

ΒΟΗΘΗΤΙΚΕΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΣΤΑ

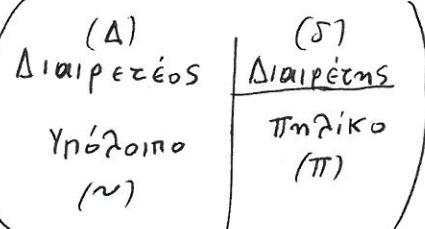
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

- ◆ ΦΥΣΙΚΟΙ-ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ
- ◆ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΜΕΓΕΘΩΝ
- ◆ ΚΛΑΣΜΑΤΑ
- ◆ ΑΝΑΛΟΓΑ ΠΟΣΑ
- ◆ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ
- ◆ ΓΩΝΙΕΣ
- ◆ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΑ ΣΧΗΜΑΤΑ
- ◆ ΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

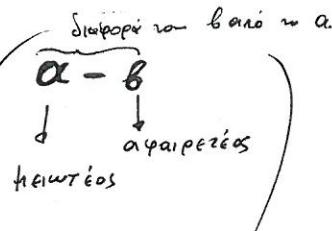
A' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

(1 of 2)



$$\Delta = \delta \pi + \nu, \quad 0 \leq \nu < \delta.$$

Euklidiada Διαιρέση



- Mitros Apotatos: Είναι ως λογισμός $\alpha \frac{b}{\gamma} \equiv \alpha + \frac{b}{\gamma}$.
- Eudemo uadeta: Λέγεται ότι ο πλάτος του ονομάζεται νοτι. όπου είναι ο πλάτος π.χ. $\frac{2}{3/2}$.
- Διο ευθείες του τηνίδου η οποία είναι κάθετες στην ίδια ευθεία, είναι παράλληλες.
- Κάθε σημείο της τετραγώνου είναι ευθ. τηνίκας 16ανέχει και τα ακρά του ευθ. τηνίκας (ανισημοτέρα: ότι ένα σημείο 16ανέχει και τα δύο τα διαφορετικά τηνίκας, τοπ. δύο συνικει πάνω στη τετραγώνου της ευθ. γηνίκας).
- Epefisis zwies: — έχουν ίδια κορυφή
 └——— έχουν ίδια κοντή πλευρά
 δεν έχουν κανένα άλλο κοντό σημείο.
- Παραλληληπιδίων zwies: έχουν αρθρόση 180°
- συμπληρυματικές zwies: έχουν αρθρόση 90° .
- Triγωνική Ιδιότητα: Αν α, β, γ ηλευθέρες είναι γωνίες, τότε: 16χλουν:
- $$\left. \begin{array}{l} \alpha < \beta + \gamma \\ \beta < \alpha + \gamma \\ \gamma < \alpha + \beta \end{array} \right\} : \text{αναπαίζονται και τα τρία για να προέρχονται να μαζεύεταισανταριστούνται τρίγωνο.

• Trianētio: Τετράγωνο του ονομά η ηλευθέρες είναι παράλληλες.

• Παραλληλόγραφο: Τετράγωνο η οποία έχει τις ανέντι ηλευθέρες ηλευθέρες παράλληλες.

• Pólybos: Παραλληλόγραφο η οποία έχει 16ες 62ες ή ηλευθέρες του.$$

είναι παραλληλόγραφο \Leftrightarrow

- anávarei ηλευθέρες παράλληλες
- anávarei ηλευθέρες 16ες
- anávarei γωνίες 16ες
- οι διγωνίες του δίχονοι είναι.

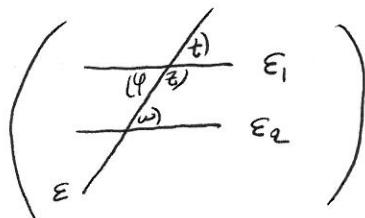
① Κάτιανα χάρη σε ορθογώνιο 6x6. $\frac{1}{\alpha} = \frac{\text{πρόσθια σύμβαση των γωνιών}}{\text{πρόσθια σύμβαση των γωνιών ακέραιων}}$ (2 of 2)

(αν $\frac{1}{\alpha} < 1$ ~ στικόρυνση,
αν $\frac{1}{\alpha} > 1$ ~ λεγέθυνση.)

② αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \Rightarrow \frac{\alpha+\beta}{\beta} = \frac{\gamma+\delta}{\delta}$

③ - $\alpha \vee \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ τότε $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha+\gamma}{\beta+\delta}$ (\leftarrow γενικήσαν στα περισσότερα)

- λέγετε ότι οι α, β είναι ανάλογοι προς τους γ, δ αφεντικά: $\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\delta}$.



$$\begin{aligned}\hat{\varphi} = \hat{\omega} &\Leftrightarrow \varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \\ \hat{\omega} + \hat{\gamma} = 180^\circ &\Leftrightarrow \varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \\ \hat{\omega} = \hat{\delta} &\Leftrightarrow \varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2.\end{aligned}$$

④ Γενικά σύνθετα σχεδιά 16x (\equiv 6x4x2x6x1x6) σταν συγκίνων προσδετέρων το ένα πάνω στο άλλο. (δηλ. μια 160τιμη συντήρηση δεν επιταχείται στην αντίστοιχη δύοτιμη συντήρηση του!).

⑤ Το αίθρια των γωνιών είναι τριγωνικού τύπου 180° .

Ετοιμόν σημαντικού $\epsilon = a \cdot b$

Ετοιμόν τριγωνικού $\epsilon = \frac{1}{2} b \cdot n$

Ετοιμόν παραθίου $\epsilon = b \cdot n$

Ετοιμόν τραπεζίου $\epsilon = \frac{B+b}{2} \cdot n$

⑥ Αριθμός της τυπονομήσης: είναι της λογιστικής $\alpha \cdot 10^k$, όπου $1 \leq |\alpha| < 10$ και $k \in \mathbb{Z}$.

!SOS ΘΕΜΑΤΑ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΘΕΩΡΙΑ

1^ο Κεφάλαιο:

1. Τι είναι εξίσωση και τι είναι η λύση της εξίσωσης; (σελ. 32)
2. Τι είναι νιοστή δύναμη του α (σελ. 51).
3. Γράψτε την επιμεριστική ιδιότητα της πρόσθεσης και της αφαίρεσης (σελ. 54 – 55).
4. *Ποια είναι τα κριτήρια διαιρετότητας και ποιοι οι χαρακτήρες (σελ. 60 – 61).
5. *Ορισμός της ευκλείδειας διαίρεσης (σελ. 65).
6. *Τι είναι αριθμητική παράσταση και τι τιμή της αριθμητικής παράστασης; Ποια είναι η προτεραιότητα των πράξεων σε μια αριθμητική παράσταση (σελ. 72).

2^ο Κεφάλαιο:

1. Μονάδες μήκους – εμβαδού – όγκου . Πολλαπλάσια και υποδιαιρέσεις αυτών (σελ. 89, 98 – 100, 110 – 111).
2. Εμβαδόν ορθογωνίου και τετραγώνου (τύποι στη σελίδα 103).

3^ο Κεφάλαιο:

1. Τι είναι κλάσμα (σελ. 137), ποιοι οι όροι του κλάσματος και πότε λέγονται ομώνυμα ή ετερώνυμα (σελ. 134);
2. *Πότε δύο κλάσματα λέγονται ίσα ή ισοδύναμα (σελ. 140);
3. Σύγκριση κλασμάτων (σελ. 144 – 145).
4. Τι είναι άθροισμα (σελ. 148), τι είναι διαφορά (σελ. 150), τι γινόμενο (σελ. 133) και τι πηλίκο (σελ. 158);
5. Πώς βρίσκουμε τα $\frac{\lambda}{\nu}$ ενός αριθμού α (σελ. 154);
6. *Ποιοι αριθμοί λέγονται αντίστροφοι; Δώστε παράδειγμα (σελ. 156).

6^ο Κεφάλαιο:

1. Ποια είναι τα είδη τριγώνων ανάλογα με τις πλευρές τους; Τι γνωρίζετε για το καθένα (σελ. 245 – 246);
2. Είδη τριγώνων (σελ. 246 – 247).
3. *Πότε δύο γωνίες λέγονται εφεξής; Με σχήμα (σελ. 256).
4. *Πότε δύο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές (σελ. 257) και πότε συμπληρωματικές; Με σχήματα.
5. *Πότε δύο γωνίες λέγονται κατακορυφήν (σελ. 260);
6. Τους ορισμούς στη σελίδα 263.
7. Πόσο είναι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου σε μοίρες (σελ. 265).
8. Είδη τριγώνων ανάλογα με τις γωνίες τους. Με σχήμα (σελ. 267).

7^ο Κεφάλαιο:

1. Είδη τετραπλεύρων (σελ. 281 – 282).
2. *Ιδιότητες παραλληλογράμμου (και οι δύο ορισμοί όπως τους έχει το βιβλίο στη σελίδα 283).
3. *Εμβαδόν τριγώνου, παραλληλογράμμου και τραπεζίου(τους τύπους στις σελίδες 287 – 289).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

1^ο Κεφάλαιο:

1. *Υπολογισμός παράστασης με δυνάμεις και προτεραιότητα πράξεων όπως ασκήσεις 1, 2 σελ. 74.

3^ο Κεφάλαιο:

1. *Υπολογισμός παράστασης με κλάσματα (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση, σύνθετα κλάσματα).
2. *Πρόβλημα όπως τα προβλήματα του βιβλίου σελ. 151, 155, 159, 168.

6^ο Κεφάλαιο:

1. *Άσκηση με υπολογισμό γωνιών όπως ασκήσεις 4, 7 σελ. 258 – 259, 1, 4, 5 σελ. 261, 1, 3, 4 σελ. 264 – 265, 3, 4, 5, 6, 7, 8 σελ. 268 – 269.

7^ο Κεφάλαιο:

1. *Άσκηση με εμβαδόν όπως ασκήσεις 5, 6, 7, 8, 9, 12 σελ. 290 – 292, 3, 4, 5, 6, 7 σελ. 287 – 288, 5, 6, 7, 9 σελ. 105 – 106.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Τα θέματα και οι ασκήσεις με (*) είναι super sos.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

1. Να γράψετε

- α) όλους τους άριθμους αριθμούς που είναι μεγαλύτεροι από το 32 και μικρότεροι από το 55.
 β) όλους τους περιπτούς αριθμούς που είναι μεγαλύτεροι του 94 και μικρότεροι του 121.

2. Στον παρακάτω πίνακα να αντικαταστήσετε κάθε ... με κατάλληλο σύμβολο από τα >, =, <

>, =, <

α	38,07 ... 38,007
β	8,07 ... 807
γ	23,8 ... 23,8
δ	406,28 ... 406,2800
ε	6,054 ... 6,54
ζ	52,8... 52,81
η	6 ... 0,6
θ	900 ... 900,0000
ι	1,01 ... 1,10
κ	1,11 ... 1,1

3. Να βρεθεί τι είδους μονάδες παριστάνει το ψηφίο 5 στους παρακάτω αριθμούς

- 52 → παριστάνει δεκάδες
 475 →
 583 →
 5961 →

4. Να στρογγυλοποιηθούν οι παρακάτω αριθμοί στο πλησιέστερο
 α) εκατοστό β) χιλιοστό.

αριθμός	2,38692	0,76532	6,73528	4,96034
εκατοστό				
χιλιοστό				

5. Να γράψετε τις παρακάτω εκφράσεις με την βοήθεια μιας μεταβλητής:

- α) το επταπλάσιο ενός αριθμού
 β) σε έναν αριθμό προσθέτω το 8 και βρίσκω το 54
 γ) το τριπλάσιο ενός αριθμού είναι 12.

6. Να λυθούν οι εξισώσεις με διαδοχικές δοκιμές

α) $x+6=15$ β) $x-5=5$ γ) $\psi+3=8$ δ) $24-x=18$.

7. Ιάνο φυσικοί αριθμοί διαφέρουν κατά 3 και έχουν άθροισμα 27.

α) Να γραφτεί με εξίσωση η παραπόνω πρόταση

β) Να λυθεί η εξίσωση με διαδοχικές δοκιμές.

8. Στις παρακάτω προσθέσεις να αντικατασταθούν τα ερωτηματικά με κατάλληλα ψηφία

$$\alpha) \begin{array}{r} 5 & 6 & ? & 8 \\ + & 3 & 2 & ? \\ \hline ? & ? & 0 & 3 \end{array}$$

$$\beta) \begin{array}{r} ? & 5 & 6 & ? \\ + & 8 & ? & 5 & 4 \\ \hline ? & 3 & 3 & ? & 7 \end{array}$$

$$\gamma) \begin{array}{r} 3 & , & 7 & ? \\ + & 8 & , & ? & 5 \\ \hline ? & ? & , & 6 & 5 \end{array}$$

9. Να γίνουν οι παρακάτω πράξεις:

α) $95 - (48-33)$ β) $(57-12)-8$ γ) $(65-45)+25$

10. Να αντικατασταθούν τα ερωτηματικά με κατάλληλα ψηφία

$$\alpha) \begin{array}{r} 8 & ? & ? & 4 \\ - & 8 & 6 & 9 \\ \hline ? & 6 & 6 & ? \end{array}$$

$$\beta) \begin{array}{r} 3 & 2 & , & ? & ? & 8 \\ - & 1 & ?, & 5 & 3 & ? \\ \hline ? & 8 & , & 2 & 6 & 2 \end{array}$$

$$\gamma) \begin{array}{r} ? & ? & , & 4 & 0 \\ - & 5 & , & ? & ? \\ \hline 3 & 4 & , & 2 & 2 \end{array}$$

11. Να συμπληρωθεί το διπλανό τετράγυρο ώστε να γίνει "μαγικό"

12		
	14	
15		16

12. Άν είναι $\chi = 1^{12} + 1^{14} + 1^{37}$, $\psi = 2^3 + 2^2 - 3^2$ και $\omega = 3^4 - 4^3$

να υπολογιστούν οι παραπόνεις: $A = (\chi\psi)^2 - \chi^2$ $B = (\omega - \psi - \chi)^3$.

13. Να γίνουν οι πράξεις:

α) $48:6+60:5+45:9$

β) $(58):10+(7.12):6-108:12$

γ) $(33+57):(14-4)+(120-80):(104:13)$.

14. Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω ποσότητες είναι σωστές

α) $8:1=8$

δ) $13:13=13$

β) $0:12=12$

ε) $15:15=0$

γ) $0:9=0$

ζ) $6:0=6$

η) $6:0=1$.

15. Να συμπληρώσετε τα ψηφία στους παρακάτω αριθμούς:

- α) $21\square7$ ώστε να διαιρείται με το 3
- β) $1\square4\square$ ώστε να διαιρείται ταυτόχρονα με το 2 και με το 9
- γ) $603\square$ ώστε να διαιρείται ταυτόχρονα με το 2 και με το 3.

16. Με τη βοήθεια της ευκλείδειας διαιρεσης να υπολογιστούν:

- α) Ποιά μέρα θα έχουμε μετά από 122 μέρες, συ σήμερα είναι Τρίτη
- β) Σε πόσες ανυοθήκες των 24 θέσεων μπορούμε να συσκευάσουμε 205 ανυά.

17. Να υπολογιστούν οι τιμές των αριθμητικών παραστάσεων:

$$A=42:3+2^4 \cdot 6-4^2 \cdot 8$$

$$B=5 \cdot 13-7+6 \cdot 8-36:9$$

$$T=7^2-(3^2+4^2)+48:12-4 \cdot 7$$

18. Να υπολογιστούν οι τιμές των αριθμητικών παραστάσεων:

$$A=12^2-(6^2+7^2)+(3^1+5^0)(2^2+7^0)$$

$$B=(5,6:7+0,8)(5:10+3)$$

19. Να βρεθεί το πηλικό της διαιρεσης $250 : 33$

- α) με προσέγγιση δεκάτουν
- β) με προσέγγιση εκατοστού
- γ) με προσέγγιση χιλιοστού.

20. Να συμπληρωθούν τα κενά:

- α) $112cm = \dots mm$
- β) $52m = \dots km$
- γ) $212mm = \dots m = \dots cm$
- δ) $12dm = \dots cm = \dots mm$.

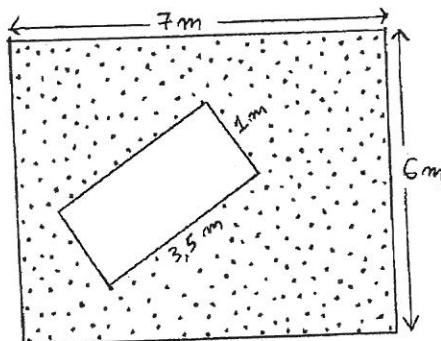
21. Να συμπληρωθούν τα κενά στον παρακάτω πίνακα:

m^2	dm^2	cm^2
3,6542		
	63,516	
		760018

22. Να βρεθεί η περίμετρος και το εμβαδό ορθογωνίου που έχει μήκος $0,36m$ και πλάτος $20cm$.

