HAK CIPTA
DILINDUNGI UNDANG-UNDANG

SOAL UJIAN
SELEKSI CALON PESERTA OLIMPIADE SAINS NASIONAL 2017
TINGKAT PROVINSI

BIDANG MATEMATIKA

Waktu : 210 menit

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DIREKTORAT PEMBINAAN SEKOLAH MENENGAH ATAS
TAHUN 2017

SELEKSI TINGKAT PROPINSI
CALON PESERTA OLIMPIADE SAINS NASIONAL 2017
MATEMATIKA SMA/MA

PETUNJUK UNTUK PESERTA:

1. Tes terdiri dari dua bagian. Tes bagian pertama terdiri dari 20 soal isian singkat dan tes bagian kedua terdiri dari 5 soal uraian.
2. Waktu yang disediakan untuk menyelesaikan semua soal adalah 210 menit.
3. Tuliskan nama, kelas, dan asal sekolah Anda di sebelah kanan atas pada setiap halaman.
4. Untuk soal bagian pertama:
   (a) Masing-masing soal bagian pertama bernilai 1 (satu) angka.
   (b) Beberapa pertanyaan dapat memiliki lebih dari satu jawaban yang benar. Anda diminta memberikan jawaban yang paling tepat atau persis untuk pertanyaan seperti ini. Nilai hanya akan diberikan kepada pemberi jawaban paling tepat atau paling persis.
   (c) Tuliskan hanya jawaban dari soal yang diberikan. Tuliskan jawaban tersebut pada **lembar jawaban** di masing-masing kotak yang sesuai dengan nomor soal.
5. Untuk soal bagian kedua:
   (a) Masing-masing soal bagian kedua bernilai 7 (tujuh) angka.
   (b) Anda diminta menyelesaikan soal yang diberikan secara lengkap. Selain jawaban akhir, Anda diminta menuliskan semua langkah dan argumentasi yang Anda gunakan untuk sampai kepada jawaban akhir tersebut.
   (c) Jika halaman muka tidak cukup, gunakan halaman sebaliknya.
6. Jawaban hendaknya Anda tuliskan dengan menggunakan tinta, bukan pensil.
7. Selama tes, Anda tidak diperkenankan menggunakan buku, catatan, busur derajat, penggaris segitiga, dan alat bantu hitung (atau alat elektronik). Anda juga tidak diperkenankan bekerjasama.
8. Mulailah bekerja hanya setelah pengawas memberi tanda dan berhentilah bekerja segera setelah pengawas memberi tanda.
9. Selamat bekerja.

Soal ini di Download dari FOLDER OSN

Soal ini di Download dari FOLDER OSN

http://folderosn.blogspot.co.id/

Nama: ..... Kelas: .....

Sekolah: .....

BAGIAN PERTAMA

1. Dua bilangan real tidak nol a dan b memenuhi $ab = a - b$. Nilai $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - ab$ yang mungkin adalah ...

2. Tokoh masyarakat di suatu RW, selain Pak RW dan Bu RW, terdapat 5 orang wanita dan 6 orang pria. Kelurahan meminta 6 orang untuk mengikuti seminar di tingkat kota. Dipilih 6 orang sebagai delegasi RW, dengan komposisi 3 orang wanita dan 3 orang pria, yang salah satu di antaranya Pak RW. Banyaknya cara memilih delegasi tersebut adalah .....

3. Diberikan segitiga ABC dengan $AB = 13$, $AC = 15$, dan panjang garis tinggi ke $\overline{BC}$ adalah 12. Jumlah semua panjang BC yang mungkin adalah .....

4. Bilangan prima dua digit $p = \overline{ab}$ yang memenuhi $\overline{ba}$ juga prima ada sebanyak .....

5. Misalkan f fungsi real yang memenuhi $f\left(\frac{x}{3}\right) = x^2 + 2x + 3$. Jumlah semua nilai z yang memenuhi $f(3z) = 12$ adalah .....

