Una forma de realizar este cálculo es mediante gráficos o papel doblado.



Cuando se trate de longitudes se puede utilizar una tira de papel, un listón, una agujeta o representaciones gráficas de estos objetos.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas multiplicativos con valores fraccionarios o decimales mediante procedimientos no formales.

Contenido

Resolución de problemas multiplicativos con valores fraccionarios o decimales mediante procedimientos no formales.

Consigna

Reunidos en equipos resuelvan el siguiente problema.

Guadalupe fue a la mercería a comprar 15.5 m de encaje blanco que necesita para la clase de costura. Si cada metro cuesta \$5.60, ¿cuánto pagó por todo el encaje que necesita?

También pidió 4.75 m de cinta azul que le encargó su mamá. Si el metro cuesta \$8.80 y su mamá le dio \$40.00, ¿le alcanzará el dinero para comprarla?

¿Le falta o le sobra dinero? ¿Cuánto?



Consideraciones previas

El manejo de dinero es un buen contexto para trabajar las operaciones con números decimales, en este caso la multiplicación. En este desafío los alumnos resuelven problemas que implican la multiplicación de dos números decimales mediante procedimientos no formales.

Son muchos los procedimientos no formales que los alumnos pueden utilizar para multiplicar los números decimales involucrados en el problema; por ejemplo, para multiplicar 5.60×15.5 pueden descomponer 15.5 en $10 + 5 + \frac{1}{2}$, entonces $5.60 \times 15.5 = (5.60 \times 10) + (5.60 \times 5) + (5.60 \times \frac{1}{2})$, los cuales son productos que ya han trabajado. Al multiplicar por 10 recorren el punto un lugar a la derecha, el segundo producto es la mitad del primero y el último es la mitad de 5.60, es decir, 2.80.

Para encontrar el precio de la cinta azul se requiere multiplicar 4.75 y 8.80 o bien $4\frac{3}{4} \times 8.80$, lo cual puede interpretarse como $4\frac{3}{4}$ veces 8.80. El resultado puede obtenerse así: 4 veces 8.80 (35.20) más $\frac{3}{4}$ de 8.80 ($6 + 0.60$), lo que finalmente da $35.20 + 6.60 = 41.80$. A Guadalupe le faltó \$1.80 para comprar el encargo de su mamá.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos relacionen el concepto *eje de simetría* con la línea que, al hacer un doblez, permite obtener dos partes que coinciden en todos sus puntos.

Contenido

Identificación de los ejes de simetría de una figura (poligonal o no) y figuras simétricas entre sí, mediante diferentes recursos.

Consigna 1

Individualmente, recorta las figuras de las páginas 175 y 177 y después dóblalas de manera que las dos partes coincidan completamente. Marca con color el doblez o los dobleces que te permiten lograr esto.

Consigna 2

En equipos, determinen si las siguientes figuras tienen o no ejes de simetría; en caso de que los tengan, anoten cuántos son.



Vaso: _____

Piñata: _____

Hoja: _____

Mano: _____

Árbol: _____

Escalera: _____

Florero: _____

Consideraciones previas

Con respecto de la primera consigna, es probable que los alumnos sólo hagan un doblez a cada figura, por lo que se les puede preguntar: “¿Es la única forma en que podemos doblarlas para obtener dos partes que coincidan?” También puede ser que algunos alumnos doblen para obtener dos partes iguales aunque no coincidan, como cuando se dobla un rectángulo por sus diagonales. En tal caso hay que recalcar que no sólo se trata de que las partes sean iguales, sino que además coincidan en todos sus puntos.

De las figuras propuestas, hay algunas que pueden crear dudas en los alumnos acerca de si se pueden doblar obteniendo dos partes que coincidan, por ejemplo en el caso de las figuras D, E, H y J, pues no son las que comúnmente se estudian. En este caso, habrá que cuestionarlos al respecto y dejarlos que busquen los dobleces pertinentes. Algunos pensarán que al doblar la figura D en forma horizontal se obtienen dos partes que coinciden, sin embargo, al hacer el doblez descartarán esta hipótesis.

En el caso de la figura K, un cuadrado, hay que tener presente que se pueden encontrar cuatro formas de doblarla para obtener lo solicitado, es decir, se puede doblar a la mitad tomando cualquiera de sus lados y sobre las diagonales. Así, si los alumnos se quedaran sólo en los dobleces sobre los lados, sería importante pedirles que averigüen si hay otras maneras de doblar.

Por otra parte, si primero manipulan el cuadrado, seguramente considerarán que el rectángulo (figura G) también tiene cuatro ejes de simetría, por lo que deberá pedir que realicen los dobleces para que ellos solos puedan descartar su hipótesis.

En la figura M se tienen tres ejes de simetría, ya que se trata de un triángulo equilátero (sus tres lados y ángulos tienen la misma medida), sin embargo, en el caso de la figura I no sucede lo mismo. Hay que procurar que los alumnos no se queden con la idea de que cualquier triángulo tiene tres ejes de simetría.

Durante la puesta en común deberán presentarse no sólo los aciertos de los equipos sino también los casos en los que no se encontraron todos los dobleces apropiados o hubo dobleces de más, para que entre todos corrijan. Es importante que el grupo relacione las líneas que permiten doblar y obtener partes que coinciden con el término eje de simetría.

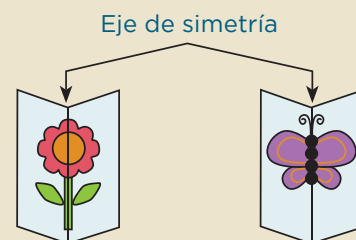
Materiales

Para cada alumno:

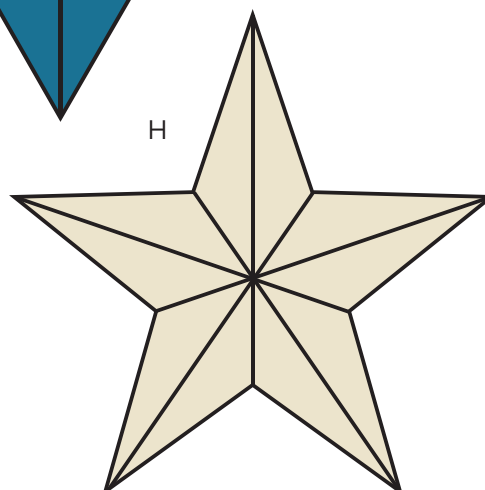
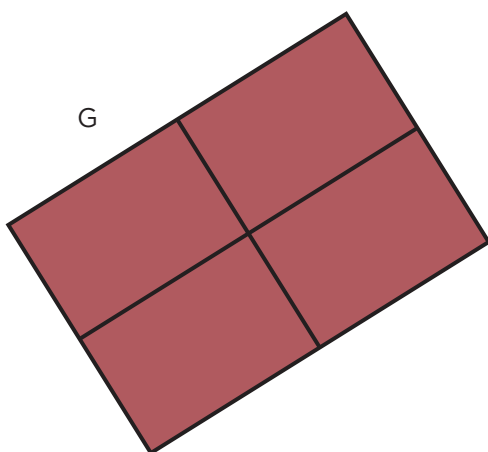
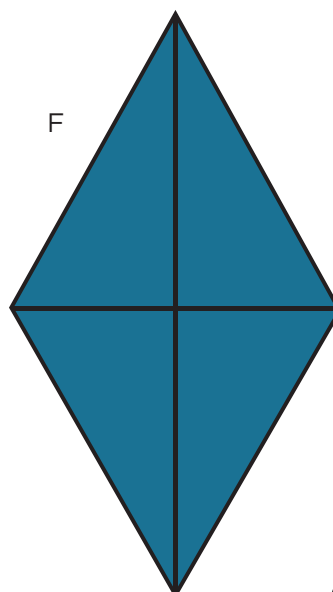
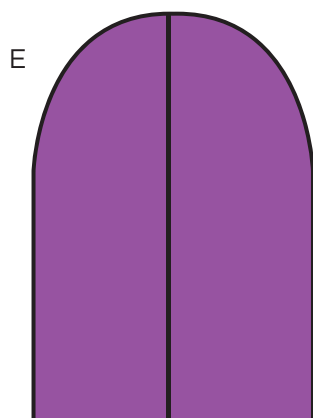
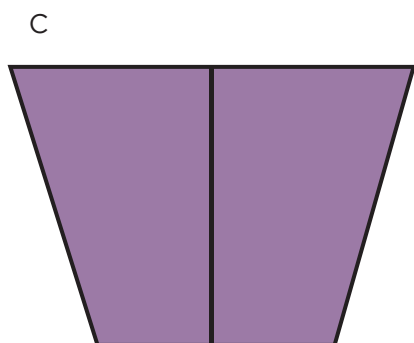
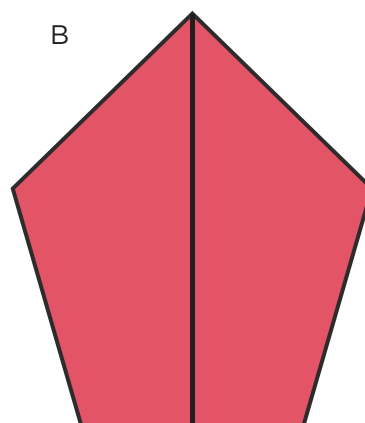
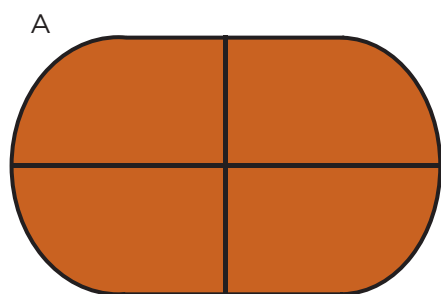
- Las figuras recortadas (páginas 175 y 177 del libro del alumno).

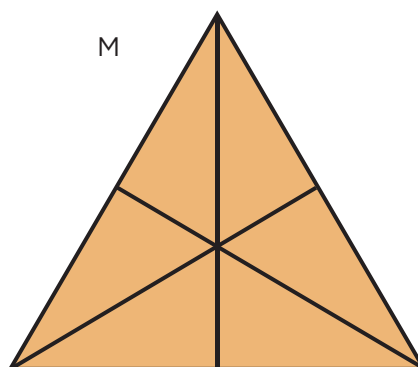
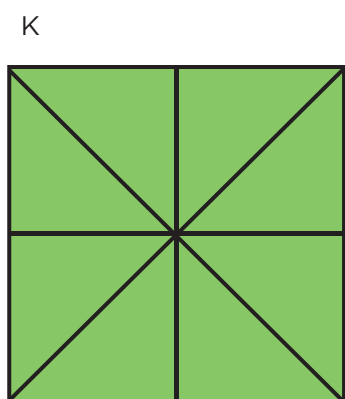
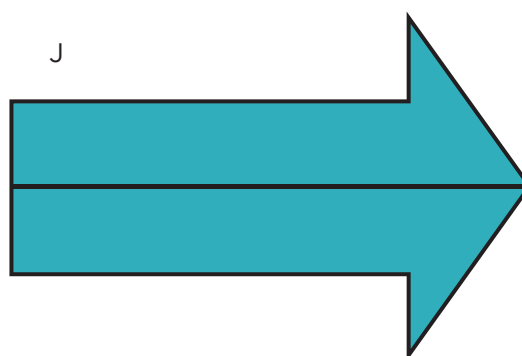
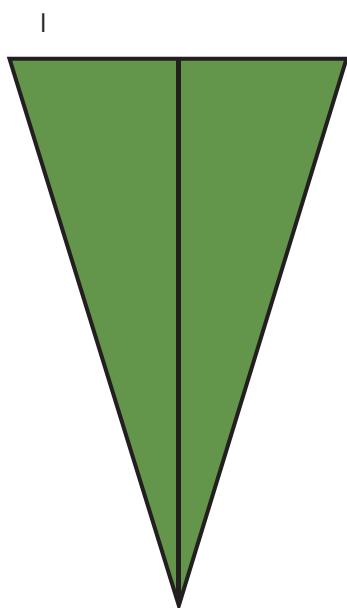
Conceptos y definiciones

Si al doblar una figura se obtienen dos partes iguales y todos los puntos de ambas partes coinciden, la línea marcada por el doblez es un *eje de simetría*.



A continuación se muestran las figuras de la actividad con sus ejes de simetría.





Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos relacionen el concepto *eje de simetría* con la línea que permite ver una figura y su reflejo.

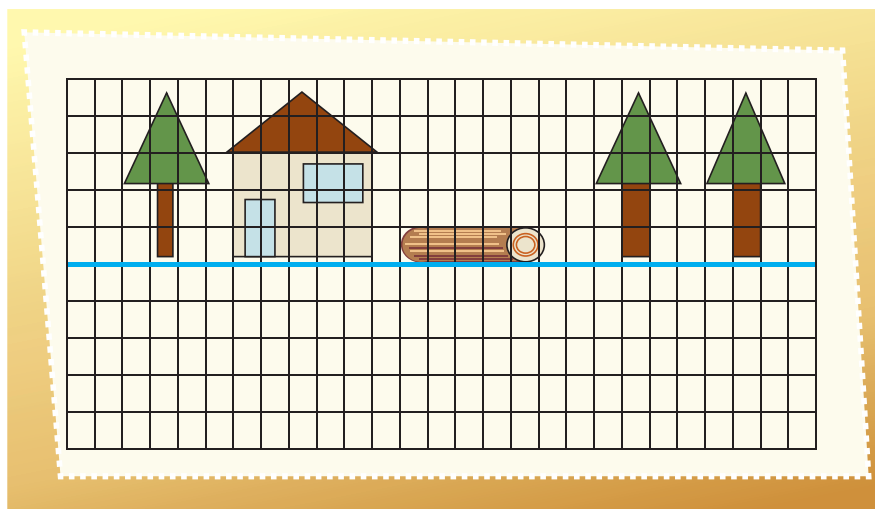
Contenido

Identificación de los ejes de simetría de una figura (poligonal o no) y figuras simétricas entre sí, mediante diferentes recursos.

Consigna

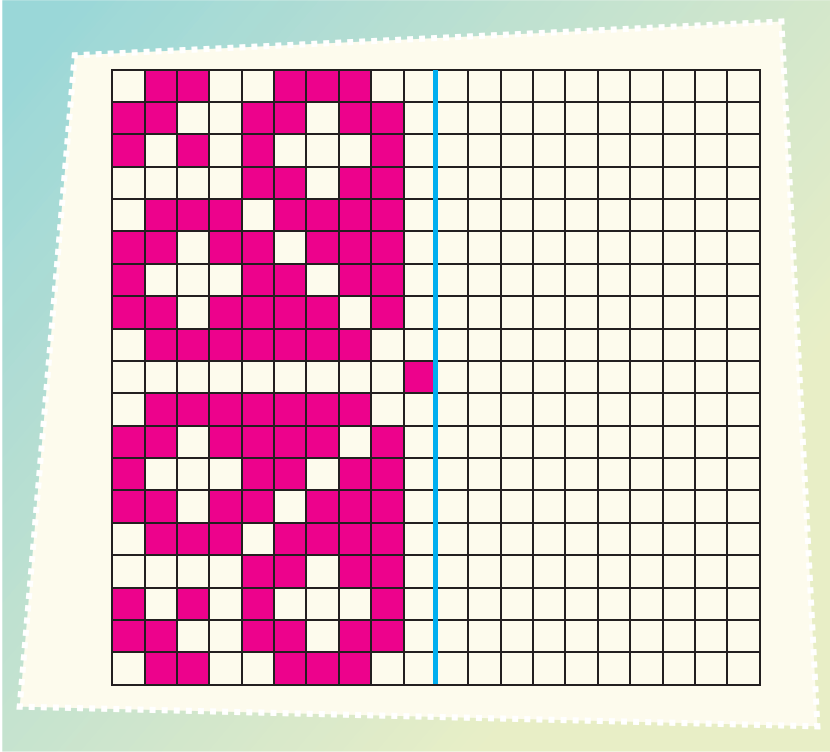
Completa las siguientes imágenes como se indica.

1. Individualmente, completa la imagen de modo que parezca que los dibujos se ven reflejados en el agua.



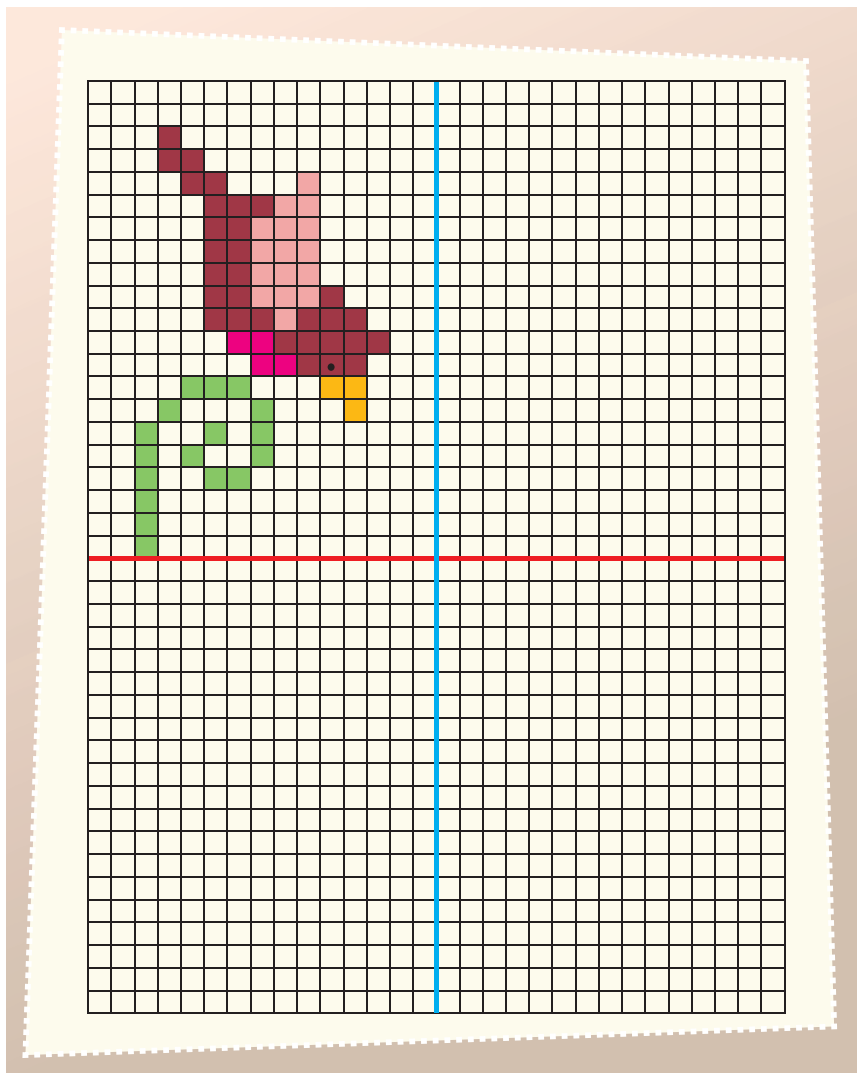
Explica qué hiciste para completar el dibujo.

2. Completa la imagen de modo que parezca que el dibujo se ve reflejado en un espejo.



¿Crees que la imagen completa tiene más de un eje de simetría? ¿Por qué?

3. Dibuja los pájaros necesarios para que el dibujo tenga dos ejes de simetría.



Consideraciones previas

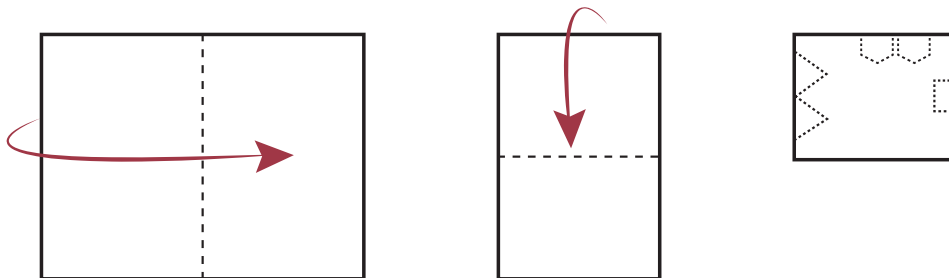
Para la realización de la actividad se espera que la mayoría de los alumnos tenga la experiencia de haber observado objetos reflejados en el agua o en un espejo; sin embargo, aunque así fuera, seguramente habrá quienes no han reflexionado en cómo se reflejan las imágenes y podría suceder que reproduzcan los dibujos en la misma dirección en que los observan. Si esto sucede, se les puede sugerir que utilicen un espejo para que comprueben si la imagen que observan en el espejo coincide con lo que dibujaron.

El segundo dibujo representa un reto mayor, y seguramente muchos alumnos dirán que sí tiene otro eje de simetría y que lo representa la línea horizontal que pasa por la mitad del dibujo, pero no verán los otros dos ejes que coinciden con las diagonales del cuadrado; así que les puede hacer cuestionamientos que los lleven a descubrirlos y observarlos.

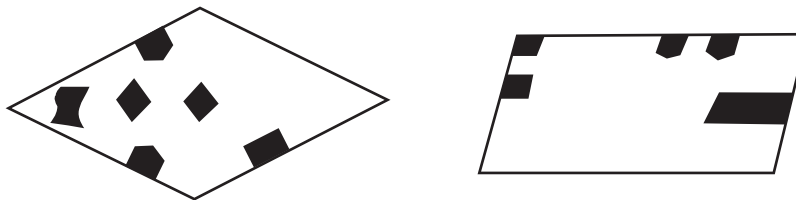
En el caso del tercer dibujo será interesante conocer cuáles fueron las estrategias puestas en juego para dibujar los tres pájaros solicitados. Compartir sus procedimientos enriquecerá a quienes deseen lograr dibujos simétricos. Pero lo importante de todo este trabajo es que los alumnos concluyan que para lograrlo deben obtener una figura en posición contraria a la original, pero que esté a la misma distancia de una línea conocida como eje de simetría.

Una actividad que puede enriquecer el trabajo acerca de la simetría es elaborar papel picado, que se usa generalmente para adornar en algunas fiestas. Esta actividad puede llevarse a cabo con las siguientes variaciones.

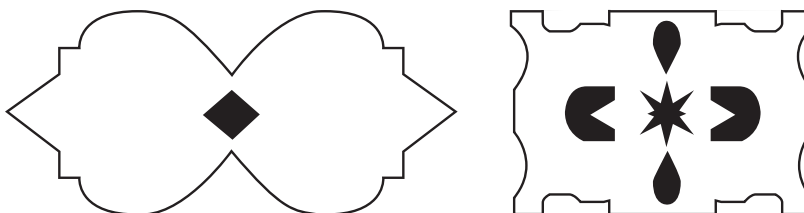
- a) Doblar una hoja de papel delgado (de china, cebolla, marquilla, etcétera) en cuatro partes; trazar y recortar las figuras que prefieran, después desdoblar el papel para observar cómo se reflejan los cortes en los cuatro espacios de la hoja y verificar que se encuentran a la misma distancia del doblez.



- b) Que observen la plantilla de una figura antes de recortarla, que dibujen cómo imaginan la figura que se formará al recortar la plantilla en un papel doblado a la mitad o en cuatro partes. Finalmente, que hagan los recortes para comprobar su hipótesis.



- c) Que los alumnos observen una figura hecha con papel picado y determinen cómo deben doblar y recortar el papel para obtenerla.



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos reflexionen sobre la necesidad de un sistema de referencia para ubicar puntos en una cuadrícula.

Consigna

En parejas, resuelvan el siguiente problema.

Daniel invitó a sus primos Isaac, Luis, Rocío y Patricia a una obra de teatro. Los boletos que compró no están juntos pero todos corresponden a la sección Balcón C del teatro. El siguiente plano representa las diferentes secciones de asientos.

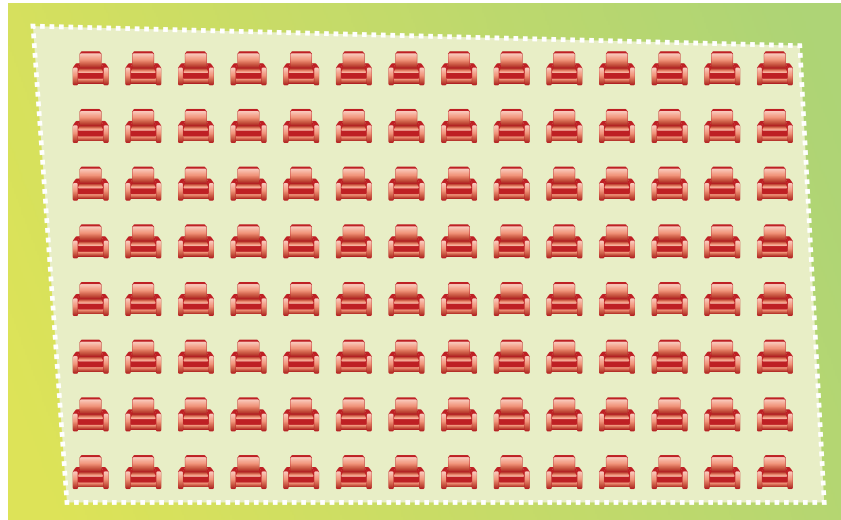
**Contenido**

Elección de un código para comunicar la ubicación de objetos en una cuadrícula. Establecimiento de códigos comunes para ubicar objetos.

a) ¿Cómo describiría Daniel a sus primos en qué parte del teatro están sus lugares, si ellos no tienen el plano a la vista?

b) El siguiente plano corresponde a la zona de la sección Balcón C en la cual se ubican los lugares de Daniel, Isaac, Luis, Rocío y Patricia. Márquenlos con una X, según la siguiente información:

- El lugar de Daniel está en la segunda fila, décima columna.
- El lugar de Isaac está en la sexta fila, quinta columna.
- El lugar de Luis está en la quinta fila, octava columna.
- El lugar de Rocío está en la tercera fila, décima segunda columna.
- El lugar de Patricia está en la sexta fila, décima primera columna.

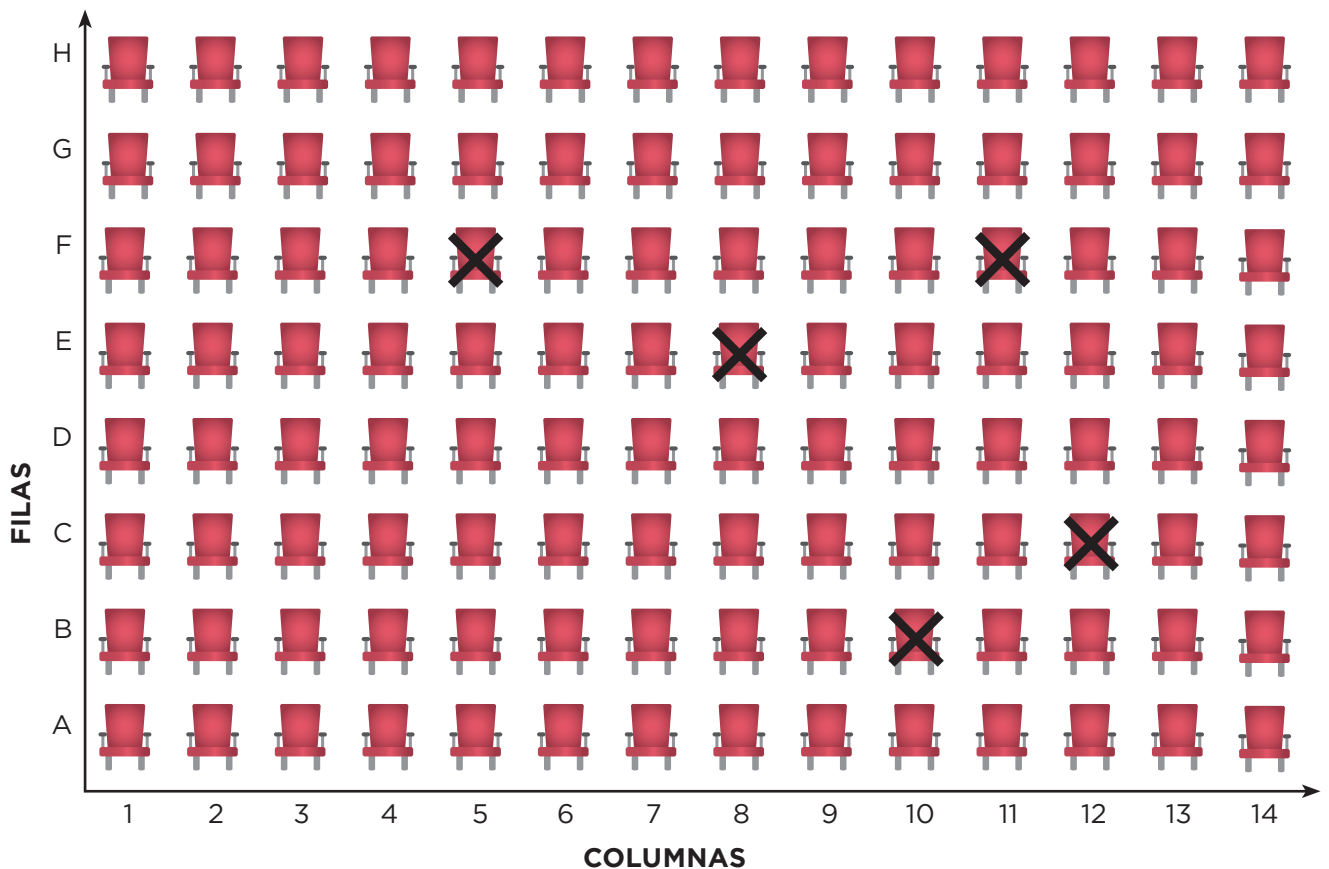


Consideraciones previas

Es importante permitir que los alumnos exploren el plano para que se familiaricen con este tipo de representaciones y se enfrenten con obstáculos similares a los que experimenta una persona que consulta uno por primera vez.

Es muy probable que los alumnos describan la sección Balcón C solamente como un gran conjunto de butacas que puede ubicarse a partir del fondo del teatro o del escenario, aunque en ella puedan distinguirse cuatro zonas, ya que, de acuerdo con la consigna, no es necesario distinguir alguna de estas zonas en particular.

La pregunta que está directamente relacionada con la intención didáctica es la del inciso b, porque se trata de que los alumnos ubiquen específicamente los asientos de Daniel y sus primos; sin embargo, ni las columnas ni las filas están enumeradas. Se espera que los alumnos identifiquen esta dificultad e incluso que tomen alguna decisión para ubicar los asientos, enumerar las columnas de izquierda a derecha o de derecha a izquierda y, en el caso de las filas, comenzar de abajo hacia arriba o a la inversa. Por lo tanto, es posible que entre los equipos surjan diferentes sistemas de referencias, por ejemplo, uno de ellos podría ser:



Una vez que los alumnos hayan determinado su sistema de referencia y ubicado los lugares con una X, pedirles que usen parejas de un número y una letra para nombrar la posición de cada uno de los lugares. En el caso anterior, serían Daniel (B10), Isaac (F5), Luis (E8), Rocío (C12) y Patricia (F11). Es importante analizar los diferentes trabajos de los equipos para verificar la congruencia del sistema de referencia empleado y la ubicación de los lugares.

Conceptos y definiciones

Un *sistema de referencia* es un conjunto de convenciones usadas para poder ubicar la posición de un objeto en el espacio.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

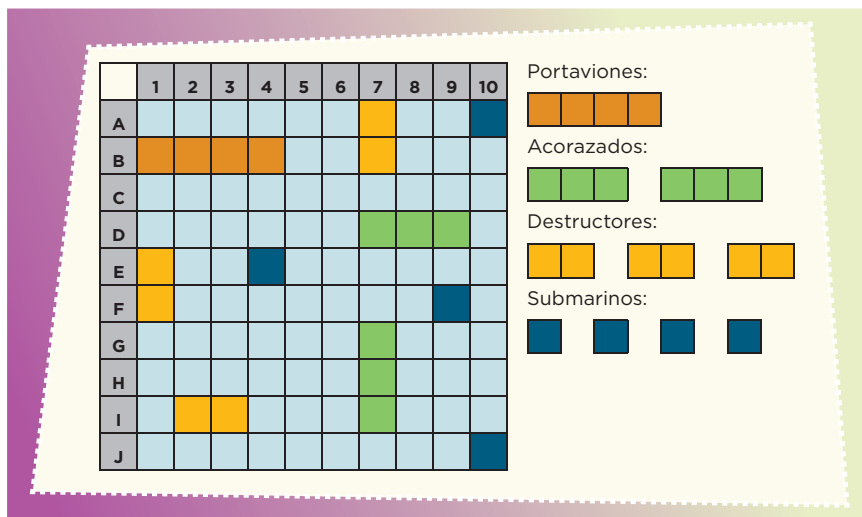
Que los alumnos utilicen un sistema de referencia para ubicar puntos en una cuadrícula.

Consigna 1

En parejas, jueguen Batalla naval, que consiste en hundir las naves del compañero contrario. Para ello, cada jugador debe recortar y utilizar las 10 fichas y los dos tableros de las páginas 169, 171 y 173.

Mecánica del juego:

- Cada jugador se coloca de modo que sólo él pueda ver sus tableros.
- Las fichas (naves) se colocan en uno de los tableros sin que los barcos se toquen entre sí. Es decir: todo barco debe estar rodeado de agua o tocar un borde del tablero. Por ejemplo:

**Contenido**

Elección de un código para comunicar la ubicación de objetos en una cuadrícula. Establecimiento de códigos comunes para ubicar objetos.

- Cada jugador, en su turno, debe averiguar la posición de las naves del adversario. Para ello, el jugador hace un disparo a un punto del mar enemigo, diciendo un número y una letra, por ejemplo: "4, B"; si no hay barcos en ese cuadro, el otro jugador dice: "¡Agua!"; pero si el disparo acierta dice: "¡Tocado!". Al acertar en todos los cuadros que conforman una nave debe decir: "¡Hundido!". Los submarinos se hundirán con un solo disparo porque están formados únicamente por un cuadro. Cada jugador disparará una vez, toque o no alguna nave; después corresponderá el turno de su contrincante.
- Cada jugador anotará en el segundo tablero la información que crea conveniente para registrar sus jugadas y poder hundir las naves enemigas.
- Ganará quien consiga hundir primero todos los barcos del rival.



Consigna 2

En parejas, resuelvan lo siguiente.

Diego ya le había hundido dos barcos a Luis: el portaaviones y un acorazado. Observen el tablero de Luis, donde aparecen las naves hundidas, pero no las que siguen a flote.



- En su turno, Diego dice “8, F” y Luis contesta “tocado”. Indiquen de cuántas casillas puede ser el barco.

- Señalen en el tablero todos los lugares donde podría estar el barco y luego escriban las posiciones (número y letra) que debe nombrar Diego para hundirlo.

- En la próxima jugada, Diego dice: “7, F” y Luis responde “tocado”. Escriban la posición (número y letra) que permite localizar exactamente el barco.

Consideraciones previas

Materiales

Para cada pareja:

- Los dos tableros de Batalla naval (páginas 171 y 173 del libro del alumno).
- Las 10 fichas (naves) del material recortable (página 169 del libro del alumno).

Batalla naval es un juego de estrategia en el que participan dos jugadores. Si los alumnos no hacen anotaciones de manera espontánea, se les puede sugerir que las realicen en su segunda cuadrícula para ser más eficaces al tratar de hundir los barcos enemigos; por ejemplo, si fallan un tiro es importante registrar dónde cayó para no volver a dispararle a la misma ubicación. En cambio, si el disparo toca una nave pero ésta no se hunde, en el siguiente tiro conviene disparar a algún cuadro adyacente, con la finalidad de tocar todos los cuadros que forman la nave y hundirla. Además del juego de estrategia, los participantes están utilizando de manera implícita un sistema de referencia para ubicar puntos, motivo de estudio en este momento.

Una vez que las parejas terminan de jugar es conveniente discutir con todo el grupo las estrategias utilizadas, con la finalidad de identificar deficiencias y ventajas.

Además, se pueden proponer actividades con jugadas simuladas, con la finalidad de discutir cuáles son las estrategias que los alumnos utilizan para intentar localizar las posiciones de los barcos que están formados por dos, tres o cuatro cuadros.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos describan diferentes rutas en un mapa para ir de un lugar a otro.

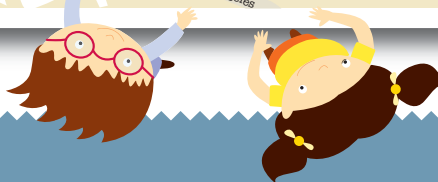
Consigna

En parejas, elijan sólo uno de estos lugares del mapa del centro de Guanajuato: Teatro Principal, Teatro Juárez, Universidad de Guanajuato, Basílica de Guanajuato. Después establezcan, sin decirle a nadie, la ruta para ir de la Alhóndiga al lugar elegido.