23. Η περίμετρος ενός ορθογωνίου είναι $1,7\text{km}$ και το μήκος του 450m . Να βρεθεί το πλάτος και το εμβαδό του.

24. Να βρεθεί το εμβαδό του παρακάτω σκιασμένου τημήματος:



25. Να βρεθεί ο όγκος κύβου με ακμή $1,6\text{m}$ σε: α) m^3 β) dm^3 .

26. Η έκφραση $\omega + \omega + \omega + \omega + \omega$ είναι ίση με:
 α. 3ω β. 2ω γ. 5ω δ. 6ω ε. ω^6

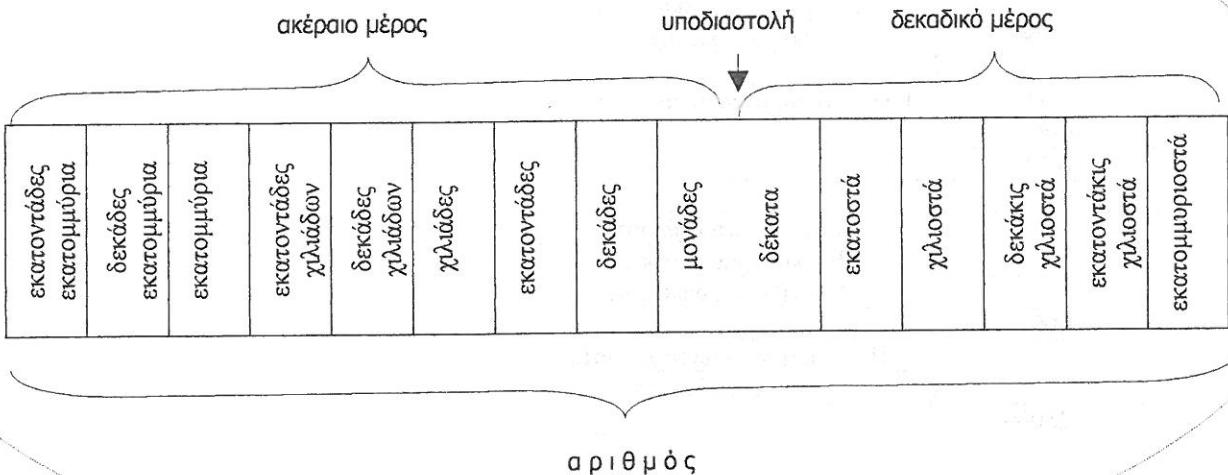
27. Το 3^3 είναι ίσο με: α. 9 β. 6 γ. 30 δ. 27 ε. 3

28. Το $EK\Pi(20, 25)$ είναι ίσο με: α. 20 β. 25 γ. 80 δ. 100

29. Το αποτέλεσμα της πράξης $16 \cdot 3 : (8 \cdot 3)$ είναι ίσο με: α. 20 β. 2 γ. 1

30. Ένας αριθμός όταν διαιρείται με το 8 δίνει πηλικό 3 και υπόλοιπο 1. Ο αριθμός είναι ο:
 α. 12 β. 11 γ. 24 δ. 25

ΓΕΝΙΚΟΣ ΚΑΝΟΝΑΣ



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(φυσικοί-δεκαδικοί αριθμοί, σύγκριση-στρογγυλοποίηση αριθμών)

1) Να γράψετε

- α) όλους τους άρτιους αριθμούς που είναι μεγαλύτεροι από το 20 και μικρότεροι από το 41
 β) όλους τους περιπτούς αριθμούς που είναι μεγαλύτεροι του 100 και μικρότεροι του 131.

2) Στον παρακάτω πίνακα να αντικαταστήσετε κάθε * με κατάλληλο σύμβολο από τα =,>,<

α	38,07 * 38,007
β	8,07 * 807
γ	23,8 * 23,8
δ	406,28 * 406,2800
ε	6,054 * 6,54
ζ	52,8 * 52,81
η	6 * 0,6
θ	900 * 900,0000
ι	1,01 * 1,10
κ	1,11 * 1,1

3) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας

Γράφουμε	Διαβάζουμε
3015	Τρεις χιλιάδες δέκα πέντε
2008	Δύο χιλιάδες οχτώ
40009	
7,45	Επτά και σαράντα πέντε εκατοστά
8,006	
0,52	
3,14	
	Πενήντα οκτώ χιλιοστά
	Έξι και τρία εκατοστά
	Δύο χιλιάδες δέκα τρία
1,001	
	Πέντε και δεκαπέντε χιλιοστά
	Δέκα χιλιάδες ένα
1,25000	

4) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας

αριθμός	ψηφίο χιλιάδων	ψηφίο δεκάτων	ψηφίο χιλιοστών	ψηφίο δεκάδων
53,48		4		5
160,09				
5783				
0,057				
5,23				
7324,037				
6,904				
5409,3	5		0	
1245				
2002,037				
0,014				

5) Να βρεθεί τί είδους μονάδες παριστάνει το ψηφίο 5 στους παρακάτω αριθμούς

52 ► παριστάνει δεκάδες

475 ►

583 ►

5961 ►

6) Να γραφτούν όλοι οι διψήφιοι αριθμοί που σχηματίζονται με τα ψηφία 3,2,8 και στην συνέχεια να διαταχθούν από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο.

7) Να βρεθεί

α) πόσοι διψήφιοι αριθμοί έχουν για ψηφίο τους το 7

β) πόσοι από τους αριθμούς αυτούς έχουν το 7 ως ψηφίο μονάδων (Απ 17,9)

8) Να στρογγυλοποιηθούν οι αριθμοί 2352 13769 στην πλησιέστερη α) δεκάδα β) χιλιάδα.

9) Να στρογγυλοποιηθούν οι αριθμοί 5,7853 9,3128 στο πλησιέστερο

α) δέκατο β) εκατοστό

10) Να στρογγυλοποιηθούν οι αριθμοί

7,53421	2,38692	0,76532	6,73528	4,96034
7,49503	16,43791	25,08096	3,99741	0,77869

στο πλησιέστερο α) εκατοστό β) χιλιοστό.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Η έννοια της μεταβλητής)

- 1) Να γράψετε τις παρακάτω εκφράσεις με την βοήθεια μιας μεταβλητής:
- α) το επταπλάσιο ενός αριθμού
 - β) σε έναν αριθμό προσθέτω το 9 και βρίσκω το 29
 - γ) το τριπλάσιο ενός αριθμού είναι 21
 - δ) τα πέντε έκτα ενός αριθμού
 - ε) ένας αριθμός είναι μικρότερος του 100
 - ζ) το πενταπλάσιο ενός αριθμού είναι μικρότερο του 30
 - η) ένας αριθμός ελαττωμένος κατά 8 ισούται με 22
 - θ) το άθροισμα του τριπλάσιου ενός αριθμού με το 20 είναι μικρότερο από το τετραπλάσιο του αριθμού αυξημένο κατά 12.
- 2) Αν χ είναι η πλευρά ενός τετραγώνου, να εκφράσετε το εμβαδό και την περίμετρό του, χρησιμοποιώντας το χ . (Εφαρμογή, όταν $\chi=6$ μέτρα).
- 3) Να διατυπωθούν με λόγια οι παρακάτω εκφράσεις:
- α) $\chi+12$
 - β) $\chi>7$
 - γ) $\chi+9=51$
 - δ) $7\chi+4=2$
 - ε) $8<\chi<17$
 - ζ) $\chi+2\chi+3\chi=36$.
- 4) Αν 3α και 4β είναι οι διαστάσεις ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου, να βρεθεί μία έκφραση που να δίνει την περίμετρο και το εμβαδό του.
(Εφαρμογή, όταν $\alpha=3$ μέτρα και $\beta=2$ μέτρα).
- 5) Μια οικογένεια που αποτελείται από τον πατέρα, τη μητέρα και τα 3 μικρά παιδιά, στο θέατρο πληρώνουν 2 ολόκληρα και 3 μισά εισιτήρια.
Αν α είναι η τιμή του εισιτηρίου, να βρεθεί πόσες δραχμές θα πληρώσουν.
(Εφαρμογή, όταν $\alpha=3000$ δραχμές).
- 6) Στο πρωτάθλημα ποδοσφαίρου κάθε ομάδα παίρνει 3 βαθμούς σε κάθε νίκη, 1 βαθμό σε κάθε ισοπαλία και κανένα βαθμό σε κάθε ήττα.
Αν μια ομάδα έφερε χ νίκες, ψ ισοπαλίες και ω ήττες, να γραφτεί πόσους βαθμούς θα συγκεντρώσει στο τέλος του πρωταθλήματος.
(Εφαρμογή, όταν $\chi=18$, $\psi=10$ και $\omega=6$).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Η έννοια της εξίσωσης)

1) Να εξετάσετε αν ο αριθμός 11 είναι λύση της εξίσωσης: $\chi - 4 = 10$.

2) Το άθροισμα δύο διαδοχικών φυσικών αριθμών είναι ίσο με 35.

- α) Να γραφτεί με εξίσωση η παραπάνω πρόταση
- β) Να λυθεί η εξίσωση με διαδοχικές δοκιμές.

3) Να βρεθεί η λύση της εξίσωσης: $\chi = 5$.

4) Να λυθούν οι εξισώσεις με διαδοχικές δοκιμές

- α) $t + 6 = 15$
- β) $\varphi - 5 = 5$
- γ) $\psi + 3 = 8$
- δ) $24 - \chi = 18$

5) Δίνονται οι αριθμοί: 5, 6, 8, 12.

α) Ποιός από αυτούς είναι λύση της εξίσωσης $\chi - 5 = 3$;

β) Αν στον παραπάνω αριθμό που βρήκατε προσθέσετε έναν νέο αριθμό τότε προκύπτει το 14.
Να βρεθεί ο νέος αυτός αριθμός.

6) Δύο φυσικοί αριθμοί διαφέρουν κατά 3 και έχουν άθροισμα 27.

- α) Να γραφτεί με εξίσωση η παραπάνω πρόταση
- β) Να λυθεί η εξίσωση με διαδοχικές δοκιμές.

7) Αν στο τριπλάσιο ενός αριθμού προσθέσουμε το τετραπλάσιό του βρίσκουμε 35.

α) Να γραφτεί με εξίσωση η παραπάνω πρόταση

β) Να λυθεί η εξίσωση με διαδοχικές δοκιμές. (Απ. 5)

8) Δίνονται οι εξισώσεις (i) $x + 9 = 11$ (ii) $x + 5 = 13$ (iii) $x + 8 = x + 8$ (iv) $x = 5$
και οι αριθμοί 4, 6, 8, 11.

Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

Εξίσωση	Αριθμοί που την επαληθεύουν	Αριθμοί που δεν την επαληθεύουν
(i)		
(ii)		
(iii)		
(iv)		

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Πρόσθεση φυσικών και δεκαδικών)

1) Να βρεθούν τα παρακάτω αθροίσματα:

- α) $56+32+45=$
β) $48+37+64+96=$
γ) $53,1+48,2+34,63=$
δ) $7,84+12,36+0,123+15,07=$
ε) $14,9+4,7+2=$
ζ) $354+2,2+0,54=$
η) $0,009+1,76=$

2) Να προσθέσετε τους παρακάτω αριθμούς:

Δεκατρία και έξι χιλιοστά
Πέντε και δύο δέκατα
Τέσσερα εκατοστά.

3) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας και να συγκρίνετε τους αντίστοιχους αριθμούς των δύο τελευταίων στηλών

α	β	$\alpha+\beta$	$\beta+\alpha$
784	214		
2,45	3,73		
7,364	8,962		

4) α) Να γράψετε όλους τους διψήφιους αριθμούς που προκύπτουν από τους 3, 4 και 8 με διαφορετικά ανά δύο ψηφία

β) Να βρείτε το άθροισμα των αριθμών του ερωτήματος α). (Απ. 330)

5) Να βρείτε τα παρακάτω αθροίσματα, αφού πρώτα γράψετε μία πρόχειρη εκτίμηση για το καθένα

- α) $1324+986$
β) $783+1609+3786$

6) Να εξετάσετε αν τα παρακάτω τετράγωνα είναι "μαγικά":

α)	β)	γ)																											
<table border="1"><tr><td>8</td><td>15</td><td>10</td></tr><tr><td>13</td><td>11</td><td>9</td></tr><tr><td>12</td><td>7</td><td>14</td></tr></table>	8	15	10	13	11	9	12	7	14	<table border="1"><tr><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	3	3	3	3	3	3	0	0	0	<table border="1"><tr><td>7</td><td>6</td><td>11</td></tr><tr><td>12</td><td>8</td><td>4</td></tr><tr><td>5</td><td>11</td><td>9</td></tr></table>	7	6	11	12	8	4	5	11	9
8	15	10																											
13	11	9																											
12	7	14																											
3	3	3																											
3	3	3																											
0	0	0																											
7	6	11																											
12	8	4																											
5	11	9																											

7) Στις παρακάτω προσθέσεις να αντικατασταθούν τα ερωτηματικά με κατάλληλα ψηφία

$$\begin{array}{r} \alpha) \quad \begin{array}{r} 5 & 6 & ? & 8 \\ + & 3 & 2 & ? \\ \hline ? & ? & 0 & 3 \end{array} & \beta) \quad \begin{array}{r} ? & 5 & 6 & ? \\ + & 8 & ? & 5 & 4 \\ \hline ? & 3 & 3 & ? & 7 \end{array} & \gamma) \quad \begin{array}{r} 3,7 & ? \\ + & 8,? & 5 \\ \hline ? & ?,6 & 5 \end{array} & \delta) \quad \begin{array}{r} 2,8 & ? \\ + & 7,? & 5 \\ \hline ? & ?,7 & 3 \end{array} \end{array}$$

8) Αν $\alpha+\beta=5$, $\alpha+\gamma=3,4$ και $\beta+\gamma=6,2$ να υπολογιστούν τα παρακάτω αθροίσματα

- α) $\alpha+8+\beta+9$
β) $14+\gamma+28+\alpha$.

9) Av $\chi=3,4$ να βρεθούν οι αριθμοί που παριστάνονται τα παρακάτω γράμματα:
 $\psi=\chi+5$, $\omega=\psi+6,2$ και $\phi=\omega+5,1$.

10) Έχουμε τέσσερα τσουβάλια ρύζι. Το πρώτο έχει 8,2 κιλά, το δεύτερο 1,6 κιλά περισσότερο από το πρώτο, το τρίτο έχει 0,7 κιλά περισσότερο από το δεύτερο ενώ το τέταρτο έχει τα κιλά που έχουν μαζί το πρώτο και το δεύτερο.
Να βρεθεί πόσα κιλά ρύζι έχουμε συνολικά. (Απ. 46,5 κιλά)

11) Με τα χρήματα που είχε κάποιος αγόρασε ένα πουκάμισο 4300 δρχ., παπούτσια 6250 δρχ., ένα πουλόβερ 5400 δρχ. και του έμειναν 7300 δρχ. Πόσα χρήματα είχε αρχικά; (Απ. 23250 δρχ.).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Αφαίρεση φυσικών και δεκαδικών)

1) Να υπολογίσετε τις παρακάτω διαφορές:

α) $68-39=$	γ) $6,5-3,8=$	ε) $352-187=$	η) $4,85-2,96=$
β) $70-18=$	δ) $9,0-6,3=$	ζ) $439-138=$	θ) $736-73,6=$

2) Να υπολογίσετε τις παρακάτω διαφορές και να γίνει δοκιμή

α) $7-3,7=$	γ) $801304-10111=$
β) $354-160=$	δ) $132843-88674=$

3) Να συγκριθούν οι παρακάτω διαφορές:

α) $9,8-5,2$ και $(9,8+4,1)-(5,2+4,1)$	
β) $13,6-5,4$ και $(13,6-4)-(5,4-4)$.	

4) Αν είναι $\chi-\psi=9$ και $\phi+\omega=17$ να βρεθούν οι παραστάσεις

$$\begin{aligned} A &= 8 + \phi + \omega - (\chi - \psi) \\ B &= 9 - (\chi - \psi) + \phi + 8 + \omega \\ \Gamma &= 48 + \phi + \chi - \psi + \omega. \end{aligned}$$

5) Να γίνουν οι παρακάτω πράξεις:

α) $95-(48-33)$	
β) $(57-12)-8$	
γ) $(65-45)+25.$	

6) Αν $\chi=23+14-5$, $\psi=42+36-8$ και $\omega=\psi-\chi-5$ να βρεθούν οι διαφορές:

α) $\psi-\chi$ β) $\psi-\omega$ γ) $\omega-\chi$.

