

Α Λυκείου Γεωμετρία Επαναληπτικό Διαγώνισμα 2

Απαντήσεις

Θέμα Α

A1. Σχολικό Βιβλίο . Σελίδα 109

A2. Λ-Λ-Σ-Σ

A3. A → 3, B → 1, Γ → 4, Δ → 2

Θέμα Β

B1. α. Είναι $AE = BZ$ (ύψος τραπεζίου) άρα

$ABZE$ παραλληλόγραμμο και επειδή $\hat{E} = \hat{Z} = 90^\circ$

ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

β. Τα τρίγωνα $\triangle ADE$ και $\triangle BZG$ έχουν:

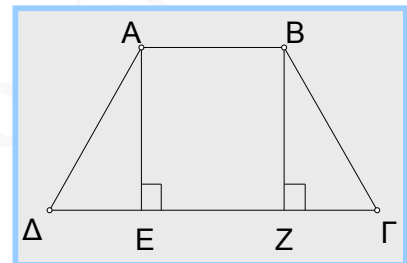
1. $AE = BZ$

2. $AD = BG$

3. $\hat{E} = \hat{Z} = 90^\circ$ άρα $\triangle ADE = \triangle BZG$

B2. Είναι $\hat{DAE} = 30^\circ$ ($\triangle ADE = \text{ορθ. και } \hat{A} = 60^\circ$) άρα $DE = \frac{AD}{2} = 2 = ZG$

και $EZ = AB = 3$ άρα $\Delta\Gamma = 2 + 3 + 2 = 7$



Θέμα Γ

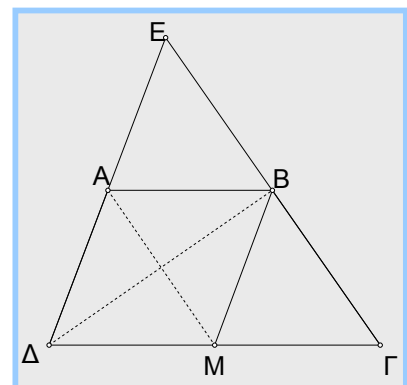
Γ1. $\triangle AB\Delta = \text{ισοσκελές (} AB = A\Delta \text{)} \text{ άρα } \hat{AB\Delta} = \hat{A\Delta B}$ (1)

$AB \parallel \Gamma\Delta$ τότε $\hat{AB\Delta} = \hat{B\Delta\Gamma}$ (2)

Άρα από (1) και (2) έχουμε $\hat{A\Delta B} = \hat{B\Delta\Gamma}$
δηλαδή ΔB διχοτόμος

Γ2. Είναι $AB = \frac{\Gamma\Delta}{2} = \Delta M$ και $AB \parallel \Delta M$ άρα

$ABM\Delta$ παραλληλόγραμμο και επειδή $AB = A\Delta$ είναι ρόμβος.



Γ3. Στο τρίγωνο ΒΓΔ για τη διάμεσο ΒΜ έχουμε $BM = \frac{\Gamma\Delta}{2}$ άρα το τρίγωνο ΒΓΔ είναι ορθογώνιο τότε $\Delta B \perp B\Gamma$

Γ4. Στο τρίγωνο ΕΓΔ το Μ είναι μέσο της ΓΔ και $MB \parallel A\Delta$ άρα

$$BM = \frac{\parallel E\Delta}{2} \Leftrightarrow BM = \frac{\parallel AE + A\Delta}{2} \Leftrightarrow BM = \frac{\parallel AE + MB}{2} \Leftrightarrow 2BM = AE + MB \Leftrightarrow$$

$$\parallel MB = AE$$

Άρα ΑΜΒΕ παραλληλόγραμμο

Θέμα Δ

Δ1. Στο τρίγωνο ΑΕΔ το ύψος ΑΒ είναι και διάμεσος γιατί $BE = BD$ άρα ισοσκελές

Δ2. Είναι $BD = BE = \frac{1}{3} B\Gamma$ άρα $E\Delta = \frac{2}{3} B\Gamma$ (1)

$$\text{Επίσης } BD = \frac{1}{3} B\Gamma \text{ άρα } \Gamma\Delta = \frac{2}{3} B\Gamma \text{ (2)}$$

Από (1) και (2) είναι $E\Delta = \Gamma\Delta$ δηλαδή Δ μέσο ΕΓ. Τότε στο τρίγωνο ΑΕΓ

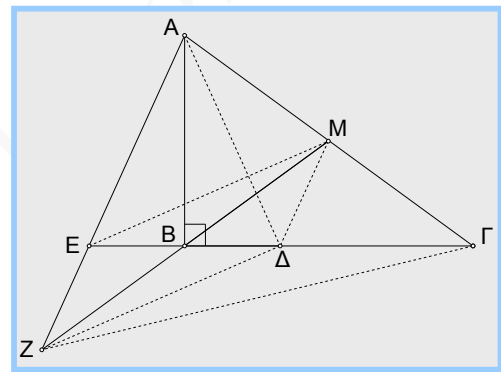
$$\begin{cases} \Delta \text{ μέσο } E\Gamma \\ M \text{ μέσο } A\Gamma \end{cases} \text{ άρα } \Delta M \parallel AE \text{ δηλαδή } \Delta M \parallel EZ \text{ τότε } \widehat{B\Delta M} = \widehat{B\Delta Z} \text{ (3)}$$

$$\text{Είναι } \widehat{B\Delta Z} = 180^\circ - \widehat{EBZ} - \widehat{EZB} = 180^\circ - \widehat{M\Delta B} - \widehat{B\Delta M} = \widehat{M\Delta B}$$

Τότε τα τρίγωνα ΕΒΖ και ΜΒΔ είναι ίσα

$$(\text{γιατί } EB = BD, \widehat{M\Delta B} = \widehat{B\Delta Z}, \widehat{M\Delta B} = \widehat{EBZ}) \text{ άρα } BZ = BM$$

Άρα ΕΜΔΖ παραλληλόγραμμο (οι διαγώνιοι διχοτομούνται).



Δ3. $\begin{cases} \Delta AB\Gamma = \text{ορθ} \\ BM \text{ διάμεσος} \end{cases}$ τότε $BM = \frac{A\Gamma}{2} \Leftrightarrow ZB = \frac{A\Gamma}{2}$

Δ4. Στο τρίγωνο ΜΓΖ ,ΓΒ διάμεσος και $\Gamma\Delta = \frac{2}{3} B\Gamma$ (από (2)) άρα Δ βαρύκεντρο.