Den por escrito sus indicaciones a otra pareja para que descubra el sitio elegido por ustedes, siguiendo la ruta indicada. Si no lo-
gran llegar, analicen si hubo un error en la descripción de la ruta o en su interpretación.

Contenido

Cálculo de distancias reales a través de la medición aproximada de un punto a otro en un mapa.



Consideraciones previas

Aquí se pretende que los alumnos desarrollen su habilidad para comunicar por escrito rutas para ir de un lado a otro.

Si se cuenta con la escala a la que está hecho el mapa, el trabajo puede enriquecerse pidiéndoles que calculen la distancia real aproximada, siguiendo la ruta más corta y la más larga.

Como tarea puede solicitarles a los alumnos que en un mapa de su localidad elijan lugares para que describan rutas. Otros mapas de ciudades mexicanas pueden hallarse en la siguiente página: <www.travelbymexico.com/mapas/index.php>.

Conceptos y definiciones

Un *mapa* es la representación plana de una porción de territorio, de acuerdo a una escala. Generalmente contiene símbolos para identificar sitios importantes como escuelas, templos, mercados, etcétera. Es muy útil para saber con precisión dónde se encuentra un lugar o para movilizarse dentro de ese territorio.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos describan diferentes rutas en un mapa para ir de un lugar a otro e identifiquen aquellas en las que la distancia recorrida es la misma.

Consigna

En equipo, en el mapa del centro de Puebla que se presenta a continuación, describan tres rutas diferentes en las que se camine la misma distancia para ir del Zócalo al punto marcado con la letra A.

CENTRO DE PUEBLA**Contenido**

Cálculo de distancias reales a través de la medición aproximada de un punto a otro en un mapa.

Ruta 1

Ruta 2

Ruta 3

Comparen las rutas que describieron con las de otros compañeros del grupo y entre todos decidan si, efectivamente, en todas se camina la misma distancia.



Consideraciones previas

En este desafío se persiguen dos propósitos: que los alumnos desarrollen su habilidad para comunicar por escrito una ruta para trasladarse de un lugar a otro y que identifiquen rutas equivalentes en distancia recorrida.

Si se cuenta con la escala en que está hecho el mapa, puede enriquecerse el trabajo pidiendo que calculen la distancia real aproximada de la ruta más corta y de la más larga.

En las descripciones de los alumnos es importante que se consideren detalles como las vueltas a la derecha, a la izquierda, calles por las que hay que caminar, el número de cuadras a recorrer, etcétera.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos interpreten la escala gráfica de un mapa para calcular distancias reales.

Contenido

Cálculo de distancias reales a través de la medición aproximada de un punto a otro en un mapa.

Consigna

En equipo, calculen la distancia real aproximada entre los siguientes cerros. Den su respuesta en kilómetros.

a) De La Calavera a El Mirador

b) De El Picacho a Juan Grande

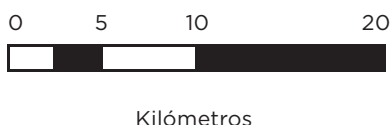
c) De San Juan a La Calavera

d) De Los Gallos a San Juan



Consideraciones previas

Para calcular las distancias pedidas, los alumnos tendrán que identificar la escala, que en este caso es gráfica, y aprender a interpretarla. Si a varios alumnos se les dificulta la interpretación, haga un alto en la actividad y, de manera grupal, pregúnteles cómo hacerlo y llegar a la conclusión de que el tamaño del segmento mayor en el mapa equivale a 20 kilómetros de distancia real, la mitad a 10 km y la cuarta parte a 5 km.



Los procedimientos para calcular la distancia pueden variar. Es probable que los alumnos marquen el tamaño del segmento y lo superpongan varias veces en la distancia pedida para dar un resultado aproximado. Puede ser que algunos midan el segmento que equivale a 20 km (o los de 0 a 5 km y de 5 a 10 km), después midan la distancia pedida y finalmente calculen el doble, el triple, etcétera; o bien es posible que se basen en el valor unitario a partir de la pregunta: ¿cuántos kilómetros equivalen a un centímetro del mapa?

Los resultados podrán tener un margen aceptable de error debido a la imprecisión de los instrumentos de medición o a la determinación de los puntos entre los que se calculará la distancia.

Como un ejercicio de tarea, se puede usar el mapa del estado en que viven los alumnos y cambiar las distancias a calcular. Hay mapas similares de todas las entidades de la república mexicana en la siguiente página electrónica del Inegi: <cuentame.inegi.org.mx>.

Ahí aparecen varios mapas de cada uno de los estados. Si se decide cambiar de mapa es necesario cuidar que contenga la escala de manera gráfica.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

18 Distancias a escala

Intención didáctica

Que los alumnos interpreten y usen la escala expresada como $m:n$ en un mapa para calcular distancias reales.

Contenido

Cálculo de distancias reales a través de la medición aproximada de un punto a otro en un mapa.

18 Distancias a escala

Consigna

En equipos, realicen lo que se pide.

Si la escala del siguiente mapa es $1:1000\,000$, calculen la distancia real aproximada, en kilómetros, entre los cerros:

- a) Grande y La Ocotera _____
- b) El Peón y Alcomún _____
- c) Espumilla y Volcancillos _____
- d) La Piedra Colorada y Volcán de Colima _____



Consideraciones previas

Para calcular las distancias pedidas, los alumnos tendrán que identificar la escala, que en este caso es numérica, y aprender a interpretarla. Si a varios alumnos se les dificulta esto, pregunte al grupo cómo interpretar la escala 1:1000 000. Se espera que alguno de los alumnos sepa que esta escala indica que cada unidad del mapa en la realidad son 1000 000 de unidades; por ejemplo, cada centímetro del mapa equivale a 1000 000 cm (10 000 m o 10 km). Es probable que para los alumnos sea difícil hacer esta conversión; si es así, apóyelos con preguntas como: ¿A cuántos centímetros equivale un metro?, ¿y 10 metros?, ¿1000 metros?, ¿un kilómetro?, ¿10 kilómetros?

Los procedimientos para calcular la distancia pueden ser variados. Quizá los alumnos midan en centímetros las distancias pedidas y multipliquen por 1000 000; de esta manera hallarán las distancias en centímetros, las cuales después tendrán que convertirlas a kilómetros. También puede ser que antes de hacer cálculos determinen que un centímetro del mapa equivale a 10 km de distancia real, y después de medir las distancias a determinar podrán multiplicar esta medida por 10 y encontrar el resultado directamente en kilómetros.

Es conveniente aprovechar la variación de los resultados para comentarles acerca de la imprecisión de los instrumentos de medición y lo indeterminado de la exactitud de los lugares donde se ubican los cerros.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos calculen porcentajes aplicando la correspondencia “por cada 100, n ”.

Contenido

Cálculo del tanto por ciento de cantidades mediante diversos procedimientos (aplicación de la correspondencia “por cada 100, n ”, aplicación de una fracción común o decimal, uso de 10% como base).

Consigna

En parejas, resuelvan lo siguiente.

Una casa de préstamos ofrece dinero cobrando intereses. Lo anuncia así:

Te prestamos desde \$100 hasta \$50 000
Paga un interés mensual de solamente 4%
Es decir:
Por cada \$100 paga sólo \$4



Calculen el interés mensual a pagar por las siguientes cantidades.

Cantidad (\$)	Interés (\$)	Cantidad (\$)	Interés (\$)
100		10 000	
200		50 000	
500		150	
1 000		2 650	
1 500		125	
2 500		1 625	

Consideraciones previas

Se espera que los alumnos concluyan que 4% indica que “por cada 100, 4” y calculen el interés sin recurrir a algoritmos (por ejemplo, que multipliquen la cantidad por 0.04). Para los primeros casos basta con calcular cuántas veces está contenido el 100 en esa cantidad para saber el interés por pagar. En el caso de \$150 se espera que los alumnos noten que si por \$100 se cobran \$4, por \$50 serán \$2 y por \$150, \$6. Un razonamiento similar se espera para \$125, mientras que para \$2650 y \$1625 los alumnos podrán hacer combinaciones entre otras cantidades cuyos intereses ya han calculado.

Se trata de que los alumnos empleen procedimientos diversos en el cálculo de porcentajes y no algoritmos convencionales, sin embargo, si algún alumno desea usarlos no se lo impida; al contrario, será interesante preguntarle acerca de dicha equivalencia y saber cómo la obtuvo.

Para enriquecer y reafirmar el trabajo, puede indicarles que otras casas de préstamo cobran intereses de 6%, 8%, etcétera, y hacer tablas similares que usted o los mismos alumnos propongan, ya sea en clase o como tarea.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos calculen porcentajes tomando como base el cálculo de 10 por ciento.

Contenido

Cálculo del tanto por ciento de cantidades mediante diversos procedimientos (aplicación de la correspondencia “por cada 100, n”, aplicación de una fracción común o decimal, uso de 10% como base).

Consigna 1

En equipos, resuelvan lo siguiente.

Luis, Ana y Javier venden artesanías, cada quien en su puesto del mercado. Decidieron ofrecer toda su mercancía con 10% de descuento. Completen la tabla.

		Luis	Ana	Javier
Sarape	Precio (\$)	100	140	80
	Descuento (\$)	10		
	Precio rebajado (\$)	90		
Aretes	Precio (\$)	50		
	Descuento (\$)		6	4
	Precio rebajado (\$)			
Blusa	Precio (\$)			
	Descuento (\$)	8		
	Precio rebajado (\$)		45	63

El 10% del precio de un artículo es igual a \$13. Completen la siguiente tabla.

Porcentajes	Descuento (\$)	Precio con descuento (\$)
5%		
10%	13	117
15%		
20%		
25%		
30%		
50%		65
75%		

Consigna 2

Individualmente, resuelve el siguiente problema.

En un mercado de artesanías se ofrecen algunos artículos con atractivos descuentos. Completa la tabla a partir de la información disponible en ella.

Artículo	Precio	Descuento	Cantidad a pagar
Collar	\$80	10%	
Rebozo	\$100		\$75
Pulsera	\$30	5%	
Camisa de manta	\$90		\$18
Florero	\$140	40%	
Mantel	\$120		\$60



Consideraciones previas

Es importante que en la confrontación de resultados se dé el tiempo suficiente a los equipos para que expliquen sus procedimientos, de esta manera se podrá analizar la diversidad de éstos. Cada vez que existan desacuerdos en algún procedimiento y resultado, se recomienda fomentar la discusión para que sean los propios alumnos quienes descubran el error.

Uno de los errores posibles consiste en anotar directamente el porcentaje en vez de la diferencia entre éste y el precio original, por lo que es importante estar atentos al proceso que realicen los alumnos.

En la primera consigna se espera que los alumnos noten que 10% es la décima parte de la cantidad y, por lo tanto, para calcular 10% sólo hay que dividir entre 10; mientras que, si se da el descuento, la cantidad inicial se calcula multiplicando por 10 dicho descuento. Para los casos en que los precios ya incluyen el descuento, los alumnos tendrán que comprender que esta cantidad representa 90% de la cantidad inicial, por lo que la novena parte es el 10 por ciento.

En la segunda tabla, puesto que ya se da 10%, se espera que los alumnos puedan calcular 5% (la mitad), 20% (el doble), etcétera; también se espera que porcentajes como 15% se calculen sumando 10% y 5 por ciento.

Es importante mencionar que en estos momentos de ninguna manera se pretende que los alumnos apliquen procedimientos estandarizados para el cálculo del porcentaje, por ejemplo, que para calcular 15% de una cantidad la multipliquen por 0.15. El propósito es que ellos construyan diversos procedimientos para el cálculo de porcentajes, basados en la comprensión de lo que significa tanto por ciento.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos interpreten adecuadamente la información que muestra una gráfica circular para responder algunas preguntas.

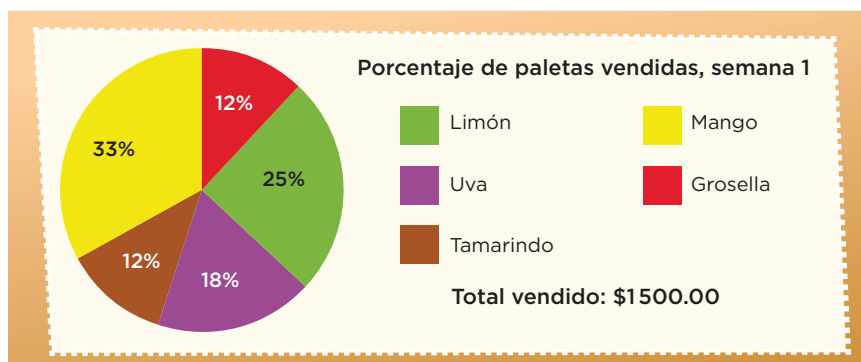
Contenido

Lectura de datos contenidos en tablas y gráficas circulares, para responder diversos cuestionamientos.

Consigna

En equipos, reúnanse para analizar, discutir y dar respuesta a las siguientes preguntas.

1. En la escuela donde estudia Juan Pedro, al final de cada semana se da el reporte de ventas de paletas mediante gráficas.



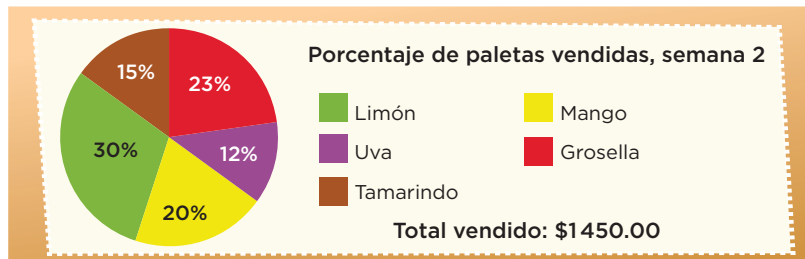
a) ¿Cuál sabor es el que más se vendió?

b) ¿Cuál es el sabor que menos se vendió?

c) Si las paletas cuestan \$5, ¿cuántas paletas se vendieron?

d) ¿Cuántas paletas de cada sabor se vendieron?

2. En la segunda semana se presentó la siguiente gráfica.



a) ¿Cuál sabor se vendió más esta semana?

b) ¿Cuál sabor se vendió menos?

c) Escribe los sabores que prefieren los niños de esta escuela durante esta semana; ordénalos de más a menos.

d) ¿Cuántas paletas se vendieron esta semana?

3. La empresa que elabora las paletas las vende a la escuela en \$3.50, ¿de cuánto ha sido la ganancia de la escuela en las dos semanas?

Niñas	13
Niños	17
Total de paletas en el grupo	30

4. En el salón de Juan Pedro hay 45 alumnos y les hicieron una encuesta acerca de quiénes y cuántas paletas habían consumido en la primera semana. Observa en la tabla de la izquierda la información obtenida.

¿Qué porcentaje del total de paletas fue consumido por el grupo de Juan Pedro? _____

Consideraciones previas

Los alumnos ya trabajaron desde quinto grado con porcentajes, así que se espera que en este desafío, donde tienen que interpretar adecuadamente la información que muestra una gráfica circular, no tengan dificultad en encontrar respuesta para las preguntas donde tienen que decir el sabor de las paletas vendidas. La dificultad estriba en que logren determinar el número total de paletas vendido en cada semana, pues éste no se da en la información de las gráficas. La estrategia inmediata para obtener esta cantidad consiste en que dividan el total vendido entre el costo de cada paleta; sin embargo, habrá que dejar que sean ellos quienes la descubran, o bien que usen alguna otra que después se comparta con el grupo para analizar su validez.

En cuanto al cálculo del número de paletas que representa cada porcentaje, los alumnos ya han resuelto situaciones semejantes. Por ejemplo, han calculado 10% de una cantidad y luego la quinta parte de lo obtenido, para tener 12% de una cantidad.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos completen la información de tablas con base en la que proporciona una gráfica circular, respondan preguntas en las que recurran a la información de ambas y saquen conclusiones.

Contenido

Lectura de datos contenidos en tablas y gráficas circulares, para responder diversos cuestionamientos.

Consigna

En equipos, reúnanse para analizar, comentar y resolver la siguiente actividad.

En la gráfica se muestra el porcentaje y el total de ingresos mensuales por la venta de los productos en la pastelería Siempre Hay.



1. Obtengan los datos que faltan en la tabla y complétenla.

Productos	Precio (\$)	Cantidad vendida
Elote	72	
Chocolate y fresas		8 pasteles
Frutas de temporada	120	
Tres leches		5 pasteles
Galletas (paquete)	30	
Gelatina		108 gelatinas

2. A partir de la información de la siguiente tabla y la anterior, respondan las preguntas.

Inversión por cada unidad de producto vendido	
Elote	\$37
Chocolate y fresas	\$90
Frutas de temporada	\$80
Tres leches	\$100
Galletas (paquete)	\$15
Gelatina	\$6

- a) ¿Qué producto se vende más?
- b) ¿Qué producto genera mayor ingreso con menor inversión?
- c) ¿En qué producto se invierte más y da menor ganancia?



Consideraciones previas

Es probable que este desafío se lleve a cabo en más de una sesión, pues para completar la tabla es necesario que los alumnos identifiquen qué datos requieren relacionar y hacer las operaciones que consideren pertinentes. En este caso hay que relacionar la cantidad vendida, el porcentaje de ventas y los datos que sí aparecen en la primera tabla.

Se espera también que haya discusión y reflexión acerca de las respuestas para los incisos *b* y *c*, donde seguramente habrá diversas respuestas que pueden considerarse correctas. Lo importante es analizar los argumentos que dan los alumnos para justificar sus respuestas. Por ejemplo, algunos podrán decir que el producto que genera mayor ingreso con menor inversión son las galletas, ya que se les gana 100%; otros argumentarán que es el pastel de elote, ya que la ganancia es de 94.5%; otros más podrían decir que en las gelatinas se invierte una cantidad menor, tienen un margen de ganancia de 66.6% y se vende una gran cantidad de ellas, incluso la respuesta a la primera pregunta ayuda a pensar en este producto. En fin, las respuestas pueden ser muy variadas, de acuerdo con el razonamiento que hagan los alumnos. Habrá que dejarlos que traten de convencer a sus compañeros con los argumentos que apoyan sus respuestas. Algo semejante puede suceder con la respuesta al inciso *c*.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Bloque II

2



Intención didáctica

Que los alumnos analicen las convenciones que se utilizan para representar números en la recta numérica, dados dos puntos cualesquiera.

Contenido

Ubicación de fracciones y decimales en la recta numérica en situaciones diversas. Por ejemplo, se quieren representar medios y la unidad está dividida en sextos, la unidad no está establecida, etcétera.

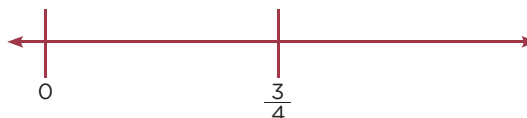
Consigna

En parejas, ubiquen en las rectas numéricas los números que se indican.

- a) 1
b) 2.5



- c) 1
d) $\frac{1}{2}$



- e) $1\frac{2}{5}$
f) $\frac{1}{5}$



- g) 0.5
h) 2



Consideraciones previas

En los problemas más simples sobre ubicación de números naturales, fracciones y decimales en la recta numérica, generalmente se conoce la posición del cero (0) y de la unidad (1), o de varias unidades (1, 2, 3, etcétera). Las actividades propuestas en este desafío son cognitivamente más exigentes porque, además de entender las convenciones para representar números en la recta, se requiere que los alumnos tengan claridad del sentido numérico de las fracciones y los decimales.

En esta tarea hay dos números ubicados en cada recta, con lo que ya queda predeterminada la unidad de longitud. Sin embargo, es probable que a los alumnos se les dificulte la ubicación de los números solicitados.

Un recurso útil, en algunos casos, consiste en ubicar el 1 y de ahí partir para los demás números. Por ejemplo, en la primera recta, la distancia dada es 2, por lo que el 1 estará a la mitad y, a su vez, a la mitad de 0 y 1 estará 0.5, distancia que puede llevarse después del 2 para ubicar el segundo punto.

En la segunda recta, los números 0 y $\frac{3}{4}$ llevan a reflexionar que se puede dividir esa distancia en tres partes iguales que representarán $\frac{1}{4}$ cada una, por lo que $\frac{1}{2}$ se ubicará en el mismo punto que $\frac{2}{4}$, ya que ambas fracciones son equivalentes. Para ubicar el 1, bastará con trasladar la distancia entre 0 y $\frac{1}{4}$ a partir del punto donde se ubica $\frac{3}{4}$.

Algunos alumnos probablemente recurrirán a tomar distancias con regla, otros quizá hagan dobleces de la recta, entre otras estrategias; aunque éstas pueden ser diversas —y por ello no será muy exacta la ubicación de los números—, es importante que todos tengan claridad de cómo y por qué los ubicaron ahí.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos reflexionen sobre la equivalencia y el orden entre expresiones fraccionarias y decimales.

Contenido

Ubicación de fracciones y decimales en la recta numérica en situaciones diversas. Por ejemplo, se quieren representar medios y la unidad está dividida en sextos, la unidad no está establecida, etcétera.

Consigna

En equipos, resuelvan el siguiente problema.

En la feria de San Nicolás se lleva a cabo una carrera de 5 km. A los 20 minutos de comenzada la carrera, los participantes llevan los siguientes avances:

- Don Joaquín, campesino, ha recorrido $\frac{1}{3}$ del total de la carrera.
- Pedro, estudiante de bachillerato, ha avanzado 0.8 del recorrido.
- Juana, ama de casa, ha avanzado $\frac{1}{4}$ del recorrido.
- Luisa, enfermera del centro de salud y atleta de corazón, ha recorrido $\frac{3}{4}$ de la carrera.
- Mariano, alumno de primaria, lleva apenas 0.25 del recorrido.
- Don Manuel, ganadero, lleva $\frac{4}{5}$ del total de la carrera.
- Luis, alumno de sexto grado, lleva 4 km recorridos.

a) Representen en la recta numérica las distancias recorridas por cada participante.



b) Contesten las siguientes preguntas.

¿Quiénes han recorrido mayor distancia?

¿Quiénes han recorrido menos?

¿Quién tiene mayor avance, el competidor que ha recorrido $\frac{4}{5}$ o el que ha recorrido 0.8? ¿Por qué?



¿Un competidor puede llevar $\frac{6}{4}$ del recorrido? Explica tu respuesta.

¿Qué significa que un corredor lleve $\frac{5}{5}$ del recorrido?

Consideraciones previas

La representación de fracciones y decimales en la recta numérica no es una tarea sencilla, sin embargo, una vez que los alumnos han comprendido cómo hacerlo, la recta numérica se convierte en un recurso eficaz para resolver problemas sobre el orden y la equivalencia de números.

Los alumnos pueden usar diferentes procedimientos al tratar de ubicar los números, pero tendrán que considerar el segmento de 5 km como unidad. Por ejemplo, quizá algunos decidan ubicar primero los kilómetros 1, 2, 3 y 4 para tomarlos como referencia. Después, al ubicar los puntos en los que van algunos competidores, se darán cuenta de que las primeras marcas hechas facilitan la ubicación de algunos pero dificultan la de otros; por ejemplo, Pedro, don Manuel y Luis van en el kilómetro 4, pero para don Joaquín $\frac{1}{3}$ de cinco kilómetros no es lo mismo que $\frac{1}{3}$ de un kilómetro.

Habrán quienes decidan hacer otra recta numérica y trasladar los valores. En este caso, habrá que verificar que las rectas representan la misma longitud. Si el docente nota que algún alumno usa una hoja rayada para dividir un segmento en partes iguales, conviene detener la actividad y pedir al alumno que comparta con el grupo lo que está haciendo. Las fracciones serán fácilmente ubicadas cuando esto se haya comprendido.

Es probable que los alumnos expresen como fracciones comunes los números decimales. De este modo, para ubicar en la recta numérica los casos de Mariano y Pedro, 0.8 se representará como $\frac{8}{10}$ o $\frac{4}{5}$ y 0.25 como $\frac{1}{4}$.

Es necesario enfatizar que los números se pueden representar de diferentes maneras y que la recta numérica es un recurso para ordenarlos.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos analicen las convenciones que se utilizan para representar números en la recta numérica, cuando se da un solo punto.

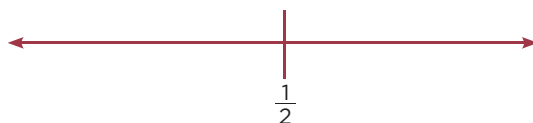
Consigna

Formen parejas y ubiquen en las rectas numéricas los números que se indican.

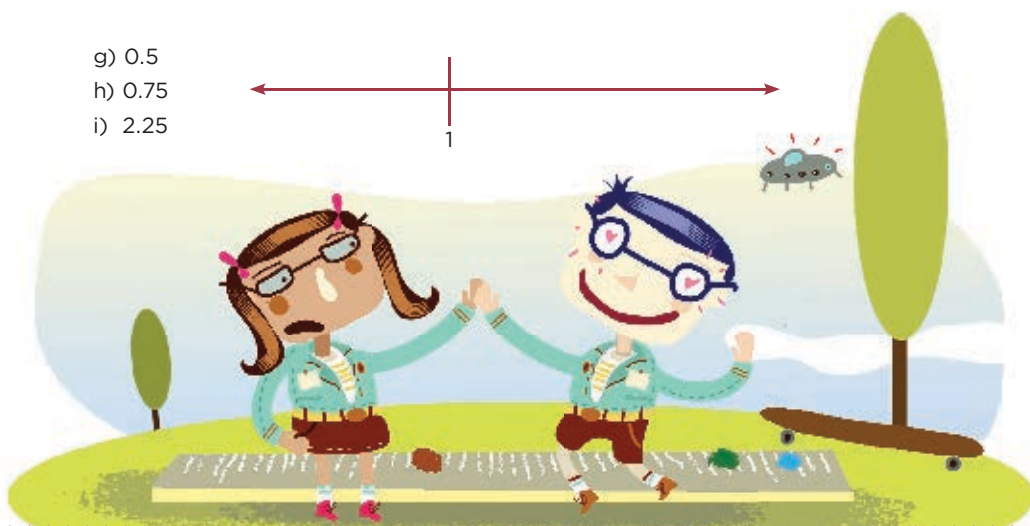
- a) 0
- b) 2.5
- c) 0.75



- d) $1\frac{1}{2}$
- e) $\frac{3}{4}$
- f) 0



- g) 0.5
- h) 0.75
- i) 2.25



Sexto grado | 47

Contenido

Ubicación de fracciones y decimales en la recta numérica en situaciones diversas. Por ejemplo, se quieren representar medios y la unidad está dividida en sextos, la unidad no está establecida, etcétera.

Consideraciones previas

El desafío anterior obligaba a los alumnos a reflexionar acerca de la longitud de la unidad, pero ésta ya estaba determinada con base en los dos puntos dados. Ahora, al tener un solo número ubicado en la recta, la unidad de longitud no está definida, por lo que los alumnos tendrán que decidirla con base en los números que tengan que ubicar.

Seguramente, a pesar de lo anterior, los alumnos seguirán considerando que deben localizar el cero donde empieza la recta, sin ver que la ubicación de éste dependerá de la longitud que le asignen al segmento que tomen como unidad.

En la primera recta, si ubican el cero donde inicia ésta, tendrán que conservar como unidad de longitud la distancia de 0 a 0.25 para localizar los otros dos números y se darán cuenta de que les falta espacio para ubicar el 2.5; aquí se esperaría que decidieran tomar como unidad de longitud entre 0 y 0.25 un segmento más pequeño que les permitiera ubicar los tres números solicitados.

Las conclusiones a las que se espera que lleguen los alumnos son:

- El cero puede ser ubicado en cualquier punto de la recta numérica, siempre y cuando sea a la izquierda del número ya establecido.
- La unidad de longitud que sirve como referencia para ubicar números en la recta numérica puede ser la distancia entre dos números cualesquiera.
- Si hay al menos dos números ubicados en la recta numérica, la unidad de longitud está definida. Si sólo hay un número, o ninguno, es necesario definir la unidad de longitud para ubicar otros números.
- La recta es un buen apoyo para comparar números.

Conceptos y definiciones

La *unidad de longitud* se refiere a la distancia que hay entre dos números cualesquiera y que sirve como referencia para ubicar otros números en la recta numérica.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos reflexionen acerca de la conveniencia o no de utilizar el algoritmo convencional para resolver multiplicaciones de un número por 10, 100 o 1000.

Consigna 1

Formen parejas para resolver el problema.

Una fábrica de dulces utiliza diferentes tamaños de bolsas para empacar sus productos; para el menudeo utiliza bolsas con 10 dulces; para el medio mayoreo, bolsas con 100 dulces; y para el mayoreo, bolsas con 1000 dulces. En la tabla se ha registrado la producción de dulces de dos días:

Total de bolsas llenas		Número de dulces en cada bolsa
Caramelo de fresa	3	100
Caramelo de limón	17	10
Chicle	4	1000
Chicloso	36	10
Chocolate amargo	23	100
Chocolate blanco	25	10
Dulce de tamarindo	81	100
Paleta de mango con chile	25	100
Paleta de sandía con chile	24	10

- a) Sin hacer operaciones, ¿de cuál dulce creen que se elaboró mayor cantidad? _____ ¿Y de cuál se fabricó menor cantidad? _____
- b) Realicen las operaciones necesarias y comprueben si sus respuestas son correctas.

**Contenido**

Construcción de reglas prácticas para multiplicar rápidamente por 10, 100, 1000, etcétera.

Consigna 2

Con otra pareja, realicen la actividad.

- Al mismo tiempo, las dos parejas van a resolver todas las multiplicaciones de la tabla.
- Se trata de saber cuál pareja las resuelve correctamente en el menor tiempo. La primera que termina dice: "¡Alto!".
- Después, entre las dos parejas revisan si los resultados anotados son correctos.

Número	$\times 10$	$\times 100$	$\times 1000$	$\times 10\,000$
4				
12				
145				
9				
36				
204				



Consideraciones previas

Para resolver la primera consigna los alumnos primero deberán hacer una estimación de cuánto aumenta una cantidad si se multiplica por 10, por 100 o por 1 000. Es posible que algunos respondan que en la fábrica esos días se elaboraron más chicles, porque consideran que el resultado de un número que se multiplica por 1 000 necesariamente será mayor que el resultado de un número que se multiplica por 10 o por 100; sin considerar qué relación de orden existe entre los números que están en juego.

Es muy probable que para comprobar sus respuestas, los alumnos recurran al algoritmo convencional de la multiplicación, ya que en grados anteriores ellos utilizaron este procedimiento para facilitar el cálculo de resultados de multiplicaciones con números de más de dos cifras y realicen operaciones como las siguientes.

$$\begin{array}{r}
 25 \\
 \times 100 \\
 \hline
 00 \\
 000 \\
 2500 \\
 \hline
 2500
 \end{array}$$

Es conveniente que durante la puesta en común se analicen las operaciones y se invite a reflexionar acerca de si existe otra forma de resolver este tipo de multiplicaciones sin necesidad de escribir tantos renglones de ceros y que implique menos tiempo.

En la segunda consigna un elemento que entra en juego es precisamente el tiempo; se espera que esta condición provoque en los alumnos el interés por utilizar un procedimiento que le permita resolver la multiplicación más rápido. Durante la puesta en común se puede pedir a las parejas ganadores de cada equipo para que comenten cómo lograron realizar las multiplicaciones en poco tiempo.

Si se cree conveniente se pueden resolver ejercicios semejantes variando los números.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen reglas prácticas para multiplicar rápidamente por 10, 100 y 1000.

Contenido

Construcción de reglas prácticas para multiplicar rápidamente por 10, 100, 1000, etcétera.

Consigna 1

En parejas, resuelvan estos problemas.

1. Realicen las siguientes operaciones lo más rápido posible, sin hacer cálculos escritos.

$$8 \times 10 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 10 \times 10 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$74 \times 10 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 153 \times 10 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$1546 \times 10 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 1740 \times 10 = \underline{\hspace{2cm}}$$

a) Verifiquen con calculadora si sus resultados son correctos.

b) ¿Qué relación encuentran entre los resultados y el primer factor de cada operación?

c) Escriban una conclusión relacionada con lo que observaron en sus resultados.



2. ¿Cuáles de estos números son el resultado de una multiplicación por 100?

450 400 2350 2300 12500 4005 1000

a) Escribanlos.

b) Verifiquen con la calculadora.

c) Escriban una conclusión relacionada con lo que observaron en sus resultados.



3. Completen las expresiones sin hacer cálculos escritos.

45 x _____ = 4500	13 x _____ = 13 000
128 x _____ = 1280	450 x _____ = 45 000
17 x _____ = 17 000	29 x _____ = 29 000
100 x _____ = 800	1000 x _____ = 50 000
10 x _____ = 320	1000 x _____ = 72 000

a) Verifiquen sus resultados con la calculadora.

4. A partir de los resultados observados en los problemas anteriores, elaboren una regla que les sirva para resolver rápidamente multiplicaciones por 10, 100 o 1000.

Consigna 2

Resuelvan los siguientes problemas.

¿Por cuánto se tiene que multiplicar cada número para obtener el resultado de la derecha? Anoten las multiplicaciones en el espacio que corresponda.

Multiplicación	Resultado
24 _____	2400
17 _____	340
80 _____	2400
52 _____	2080
381 _____	7620



Consideraciones previas

Seguramente los alumnos conocen los resultados de multiplicaciones como 8×10 o 10×10 , y el principio de agregar un cero para obtener el resultado. En el primer problema, se espera que por sí mismos identifiquen que pueden aplicar el mismo principio para prescindir del cálculo escrito y encontrar los resultados del resto de las multiplicaciones. Lo interesante del problema es que ellos analicen esta estrategia y la expresen a manera de conclusión.

En el segundo problema los alumnos tendrán que aplicar de forma inversa el principio estudiado en el problema anterior y adecuarlo para encontrar la relación que pudiera existir entre el número y la posición de los ceros de los resultados presentados y el 100. Se espera que ellos reconozcan que los números que fueron multiplicados por 100 son 4, 23, 125. En el caso en que se obtuvo 1000, es posible que la mayoría de los alumnos afirmen que éste es el resultado de multiplicar 10×100 , lo cual sin duda es correcto; aunque también se podría presentar que alguno llegue a la conclusión de que 1000 es resultado de multiplicar 1×1000 , y que lo supiera a partir del número de ceros de éste.

Con las expresiones del tercer problema se retoman los procesos anteriores, pues para completarlas los alumnos deben escribir el número o la potencia de 10 que originó cada resultado; el repertorio de multiplicaciones se amplía al integrar casos en los que se multiplique por 1000.

Un elemento común en los tres problemas es que los alumnos utilicen la calculadora para verificar sus resultados, con la intención de agilizar el proceso de comprobación y centrar su atención en las regularidades de los productos obtenidos.

Es importante considerar que las conclusiones obtenidas por los alumnos para cada problema son fundamentales para la elaboración de la regla.

Materiales

Para cada pareja:

- Calculadora.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos definan los prismas y las pirámides, así como sus alturas.

Contenido

Definición y distinción entre prismas y pirámides; su clasificación y la ubicación de sus alturas.

Consigna

En parejas, hagan lo que se pide en cada caso.

1. Al desplazar un hexágono sobre un eje vertical que pasa por su centro y unir los vértices correspondientes, se forma el siguiente cuerpo geométrico.

- a) ¿Cuántas caras laterales tiene?

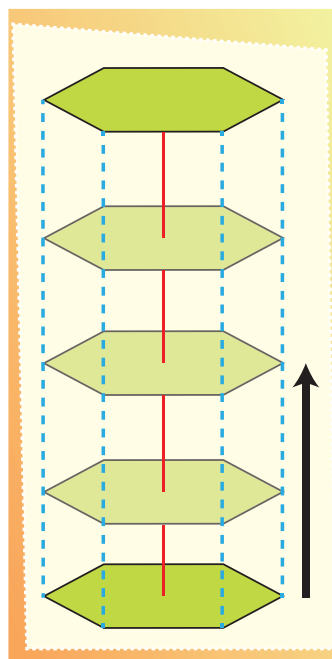
¿Qué forma tienen y cómo son entre sí?

- b) ¿Cuántas bases tiene el cuerpo?