7) Αν $\chi=532+124+227$, $\psi=125+427-256$ και $\omega=1234-827-163$ να βρεθεί η παράσταση

$$A = (\chi-\psi) + (\chi-\omega) + (\psi+\omega) \quad (\text{Απ. } 1766)$$

8) Να αντικατασταθούν τα ερωτηματικά με κατάλληλα ψηφία

α) $\begin{array}{r} 8 ? ? 4 \\ - 8 6 9 \\ \hline ? 6 6 ? \end{array}$	β) $\begin{array}{r} 3 2 , ? ? 8 \\ - 1 ?, 5 3 ? \\ \hline ? 8 , 2 6 2 \end{array}$	γ) $\begin{array}{r} ? ?, 4 0 \\ - 5, ? ? \\ \hline 3 4 , 2 2 \end{array}$	δ) $\begin{array}{r} 3 ?, 3 7 \\ - ? 2, 9 ? \\ \hline 2 3 , 0 3 \end{array}$
--	---	--	--

9) Να συμπληρωθούν τα παρακάτω τετράγωνα ώστε να γίνουν "μαγικά" τετράγωνα

12		
	14	
15		16

18		
13		
9	11	

12	8	4
7		

10) Ενα πουλόβερ κοστίζει 5850 δρχ. Αν έχω 4200 δρχ. πόσα χρήματα μου χρειάζονται ακόμη για να αγοράσω το πουλόβερ;

11) Ο Μιχάλης είναι 26 χρόνια μικρότερος από τον πατέρα του και 4 χρόνια μεγαλύτερος από τον αδερφό του. Αν ο πατέρας είναι 42 ετών, να βρεθεί η ηλικία του Μιχάλη και του αδερφού του. (Απ. 16,12)

12) Οι μαθητές και των τριών τάξεων ενός Γυμνασίου είναι συνολικά 400. Οι μαθητές της Β και της Γ τάξης είναι μαζί 280 και οι μαθητές της Α και Β είναι μαζί 252. Να βρεθεί πόσους μαθητές έχει κάθε μία τάξη του Γυμνασίου.

13) Το άθροισμα 5 αριθμών είναι 891 και το άθροισμα των τριών πρώτων αριθμών είναι 513. Αν το άθροισμα των τριών τελευταίων αριθμών είναι 508, να βρεθεί ο μεσαίος αριθμός.

14) Σε μία οικοδομή χρειάζονται 20000 τούβλα. Τρία αυτοκίνητα μεταφέρουν: Το πρώτο 5200 τούβλα το δεύτερο 3650 τούβλα και το τρίτο 4720 τούβλα. Αν ση μεταφορά έσπασαν 540 τούβλα, πόσα πρέπει να μεταφερθούν ακόμα; (Απ. 6970 τούβλα)

Μαθηματικά Α' Γυμνασίου

Σελίδα 5

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Πολλαπλασιασμός φυσικών και δεκαδικών)

1) Να υπολογιστούν τα παρακάτω γινόμενα:

$$\begin{array}{lllll} \alpha) 53*21= & \beta) 62*12= & \gamma) 534*68= & \delta) 11*19= & \varepsilon) 21*12= \\ \zeta) 1,8*1,9= & \eta) 33,4*7,01= & \theta) 607*1,111= & \iota) 3,008*4,15= & \kappa) 1,012*33= \end{array}$$

2) Να γίνουν οι παρακάτω πράξεις:

$$\begin{array}{l} \alpha) 7*9-12+8*11-14 \\ \beta) 87-6*9+7*12-16 \\ \gamma) 12*11-5*13-4*(9-6) \\ \delta) 4*(9+5)-6*5+8*9 \\ \varepsilon) (3*7)-(3*2) \end{array}$$

3) Αν $\chi=10$, $\psi=11$ και $\omega=7$ να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

$$\begin{aligned} A &= \chi(\psi+\omega)+\psi(\chi+\omega)+\omega(\chi+\psi) \\ B &= \chi\psi+\psi\omega+\omega\chi-85 \\ \Gamma &= (\psi-\chi)(\psi-\omega)(\chi-\omega)+42 \\ \Delta &= (\psi-\chi)(\psi+\chi)+(\psi+\omega)(\psi-\omega)+(\chi-\omega)(\chi+\omega) \end{aligned}$$

4) Αν $\chi=7$, $\psi=6\chi+5$ και $\omega=4\chi-3$ να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

$$\begin{aligned} A &= \chi+\psi-\omega \\ B &= \chi\psi-\omega\chi+\psi\omega \\ \Gamma &= \chi\psi\omega+\chi\psi-134 \quad (\text{Απ. } \alpha)29 \quad \beta)1329 \quad \gamma)8420 \end{aligned}$$

5) Να αντικατασταθούν τα ερωτηματικά με κατάλληλα ψηφία

$$\begin{array}{r} \alpha) \quad 4 \ 5 \ ? \ 8 \\ \times \qquad \qquad \ 6 \\ \hline ? \ ? \ 1 \ 6 \ ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \beta) \quad ? \ 6 \ ? \ ? \\ \times \qquad \qquad \ 8 \\ \hline ? \ 9 \ ? \ 1 \ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \gamma) \quad 4 \ 3 \ 4 \\ \times \qquad \qquad \ ? \ ? \\ \hline ? \ ? \ ? \ 2 \\ ? \ ? \ ? \\ \hline 5 \ 6 \ ? \ ? \end{array}$$

6) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

α	β	$\alpha * \beta$	$\beta * \alpha$
32	43		
196	8		
364	9		
1,33	3,14		

7) Ένας αυγοπάλης αγόρασε 30 εικοσάδες αυγά προς 640 δρχ. την εικοσάδα και τα πούλησε προς 40 δρχ το ένα. Να βρεθεί το κέρδος του (Απ. 4800 δρχ)

8) Η Μαρία αγόρασε από τη λαϊκή αγορά 3 κιλά μήλα προς 250 δρχ. το κιλό, 4 κιλά αχλάδια προς 400 δρχ. το κιλό και 15 αυγά προς 40 δρχ. το ένα και 2,5 κιλά χόρτα προς 200 δρχ. το κιλό Να βρεθεί πόσα χρήματα της έμειναν αν είχε μαζί της 5000 δρχ. (Απ. 1550 δρχ.)

9) Ο Πέτρος για 6 καρέκλες και 1 τραπέζι πλήρωσε 135000 δρχ..

Αν η κάθε μία καρέκλα κοστίζει 15000 δρχ. να βρεθεί πόσο κοστίζει το τραπέζι.

10) Σε μία επιχείρηση εργάζονται 28 υπάλληλοι. Οι 10 παίρνουν ημερομίσθιο 8500 δρχ., άλλοι 12 παίρνουν 7000 δρχ. και οι υπόλοιποι παίρνουν 9000 δρχ.

Να βρεθεί πόσα χρήματα πληρώνει η επιχείρηση καθημερινά τους υπαλλήλους. (Απ.223000 δρχ.)

11) Ένας έμπορος αγόρασε 520 κιλά λάδι και έδωσε 197600 δρχ. Πόσο πρέπει να το πουλήσει για να κερδίσει 80 δρχ. το κιλό; (Απ.239200 δρχ.)

12) Να συμπληρωθεί το παρακάτω τετράγωνο ώστε να γίνει "μαγικό" με άθροισμα 80

$3*(2*4+1)-1$	9	$2(10+1)$		18
13				$2*10+5$
20		$4*5-4$	$4*5+4$	
	$3*2+6+3$	28		19
14	$3*(5-1)*2+3$		$(3+7)(3-3)+2*3+16+1$	6

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Πολλαπλάσια φυσικού αριθμού-Δυνάμεις αριθμών)

- 1) Να γράψετε:
α) τα πολλαπλάσια του 9 που είναι μικρότερα του 95
β) τα πολλαπλάσια του 7 που είναι μεταξύ των αριθμών 18 και 92.
 - 2) Να βρείτε τους αριθμούς που είναι μεταξύ των αριθμών 10 και 38 και συγχρόνως είναι πολλαπλάσια των αριθμών 2, 3 και 4. (Απ. 12,24,36)
 - 3) Να υπολογιστούν τα παρακάτω ελάχιστα κοινά πολλαπλάσια:
α) ΕΚΠ(5,6)
β) ΕΚΠ(3,9)
γ) ΕΚΠ(6,12,15)
δ) ΕΚΠ(5,6,8) (Απ. δ) 120
-
- 4) Να γραφτούν σύντομα τα παρακάτω:
 - $4+4+4+4+4+4$
 - $4*4*4*4*4$
 - $3*3*3*2*2*2*2*2$
 - $\kappa*\kappa*\kappa*\lambda*\lambda$
 - $5*5*5*\psi*\psi$
 - $6*6*6*6*8*8*8*8*8*9*0$
 - 5) Να γίνουν οι πράξεις:
α) $(3*4)^2$ β) $(2^4)^2$ γ) $(2^4*3^2)^2$
δ) $(10+8)^2-(7+4)^2$ ε) $(143-43)^2-90^2$ ζ) $7,18^2-(7,18*7,18)$
 - 6) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

α	2	7	9	10	12	15
α^2						
α^3						
$2*\alpha^2+\alpha^3$						

- 7) Να υπολογιστούν:
 - Η διαφορά του διπλάσιου του 4,32 από το τετράγωνο του 4,32
 - Η διαφορά του κύβου του 0,6 από το τριπλάσιο του 0,6.
- 8) Αν είναι $\chi=1^{12}+1^{14}+1^{37}$, $\psi=2^3+2^2-3^2$ και $\omega=3^4-4^3$ να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

$$A=(\chi\psi)^2-\chi^2 \quad B=(\omega-\psi-\chi)^3 \quad \Gamma=(\chi\psi+\chi\omega+\psi\omega)^3.$$

- 9) Να υπολογιστούν τα χ, ψ, ω όταν:

$$\chi=4^2+(4+3)^2-2*5^2-2*7 \quad \psi=9*\chi^7+(\chi+1)^4-(\chi+4)^2+(\chi-1)^5 \quad \omega=9*\chi*\psi(\chi-\psi)^6+\chi^2\psi+\chi\psi^2.$$

10) Να υπολογιστούν τα $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ όταν:

$$\alpha = 1^3 + 1^5 + 1^8 + 1^9$$

$$\beta = 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5$$

$$\gamma = 3^5 + 3^4 - 3^3 - 3^2 - 3^1$$

$$\delta = (4^2 - 3^2)(5^2 - 4^2) + (6^2 - 5^2)(7^2 - 6^2).$$

11) Αν $\alpha = 48 + 37 - 46 - 36$, $\beta = 25 - 12 + 32 - 43$ και $\gamma = 4^2 + 3^2 - 21$ να υπολογιστούν οι τιμές των παραστάσεων:

$$K = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$$

$$\Lambda = \alpha^3 - \beta^3 + \gamma^3 \quad (\text{Απ. } K=29 \text{ και } \Lambda=83).$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Επιμεριστική ιδιότητα)

1) Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις με δύο τρόπους

- $5(17,3+9,8)$
- $8(18,5-12,5)$
- $5,2 \cdot 12,7 + 5,2 \cdot 9,6$
- $8 \cdot 16 - 8 \cdot 9$

2) Να γράψετε με απλούστερη μορφή τα παρακάτω:

- α) $5\chi - 7\chi$
- β) $12\chi + 11\chi - 9\chi$
- γ) $9\chi + 15\chi + 8\chi$

3) Να γίνουν οι πράξεις:

- α) $12(7+25+18)$
- β) $12 \cdot 7 + 12 \cdot 25 + 12 \cdot 18$
- γ) $7,3(2,4+17,3+5,8)$
- δ) $7,3 \cdot 2,4 + 7,3 \cdot 17,3 + 7,3 \cdot 5,8$

Τι παρατηρείτε;

4) Αν είναι $\alpha + \beta = 25$ και $\gamma - \delta = 32$ να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

$$A = 6\alpha + 6\beta - (\gamma - \delta)$$

$$B = 7(\alpha + \gamma) + 7(\beta - \delta).$$

5) Με τη βοήθεια του γινομένου $17 \cdot 40 = 680$ να γίνουν οι παρακάτω πράξεις:

- $17(32+8) =$
- $17 \cdot 32 + 17 \cdot 8 =$
- $17(45-5) =$
- $17 \cdot 45 - 17 \cdot 5 =$
- $(13+4) \cdot 40 =$
- $13 \cdot 40 + 4 \cdot 40 =$
- $(25-8) \cdot 40 =$
- $25 \cdot 40 - 8 \cdot 40 =$

6) Δύο αριθμοί έχουν άθροισμα 29. Αν πολλαπλασιάσουμε κάθε αριθμό με το 5, να βρεθεί ποιό θα είναι το νέο άθροισμα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Τέλεια διαιρεση)

1) Να γραφτούν οι διαιρέσεις που προκύπτουν από τις παρακάτω ισότητες:

- | | |
|----------------|--------------------|
| α) $9*15=135$ | γ) $53*27=1431$ |
| β) $16*24=384$ | δ) $126*19=2394$. |

2) Να γίνουν οι παρακάτω διαιρέσεις με τις δοκιμές τους:

- | | | |
|--------------|--------------|-----------------|
| α) $2170:35$ | β) $6162:78$ | γ) $2592:27$ |
| δ) $6776:88$ | ε) $703:19$ | ζ) $12690:54$. |

3) Να γίνουν οι πράξεις:

- | |
|---------------------------------------|
| α) $48:6+60:5+45:9$ |
| β) $(5*8):10+(7*12):6-108:12$ |
| γ) $(33+57):(14-4)+(120-80):(104:13)$ |
| ε) $[(18-7+14):(110-70-15)]^{18}$. |

4) Να βρείτε ποιές από τις παρακάτω ισότητες είναι σωστές

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|---------------|
| α) $8:1=8$ | β) $0:12=12$ | γ) $0:9=0$ | δ) $13:13=13$ |
| ε) $15:15=0$ | ζ) $6:0=6$ | η) $6:0=1$. | |

5) Να βρεθούν πέντε διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί όταν ξέρουμε ότι το άθροισμά τους είναι 95.

**6) Ένας έμπορος αγόρασε λάδι 7500 δρχ. και το πούλησε 9500 δρχ. με κέρδος 80 δρχ. το κιλό.
Πόσα κιλά λάδι αγόρασε; (Απ. 25 κιλά)**

**7) Ένας εργάτης πήρε 28800 δρχ. για τις μέρες που εργάστηκε. Αν εργαζόταν 4 μέρες
περισσότερο με το ίδιο ημερομίσθιο θα έπαιρνε 38400 δρχ.
Πόσες μέρες εργάστηκε; (Απ. 12 μέρες).**

8) Μία τάξη έχει 36 μαθητές και κάθονται 3 μαθητές σε κάθε θρανίο.

- α) Πόσα θρανία έχει η τάξη;
β) Πόσα θρανία χρειάζονται ακόμα για να καθήσουν 2 μαθητές σε κάθε θρανίο;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων-Διαιρέτες φυσικού αριθμού-Χαρακτήρες διαιρετότητας)

- 1) Να βρεθεί ο ΜΚΔ των αριθμών:
α) 18 και 30 β) 24 και 32 γ) 12, 30 και 36.
- 2) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τους αριθμούς: 63, 56, 91, 150, 200.
- 3) Να δικαιολογήσετε γιατί το άθροισμα τριών διαδοχικών φυσικών αριθμών είναι πολλαπλάσιο του 3.
- 4) Να συμπληρώσετε τα ψηφία στους παρακάτω αριθμούς:
α) 21?? ώστε να διαιρείται με το 3
β) ??4? ώστε να διαιρείται ταυτόχρονα με το 2 και με το 9.
- 5) Να βρεθεί τι ψηφίο πρέπει να βάλουμε στο τέλος του αριθμού 603 ώστε να προκύψει αριθμός που να διαιρείται συγχρόνως με το 2 και με το 3.
- 6) Στον αριθμό 3α7β (όπου τα α,β είναι ψηφία) να αντικατασταθούν τα α και β με κατάλληλα ψηφία, ώστε να προκύψει αριθμός που να διαιρείται συγχρόνως με το 5 και με το 9.
- 7) Αν α φυσικός αριθμός, να δικαιολογηθεί ότι οι αριθμοί $27\alpha+36$ και $72\alpha-18$ διαιρούνται με το 9.
- 8) Αν α και β φυσικοί αριθμοί και ο β είναι πολλαπλάσιο του α, να δικαιολογηθεί ότι ο α διαιρεί τον αριθμό $8\alpha+9\beta$.
- 9) Να δικαιολογηθεί γιατί οι αριθμοί $\chi=52\alpha^5+\beta^8 10$ και $\psi=52\alpha^5-\beta^8 10$ διαιρούνται με το 5.

