

# Theoretische Physik 1b: Mechanik

## Übungsblatt 9

Prof. Dr. Frank Wilhelm-Mauch

Dr. Michael Marthaler

Andrii Sokolov, M.Sc.

SS 2018

Abgabe 11.06.2018

*Info: Bitte schreiben Sie Name und Ihre Übungsgruppe auf das Übungsblatt und tackern Sie dieses. Sie dürfen in Gruppen von bis zu drei Personen abgeben.*

### Aufgabe 1: 'Oumuamua

(15 Punkte)

- (a) Finden Sie die Trajektorie eines Teilchens in einem Gravitationsfeld  $U = -\alpha/r$ . Die Masse des Teilchens ist  $m$  und seine Energie ist  $E$ . Beginnen Sie mit der grundlegenden Lagrange-funktion und der Herleitung der effektiven potentiellen Energie. Bringen Sie das Ergebnis in die Form,

$$p/r = 1 + \epsilon \cos \phi, \quad (1)$$

wobei  $r$  und  $\phi$  die Polarkoordinaten sind. (2 Punkte)

*Bonus: +3 Punkte für die Berechnung des Integrals!*

- (b) Betrachten Sie den Fall  $E > 0$ . Finden Sie  $r_{\min}$ , die minimale Entfernung zum Zentrum ( $r = 0$ ). Skizzieren Sie die Trajektorie. Markieren Sie in Ihrer Abbildung  $p$  aus Gl. (1) sowie  $r_{\min}$ . (3 Punkte)

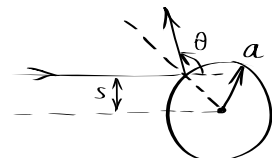
'Oumuamua ist ein interstellares Objekt, das kürzlich das Sonnensystem passiert hat. Weit von der Sonne entfernt war 'Oumuamuas Geschwindigkeit in Bezug auf die Sonne  $v_{\infty} = 26.33 \text{ km/s}$ . 'Oumuamuas kleinster Abstand zur Sonne war  $r_{\min} = 3.82 \times 10^7 \text{ km}$ . Die Masse der Sonne ist  $M = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$ .

- (c) Betrachten Sie die Bewegung von 'Oumuamua im solaren Gravitationsfeld. Schätzen Sie die maximale Geschwindigkeit von 'Oumuamua in der Nähe des Sonnensystems ab. (4 Punkte)
- (d) Finden Sie die Exzentrizität  $\epsilon$  der Umlaufbahn von 'Oumuamua. (2 Punkte)
- (e) Zeigen Sie, dass es unmöglich ist die Masse von 'Oumuamua aus der Beobachtung seiner Bewegung zu bestimmen. Schreiben Sie dazu die Differentialgleichungen für die Koordinaten  $r$  und  $\phi$  als Funktionen der Zeit. Dann drücken Sie die Gleichungen durch die beobachtbaren Parameter aus. (4 Punkte)

### Aufgabe 2: Streuung an einer Kugel

(8 Punkte)

Berechnen Sie den Wirkungsquerschnitt für die Streuung von Teilchen an einer absolut harten Kugel vom Radius  $a$ . Das heißt, für das Wechselwirkungsgesetz:  $U = \infty$  bei  $r < a$  und  $U = 0$  bei  $r > a$ . Die Position der Kugel ist fixiert.



- (a) Finden Sie einen Ausdruck des Stoßparameters  $s$  als Funktion des Streuwinkels  $\theta$ . (2 Punkte)
- (b) Finden Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt  $d\sigma$ . Finden Sie den Zusammenhang zwischen  $d\sigma$  und dem Element  $d\theta$  des Streuwinkels. (2 Punkte)
- (c) Finden Sie den Zusammenhang zwischen  $d\sigma$  und dem Raumwinkelement  $d\Omega$ . (1 Punkt)
- (d) Finden Sie den totale Wirkungsquerschnitt. (3 Punkte)

### Aufgabe 3: Streuung in einem $1/r^2$ -Feld (8 Punkte)

Betrachten Sie die Streuung in dem abstoßende Potenzial  $U(r) = \alpha/r^2$  mit  $\alpha > 0$ . Das Teilchen hat eine Mass  $m$ . Seine Geschwindigkeit weit weg vom Feld ist  $v_\infty$ .

- (a) Zeigen Sie, dass der Ablenkwinkel ist

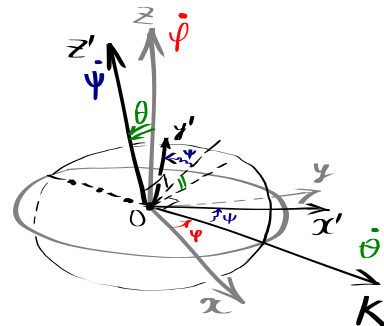
$$\theta = \pi \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2\alpha}{ms^2v_\infty^2}}} \right),$$

wobei  $s$  der Stoßparameter ist. (3 Punkte)

- (b) Berechnen Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Omega$ , wobei  $d\Omega$  das Raumwinkel-element ist. (2 Punkte)
- (c) Existiert der totale Streuquerschnitt  $\sigma$ ? Warum oder warum nicht? (3 Punkte)

### Aufgabe 4: Präzession eines starren Körpers (9 Punkte)

- (a) Wir betrachten einen starren Körper. Die Ausrichtung des Körpers wird durch die Euler-Winkel  $\psi$ ,  $\phi$  und  $\theta$  festgelegt. Im körperfesten Koordinatensystem  $0x'y'z'$ , drücken Sie die Projektionen der Körperwinkelgeschwindigkeiten  $\omega_{x'}$ ,  $\omega_{y'}$  und  $\omega_{z'}$  durch Ableitungen der Euler-Winkel aus.



(3 Punkte)

Nun präzediert der starre Körper. Das heißt, seine Euler-Winkel sind gegeben durch  $\psi = \psi_0 + \Omega_\psi t$ ,  $\phi = \phi_0 + \Omega_\phi t$ , und  $\theta = \theta_0$ .

- (b) Berechnen Sie die Projektionen der Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_{x'}$ ,  $\omega_{y'}$  und  $\omega_{z'}$  in den körperfesten Koordinaten. (3 Punkte)
- (c) Berechnen Sie den Betrag  $\omega$  der Winkelgeschwindigkeit des Körpers. (3 Punkte)

Wenn Sie das Problem mit einem beliebigen  $\theta_0$  lösen, erhalten Sie +3 Punkte.