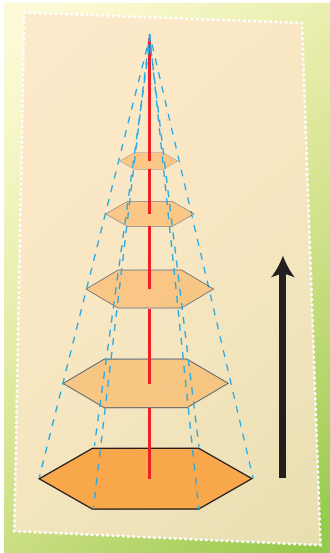
¿Qué forma tienen y cómo son entre sí?

- c) ¿Qué nombre recibe el cuerpo geométrico formado?

- d) ¿Qué representa la longitud del desplazamiento del hexágono?



2. El siguiente cuerpo geométrico se forma al desplazar sobre un eje vertical un hexágono que se va reduciendo proporcionalmente en tamaño hasta convertirse en un punto.



a) ¿Cuántas caras laterales tiene?

¿Qué forma tienen las caras y cómo son entre sí?

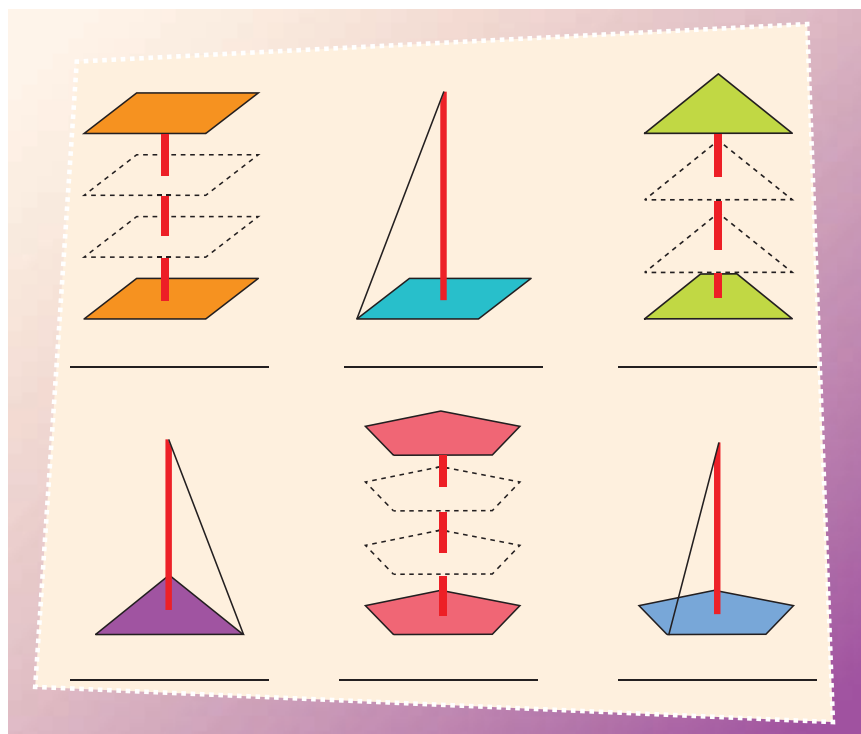
b) ¿Cuántas bases tiene?

c) ¿Qué nombre recibe el cuerpo geométrico formado?

d) ¿Qué representa la longitud del eje de desplazamiento del hexágono?



3. Utilicen una regla o escuadra para terminar de dibujar los siguientes prismas y pirámides. Escriban su nombre completo de acuerdo con la forma de sus bases.



4. Escriban las características que diferencian a los prismas de las pirámides.

5. De acuerdo con lo anterior, escriban las definiciones de:

a) Prisma:

b) Pirámide:

c) Altura de un prisma:

d) Altura de una pirámide:



Consideraciones previas

La idea central de este desafío es que los alumnos puedan distinguir entre prismas y pirámides, y elaboren la definición de cada uno. Una manera de diferenciarlos es pensar que se generan a partir de desplazamientos; en el caso de un prisma, se genera por el desplazamiento de un polígono sobre un eje vertical que pasa por su centro; mientras que las pirámides se generan al desplazar sobre un eje vertical un polígono que se va reduciendo proporcionalmente de tamaño hasta convertirse en un punto.

En caso necesario, usted puede mostrar la generación de prismas a partir del desplazamiento de dos polígonos iguales unidos a través de hilos, ligas, palillos, etcétera, tal como se muestra enseguida.



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

La intención de las preguntas de la actividad es que los alumnos identifiquen las características de prismas y las pirámides, estableciendo relaciones entre los diferentes elementos de los cuerpos; por ejemplo, que logren deducir que el número de caras laterales coincide con el número de lados de la base.

Una característica importante para diferenciar los cuerpos analizados es que un prisma tiene dos bases iguales y sus caras laterales son rectángulos, mientras que las pirámides tienen sólo una base y sus caras laterales son triángulos.

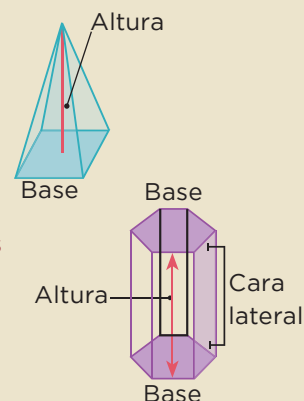
En el caso de los prismas, la altura es la distancia que existe entre las bases, en tanto que en las pirámides es el segmento perpendicular a la base, que coincide con el vértice común a todas las caras laterales.

Conceptos y definiciones

Pirámide y prisma son cuerpos geométricos limitados por polígonos a los que se les llama caras.

En la pirámide, una de las caras es un polígono al que se denomina base de la pirámide; las demás caras son triángulos con un vértice común. Las pirámides se nombran de acuerdo con el polígono base: triangulares, cuadrangulares, rectangulares, etcétera.

El prisma tiene dos caras iguales y paralelas llamadas bases, mientras que todas sus caras laterales están conformadas por rectángulos. De acuerdo con sus bases, un prisma puede ser triangular, rectangular, cuadrangular, pentagonal, etcétera.



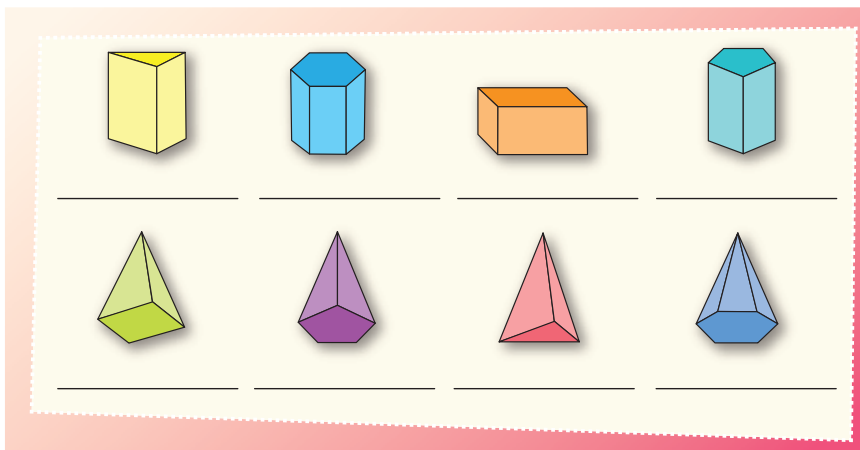
Intención didáctica

Que los alumnos analicen las características de los prismas y las pirámides.

Consigna

En equipos, hagan lo que se pide a continuación.

1. Escriban sobre la línea el nombre de cada cuerpo geométrico.



2. Anoten los datos que hacen falta en la siguiente tabla.

Cuerpo geométrico	Polígono de la base	Número de caras laterales	Aristas	Vértices
Prisma triangular				6
Pirámide cuadrangular			8	
Prisma _____	Rectángulo			
Pirámide _____		6		
Prisma hexagonal				
Pirámide _____	Pentágono			
Prisma _____		5		
Pirámide _____			6	

Contenido

Definición y distinción entre prismas y pirámides; su clasificación y la ubicación de sus alturas.

3. Escriban Sí o No, según corresponda.

Características del cuerpo geométrico	Prisma	Pirámide
Tiene una base		
Tiene dos bases		
Las bases son polígonos		
Las bases son círculos		
Las caras laterales son triángulos		
Las caras laterales son rectángulos		



Consideraciones previas

Al determinar los nombres de los cuerpos es posible que los alumnos únicamente escriban prisma o pirámide; si así sucede, invítelos a que identifiquen la diferencia entre todas las pirámides y todos los prismas, hasta concluir que la forma de la base es la que determina el nombre específico del cuerpo. Así, tenemos prismas o pirámides triangulares, rectangulares, cuadrangulares, pentagonales, hexagonales, etcétera.

Una vez que los alumnos logren determinar el nombre de prismas y pirámides según la forma de su base, se debe centrar la reflexión en el reconocimiento de las caras laterales, así como del número de aristas y vértices.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan, con distintos procedimientos, problemas en los que se requiere calcular el porcentaje de una cantidad.

Contenido

Resolución, mediante diferentes procedimientos, de problemas que impliquen la noción de porcentaje: aplicación de porcentajes, determinación, en casos sencillos, del porcentaje que representa una cantidad (10%, 20%, 50%, 75%); aplicación de porcentajes mayores que 100%.

Consigna

En equipos, resuelvan el siguiente problema.

En un almacén hay una promoción de 25% de descuento en todos los artículos, aunque también hay que pagar 16% de IVA.

¿Cuál es el precio final de un refrigerador con un precio de lista de \$4 200?



Consideraciones previas

La finalidad de este desafío es que los alumnos calculen porcentajes menores a 100%, mediante diferentes estrategias. Para calcular 25% de 4 200, es probable que los alumnos utilicen alguno de estos procedimientos.

- A partir de que el 10% es 420 y el 5% es 210, el resultado de $420 + 420 + 210$ representa el 25%.
- La mitad (2100) es el 50% y la mitad de la mitad (1050) es el 25%.
- Multiplicar por $\frac{25}{100}$ o bien por $\frac{1}{4}$.
- Si los alumnos multiplican por 0.25 para realizar el cálculo, se debe considerar este procedimiento como uno más y no como el único y obligatorio.

Es muy probable que, para resolver el problema, los estudiantes primero apliquen el descuento de 25% y después al resultado le incrementen 16% de IVA. Una pregunta interesante para que reflexionen es: “Si hay un descuento de 25% y un aumento de 16%, ¿se obtiene directamente el precio del refrigerador al descontar únicamente 9%?” También valdría la pena que analizaran si el orden en el que se aplican el descuento y el incremento afecta el precio final.

Por último, se sugiere advertir que, en general, el precio de un artículo con un descuento de 25% se puede obtener directamente al calcular el 75%, en lugar de calcular 25% y luego hacer la resta.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos encuentren formas de calcular el porcentaje que representa una cantidad respecto a otra.

Contenido

Resolución, mediante diferentes procedimientos, de problemas que impliquen la noción de porcentaje: aplicación de porcentajes, determinación, en casos sencillos, del porcentaje que representa una cantidad (10%, 20%, 50%, 75%); aplicación de porcentajes mayores que 100%.

Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas.

1. Pepe logró ahorrar \$500.00 y con ese dinero decidió comprar un reloj que costaba \$450.00; al pagarlo, se enteró que tenía un descuento. ¿Qué porcentaje le descontaron, si al salir de la tienda aún tenía \$140.00 de sus ahorros?
2. En la tienda donde Pepe compró su reloj había otros artículos con descuento, pero la etiqueta sólo indicaba el precio de lista y el precio rebajado. Encuentra los porcentajes de descuento y regístralos en la tabla.

Artículo		Descuento
	De \$300.00 a \$120.00	60%
	De \$70.00 a \$45.50	
	De \$220.00 a \$110.00	
	De \$145.00 a \$123.25	

Consideraciones previas

Ahora se trata de calcular qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra. Para resolver el primer problema hay que averiguar qué tanto por ciento representa \$90 (descuento) respecto a \$450 (precio de lista). El problema incluye un dato que puede confundir a los alumnos: el dinero ahorrado. Por tanto, es necesario que el texto se interprete adecuadamente. Algunas confusiones pueden ser:

- Que para obtener el precio del reloj, con descuento, resten 140 a 450 y no a 500, como debe ser.
- El problema pide el descuento, es decir, el porcentaje que representa \$90 respecto a \$450. Es muy probable que los estudiantes calculen el porcentaje que representa el precio final (\$360) respecto del precio de lista (\$450) y den como respuesta ese resultado.

Los porcentajes son de uso común, por tanto, se sugiere solicitar a los alumnos que investiguen algunas aplicaciones y que inventen algunos problemas para proponerlos a todo el grupo.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos busquen maneras para calcular porcentajes mayores a 100%.

Contenido

Resolución, mediante diferentes procedimientos, de problemas que impliquen la noción de porcentaje: aplicación de porcentajes, determinación, en casos sencillos, del porcentaje que representa una cantidad (10%, 20%, 50%, 75%); aplicación de porcentajes mayores que 100%.

Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas. Pueden auxiliarse con su calculadora.

1. El precio de una refacción es de \$240.00. A esta cantidad se debe agregar 16% de IVA. ¿Cuál es el precio de la refacción con el IVA incluido?
2. Otra refacción cuesta \$415.28, con el IVA incluido. ¿Cuál es el precio de la refacción sin el IVA?



Consideraciones previas

Para resolver el primer problema, es muy probable que los alumnos calculen primero 16% de \$240 y sumen el resultado a \$240; esto es correcto, sin embargo, conviene preguntarles: “¿Habrá alguna manera de resolver el problema con una sola cuenta?” Se trata de llevarlos a pensar que lo que se quiere calcular es 116% de \$240, es decir, al 100% agregarle 16%.

La pregunta entonces es  c mo calcular 116% de 240? Una manera es multiplicar por $\frac{116}{100}$, es decir, multiplicar 240 por 116 y después dividir el resultado entre 100, con lo que se obtiene \$278.40. Otra manera consiste en multiplicar 240 por 1.16, ya que multiplicar por 1 equivale a calcular el 100%, por tanto 1.16 equivale a calcular el 116%. Es necesario analizar ambas formas de c culo durante la puesta en común.

El segundo problema lleva a pensar que 415.28 es el 116% y, a partir de ello, calcular el 100%. Una posibilidad es dividir 415.28 en 116 partes y el resultado (una parte) multiplicarlo por 100.

Con la finalidad de practicar el c culo de porcentajes mayores a 100%, se sugiere solicitar a los estudiantes que investiguen los precios de hace 5 o 10 años de productos de uso común, y que calculen el porcentaje en que han aumentado hasta la fecha.

Observaciones posteriores

1.  Cu les fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2.  Qu  hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3.  Qu  cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos interpreten y usen información explícita e implícita contenida en tablas.

Contenido

Lectura de datos, explícitos o implícitos, contenidos en diversos portadores para responder preguntas.

Consigna

En parejas, resuelvan los siguientes problemas.

1. Enseguida se muestran dos tablas que corresponden a dos tipos diferentes de leche. Lean la información que presentan y respondan las preguntas siguientes.

Contenido nutrimental de la leche Alfa fortificada		Contenido nutrimental de la leche Alfa sin fortificar	
Consumo diario recomendado: 400 ml		Consumo diario recomendado: 400 ml	
Nutrimento	Contenido por 1 L de leche	Nutrimento	Contenido por 1 L de leche
Energía (kcal)	592	Energía (kcal)	592
Proteína (g)	31.2	Proteína (g)	31.2
Grasa total (g)	31.2	Grasa total (g)	31.2
Hidratos de carbono (g)	46.8	Hidratos de carbono (g)	46.8
Sodio (mg)	445	Sodio (mg)	445
Hierro (mg)	13.2	Hierro (mg)	0.4
Zinc (mg)	13.2	Zinc (mg)	4
Vitamina A (mg)	540	Vitamina A (mg)	540
Vitamina D (mg)	4.5	Vitamina D (mg)	4.5
Vitamina C (mg)	120	Vitamina C (mg)	17
Vitamina B12 (mg)	1.1	Vitamina B12 (mg)	1.1
Ácido fólico (mg)	80.4	Ácido fólico (mg)	60
Vitamina B2 (mg)	1.3	Vitamina B2 (mg)	1.3

- a) El ácido fólico ayuda a la buena formación de las células sanguíneas. ¿Qué le conviene más a una mujer embarazada: tomar leche fortificada o sin fortificar?

¿Por qué?

- b) ¿Cuánta energía proporciona un vaso de leche de 250 ml?
- _____

- c) ¿Cuál es la cantidad de leche que se recomienda tomar diariamente?
- _____

- d) La vitamina C ayuda al sistema inmunológico. ¿Qué tipo de leche es más recomendable para ayudar en el tratamiento de enfermedades infecciosas?
- _____

- e) ¿Qué significa que la leche esté fortificada?
- _____



2. Con base en la siguiente información, contesten las preguntas.

Composición nutricional comparativa de 100 g de arroz		
Composición	Integral	Refinado
Kcal	350	354
Grasa (g)	2.2	0.9
Proteína (g)	7.25	6.67
Hidratos de carbono (g)	74.1	81.6
Índice glicémico	50	70
Fibra (g)	2.22	1.4
Potasio (mg)	238	109
Sodio (mg)	10	3.9
Fósforo (mg)	310	150
Calcio (mg)	21	14
Magnesio (mg)	110	31
Hierro (mg)	1.7	0.8
Zinc (mg)	1.6	1.5
Selenio (mg)	10	7
Yodo (mg)	2.2	14
Vitamina B1 (mg)	0.41	0.05
Vitamina B2 (mg)	0.09	0.04
Vitamina B3 (mg)	6.6	4.87
Vitamina B6 (mg)	0.275	0.2
Ácido fólico (µg)	49	20
Vitamina E (mg)	0.74	0.076

Fuente: www.vida-sana.es

a) ¿Qué tipo de arroz aporta más vitamina B1?

b) ¿Qué tipo de arroz proporciona mayor cantidad de yodo al organismo?

c) ¿Qué tipo de arroz aporta mayor cantidad de fibra?

d) El complejo B (formado por diferentes vitaminas tipo B) ayuda al mejor funcionamiento del sistema nervioso. ¿Cuántos miligramos de este complejo aporta el arroz refinado?

e) La deficiencia de potasio en el organismo puede causar debilidad muscular. El cuerpo de una persona mayor de 10 años requiere una cantidad aproximada de 2000 mg al día*. ¿Qué tipo de arroz es preferible que consuma una persona? Explica tu respuesta.

f) ¿Qué tipo de arroz es preferible comer? Explica tu respuesta.



* Fuente: www.botanical-online.com



Consideraciones previas

Muchas de las preguntas que se plantean en este desafío se pueden contestar directamente con la información que hay en las tablas, sólo es necesario que los alumnos lean con cuidado para que no confundan los datos que se dan.

En algunas preguntas, además de leer con cuidado, es necesario hacer operaciones, por ejemplo, en la pregunta 1, inciso *b*, hay que calcular la cuarta parte de 592 kcal, puesto que esta cantidad corresponde a un litro de leche y se pregunta cuánta energía proporcionan 250 ml, que es la cuarta parte de un litro.

Hay otras preguntas que requieren una observación general de las tablas, por ejemplo, cuando se pregunta qué significa que la leche sea fortificada, los alumnos deberán apreciar las diferencias en las cantidades de algunas sustancias. También se les puede dejar como tarea que investiguen acerca de los efectos que puede tener en el organismo el consumo constante o abundante de los ingredientes con que se elaboran los refrescos o sodas y presenten sus conclusiones al grupo.

Ingredientes de un refresco (soda)
Agua carbonatada
Ácido cítrico
Benzonato de sodio
Acesulfame K
Color artificial

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos interpreten información contenida en tablas y gráficas.

Consigna

En parejas, contesten las preguntas que se plantean en cada problema.

1. La siguiente tabla muestra la extensión territorial de los 15 países más grandes del mundo.

País	Superficie total (km²)
Federación Rusa	17 075 200
Canadá	9 984 670
Estados Unidos de América	9 631 420
China	9 596 960
Brasil	8 511 965
Australia	7 686 850
India	3 287 590
Argentina	2 766 890
Kazajistán	2 717 300
Sudán	2 505 810
Argelia	2 381 740
República Democrática del Congo	2 344 858
Arabia Saudita	2 149 690
México	1 964 375
Indonesia	1 910 931

Fuente: INEGI, *Anuario estadístico de los Estados Unidos Mexicanos*, 2010.

Contenido

Lectura de datos, explícitos o implícitos, contenidos en diversos portadores para responder preguntas.

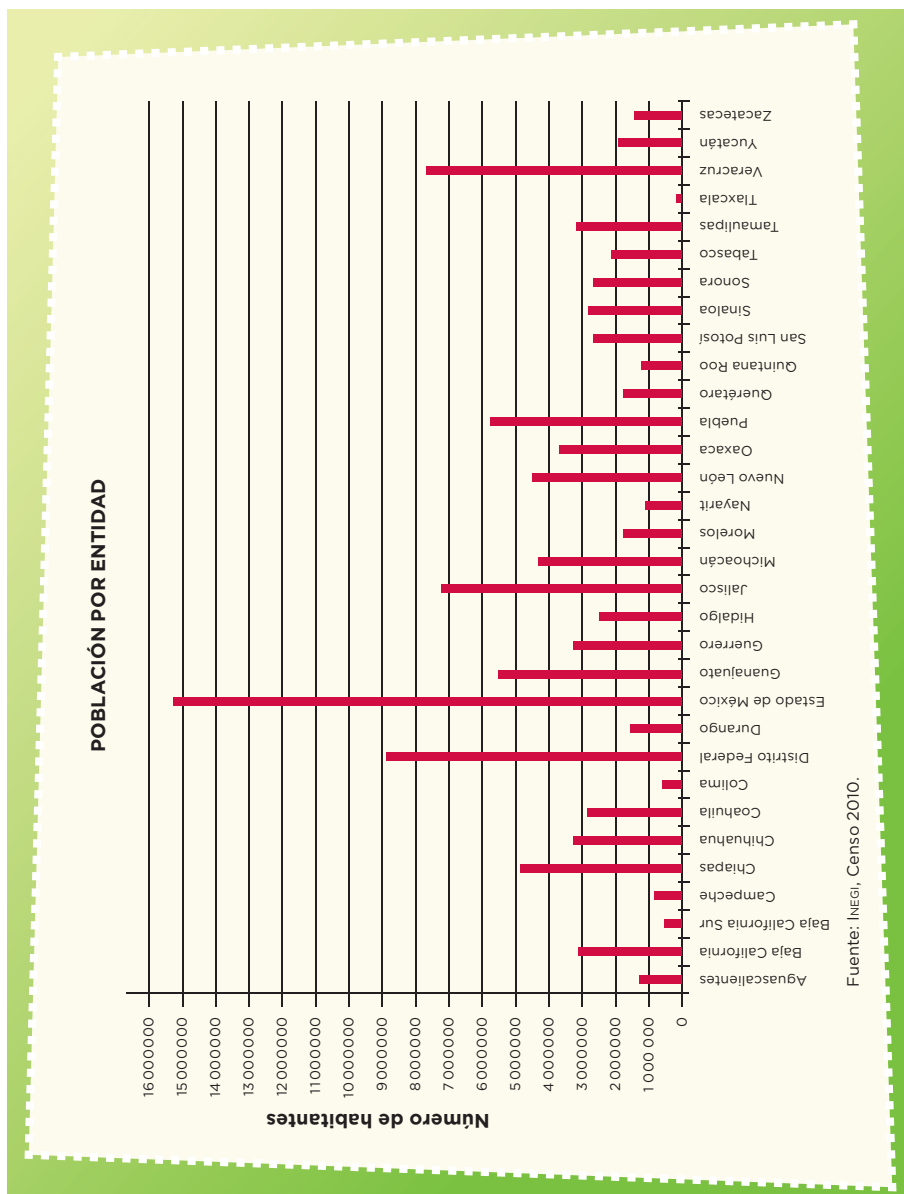
- a) ¿Cuál es la extensión del territorio mexicano?
-
- b) ¿En qué orden se organizaron los datos de la tabla?
-
- c) ¿Qué lugar ocupa México por la extensión de su territorio?
-
- d) ¿Cuál es el país más grande del mundo?
-
- e) ¿Cuántos y cuáles países de América se encuentran entre los más grandes del mundo?
-
- f) ¿Qué lugar ocupa México entre los países de América con base en su extensión territorial?
-
- g) Muchas veces se dice que México tiene una superficie de 2 000 000 km². ¿Por qué creen que se diga eso?
-



2. Con la información de las siguientes tabla y gráfica, respondan las preguntas.

Entidad federativa	Capital	km ²
Aguascalientes	Aguascalientes	5 589
Baja California	Mexicali	70 113
Baja California Sur	La Paz	73 677
Campeche	Campeche	51 833
Chiapas	Tuxtla Gutiérrez	73 887
Chihuahua	Chihuahua	247 087
Coahuila	Saltillo	151 571
Colima	Colima	5 455
Distrito Federal	-----	1 499
Durango	Durango	73 677
Estado de México	Toluca	21 461
Guanajuato	Guanajuato	30 589
Guerrero	Chilpancingo	63 794
Hidalgo	Pachuca	20 987
Jalisco	Guadalajara	80 137
Michoacán	Morelia	59 864
Morelos	Cuernavaca	4 941
Nayarit	Tepic	27 621
Nuevo León	Monterrey	64 555
Oaxaca	Oaxaca	95 364
Puebla	Puebla	33 919
Querétaro	Querétaro	11 769
Quintana Roo	Chetumal	50 350
San Luis Potosí	San Luis Potosí	62 848
Sinaloa	Culiacán	58 092
Sonora	Hermosillo	184 934
Tabasco	Villahermosa	24 661
Tamaulipas	Ciudad Victoria	79 829
Tlaxcala	Tlaxcala	3 914
Veracruz	Xalapa	72 815
Yucatán	Mérida	39 340
Zacatecas	Zacatecas	75 040

Fuente: INEGI, Censo 2010.



a) ¿Cuál es la entidad federativa con mayor extensión territorial?

b) ¿Cuál es la entidad más pequeña?

c) La entidad en que viven, ¿qué lugar ocupa de acuerdo con el tamaño de su territorio?

d) ¿Cuáles son los tres estados más grandes de la república mexicana?

e) ¿Qué entidades tienen menos de 10 000 km²?

f) ¿Qué entidad tiene mayor población?

g) ¿Cuál es la entidad con menor número de habitantes?

h) ¿Qué lugar ocupa su entidad con respecto al número de habitantes?



i) ¿Qué entidades tienen menos de un millón de habitantes?

j) ¿Consideran que el número de habitantes es proporcional a la extensión territorial de las entidades? ¿Por qué?

Consideraciones previas

La información estadística aparece frecuentemente en los medios de comunicación: televisión, periódicos, revistas, etcétera, y se nos presenta de diversas formas, generalmente expresada en tablas, otras veces en gráficas o en una combinación de ambas.

Es importante desarrollar en los alumnos la habilidad para leer esta información y sacar conclusiones. Las preguntas que aquí se plantean tienen este propósito, así que será importante ayudar a los alumnos en el análisis de las respuestas y argumentos que formulen. Por ejemplo, en la última pregunta del desafío (problema 2, inciso *j*) no se pide una respuesta numérica, sino que se analice que no necesariamente a mayor extensión territorial le corresponde mayor población y mucho menos que haya una relación de proporcionalidad entre ambas.

Las preguntas relacionadas con la extensión territorial de las entidades federativas pueden responderse sin que haya necesidad de ordenarlas por la cantidad de kilómetros cuadrados. Sin embargo, si algún alumno recurre a este procedimiento para identificar en qué lugar se ubica su entidad, será importante contrastarlo con alguna estrategia más rápida, como numerar las entidades de acuerdo con su extensión o alguna otra.

En este caso, además de analizar la información que se presenta, los alumnos podrán reflexionar acerca de la distribución de la población en el territorio nacional, entre otros aspectos.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Bloque III



Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que implican comparar fracciones y decimales.

Contenido

Identificación de una fracción o un decimal entre dos fracciones o decimales dados. Acercamiento a la propiedad de densidad de los racionales, en contraste con los números naturales.

Consigna

En equipos, analicen la siguiente situación y contesten lo que se pide.

A los alumnos de un grupo de sexto grado se les solicitó la medida de su estatura. Los únicos que la sabían la registraron de la siguiente manera: Daniel, 1.4 m; Alicia, un metro con 30 cm; Fernando $1\frac{1}{4}$ m; Mauricio, 1.50 m; Pedro, metro y medio; Sofía $1\frac{1}{5}$ m y Teresa dijo que medía más o menos 1.50 m.



a) ¿Quién es el más bajo de estatura?

b) ¿Hay alumnos que miden lo mismo?

¿Quiénes?

c) Teresa no sabe exactamente su estatura, pero al compararse con sus compañeros se da cuenta de que es más alta que Daniel y más baja que Pedro. ¿Cuánto creen que mide?

Consideraciones previas

Los alumnos han comparado antes fracciones y decimales por separado; ahora compararán, además de decimales con decimales y de fracciones con fracciones, decimales con fracciones. Una forma de hacer esto último es convertir las fracciones en decimales y comparar las dos escrituras en notación decimal; si los estudiantes no reconocen equivalencias usuales como $\frac{1}{4} = 0.25$ y $\frac{1}{5} = 0.20$ (dado que más adelante se estudia la conversión de decimales y fracciones, y viceversa), la comparación puede realizarse si se ubican los números en una recta numérica.

En la consigna, para obtener la estatura de Teresa los estudiantes tienen que buscar un número mayor que 1.4 y menor que 1.5; ejercicios semejantes se han trabajado antes y se trabajarán en el siguiente desafío, en el que se analiza la propiedad de densidad de los decimales. La respuesta al inciso c, utilizando dos cifras decimales, puede arrojar varios resultados: desde 1.41, 1.42 o 1.43 m, hasta 1.49 m.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen algunas diferencias entre el orden de los decimales y el orden de los números naturales, a partir de la propiedad de densidad.

Contenido

Identificación de una fracción o un decimal entre dos fracciones o decimales dados. Acercamiento a la propiedad de densidad de los racionales, en contraste con los números naturales.

Consigna

En parejas, lleven a cabo las siguientes actividades.

1. Representen en una recta numérica los números naturales indicados e identifiquen entre ellos un tercer número natural.

a) 6 y 8



b) 4 y 5



2. Representen en una recta numérica los números decimales indicados e identifiquen entre ellos un tercer número decimal.

a) 1.2 y 1.3



b) 1.23 y 1.24



3. Con base en las actividades anteriores, respondan las siguientes preguntas.

a) ¿Cuál es el sucesor de 6?

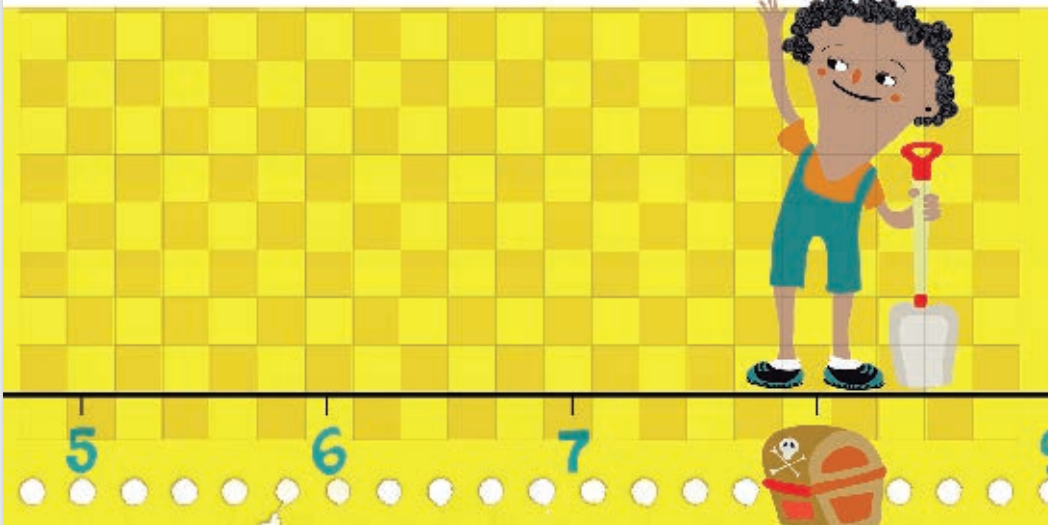
b) ¿Todos los números naturales tienen un sucesor?

¿Por qué?

c) ¿Cuál es el sucesor de 1.2?

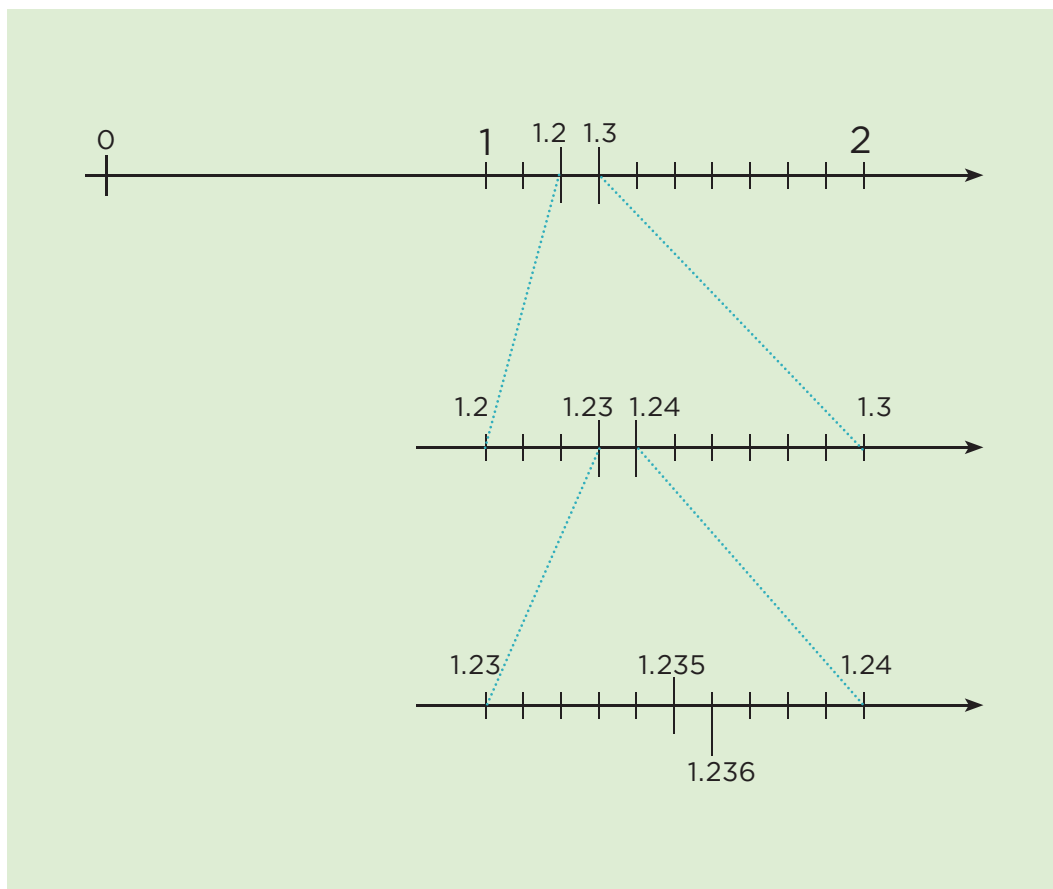
d) ¿Todos los números decimales tienen un sucesor?

¿Por qué?



Consideraciones previas

Las actividades de este desafío están diseñadas para que los estudiantes verifiquen que entre dos números decimales siempre es posible identificar otro decimal, característica que no poseen los números naturales (por ejemplo, entre 4 y 5 no existe otro número natural). Es posible que los alumnos piensen que los decimales de cada pareja son consecutivos y, por lo tanto, les cueste trabajo imaginarse que entre ellos haya otros números decimales. Ante esto, se les puede pedir que amplíen los segmentos de recta que los separan y que los subdividan en 10 partes iguales y preguntarles: “¿Cada división representa otro número decimal?, ¿cuál?”.



La finalidad de ubicar un natural entre dos naturales consecutivos y un decimal entre otros dos, es que los estudiantes reflexionen sobre las diferencias en el orden tanto de los naturales como de los decimales.

Algunos aspectos que se sugiere discutir son:

- Todos los naturales tienen un sucesor.
- Todos los naturales tienen un antecesor, a excepción del 1, si consideramos a los naturales como 1, 2, 3, etcétera.
- Entre dos naturales consecutivos no es posible colocar otro número natural.
- Los números decimales no tienen sucesor ni antecesor, por tanto, entre dos de ellos siempre es posible encontrar otro.