Ο ΜΚΔ και το ΕΚΠ δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών
βρίσκονται
εύκολα, αν αναλύσουμε τους αριθμούς σε γινόμενα πρώτων
παραγόντων, ως εξής:

- Το ΕΚΠ δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών
ισούται με το γινόμενο των κοινών και μη κοινών
παραγόντων τους υψημένων ο καθένας στη
μεγαλύτερη δύναμη που εμφανίζεται
- Ο ΜΚΔ δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών
ισούται με το γινόμενο των κοινών παραγόντων
τους υψημένων ο καθένας στη μικρότερη δύναμη
που εμφανίζεται.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

$$72=2^3 \cdot 3^2 \quad 80=2^4 \cdot 5 \quad 91=7 \cdot 13 \quad 63=3^2 \cdot 7 \quad 56=2^3 \cdot 7$$

άρα

$$\text{ΕΚΠ}(72,80)=2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\text{και } \text{ΜΚΔ}(72,80)=2^3$$

$$\text{ΕΚΠ}((91,63,56))=2^3 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 13 \quad \text{και } \text{ΜΚΔ}(91,63,56)=7.$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Ευκλείδεια διαίρεση)

- 1)** Να γίνουν οι παρακάτω ευκλείδειες διαιρέσεις με τις δοκιμές τους
 α) 578:13 β) 7267:35 γ) 5803:97 δ) 908:17

- 2)** Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

Διαιρετέος	1419	853	1246	952	
Διαιρέτης	83	106	19		103
Πηλίκο				28	18
Υπόλοιπο			11	0	7

- 3)** Δίνονται οι παρακάτω ισότητες:

- α) $401=18 \cdot 21 + 23$
 β) $259=13 \cdot 19 + 12$
 γ) $48=7 \cdot 6 + 6$
 δ) $312=24 \cdot 13$

Να βρεθεί ποιές από αυτές προκύπτουν από ευκλείδειες διαιρέσεις.

- 4)** Να δείξετε ότι, αν $\chi = 15+23+18$, $\psi = (72-69)(44-38)$ και $\omega = 3^2+2^3+7^1+6^0$, τότε η διαίρεση $(\chi+\psi+\omega):33$ είναι τέλεια ενώ η διαίρεση $(\chi+\psi+\omega):27$ είναι ατελής.
- 5)** Να γίνουν οι διαιρέσεις $331:37$ και $35:13$ και με την βοήθεια αυτών να δικαιολογήσετε την ισότητα: $331=37 \cdot 8 + 13 \cdot 2 + 9$.
- 6)** Σύμφωνα με την ευκλείδεια διαίρεση να υπολογιστούν:
 α) Ποιά μέρα θα έχουμε μετά από 122 μέρες, αν σήμερα είναι Τρίτη
 β) Σε πόσες ανγοθήκες των 24 θέσεων μπορούμε να συσκευάσουμε 205 ανγά.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Προτεραιότητα πράξεων)

- 1) Να υπολογιστούν οι τιμές των αριθμητικών παραστάσεων:

$$A=42:3+2^4 \cdot 6-4^2 \cdot 8$$

$$B=5 \cdot 13-7+6 \cdot 8-36:9$$

$$\Gamma=8,5:3,4+(4,2^2-3,7^2) \cdot 4$$

$$\Delta=7^2-(3^2+4^2)+48:12-4 \cdot 7$$

- 2) Να υπολογιστούν οι τιμές των αριθμητικών παραστάσεων:

$$A=12^2-(6^2+7^2)+(3^1+5^0)(2^2+7^0)$$

$$B=(5,6:7+0,8)(5:10+3)$$

- 3) Αν $\chi=(4+3+8):(13+7-5)$, $\psi=(14+28-22):(58-33-15)$ και $\omega=\chi+\psi$, να βρεθούν οι τιμές των παραστάσεων:

$$A=(\chi+\psi+\omega):(\chi+\omega-\psi) \quad \text{και} \quad B=(\chi+\psi-\omega):(\chi+5\psi-2\omega) \quad (\text{Απ. } A=3, B=0)$$

- 4) Αν $\chi=2$, $\kappa=2$, $\lambda=3$ και $\mu=4$ να συμπληρώσετε τα παρακάτω τετράγωνα ώστε να γίνουν "μαγικά"

$5\chi+6$	8χ	
	$3(\chi+6)$	
	$10+2\chi$	

$\kappa^2+\lambda^2$		
κ^4		
$\lambda^3\kappa-\lambda^2\mu$		λ^2

- 5) Αν $\alpha=5$, $\beta=4$ και $\gamma=6,3$ να υπολογιστούν οι τιμές των αριθμητικών παραστάσεων:

$$A=\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta$$

$$B=(\alpha+\beta)^2$$

$$\Gamma=5(\alpha+4\beta)$$

$$\Delta=4\alpha\beta+3\beta\gamma^2. \quad (\text{Απ. } A=81, B=81, \Gamma=105 \Delta=556,28)$$

- 6) Να υπολογιστούν οι τιμές των αριθμητικών παραστάσεων:

$$A=(17-12)^2+(21-17)^2-(32-29)^2$$

$$B=(18-17)^9+(43-40)^3-(28-26)^3$$

$$\Gamma=(7*11+2*15-3*35)^4+(4*18-5*8-3*9)^3 \quad (\text{Απ. } A=32, B=20, \Gamma=141)$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Διαίρεση δεκαδικών-πηλίκο με προσέγγιση-τυποποιημένη μορφή)

1) Να γίνουν οι παρακάτω διαιρέσεις με τις δοκιμές τους:

- α) 216:15 β) 10,8:6 γ) 65,25:9 δ) 19,44:3,6
 ε) 23:1,25 ζ) 4,48:1,6 η) 1,716:2,4 θ) 28,8:2,25

2) Αν $\alpha=12,3+13,4-8,2$

$$\beta=(9,8-7,6)(13-9)$$

$$\gamma=2,3^2+3,1^2-3^2,$$

να βρεθεί το πηλίκο: $(\alpha+\beta+\gamma):0,4$ (Απ. 80,5).

3) Αν $\alpha=[(32,4+5,8):0,4]*5$

$$\beta=[(48,3-35,5):0,2]*4$$

$$\gamma=[(52,2-38,2)+6]:5,$$

να βρεθούν οι παραστάσεις: $K=\alpha+\beta+\gamma$ $\Lambda=\alpha-\beta-\gamma$. (Απ. $K=737,5$ και $\Lambda=217,5$).

4) Από 4,5 κιλά ελιές βγάζουμε 1 κιλό λάδι. Ένας γεωργός μάζεψε 785,25 κιλά ελιές. Πόσα χρήματα θα πάρει αν πουλήσει το λάδι 410,5 δρχ. το κιλό;

5) Ένας έμπορος έχει ένα βαρέλι που περιέχει 864 κιλά λάδι. Πούλησε τα 121,5 κιλά και το υπόλοιπο το έβαλε σε τενεκέδες των 16,5 κιλών. Πόσους τενεκέδες γέμισε; (Απ. 45 τενεκέδες).

6) Ένας έμπορος αγοράζει αυγά με 24,4 δρχ. το ζευγάρι και τα πουλάει 80 δρχ. τα 5 αυγά. Από ένα καλάθι αυγά που πούλησε κέρδισε 247 δρχ. Πόσα αυγά είχε το καλάθι; (Απ. 65 αυγά).

7) Να βρεθεί το πηλίκο της διαίρεσης 250:33

- α) με προσέγγιση δεκάτου
 β) με προσέγγιση εκατοστού
 γ) με προσέγγιση χιλιοστού.

8) Να βρεθεί το πηλίκο της διαίρεσης 180:17

- α) με προσέγγιση δεκάτου
 β) με προσέγγιση εκατοστού
 γ) με προσέγγιση χιλιοστού.

9) Το δάπεδο ενός δωματίου έχει σχήμα τετραγώνου με πλευρά 6,2 μέτρα.

Αν το στρώσουμε με τετραγωνικές πλάκες πλευράς 0,42 μέτρων, να βρεθεί πόσες πλάκες θα χρειαστούν (Απ. 218 πλάκες περίπου).

10) Να γράψετε τους παρακάτω αριθμούς σε τυποποιημένη μορφή

- | | | |
|----------|------------|----------------------|
| 8500000 | 35000 | 65250000000000 |
| 76000000 | 4630000000 | 11221000000000000000 |

11) Να γράψετε σε δεκαδική μορφή τους παρακάτω αριθμούς:

- | | | |
|------------------|-------------------|-------------------|
| $6,1 \cdot 10^3$ | $8,12 \cdot 10^7$ | $5,31 \cdot 10^8$ |
| $7,8 \cdot 10^4$ | $7,36 \cdot 10^6$ | $9,99 \cdot 10^9$ |

12) Να υπολογιστούν οι τιμές των αριθμητικών παραστάσεων:

$$A=7,6 \cdot 10^6 + 8,32 \cdot 10^5 - 9,1 \cdot 10^4$$

$$B=3,48 \cdot 10^7 + 9,3 \cdot 10^6 - 5,21 \cdot 10^5$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΕΦ. 1

1) Αν είναι $\alpha=4$ και $\beta=1$ να γίνουν οι πράξεις:

- α) $(\alpha+\beta)^3$ και $\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3$
 β) $(\alpha-\beta)^3$ και $\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2-\beta^3$

Τί παρατηρείτε;

2) Αν είναι $\chi=4,6$ $\psi=5,7$ $\alpha=5$ και $\beta=3$, να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$A=(3\chi-\psi)^{2\alpha-3\beta} + (\psi-\chi)^{4\beta-2\alpha} \quad (\text{Απ. } A=9,31)$$

3) Αν $\chi=[(68-53)+(79-67)]+[(92-83)+(74-63)]$, $\psi=[(300-185)-(210-165)]:(27-13)$ και $\omega=\chi+\psi-39$, να υπολογιστούν οι τιμές των αριθμητικών παραστάσεων:

$$A=138-\chi-\psi-\omega \quad \text{και} \quad B=2(\chi-\psi)+7(\psi+\omega)-3(\chi-\omega). \quad (\text{Απ. } A=73 \text{ και } B=108)$$

4) Αν $\chi=[(97+23):4]:15$, $\psi=[(97+23)*4]:120$ και $\omega=[(58-13)+8]:53$, να υπολογιστούν οι τιμές των αριθμητικών παραστάσεων:

$$A=\chi+\psi+\omega \quad B=\psi-\chi-\omega \quad \text{και} \quad \Gamma=(\chi+\psi)(\psi+\omega)(\omega+\chi)-\chi\psi\omega. \quad (\text{Απ. } A=7, \ B=1 \text{ και } \Gamma=82)$$

5) Αν $\alpha=3$, $\beta=4$, $\gamma=6$, $\chi=11$, $\psi=14$ και $\omega=20$, να υπολογιστούν οι τιμές των αριθμητικών παραστάσεων:

$$A=(\chi+\psi)\alpha^2+(\psi+\omega)\beta^2+(\omega+\chi)\gamma^2 \quad B=(\beta^2+\alpha)(\gamma^2+\beta)(\alpha^2+\gamma)-(\chi+\psi-\omega)^2 \quad \Gamma=(\alpha+\beta-\gamma)^{13}+(\chi+\psi+\omega-43)^5 \\ (\text{Απ. } A=1885, \ B=11375 \text{ και } \Gamma=33)$$

6) Αν είναι $\alpha=11+4*7$, $\beta=2^4+5*10-1$ και $\gamma=3^2*13$, να δειχτεί ότι ο αριθμός $\alpha+3\beta+\gamma$ διαιρείται με το 13 και με το 9.

7) Αν είναι $\chi=[(7*3+5):13]*8-4$, $\psi=(3\chi+\chi:3):5$ και $\omega=(\chi-\psi):2+5^2-11$, να βρεθούν οι τιμές των παραστάσεων:

$$A=\text{ΕΚΠ}(\chi,\psi,\omega)$$

$$B=\text{ΜΚΔ}(\chi,\psi,\omega)$$

$$\Gamma=\text{ΕΚΠ}(\chi,\psi)+\text{ΕΚΠ}(\psi,\omega)+\text{ΕΚΠ}(\chi,\omega)$$

$$\Delta=[\Gamma-(A+2B)]:6+6 \quad (\text{Απ. } A=48, \ B=4, \ \Gamma=88 \text{ και } \Delta=12).$$

8) Ένας χωρικός πούλησε 4 αρνιά και 25 κότες και πήρε συνολικά 22050 δρχ.

Να βρεθεί η τιμή του κάθε αρνιού και της κάθε κότας, αν η τιμή του αρνιού είναι εξαπλάσια από την τιμή της κότας.

9) Η διαφορά δύο αριθμών είναι 472. Το πηλίκο της διαίρεσης του μεγαλύτερου με το μικρότερο είναι 10 και το υπόλοιπο 4. Να βρεθούν οι δύο αριθμοί.

10) Σε 3 άντρες και 7 γυναίκες μοιράστηκαν 39600 δρχ. Πόσες δρχ. πήρε ο καθένας, αν το μερίδιο κάθε άντρα είναι πενταπλάσιο από το μερίδιο κάθε γυναίκας;

11) α) Να γράψετε όλους τους δεκαδικούς αριθμούς με ακέραιο μέρος μονοψήφιο και δεκαδικό μέρος διψήφιο, οι οποίοι έχουν ψηφία μόνο το 3 και το 7

β) Τους παραπάνω δεκαδικούς να τους γράψετε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο χρησιμοποιώντας το σύμβολο <

γ) Να βρείτε το άθροισμα των αριθμών που βρήκατε στο ερώτημα α).

12) Αν α είναι το πηλίκο της διαίρεσης $77:6$ και β είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης $71:6$, να βρείτε την τιμή της παράστασης: $(\alpha-\beta)(\alpha:3-1)^{\beta-1}$.

13) Ο Νίκος θέλει να διαβάσει ένα βιβλίο 1240 σελίδων. Έχει σκοπό να διαβάζει 7 σελίδες την ημέρα. Πόσες σελίδες θα διαβάσει την τελευταία μέρα;

14) α) Να γράψετε όλους τους τριψήφιους αριθμούς που έχουν όλα τα ψηφία τους διαφορετικά ανά δύο και κάθε ψηφίο τους είναι ένας από τους αριθμούς 1, 2, 3.

β) Αν από τους παραπάνω αριθμούς α είναι το άθροισμα των άρτιων και β είναι το άθροισμα των περιττών, να υπολογιστούν οι τιμές των παραστάσεων:

$$A = [(\alpha:(\beta:\alpha)^2]:4 \quad B = [\beta-(\beta-\alpha)]:4-100 \quad \Gamma = MK\Delta(A-17,B-1)+A+B.$$

15) Έχουμε ένα καλάθι με 150 αυγά και κάθε ένα λεπτό παίρνουμε 3 αυγά από το καλάθι.

α) Πόσα αυγά θα έχουμε πάρει μετά από 15 λεπτά;

β) Πόσα αυγά θα έχουν μείνει στο καλάθι μετά από 20 λεπτά;

γ) Μετά από μισή ώρα 8 άτομα μοιράζονται τα αυγά που έχει το καλάθι.

Από πόσα αυγά θα πάρει το κάθε άτομο;

Μετά το μοίρασμα θα περισσέψουν αυγά στο καλάθι;

16) Αν α είναι ο μεγαλύτερος εκθέτης που εμφανίζεται στην ανάλυση πρώτων παραγόντων του αριθμού 720 και β είναι ο μικρότερος εκθέτης που εμφανίζεται στην ανάλυση πρώτων παραγόντων του αριθμού 200, να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$A = (\alpha - \beta)(\alpha : \beta)^3 + \beta : \alpha - 1.$$

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

(Μέτρηση μεγεθών)

Πολλές φορές πρέπει να παριστάνουμε τους αριθμούς με **σημεία μιας ευθείας**. Η παράσταση αυτών των αριθμών γίνεται με τον παρακάτω τρόπο:

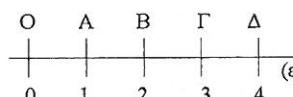
Σε μία ευθεία (ε) παίρνουμε ένα σημείο O , που λέγεται **αρχή** και παριστάνει τον αριθμό μηδέν.

Δεξιά από το O διαλέγουμε ένα άλλο σημείο A , που παριστάνει τον αριθμό 1.

Επειτα κατασκευάζουμε τα ευθύγραμμα τμήματα $AB, BG, \Gamma\Delta, \dots$ κ.λ.π., έτσι ώστε όλα να έχουν το ίδιο μήκος (π.χ. με χρήση διαβήτη) με το μήκος του OA .

Λέμε ότι οι αριθμοί $2, 3, 4, \dots$ παριστάνονται από τα σημεία B, Γ, Δ, \dots αντίστοιχα.

Η ευθεία (ε) που κατασκευάστηκε με τον προηγούμενο τρόπο λέγεται **βαθμολογημένη ευθεία ή άξονας**.



Διατεταγμένο ζεύγος αριθμών, λέγεται το ζεύγος των αριθμών του οποίου τα μέλη έχουν **καθορισμένη σειρά**.