6. Ita memilih 5 bilangan di antara $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ dan mengatakan kepada Budi hasil kali dari kelima bilangan tersebut. Kemudian Ita bertanya apakah Budi mengetahui hasil penjumlahan kelima bilangan tersebut merupakan bilangan ganjil atau genap. Budi menjawab bahwa dia tidak bisa memastikannya. Nilai hasil kali lima bilangan yang dimiliki Ita adalah .....

7. Misalkan $ABCD$ sebuah persegi dengan panjang sisi 2017. Titik E terletak pada segmen CD sehingga $CEFG$ merupakan persegi dengan panjang sisi 1702. dengan F dan G terletak di luar $ABCD$. Jika lingkaran luar segitiga ACF memotong BC lagi di titik H, maka panjang CH adalah .....

8. Banyaknya pasangan bilangan asli (x, y) yang memenuhi persamaan
$$x + y = \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{xy}$$

9. Misalkan x dan y adalah bilangan-bilangan real yang memenuhi persamaan
$$x^2y^2 + 4x^2 + y^2 + 1 = 6xy.$$
Jika M dan m berturut-turut menyatakan nilai terbesar dan nilai terkecil yang mungkin dari $x - y$, maka nilai dari $M - m$ adalah...

10. Diberikan 2017 lampu yang dilengkapi saklar untuk menyalakan dan mematikan lampu. Mula-mula semua lampu dalam keadaan padam. Pada setiap menit Ani harus menekan tepat 5 saklar. Setiap saklar ditekan lampu yang tadinya padam menjadi menyala dan yang tadinya menyala menjadi padam. Untuk menyalakan semua lampu Ani paling sedikit membutuhkan ..... menit.

Soal ini di Download dari FOLDER OSN

http://folderosn.blogspot.co.id/

11. Diberikan bilangan real positif k. Pada suatu segitiga ABC titik-titik D, E, dan F berturut-turut terletak pada sisi BC, CA, dan AB sehingga

$$\frac{BD}{DC} = \frac{CE}{EA} = \frac{AF}{FB} = k.$$

Jika $[ABC]$ dan $[DEF]$ berturut-turut menyatakan luas segitiga ABC dan DEF, maka $\frac{[DEF]}{[ABC]} =$ .....

12. Untuk sebarang bilangan asli k, misalkan $I_k = 10\ldots064$ dengan 0 di antara 1 dan 6 sebanyak k. Jika $N(k)$ menyatakan banyaknya faktor 2 pada faktorisasi prima dari I_k, maka nilai maksimum untuk $N(k)$ adalah .....

13. Jika x, y, dan z bilangan-bilangan real positif yang memenuhi

$$x + \frac{1}{y} = 4, y + \frac{1}{z} = 1, z + \frac{1}{x} = \frac{7}{3},$$

maka nilai xyz adalah .....

14. Sepuluh siswa mempunyai tinggi badan yang berbeda. Guru olahraga menginginkan mereka berbaris menyamping, dengan syarat tidak ada siswa diapit oleh dua siswa lain yang lebih tinggi dari dirinya. Banyaknya cara membuat barisan seperti itu adalah .....

15. Diberikan segitiga ABC dengan τ sebagai lingkaran luarnya. Tali busur AD adalah garis bagi dalam sudut BAC yang memotong BC dititik L. Tali busur DK tegak lurus pada AC dan memotong AC di titik M. Jika $\frac{BL}{LC} = \frac{1}{2}$, maka nilai dari $\frac{AM}{MC}$ adalah .....

16. Bilangan asli empat-digit n habis dibagi oleh 7. Bilangan asli k, yang diperoleh dengan menuliskan digit-digit n dari belakang ke depan, juga habis dibagi oleh 7. Selain itu, diketahui bahwa n dan k mempunyai sisa yang sama apbila dibagi oleh 37. Jika $k > n$, maka jumlah dari semua n yang memenuhi adalah.....