Conceptos y definiciones

La propiedad de *densidad de los números decimales* establece que entre cualquier par de números decimales siempre es posible incorporar otro número decimal. Por ejemplo, entre 0.1 y 0.2 se hallan 0.11, 0.12, ..., 0.15, etcétera.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen las características de los múltiplos de algunos números mediante el análisis de la tabla pitagórica y concluyan cómo se obtiene un múltiplo de cualquier número.

Contenido

Determinación de múltiplos y divisores de números naturales. Análisis de regularidades al obtener los múltiplos de dos, tres y cinco.

Consigna 1

En equipos, analicen la siguiente tabla. Después, completen los espacios en blanco y respondan lo que se pide.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4		6	7	8		10
2	2	4		8	10	12		16	18	20
3	3		9		15	18	21		27	30
4			12	16	20		28	32	36	40
5	5	10		20		30			45	
6	6		18		30	36	42	48		60
7		14	21	28		42	49		63	70
8	8	16		32	40	48		64	72	80
9		18	27	36	45		63		81	
10	10		30		50	60		80		100

- a) Escriban cómo encontraron los números faltantes de la tabla y comenten si de esa forma podrían encontrar más números para nuevas filas y columnas.

- b) ¿Qué característica tienen en común todos los números de la fila o columna del 2?

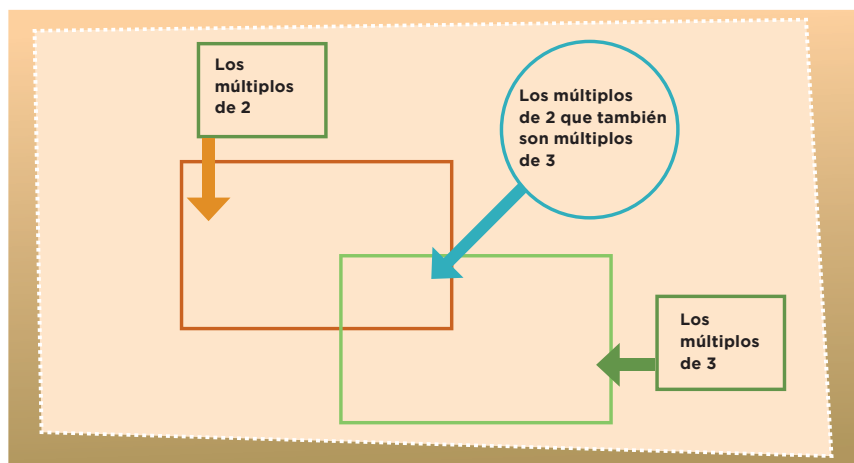
- c) ¿Con qué cifras terminan los números de la fila o columna del 5?

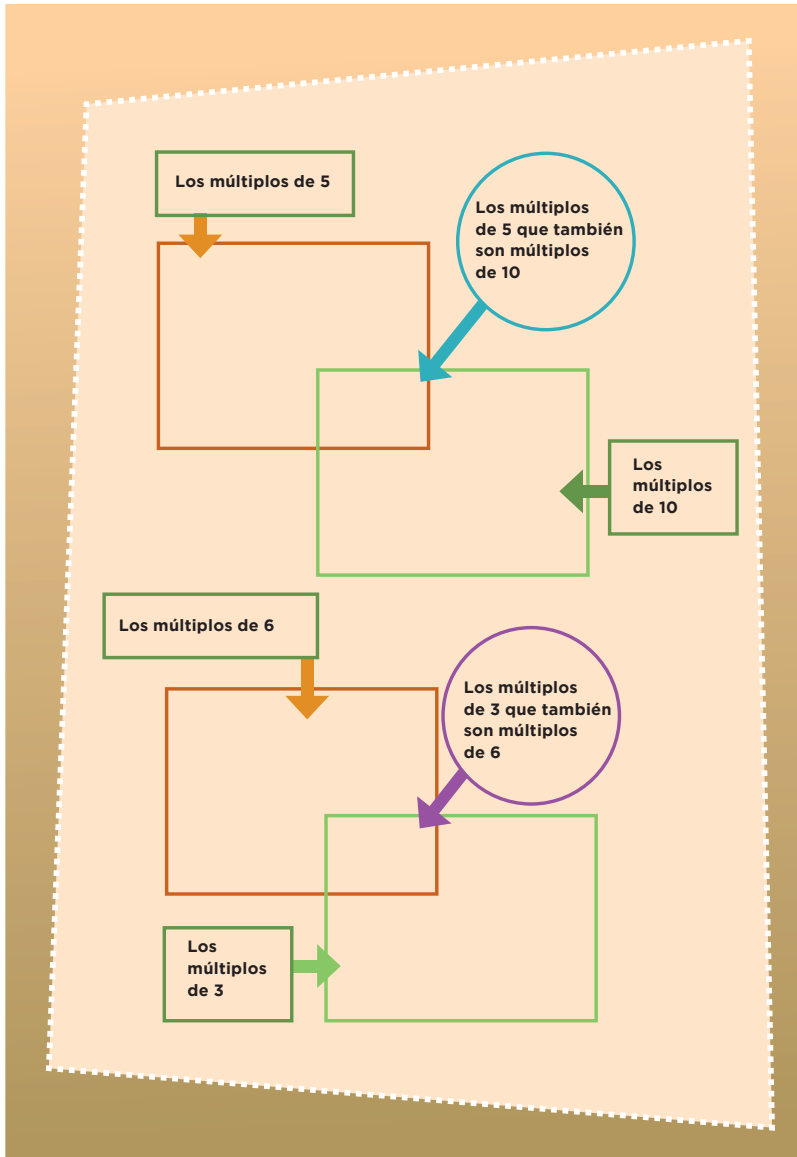
- d) ¿Qué tienen en común los números de la fila del 10?



Consigna 2

En equipo, completen los esquemas con los números de la tabla de la página 75. Consideren que el resultado de multiplicar dos números siempre es múltiplo de ellos.





Consideraciones previas

Es importante concluir, al término de la puesta en común, que para completar la tabla de manera directa se obtiene el producto correspondiente sin que se tenga que repetir la serie completa. También es conveniente interpretar la tabla como el registro de los 10 primeros múltiplos de los números del 1 al 10.

A través del análisis de estos 10 primeros múltiplos los alumnos identificarán las características de algunos de ellos. Por ejemplo:

- Los múltiplos de 2 terminan en 0 o cifra par.
- Los múltiplos de 5 terminan en 0 o 5.
- Los múltiplos de 10 terminan en 0.
- Los múltiplos de 10 también son múltiplos de 5.
- Los múltiplos de 6 también son múltiplos de 2 y de 3, ya que 6 es múltiplo de ambos.

Con el fin de profundizar en el tema, al final de la actividad usted puede plantear a los alumnos estas preguntas.

- ¿Todos los números naturales son múltiplos de 1?
- ¿Qué característica común tienen los múltiplos de 6 y 9?
- ¿El 0 es múltiplo de todos los números naturales?
- ¿Es infinita la serie de los múltiplos de un número cualquiera?

Al responder estas preguntas, es necesario pedir que argumenten. Al término de estas actividades, los alumnos deberán concluir que el múltiplo de un número cualquiera se obtiene multiplicándolo por un número natural.

Conceptos y definiciones

Una forma de representar las tablas de multiplicar es la *tabla pitagórica* (llamada así en honor de Pitágoras). La primera fila y la primera columna contienen los números que se multiplican, de manera que la intersección de cada columna con una fila contiene el producto de la multiplicación.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Es importante recordar que una multiplicación puede interpretarse como una suma abreviada de sumandos iguales. Por ejemplo:

$$4 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5$$

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan el recurso de la división para determinar si un número es o no múltiplo de otro, y se aproximen al concepto de divisor de un número natural.

Contenido

Determinación de múltiplos y divisores de números naturales. Análisis de regularidades al obtener los múltiplos de dos, tres y cinco.

Consigna 1

En parejas, realicen lo que se indica.

- a) Escriban cinco múltiplos de 10 mayores que 100.

- b) Escriban cinco múltiplos de 2 mayores que 20.

- c) Escriban cinco múltiplos de 5 mayores que 50.

- d) Escriban cinco múltiplos de 3 mayores que 30.

Contesten las siguientes preguntas.

- a) ¿El número 48 es múltiplo de 3?

¿Por qué?

- b) ¿El número 75 es múltiplo de 5?

¿Por qué?

¿Y el 84?

¿Por qué?

c) ¿El número 850 es múltiplo de 10?

¿Por qué?

¿Y de 5?

¿Por qué?

d) ¿El número 204 es múltiplo de 6?

¿Por qué?



Consigna 2

Comenten y contesten lo que se indica.

Carmen y Paco juegan en un tablero cuadrulado, cuyas casillas están numeradas del 1 al 100; ella utiliza una ficha verde que representa un caballo que salta de 4 en 4, y él una ficha azul que representa a otro que salta de 3 en 3.

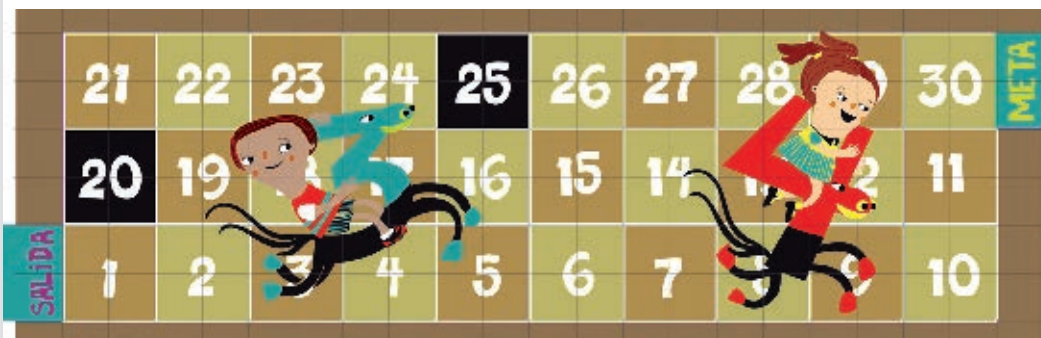
- a) ¿Puede haber una trampa (casilla) entre el 20 y el 25 en la que caiga alguno de los dos caballos?

Argumenten su respuesta.

- b) ¿Habrá alguna casilla entre el 10 y el 20 donde puedan caer los dos?

Argumenten su respuesta.

- c) ¿En qué casillas caerán los dos?



Consigna 3

Forma pareja con otro compañero y hagan lo que se indica.

Coloquen los números que están en la parte inferior de cada recuadro, de tal modo que las afirmaciones sean verdaderas.

_____ es múltiplo de _____, porque _____ x _____ = _____ ;
o también, _____ ÷ _____ = _____

4

28

7

_____ x _____ = _____, por lo tanto, _____ es múltiplo
de _____; o también, _____ ÷ _____ = _____

6

54

9

_____ es múltiplo de _____, porque _____ x _____ = _____ ;
o también, _____ ÷ _____ = _____

3

17

51

_____ x _____ = _____, entonces _____ es múltiplo de
_____ y de _____; o también _____ ÷ _____ = _____

96

12

8

Consideraciones previas

En el desafío anterior los alumnos descubrieron algunas características de los múltiplos de los primeros 10 números naturales, así que ahora tendrán que poner en juego algunos de los razonamientos hechos antes y seguramente no tendrán dificultad en resolver la primera parte de la consigna 1.

En la segunda parte de la primera consigna se pide que respondan si un número puede o no ser múltiplo de otro, para lo cual seguramente recurrirán a comprobar si existe un número que multiplicado por el primero dé como resultado el segundo. Esto es ¿hay un número natural que al multiplicarlo por 5 dé 75 o bien, $______ \times 5 = 75$?

Es posible, y deseable, que este razonamiento los lleve a establecer la división como estrategia para encontrar la respuesta: $___ \times 5 = 75 \rightarrow 75 \div 5 = ___$; pues se darán cuenta de que 5 divide exactamente a 75 (esto significa que al hacer esta división el residuo es cero). Esta idea es muy importante para el concepto de divisor.

Es importante que todos los alumnos analicen y comprendan las diferentes estrategias que hayan surgido en el grupo para dar respuesta a los ejercicios, así que se debe dar el tiempo suficiente para este análisis.

Conceptos y definiciones

Dos conceptos de *divisor* son:

1. En la estructura de la operación aritmética de división, el divisor es el número que está contenido x veces en otro llamado dividendo.

$$\begin{array}{r} 3 \rightarrow \text{cociente} \\ \text{divisor} \leftarrow 6 \overline{) 20} \rightarrow \text{dividendo} \\ 2 \rightarrow \text{residuo} \end{array}$$

2. Es el número que divide de manera exacta a otro. Por ejemplo: 3 es divisor de 9.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

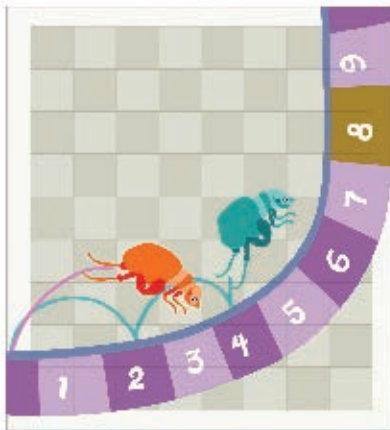
Que los alumnos usen las nociones de múltiplo y de divisor a fin de hallar la estrategia ganadora.

Consigna

En equipos de cinco compañeros, jueguen a La pulga y las trampas. Para ello, recorten y armen la recta de las páginas 163 a 167.

Instrucciones del juego:

- Nombren a un cazador, quien colocará tres piedras pequeñas en los números que prefiera, que representarán las trampas.
- Cada uno de los otros alumnos tomará una ficha que será su pulga.
- Cada alumno elegirá cómo saltará su pulga (la ficha): de 2 en 2, de 3 en 3 o, incluso, de 9 en 9.
- Una vez decidido cómo saltará cada pulga, por turnos se harán los saltos diciendo en voz alta los números por los que pasará.
- Si al hacer los saltos se cae en una de las trampas, el jugador entregará su ficha al cazador.
- Cuando todos hayan tenido su turno, le tocará a otro niño representar al cazador y se repetirá todo el proceso.
- El juego termina cuando todas las fichas hayan sido cazadas.
- Gana el juego el cazador que al final se haya quedado con más fichas.

**Contenido**

Determinación de múltiplos y divisores de números naturales. Análisis de regularidades al obtener los múltiplos de dos, tres y cinco.

Consideraciones previas

Materiales

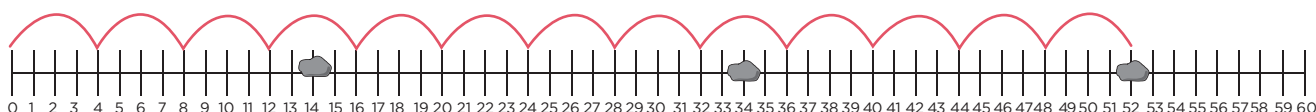
Para cada equipo:

- Una tira numérica marcada del 0 al 60. Pida a los alumnos unir las tiras del material recortable (páginas 163-167 del libro del alumno).
- 20 fichas (frijoles, botones, habas, etcétera).
- Tres piedras pequeñas.

Se puede encargar a los alumnos que elaboren de tarea la tira numérica o, si se prefiere, que la dibujen con gis en el patio de la escuela. Si la fabrican de cartoncillo, debe sujetarse al piso con cinta adhesiva para evitar que se mueva o enrolle. Conviene hacer equipos de 4 o 5 alumnos.

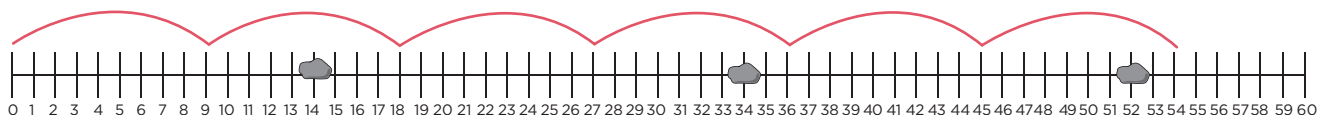
Para asegurarse de que los alumnos han entendido las reglas del juego, usted puede mostrar el siguiente ejemplo.

Supongamos que el cazador decide colocar las piedras en los números 14, 34 y 52. Y uno de los jugadores decide saltar de 4 en 4:



Este alumno logró esquivar las dos primeras trampas, pero cayó en la tercera, el 52, por lo tanto deberá entregar su ficha al cazador.

Si otro alumno decide saltar de 9 en 9:



Este alumno evitará caer en las trampas; por lo tanto, conservará su ficha.

El juego iniciará cuando todos los alumnos hayan comprendido las reglas. El maestro podrá observar el trabajo y apoyar en caso de que surjan dudas. Cuando el docente vea que algún alumno logra esquivar las trampas, puede preguntarle qué hizo para definir su estrategia. Si el maestro nota que algunos alumnos empiezan a usar la idea de múltiplo e intuitivamente la de divisor, elegirá a estos estudiantes para que presenten sus estrategias. Al finalizar se hará una puesta en común para que los alumnos expliquen lo que hicieron para poner las trampas (cuando fungieron como “cazadores”) o para evitarlas (cuando les tocó ser “pulgas”). Se espera que los alumnos hayan razonado que debían fijarse en que el tamaño de su brinco no fuera divisor de cualquiera de los números donde estaban las trampas.

Durante la puesta en común se sugiere hacer dos o tres juegos al frente del grupo en los que el maestro ponga las trampas y entre todos los alumnos traten de ganarle al docente al elegir un tamaño del brinco adecuado.

Si se considera conveniente, el juego puede repetirse en otras sesiones para que los alumnos poco a poco construyan estrategias ganadoras. Una de éstas, que conviene al cazador, es que ponga trampas en números que tengan varios divisores,

por ejemplo, el 48, pues ahí caerán quienes elijan brincar de 2 en 2, de 3 en 3, de 4 en 4, de 6 en 6 y de 8 en 8; las otras dos trampas las puede colocar en el 35 para detener a los que brinquen de 5 en 5 y de 7 en 7, y la tercera trampa en algún múltiplo de 9.

Es importante que los alumnos se familiaricen con los términos múltiplo y divisor; por ejemplo, se les puede plantear esta situación: si una trampa está en el número 20, ¿cuáles son los tamaños de los brincos que no convienen? Si los alumnos responden que 2, 4 y 5, el maestro puede contestar que 2, 4 y 5 son divisores de 20 porque éste es múltiplo de esos números, y preguntar ¿cómo sabemos que un número es múltiplo de otro? ¿Cómo sabemos que un número es divisor de otro? En este desafío no se espera que todos los alumnos construyan la idea de divisor, ya que apenas es un primer acercamiento.

Conceptos y definiciones

Los múltiplos de un número natural son los números naturales que resultan de multiplicar ese número por otros números naturales. Decimos que un número es *múltiplo* de otro si lo contiene un número entero de veces.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos encuentren recursos para verificar si un número es divisor de otro y expliquen por qué lo consideran así.

Contenido

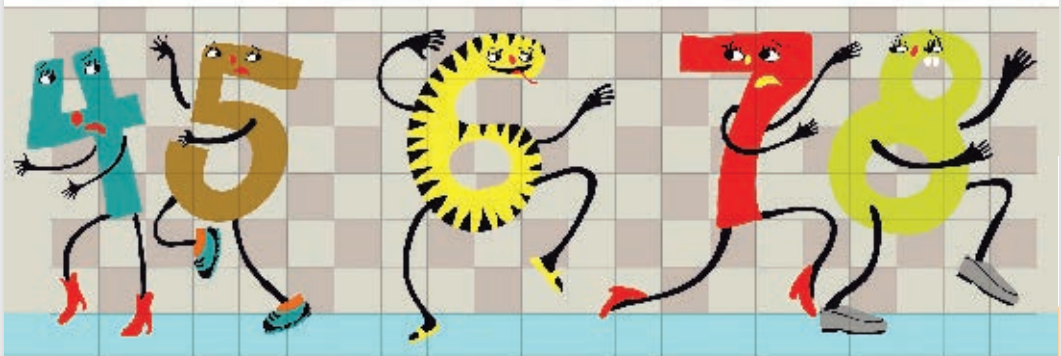
Determinación de múltiplos y divisores de números naturales. Análisis de regularidades al obtener los múltiplos de dos, tres y cinco.

Consigna 1

Formen equipos de 10 o 12 integrantes para jugar.

Primero, jugarán a El número venenoso. Éstas son las instrucciones:

- Formen un círculo.
- Por turnos, todos se numerarán en voz alta: quien empiece dirá “uno”, quien siga dirá “dos”, y así sucesivamente.
- El número venenoso es el 6, por lo tanto, a quien le toque decir el 6 o un múltiplo de éste, dará una palmada en lugar de decir el número. Por ejemplo, a quienes le correspondan los números 6 y 12 —que son múltiplos de 6— sólo darán una palmada cuando les toque su turno.
- Si algún integrante del equipo se equivoca, el juego vuelve a comenzar, pero ahora inicia la cuenta quien dijo el último número correcto. El reto termina cuando el equipo logre llegar sin error hasta el número 120.



Después de jugar, respondan estas preguntas; si lo requieren, pueden usar calculadora.

- a) De acuerdo con las reglas del juego, si el equipo sigue contando después de 120, ¿se debe decir en voz alta el número 150 o dar una palmada?

¿Por qué?

- b) ¿Y el 580?

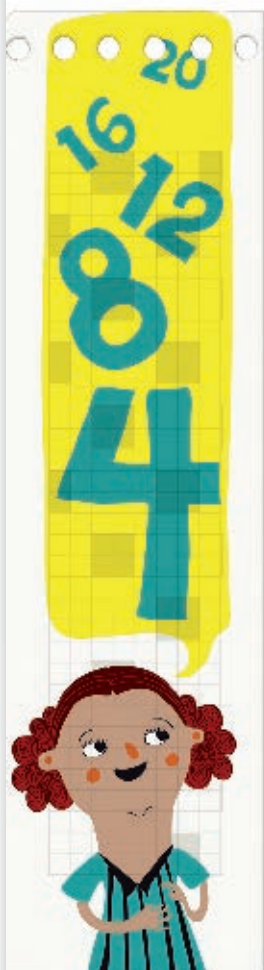
¿Por qué?

- c) ¿Y el 3342?

¿Por qué?

- d) Digan un número mayor a 1000 al que le corresponda una palmada. ¿Cómo lo encontraron?





2. Ahora van a cambiar de juego. Continúen con sus mismos compañeros de equipo. Al terminar, respondan las preguntas.

- En el equipo organicen parejas; decidan cuál comenzará el juego.
- Los dos integrantes de la pareja, en voz alta y al mismo tiempo, contarán de 4 en 4 a partir de 0, hasta que alguno se equivoque. El resto del equipo llevará la cuenta de cuántos números lograron decir. La pareja que logre más números será la ganadora.

a) En caso de que alguna pareja pueda continuar sin error, ¿dirá en algún momento el 106?

¿Por qué?

b) ¿Dirá el 256?

¿Por qué?

c) ¿Y el 310?

¿Por qué?

d) ¿Y el 468?

¿Por qué?

- e) Digan un número mayor a 1000 que la pareja debería decir si no se equivocara. ¿Cómo lo encontraron?

3. Ahora, formen un equipo con otros compañeros.

Todos tomen su calculadora y tecleen:



- a) ¿Qué números aparecen?

- b) Si continúan tecleando el signo de igual (=), ¿aparecerá en la pantalla de la calculadora el 39?

¿Cómo lo saben?

- c) ¿Aparecerá el 300?

¿Cómo lo saben?



d) ¿Y el 1532?

¿Cómo lo saben?

e) Digan un número mayor que 2 000 que sí aparecerá en la pantalla. ¿Cómo lo encontraron?

Consigna 2

Formen equipos y jueguen los siguientes dos juegos.

1. ¡Piensa rápido y resuelve!

a) Explica por qué 3 es divisor de 75.

b) Explica por qué 8 no es divisor de 75.

c) Anota todos los divisores de 18.

d) ¿De cuáles números mayores que 1 979 y menores que 2 028 es divisor el número 25?

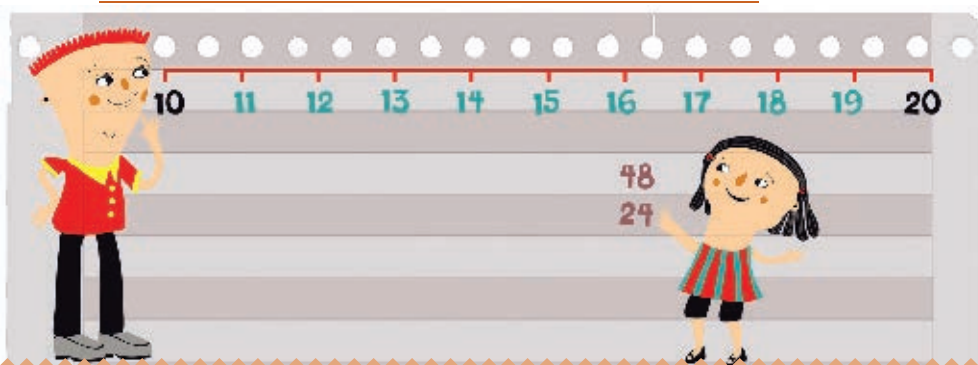
2. Completen la siguiente tabla.

¿Es divisor?	De 20	De 24	De 36	De 42	De 100
5	Sí		No		Sí
4					
6					
8		Sí			
10				No	

3. Adivina, adivinador.

a) Adivina, adivinador, soy divisor de 4 y de 6; si no soy el 1, ¿qué número soy?

b) Adivina, adivinador, soy un número mayor que 10 y menor que 20; además, de 24 y de 48 soy divisor, ¿qué número soy?



Consideraciones previas

Materiales

Para cada equipo:

- Calculadora

Las actividades serán desarrolladas por grupos grandes, por ello se recomienda estar atento a que todos los alumnos participen; si usted observa que algunos no están entendiendo o se quedan rezagados, invítelos a que participen o haga un equipo con ellos para respetar su ritmo.

Si el tiempo de una sesión es insuficiente para realizar las actividades del desafío, deje algunas para otro momento. Lo importante es que los alumnos sigan desarrollando y usando el concepto de múltiplo y de divisor.

Las nociones de múltiplo y divisor están íntimamente relacionadas, así que seguramente los alumnos utilizarán estos términos para decidir qué estrategia de solución seguir, como para argumentar sus respuestas durante el desarrollo de las actividades. Algunos de los procedimientos que pueden surgir entre los alumnos para decidir si alguno de los números se incluye o no en las diferentes sucesiones son:

- Buscar al tanteo, utilizando o no la calculadora, un número natural que multiplicado por 6, 4 o 3 (según la actividad) dé como resultado ese número. Este procedimiento está más relacionado con la noción de múltiplo.
- Dividir el número en cuestión, utilizando o no la calculadora, entre 6, 4 o 3, considerando que el cociente debe ser un número entero.* Este procedimiento está relacionado con la noción de divisor.

Como la noción de divisor es más compleja que la de múltiplo, debido a que el primero implica pensamiento de reversibilidad, es conveniente invitar a los alumnos a reflexionar y preguntarles: Si 20 es múltiplo de 4; entonces, ¿4 es divisor de 20?, ¿por qué? Algunas respuestas a esto pueden ser:

- Sí, porque al hacer la división 20 entre 4, el resultado es un número entero y el residuo es cero.
- Sí, porque existe un número entero (el 5) que, al multiplicarse por 4, da 20.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

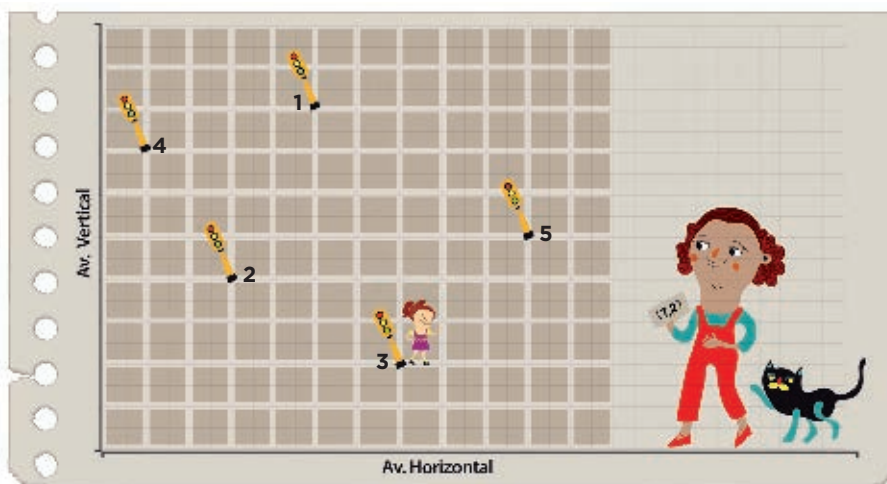
* En este nivel los alumnos acostumbran llamar entero a un número natural. La definición de divisor implica a los números naturales (1, 2, 3, etcétera), no a los enteros que incluyen a los negativos (... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3...). No obstante, en la primaria se acepta que los alumnos le llamen enteros a los números naturales.

Intención didáctica

Que los alumnos descubran que para ubicar puntos en un sistema de coordenadas cartesianas es necesario establecer un orden para los datos y ubicar un mismo punto de partida.

Consigna

En equipos, observen el siguiente croquis y respondan las preguntas.



La ubicación del semáforo 3 está determinada por el par de números ordenados (7, 2).

a) ¿Cuáles son los pares ordenados que corresponden a la ubicación de los otros semáforos?

Semáforo 1: _____ Semáforo 2: _____

Semáforo 4: _____ Semáforo 5: _____

b) Ubiquen un sexto semáforo en (5, 6) y otro más en (1, 9).

Contenido

Representación gráfica de pares ordenados en el primer cuadrante de un sistema de coordenadas cartesianas.

Consideraciones previas

Es probable que la primera dificultad que tengan los alumnos sea relacionar la ubicación del semáforo 3 con el par ordenado $(7, 2)$, y esa es la intención; algunas preguntas para orientarlos son ¿a cuántas calles del eje vertical se localiza?, ¿a cuántas calles del eje horizontal se localiza? Se espera que adviertan que este semáforo se encuentra a 7 calles del eje vertical y a 2 del horizontal, y que esos valores conforman los números del par ordenado.

Es importante que reflexionen sobre la importancia del orden de las coordenadas; para ello podría plantearse la siguiente pregunta: ¿las coordenadas $(7, 2)$ y $(2, 7)$ representan el mismo punto? Para comprender mejor el funcionamiento del sistema cartesiano en un plano se sugiere enfatizar que:

- Los ejes que lo determinan son perpendiculares.
- Existe un punto de origen —representado por las coordenadas $(0, 0)$ — que es la intersección de los dos ejes.
- Para ubicar un punto se necesitan dos valores (x, y) : el primero representa la distancia al eje vertical y el segundo, al horizontal. Reciben los nombres de abscisa y ordenada, respectivamente.

Se puede usar el croquis para señalar otros semáforos y que los alumnos determinen las coordenadas; o a la inversa, que el docente o algún alumno determine el par ordenado y los demás ubiquen los semáforos.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen regularidades en las coordenadas de los puntos y las rectas que éstos determinan sobre el plano cartesiano.

Consigna

En parejas, realicen lo que se pide a continuación; si es necesario, utilicen el plano cartesiano.

- Recorten el plano cartesiano de la página 161 y ubiquen en él los puntos $(3, 0)$, $(8, 0)$ y $(5, 0)$.
- ¿Qué características tienen las coordenadas de 5 puntos que se ubican sobre el eje horizontal?

- ¿Qué características tienen las coordenadas de los puntos que se ubican sobre una paralela al eje horizontal?

- Ubiquen los puntos $(5, 8)$, $(5, 2)$ y $(5, 6)$ y únanlos.
- Sumen 1 a las abscisas de los puntos del inciso d, localícenlos en el plano cartesiano y únanlos. ¿Qué sucede?

- Mencionen las características que deben tener todos los pares ordenados que se ubican en una recta paralela al eje vertical o paralela al horizontal.

**Contenido**

Representación gráfica de pares ordenados en el primer cuadrante de un sistema de coordenadas cartesianas.

Consideraciones previas

Materiales

Para cada pareja:

- Plano cartesiano (página 161 del libro del alumno).

Una vez que los alumnos aprendieron a ubicar puntos en un plano cartesiano y determinar sus coordenadas, es importante que busquen regularidades en algunas coordenadas de los puntos y las rectas que éstos determinan en el plano.

- Si varios pares ordenados tienen la misma abscisa, ordenada, o ambas, pertenecen a la misma recta.
- Si el valor de la abscisa es 0 en varios pares ordenados, éstos pertenecen al eje vertical.
- Si el valor de la ordenada es 0 en varios pares ordenados, éstos pertenecen al eje horizontal.
- Si a varios pares ordenados que pertenecen a una paralela del eje horizontal se suma el mismo valor a las ordenadas, al representarlos y unirlos se obtiene otra paralela.
- Si a varios pares ordenados que pertenecen a una paralela del eje vertical se suma el mismo valor a las abscisas, al representarlos y unirlos se obtiene otra paralela.

Dado el trabajo hecho previamente, es posible que al responder el inciso *f* los alumnos mencionen como una característica que los pares ordenados deben tener la misma abscisa o la misma ordenada, según corresponda. También se les puede preguntar: ¿qué sucede si los pares ordenados tienen las mismas abscisa y ordenada? Éstos también pertenecen a una recta, aunque no es paralela a ningún eje. Además, usted puede promover la discusión acerca del comportamiento de las coordenadas (2, 7), (3, 6) y (4, 5), o de (7, 6), (9, 7) y (11, 8), ya que cada terna se ubica en la misma recta.

Se sugiere no obligar a los alumnos a que utilicen el plano cartesiano; si no lo hacen, el esfuerzo intelectual es mayor. Sin embargo, podrían utilizarlo para verificar sus respuestas.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

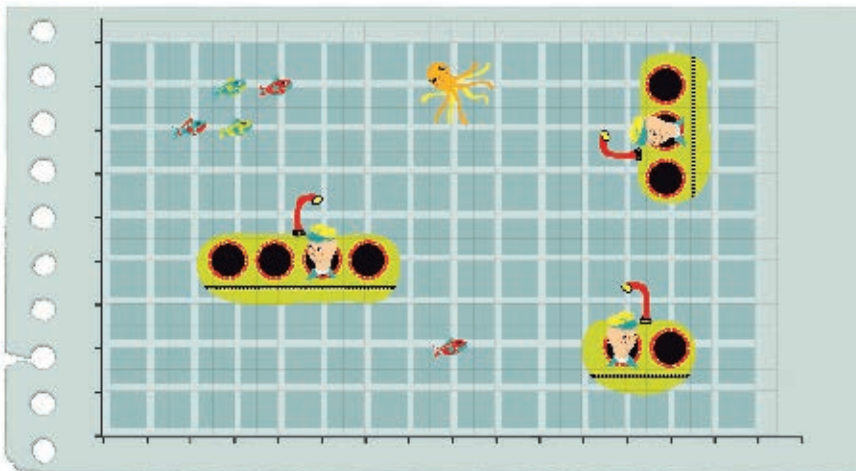
Intención didáctica

Que los alumnos usen el sistema de coordenadas cartesianas en la realización de un juego.