Παράδειγμα: Το ζεύγος $(5, 7)$ είναι ένα διατεταγμένο ζεύγος με πρώτο στοιχείο τον αριθμό 5 και δεύτερο στοιχείο τον αριθμό 7.

Σύστημα ορθογωνίων αξόνων είναι δύο κάθετοι άξονες με κοινή αρχή

Κάθε διατεταγμένο ζεύγος (α, β) προσδιορίζει τη θέση του σημείου στο επίπεδο.

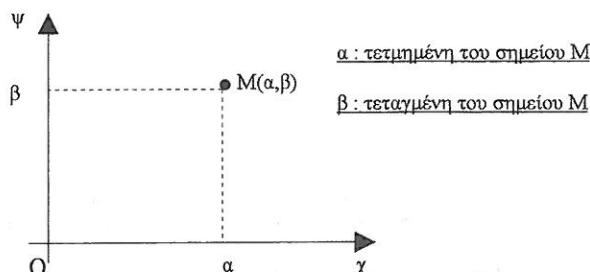
Το ζεύγος (α, β) λέγεται **ζεύγος συντεταγμένων** του σημείου M και γράφουμε $M(\alpha, \beta)$.

Ο αριθμός α λέγεται **τετμημένη** του σημείου M , ενώ ο αριθμός β λέγεται **τεταγμένη** του σημείου M .

Η **αρχή O** έχει συντεταγμένες $(0, 0)$, δηλαδή είναι $O(0, 0)$.

Ο **άξονας Ox** λέγεται **άξονας τετμημένων** και ο **άξονας Oy** λέγεται **άξονας τεταγμένων**.

Για κάθε διατεταγμένο ζεύγος αριθμών, μπορούμε να βρούμε ένα σημείο του επιπέδου στο οποίο να αντιστοιχεί το ζεύγος αυτό.



Όταν θέλουμε να μετρήσουμε το μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος AB , διαλέγουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα a ως μονάδα μέτρησης.

Αν το AB αποτελείται από τον τμήματα που το καθένα έχει μήκος ίσο με a , τότε το μήκος του AB είναι ίσο με μονάδα μήκους το a (συμβολικά γράφουμε $AB=va$).

Ο αριθμός που εκφράζει το μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης που θα χρησιμοποιήσουμε.

Για να μετρήσουμε μία επιφάνεια, διαλέγουμε μια ιδιαίτερη επιφάνεια σαν μονάδα μέτρησης και τη συγκρίνουμε με την επιφάνεια που θέλουμε να μετρήσουμε.

Το αποτέλεσμα της σύγκρισης αυτής είναι ένας αριθμός που δηλώνει πόσες φορές η δοσμένη επιφάνεια περιέχει τη μονάδα μέτρησης και λέγεται **εμβαδό της επιφάνειας**.

Ο αριθμός που εκφράζει το εμβαδό μίας επιφάνειας εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης που θα χρησιμοποιήσουμε.

Σε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο το μήκος της μεγαλύτερης πλευράς του λέγεται **μήκος** του ορθογωνίου, ενώ το μήκος της μικρότερης πλευράς λέγεται **πλάτος** του ορθογωνίου.

Το μήκος και το πλάτος ενός ορθογωνίου λέγονται **διαστάσεις** του ορθογωνίου.

Το εμβαδό ενός ορθογωνίου είναι ίσο με το γινόμενο των διαστάσεών του, μετρημένων με την ίδια μονάδα μήκους.

Τετράγωνο λέγεται το ορθογώνιο του οποίου οι διαστάσεις είναι ίσες.

Αν α είναι το μήκος της πλευράς τετραγώνου, τότε το εμβαδό του Ε θα είναι: $E=a^2$.

Όγκος στερεού σώματος λέγεται ο χώρος που καταλαμβάνει το σώμα.

Για να μετρήσουμε τον όγκο ενός στερεού σώματος, διαλέγουμε ένα ιδιαίτερο όγκο σαν μονάδα μέτρησης και τον συγκρίνουμε με τον όγκο του στερεού σώματος που θέλουμε να μετρήσουμε.

Το αποτέλεσμα της σύγκρισης αυτής είναι ένας αριθμός που δηλώνει πόσες φορές ο δοσμένος όγκος περιέχει τη μονάδα μέτρησης και λέγεται **όγκος** του στερεού σώματος.

Ο αριθμός που εκφράζει τον όγκο ενός στερεού εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης που θα χρησιμοποιήσουμε.

Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει τρεις διαστάσεις, το **μήκος**, το **πλάτος** και το **ψύσης**.

Για να υπολογίσουμε τον όγκο ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου πολλαπλασιάζουμε τις διαστάσεις του, μετρημένες με την ίδια μονάδα μήκους.

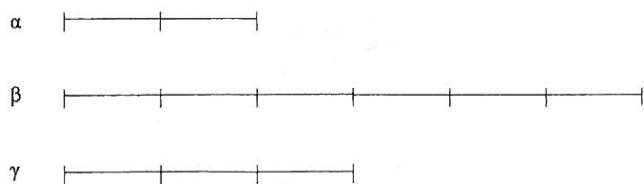
Κύβος είναι το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο που έχει όλες τις διαστάσεις του ίσες. Αν α είναι η ακμή του κύβου, τότε ο όγκος του V θα είναι: $V=a^3$.

Κυριότερες μονάδες μήκους	Κυριότερες μονάδες εμβαδού	Κυριότερες μονάδες όγκου	Κυριότερες μονάδες χρόνου	Κυριότερες μονάδες εμάζας
$1m=10dm=100cm=1000mm$ $1Km=1000m$ $1 \mu\text{m}=1609 m$ $1 \text{ πόδι}(ft)=30,5cm$ $1 \text{ ίντσα } (in)=2,5cm$ $1 \text{ ναυτικό μίλι}=1852m$ $1 \text{ κόμβος}=15,43m$ $1 \text{ υάρδα}(yrd)=3ft=0,9144m$	$1m^2=10^2dm^2=10^4cm^2=10^6mm^2$ $1 \text{ στρέμμα}=1000m^2$	$1m^3=10^3dm^3=10^6cm^3=10^9mm^3$ $1l \equiv 1dm^3=1000cm^3$ $1m^3=1000l$ $ml \equiv cm^3$	$1h=60min=3600sec$ $1 \text{ ημέρα}=24h$	$1kg=1000g$ $1t=1000Kg$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Μέτρηση μεγεθών)

- 1) Να παρασταθούν με σημεία ενός άξονα οι αριθμοί:
 - a) 1,2,3,4.
 - β) 1,2,5,9,15.
 - γ) 1,6 , 2,8 , 3,4 , 3,9.
- 2) Να παρασταθούν με σημεία ενός άξονα τα πολλαπλάσια του 7 από το 10 έως το 60.
- 3) Να παρασταθούν με σημεία ενός άξονα όλοι οι άρτιοι αριθμοί από το 14 έως το 28.
- 4) Το μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος είναι 180 με μονάδα μέτρησης το α. Πόσο είναι το μήκος του αν πάρουμε ως μονάδα μέτρησης
 - i) δεκαπλάσια του α;
 - ii) το μισό του α;
- 5) I) Να βρεθούν τα μήκη των τμημάτων β και γ με μονάδα μέτρησης το α.
II) Να βρεθεί το μήκος του τμήματος γ με μονάδα μέτρησης το β.



- 6) Να γράψετε όλα τα διατεταγμένα ζεύγη που μπορούν να σχηματιστούν από τους αριθμούς 0,2,6,9 και να τα παραστήσετε σε σύστημα ορθογωνίων αξόνων.
- 7) Η τεταγμένη ενός σημείου M του επιπέδου είναι ίση με 7.
Να βρεθούν οι συντεταγμένες του M, αν η τετμημένη του είναι το $\frac{1}{4}$ της τεταγμένης.
- 8) Να τραπούν σε dm και σε cm τα παρακάτω μήκη:
 - α) 840mm
 - β) 7,8m
 - γ) 0,6 km
 - δ) 0,9m.
- 9) Να τραπούν:
 - α) Τα 43,856m σε cm
 - β) Τα 189mm σε cm
 - γ) Τα 189mm σε m.
- 10) Να τραπούν σε m τα παρακάτω μήκη:
 - α) 7dm 6cm
 - β) 2m 3cm 8mm
 - γ) 43m 7dm 6mm.
- 11) Ένα χωράφι έχει σχήμα τετράπλευρου με πλευρές AB=705,4m ΒΓ=843,2m, ΓΔ=956,8m και ΔΑ=320m. Να βρεθεί η περίμετρός του σε m και σε km.

12) Οι πλευρές ενός τετράπλευρου $AB\Gamma\Delta$ είναι $AB=0,7m$, $B\Gamma=48dm$, $\Gamma\Delta=116cm$ και $\Delta A=54dm$.

Να βρεθούν οι πλευρές και η περίμετρος του τετραπλεύρου σε m, dm και σε cm.

13) Να γραφτούν τα παρακάτω μήκη από το μικρότερο στο μεγαλύτερο:

α) 0,504m, 1,28m, 1,228m, 6,9m, 6,89m, 8,006m και 3,78m.

β) 124dm, 12,3m, 12399mm, 0,012km και 1245cm.

14) Να συγκρίνετε τις πλευρές ενός τριγώνου $AB\Gamma$, όταν είναι:

$AB=5,2cm$ $B\Gamma=200mm$ και $\Gamma\Delta=0,05m$.

15) Να συμπληρωθούν τα κενά:

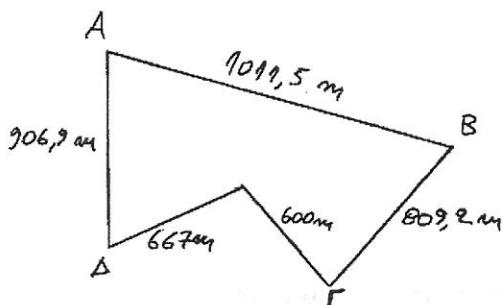
α) $112cm = \dots mm$

β) $52m = \dots km$

γ) $212mm = \dots m = \dots cm$

δ) $12dm = \dots cm = \dots mm$.

16) Να βρεθεί η περίμετρος του παρακάτω σχήματος σε Km.



17) Να τραπούν σε m^2 τα παρακάτω εμβαδά:

α= $4,9km^2$

β= $560dm^2$

γ= $32600cm^2$

δ= $2340000mm^2$

ε= $7146dm^2$

στ= $0,781km^2$.

18) Να τραπούν σε cm^2 τα παρακάτω εμβαδά:

α= $3,70m^2$

β= $7,3dm^2$

γ= $24524mm^2$

δ= $36000mm^2$

ε= $0,67m^2$

στ= $0,09dm^2$.

19) Να συμπληρωθούν τα κενά:

α) $0,59km^2 = \dots m^2 = \dots \text{ στρέμματα}$

β) $72m^2 = \dots dm^2 = \dots cm^2 = \dots mm^2$

γ) $216dm^2 = \dots m^2 = \dots \text{ στρέμματα}$

δ) $5070mm^2 = \dots cm^2 = \dots dm^2 = \dots mm^2$

ε) $0,38km^2 = \dots dm^2$.

20) Να βρεθούν τα $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta$ στον παρακάτω πίνακα:

m^2	dm^2	cm^2
3,6542	α	β
γ	63,516	δ
ε	ζ	760018

21) Να βρεθεί η περίμετρος και το εμβαδό ορθογωνίου που έχει μήκος 0,36m και πλάτος 20cm.

22) Η περίμετρος ενός ορθογωνίου είναι 1,7km και το μήκος του 450m.

Να βρεθεί το πλάτος και το εμβαδό του.

23) Ένα ορθογώνιο έχει μήκος 6,4m και εμβαδό $28,8m^2$.

Να βρεθεί το πλάτος και η περίμετρος του ορθογωνίου.

24) Να βρεθεί το εμβαδό ενός ορθογωνίου που έχει περίμετρο 31,2m.

25) Να γίνουν οι πράξεις και το αποτέλεσμα να εκφραστεί σε τετραγωνικά μέτρα

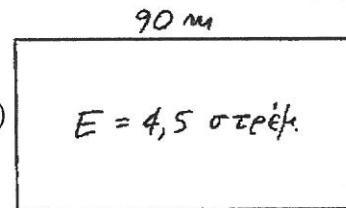
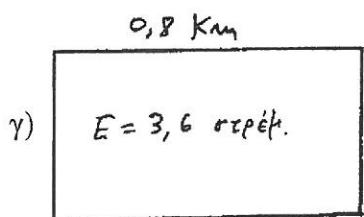
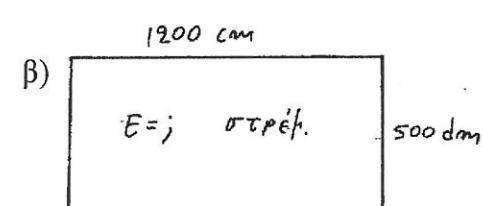
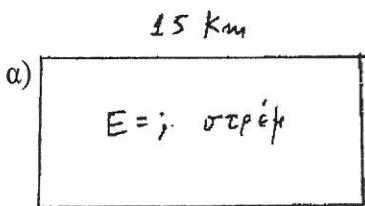
$$\alpha) 30m^2 + 200cm^2 + 0,5km^2 + 3\text{στρέμματα} =$$

$$\beta) 52m^2 + 100cm^2 + 0,2km^2 - 2\text{στρέμματα} =$$

26) Ποιό έχει το μεγαλύτερο εμβαδό; Ένα ορθογώνιο με διαστάσεις 7cm και 3cm ή ένα τετράγωνο που έχει την ίδια περίμετρο με το παραπάνω ορθογώνιο;

27) Ένα ορθογώνιο έχει μήκος 12,5m και το εμβαδό του ισούται με το εμβαδό τετραγώνου με πλευρά 10m. Πόσο είναι το πλάτος του ορθογωνίου;

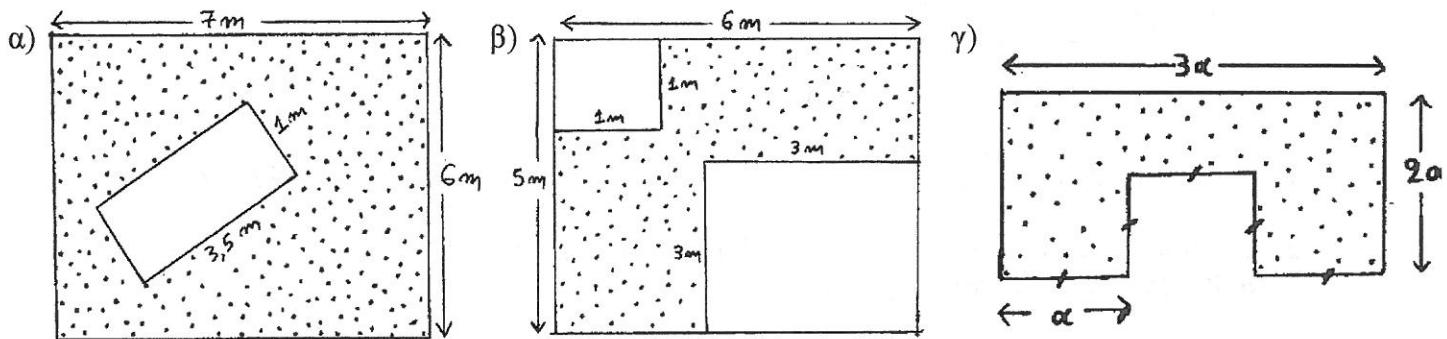
28) Να λυθούν τα επόμενα προβλήματα:



29) Θέλοντας κάποιος να μεγαλώσει το κτήμα του που ήταν 4 στρέμματα αγόρασε ένα πλαινό οικόπεδο με διαστάσεις 40m μήκος και 35m πλάτος. Να βρεθεί η συνολική έκταση του κτήματος.

30) Η περίμετρος ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι 48km. Αν γνωρίζουμε ότι η μία πλευρά του είναι διπλάσια από την άλλη, να υπολογιστεί το εμβαδό του σε m^2 .

31) Να βρεθούν τα εμβαδά των παρακάτω σκιασμένων τμημάτων:



32) Ένα τετράγωνο τραπεζομάντιλο έχει πλευρά 1m και θέλουμε να ράψουμε γύρω του μία δαντέλα πλάτους 2cm.

Πόσο μήκος δαντέλας θα χρειαστούμε;

33) Σε ένα ορθογώνιο κήπο το μήκος του είναι τριπλάσιο από το πλάτος του και η περίμετρός του είναι 96m. Να βρεθεί η αξία του κήπου αν το m^2 κοστίζει 4200 δρχ.

34) Μία αίθουσα έχει σχήμα ορθογωνίου με μήκος 8m και πλάτος 4,8m.