17. Untuk sebarang bilangan real x, notasi $\lfloor x \rfloor$ menyatakan bilan bulat terbesar yang tidak lebih besar daripada x. Diketahui $\{a_i\}_{i \geq 1}$ barisan bilangan real dengan $a_1 = 20, 17$. Jika

$$a_1, a_2, \ldots, a_{11}, \quad \text{dan} \quad \lfloor a_1 \rfloor, \lfloor a_2 \rfloor, \ldots, \lfloor a_{10} \rfloor$$

masing-masing merupakan barisan aritmetika; sedangkan $\lfloor a_1 \rfloor, \lfloor a_2 \rfloor, \ldots, \lfloor a_{11} \rfloor$ bukan barisan aritmetika, maka nilai minimum $a_2 - a_1 - \lfloor a_2 - a_1 \rfloor$ adalah .....

18. Di suatu Pusat Jajanan terdapat empat kedai yang masing-masing menjual tiga jenis makanan. Ada n orang yang masing-masing membeli tepat satu makanan pada setiap kedai. Untuk setiap tiga pembeli ada paling sedikit satu kedai yang ketiga jenis makanannya terbeli. Nilai n maksimum yang mungkin adalah .....

Soal ini di Download dari FOLDER OSN

http://folderosn.blogspot.co.id/

19. Diketahui segi tujuh beraturan $ABCDEFG$. Jarak dari A ke garis BC, BE, CF, dan EF berturut turut adalah a, b, c, dan d. Nilai $\frac{ad}{bc}$ adalah .....

20. Diketahui $f(x)$ polinom berderajat n dengan koefisien-koefisien bilangan bulat yang memenuhi $f(0) = 39$ dan $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = ... = f(x_n) = 2017$, dengan $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ semua berbeda. Bilangan n terbesar yang mungkin adalah.....

Soal ini di Download dari FOLDER OSN

Nama: ..... Kelas: .....
Sekolah: .....

BAGIAN KEDUA

Soal 1. Untuk setiap persegi satuan pada papan berukuran 5×9 dituliskan angka 1 atau 0. Kemudian dihitung jumlah semua bilangan pada setiap kolom dan juga pada setiap barisnya sehingga diperoleh 14 bilangan. Misalkan H adalah himpunan yang berisi bilangan-bilangan tersebut. Tentukan maksimum dari banyak anggota H!

Soal 2. Bilangan asli $k > 2$ dikatakan **cantik** jika untuk setiap bilangan asli $n \geq 4$ dengan $5n+1$ bilangan kuadrat sempurna, dapat ditemukan bilangan asli $a_1, a_2, \ldots, a_k$ sehingga

$$n+1 = a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_k^2.$$

Tentukan bilangan cantik terkecil!

Soal 3. Diberikan segitiga ABC yang ketiga garis tingginya berpotongan di titik H. Tentukan semua titik X pada sisi BC sehingga pencerminan H terhadap titik X terletak pada lingkaran luar segitiga ABC.

Soal 4. Misalkan a, b, dan c adalah bilangan-bilangan real yang nilai mutlaknya tidak lebih besar dari 1. Buktikan bahwa

$$\sqrt{|a-b|} + \sqrt{|b-c|} + \sqrt{|c-a|} \leq 2 + \sqrt{2}.$$

Soal 5. Pada suatu papan catur berukuran $2017 \times n$, Ani dan Banu melakukan permainan. Pemain pertama memilih suatu persegi dan kemudian mewarnainya dengan warna merah. Pemain berikutnya memilih suatu persegi dari daerah yang belum diberi warna merah dan kemudian mewarnainya dengan warna merah. Persegi yang dipilih boleh sebarang ukuran namun harus tepat menutup sejumlah persegi satuan pada papan catur. Kemudian kedua pemain bergantian melakukan hal tersebut. Seorang pemain dikatakan menang, jika pemain berikutnya tidak bisa lagi melanjutkan permainan. Jika Ani mendapat giliran pertama, tentukan semua nilai $n \geq 2017$ sehingga Ani mempunyai strategi untuk memenangkan permainan.

Soal ini di Download dari FOLDER OSN