Consigna 1

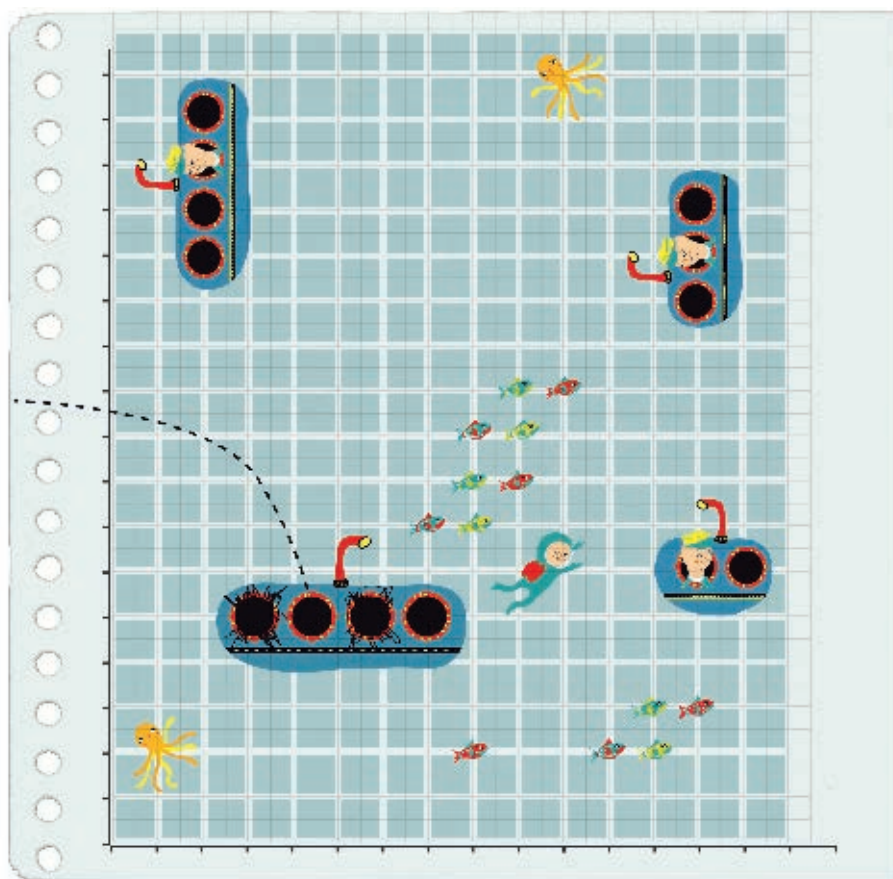
Formen parejas para jugar a Hunde al submarino. Recorten el tablero y los submarinos de la página 159 y sigan las reglas que se dan a continuación.

- Cada jugador, sin que su contrincante lo vea, ubicará en su tablero los tres submarinos: uno de 2 puntos de longitud y dos de 3 puntos de longitud.
- Los submarinos se pueden ubicar horizontal o verticalmente en el tablero, tocando 2 o 3 puntos según su longitud. No se permite ubicar los submarinos sin tocar puntos.
- El juego consiste en adivinar las coordenadas de los puntos donde están ubicados los submarinos del adversario para hundirlos. Un submarino se hunde hasta que se hayan nombrado las coordenadas exactas de los 2 o 3 puntos donde está ubicado.

**Contenido**

Representación gráfica de pares ordenados en el primer cuadrante de un sistema de coordenadas cartesianas.

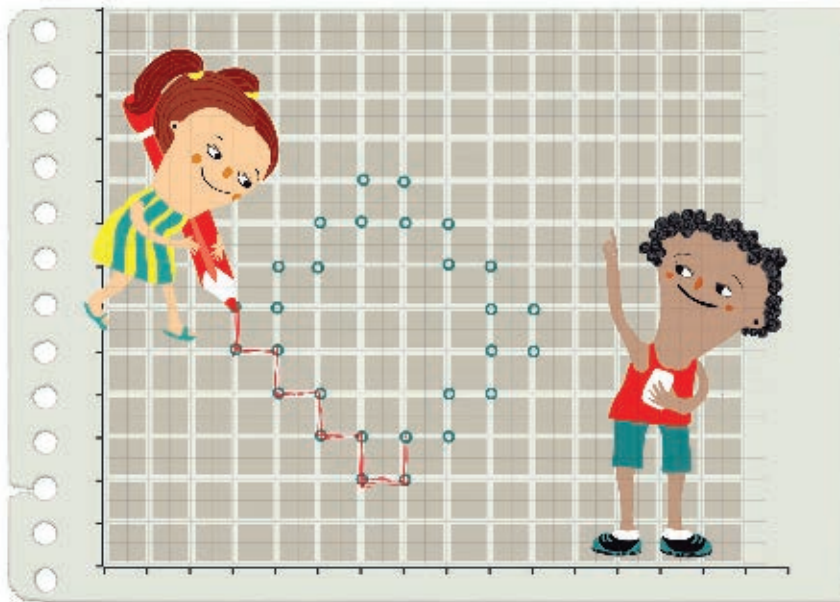
- Uno de los dos contrincantes comienza mencionando un par ordenado, donde crea que está un submarino rival. Si acierta, tiene la oportunidad de seguir mencionando pares ordenados. Una vez que falle, toca el turno del adversario.
- Gana quien hunda primero los tres submarinos de su contrincante.



Consigna 2

Formen parejas y jueguen Traza la figura geométrica con las siguientes reglas.

- El juego consiste en reproducir en un plano cartesiano una figura geométrica idéntica a la del adversario.
- Uno de los jugadores trazará una figura geométrica en su plano cartesiano. Posteriormente, sin mostrarlo, le dictará al otro los pares ordenados de los puntos de sus vértices.
- El otro jugador intentará reproducir la figura con la información dada.
- Se compararán las figuras y si el jugador acertó se le da un punto.
- Los contrincantes cambiarán roles y continuarán jugando hasta que completen un número igual de participaciones. Ganará quien reúna más puntos.



Consideraciones previas

Materiales

Para cada pareja:

- Tablero Hunde al submarino (página 159 del libro del alumno).

Si los alumnos no entienden cómo jugar Hunde al submarino, es conveniente hacer una demostración. Para terminar la sesión, se les puede pedir que expliquen cuál es la mejor estrategia para ganar. Esto debe originar una serie de argumentos que se analizarán en grupo.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

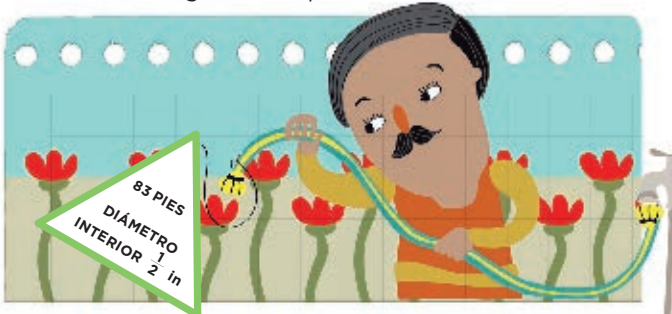
Intención didáctica

Que los alumnos determinen la operación que les permita encontrar la equivalencia entre las unidades de longitud del sistema inglés (pulgada, pie y milla) y las del Sistema Internacional de Unidades (si).

Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas.

1. Don Juan fue a la ferretería a comprar una manguera para regar su jardín. Después de observar varias, eligió una que tiene la siguiente etiqueta.



Unidades de longitud del Sistema Inglés y sus equivalencias con las unidades del Sistema Internacional.
 1 pie (ft) = 30.48 cm
 1 pulgada (in) = 2.54 cm
 1 milla (mi) = 1 609.34 m

- a) ¿Cuántos metros de longitud tiene la manguera que compró don Juan?

- b) ¿Cuántos centímetros de diámetro interior tiene la manguera?

2. El siguiente dibujo representa el velocímetro del automóvil de don Juan. ¿Cuál es la velocidad máxima en kilómetros de su automóvil?

**Contenido**

Relación entre unidades del Sistema Internacional de Medidas y las unidades más comunes del Sistema Inglés.

Consideraciones previas

Antes de que los alumnos resuelvan los problemas, y si usted lo considera pertinente, puede comentar la historia y los lugares donde se utiliza el sistema inglés y el Sistema Internacional de Unidades. Puede consultar:

<http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_internacional_de_unidades>.

Aunque se dan las equivalencias entre las unidades del Sistema Internacional y el Sistema Inglés, para que los alumnos puedan dar respuesta a lo que se les pregunta será necesario que realicen conversiones entre el metro y sus múltiplos y submúltiplos.

En caso de que en el problema 2 (la del velocímetro) los alumnos no adviertan que mph significa millas por hora, es conveniente comunicárselos.

Se sugiere solicitar a los estudiantes que busquen otras aplicaciones del pie (ft), la pulgada (in) y la milla (mi), con el fin de plantear problemas que permitan interpretar esta información en unidades del Sistema Internacional (SI).

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos elijan las operaciones que les permitan resolver problemas donde es necesario comparar unidades de peso y capacidad de los sistemas Inglés (libra, onza y galón) e Internacional.

Consigna

En parejas, resuelvan el siguiente problema.

Los padres de Luis le están organizando una fiesta de cumpleaños. Ayúdenles a seleccionar la presentación de galletas y de jugos que más convenga, considerando su precio y contenido. Pueden consultar las equivalencias en los recuadros y utilizar su calculadora.

Galletas

Presentación 1: caja de 44.17 onzas a \$62.90

Presentación 2: caja de 1 kg a \$48.00

Presentación 3: caja de 1 libra y 10.46 onzas a \$37.50

Jugos

Presentación 1: paquete de 4 piezas de 6.76 onzas líquidas c/u a \$9.40

Presentación 2: una pieza de 1 litro a \$12.00

Presentación 3: una pieza de 1 galón a \$47.10



1 libra (lb) = 0.454 kg
1 onza (oz) = 0.0283 kg

1 onza líquida (fl. oz) = 29.57 ml
1 galón (gal) = 3.785 L

Contenido

Relación entre unidades del Sistema Internacional de Medidas y las unidades más comunes del Sistema Inglés.

Consideraciones previas

Para poder comparar los precios de las diferentes presentaciones de galletas y jugos es necesario transformar todos los contenidos a la misma unidad de medida. Una posibilidad es convertir todos los contenidos de las galletas en kilogramos y los de los jugos en litros. Una vez hechas las transformaciones, hay varias maneras de decidir el mejor precio según el contenido; una es utilizar las nociones de una relación de proporcionalidad al establecer problemas de valor faltante. Por ejemplo, con las presentaciones 1 y 2 de galletas.

$$\begin{array}{lcl} \text{Presentación 2:} & 1 \text{ kg} \longrightarrow & \$48 \\ \text{Presentación 1:} & 1.250 \text{ kg} \longrightarrow & \$62.90 \\ & 1 \text{ kg} \longrightarrow & x \\ & \text{de donde, } x = & \$50.32 \end{array}$$

Como en la presentación 1 el precio de 1 kg es \$50.32, entonces, de las presentaciones 1 y 2 la que más conviene es la 2. De la misma forma se pueden comparar las presentaciones 2 y 3. También el valor unitario puede ser útil para realizar las comparaciones, es decir, se obtiene el precio de 1 kg en las tres presentaciones.

Es posible que los alumnos se sorprendan con el uso de la onza tanto en las galletas como en los jugos; por ello es conveniente que usted comente que además de la onza para medir masa (oz) existe la onza para los líquidos (fl. oz).

Se sugiere solicitar a los estudiantes que busquen otras aplicaciones de la libra, la onza y el galón, con la finalidad de plantear otros problemas que permitan interpretar esta información en unidades del sistema internacional (SI).

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos calculen equivalencias entre divisas de diferentes países.

Consigna

En parejas, resuelvan lo siguiente.

El 11 de noviembre de 2008, en la sección financiera de un diario de circulación nacional apareció una tabla con los precios de venta de varias monedas extranjeras. Con base en ella, contesten lo que se pide.

Monedas	Venta
Dólar (EUA)	\$13.63
Euro (Comunidad Europea)	\$17.51
Yen (Japón)	\$0.182

a) ¿Cuántos pesos se necesitan para comprar 65 dólares?

b) ¿Cuántos yenes se pueden comprar con 200 pesos?

c) ¿A cuántos euros equivalen 500 dólares?

Contenido

Relación entre unidades del Sistema Internacional de Medidas y las unidades más comunes del Sistema Inglés.



Consideraciones previas

Es recomendable preguntar a los alumnos sobre algunas monedas extranjeras que conozcan o de las que hayan oído hablar, y que investiguen su equivalencia en pesos mexicanos para plantear problemas que impliquen realizar conversiones entre diferentes divisas.

Es probable que la última pregunta del desafío resulte compleja para los alumnos, ya que se relacionan dos monedas extranjeras: euros y dólares. Una posibilidad es convertir los 500 dólares en pesos mexicanos y después éstos en euros. También puede establecerse que 1 euro equivale a 1.2846 dólares, al dividir 17.51 entre 13.63, para después encontrar el equivalente en euros de los 500 dólares.

Se sugiere actualizar el valor de las divisas al tipo de cambio vigente cuando se realice la sesión.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos usen diferentes unidades de medida para determinar el volumen de un cuerpo.

Consigna 1

En equipos, utilicen como modelo la caja que les asigne su profesor para realizar las siguientes actividades.



- Determinen cuántas cajas o botes se necesitan para ocupar el mismo espacio que la caja modelo.

Cajas de gelatina: _____

Cajas de cerillos: _____

Botes de leche: _____

- Comprueben sus respuestas y registren sus resultados:

Objeto	Para ocupar el espacio de la caja modelo se necesitan...	La diferencia de cajas o botes respecto a nuestro cálculo anterior es...
Cajas de gelatina		
Cajas de cerillos		
Botes de leche		

- Describan sus procedimientos para determinar el número total de cajas o botes que necesitaron para construir la caja modelo.

Contenido

Comparación del volumen de dos o más cuerpos, ya sea directamente o mediante una unidad intermediaria.

Consigna 2

En equipos, resuelvan el siguiente problema.

Con 24 cajas de pañuelos desechables se puede formar una caja grande, tal como se muestra en el dibujo. Dibujen otra que requiera la misma cantidad de cajas, pero organizadas de forma diferente. ¿Tendrá el mismo volumen que la anterior?



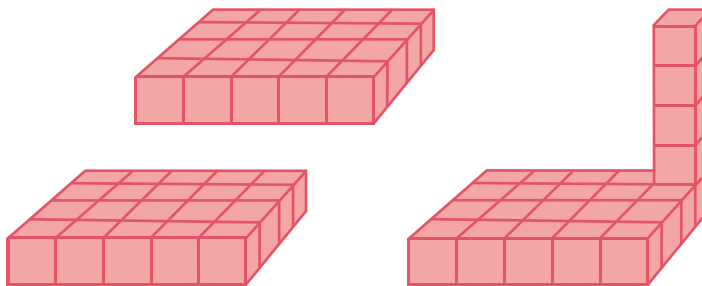
Consideraciones previas

Con este desafío se pretende que los alumnos inicien el estudio del volumen determinando el que ocupa una caja. Para ello, se utilizarán unidades de medida no convencionales como botes de leche o cajas de gelatina, de cerillos o medicamentos. La tarea consiste en calcular cuántos botes o cajas de cada tipo se requieren para construir o crear una caja semejante a la caja modelo, considerando que para lograrlo tendrán que acomodar los objetos en tres direcciones o planos: ancho, largo y alto.

Si es difícil conseguir alguno de los objetos solicitados, puede sustituirse por algún otro objeto con características semejantes. Dígales a los alumnos que no desechen ningún material al final del desafío, pues les servirá para el siguiente. No es indispensable que cuenten con todas las unidades necesarias de cada tipo de objeto para construir la caja modelo (muy probablemente sólo tendrán algunas), ya que esto favorece la búsqueda y aplicación de estrategias para calcular la cantidad de cajas o botes que necesitarían para replicar la caja modelo.

Algunas estrategias que pueden surgir para calcular el número necesario de cajas pequeñas que ocupen el mismo espacio que la caja modelo son:

- Sobreponer algunos de los objetos pequeños (cajas o botes) en la base de la caja modelo e identificar cuántos forman un primer nivel de ésta; construir más niveles hasta que los objetos pequeños se agoten; estimar cuántos niveles más completan la altura de la caja y, finalmente, sumar el número de objetos de cada nivel tantas veces como niveles se requieran.
- Sobreponer algunos objetos en la base de la caja modelo e identificar cuántos forman un primer nivel de ésta; después, utilizando una pila de objetos, estimar cuántos se necesitan para igualar la altura de la caja. Finalmente, sumar el número de objetos de cada nivel tantas veces como niveles se requieran o realizar la multiplicación correspondiente.



Materiales

Para cada equipo:

- Una caja de cartón (de detergente, zapatos, sopas, etcétera; preferiblemente vacía y cerrada). Es importante que en el grupo haya cajas de diversos tamaños.
- Cajas pequeñas de gelatina o medicamentos; todas del mismo tamaño.
- Botes o cajas de leche o jugo; pueden ser de 250 ml.
- Cajas de cerillos del mismo tamaño.

Es importante tener claro que la medición siempre es aproximada y depende del instrumento que se utiliza. En este caso, aun cuando los equipos utilicen los mismos objetos para medir la caja modelo, la forma como los acomoden o los huecos que dejen entre ellos puede provocar diferencias entre los resultados; todos éstos pueden ser válidos siempre y cuando haya un margen razonable de error y los equipos demuestren cómo los obtuvieron. Se recomienda invitar a los alumnos a decir qué fue lo que calcularon de la caja modelo y, en caso de que la respuesta no surja de ellos, acláreles que calcularon el volumen, el cual se refiere al espacio que ocupa un cuerpo.

Es importante que durante el desarrollo de las actividades se observen las estrategias usadas por los alumnos para acomodar los objetos, pues es probable que recurran a introducirlos en la caja modelo. Si esto sucede, hágalos reflexionar con preguntas como: ¿el resultado que se obtiene es la medida del espacio que ocupa la caja o es el espacio que está en su interior?, ¿esta cantidad de objetos son los que se necesitan para construir una caja que ocupe el mismo espacio o son los que le caben a la caja?, ¿qué pasaría si el material del que está hecha la caja fuese más grueso, le cabría el mismo número de cajas? Incluso, si es posible contar con una caja hecha de madera gruesa o algún otro material macizo, se podría hacer el ejercicio y obtener mayor claridad acerca de la diferencia entre el volumen (espacio que ocupa cualquier cuerpo) y capacidad (espacio que contiene un cuerpo hueco).

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos comparen volúmenes de cuerpos, tanto directamente como a través de diferentes unidades de medida.

Consigna

En equipo, numeren de acuerdo con su tamaño las cajas que les proporcionará su profesor: la más pequeña tendrá el número 1 y la más grande, el 4.

**Contenido**

Comparación del volumen de dos o más cuerpos, ya sea directamente o mediante una unidad intermediaria.

Consideraciones previas

Materiales

Para cada equipo:

- Material empleado en el desafío anterior, más otras cuatro cajas de diferente volumen.

Además del material del desafío anterior, es necesario que cada equipo cuente con cuatro cajas de diferentes tamaños, pero cuyo volumen no sea tan fácil de calcular a simple vista.

Para determinar el orden de las cajas seguramente los alumnos se basarán solamente en una de sus dimensiones. Por ejemplo, dirán que el 4 corresponde a la más alta; si esto sucede, se les puede preguntar: ¿y qué pasa si la coloco así (acostada)? También es conveniente dejar sobre un lugar visible las cajas pequeñas del desafío anterior, pues probablemente recurran a

la estrategia de emplearlas para intentar medir con ellas las grandes.

Es importante recordarles que deben medir las cajas usando la misma unidad de medida (es decir, la caja pequeña que usen —con el fin de saber cuántas necesitarían para construir una de las grandes— debe ser la misma para todas las cajas a medir). Si se observa que algún equipo usa cajitas de diferentes tamaños para medir, será necesario cuestionarlos acerca de cómo pueden afirmar que su respuesta es correcta si están basándose en unidades de medición diferentes.

También es probable que se les ocurra hacer una doble medición y plantear: “Si necesitamos x cantidad de cajitas de cerillos para construir una caja y a su vez se necesita y cantidad de cajitas de cerillos para construir una de gelatina, entonces podemos medir una caja grande con cajitas de cerillos y otra con cajitas de gelatina y después hacer la equivalencia”. Este procedimiento es un acercamiento a la equivalencia entre las unidades de medida convencionales.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

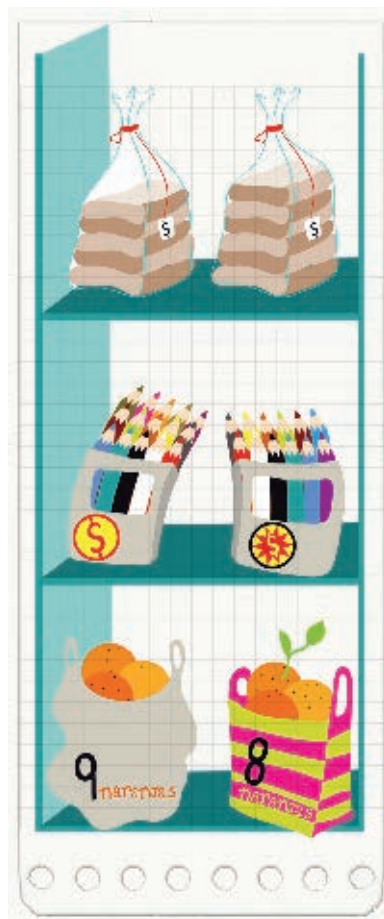
Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen determinar si una razón del tipo “por cada n , m ” es mayor o menor que otra sin necesidad de realizar cálculos numéricos.

Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas sin hacer operaciones. Argumenten sus respuestas.

1. El paquete A tiene 5 panes y cuesta \$15, el paquete B tiene 6 panes y cuesta \$12. ¿En qué paquete el pan es más barato?
2. En la papelería, una caja con 15 colores cuesta \$30 y en la cooperativa de la escuela, una caja con 12 colores de la misma calidad cuesta \$36. ¿En qué lugar es preferible comprar los colores?
3. El paquete de galletas A cuesta \$6 y contiene 18 piezas. El paquete B contiene 6 galletas y cuesta \$3. ¿Qué paquete conviene comprar?
4. En el mercado, un kilogramo de naranjas consta de 9 piezas y cuesta \$10. En la huerta de don José, 8 naranjas llegan a pesar un kilogramo y cuestan \$8. ¿En dónde conviene comprar las naranjas?

**Contenido**

Comparación de razones en casos simples.

Consideraciones previas

Es probable que los estudiantes hagan operaciones para resolver los problemas; sin embargo, la intención es que éstos sean resueltos sin hacer cálculos numéricos, ya que no son indispensables.

Se espera que en el primer problema los alumnos determinen fácilmente cuál paquete de pan es más barato, pues el que tiene más panes cuesta menos. El segundo problema es muy semejante al anterior, ya que requiere advertir que en uno de los dos lugares la caja de colores contiene más de éstos y es más barata.

En el tercer problema sería interesante que los alumnos logaran identificar que las cantidades de galletas no son proporcionales a los costos, ya que, si así fuera, el paquete B tendría 9 galletas, pero como tiene menos, entonces conviene comprar el paquete A.

El cuarto problema es más complejo que los anteriores. En su planteamiento aparece un distractor, representado por el número de naranjas, el cual no influye en el resultado, ya que el costo del producto es por kilo y no por cantidad de naranjas, así, la cantidad de naranjas depende del tamaño.

Observaciones posteriores

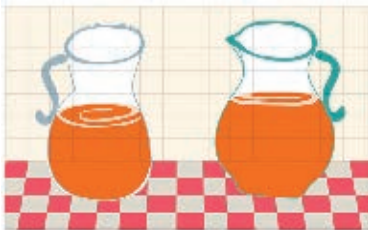
1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas de comparación entre dos razones igualando un término en ambas, duplicando o triplicando los términos de una de ellas.

Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas.



1. Se preparó una naranjada A con 3 vasos de agua por cada 2 de jugo concentrado. Además, se preparó una naranjada B con 6 vasos de agua por cada 3 de jugo. ¿Cuál sabe más a naranja?
-

2. Para pintar la fachada de la casa de Juan se mezclan 4 litros de pintura blanca y 8 litros de pintura azul. Para pintar una recámara se mezclan 2 litros de pintura blanca y 3 litros de pintura azul. ¿En cuál de las dos mezclas es más fuerte el tono azul?
-

**Contenido**

Comparación de razones en casos simples.

Consideraciones previas

Los dos problemas del desafío se pueden resolver transformando una razón en otra equivalente, pero ésta debe tener un término igual a alguno de la otra razón.

En el primer problema se espera que los estudiantes se den cuenta de que a una naranjada A preparada con 6 vasos de agua, le corresponden 4 vasos de jugo concentrado. Entonces, si la naranjada B se prepara con la misma cantidad de vasos de agua (6) y 3 vasos de jugo, la naranjada A contiene y sabe más a naranja.

En el segundo problema hay dos posibilidades para igualar un término en las dos razones. La primera implica duplicar las cantidades de pintura de la recámara y entonces determinar que a 4 litros de pintura blanca le corresponden 6 de azul. La segunda estrategia es que calculen la mitad de las cantidades de pintura de la fachada, con esto podrán advertir que a 2 litros de pintura blanca le corresponden 4 de azul. En ambos casos resulta que el tono de la pintura de la fachada es más azul.

Conceptos y definiciones

En matemáticas, una *razón* puede entenderse como una relación multiplicativa entre dos cantidades. Algunos ejemplos son:

- 3 canicas por 2 pesos.
- Por cada 3 litros de pintura blanca agregar 1 litro de pintura azul.
- 2 de cada 5 estudiantes son hombres.
- El lunes nadó 50 metros en 40 segundos.
- El banco cobra 2 pesos por cada 5 que presta.

Una razón puede representarse con un número entero, fraccionario, decimal o mediante un porcentaje. En “2 de cada 5 estudiantes son hombres”, la cantidad de hombres puede representarse como $\frac{2}{5}$, 0.4 o 40%. Esta razón también puede expresarse como “2 es a 5” o “2:5”.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos obtengan el valor unitario para resolver problemas en los que se comparan razones.

Contenido

Comparación de razones en casos simples.

Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas.

1. En la ciudad donde vive Carlos se instaló una feria y en uno de los puestos se ofrece una promoción: ganar 2 regalos si se acumulan 10 puntos. En otro dan 3 regalos por cada 12 puntos. ¿Cuál puesto tiene la mejor promoción?



2. En la feria se anunciaron más promociones. En los caballitos, por cada 6 boletos comprados se regalan 2 más. En las sillas voladoras, por cada 9 boletos comprados se regalan 3. ¿En qué juego se puede subir gratis más veces?



Consideraciones previas

En este desafío el objetivo es obtener los valores unitarios para poder determinar qué razón es mayor de entre las que se comparan.

En el primer problema se espera que los alumnos determinen que en el primer puesto ofrecen un regalo por cada 5 puntos, mientras que en el otro lo ofrecen por cada 4 puntos; por lo tanto, conviene participar donde solamente es necesario acumular 4 puntos por cada regalo.

En el segundo problema se mencionan dos juegos en los que se regala un boleto por cada 3 que se compran, por lo tanto, la promoción es semejante en ambos juegos.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la mediana de un conjunto de datos y adviertan su representatividad en comparación con la media aritmética.

Consigna

Trabajen en equipos para resolver lo que se indica a continuación.

1. En una reunión hay 9 personas. Sus edades, en años, son las siguientes:



- a) ¿Cuál es la media aritmética (promedio) de las edades?

- b) ¿Qué procedimiento utilizaron para encontrarla?

2. Ordenen las edades de menor a mayor y localicen el valor del centro. ¿Cuál es ese valor?

3. El valor que definieron en la pregunta anterior es la *mediana*. Entre este valor y la media aritmética o promedio, ¿cuál consideran que es más representativo de las edades de las personas de la reunión?

Argumenten su respuesta.

Contenido

Uso de la media (promedio), la mediana y la moda en la resolución de problemas.

Consideraciones previas

Los alumnos ya estudiaron anteriormente la media aritmética o promedio, por lo que se espera que la primera actividad del desafío no les cause mucha dificultad.

Es probable que los alumnos identifiquen la media aritmética como “promedio”, pero si algunos tienen confusión al respecto, méncíóneles que ambos términos se refieren al mismo concepto: la medida de tendencia central, que es, por ejemplo, el cálculo que hacen cuando quieren saber cuál es su aprovechamiento mensual.

En la segunda actividad se introduce la noción de otra medida, la mediana, la cual no sólo es importante que los alumnos puedan obtenerla, sino que la contrasten con la media aritmética (promedio) e identifiquen cuál de estos dos valores es más adecuado para representar un conjunto de datos. En este caso, se espera que noten que la mediana (28 años) es más representativa de las edades de las personas que se hallan en la reunión, en comparación con la media aritmética (37 años).

Para calcular la mediana:

$$\begin{array}{ccccccc} \frac{82}{1} & \frac{70}{2} & \frac{29}{3} & \frac{29}{4} & (28) & \frac{27}{4} & \frac{27}{3} & \frac{22}{2} & \frac{20}{1} \end{array}$$

Para calcular la media aritmética:

$$\frac{70 + 29 + 28 + 20 + 22 + 82 + 29 + 27 + 27}{9} = \frac{334}{9} = 37.1$$

Esta diferencia tan amplia entre ambos resultados se debe a que, en comparación con la mediana, la media aritmética o promedio es sensible a los valores extremos; tanto 70 como 82 son valores muy alejados de la mayoría, que están ubicados entre 20 y 29. Por lo tanto, en casos como éstos la mediana es un dato más representativo.

Durante la puesta en común se recomienda invitar a los alumnos a que definan con sus propias palabras qué es la mediana, considerando que entre sus explicaciones se mencione que es el punto medio de un conjunto de datos ordenados, lo que significa que hay la misma cantidad de datos tanto por arriba como por debajo de la mediana, y se destaque que, al igual que la media aritmética, es un valor que se usa para representar un conjunto de datos. También es recomendable reafirmar lo estudiado calculando medias aritméticas y medianas de datos acerca de los propios alumnos: peso, estatura, edad, número de hermanos, etcétera.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos reflexionen acerca de cuándo es más representativa la media aritmética que la mediana para un conjunto de datos.

Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas.

1. Para un estudio socioeconómico se aplicó una encuesta a 12 familias acerca del número de hijos que tienen y de su consumo semanal de leche.

Tabla A

Familia	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Núm. de hijos	2	4	4	1	10	5	2	3	2	3	12	2

- a) ¿Cuál es la mediana?

¿Cómo la calcularon?

- b) ¿Cuál es la media aritmética o promedio del número de hijos?

- c) ¿Cuál de las dos medidas anteriores es más representativa de estas familias?

¿Por qué?

Contenido

Uso de la media (promedio), la mediana y la moda en la resolución de problemas.

2. Lean la información de la tabla B sobre el consumo semanal de leche y respondan las preguntas.

Tabla B

Familia	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Litros de leche	5	8	8	3	15	10	3	6	3	7	28	3

a) ¿Cuál es la mediana en el consumo semanal de leche de estas familias?

¿Cómo la calcularon?

b) El valor de la mediana, ¿forma parte del conjunto de datos?

c) Calculen la moda de este conjunto de datos. ¿Creen que podría considerarse una medida representativa?

¿Por qué?



Consideraciones previas

En el primer problema de este desafío, los alumnos tendrán que obtener la mediana de un grupo de datos, por lo que conviene dejarlos decidir qué hacer y usted puede observar qué estrategias aplican. Sólo es necesario indicarles que la mediana es un solo valor, por lo que no pueden ser los dos valores que quedan en medio de la lista ordenada de datos de la tabla.

En el segundo problema es muy probable que dentro de los equipos surjan diferentes procedimientos para encontrar ese valor (la mediana), por ejemplo:

- Elegir el número mayor de entre los dos que se encuentran en medio, o tal vez el menor.
- Considerar cuál es el valor que está en medio de 6 y 7.
- Sumar los dos valores y dividirlo entre 2.

En la tercera pregunta del segundo problema se espera que los alumnos reflexionen que, al igual que en la primera actividad, donde la media aritmética no formaba parte del conjunto, en este caso la mediana tampoco. Este fenómeno sucede porque se conjuntan dos aspectos: el primero es que este grupo está integrado por una cantidad par de datos, y el segundo es que después de ordenar éstos, los valores centrales no son iguales.

En la última pregunta, los alumnos identificarán la moda y valorarán si esta medida puede ser representativa del conjunto. Los alumnos ya calcularon la moda en grados anteriores, por lo que se espera que no tengan dificultad para hacerlo ahora. Si algunos no recuerdan cómo hacerlo, se recomienda orientarlos mediante preguntas acerca de qué entienden por moda y cómo se puede aplicar a este contexto.

En este caso el valor de la moda es 3, ya que es el que aparece más veces en el conjunto de datos (cuatro de las 12 familias coinciden en ese valor); sin embargo, aquí la moda no resulta representativa porque es un valor que se aleja mucho de la media aritmética (8.25) y de la mediana (6.5).

Otro aspecto en el que conviene hacerlos recapacitar es que la mediana —al igual que el promedio o media aritmética— no siempre forma parte del conjunto de números que se tienen.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos analicen la conveniencia de señalar la media aritmética, la mediana o la moda como cantidad representativa de un conjunto de datos.

Contenido

Uso de la media (promedio), la mediana y la moda en la resolución de problemas.

Consigna

En equipos, analicen y decidan, en cada problema, cuál es la medida de tendencia central más conveniente para dar una información representativa de cada conjunto de datos. Expliquen por qué lo consideraron así y calcúlenla.

La información que el Inegi recaba a partir de los Censos Nacionales de Población y Vivienda y los Conteos de Población es analizada y organizada por temas para obtener estadísticas sociodemográficas de México. Algunos datos interesantes son:

1. Distribución de la población en México. La tabla muestra, de la población total de cada entidad, el porcentaje que vive en zonas urbanas.

Entidad	% población urbana	Entidad	% población urbana
Aguascalientes	81	Morelos	84
Baja California Sur	86	Oaxaca	77
Chihuahua	85	Quintana Roo	88
Coahuila	90	Sonora	86
Colima	89	Tamaulipas	88
Jalisco	87	Tlaxcala	80
México	87	Yucatán	84

Fuente: <http://cuentame.inegi.org.mx>

De este conjunto de datos, ¿será más representativa la moda, la mediana o la media aritmética?

¿Por qué?

2. Población que habla alguna lengua indígena. En la tabla se presenta el número de hablantes de una lengua indígena por cada 1000 habitantes en diferentes entidades.

Entidad	Población hablante (x/1000)
Campeche	120
Chiapas	270
Durango	20
Guanajuato	3
Hidalgo	150
Michoacán	30
Nuevo León	10
Querétaro	10
San Luis Potosí	100
Sinaloa	10
Tabasco	30
Veracruz	90
Yucatán	300
Zacatecas	4

Fuente: <http://cuentame.inegi.org.mx>

De este conjunto de datos, ¿cuál de las tres medidas estudiadas (media aritmética, mediana o moda) es la más representativa?

¿Por qué?

3. Población infantil que trabaja. La tabla muestra el porcentaje de niños que trabajan en 14 entidades, del total de su población infantil.

Entidad	% población infantil trabajadora
Aguascalientes	10
Baja California	8
Chihuahua	8
Distrito Federal	6
Estado de México	8
Guerrero	20
Michoacán	18
Nayarit	17
Oaxaca	17
Puebla	17
Quintana Roo	17
Sonora	7
Tabasco	17
Zacatecas	18

Fuente: <http://cuentame.inegi.org.mx>

De este conjunto de datos, ¿cuál de las tres medidas estudiadas (media aritmética, mediana o moda) es la más representativa?

¿Por qué?



Consideraciones previas

La intención de este desafío es que en cada problema los alumnos valoren cuál es la medida de tendencia central que representa mejor la situación planteada, por lo que será muy interesante conocer los argumentos que den para elegir una u otra medida y la discusión que se generará en el grupo sobre estos temas.

El desafío involucrará muchos aspectos que pueden servir a los alumnos como argumento, por ejemplo, valores, conocimiento de las condiciones de su comunidad, etcétera.

También es importante que los alumnos reflexionen sobre la importancia de los datos estadísticos en la toma de decisiones.

La página <<http://cuentame.inegi.org.mx/monografias/default.aspx?tema=me>> proporciona más información de interés sobre cada entidad, con la que se pueden plantear retos similares.

Conceptos y definiciones

Las *medidas de tendencia central* son valores que generalmente se ubican en la parte central de un conjunto de datos. Pretenden resumir la información de la muestra para un mejor conocimiento de la población. Permiten analizar los datos en torno a un valor central; entre ellas están la *media aritmética*, la *moda* y la *mediana*.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Bloque IV



Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la expresión con punto decimal de una fracción común sencilla (medios, cuartos y décimos).

Contenido

Conversión de fracciones decimales a escritura decimal y viceversa. Aproximación de algunas fracciones no decimales usando la notación decimal.

*Consigna*

En parejas, de acuerdo con la siguiente publicidad sobre diferentes marcas de jugos, hagan lo que se indica.