Αν προκειται να τη στρώσουμε με τετραγωνικά πλακάκια πλευράς 4dm, πόσα πλακάκια θα χρειαστούμε;

35) Να τραπούν σε dm^3 οι όγκοι:

$$\alpha=0,4\text{m}^3$$

$$\beta=47\text{cm}^3$$

$$\gamma=6,839\text{m}^3$$

36) Να τραπούν σε cm^3 οι όγκοι:

$$\alpha=0,06\text{dm}^3$$

$$\beta=52\text{mm}^3$$

$$\gamma=0,049\text{m}^3$$

37) Να τραπούν σε mm^3 οι όγκοι:

$$\alpha=0,0062\text{m}^3$$

$$\beta=6,73\text{dm}^3$$

$$\gamma=4,362\text{cm}^3$$

38) Να τραπούν σε m^3 οι όγκοι:

$$\alpha=42631056\text{mm}^3$$

$$\beta=63007645\text{cm}^3$$

39) Να τραπούν σε λίτρα:

$$\alpha=49\text{dm}^3$$

$$\beta=12\text{m}^3$$

$$\gamma=423\text{cm}^3$$

$$\delta=6532\text{ml}$$

40) Να τραπούν σε dm^3 οι όγκοι:

$$\alpha = 0,69 \text{ m}^3$$

$$\beta = 428 \text{ cm}^3$$

$$\gamma = 7,361 \text{ m}^3$$

41) Να βρεθούν τα $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta$ στον παρακάτω πίνακα:

cm^3	456000000	γ	ε
m^3	α	0,00057	ζ
dm^3	β	δ	38,63

42) Να βρεθεί ο όγκος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις:

$$\alpha) 3,4 \text{ m}, 18 \text{ dm}, \text{ και } 1350 \text{ mm}$$

$$\beta) 2,5 \text{ m}, 15 \text{ dm} \text{ και } 1235 \text{ mm.}$$

43) Να βρεθεί ο όγκος κύβου με ακμή 2,8m σε: α) m^3 β) dm^3 γ) cm^3 .

44) Έχουμε έναν κύβο με βάση 64 m^2 . Να βρεθεί ο όγκος του σε λίτρα.

45) Σε ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο το μήκος του είναι 80dm και το πλάτος του 6m.

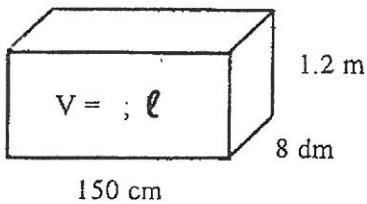
Αν ο όγκος του είναι 240 m^3 , να βρεθεί το ύψος του.

46) Η περίμετρος βάσης ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι 340mm. Αν ξέρουμε ότι το μήκος του είναι 0,09m και ο όγκος του $3,24 \text{ m}^3$, να βρεθεί το ύψος του σε δεκατόμετρα(dm).

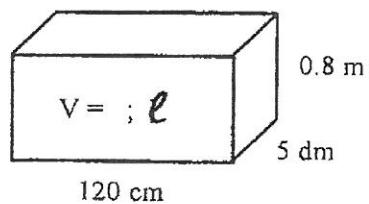
47) Ένα δοχείο έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 2,4m, 0,8m και 0,45m.
Να βρεθεί η χωρητικότητά του σε λίτρα και σε ml.

48) Να λυθούν τα επόμενα προβλήματα:

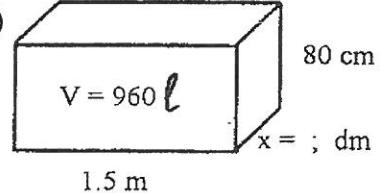
α)



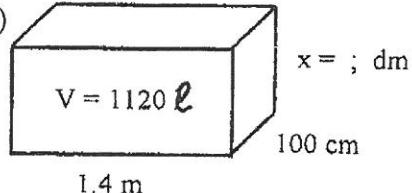
β)



γ)



δ)



δ)

49) Πόσα λεπτά και πόσα δυτερόλεπτα έχει:

- α) μία ημέρα;
- β) μία εβδομάδα;

50) Να συγκριθούν οι παρακάτω χρονικές διάρκειες:

- α) 2,5h και 250min
- β) 110min και 1h 49min 80sec
- γ) 300sec και 4min
- δ) 200sec και 8min.

51) Να γίνουν οι παρακάτω πράξεις:

- α) $324\text{kg } 260\text{g} + 524,56\text{kg} + 35\frac{1}{4}\text{kg}$
- β) $324\frac{3}{4}\text{kg} - 293,087\text{kg}$ (Απ. α) 884,07 kg β) 31,663 kg).

52) Να συμπληρωθούν τα κενά:

α) $0,4\text{kg} = \dots\dots\dots\text{mg}$

β) $2500\text{kg} = \dots\dots\dots\text{t}$

γ) $870000000\text{mg} = \dots\dots\dots\text{t}$

δ) $1,4\text{t} = \dots\dots\dots\text{kg}$

ε) $0,005\text{t} = \dots\dots\dots\text{g}$

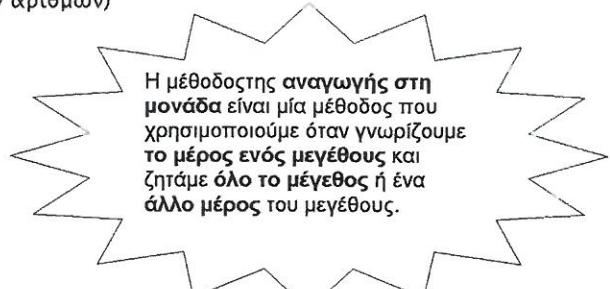
53) Ο όγκος δύο μπαλονιών είναι: 128000mm^3 και 512cm^3 αντίστοιχα.

Να βρεθεί πόσες φορές είναι μεγαλύτερο σε όγκο το δεύτερο μπαλόνι.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Η έννοια του κλάσματος –
το κλάσμα ως πηλίκο δύο φυσικών αριθμών)

- 1) Τί μέρος είναι:
 α) του αιώνα το έτος;
 β) του έτους ο μήνας;
 γ) του μήνα η ημέρα;
 δ) της ημέρας η ώρα;
 ε) της ώρας το πρώτο λεπτό;



Η μέθοδος της αναγωγής στη μονάδα είναι μία μέθοδος που χρησιμοποιούμε όταν γνωρίζουμε το μέρος ενός μεγέθους και ζητάμε όλο το μέγεθος ή ένα άλλο μέρος του μεγέθους.

- 2) α) Πόσα γραμμάρια είναι τα $\frac{2}{8}$ του κιλού;
 β) Πόσα χιλιοστά είναι τα $\frac{3}{4}$ του εκατοστού;
 3) Ένα σχολείο έχει 320 μαθητές. Να βρείτε πόσοι είναι τα $\frac{4}{5}$ των μαθητών.

- 4) Τα $\frac{3}{4}$ των μαθητών ενός σχολείου είναι 270 μαθητές.

Να βρείτε πόσους μαθητές έχει το σχολείο.

- 5) Ένας βοσκός έχει 385 γίδια και πρόβατα. Από αυτά τα $\frac{2}{5}$ είναι γίδια και τα υπόλοιπα είναι πρόβατα. Πόσα είναι τα γίδια και πόσα τα πρόβατα;

- 6) Ένας οινοπάλης έχει 184 κιλά κρασί σε ένα βαρέλι και πούλησε τα $\frac{5}{8}$ του κρασιού.

Πόσα κιλά κρασί πούλησε και πόσα έμειναν στο βαρέλι;

- 7) Ένα Γυμνάσιο έχει 450 μαθητές, από τους οποίους τα $\frac{5}{9}$ είναι αγόρια και τα υπόλοιπα είναι κορίτσια. Πόσα είναι τα αγόρια και πόσα είναι τα κορίτσια;

- 8) Το $\frac{1}{3}$ του ύψους μίας οικοδομής είναι 8m. Πόσο είναι το $\frac{1}{5}$ αυτού του ύψους;

- 9) Να βρεθεί: α) Πόσα cm^2 είναι το $\frac{1}{4}$ της dm^2

- β) Πόσα cm^2 είναι τα $\frac{3}{4}$ της dm^2

- γ) Πόσα πρώτα λεπτά είναι τα $\frac{7}{12}$ της ώρας.

- 10) Από τρείς βρύσες η α' γεμίζει μια δεξαμενή σε 5 ώρες, η β' σε 7 ώρες και η γ' σε 9 ώρες.
 Να βρείτε τί μέρος της δεξαμενής γεμίζει σε μία ώρα κάθε βρύση.

- 11) Να γραφτούν σαν κλάσματα τα πηλίκα των διαιρέσεων:

- α) 3:8 β) 9:10 γ) 7:13 δ) 19:22 ε) 34:41 ζ) 67:200.

- 12) Να βρείτε ποιά διαιρέση παριστάνει το καθένα από τα κλάσματα:

$$\alpha) \frac{2}{23} \quad \beta) \frac{1}{17} \quad \gamma) \frac{45}{113} \quad \delta) \frac{87}{1241}.$$

13) Να λυθούν οι εξισώσεις: $\alpha) \frac{\chi - 7}{41} = 0$ $\beta) \frac{\psi + 6}{43} = 1$ $\gamma) \frac{349 - \kappa}{52} = 0$ $\delta) \frac{124 + \lambda}{135} = 1$.

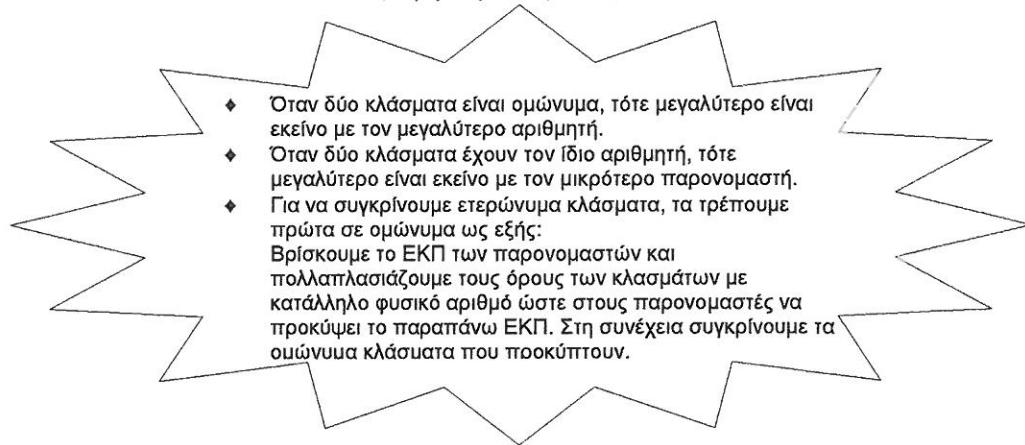
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Ισοδύναμα κλάσματα)

- 1) Το κλάσμα $\frac{1}{6}$ να τραπεί σε ισοδύναμο κλάσμα που να έχει παρονομαστή τον αριθμό:
α) 12 β) 30 γ) 42 δ) 60 ε) 114 ζ) 150.
- 2) Το κλάσμα $\frac{3}{4}$ να τραπεί σε ισοδύναμο κλάσμα που να έχει παρονομαστή τον αριθμό:
α) 16 β) 24 γ) 32 δ) 48 ε) 80.
- 3) Το καθένα από τα κλάσματα $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{5}{8}, \frac{7}{16}, \frac{12}{20}, \frac{17}{40}$ να τραπεί σε ισοδύναμο κλάσμα με παρονομαστή το 80.
- 4) Να απλοποιηθούν τα κλάσματα:
- α) $\frac{24}{48}$ β) $\frac{28}{35}$ γ) $\frac{36}{45}$ δ) $\frac{66}{77}$ ε) $\frac{36}{72}$ ζ) $\frac{114}{76}$.
- 5) Να λυθούν οι εξισώσεις:
- α) $\frac{3}{8} = \frac{\alpha}{24}$ β) $\frac{5}{6} = \frac{\beta}{42}$ γ) $\frac{7}{9} = \frac{28}{\gamma}$ δ) $\frac{9}{11} = \frac{54}{\chi}$ ε) $\frac{3}{7} = \frac{36}{\psi}$.
- 6) Να απλοποιηθούν τα κλάσματα:
- $A = \frac{3 * 5^2 + 3 * 10}{(19 - 16)(28 - 23)}$ $B = \frac{2^3 + 2^4 - 2^2}{(16 + 24) * 2^2}$ $\Gamma = \frac{4 * 5^2 + 8 * 10}{(23 + 37) : (36 - 32)}$ $\Delta = \frac{5\alpha + 25\alpha}{40\alpha}$.
- 7) Για ποιά τιμή του α τα κλάσματα $\frac{5}{7}$ και $\frac{\alpha}{42}$ είναι ισοδύναμα;
- 8) Να βρείτε ποιά από τα κλάσματα $\frac{2}{3}, \frac{8}{12}, \frac{12}{13}, \frac{12}{18}$ είναι ίσα.
- 9) Να βρείτε τα κλάσματα που είναι ισοδύναμα με το $\frac{81}{144}$ και έχουν παρονομαστή μεταξύ του 60 και του 105.
- 10) Να βρεθεί κλάσμα ισοδύναμο με το $\frac{96}{108}$, του οποίου οι όροι να έχουν άθροισμα 85.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Σύγκριση κλασμάτων)



- 1) Να τρέψετε τα κλάσματα $\frac{1}{2}, \frac{7}{6}, \frac{5}{12}$ σε ομώνυμα με κοινό παρονομαστή το 24.
- 2) Να τρέψετε σε ομώνυμα τα κλάσματα: $\alpha) \frac{3}{5}, \frac{7}{8}$ $\beta) \frac{4}{7}, \frac{3}{4}$ $\gamma) \frac{5}{6}, \frac{8}{5}$ $\delta) \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}$.
- 3) Να συγκρίνετε τα κλάσματα: $\alpha) \frac{2}{5}, \frac{4}{5}$ $\beta) \frac{4}{9}, \frac{4}{7}$ $\gamma) \frac{5}{6}, \frac{7}{8}$ $\delta) \frac{5}{6}, \frac{8}{5}$.
- 4) Να συγκρίνετε με το 1 τα κλάσματα: $\alpha) \frac{3}{4}$ $\beta) \frac{8}{7}$ $\gamma) \frac{9}{9}$ $\delta) \frac{53}{96}$ $\varepsilon) \frac{85}{84}$.
- 5) Να γραφτούν στη σειρά από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο τα κλάσματα:
 $\alpha) \frac{4}{9}, \frac{4}{7}, \frac{4}{11}, \frac{4}{5}, \frac{4}{3}, \frac{4}{8}$ $\beta) \frac{7}{5}, \frac{2}{5}, \frac{6}{5}, \frac{1}{5}, \frac{9}{5}, \frac{3}{5}$.
- 6) Να γραφτούν στη σειρά από το μεγαλύτερο προς το μικρότερο τα κλάσματα:
 $\alpha) \frac{3}{4}, \frac{5}{7}, \frac{11}{14}$ $\beta) \frac{3}{5}, \frac{2}{15}, \frac{7}{10}$.
- 7) Να βρεθεί ένα κλάσμα μεγαλύτερο από το $\frac{1}{11}$ και μικρότερο από το $\frac{2}{11}$.
- 8) Να βρεθεί ένα κλάσμα μεγαλύτερο από το $\frac{7}{8}$ και μικρότερο από το $\frac{8}{9}$.
- 9) Να συγκρίνετε τα κλάσματα: $\frac{4\alpha}{7\alpha}, \frac{3+3\alpha}{7+7\alpha}$, όπου α φυσικός αριθμός.
- 10) Να συγκρίνετε τα κλάσματα: $\frac{5\alpha}{8\alpha}, \frac{7+7\alpha}{8+8\alpha}$, όπου α φυσικός αριθμός.
- 11) Δίνεται το κλάσμα $\frac{3}{11}$. Στον αριθμητή αυτού του κλάσματος προσθέτουμε το 2 ενώ αφαιρούμε από τον παρονομαστή το 4. Να συγκρίνετε το νέο κλάσμα που προκύπτει με το κλάσμα $\frac{6}{5}$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Πρόσθεση-αφαίρεση κλασμάτων)

1) Να βρεθούν τα αθροίσματα:

$$\alpha) \frac{3}{19} + \frac{4}{19} \quad \beta) \frac{2}{15} + \frac{7}{15} \quad \gamma) \frac{7}{10} + \frac{11}{10} \quad \delta) \frac{17}{152} + \frac{29}{152} \quad \varepsilon) \frac{23}{1125} + \frac{51}{1125}.$$

2) Να βρεθούν τα αθροίσματα:

$$\alpha) \frac{3}{5} + \frac{1}{8} \quad \beta) \frac{3}{7} + \frac{1}{9} \quad \gamma) \frac{5}{8} + \frac{9}{16} \quad \delta) \frac{13}{20} + \frac{3}{8} \quad \varepsilon) \frac{7}{8} + \frac{9}{24}.$$

3) Να γράψετε σαν μεικτούς αριθμούς τα αθροίσματα:

$$\alpha) 6 + \frac{2}{3} \quad \beta) 19 + \frac{3}{8} \quad \gamma) 13 + \frac{5}{22} \quad \delta) \frac{5}{22} + 13 \quad \delta) \frac{15}{23} + 135 \quad \varepsilon) \frac{9}{19} + 152.$$

4) Να βρεθούν τα αθροίσματα:

$$\alpha) 2\frac{3}{4} + \frac{1}{6} + \frac{4}{3} \quad \beta) 3\frac{1}{2} + \frac{5}{6} + 1\frac{2}{3}.$$

5) Σε ένα εστιατόριο κατανάλωσαν σε μία μέρα $32\frac{1}{4}$ κιλά κρέας μοσχαρίσιο, $25\frac{3}{4}$ κιλά κρέας χοιρινό και $17\frac{1}{10}$ κιλά κρέας αρνίσιο.