Néctar Feliz Envase de 0.500 litros \$9	Néctar Feliz Envase de 0.250 litros \$5	Néctar Feliz Envase de 0.750 litros \$12	Jugo Risitas Envase de 0.3 litros \$8	Jugo Risitas Envase de 0.5 litros \$15	Jugo Risitas Envase de 0.9 litros \$25
Frutal Envase de 0.25 litros \$4	Frutal Envase de 0.75 litros \$12	Frutal Envase de 0.50 litros \$8	Juguito Envase de 0.300 litros \$5	Juguito Envase de 0.900 litros \$15	Juguito Envase de 0.600 litros \$10

1. Completen la tabla anotando el costo que se ve en el envase. Si no existe esa presentación, dejen vacío el espacio.

	$\frac{1}{4}$ litro	$\frac{3}{10}$ litro	$\frac{1}{2}$ litro	$\frac{6}{10}$ litro	$\frac{3}{4}$ litro	$\frac{9}{10}$ litro
Néctar Feliz						
Jugo Risitas						
Frutal						
Juguito						



2. Juan dice que 0.3 litros equivalen a $\frac{1}{3}$ de litro. ¿Están de acuerdo con él?

Argumenten su respuesta.

Consideraciones previas

Anteriormente los alumnos trabajaron números decimales escritos con punto decimal o como fracciones decimales cuyo denominador era 10, 100 o 1000. Ahora, en este desafío, el objetivo es que comiencen a realizar la conversión de fracciones comunes a números con punto decimal; por el momento, sólo se trabajarán fracciones sencillas como medios, cuartos y décimos. Se recomienda el trabajo en parejas y, cuando terminen, hacer una confrontación de resultados.

En la publicidad, la cantidad de jugo está escrita con números con punto decimal, mientras que en la tabla aparece como una fracción decimal. Para determinar el precio, los alumnos tendrán que identificar cuál es la fracción decimal que corresponde a los números que emplean punto. Muchos de los espacios de la tabla quedarán vacíos porque no hay las mismas presentaciones en todos los jugos. Los números se eligieron de tal manera que los estudiantes observen que hay varias maneras de representar una fracción decimal cuando se usa su notación con punto decimal. Por ejemplo, para $\frac{1}{2}$ encontrarán 0.5, 0.50 y 0.500; es importante que durante la confrontación de resultados se subraye este hecho; aunque parezca sencillo, las investigaciones al respecto indican que para los alumnos no lo es.

Los estudiantes podrán seguir diferentes procedimientos para completar la tabla, dependiendo de la fracción o del número con punto decimal que estén involucrados; en algunos casos será más fácil partir de la fracción hasta llegar al número con punto decimal, mientras que en otros será más fácil proceder a la inversa. Como ejemplo de ello se presentan los siguientes casos.

- En 0.25 es muy probable que los alumnos identifiquen que se trata de $\frac{1}{4}$.
- En $\frac{9}{10}$ los alumnos podrán leer “nueve décimos” y buscar el número que use punto decimal y se lea igual (0.9).
- En 0.75 los alumnos podrán leer “setenta y cinco centésimos”, que como fracción se expresa $\frac{75}{100}$, y entonces razonen: “Un cuarto de 100 son 25, dos cuartos de 100 son 50, por lo tanto, tres cuartos de 100 son 75; la fracción equivalente es $\frac{3}{4}$ ”, o bien quizá algunos recuerden que las fracciones equivalentes se obtienen cuando al numerador y al denominador se les multiplica o divide por un mismo número y razonen: “ $\frac{75}{100} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ ”.

Una estrategia experta para convertir una fracción a su expresión con punto decimal es dividir el numerador entre el denominador. Esta estrategia se trabajará en las próximas dos sesiones, pero si llega a surgir antes debido a que algún alumno la conoce, se puede aprovechar para comentarla durante la confrontación de resultados.

La segunda pregunta tiene el propósito de introducir a los alumnos en las fracciones que no son decimales. Las decimales son aquellas que pueden ser escritas con los denominadores 10, 100, 1000, etcétera. Los cuartos, medios, quintos y décimos son ejemplos de fracciones decimales. Si una fracción no puede ser escrita de esta manera, se dice que no es una fracción decimal. Por

ejemplo, no existe ninguna fracción equivalente a $\frac{1}{3}$ cuyo denominador sea 10, 100, 1000, etcétera; entonces, $\frac{1}{3}$ no es una fracción decimal. En este momento no se pretende que se dé a los alumnos esta información, sólo hay que confrontar los argumentos dados por ellos para comprobar que no es 0.3. Algunos de estos argumentos son:

- Si sumo tres veces $\frac{1}{3}$ obtengo 1 y si sumo tres veces 0.3 obtengo 0.9, cantidad que es menor que 1, por lo que no son iguales.
- $\frac{1}{3}$ es equivalente a $\frac{3}{9}$, fracción que es diferente de $\frac{3}{10}$ (0.3).
- 0.3 es $\frac{3}{10}$ y no existe ninguna fracción equivalente a $\frac{1}{3}$ cuyo denominador sea 10.
- Si divido en la calculadora 1 entre 3 ($\frac{1}{3}$) se obtiene 0.33333..., cantidad que de ninguna manera es 0.3, aunque esté muy cercana.

Es difícil que los alumnos den el último argumento, porque implica concebir a la fracción como una división; no obstante, es probable que alguno lo use y, de ser así, se puede aprovechar para trabajar esta idea con los alumnos porque es el propósito de la siguiente sesión.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen que dividir el numerador entre el denominador es una manera de hallar la expresión con punto decimal de una fracción.

Consigna

Se tienen algunos listones que deben ser divididos en partes iguales. En equipos, completen la tabla; deben anotar el tamaño de cada parte en metros.



Longitud del listón (m)	Número de partes iguales en que se cortará	Tamaño de cada una de las partes (m)
1	2	
1	4	
3	2	
5	4	
2	5	
4	5	
6	5	
8	5	
10	4	
10	5	

Contenido

Conversión de fracciones decimales a escritura decimal y viceversa. Aproximación de algunas fracciones no decimales usando la notación decimal.

Consideraciones previas

Existen diferentes procedimientos para convertir una fracción común a su equivalente en decimal; una muy eficaz consiste en dividir el numerador entre el denominador de la fracción. A pesar de su sencillez, conceptualmente es difícil que los alumnos la comprendan. En esta sesión se pretende que construyan esta noción con el ejemplo de los listones.

Los números se eligieron de tal manera que en algunos casos no requieren hacer la división; por ejemplo, si se tiene un metro de listón y se corta en dos partes iguales, cada parte medirá $\frac{1}{2}$. Es muy probable que algunos alumnos lo expresen con fracción y otros con punto decimal; esto se aprovechará en la confrontación de resultados para afianzar lo visto en la sesión anterior. Hay casos que no son tan sencillos para ellos. Por ejemplo, cortar 6 metros de listón en cinco partes iguales no resulta tan obvio, aunque se tiene el antecedente de que ya han trabajado la fracción para representar un reparto. En este caso, los alumnos podrán seguir diferentes procedimientos, por ejemplo:

- Si fueran 5 metros divididos entre cinco partes, cada parte sería de un metro; entonces, el metro extra se puede cortar en 5 partes y da $\frac{1}{5}$ de metro para cada parte. El resultado es $1\frac{1}{5}$ m.
- Si fuera 1 m y lo dividiera en cinco partes iguales, cada parte sería $\frac{1}{5}$ m, pero como son 6 m, tengo que considerar seis veces un quinto, esto da como resultado $\frac{6}{5}$.
- Si coloco los 6 m juntos (uno al lado de otro) y mido los centímetros que debo cortar para obtener las cinco partes iguales, obtengo seis pedazos de 20 cm, esto equivale a tramos de 1.2 m o 120 cm.

Estos procedimientos también surgen cuando los alumnos reparten galletas o chocolates. Es muy importante que en la confrontación de resultados se pida a los alumnos que traten de mostrar por qué $1\frac{1}{5}$, $\frac{6}{5}$ y 1.2 representan la misma cantidad de listón.

Se espera que los alumnos noten que una manera de encontrar la medida de cada parte de listón es dividir la longitud de la pieza entre el número de partes, y que esta división puede expresarse ya sea como fracción ($\frac{6}{5}$) o mediante una expresión decimal (1.2). En caso de que la expresen como fracción, observarán que el numerador es la longitud de la pieza del listón y el denominador el número de partes iguales en que se cortará la pieza. Es importante que al término de la confrontación se formalicen estas ideas y, si se considera necesario, se pondrán más ejemplos en los que el número de partes sea 2, 4, 5, 8 y 10, pues éstos son algunos de los denominadores que generan fracciones decimales.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos expresen fracciones no decimales usando una aproximación expresada con punto decimal.

Consigna

Se tienen algunos listones de diferente longitud que deben ser cortados en partes iguales. En equipos, completen la tabla (recuerden dar el tamaño de las partes en metros).



Longitud del listón (m)	Número de partes iguales en que se cortará	Tamaño de cada una de las partes, expresada como fracción (m)	Tamaño de cada una de las partes, expresada con punto decimal (m)
10	3		
10	6		
1	3		
1	6		
5	7		
5	9		
2	3		
2	6		

Contenido

Conversión de fracciones decimales a escritura decimal y viceversa. Aproximación de algunas fracciones no decimales usando la notación decimal.

Consideraciones previas

En el desafío anterior los alumnos construyeron algunas ideas que podrán usar para completar la tabla.

- El tamaño de cada parte es una fracción en la que el numerador representa la longitud de la pieza y el denominador, el número de partes. Así, en la primera fila de la tabla, la respuesta con fracción es $\frac{10}{3}$, o bien $3\frac{1}{3}$.
- El tamaño de cada parte se puede obtener al dividir la longitud de la pieza entre el número de partes; 10 entre 3 da como resultado 3.33333...

En todos los casos, las respuestas a la tabla que los estudiantes obtendrán serán fracciones que no son decimales y, por lo tanto, su expresión con punto decimal sólo puede aproximarse. No se trata de profundizar mucho en este sentido. Durante la confrontación de resultados, será conveniente señalar que al convertir una fracción en su expresión con punto decimal puede suceder:

- Que algunas fracciones tengan una parte decimal que sí termina y por ello se puede obtener una expresión exacta, como las que se estudiaron en la sesión anterior.
- Que otras fracciones tengan una parte decimal que tiene muchos decimales (al infinito) y sólo se pueda obtener una expresión con punto decimal aproximada.

Mientras los alumnos trabajan, es conveniente supervisar lo que están haciendo; si se observa que algunos no saben qué hacer, hay que invitarlos a que recuerden lo que estudiaron en la sesión anterior. Se espera que los alumnos usen el procedimiento de dividir la longitud de la pieza entre el número de partes. Para abreviar el tiempo dedicado a las operaciones, se puede sugerir que usen la calculadora; al utilizarla, pensarán que el resultado es el que aparece en la pantalla (un número decimal finito) y que está limitado al número de cifras que cabe en ella. En estos momentos los alumnos aún no saben que realmente el decimal es infinito.

Es muy probable que, por ejemplo, cuando dividan 1 entre 6, escriban el resultado tal y como aparece en la calculadora: 0.1666666. Lo que sí notarán es que en todos estos casos la pantalla de la calculadora se llena, lo que no ocurrió en los casos de la tabla del desafío anterior. Aun así, no tienen por qué saber que este valor es sólo una aproximación al valor exacto.

Para ayudar a los alumnos a descubrir que la notación con punto decimal que obtuvieron es sólo una aproximación, se les puede solicitar lo mismo que en la segunda pregunta del desafío 55 (Los jugos), aplicado a este caso: si cada parte mide 0.166666 m y que son 6 partes, entonces al multiplicar en la calculadora estos dos números se debe obtener el tamaño de la pieza, en este caso, 1 m. Cuando los alumnos lo hagan, notarán que 0.166666×6 es igual a 0.999996, valor que es muy aproximado a 1, pero no es 1.

Durante la confrontación de resultados, se sugiere invitar a los alumnos a que comprueben si la expresión con punto decimal, al multiplicarse por el número de partes, da como resultado el tamaño de la pieza. Al finalizar la confrontación puede formalizar que, en algunos casos, sólo la respuesta con fracción es exacta, pero la expresión con punto decimal nada más es una aproximación.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos construyan sucesiones con progresión aritmética, geométrica y especial, a partir de la regla de formación.

Contenido

Identificación y aplicación de la regularidad de sucesiones con números (naturales, fraccionarios o decimales) que tengan progresión aritmética o geométrica, así como sucesiones especiales. Construcción de sucesiones a partir de la regularidad.

Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas. Pueden utilizar su calculadora.

1. Si una sucesión aumenta de 1.5 en 1.5, ¿cuáles son los primeros 10 términos si el primero es 0.5?

2. ¿Cuáles son los primeros 10 términos de una sucesión si el inicial es $\frac{2}{3}$ y la diferencia entre dos términos consecutivos es $\frac{1}{6}$?

3. El primer término de una sucesión es $\frac{1}{3}$ y aumenta constantemente 0.5. ¿Cuáles son los primeros 10 términos de la sucesión?

4. La regularidad de esta sucesión consiste en obtener el término siguiente multiplicando por 3 al anterior. Si el primer término es 1.2, ¿cuáles son los primeros 10 términos de la sucesión?

5. ¿Cuáles son los cinco términos siguientes de la sucesión 1, 3, 6, 10... si la regla para obtenerlos es: un término se obtiene sumando al anterior el número de su posición?



Consideraciones previas

En grados anteriores los alumnos han trabajado bastante con sucesiones en las que analizaron la regla existente entre sus elementos, para encontrar términos faltantes o los siguientes. En este desafío, se les proporciona la regla de la sucesión y ellos tendrán que determinar los números que la forman, además de que ya se incluyen números fraccionarios y decimales.

Los primeros tres problemas contienen sucesiones con progresión aritmética, es decir, que entre los términos hay una constante aditiva, por ejemplo, en el primero, los alumnos escribirán la sucesión que corresponde al patrón dado “aumenta de 1.5 en 1.5”, sumando 1.5 al primer término (0.5), que es con el que inicia la sucesión, luego, al término resultante (2) le volverán a sumar 1.5 para obtener el siguiente, y así sucesivamente hasta completar los 10 primeros términos.

En el cuarto problema se presenta una sucesión con progresión geométrica, porque la razón entre dos términos consecutivos es un factor constante (3). La dificultad de esta sucesión radica en el tipo de operación a realizar (multiplicación de un número natural por uno decimal). En este caso, es una buena oportunidad para verificar si los alumnos han consolidado este conocimiento.

En el quinto problema hay una sucesión especial, ya que no tiene progresión aritmética ni geométrica. En este caso, es importante prestar atención a cómo van entendiendo los alumnos el problema; si es necesario, acláreles con un ejemplo a qué se refiere el número de la posición de cada término.

Una vez que los alumnos han logrado escribir los cinco términos siguientes de la sucesión, conviene analizarla nuevamente con la finalidad de ver si pueden descubrir otra regularidad en ella que consiste en que cada término se obtiene sumándole lo que se le sumó al anterior más 1.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen regularidades en sucesiones con progresión aritmética, geométrica y especial, y las apliquen para encontrar términos faltantes o términos cercanos de dichas sucesiones.

Contenido

Identificación y aplicación de la regularidad de sucesiones con números (naturales, fraccionarios o decimales) que tengan progresión aritmética o geométrica, así como sucesiones especiales.
Construcción de sucesiones a partir de la regularidad.

Consigna

En parejas, escriban los términos que faltan y la regularidad que presenta cada sucesión.

a) $\frac{1}{16}, \frac{5}{16}, \frac{9}{16}, \frac{13}{16}, _, _, _, \dots$

Regularidad: _____

b) $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, _, \frac{5}{8}, _, _, \dots$

Regularidad: _____

c) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, 1\frac{1}{4}, 1\frac{1}{2}, _, _, _, \dots$

Regularidad: _____

d) 0.75, 1.5, 3, _____, 12, 24, _____, _____, ...

Regularidad: _____

e) 2, 5, 10, 17, _____, _____, _____, ...

Regularidad: _____

f) 0, 3, 8, 15, 24, _____, _____, 63, 80, ...

Regularidad: _____



Consideraciones previas

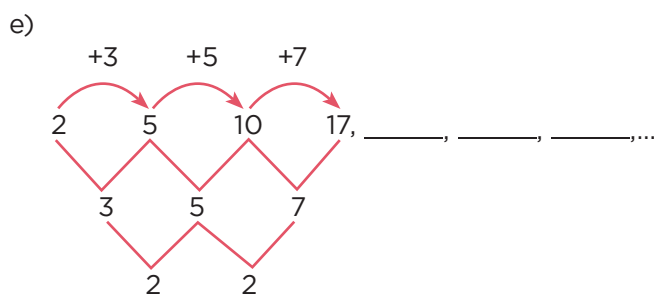
Como en el desafío anterior, otra vez los alumnos pondrán en juego lo que han aprendido en grados anteriores para determinar constantes aditivas y factores constantes (en los casos de sucesiones con progresión aritmética o con progresión geométrica), así como determinar regularidades en sucesiones cuyas progresiones no corresponden a ninguna de las mencionadas.

Se espera que no tengan problemas para enunciar las regularidades que presentan las sucesiones y las apliquen para determinar algunos términos de las mismas. Por ejemplo, que escriban reglas como: “Para obtener un término, se le suma... al término anterior”, “Cada término se obtiene multiplicando el anterior por...”, “Cada término se obtiene sumando lo mismo que se le sumó al anterior, más dos”.

En el inciso *a*, es probable que la mayoría de los alumnos escriban la siguiente regularidad: “Al numerador se le suma 4 y el denominador permanece igual”, lo cual es correcto, sin embargo, habría que preguntarles cuál es la constante aditiva, es decir, qué número se le suma al término anterior para obtener el siguiente.

Los casos de los incisos *b* y *c* también son de progresión aritmética, y el del inciso *d* es una sucesión con progresión geométrica con un factor constante (2), porque para obtener un término se multiplica por 2 el anterior.

En los incisos *e* y *f* aparecen sucesiones denominadas “especiales”; un ejemplo es la del inciso *e*, en la que la regularidad es que al primer término se le suma 3; al segundo, 5; al tercero, 7. Aquí se trata de otro tipo de regularidad, la cual va sumando de 2 en 2. Dicho de otra manera, cada término se obtiene sumando lo que se le sumó al término anterior más 2. En caso de que los alumnos no lleguen a esta forma de plantear la regularidad, se les puede ayudar con esquemas como el siguiente.



En el inciso *f* se espera que los alumnos puedan determinar que los términos faltantes son 35 y 48.

Para consolidar lo aprendido, se les puede pedir que inventen sucesiones y que luego las intercambien con otros compañeros para que encuentren términos faltantes. También podría plantearles problemas en los que determinen si un cierto número pertenece o no a la sucesión. Por ejemplo:

En la sucesión 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8,..., ¿el número 11 es uno de sus términos?, ¿por qué?

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos relacionen el cálculo de $\frac{n}{m}$ partes de una cantidad con la multiplicación y la división.

Contenido

Resolución de problemas que impliquen calcular una fracción de un número natural, usando la expresión “a/b de n”.

Consigna

En equipos, resuelvan estos problemas.

1. En un grupo de 36 alumnos, $\frac{1}{3}$ del total son menores de 10 años. ¿Cuántos tienen 10 o más años?

¿Qué parte del grupo tiene 10 o más años?

2. En toda la escuela hay 230 estudiantes en total, de los cuales $\frac{3}{5}$ son mujeres. ¿Cuántos son hombres?

¿Qué parte del total de los estudiantes son hombres?

3. De los 45 alumnos que hay en un grupo, 9 obtuvieron calificación mayor que 8. ¿Qué parte del grupo obtuvo 8 o menos de calificación?

4. En la zona escolar hay 15 escuelas a las que asisten en total 3760 alumnos, de los cuales 2820 tienen más de dos hermanos. ¿Qué parte del total de alumnos tiene dos hermanos o menos?



Consideraciones previas

Es conveniente hacer una puesta en común para cada problema una vez que la mayoría de los equipos logre obtener una respuesta. Para responder las preguntas del primer problema se puede hacer la siguiente reflexión: los alumnos con 10 o más años de edad son $\frac{2}{3}$ de 36, puesto que quienes tienen menos de 10 son $\frac{1}{3}$. Es muy probable que los alumnos calculen primero cuánto es $\frac{1}{3}$ de 36, por la facilidad de asociar $\frac{1}{3}$ con la división entre 3. Una vez que sepan cuánto es $\frac{1}{3}$ de 36, pueden simplemente restar esta cantidad a 36 para obtener el resultado, probablemente sin reparar en que dicho resultado representa $\frac{2}{3}$ de 36, pero para eso sirve la segunda pregunta.

Los alumnos que opten por calcular $\frac{2}{3}$ de 36 seguramente calcularán $\frac{1}{3}$ y multiplicarán el resultado por 2. Quienes realicen esto contestarán la segunda pregunta antes que la primera. Lo que importa de este procedimiento es resaltar las dos operaciones que se efectúan para calcular $\frac{2}{3}$ de 36, una división (entre 3) y una multiplicación (por 2). Aquí, una pregunta interesante es ¿qué pasa si primero multiplicamos por 2 y después dividimos entre 3? Se trata de hacerles notar que en este encadenamiento de operaciones (multiplicación-división) no importa el orden en el que se realicen.

El segundo problema es similar al primero, sólo que la cantidad base es mayor (230) y entre los datos no hay una fracción unitaria (con numerador 1), aunque es muy probable que la utilicen.

El tercero y el cuarto problemas son distintos, digamos que son inversos a los anteriores. Se trata, en el primer caso, de averiguar qué parte de 45 es 9, y en el segundo, qué parte de 3 760 es 2 820, lo cual es equivalente a preguntar qué porcentaje de 45 es 9, o bien qué porcentaje de 3 760 es 2 820, sólo que en el caso que nos ocupa la respuesta es una fracción.

En ambos problemas (tercero y cuarto) los alumnos pueden proceder por tanteo. En el tercero se puede saber con cierta facilidad que 9 es $\frac{1}{5}$ de 45, así que la respuesta es $\frac{4}{5}$. En el cuarto problema los alumnos podrán descartar $\frac{1}{2}$, porque claramente 2 820 es más que la mitad de 3 760. Quizá prueben con $\frac{1}{3}$, y luego con $\frac{3}{4}$, hasta encontrar la fracción buscada, para esto tienen que dividir y multiplicar.

Otra posibilidad para resolver el cuarto problema es dividir 2 820 entre 3 760. En realidad, la pregunta, ¿qué parte de 3 760 es 2 820?, se contesta con la fracción $\frac{2820}{3760}$, que simplificada es igual a $\frac{3}{4}$. Esto es similar a decir: "¿Qué fracción de 4 es 2?" La respuesta es $\frac{2}{4}$, que es igual a $\frac{1}{2}$. ¿Por qué sucede esto? Porque dos partes de un total de 4 es $\frac{2}{4}$ o $\frac{1}{2}$ o 50%.

Si entre los alumnos surge el procedimiento anterior, vale la pena analizarlo con detalle y relacionarlo con otros contenidos como el de porcentaje, que ellos ya han estudiado.

Conceptos y definiciones

La expresión $\frac{n}{m}$ partes de una cantidad es una generalización, representa una fracción de una cantidad; por ejemplo “ $\frac{2}{3}$ de los 48 alumnos son mujeres”. Para realizar este cálculo pueden usarse la multiplicación y la división de naturales.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos descubran la equivalencia entre las expresiones " $\frac{a}{b}$ de n " y " $\frac{a}{b}$ veces n ".

Consigna 1

El dibujo representa un circuito de carreras cuya longitud es de 12 km. En equipo, con base en esta información, anoten las cantidades que faltan en la tabla.



Número de vueltas	1	2	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{3}$
Kilómetros recorridos	12								

Contenido

Resolución de problemas que impliquen calcular una fracción de un número natural, usando la expresión " a/b de n ".

Consigna 2

Junto con sus compañeros de equipo, contesten las preguntas con base en la información de la tabla anterior.

- a) Un ciclista recorrió todo el circuito $3\frac{1}{2}$ veces. ¿Cuántos kilómetros recorrió?

¿Cuántas vueltas completó?

- b) Otro ciclista recorrió el circuito $1\frac{1}{4}$ veces. ¿A cuántos kilómetros equivale esa longitud?

¿Cuántas vueltas completó?

- c) Un tercer ciclista recorrió $\frac{3}{4}$ veces el circuito. ¿Cuántos kilómetros representa esa cantidad?

¿Cuántas vueltas completó?



Consideraciones previas

Se sugiere hacer sólo una puesta en común, cuando la mayoría de los alumnos hayan contestado la tabla y las preguntas, con la finalidad de que al resolver ambas noten que “las veces que se recorre el circuito” y “el número de vueltas” pueden expresarse tanto con números naturales como con fraccionarios, y que ambos tipos de expresión equivalen, en este caso, a $\frac{a}{b}$ de 12. Por ejemplo, puede decirse que un ciclista recorrió la pista “ $1\frac{1}{3}$ veces”, o que dio “ $1\frac{1}{3}$ vueltas”, o que recorrió “ $1\frac{1}{3}$ de 12” o “ $\frac{4}{3}$ de 12 kilómetros”.

Es importante destacar que la palabra “veces” suele asociarse a la multiplicación, por ejemplo, 3×12 equivale a decir 3 veces 12. También puede usarse en el caso de las fracciones, tanto mayores como menores a 1. Por ejemplo $2\frac{1}{2}$ veces 12 equivale a $2\frac{1}{2} \times 12 = 30$, así como $\frac{1}{2}$ veces 12 es equivalente a $\frac{1}{2} \times 12 = 6$.

Ahora bien, en el caso de los naturales, “ 3×12 ” y “3 veces 12” no son expresiones equivalentes a “3 de 12”, porque esta última se interpreta como $\frac{3}{12}$. Sin embargo, en el caso de las fracciones, las tres expresiones son equivalentes; así, “ $\frac{1}{3}$ veces 12”, “ $\frac{1}{3} \times 12$ ” y “ $\frac{1}{3}$ de 12”, dan como resultado 4.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen y usen el significado de las expresiones " $\frac{a}{b}$ de n ", " $\frac{a}{b}$ veces n " y " $\frac{a}{b} \times n$ ".

Contenido

Resolución de problemas que impliquen calcular una fracción de un número natural, usando la expresión " a/b de n ".

Consigna

En equipos, resuelvan los problemas.

1. Manuel tiene un pequeño negocio y ha decidido ahorrar $\frac{2}{5}$ de la ganancia del día. Anota en la tabla las cantidades que faltan.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
Ganancia	\$215.00	\$245.00		\$280.00		\$504.00
Ahorro			\$122.00		\$168.00	

2. A Yoatzin le gusta correr en el parque Los viveros, en el que hay un circuito de 3 km de longitud. Primero camina $\frac{1}{2}$ de vuelta, luego trota $\frac{2}{3}$ de vuelta, después corre $1\frac{1}{3}$ vueltas y para terminar camina $\frac{1}{6}$ de vuelta. ¿Cuántos kilómetros recorre Yoatzin en total?
-

3. Calculen los resultados de las siguientes expresiones.

- | | |
|---------------------------|------------------------------|
| a) $\frac{3}{5}$ de 256 = | d) $\frac{2}{3} \times 24 =$ |
| b) $\frac{3}{8}$ de 824 = | e) $\frac{3}{4} \times 56 =$ |
| c) $\frac{4}{5}$ de 90 = | f) $2\frac{1}{2}$ veces 15 = |

Consideraciones previas

Se sugiere realizar una puesta en común para analizar los resultados de la tabla, otra para el problema de Yoatzin y una más para los ejercicios de cálculo.

Es posible que tras el trabajo realizado en los dos desafíos anteriores, los alumnos tengan facilidad para calcular expresiones de la forma “ $\frac{a}{b}$ de n ”, es decir, obtener una fracción de una cantidad. Sin embargo, en la tabla del primer problema hay dos casos en los que se da el resultado de aplicar la fracción $\frac{2}{5}$ a una cantidad, pero hace falta saber cuál es ésta.

En el primer caso un razonamiento posible es si 122 corresponde a $\frac{2}{5}$, 61 corresponde a $\frac{1}{5}$, por lo tanto la cantidad base, formada por $\frac{5}{5}$, es $61 \times 5 = 305$. La idea fundamental para resolver la tabla consiste en pensar que las ganancias corresponden al total, representado en este caso por $\frac{5}{5}$.

Es probable que el segundo problema resulte más complicado, porque hay que realizar varios cálculos y después sumar los resultados. Además, hay que considerar que cuando se dice “vuelta” hablamos de 3 kilómetros. Una posible vía de solución consiste en calcular $(\frac{1}{2} \text{ de } 3) + (\frac{2}{3} \text{ de } 3) + (1\frac{1}{3} \text{ veces } 3) + (\frac{1}{6} \text{ de } 3)$, lo que es igual a $1\frac{1}{2} \text{ km} + 2 \text{ km} + 4 \text{ km} + \frac{1}{2} \text{ km}$; en total, 8 km.

Otra posibilidad es sumar primero todas las fracciones: $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + 1\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 2\frac{2}{3}$. Ahora bien, $2\frac{2}{3}$ veces 3, o $2\frac{2}{3} \times 3 = 8$.

El tercer problema tiene como función clara fortalecer las técnicas, pero vale la pena detenerse a analizar con cuidado los casos en los que surgen resultados diferentes.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos reflexionen sobre las características de una pirámide o un prisma, ante la necesidad de trazar el desarrollo plano, recortarlo y armarlo.

Contenido

Anticipación y comprobación de configuraciones geométricas que permiten construir un cuerpo geométrico.

Consigna

En equipos, hagan la siguiente actividad.

Armen con cartulina un cuerpo geométrico idéntico al modelo que les proporcionará su profesor; deberá tener la misma forma y tamaño, pero no pueden desarmar el modelo para copiarlo.



Consideraciones previas

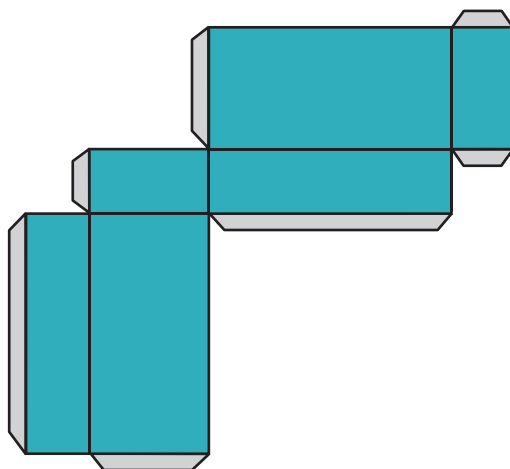
Los alumnos analizarán el cuerpo geométrico para observar qué forma tiene, cuántas caras posee y determinar cuáles son las medidas que considerarán para armar un cuerpo igual. Es posible que, para armar el cuerpo, algunos equipos decidan hacer las caras por separado y luego unir las una por una. También habrá quienes traten de identificar la disposición en la que deben trazar las caras para armar el cuerpo con una sola pieza.

Con la indicación para los alumnos de no desarmar el cuerpo geométrico, se pretende fomentar un análisis más profundo sobre la forma de las caras, sus medidas y la disposición de las mismas en un prisma o una pirámide.

Es importante que los equipos muestren el cuerpo geométrico que sirvió como modelo y el que construyeron. En la puesta en común pueden platicar cómo lo hicieron y si lograron o no el propósito. En caso de no haberlo logrado, conviene analizar los errores.

Si se observa que los alumnos tienen dificultad para usar el juego de geometría y trazar determinada figura, habrá que apoyararlos. Quizá convenga un repaso grupal de algunos trazos básicos como líneas paralelas y perpendiculares, rectángulos, etcétera.

También es importante enfatizar la eficacia de construir el cuerpo con una sola pieza trazada (patrón o desarrollo plano), así como analizar dónde deben ir las pestañas que servirán para unirlo; para ello conviene realizar algún ejercicio de imaginación espacial a partir de un desarrollo plano propuesto. Esta actividad debe propiciar que los alumnos imaginen cuáles caras se pegan para formar una arista. Hay que considerar que las pestañas se van colocando alternadamente, de manera que en un lado sí se coloquen y en otro no, como se muestra en la siguiente figura.

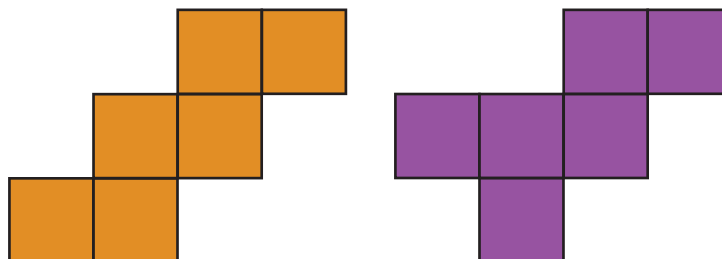


Materiales

Para cada equipo:

- Una cartulina, tijeras, pegamento, juego de geometría.
- Cajas de diferente tamaño en forma de prismas, pirámides y un cubo (pueden ser cajas de medicinas, de regalos, de chocolates, etcétera).

Como los equipos cuentan con distintos cuerpos geométricos, quizá no surjan diferentes desarrollos planos o patrones para armar el mismo cuerpo, por lo tanto, se sugiere que el maestro muestre a los alumnos varias opciones. El cubo es un ejemplo, ya que existen 11 patrones. Dos de ellos son:



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos analicen cuál es la información necesaria para poder construir un cuerpo geométrico, sin tenerlo a la vista.

Consigna

Organicen equipos para realizar esta actividad.

- El profesor distribuirá a cada equipo un cuerpo geométrico cubierto o dentro de algo; eviten que los demás equipos lo vean.
- Después, en una hoja, escriban un mensaje para que otro equipo arme un cuerpo idéntico al que ustedes tienen.
- El mensaje puede contener dibujos, medidas y texto. Cuando tengan listo su mensaje lo entregarán a otro equipo y ustedes recibirán a cambio también un mensaje para armar un cuerpo.
- Al terminar, comparen sus cuerpos geométricos con el modelo original y analicen si son iguales en forma y tamaño. En caso de alguna falla, identifiquen cuál fue.

**Contenido**

Anticipación y comprobación de configuraciones geométricas que permiten construir un cuerpo geométrico.

Consideraciones previas

Materiales

Para cada equipo:

- Una caja en forma de prisma o pirámide (cajas de medicinas, regalos, chocolates, etcétera). Pueden ser los cuerpos utilizados en la sesión anterior, incluyendo un cubo.
- Un juego de geometría, cartulina, tijeras y pegamento.

Los alumnos elaborarán sus mensajes con la información que consideren necesaria para que otro equipo pueda armar el cuerpo geométrico idéntico al descrito. Es muy probable que en los primeros mensajes la información sea insuficiente para armar dicho cuerpo, por lo que se sugiere que la actividad se repita al menos una vez más.

Es importante que los equipos muestren y analicen cómo escribieron sus mensajes, qué características de los cuerpos consideraron y los datos que incluyeron. Asimismo, se sugiere analizar algunos de los mensajes que no permitieron armar los cuerpos, para identificar si el error estuvo en la falta de información, en si ésta era errónea, en la interpretación del mensaje, en el trazado de las figuras, etcétera.

Es probable que los alumnos dibujen la representación plana del cuerpo geométrico indicando las medidas, también que algunos se animen a hacer el desarrollo plano (patrón), redacten textos en los que describan la forma y número de caras con sus medidas, o escriban el nombre del cuerpo con las dimensiones necesarias.

El trabajo geométrico radica no sólo en la identificación y expresión clara de la información necesaria para que otro equipo pueda construir el cuerpo, sino también en la habilidad del equipo receptor para interpretar el mensaje y en la destreza que tenga para usar el juego de geometría. Si se detectan problemas en esto último, es importante apoyarlos recordándoles cómo trazar un cuadrado, un triángulo, un hexágono con ciertas medidas, etcétera. Incluso se puede detener la actividad y explicar a todo el grupo algunos trazos básicos.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

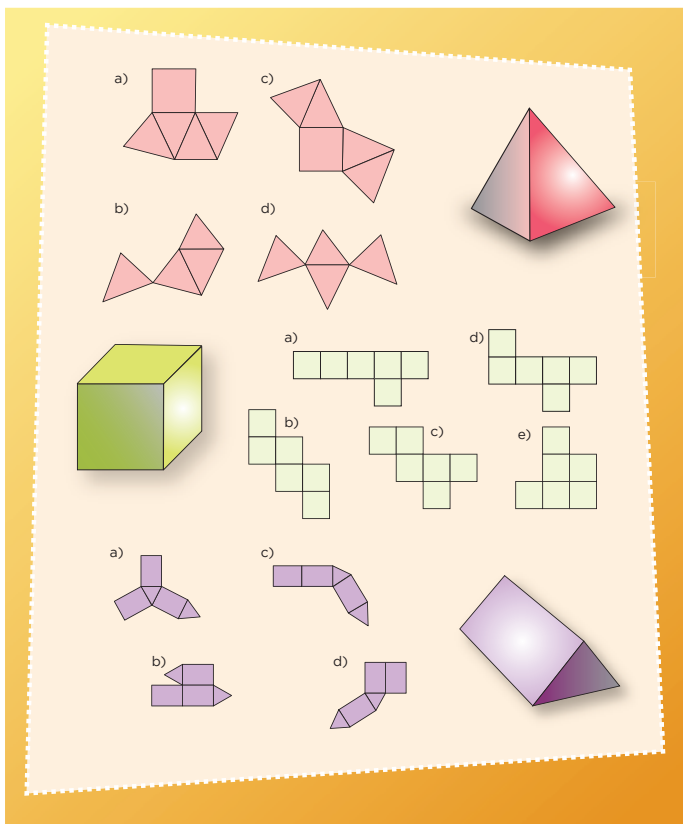
Intención didáctica

Que los alumnos utilicen la imaginación espacial para identificar y completar desarrollos planos que puedan dar origen a un cuerpo geométrico determinado.

Consigna

En parejas, lleven a cabo las siguientes actividades.

1. Seleccionen y encierren los desarrollos planos con los que se puede armar cada cuerpo geométrico.

**Contenido**

Anticipación y comprobación de configuraciones geométricas que permiten construir un cuerpo geométrico.

2. Copien las siguientes figuras en su cuaderno y dibujen las caras necesarias para completar el desarrollo plano con el que se pueda construir cada cuerpo geométrico que se menciona.



Pirámide pentagonal



Prisma hexagonal



Prisma cuadrangular



Consideraciones previas

En la primera actividad es importante que los alumnos intenten seleccionar los desarrollos planos que sí permiten la construcción del cuerpo geométrico recurriendo solamente a la imaginación. Si alguna pareja intenta calcar, recortar y armar los desarrollos planos para comprobar si es posible o no formar el cuerpo, se les puede invitar a valerse de esto sólo para verificar si sus respuestas fueron correctas cuando hayan terminado.

Es probable que en la primera actividad se enfrenten al problema de creer que se trata de una pirámide triangular en lugar de una cuadrangular, y que con base en ello elijan el desarrollo plano; sin embargo, sólo uno permite la construcción. En el caso del cubo, los desarrollos *a* y *e* no permiten su construcción, mientras que para el prisma triangular, los desarrollos *b* y *c* tampoco son útiles.

Cuando los equipos decidan que uno de los desarrollos es el adecuado, habrá que preguntarles: “¿Cómo mostrarían a sus compañeros que éste es el correcto?”. Esto seguramente propiciará que traten de construir el cuerpo y compararlo con la imagen presentada.

En la segunda actividad, para desarrollar los patrones de los tres cuerpos geométricos, los alumnos necesitan considerar varios aspectos; por ejemplo, cuáles y cuántas figuras geométricas necesitan dibujar para cubrir la totalidad de cada cuerpo y la forma como deben estar dispuestas para que sea posible construirlos. Si bien es importante que al dibujar mantengan la escala de las figuras que se incluyen, en esta ocasión lo relevante es que los desarrollos planos que propongan realmente puedan dar origen a los cuerpos geométricos.

Es necesario que los alumnos se responsabilicen de sus resultados o respuestas, es decir, es conveniente pedirles siempre que digan por qué ofrecen determinada solución.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos obtengan la medida de la circunferencia y el diámetro de varios círculos y adviertan que el cociente del primero sobre el segundo es una constante llamada pi (π), y que reconozcan el producto obtenido entre π y la longitud del diámetro como un procedimiento más para calcular la longitud de la circunferencia.

Contenido

Cálculo de la longitud de una circunferencia mediante diversos procedimientos.

Consigna

En equipos, lleven a cabo la actividad y después contesten lo que se pide.

Utilicen hilo o cuerda para medir la circunferencia y el diámetro de los objetos que tienen en su mesa y registren sus resultados en la tabla. Después obtengan sus cocientes y completen la tabla; pueden usar calculadora. Escriban sólo dos cifras decimales para expresar el cociente.

Objeto	Medida de la circunferencia (cm)	Medida del diámetro (cm)	Cociente de la circunferencia entre el diámetro

a) ¿Cómo son los resultados de los cocientes?

¿A qué crees que se deba esto?

b) ¿Cómo calculan la medida de la circunferencia si conocen la medida del diámetro?

Consideraciones previas

En quinto grado los alumnos trazaron círculos y analizaron la diferencia entre círculo y circunferencia. También ubicaron el centro, el radio y el diámetro, así que en este momento se espera que no haya dificultad en ubicar el diámetro.

No se espera que la ubicación sea precisa, ya que los alumnos no cuentan con el centro del círculo, pero sí puede verificarse que sea cercana a éste.

Es probable que algunos cocientes sean 3.14, pero otros no; sin embargo, los cocientes que obtengan tendrán que acercarse a este valor, que es la medida que se ha tomado como valor de π .

Una vez que los alumnos han hecho el ejercicio de medir la longitud de la circunferencia, la del diámetro, y obtenido el cociente, se les pedirá que respondan las preguntas. En la primera de éstas se esperan respuestas como: “Son iguales”, “Son casi iguales”, “Se parecen”, etcétera. En la segunda, el objetivo es que los alumnos establezcan que hay una relación estrecha entre las medidas del diámetro y de la circunferencia; esto es, que el diámetro cabe ligeramente un poco más de tres veces (3.14) en la circunferencia.

Finalmente se les puede explicar a los alumnos que a esta relación entre el diámetro y la circunferencia se le ha dado el nombre de pi y se representa con la letra griega que lleva ese nombre (π).

Es probable que algunos estudiantes hayan escuchado o aprendido en grados anteriores que el valor de π es 3.1416, de manera que puede decirles que en realidad existe un acuerdo para manejar el valor de π con dos o cuatro decimales, pero que en realidad consta de muchos números más (3.141592653589793238...).

La última pregunta sirve para reflexionar acerca de esta relación y concluir que si conocen la medida del diámetro de un círculo, entonces pueden calcular su perímetro (longitud de la circunferencia) al multiplicar esa medida por las veces que cabe en ella. Dicho de otra forma, es así como surge la fórmula para calcular la longitud de la circunferencia (el perímetro del círculo): $P = \pi \times d$

Materiales

Para cada equipo:

- 5 objetos circulares que tengan un diámetro de 8 cm o mayor: tapas de frascos, rollos de cinta adhesiva, jarras, botellas, platos, etcétera.
- Cordón, estambre, agujetas, cuerda o lazo delgado suficiente para rodear los objetos circulares.
- Una regla o cinta métrica para medir la longitud del cordón.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos usen la relación entre la circunferencia y el diámetro para resolver problemas.

Contenido

Cálculo de la longitud de una circunferencia mediante diversos procedimientos.

Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas; pueden usar calculadora.

1. Si el diámetro de la Tierra es de 12 756 km, ¿cuál es la medida de su circunferencia?

2. Si la medida de la circunferencia de una glorieta es de 70 m, ¿cuánto mide su diámetro?

3. De la casa de Pancho a la de José hay una distancia de 450 m. Si vas en una bicicleta, cuyas ruedas tienen un diámetro de 41.5 cm, ¿cuántas vueltas darán éstas en el trayecto de la casa de Pancho a la de José?



Consideraciones previas

En el desafío anterior los alumnos advirtieron que al multiplicar el valor aproximado de π por la longitud del diámetro se obtiene la medida de la circunferencia; ahora deberán usar esta relación para obtener alguno de los valores involucrados en ella.

El primer problema se trata de calcular el valor de la circunferencia utilizando el producto de π por la medida del diámetro. Se sugiere usar dos cifras decimales (3.14) para el valor de π .

En el segundo, a diferencia del primero, se pide calcular el valor del diámetro dado el valor de la circunferencia. Para obtenerlo se parte de la misma relación ($C = \pi \times d$); una vez sustituidos los valores conocidos se tiene: $70 = 3.14 \times d$. Es probable que, a pesar de contar con esta expresión, los alumnos no sepan cómo obtener el valor del diámetro; si es así, plantee lo siguiente: dado que la circunferencia es 3.14 veces la medida del diámetro, en consecuencia, para obtener su valor se multiplica la longitud del diámetro por 3.14; entonces, ¿qué parte representa el diámetro respecto a la circunferencia? ¿Qué operación debe hacerse para obtener el valor del diámetro, dado el valor de la circunferencia? ¿Cómo se obtiene un factor desconocido cuando se conocen el otro factor y el producto? Incluso, se podría plantear una operación sencilla como $4 \times 3 = 12$ y preguntar, si se desconociera cualquiera de los dos factores, ¿qué operación permitiría calcular su valor? Se espera que los alumnos concluyan que el diámetro es aproximadamente la tercera parte de la circunferencia; así, el diámetro puede obtenerse dividiendo la medida de la circunferencia entre 3.14.

En el tercer problema, se calcula la longitud de la circunferencia y hay que averiguar cuántas veces cabe ésta en 450 metros. El error que puede aparecer en este problema es que los alumnos se olviden de convertir los metros en centímetros para realizar la división.

Es importante reconocer y analizar expresiones usuales en las que se utiliza la longitud del diámetro de un objeto, por ejemplo: “Para conectar el drenaje se necesita un tubo de PVC de 4 pulgadas”, “Debo perforar con una broca de $\frac{3}{4}$ de pulgada”, “en mi jardín hay una manguera de $\frac{1}{2}$ pulgada”.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

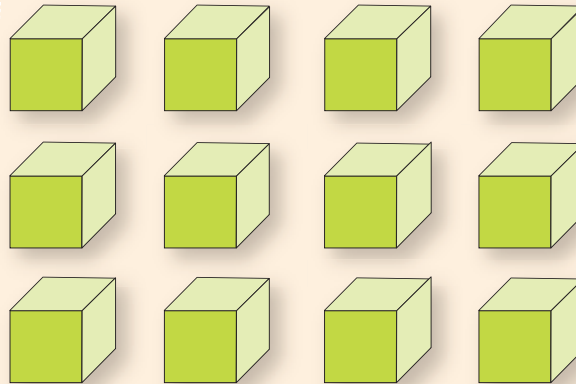
Que los alumnos relacionen el concepto de volumen con la cantidad de cubos que forman un cuerpo geométrico.

Contenido

Cálculo del volumen de prismas mediante el conteo de unidades.

Consigna

En equipos, construyan cinco prismas diferentes con los cubos que tienen; pueden usar todos o sólo algunos. Posteriormente completen la tabla.



Prisma	Número de cubos (largo)	Número de cubos (ancho)	Número de cubos (altura)	Volumen: número total de cubos que forman el prisma
A				
B				
C				
D				
E				

Consideraciones previas

La intención de esta actividad es que los alumnos relacionen la idea de volumen de un prisma con el número de cubos que lo forman. No importa el tamaño de estos cubos pues, por el momento, se tomarán como unidad arbitraria de medida. No obstante, se pide que los alumnos cuenten los cubos que tienen los prismas en sus tres dimensiones (largo, ancho y alto). Tampoco es propósito de este desafío que lleguen a expresar la fórmula $\text{largo} \times \text{ancho} \times \text{altura}$, aunque es probable que algunos lo noten y eviten contar el total de cubos para completar la última columna.

Se sugiere hacer una tabla en el pizarrón y anotar los resultados de los diferentes equipos. Algo que debe destacarse en la puesta en común es la equivalencia de prismas.

Materiales

Para cada equipo:

- 40 cubos de igual tamaño, de plástico o madera. Si esto no es posible, forme equipos de 5 alumnos y con anticipación pida a cada miembro que arme con cartulina 8 cubos de 3 cm de arista. También pueden servir dados del mismo tamaño.

Prisma	Número de cubos (largo)	Número de cubos (ancho)	Número de cubos (altura)	Volumen: número total de cubos que forman el prisma
A	5	4	2	40
B	4	2	5	40

Se espera que los alumnos se den cuenta de que se trata del mismo prisma, por ello es importante preguntarles si son iguales o diferentes. Otra actividad interesante, una vez que se ha completado la tabla en el pizarrón con las medidas de varios prismas, es cubrir (o borrar) alguno de los números y que los alumnos calculen el número borrado. En esta actividad también pueden omitirse dos números, situación que invitará a explorar las diferentes posibilidades para completarlos.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

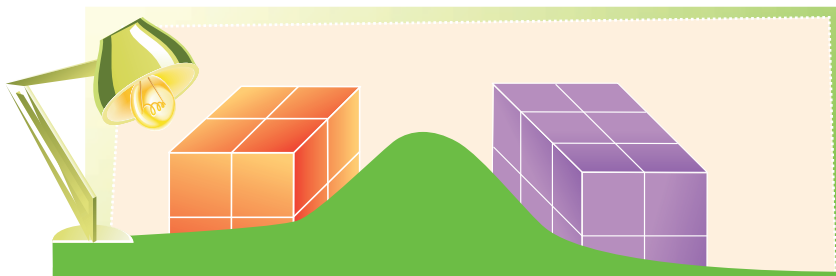
Que los alumnos usen la relación que hay entre largo, ancho y altura de un prisma con su volumen.

Contenido

Cálculo del volumen de prismas mediante el conteo de unidades.

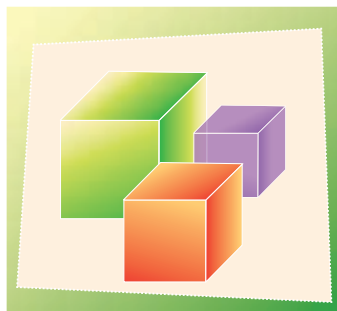
Consigna

En parejas, consideren los siguientes prismas para responder las preguntas. Tomen en cuenta que un obstáculo impide ver parte de los prismas.



a) ¿Cuál podría tener un volumen equivalente a 18 cubos?

b) Si la altura de ambos equivale a 4 cubos, ¿cuál es la diferencia entre sus volúmenes?



c) Si duplican el número de cubos a lo ancho de cada cuerpo, ¿en cuánto se incrementa su volumen?

d) Si duplican el número de cubos tanto a lo largo como a lo ancho, ¿en cuánto aumenta su volumen?

Consideraciones previas

En el desafío anterior los alumnos tuvieron la oportunidad de calcular volúmenes contando cubos; en esta sesión se avanza porque hay obstáculos para que puedan contar todos los cubos. También se predice lo que ocurre al variar alguna o algunas de las medidas de los prismas, siempre en el contexto de calcular los volúmenes mediante el conteo de cubos.

Mientras las parejas trabajan, es conveniente observar lo que hacen; si alguna tiene problemas para contestar las preguntas, se le puede proporcionar algunos cubos para que explore lo que se indica. En las dos últimas preguntas, se les puede pedir a los alumnos que anticipen la respuesta y después la comprueben construyendo el prisma pedido.

Es muy común que los alumnos creen que, si se duplican las dimensiones de un cuerpo, su volumen también se duplica.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen la idea de volumen de un prisma como la cantidad de cubos que lo forman.

Contenido

Cálculo del volumen de prismas mediante el conteo de unidades.

Consigna

En parejas, resuelvan los siguientes problemas.

1. Anita compró 30 chocolates que tienen forma cúbica, cuyas aristas miden 1 cm. Desea empacarlos como regalo en una caja que tenga forma de prisma rectangular.

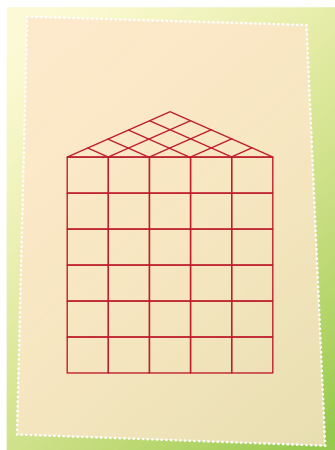
- a) ¿Cuáles deben ser las medidas de la caja, de manera que al empacar los chocolates no falte ni sobre lugar para uno más?

- b) ¿Es posible empacar tal cantidad de chocolates en una caja de forma cúbica, sin que sobre o falte espacio para uno más?

- Si la respuesta es sí, ¿cuáles tendrían que ser las medidas de la caja?

- Si la respuesta es no, ¿por qué?

2. ¿Cuál es el volumen, en cubos, del prisma triangular que está a la derecha?



Consideraciones previas

El primer problema representa para el alumno un avance conceptual sobre el volumen, por las razones siguientes.

- En los dos desafíos anteriores se calculó el volumen de cuerpos contando cubos. Las “medidas” de los prismas se determinaron según el número de cubos (largo, ancho y altura).
- En el inciso *a* ya no se pide cuántos cubos se pondrán en cada dimensión. Se pregunta directamente las medidas de la caja.

Con este problema se pretende que el alumno encuentre medidas lineales (centímetros), que al multiplicarlas den como resultado otra medida que él aún no ha trabajado (centímetros cúbicos).

Lo anterior parecería trivial, debido a que estamos acostumbrados a calcular volúmenes de prismas rectangulares multiplicando el largo, el ancho y la altura; sin embargo, no es sencillo entender por qué tres medidas lineales forman una medida cúbica. Lo importante es, dicho de otra forma, entender por qué al multiplicar las medidas de tres segmentos se obtiene una medida de volumen.

Por lo anterior se debe permitir que aquellos alumnos que lo requieran sigan dando las dimensiones de la caja en “número de chocolates o cubos”.

Es probable que algunos imaginen los cubos de un centímetro acomodados de cierta forma y den la medida de la caja en centímetros lineales. Esto enriquecerá la discusión al momento de compartir los cálculos, ya que el docente podrá comentar que ambos resultados son correctos.

El segundo problema implica otro avance: las unidades cúbicas no tienen por qué estar completas y los alumnos podrán compensar las mitades de cubos para formar unidades. Se trata de una analogía que hace referencia al cálculo de áreas formadas por cuadrados y partes de cuadrados. El papel que juega la imaginación espacial es fundamental, ya que deben interpretar la representación plana del prisma triangular, por no contar con mitades de cubos.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos comparen razones dadas en forma de fracción o como porcentajes y determinen cuál es mayor o menor convirtiéndolas todas a una misma forma.

Contenido

Comparación de razones del tipo “por cada n , m ”, mediante diversos procedimientos y, en casos sencillos, expresión del valor de la razón mediante un número de veces, una fracción o un porcentaje.

Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas.

1. A los alumnos de los grupos de sexto grado de una escuela primaria se les aplicó una encuesta sobre el tipo de música que prefieren. La música de banda fue de las más elegidas; en el grupo A, la seleccionaron 1 de cada 2 alumnos; en el B, 3 de cada 4; y en el C, 7 de cada 10. ¿Qué grupo tiene mayor preferencia por este género de música?

2. Con la misma encuesta, en los grupos de quinto grado se obtuvieron los siguientes resultados: en el grupo A, 50% de los estudiantes eligieron el hip hop y una cuarta parte la música de banda. En el B, 2 de cada 5 niños prefirieron la música gruperá y 1 de cada 2 eligió el hip hop. ¿En qué grupo hay mayor preferencia por el hip hop?

¿Qué tipo de música, gruperá o de banda, gusta más entre los alumnos de quinto grado?



Consideraciones previas

En el tercer bloque se trabajaron problemas sencillos de proporcionalidad que implicaban comparar razones. Ahora se compararán razones expresadas con fracciones o porcentajes.

Si bien el primer problema del desafío puede resolverse transformando las razones en otras equivalentes con un término común (10 de cada 20, 15 de cada 20 y 14 de cada 20), también pueden utilizarse fracciones para representar las razones: 1 de cada 2 con $\frac{1}{2}$, 3 de cada 4 con $\frac{3}{4}$ y 7 de cada 10 con $\frac{7}{10}$, y compararlas entre ellas. Para lograrlo, se pueden transformar en fracciones con el mismo denominador, o bien en números decimales.

$$\frac{1}{2} = \frac{10}{20} = 0.5$$

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20} = 0.75$$

$$\frac{7}{10} = \frac{14}{20} = 0.7$$

Al comparar las fracciones con las que tienen el mismo denominador o con los números decimales, se concluye que $\frac{3}{4}$ es la fracción mayor y, en consecuencia, es el grupo B el que tiene mayor preferencia por la música de banda.

Otra expresión que puede utilizarse para representar las razones es el porcentaje: 1 de cada 2 representa 50%; 3 de cada 4, 75%, y 7 de cada 10, 70%; por lo tanto el grupo B tiene la mayor preferencia por la música de banda, con 75 por ciento.

Este tipo de representación —que los alumnos también ya manejaron antes— es importante cuando se presentan situaciones donde se combinan todas las expresiones anteriores, como es el caso del segundo problema, en el que hay razones en forma de fracción y también como porcentaje.

Al igual que en el primer problema, los alumnos podrán recurrir a representar todo en fracción.

5º “A”: $\frac{1}{2}$, hip hop; $\frac{1}{4}$, música de banda.

5º “B”: $\frac{2}{5}$, música grupera; $\frac{1}{2}$, hip hop.

Y establecer comparaciones entre estas cantidades para responder las preguntas planteadas.

Si lo representan en porcentaje, sería:

5º “A”: 50% hip hop; 25% música de banda.

5º “B”: 40% música grupera; 50% hip hop.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos transformen razones en otras equivalentes, pero con un término común, con la finalidad de poder compararlas.

Contenido

Comparación de razones del tipo “por cada n , m ”, mediante diversos procedimientos y, en casos sencillos, expresión del valor de la razón mediante un número de veces, una fracción o un porcentaje.

Consigna 1

En equipos, resuelvan los siguientes problemas; pueden emplear calculadora.

1. En la tienda Todo es más Barato venden dos tipos de jamón de la misma calidad; por 250 gramos de jamón marca San Roque se pagan \$25, mientras que 400 gramos de jamón marca El Torito cuestan \$32. ¿Cuál jamón conviene comprar?
2. En la paletería San Agustín, el envase con 4 litros de nieve cuesta \$140, y en la Santa Mónica, litro y medio de la misma nieve cuesta \$54. ¿En cuál paletería es más barato este tipo de nieve?



Consigna 2

Individualmente, resuelve el siguiente problema; puedes usar calculadora.

De acuerdo con la información de las tablas, ¿en qué farmacia conviene comprar?

	Medicamento	Precio
Farmacia La Pastilla	Alcohol (500 ml)	\$12
	Caja con 20 tabletas de paracetamol	\$8

	Medicamento	Precio
Farmacia El Jarabe	Alcohol (350 ml)	\$8
	Caja con 24 tabletas de paracetamol	\$10

Consideraciones previas

Para resolver el primer problema es necesario comparar las dos razones que se pueden establecer entre los datos.

250 g cuestan \$25

400 g cuestan \$32

Un posible procedimiento es dividir el peso entre el precio, lo que da la cantidad de gramos por cada peso.

$250 \div 25 = 10$, así que 10 gramos cuestan \$1.

$400 \div 32 = 12.5$, por lo que 12.5 gramos cuestan \$1.

Otra forma de resolver el problema consiste en transformar las razones en otras equivalentes pero con un término común, el cual puede ser una cantidad de gramos común o una misma cantidad de dinero. De acuerdo con los datos numéricos, se facilita obtener el precio de cantidades iguales, por ejemplo, de 50 g o de 1 kg.

250 g cuestan \$25, o bien 50 g cuestan \$5.

400 g cuestan \$32, o bien 50 g cuestan \$4.

Se confirma que el jamón que conviene comprar es el de marca El Torito.

En el comercio, a menudo es necesario comparar precios de un mismo producto en diferentes tiendas o con presentaciones distintas.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Bloque V



Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen obtener múltiplos comunes de dos o más números.

Contenido

Determinación de divisores o múltiplos comunes a varios números. Identificación, en casos sencillos, del mínimo común múltiplo y el máximo común divisor.

Consigna 1

En equipos, resuelvan el siguiente problema.

La señora Clara visitó al médico porque padecía una infección en la garganta. El tratamiento que le recetó consta de varios medicamentos, según se explica en la tabla:

Medicamento	Dosis
A	Tomar una tableta cada 6 horas
B	Tomar una tableta cada 8 horas
C	Tomar una cápsula cada 12 horas

Completen la siguiente tabla en donde se registra el tiempo transcurrido a partir del inicio del tratamiento; consideren que la primera toma de los tres medicamentos la hace al mismo tiempo. Después, respondan las preguntas de la página siguiente.

Medicamento	Tomas y horas que han pasado (tras 1ª toma)								
	2 toma	3 toma	4 toma	5 toma	6 toma	7 toma	8 toma	9 toma	10 toma
A	6	12							
B		16	24						
C			36						

1. Después de la primera toma, ¿cuántas horas deben transcurrir para que ocurra otra toma simultánea de al menos dos medicamentos?

2. Al cumplir tres días con el tratamiento, ¿cuántas veces ha coincidido la toma simultánea de los tres medicamentos?

3. Si el viernes a las 8:00 de la mañana la señora Clara comenzó a ingerir los tres medicamentos, ¿cuáles deberá tomar el domingo a las 12 horas?

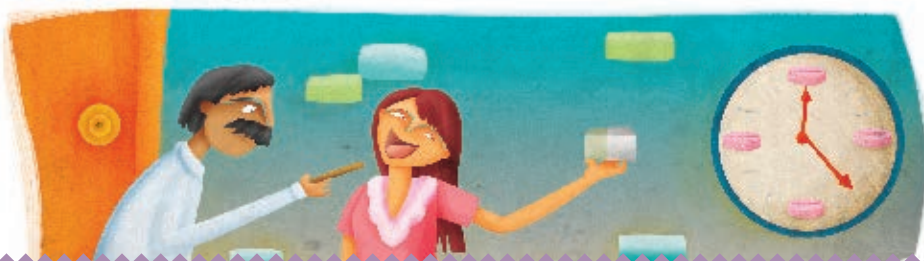
Consigna 2

Individualmente, resuelve los siguientes problemas.

1. Encuentra los primeros 10 múltiplos comunes de 7 y 10.

2. Encuentra el décimo múltiplo común de 5 y 9.

3. Encuentra todos los números que tienen como múltiplo común el 20.



Sexto grado | 135

Consideraciones previas

Completar la tabla es importante porque los alumnos deben generar múltiplos de 6, 8 y 12; posteriormente podrán visualizar y relacionar múltiplos comunes de estos números. Así, para contestar la pregunta del inciso *a* tendrán que identificar el primer múltiplo común de 6 y 12, el cual es 12. Para la pregunta del inciso *b* es necesario identificar los múltiplos comunes de 6, 8 y 12 después de transcurridas 72 horas, es decir, 24, 48 y 72; la respuesta es 4, considerando la toma inicial.

Para la pregunta del inciso *c* se espera que los alumnos adviertan que de las 8 de la mañana del viernes a las 8 de la mañana del domingo transcurrieron 48 horas, por lo que hay una toma simultánea de los tres medicamentos; de la misma manera, después de 4 horas (12 horas) no hay ninguna toma, la más próxima es a las 2 de la tarde del medicamento A.

Hay dos aspectos adicionales en los que vale la pena reflexionar a partir de las preguntas anteriores.

- Si el tratamiento continuara indefinidamente, ¿existirá un momento en que deje de coincidir la toma de los tres medicamentos?, ¿por qué? El objetivo es que los alumnos adviertan que la lista de múltiplos comunes a dos o más números es infinita.
- ¿Existe un momento en que se tome el medicamento C, sin que se tome el A? ¿Por qué sucede esto? Aquí, el objetivo es que identifiquen que todos los múltiplos de 12 también son múltiplos de 6.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen determinar divisores comunes de dos o tres números.

Consigna 1

En equipos, resuelvan los siguientes problemas.

1. Se quiere cubrir un piso rectangular de 450 cm de largo y 360 cm de ancho con losetas cuadradas de igual medida. No se vale hacer cortes, es decir, el número de losetas tendrá que ser un número entero.



- a) Escriban tres medidas que pueden tener las losetas para cubrir todo el piso.

- b) ¿Cuál es la medida mayor?

**Contenido**

Determinación de divisores o múltiplos comunes a varios números. Identificación, en casos sencillos, del mínimo común múltiplo y el máximo común divisor.

2. En la ferretería tienen dos tambos de 200 litros de capacidad. Uno contiene 150 litros de alcohol y el otro 180 litros de aguarrás. Se decidió mandar hacer varios garrafones del mismo tamaño y capacidad para envasar tanto el alcohol como el aguarrás sin que sobre nada de líquido en los tambos.

a) ¿Es posible que la capacidad de los garrafones sea de entre 10 y 20 litros?

¿Por qué?

b) Escriban tres capacidades diferentes que pueden tener los garrafones.

Antes de ordenar la fabricación de los garrafones, llegó a la ferretería un tercer tambo con 105 litros de cloro. Ahora se necesita que los tres líquidos sean envasados en garrafones con el mismo tamaño y capacidad.

c) Escriban dos capacidades diferentes que pueden tener los garrafones.

d) ¿Cuál será el de mayor capacidad?

Consigna 2

Individualmente, resuelve lo siguiente.

1. ¿Cuáles son los divisores comunes de 3, 9 y 12?

2. ¿Qué divisores tienen en común 20, 32 y 60?

3. Escribe los divisores comunes de 90 y 70.



Consideraciones previas

Los alumnos ya han trabajado en la obtención de múltiplos y divisores de un número. Ahora se trata de determinar divisores comunes de dos o más números.

En el primer problema hay que obtener divisores comunes de 450 y 360; no es necesario obtener todos, sino aquellos que representen posibles medidas de losetas (10, 15, 30 o 45 cm por lado), así como la mayor medida: 90. Por lo tanto, las losetas cuadradas pueden medir 10×10 cm, 15×15 , 30×30 , 45×45 o la de mayor tamaño, 90×90 cm. En este problema se deben considerar dos condiciones enunciadas en el texto: una, que las losetas deben ser cuadradas y otra, utilizar losetas enteras, es decir, no deben hacerse cortes, por lo que sólo estas medidas cumplen con esa condición.

En el segundo problema la complejidad aumenta, ya que es necesario determinar divisores comunes de tres números, 150, 180 y 105. Igual que en el problema anterior, no se trata de numerar todos los divisores, sino de determinar solamente algunos. Lo importante es construir la noción de divisor común de varios números.

En este problema se recomienda tener cuidado de que los alumnos no sumen la cantidad de alcohol, aguarrás y cloro, y que a este resultado le calculen sus divisores, ya que los líquidos no deben mezclarse.

Una pregunta interesante para reflexionar es la siguiente: ¿habrá algún número que sea divisor común de dos o más números cualesquiera? La respuesta es sí: el 1.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos usen las nociones de múltiplo común y divisor común para validar algunas afirmaciones sobre sus regularidades.

Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas.

1. Al hacer paquetes de 6 libretas y paquetes de 6 lápices de colores, los maestros de una escuela se percataron de que había más paquetes de lápices que de libretas, y de que en ambos casos no sobraba nada. Se sabe que la cantidad original de libretas está entre 185 y 190, y la de lápices, entre 220 y 225. ¿Cuál será la cantidad original de libretas y lápices de colores?
2. Lean y discutan las siguientes afirmaciones. Concluyan si son verdaderas o falsas y expliquen su decisión.

Afirmación	V o F	¿Por qué?
En el problema anterior, el 6 es múltiplo de las cantidades originales de libretas y lápices de colores.		
Si un número es múltiplo de 2, también es múltiplo de 4.		
Si un número es múltiplo de 10, también es múltiplo de 5.		
Los divisores de 100 son también divisores de 50.		
El 15 y el 14 sólo tienen como divisor común el 1.		
Todos los números pares tienen como divisor común el 2.		
Todos los números impares tienen como divisor común el 3.		

Contenido

Determinación de divisores o múltiplos comunes a varios números. Identificación, en casos sencillos, del mínimo común múltiplo y el máximo común divisor.

Consideraciones previas

En el primer problema es pertinente considerar que cuando se dice “en ambos casos no sobraba nada”, se asume que las cantidades originales deben ser múltiplos de 6, por lo tanto son de libretas, 186, y de lápices de colores, 222.

En las afirmaciones de la tabla están involucradas las nociones de múltiplo común y divisor común, así como ciertas regularidades. En la primera afirmación podrían confundirse las nociones antes mencionadas, pues el 6 es divisor de 186 y 222, pero no múltiplo, por ello la afirmación es falsa.

Cuando se trata de las regularidades es recomendable que los alumnos escriban los múltiplos o divisores involucrados para que puedan responder; por ejemplo, para saber si un número que es múltiplo de 2 también es múltiplo de 4, podrían hacer un ejercicio como el siguiente.

Múltiplos de 2								
2	4	6	8	10	12	14	16	18,...
Múltiplos de 4								
4	8	12	16	20	24	28	32	36,...

Fácilmente puede advertirse que todos los múltiplos de 4 son múltiplos de 2, pero no es cierto que todos los múltiplos de 2 sean múltiplos de 4, así que es falso afirmar lo contrario, y se puede dar un ejemplo de ello: 6 es múltiplo de 2 pero no de 4.

Una vez que los alumnos han averiguado que 14 y 15 únicamente tienen como divisor común al 1, el profesor podrá comentar que a estos números se les llama primos relativos entre sí; otros ejemplos de este tipo de números son los siguientes: 21 y 34; 125 y 81.

Una tarea que les puede pedir es que busquen otra pareja de números y observen si resultan primos relativos entre sí, y poner esto a consideración del grupo, es decir, no les pida que hagan la investigación en libros, internet, etcétera, sino que prueben intuitivamente con otros números que consideren cumplirán esa condición.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la regularidad de una sucesión de figuras con progresión aritmética y la utilicen para encontrar términos faltantes o los que la continúan.

Consigna

En pareja, resuelvan los problemas.

1. Las siguientes estructuras están armadas con tubos metálicos y hojas cuadradas de vidrio.



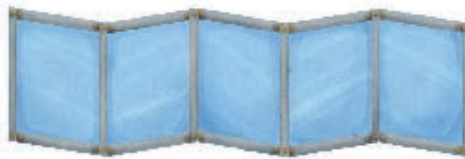
Estructura 1



Estructura 2



Estructura 3



Estructura 4

Estructura 5

- a) ¿Cuántos tubos metálicos se necesitan para hacer la estructura 4?

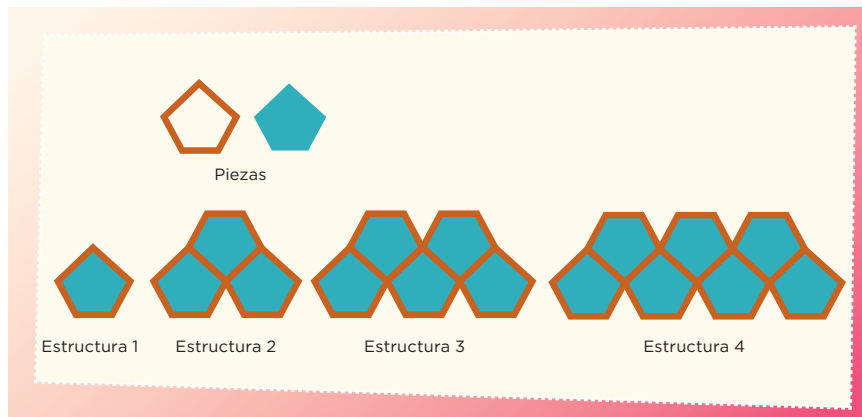
- b) ¿Cuántos tubos metálicos se necesitan para hacer una estructura con 10 hojas de vidrio?

- c) ¿Y con 15 hojas de vidrio?

Contenido

Identificación y aplicación de la regularidad de sucesiones con figuras, que tengan progresión aritmética o geométrica, así como sucesiones especiales.

2. Estas estructuras están armadas con tubos metálicos y hojas pentagonales de vidrio.



a) ¿Cuál es la sucesión numérica que representa las cantidades de tubos de las estructuras?

b) ¿Cuántos tubos y cuántas hojas de vidrio se necesitan para formar la estructura 10?

c) ¿Y para la estructura 15?

Consideraciones previas

El propósito principal de los problemas de este desafío es que los alumnos identifiquen las regularidades entre los elementos que intervienen en las estructuras (tubos, hojas de vidrio) y las utilicen para encontrar términos faltantes, así como términos no muy alejados que continúan la sucesión.

En el primer problema es probable que algunos alumnos recurran a la estrategia de dibujar para dar respuesta al inciso *a*, sin embargo, en el *b* es muy poco probable que dibujen y luego cuenten los tubos, porque es un camino muy laborioso; en cambio, tal vez establezcan una sucesión numérica que represente los números de tubos de cada estructura, es decir: 4, 7, 10, _____, 16,...

Como se puede observar, la regularidad es que la cantidad de tubos de cada estructura se calcula sumando 3 al número de tubos de la estructura anterior. Por ejemplo, para la estructura 4 los tubos necesarios son: $10 + 3 = 13$.