Πόσα κιλά κρέας κατανάλωσαν; (Απ. 75 Kg και 100 gr κρέας)

6) Μία μητέρα αγόρασε ύφασμα για τις τρεις κόρες της. Για τη μικρότερη πήρε $5\frac{3}{4}$ μέτρα και για τη μεσαία $\frac{5}{8}$ μέτρα περισσότερα από όσα πήρε για τη μικρότερη και $\frac{1}{4}$ μέτρα λιγότερα από όσα πήρε για τη μεγαλύτερη. Πόσα μέτρα ύφασμα αγόρασε; (Αποτέλεσμα: $18\frac{3}{4}$ μέτρα)

7) Αν $\frac{\alpha}{\beta} = 4$, να δειχτεί ότι: $\frac{\alpha+5\beta}{\beta} = 9$.

8) Αν $\alpha = \frac{5}{6} + \frac{1}{3}$ και $\beta = \frac{3}{7} + \frac{5}{7}$, τότε να δειχτεί ότι: $\alpha < \beta + 1$.

9) Να δειχτεί ότι: $2\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{1}{3} + \frac{2}{8} + \frac{5}{6} = 5$.

10) Να βρείτε τις διαφορές:

$$\alpha) \frac{37}{40} - \frac{19}{40} \quad \beta) \frac{11}{12} - \frac{5}{12} \quad \gamma) \frac{17}{13} - \left(\frac{9}{13} - \frac{2}{13}\right) \quad \delta) \frac{23}{18} - \left(\frac{11}{18} - \frac{5}{18}\right).$$

11) Να βρείτε τις διαφορές:

$$\alpha) \frac{7}{8} - \frac{5}{16} \quad \beta) \frac{27}{30} - \frac{5}{6} \quad \gamma) \frac{31}{35} - \frac{4}{7} \quad \delta) \frac{33}{40} - \frac{5}{8} \quad \varepsilon) \frac{25}{45} - \frac{5}{9}.$$

12) Να δειχτεί ότι: $5\frac{1}{6} - 2\frac{1}{3} + 3\frac{5}{6} + (8\frac{1}{2} + 4\frac{1}{4}) - 9\frac{2}{3} = 9\frac{3}{4}$.

13) Να δειχτεί ότι: $(5\frac{3}{5} + 6\frac{3}{4}) - (7\frac{1}{4} + 2\frac{1}{5}) + (12\frac{3}{8} - 4) - (5\frac{3}{4} - 2\frac{1}{2}) = 8\frac{1}{40}$.

- 14) Ποιόν αριθμό πρέπει να προσθέσουμε στον αριθμό $\frac{8}{9}$ για να βρούμε άθροισμα $\frac{13}{12}$;
- 15) Ποιός αριθμός πρέπει να προστεθεί στο άθροισμα των κλασμάτων $\frac{3}{8}$ και $\frac{1}{4}$ για να προκύψει η μονάδα;
- 16) Ποιόν αριθμό πρέπει να αφαιρέσουμε από τον αριθμό $\frac{12}{5}$ για να βρούμε διαφορά $\frac{5}{3}$;
- 17) Ποιόν αριθμό πρέπει να αφαιρέσουμε από την διαφορά των αριθμών $\frac{7}{3}$ και $\frac{3}{2}$, ώστε να προκύψει ο αριθμός $\frac{3}{4}$;
- 18) Αν $\chi = \frac{5}{6} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$, $\psi = 1\frac{3}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$, $\omega = \chi + \psi$, να βρεθεί η παράσταση $A = \chi + \omega - \psi$. (Αποτέλεσμα $2\frac{1}{6}$)
- 19) Από ένα περιβόλι τα $\frac{3}{8}$ φυτεύτηκαν με φασόλια, τα $\frac{2}{5}$ με πιπεριές και το υπόλοιπο με πατάτες. Τί μέρος του περιβολιού φυτεύτηκε με πατάτες; (Αποτέλεσμα: $\frac{9}{40}$)
- 20) Ένα τρίγωνο έχει περίμετρο $18\frac{13}{20}$ m. Αν η α' πλευρά του έχει μήκος $4\frac{3}{5}$ m και η β' είναι μεγαλύτερη απ' αυτή κατά $2\frac{3}{4}$ m, να βρεθεί το μήκος της τρίτης πλευράς. (Αποτέλεσμα: $6\frac{7}{10}$ m)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Πολλαπλασιασμός κλασμάτων-αντίστροφοι αριθμοί)

1) Να βρείτε τα γινόμενα:

$$\alpha) \frac{3}{5} \cdot \frac{9}{10} \quad \beta) \frac{8}{9} \cdot \frac{5}{7} \quad \gamma) \frac{6}{7} \cdot \frac{5}{11} \quad \delta) 7 \cdot \frac{3}{5} \quad \varepsilon) 4 \cdot \frac{5}{6} \quad \zeta) 12 \cdot \frac{13}{24}.$$

2) Να βρεθεί με δύο τρόπους το γινόμενο: $\frac{5}{6} \cdot 2 \frac{1}{4}$.

3) Να βρεθούν με δύο τρόπους τα εξαγόμενα:

$$\alpha) \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) \quad \beta) \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{2}{5}.$$

4) Να βρεθεί η τιμή της παράστασης: $A = \left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) \cdot 4 + 2 \frac{3}{4} - 1 \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$. (Αποτέλεσμα: $3 \frac{5}{6}$)

5) Να βρεθεί η τιμή της παράστασης: $A = \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6} \right) \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{7}{6} - \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{1}{3}$. (Αποτέλεσμα: $1 \frac{1}{72}$)

6) Να δειχτεί ότι τα $\frac{2}{3}$ του $\frac{1}{3}$ ενός αριθμού είναι ίσα με τα $\frac{4}{21}$ των $\frac{7}{6}$ του ίδιου αριθμού.

7) Αν τα $\frac{7}{12}$ μια δεξαμενής χωράνε 5740 λίτρα νερό, πόσα λίτρα χωράνε τα $\frac{5}{6}$ της δεξαμενής;

8) Το $\frac{1}{3}$ και το $\frac{1}{2}$ ενός αριθμού μας δίνουν τον αριθμό 30. Ποιός είναι ο αριθμός αυτός;

9) Δύο αδέρφια μοιράστηκαν $18 \frac{3}{4}$ στρέμματα έτσι ώστε ο A να πάρει τα $\frac{4}{9}$ και $1 \frac{1}{4}$ στρέμματα ακόμη. Να βρεθεί το μερίδιο που πήρε ο B. (Αποτέλεσμα: $9 \frac{1}{6}$ στρέμματα)

10) Πλήρωσε κάποιος το $\frac{1}{4}$ του χρέους του, έπειτα τα $\frac{3}{8}$ και τέλος το $\frac{1}{3}$ αυτού, δηλ. συνολικά 55200 δρχ. Πόσο ήταν το χρέος του και πόσο οφείλει ακόμη;

11) Ένα μπουκάλι του λίτρου χωράει $\frac{47}{50}$ κιλά λάδι ή $\frac{23}{25}$ κιλά κρασί.

Ένας παντοπάλης αγόρασε 30 μπουκάλια λάδι και 40 μπουκάλια κρασί. Αν το κάθε μπουκάλι άδειο ζυγίζει $\frac{3}{10}$ κιλά, πόσο θα είναι το συνολικό βάρος που αγόρασε; (Απ. 86 κιλά)

12) Να βρείτε τον αντίστροφο του αριθμού:

$$\alpha) \frac{8}{11} \quad \beta) \frac{1}{9} \quad \gamma) 19 \quad \delta) 157 \quad \varepsilon) 1 \quad \zeta) \frac{1254}{6587}.$$

13) Ο αντίστροφος του αριθμού $3 \frac{1}{2} + 2 \frac{3}{4}$ να πολλαπλασιαστεί με τον αντίστροφο του αριθμού

$4 \frac{5}{6} - 3 \frac{1}{3}$ και να βρεθεί ο αντίστροφος του γινομένου τους. (Αποτέλεσμα: $\frac{75}{8}$)

14) Ο αντίστροφος του αριθμού $4 \frac{5}{6} + 3 \frac{1}{2}$ να πολλαπλασιαστεί με τον αντίστροφο του αριθμού

$7 \frac{3}{4} - 5 \frac{1}{6}$ και να βρεθεί ο αντίστροφος του γινομένου τους. (Αποτέλεσμα: $\frac{36}{775}$)

15) Να βρεθεί η διαφορά των αντίστροφων των αριθμών: $5 \frac{2}{3} - 2 \frac{1}{6}$ και $\frac{4}{5} * 2 \frac{1}{2}$. (Αποτέλεσμα: $\frac{3}{14}$)

16) Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$\alpha) \frac{5}{8}x = 1 \quad \beta) \frac{7}{6}\psi = 1 \quad \gamma) \frac{1}{17}\omega = 1 \quad \delta) 33\alpha = 1$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Διαίρεση κλασμάτων)

1) Να βρείτε τα πηλίκα:

$$\alpha) \frac{4}{7} : \frac{3}{8} \quad \beta) \frac{1}{3} : \frac{5}{11} \quad \gamma) \frac{17}{20} : \frac{3}{7} \quad \delta) \frac{1}{14} : \frac{8}{9} \quad \varepsilon) \frac{18}{5} : \frac{14}{7}.$$

2) Να βρείτε τα πηλίκα:

$$\alpha) 5 : 3\frac{1}{4} \quad \beta) 6 : 2\frac{3}{4} \quad \gamma) 5\frac{1}{3} : \frac{6}{5} \quad \delta) 3\frac{5}{6} : 2\frac{1}{2}.$$

3) Να γίνουν οι παρακάτω διαιρέσεις:

$$\alpha) \frac{6}{5} : (\frac{8}{9} : \frac{1}{3}) \text{ και } (\frac{6}{5} : \frac{8}{9}) : \frac{1}{3} \quad \beta) (\frac{7}{2} : 7) : \frac{1}{2} \text{ και } \frac{7}{2} : (7 : \frac{1}{2}).$$

4) Να βρεθούν τα εξαγόμενα: $\alpha) (\frac{5}{6} + \frac{3}{4}) : \frac{1}{3} \quad \beta) (\frac{7}{8} - \frac{1}{4}) : (2 - \frac{3}{2}).$

5) Να βρεθούν οι τιμές των παραστάσεων:

$$A = (\frac{3}{4} + \frac{5}{2} - \frac{5}{6}) : (3 - \frac{4}{3} + \frac{1}{4}) \quad B = (3 + \frac{1}{4}) : \frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} * \frac{5}{6} - (\frac{3}{4} : \frac{1}{2}) \quad (\text{Αποτέλεσμα: } A = \frac{29}{23}, B = \frac{125}{18})$$

6) Αν είναι $\chi = (\frac{1}{2} + \frac{2}{3}) : \frac{1}{4}$ και $\psi = 2 + \frac{3}{4} - \frac{3}{2}$, να υπολογιστεί το πηλίκο $\chi : \psi$. (Αποτέλεσμα: $\frac{56}{55}$)

7) Αν είναι $\chi = (\frac{3}{4} + \frac{5}{3}) : \frac{1}{3}$ και $\psi = 3 + \frac{1}{2} - \frac{7}{3}$, να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης

$$A = \chi : \psi - 1 \quad (\text{Αποτέλεσμα: } A = 5\frac{4}{14})$$

8) Να λυθούν οι εξισώσεις: $\alpha) \frac{4}{5}\chi = \frac{7}{8} \quad \beta) \frac{2}{9}\psi = \frac{3}{11} \quad \gamma) \frac{7}{12}\alpha = 5.$

9) Να βρεθεί με ποιόν αριθμό πρέπει να πολλαπλασιαστεί ο αριθμός $\frac{3}{4}$ για να μας δώσει

$$\text{γινόμενο } \alpha) \frac{5}{6} \quad \beta) \frac{1}{5} \quad \gamma) 6.$$

10) Να βρεθεί με ποιόν αριθμό πρέπει να διαιρέσουμε τον αριθμό $\frac{5}{8}$ για να βρούμε πηλίκο

$$\alpha) \frac{4}{5} \quad \beta) \frac{4}{9} \quad \gamma) 3\frac{1}{2}.$$

11) Να γίνουν απλά τα σύνθετα κλάσματα: $\alpha) \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{5}} \quad \beta) \frac{\frac{3}{8}}{\frac{7}{11}} \quad \gamma) \frac{\frac{6}{5}}{\frac{11}{11}}$.

12) Ένα πλοίο διατρέχει τα $\frac{5}{8}$ μιας απόστασης σε $3\frac{1}{2}$ ώρες. Να βρεθεί:

- α) Τί μέρος της απόστασης διατρέχει σε μία ώρα;
β) Σε πόσες ώρες θα διατρέξει την υπόλοιπη απόσταση;

13) Μία βρύση γεμίζει μία δεξαμενή σε 5 ώρες, δεύτερη βρύση γεμίζει την ίδια δεξαμενή σε 8 ώρες και μία τρίτη τη γεμίζει σε 10 ώρες. Αν ανοιχτούν και οι τρεις βρύσες μαζί, σε πόσες ώρες θα γεμίσει η δεξαμενή; (Αποτέλεσμα: $2\frac{6}{17}$ ώρες)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Δεκαδικά κλάσματα-δεκαδικοί αριθμοί-τροπή κλάσματος σε δεκαδικό)

- ◆ Δεκαδικό κλάσμα λέγεται κάθε κλάσμα, που ο παρονομαστής του είναι δύναμη του 10.
- ◆ Κάθε δεκαδικό κλάσμα γράφεται σαν δεκαδικός αριθμός με τόσα δεκαδικά ψηφία όσα μηδενικά έχει ο παρονομαστής του, πχ $\frac{487}{100} = 4,87$
- ◆ Για να γράψουμε ένα δεκαδικό αριθμό σαν δεκαδικό κλάσμα, αρκεί να γράψουμε τον αριθμό χωρίς την υποδιαστολή σαν αριθμητή και παρονομαστή να γράψουμε τη μονάδα ακόλουθούμενη από τόσα μηδενικά όσα και τα δεκαδικά ψηφία του δεκαδικού αριθμού, πχ $8,327 = \frac{8327}{1000}$.
- ◆ Για να τρέψουμε ένα κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό, αρκεί να κάνουμε τη διαίρεση που παριστάνει το κλάσμα

1) Να γραφτούν σαν δεκαδικοί αριθμοί τα κλάσματα:

$$\alpha) \frac{257}{10} \quad \beta) \frac{3459}{100} \quad \gamma) \frac{57}{1000} \quad \delta) \frac{38561}{10000}.$$

2) Να γραφτούν σαν δεκαδικοί αριθμοί τα κλάσματα:

$$\alpha) \frac{6}{5} \quad \beta) \frac{7}{8} \quad \gamma) \frac{9}{4} \quad \delta) \frac{9}{16} \quad \varepsilon) \frac{17}{25}.$$

3) Να γραφτούν σαν δεκαδικά κλάσματα οι αριθμοί:

$$\alpha) 52,61 \quad \beta) 0,0084 \quad \gamma) 19,041 \quad \delta) 0,0356 \quad \varepsilon) 23,074 \quad \zeta) 13,800.$$

4) Να γραφτεί καθένα από τα κλάσματα $\frac{5}{7}, \frac{8}{11}, \frac{6}{17}, \frac{11}{3}, \frac{7}{9}$ σαν δεκαδικός αριθμός

- α) με προσέγγιση εκατοστού
- β) με προσέγγιση χιλιοστού.