Una vez que los alumnos escriban la sucesión numérica, es muy probable que continúen sumando 3, consecutivamente, hasta obtener los 15 términos, es decir, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43 y 46.

En el segundo problema los alumnos no podrán dibujar para obtener las respuestas, porque de entrada se les está pidiendo que escriban la sucesión numérica que representa las cantidades de tubos de las estructuras de la sucesión; sin embargo, si algunos alumnos recurren al dibujo para apoyarse, se les puede permitir. En este problema, la sucesión es 5, 13, 21, 29,...; mientras que al número de hojas de vidrio le corresponde la sucesión numérica 1, 3, 5, 7,...

Se espera que a partir de analizar la regularidad de cada sucesión, los alumnos puedan responder la pregunta del inciso *b*.

Cabe mencionar que las sucesiones anteriores son de progresión aritmética porque la diferencia entre dos términos consecutivos es una constante aditiva.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la regularidad de una sucesión de figuras con progresión geométrica y la utilicen para encontrar términos faltantes o que continúan la sucesión.

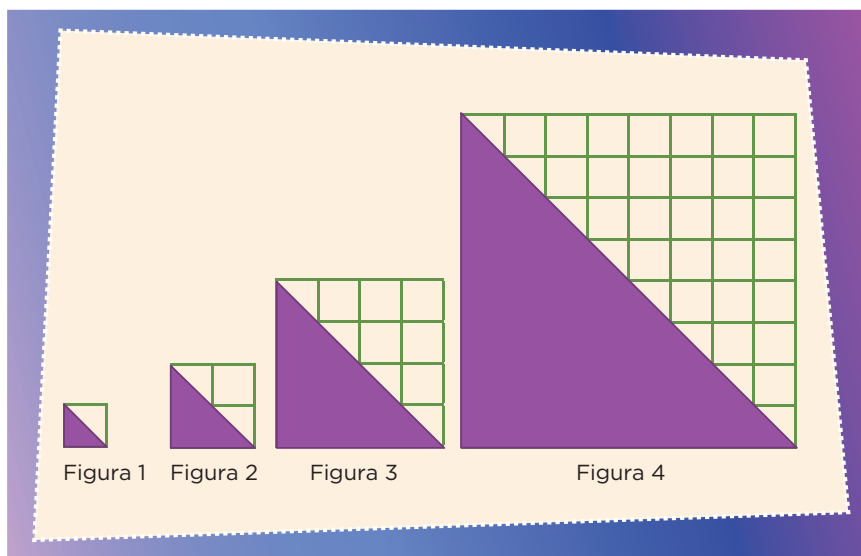
Contenido

Identificación y aplicación de la regularidad de sucesiones con figuras, que tengan progresión aritmética o geométrica, así como sucesiones especiales.

Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas.

1. Con base en las siguientes figuras contesten lo que se pide. Consideren como unidad de medida un cuadro.

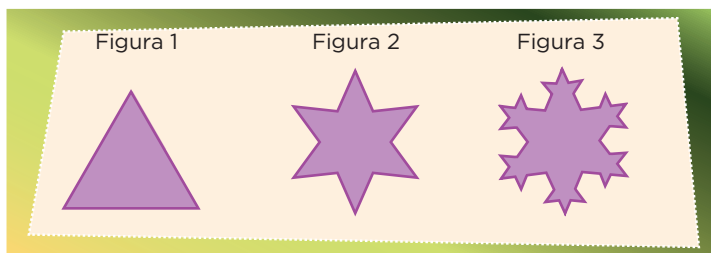


- a) ¿Cuál es la sucesión numérica que representa las áreas de los triángulos?

Sucesión: _____, _____, _____, _____, ...

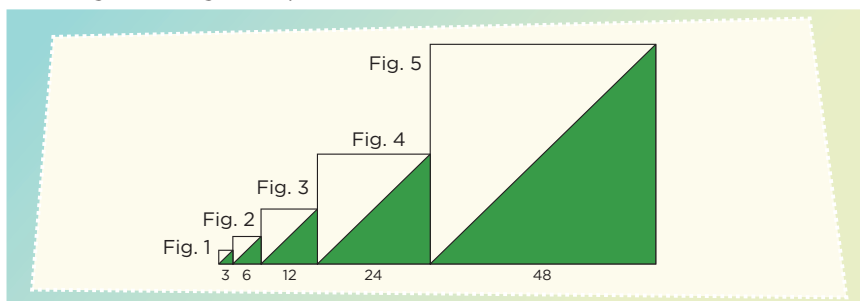
- b) ¿Cuál será el área de los triángulos en las figuras 6, 7 y 8?

2. Consideren el número de lados de las figuras para completar la sucesión que representa el número de lados de las primeras 5 figuras.



Sucesión: 3, 12, _____, _____, _____, ...

3. Las siguientes figuras representan una sucesión de cuadrados.



- a) Escriban la sucesión numérica que representa las primeras 10 medidas de los lados de los cuadrados.

Sucesión: _____, _____, _____, _____, _____, _____,
_____, _____, _____, _____, ...

- b) La siguiente sucesión corresponde a las áreas de las regiones sombreadas de los cuadrados. ¿Cuáles son los términos que faltan?

Sucesión: 4.5, 18, 72, _____, _____, _____, _____, ...

Consideraciones previas

En el primer problema se espera que los alumnos determinen que la sucesión numérica que representa las áreas de los triángulos es $\frac{1}{2}$, 2, 8, 32,... y que la regularidad de esta sucesión es que cada término se obtiene multiplicando por 4 el término anterior. Si logran descubrir esta regularidad podrán responder el inciso b.

En el segundo problema la dificultad está en determinar la regularidad que se presenta en el número de lados de las figuras, por lo tanto, la regularidad es que la cantidad de lados de cada figura se obtiene multiplicando el número de lados de la figura anterior por 4, es decir $3 \times 4 = 12$, $12 \times 4 = 48$, $48 \times 4 = 192$, $192 \times 4 = 768$; por lo que los tres términos que continúan la sucesión son 48, 192 y 768.

El tercer problema implica identificar dos regularidades, una que tiene que ver con las medidas de los lados de los cuadrados y otra relacionada con las áreas de las partes sombreadas. Para las medidas de los lados, la regularidad es que la medida de un lado de cualquier cuadrado se obtiene multiplicando por 2 un lado del cuadrado anterior, es decir $3 \times 2 = 6$, $6 \times 2 = 12$, $12 \times 2 = 24$, etcétera.

En el caso de las áreas, la regularidad es que el área de cualquier triángulo se obtiene multiplicando por 4 el área del triángulo anterior.

Observaciones posteriores

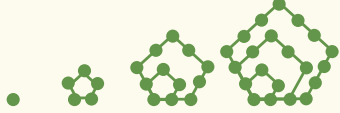
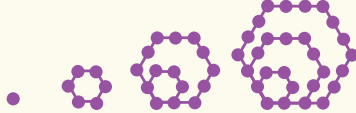
1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la regularidad de una sucesión especial y la utilicen para encontrar términos que continúan la sucesión.

Consigna

En pareja, escriban los dos términos numéricos que continúan cada sucesión.

Números	Sucesión de figuras					
Triangulares						
Sucesión numérica	1	3	6	10		
Cuadrangulares						
Sucesión numérica	1	4	9	16		
Pentagonales						
Sucesión numérica	1	5	12	22		
Hexagonales						
Sucesión numérica	1	6	15	28		

Contenido

Identificación y aplicación de la regularidad de sucesiones con figuras, que tengan progresión aritmética o geométrica, así como sucesiones especiales.

Consideraciones previas

El objetivo principal de este desafío es que los alumnos analicen sucesiones especiales, es decir, aquellas que no representan progresiones aritméticas ni geométricas. Las regularidades que presentan este tipo de sucesiones son más complejas, pero los alumnos tienen los conocimientos suficientes para identificarlas mediante la búsqueda de las relaciones aritméticas que se dan en cada caso. Por ejemplo, para los números triangulares, una regularidad identificable es que de la primera figura a la segunda aumenta 2 puntos, de la segunda a la tercera aumenta 3, de la tercera a la cuarta aumenta 4, y así sucesivamente. Esto se puede visualizar mejor en un esquema como el siguiente.

Números triangulares						
Número de la posición de la figura	1	2	3	4	5	6
Número de puntos	1	3	6	10	15	21
Diferencia del número de puntos entre dos figuras consecutivas						

Si a los alumnos se les dificulta identificar las regularidades de los otros casos, puede sugerirles que construyan un esquema semejante. A continuación se muestra el esquema que corresponde a los números hexagonales.

Números hexagonales						
Número de la posición de la figura	1	2	3	4	5	6
Número de puntos	1	6	15	28	45	66
Diferencia del número de puntos entre dos figuras consecutivas						

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos encuentren un procedimiento para dividir una fracción entre un número natural, cuando el numerador de la fracción es múltiplo del natural.

Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas.

1. De un grupo de alumnos, $\frac{4}{6}$ van a participar en un concurso de danza. La mitad de ellos presentará una danza folclórica y la otra mitad, una pieza de danza clásica. ¿Qué parte del total de alumnos participará en cada una de las dos piezas de danza?
2. Al trasladar una pieza de madera se dañó una quinta parte. Con el resto de la madera en buen estado se van a construir 2 puertas de igual tamaño. ¿Qué parte de la pieza original se utilizará en cada una de las puertas?
3. En la ferretería La Tía Adriana, vaciaron $\frac{6}{7}$ de una lata de pintura en 3 recipientes iguales, la misma cantidad en cada uno. ¿Qué parte de la lata de pintura se vació en cada recipiente?

**Contenido**

Resolución de problemas que impliquen una división de número fraccionario o decimal entre un número natural.

Consideraciones previas

La división de fracciones es un tema que se aborda en la educación secundaria; no obstante, los alumnos tienen algunas herramientas para enfrentarse con problemas en los que se tiene que dividir una fracción común entre un número natural (1, 2, 3, 4...). En este momento la finalidad no es estudiar el algoritmo convencional (multiplicación en cruz o multiplicación por el recíproco), sino que ellos pongan en juego sus conocimientos y lleguen al resultado usando sus propios procedimientos.

En este desafío se trata el caso más sencillo, cuando el numerador de la fracción es múltiplo del divisor. Se espera que al final de la sesión los alumnos puedan advertir que basta con dividir el numerador de la fracción entre el divisor; por ejemplo:

$$\frac{4}{6} \div 2 = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \right) \div 2$$

$$\text{y como } \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{2}{6}$$

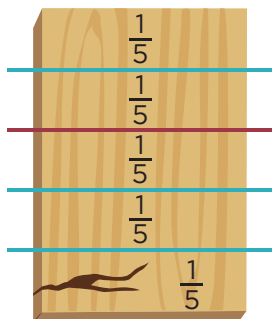
$$\text{entonces } \frac{4}{6} \div 2 = \frac{2}{6}$$

Es probable que en este problema algunos alumnos planteen que $\frac{4}{6}$ entre 2 da como resultado $\frac{2}{3}$, porque consideren, erróneamente, que se dividen entre 2 tanto al numerador como al denominador.

Si este fuera el caso, una forma de propiciar la reflexión sobre la respuesta de los alumnos es pedirles que identifiquen si existe alguna otra relación entre las dos fracciones (equivalencia) o que las representen gráficamente para que observen si ambas representan el mismo valor. Así, este procedimiento no los llevará a obtener el resultado de la operación. Incluso si se les deja que resuelvan los tres problemas antes de hacer la confrontación, se encontrarán que este procedimiento no funciona para el tercer problema, ya que la división del denominador (7) entre 3 es un número decimal infinito.

Otros procedimientos que pueden llevar a cabo los equipos para resolver el segundo problema son:

- Representar la pieza de madera dividida en quintos, con $\frac{1}{5}$ dañado, y dividir en dos partes iguales los $\frac{4}{5}$ restantes. Para cada puerta se ocuparán $\frac{2}{5}$.



- Considerar solamente cuatro quintos y dividirlos en dos partes. El resultado es $\frac{2}{5}$ para cada puerta.

Se espera que para resolver el tercer problema, los alumnos recurran a procedimientos similares.

Si durante la sesión no surge entre los equipos el planteamiento de la división, al término de la confrontación de resultados conviene invitarlos a proponer la expresión que indica estas relaciones:

$$\frac{4}{6} \div 2, \frac{4}{5} \div 2 \text{ y } \frac{6}{7} \div 3$$

También puede proponerles que resuelvan otras divisiones similares; para plantearlas es importante recordar dos cosas.

- Sólo se trabajarán casos en los que el numerador de la fracción sea múltiplo del divisor.
- No se trata de que los alumnos aprendan mecánicamente algoritmos que no comprenden, sino que resuelvan problemas de este tipo comprendiendo las estrategias y procedimientos que realizan.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos encuentren un procedimiento para dividir fracciones entre números naturales, en casos donde el numerador no es múltiplo del divisor.

Contenido

Resolución de problemas que impliquen una división de número fraccionario o decimal entre un número natural.

Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas.



1. Cuando Raúl y Esperanza llegaron a una fiesta quedaban $\frac{3}{10}$ del pastel, así que se dividieron esa porción en partes iguales. ¿Qué parte del pastel completo le tocó a cada uno?



2. Cuatro amigos van a repartirse, por partes iguales y sin que sobre nada, $\frac{5}{8}$ de una pizza. ¿Qué parte del total, es decir, de la pizza completa, le tocará a cada uno?



3. Patricia tiene $\frac{3}{4}$ m de listón y lo va a cortar para hacer 4 moños iguales. ¿Qué cantidad de listón ocupará para cada moño?

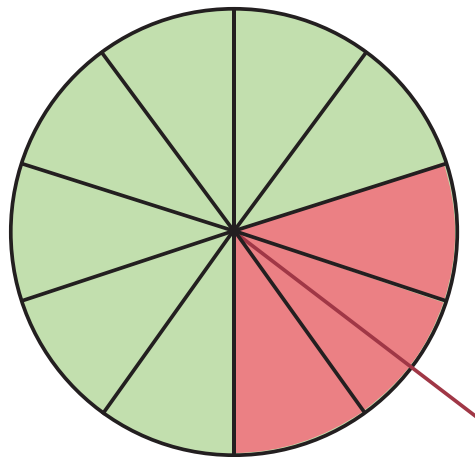
Consideraciones previas

En este desafío, probablemente los alumnos se darán cuenta de que no pueden recurrir al procedimiento abordado en el anterior, porque ahora el numerador de la fracción no es múltiplo del divisor. Se espera entonces que usen sus conocimientos previos acerca de las fracciones para generar estrategias propias y obtener el resultado. Por ejemplo, en el primer problema pueden dar las siguientes respuestas, las cuales pueden considerarse correctas.

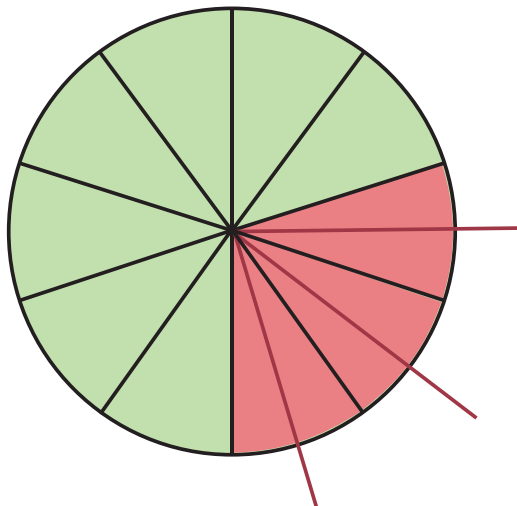
- Les toca $\frac{1}{10}$ más otro pedazo. Habrá que pedirles que determinen el valor de ese otro pedazo.
- Les toca la mitad de $\frac{3}{10}$. En este caso, se les dirá que averigüen cuánto es la mitad de $\frac{3}{10}$.
- En caso de que recuerden lo estudiado en el desafío anterior, dividirán 3 entre 2 y responderán que les toca $\frac{1.5}{10}$, si es así, deberán reflexionar acerca de lo que significa 1.5 décimos, es decir, cómo representar con fracción la mitad de un décimo.

Pueden surgir varias estrategias más para resolver el primer problema, por ejemplo:

- Trabajar con dibujos y representar al pastel en forma circular o rectangular (el problema no lo aclara). Al dibujarlo, los alumnos notarán que a cada personaje le toca un décimo más la mitad de un décimo. Los alumnos pueden expresar el resultado así: $\frac{1}{10} + (\frac{1}{10} \div 2)$ y está bien, no obstante, señáleles que pueden representar el resultado sin que esté expresado como una suma. Para ello se les pueden plantear preguntas como: “¿Cuánto es la mitad de $\frac{1}{10}$?, ¿cuánto obtienes si le sumas $\frac{1}{20}$ a $\frac{1}{10}$?”.



- Otra manera de llegar al resultado a partir del dibujo es que los alumnos noten que si se divide un décimo a la mitad, cada porción obtenida es $\frac{1}{20}$ del pastel y, por tanto, se tendrían $\frac{6}{20}$ para repartir entre Raúl y Esperanza, por lo que a cada uno le tocan $\frac{3}{20}$.



- Otro procedimiento, sin usar dibujos, es encontrar una fracción equivalente a $\frac{3}{10}$ pero cuyo numerador sea un múltiplo de 2 (porque se necesita dividir entre dos). Esa fracción puede ser $\frac{6}{20}$ y al dividirla entre 2 se obtiene $\frac{3}{20}$.

Los procedimientos para los otros problemas pueden ser similares. En el tercer problema es probable que los alumnos conviertan $\frac{3}{4}$ de metro a 75 cm, lo cual es válido; lo interesante será que en la confrontación se demuestre la equivalencia de los resultados dados en centímetros o en metros.

Se espera que con la práctica los alumnos usen la estrategia de encontrar fracciones equivalentes cuyo numerador sea múltiplo del divisor. Pero es importante recordar que en ningún caso se espera enseñar el algoritmo convencional para dividir una fracción entre un entero. Es importante observar que los procedimientos informales dan lugar a que los alumnos ejerciten su razonamiento y profundicen en sus conocimientos sobre las fracciones. Al resolver varios ejemplos, ellos notarán que dividir una fracción entre un número entero equivale a multiplicar su denominador por ese número, por ejemplo $\frac{3}{4}$ entre 8 da como resultado $\frac{3}{32}$. Es decir, para que esta fracción sea 8 veces más pequeña, el denominador debe ser 8 veces mayor.

Para terminar, se sugiere plantear otras divisiones de fracciones, como las que se trabajaron en este o en el desafío anterior.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos encuentren un procedimiento para dividir números decimales entre números naturales en un contexto monetario.

Consigna 1

En equipos, resuelvan este problema.

En el almacén La Abarrotera pusieron en oferta paquetes de jabón para tocador. De acuerdo con la información de la tabla, ¿cuál es la oferta que más conviene?

Marca	Número de jabones	Precio del paquete (\$)
Cariño	5	17.50
Fresquecito	4	10.80
Darling	7	26.60
Siempre floral	6	32.40



Sexto grado | 147

Contenido

Resolución de problemas que impliquen una división de número fraccionario o decimal entre un número natural.

Consigna 2

Individualmente, resuelve las siguientes operaciones.

a) $10.5 \div 4 =$

b) $350.45 \div 8 =$

c) $258.9 \div 10 =$

d) $57\,689.6 \div 100 =$

e) $674\,567 \div 1000 =$



Consideraciones previas

Seguramente los alumnos tratarán de obtener los precios unitarios de los jabones de cada marca. Los procedimientos que pueden seguir son diversos; por ejemplo:

- Un jabón de la marca Fresquecito cuesta menos de \$3 porque $3 \times 4 = 12$, y el costo del paquete es de \$10.80. Si costara \$2.90, el total sería $2.90 + 2.90 + 2.90 + 2.90 = 11.60$, y eso sigue siendo mayor que el costo del paquete. Si costara \$2.70, el total sería $2.70 + 2.70 + 2.70 + 2.70 = 10.80$. Así, el costo de un jabón Fresquecito es \$2.70.
- Si cada jabón de la marca Cariño costara \$3, el paquete costaría \$15, y si costara \$4, el paquete costaría \$20; entonces, el jabón cuesta más de \$3 pero menos de \$4. La diferencia entre \$17.50 y \$15 es \$2.50 que, dividido en cinco partes, es \$0.50. Así, el precio de un jabón marca Cariño es \$3.50.
- Para el jabón marca Darling, al dividir 26 entre 7 se obtiene 3 y sobran 5 que, junto con los otros 60 centavos, dan un total de \$5.60. Si este sobrante se divide en 7 partes iguales, cada parte es de \$0.80. Por lo tanto, el precio del jabón Darling es \$3.80.

Es probable que algún equipo plantee una división para resolver alguno de los casos, como el del jabón Siempre floral:

$$6 \overline{)32.40}$$

Seguramente los alumnos conseguirán dividir la parte entera para obtener el cociente (5) y les sobrarán 2, pero después ya no sabrán qué hacer ante la presencia del punto. Si pasa esto, puede apoyararlos con preguntas como: “¿Qué cantidad de dinero es el 2 sobrante?; y si juntan esa cantidad con el 4, entonces, ¿qué cantidad de dinero tienen?; y si dividen ese 24 entre 6, ¿cuál es el cociente? ¿El resultado es en pesos o décimos de peso? ¿Qué haría falta en el cociente para saber que ya no se trata de pesos enteros?”

Es difícil que los alumnos, por sí solos, construyan el algoritmo convencional para dividir un número decimal entre otro natural. Por ello es necesario apoyararlos con algunas intervenciones e incluso con una explicación para todo el grupo, después de que los alumnos hayan justificado sus propios procedimientos. También es importante que esta explicación no se limite a expresiones como: “Se hace la división igual y se sube el punto”, ya que esto no tiene sentido si no comprenden por qué deben hacerlo. Es más conveniente que ellos se den cuenta de que en el momento de bajar la primera cifra decimal (décimos), la cifra del residuo también representa décimos y por esa razón debe ponerse el punto en el resultado (cociente), para indicar que son los decimales los que empiezan a dividirse.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos analicen qué sucede con el perímetro de una figura cuando se transforma en otra.

Contenido

Armado y desarmado de figuras en otras diferentes. Análisis y comparación del área y el perímetro de la figura original, y la que se obtuvo.

Consigna

En parejas, hagan lo que se indica a continuación.

- Recorten los rombos de la página 157 y calculen su perímetro y área.
- En uno de los rombos, uno de ustedes recorte sobre la diagonal mayor y forme la figura 1.
- Sobre el otro rombo, el otro compañero debe recortar sobre la diagonal menor y formar la figura 2.
- Cada uno calcule el perímetro y el área de la nueva figura que obtuvo.
- Finalmente, entre los dos respondan las preguntas.



Fig. 1

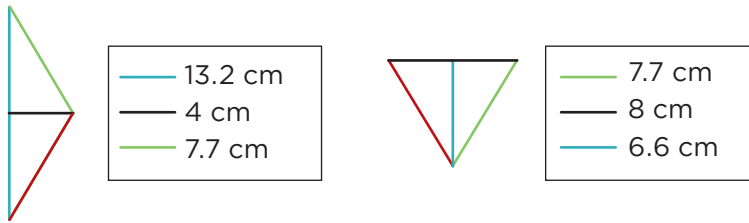


Fig. 2

- a) Al recortar el rombo sobre una de sus diagonales, ¿cómo son los dos triángulos que se obtienen?
- _____
- b) ¿Qué sucedió con el perímetro del rombo con respecto al perímetro de la nueva figura?
- _____
- c) ¿Qué sucedió con el área del rombo con respecto al área de la nueva figura?
- _____

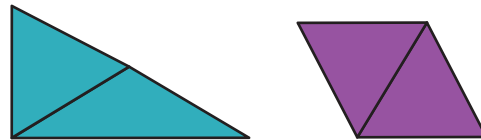
Consideraciones previas

Tomando en cuenta las medidas de los rombos, el perímetro de cada uno es 30.8 cm y el área es 52.8 cm². Anteriormente los alumnos ya trabajaron esta figura geométrica y la obtención de una fórmula para calcular su área, así que al recortar y transformar la figura no es necesario que midan las longitudes que ahora se convertirán en los lados o la altura de los triángulos, ya que los pueden obtener de los mismos datos de la figura original.



Será necesario observar qué hacen los alumnos para responder las preguntas, pero si a ningún equipo se le ocurre la estrategia anterior para obtener las medidas de las nuevas figuras, se sugiere proponérselas al término de la exposición de sus procedimientos y resultados.

Para enriquecer este trabajo puede solicitarles que con los dos triángulos que obtuvieron formen otra figura diferente, la cual podría conseguir uniendo los triángulos por uno de sus lados.



Aunque este tipo de trabajo ayuda a reforzar la construcción de fórmulas para el cálculo del área de los polígonos, el objetivo de la consigna es que finalmente los alumnos concluyan que, cuando una figura se descompone en otras, el perímetro puede cambiar, pero el área siempre se conserva.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

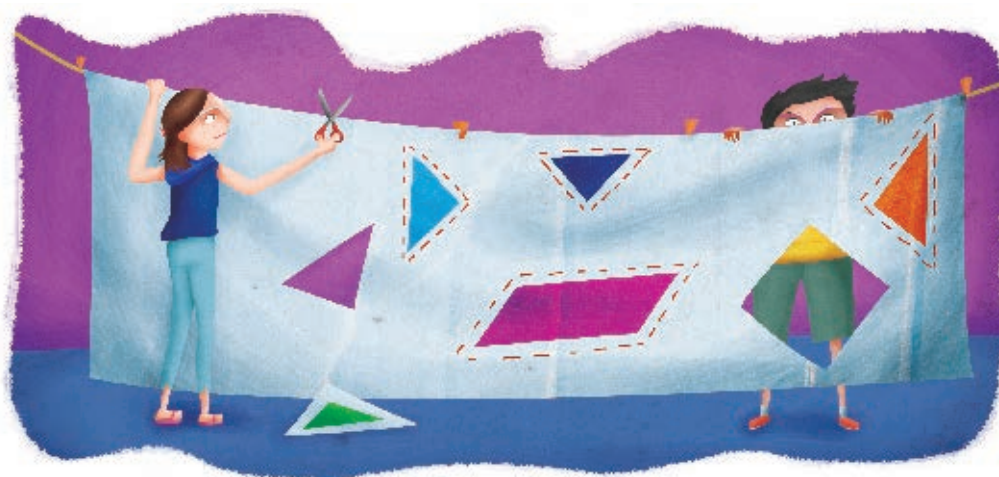
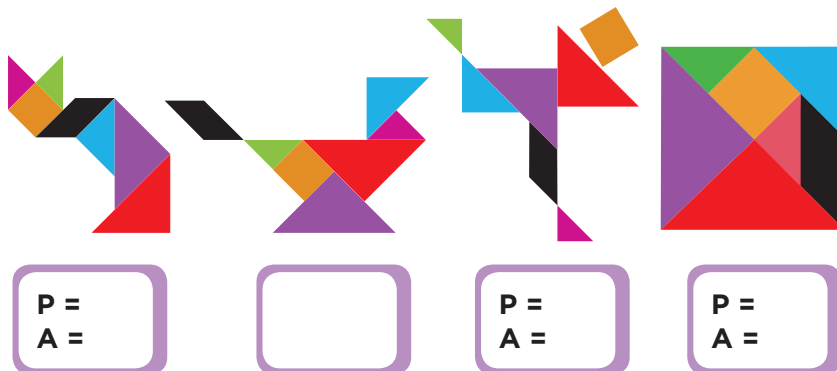
Que los alumnos identifiquen que el perímetro de una figura puede cambiar cuando se descompone en otras figuras, pero el área se conserva.

Contenido

Armado y desarmado de figuras en otras diferentes. Análisis y comparación del área y el perímetro de la figura original, y la que se obtuvo.

Consigna

En parejas, recorten las piezas del tángram de la página 155, reproduzcan las figuras que se muestran abajo y calculen su perímetro y área.



Consideraciones previas

Para realizar este trabajo es necesario que los alumnos dispongan del tángram que aparece en el material recortable del alumno.

En este desafío habrá que dejar que los alumnos tomen medidas para obtener lo que se solicita. Como cada pieza tiene un color diferente, se considera que los alumnos no tendrán dificultad en recrear las figuras; sin embargo, aquí el problema puede pasar por otros aspectos que deben ser considerados antes de iniciar el trabajo.

- El tamaño de las piezas del tángram que usen los equipos debe ser el mismo para que haya posibilidad de comparar sus resultados.
- La obtención del área de los cuadriláteros y triángulos que forman parte del tángram (aunque antes ya se trabajó con estas figuras, habría que recordarlo si es necesario).
- La precisión para medir puede provocar distintos resultados. Habrá que considerar que esas diferencias estén dentro de un rango razonable.

Materiales

Para cada pareja:

- El tángram de la página 155 del libro del alumno.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que implican representar razones mediante una fracción, y compararlas utilizando fracciones equivalentes.

Contenido

Resolución de problemas de comparación de razones, con base en la equivalencia.

Consigna

En parejas, resuelvan los siguientes problemas.

1. En dos localidades hay habitantes que hablan una lengua distinta al español: en El Cerrito son 3 de cada 4, mientras que en El Paseo son 5 de cada 7.

a) ¿En cuál de las dos localidades hay un número mayor de hablantes de una lengua distinta del español?

b) ¿De cuánto es la diferencia entre las dos localidades?

2. En una escuela primaria del poblado El Cerrito, de los 30 alumnos del grupo 6° A, 18 aprobaron el examen de matemáticas, mientras que de los 40 alumnos de 6° B aprobaron 32.

a) De acuerdo con esos resultados, ¿qué grupo tuvo mejor aprovechamiento en matemáticas?

b) ¿De cuánto es la diferencia en el aprovechamiento de los grupos?



Consideraciones previas

En desafíos anteriores los alumnos trabajaron razones representadas tanto en forma de fracción como en porcentaje, y recurrieron a diversas estrategias para compararlas. Seguramente esta vez tratarán de recurrir a esas mismas estrategias para resolver los problemas que aquí se plantean, principalmente la que les haya resultado más fácil de llevar a cabo; sin embargo, por las cantidades que en estos problemas se incluyen, será necesario que analicen con mayor detenimiento y experimenten cuál es el procedimiento que puede ser más efectivo en cada caso.

Sería conveniente que primero resolvieran el problema 1 y se analizaran los procedimientos, antes de proponerles el problema 2. En el primer problema las razones que se comparan son:

- El Cerrito: 3 de cada 4 habitantes hablan otra lengua = $\frac{3}{4}$
- El Paseo: 5 de cada 7 habitantes hablan otra lengua = $\frac{5}{7}$

Algunos procedimientos que podrían surgir para responder la primera pregunta son:

- Representar cada razón como porcentaje y comparar esas cantidades. Este procedimiento es válido, aunque con los resultados los alumnos podrían tener dificultades para expresar una respuesta correcta al planteamiento. En el caso de $\frac{3}{4}$, les resultará fácil encontrar su equivalente en porcentaje (75%). Mientras que $\frac{5}{7} = 0.71428571\dots$, así que se verán en la necesidad de truncar hasta centésimos (71%) para hacer la comparación.
- Calcular fracciones equivalentes con un denominador común para las fracciones que representan las dos razones; es decir, recurrir a un procedimiento estudiado previamente para comparar fracciones mediante la obtención de fracciones equivalentes, aplicando el principio de multiplicar el numerador y el denominador por el mismo número.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{21}{28}$$

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \times 4}{7 \times 4} = \frac{20}{28}$$

Con este procedimiento fácilmente concluirán que la primera razón es mayor que la segunda, por lo tanto, en El Cerrito la proporción de hablantes de una lengua distinta del español es mayor.

En la segunda pregunta es más perceptible la necesidad de usar el segundo procedimiento, ya que la diferencia se puede obtener de manera fácil e inmediata: $\frac{1}{28}$.

Con el primer procedimiento (convertir a porcentaje) se presenta la dificultad de no poder dar un resultado exacto sino solamente aproximado, pues el resultado de la resta ($0.75 - 0.71$) no es exacto, ya que 0.71 es una representación trunca de la división $5 \div 7$.

En caso de que ningún equipo utilice el procedimiento de convertir las fracciones en otras equivalentes, es conveniente sugerírselo como una opción más para dar una respuesta exacta a situaciones como ésta.

En el segundo problema seguramente les resultará más difícil hacer la división para obtener el porcentaje que simplificar las razones y compararlas. Incluso no les sería fácil recurrir a obtener la mitad de cada grupo y ver si las cantidades son mayores o menores, pues ambas son mayores que la mitad de sus correspondientes totales. Para simplificarlas pueden realizar lo siguiente.

$$\frac{18}{30} = \frac{18 \div 6}{30 \div 6} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{32}{40} = \frac{32 \div 8}{40 \div 8} = \frac{4}{5}$$

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos, a partir de la información explícita contenida en una tabla, resuelvan problemas que implican representar más de dos razones mediante fracciones y compararlas utilizando fracciones equivalentes.

Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas con base en los datos de la tabla. Si lo consideran necesario pueden usar su calculadora.

1. Si comparamos el arroz, los frijoles y las tortillas, ¿cuál alimento es el más rico en carbohidratos?

2. Si consideramos el huevo, la carne de res y el pescado, ¿cuál alimento es el más rico en proteínas?

3. ¿Cuál es el alimento más rico en lípidos?

Alimento	Gramos	Carbohidratos	Proteínas	Lípidos
Arroz	100	80	7	1
Huevo	50	3	11	10
Carne de res	90	0	18	18
Pescado	50	0	12	2
Frijoles	120	60	22	2
Tortillas	25	15	2	1

Contenido

Resolución de problemas de comparación de razones, con base en la equivalencia.

Consideraciones previas

Para responder los problemas del desafío se espera que los alumnos representen las razones en forma de fracciones y que transformen éstas en otras equivalentes más simples y fáciles de comparar.

$$\text{Arroz: } \frac{80}{100}$$

$$\text{Frijoles: } \frac{60}{120}$$

$$\text{Tortillas: } \frac{15}{25}$$

$$\frac{80}{100} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{60}{120} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

Posiblemente algunos alumnos descarten fácilmente los frijoles al darse cuenta de que la fracción es menor que las otras dos, las cuales son mayores que un medio y al compararlas entre sí no representan mayor problema porque tienen el mismo denominador.

En el segundo problema se espera que los alumnos observen que dos datos de la tabla se pueden comparar fácilmente: $\frac{11}{50}$ (huevo) y $\frac{12}{50}$ (pescado), y concluir que el pescado aporta más proteínas. El segundo paso consiste en comparar esta razón con la de la carne de res, para lo cual pueden recurrir a realizar varias transformaciones de $\frac{18}{90}$.

$$\text{Carne de res: } \frac{18}{90} \quad \frac{18}{90} = \frac{9}{45} = \frac{1}{5} = \frac{10}{50}$$

De donde se concluye que el pescado aporta más proteínas que cualquiera de los otros dos alimentos.

El tercer problema implica una tarea más elaborada, ya que necesitan obtener varios resultados parciales; sin embargo, los números que se incluyen permiten que los alumnos realicen fácilmente algunos cálculos o retomen los que realizaron para resolver los problemas anteriores. Así, podrían seguir este procedimiento.

$$\text{Arroz: } \frac{1}{100}$$

$$\text{Carne de res: } \frac{18}{90}$$

$$\text{Frijoles: } \frac{2}{120}$$

$$\text{Huevo: } \frac{10}{50}$$

$$\text{Pescado: } \frac{2}{50}$$

$$\text{Tortillas: } \frac{1}{25}$$

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

$$\frac{1}{100}$$

$$\vdots$$

$$\frac{1}{100}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{3}{300}$$

$$\frac{10}{50}$$

$$\vdots$$

$$\frac{20}{100}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{60}{300}$$

$$\frac{18}{90}$$

$$\vdots$$

$$\frac{20}{100}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{60}{300}$$

$$\frac{2}{50}$$

$$\vdots$$

$$\frac{4}{100}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{12}{300}$$

$$\frac{2}{120}$$

$$\vdots$$

$$\frac{1}{60}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{5}{300}$$

$$\frac{1}{25}$$

$$\vdots$$

$$\frac{4}{100}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{12}{300}$$

En este caso, la respuesta correcta es: el huevo y la carne de res son los alimentos más ricos en lípidos.

Desafíos matemáticos. Libro para el maestro. Sexto grado.
se imprimió por encargo
de la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos,
en los talleres de
con domicilio
en el mes de de 2015.
El tiraje fue de ejemplares.