5) Να γίνουν οι πράξεις:

$$\alpha) \frac{5}{8} - 0,09 \quad \beta) \frac{7}{5} * 0,68 \quad \gamma) \frac{11}{4} : 0,34 \quad \delta) \frac{3}{16} - 0,014 \quad \varepsilon) 0,44 : \frac{17}{50}.$$

6) Να κάνετε με δύο τρόπους τις πράξεις:

$$\alpha) 7,3 + 5,19 \quad \beta) 6,8 - 3,24 \quad \gamma) 5,6 * 4,53 \quad \delta) 5,4 - 2,84 \quad \varepsilon) 348,48 : 0,8.$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΕΦ. 3

1) Δίνονται οι αριθμοί: $A = \left(\frac{4}{3} + \frac{3}{4} - \frac{3}{2}\right) : \frac{1}{4}$ και $B = \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2}\right) * \frac{3}{4} + \frac{5}{6} : \frac{10}{7}$.

Να βρεθούν α) το γινόμενο AB β) το πηλίκο $A:B$. (Αποτέλεσμα: $AB = \frac{35}{18}$, $A:B = \frac{14}{5}$)

2) Αν είναι $\chi = \frac{7}{2} + \frac{1}{4}$, $\psi = \frac{5}{8} : \frac{10}{2} + 1$, $\omega = 2\frac{1}{2} + 5\frac{1}{4}$, να βρεθούν οι τιμές των παραστάσεων:

$$A = \chi + \psi + \omega, B = \omega - \chi - \psi, \Gamma = \frac{101}{\chi + \psi + \omega}. \quad (\text{Αποτέλεσμα: } A = \frac{101}{8}, B = \frac{23}{8}, \Gamma = 8).$$

3) Να λυθούν οι εξισώσεις: $\alpha) \frac{13}{4}\chi = 2\frac{1}{4} - \frac{3}{2}$ β) $(\frac{7}{9} - \frac{2}{3})\chi = \frac{2}{5} + \frac{3}{2}$.

4) Αν $A = \frac{1}{\kappa} - \frac{1}{\kappa+1}$ και $B = \frac{1}{\kappa^2}$, να συγκρίνετε τις παραστάσεις A και B .

5) Αν στον αριθμητή του κλάσματος $\frac{32}{88}$ προσθέσουμε το 20, ποιόν αριθμό πρέπει να

προσθέσουμε στον παρονομαστή, για να μην αλλάξει η αξία του κλάσματος; (Απ. τον αριθμό 55)

6) Δίνεται ο αριθμός: $A = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}}$.

α) Να βρεθεί ο αντίστροφος του αριθμού $A+1$

β) Να συγκριθούν οι αριθμοί A και $\frac{6}{8}$.

γ) Να τραπεί το κλάσμα $\frac{A}{4}$ σε δεκαδικό αριθμό με προσέγγιση δεκάτου.

7) Δίνεται η εξίσωση: $\frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{3} = 1$.

α) Να λυθεί.

β) Να βρεθούν οι τιμές των παραστάσεων:
$$\begin{cases} A = (\alpha + \frac{1}{5}) : \frac{2}{5} - 1 \\ B = (\alpha - \frac{1}{5}) * \frac{1}{5} + \frac{1}{125} : \frac{1}{25} \end{cases}$$

γ) Να δειχτεί ότι οι αριθμοί A και B είναι αντίστροφοι.

8) Αν είναι $\chi = \frac{4(\frac{5}{6} - \frac{1}{3})}{\frac{5}{6} - 3\frac{1}{3}}$, να βρεθεί η τιμή της παράστασης: $A = (2\chi - 3)^2 + \chi^2 - 7$.

(Αποτέλεσμα: $A = 34$).

9) Ένας κτηνοτρόφος πούλησε τα $\frac{3}{7}$ των αρνιών του προς 3500 δρχ. το ένα.

Πόσα χρήματα πήρε, αν του έμειναν 80 αρνιά; (Απ. 210.000 δρχ.).

10) Από ένα βαρέλι με κρασί, αν αφαιρέσουμε τα $\frac{3}{5}$ του περιεχομένου και το $\frac{1}{3}$ του υπολοίπου,

θα μείνουν 50 Kg κρασί. Πόσα Kg κρασί είχαμε αρχικά στο βαρέλι; (Απ. 187,5 Kg κρασί).

11) Ο πατέρας του Σωτήρη, όταν τον ρώτησαν πόσο χρονών είναι, είπε: "Αν τα $\frac{3}{4}$ της ηλικίας μου

αυξηθούν κατά τα $\frac{2}{5}$ αυτής, δίνουν **αποτέλεσμα 46 χρόνια**" Να βρεθεί η ηλικία του πατέρα του Σωτήρη.

παραμείνει σταθερή; (Απ. 88 cm^2)

- β) Ποιό το ποσοστό % της αύξησης του εμβαδού του τριγώνου, αν αυξηθεί το ύψος του κατά 10% και η βάση του παραμείνει σταθερή; (Απ. 10%)

19) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Πραγματική απόσταση	Απόσταση στο χάρτη	Κλίμακα
20 Km	1 cm	
50 Km	2.5 cm	
100 Km	10 cm	
	4 cm	1:3
8 cm	2 cm	
9,2 cm		2:5

20) Ένα οικόπεδο έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλόγραμμου με εμβαδόν 1200 m^2 .

Το μήκος του είναι $x \text{ m}$ και το πλάτος του $\frac{3}{4}$ του μήκους του.

Να βρείτε τις διαστάσεις του οικοπέδου σε χάρτη κλίμακας $\frac{1}{1000}$. (Απ. 4 cm και 3 cm).

21) Να βρείτε την κλίμακα σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

Πραγματικό μήκος

Απόσταση στο χάρτη

1 Km

1 cm

2 m

1 cm

22) Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει διαστάσεις 250 m και 120 m.

Πόσο είναι το εμβαδόν ενός σχεδίου του παραπάνω ορθογωνίου με κλίμακα $\frac{1}{500}$; (Απ. $0,12 \text{ m}^2$)

23) Ένας χάρτης είναι σχεδιασμένος ώστε μία απόσταση 1 cm πάνω σε αυτόν να αντιστοιχεί σε πραγματική απόσταση 5 Km.

α) Να βρείτε την κλίμακα του χάρτη

β) Ποιά είναι η πραγματική απόσταση που αντιστοιχεί σε 0,3 cm;

γ) Ποιά είναι η απόσταση πάνω στο χάρτη που αντιστοιχεί στην πραγματική απόσταση 10 Km;

24) Ένα αντικείμενο είναι σχεδιασμένο σε δύο σχέδια, το σ_1 με κλίμακα $\frac{1}{20}$ και το σ_2

με κλίμακα $\frac{1}{50}$. Στο σχέδιο σ_1 το αντικείμενο έχει μήκος 4,5 cm.

Πόσο είναι το μήκος του αντικειμένου στο σχέδιο σ_2 ; (Απ. 1,8 cm).

25) Ένας χάρτης είναι σχεδιασμένος ώστε μία απόσταση 1 cm πάνω σε αυτόν να αντιστοιχεί σε πραγματική απόσταση 6 Km.

Στο χάρτη είναι σχεδιασμένο ένα τετράγωνο που έχει περίμετρο 16 cm. Να βρείτε το πραγματικό εμβαδόν του τετραγώνου. (Απ. 576 Km^2)

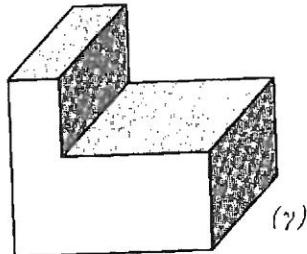
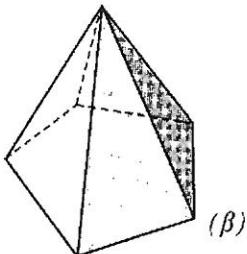
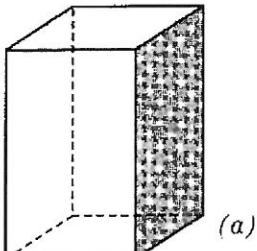
- 26) Να μεριστεί ο αριθμός 250 σε μέρη ανάλογα προς τους αριθμούς 2 και 3.
- 27) Να μεριστεί ο αριθμός 540 σε μέρη ανάλογα προς τους αριθμούς 3,4 και 2 αντίστοιχα.
- 28) α) Από την ισότητα $5\chi=4\psi$ να βρείτε με ποιούς αριθμούς είναι ανάλογοι οι αριθμοί χ και ψ .
 β) Ομοίως από την ισότητα $3\chi=4\psi=5\omega$.
- 29) Να βρείτε δύο αριθμούς που να έχουν άθροισμα 25 και λόγο $\frac{3}{2}$.
- 30) Να βρείτε τους αριθμούς χ, ψ, ω όταν:
 α) $\frac{\chi}{5} = \frac{\psi}{7} = \frac{\omega}{9}$ και $\chi+\psi+\omega=420$
 β) $\frac{\chi}{2} = \frac{\psi}{3} = \frac{\omega}{4}$ και $3\chi+4\psi+\omega=88$. (Απ. $\chi=8, \psi=12$ και $\omega=16$).
- 31) Αν τα $\frac{5}{8}$ του αριθμού α είναι ίσα με τα $\frac{25}{16}$ του αριθμού β, να βρείτε με ποιούς αριθμούς είναι ανάλογοι οι αριθμοί α και β.
- 32) Να βρείτε τους αριθμούς χ, ψ, ω αν είναι γνωστό ότι ισχύει: $\frac{\chi}{3} = \frac{\psi}{4} = \frac{\omega}{5}$ και $\chi+\psi=14$.
- 33) Αν ισχύει $\frac{\alpha+\beta-\gamma}{\gamma} = \frac{\beta+\gamma-\alpha}{\alpha} = \frac{\alpha+\gamma-\beta}{\beta}$ (με $\alpha, \beta, \gamma \neq 0$), τότε:
 α) Να δικαιολογήσετε γιατί κάθε ένας από τους παραπάνω λόγους είναι ίσος με 1.
 β) Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων $\alpha+\beta$, $\beta+\gamma$, $\gamma+\alpha$ με την βοήθεια των γ , α και β αντίστοιχα.
 γ) Να δείξετε ότι: $\frac{(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)(\alpha+\gamma)}{\alpha\beta\gamma} = 8$.
- 34) Ενας πατέρας δίνει στα τρία παιδιά του 45000 δρχ., για να τις μοιραστούν ανάλογα με την βαθμολογία τους.
 Πόσες δραχμές θα πάρει ο καθένας τους, αν η βαθμολογία του πρώτου είναι 13, του δεύτερου 15,5 και του τρίτου 16,5; (Απ. 13000 δρχ., 15500 δρχ., 16500 δρχ.).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Βασικές Γεωμετρικές Έννοιες)

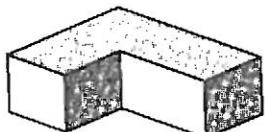
- 1) Να σχεδιάσετε μία πυραμίδα που να έχει ως βάση α) τρίγωνο β) τετράγωνο
Να βρείτε πόσες κορυφές, πόσες πλευρές και πόσες ακμές έχει καθεμία από τις πυραμίδες αυτές.

- 2) Δίνονται τα παρακάτω στερεά:



Αν Κ είναι ο αριθμός των κορυφών τους, Ε ο αριθμός των εδρών τους και Α ο αριθμός των ακμών τους, για καθένα από τα παραπάνω στερεά να επαληθεύσετε την ισότητα: $K+E=A+2$.

- 3) Δίνονται το παρακάτω στερεό:



Αν Κ είναι ο αριθμός των κορυφών του, Ε ο αριθμός των εδρών του και Α ο αριθμός των ακμών του, να επαληθεύσετε την ισότητα: $K+E=A+2$.

- 4) Το "χωνάκι παγωτό" του διπλανού σχήματος από ποιά στερεά σχηματίζεται;
Πόσες κορυφές και πόσες επίπεδες επιφάνειες έχει το στερεό αυτό;



- 5) Δίνονται δύο σημεία Α και Β. Να βρείτε:

- α) πόσα ευθύγραμμα τμήματα
- β) πόσες ευθείες και
- γ) πόσες ημιευθείες

ορίζουν τα σημεία αυτά.

Στην περίπτωση γ) να ονομάσετε τις αντικείμενες ημιευθείες.

- 6) Να σχεδιάσετε ένα τρίγωνο ΑΒΓ. Πάνω στην πλευρά ΒΓ και μεταξύ των άκρων Β και Γ να πάρετε ένα σημείο Δ.
Να ονομάσετε όλα τα ευθύγραμμα τμήματα του σχήματος.

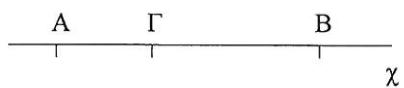
- 7) Τέσσερα διαφορετικά σημεία που βρίσκονται στην ίδια ευθεία ορίζουν:

- α) 3 ευθύγραμμα τμήματα, γ) 6 ευθύγραμμα τμήματα,
- β) 4 ευθύγραμμα τμήματα, δ) 8 ευθύγραμμα τμήματα.

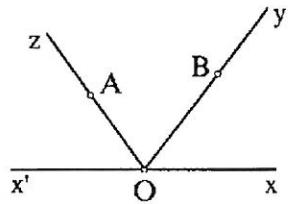
Να σημειώσετε τη σωστή απάντηση. (Να κάνετε σχήμα)

- 8) Στο διπλανό σχήμα, είναι σωστό ή λάθος ότι:

- α) το σημείο Γ είναι σημείο της ημιευθείας Βχ
- β) οι ημιευθείες ΒΓ και Γχ είναι αντικείμενες.

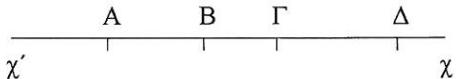


- 9) Πάνω σε μία ευθεία χχ' να γράψετε δύο σημεία Α και Β. Να ονομάσετε τις αντικείμενες ημιευθείες που έχουν αρχή το Α και τις αντικείμενες ημιευθείες που έχουν αρχή το Β.



- 10) Στο διπλανό σχήμα να γράψετε τα ευθύγραμμα τμήματα, τις ευθείες καθώς και τις ημιευθείες που ορίζονται.

- 11) Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος:



- α) Να γράψετε τα όλα ευθύγραμμα τμήματα που ορίζονται από τα σημεία A, B, Γ και Δ,
- β) Να γράψετε όλα τα ευθύγραμμα τμήματα που έχουν για ένα άκρο τους το σημείο Γ,
- γ) Να ονομάσετε όλες τις ημιευθείες που ορίζονται στο σχήμα.

- 12) Να γράψετε ένα σημείο A και στη συνέχεια να βρείτε ένα σημείο B το οποίο να απέχει από το A απόσταση 4 cm.

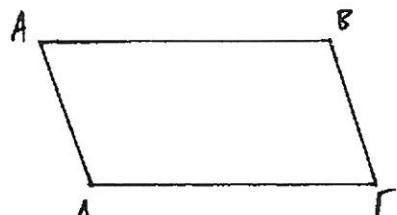
- 13) Να γράψετε ένα σημείο A. Πάνω στην ίδια ευθεία να βρείτε τα σημεία B, Γ και Δ, ώστε: $AB=3$ cm, $AG=5,5$ cm και $AD=4$ cm.

- 14) Πάνω σε μία ευθεία να πάρετε δύο σημεία A και B ώστε $AB=3$ cm.

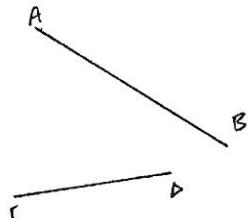
α) Να σημειώσετε ένα σημείο Γ ώστε $BG=AB$ και να βρείτε τί είναι το σημείο B για το ευθύγραμμο τμήμα AG.

β) Να σημειώσετε ένα σημείο Γ ώστε $AG=AB$ και να βρείτε τί είναι το σημείο A για το ευθύγραμμο τμήμα BG.

- 15) Στο παραλληλόγραμμο του διπλανού σχήματος να βρείτε όλα τα ζεύγη των παράλληλων ευθειών.



- 16) Στο διπλανό σχήμα να εξετάσετε αν τα ευθύγραμμα τμήματα AB και ΓΔ είναι τεμνόμενα ή παράλληλα.

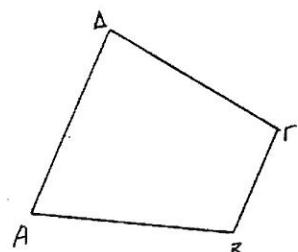


- 17) Να χαράξετε τρεις ευθείες α, β, γ, ώστε:

- α) οι ευθείες αυτές να μην τέμνονται,
- β) η μία να τέμνει τις άλλες δύο,
- γ) να έχουν κοινό σημείο.

- 18) Για το διπλανό σχήμα δίνεται ότι $AΔ // BG$.

- α) Υπάρχουν άλλες παράλληλες ευθείες;
- β) Να σημειώσετε τα ζεύγη των τεμνόμενων ευθειών που υπάρχουν στο σχήμα.



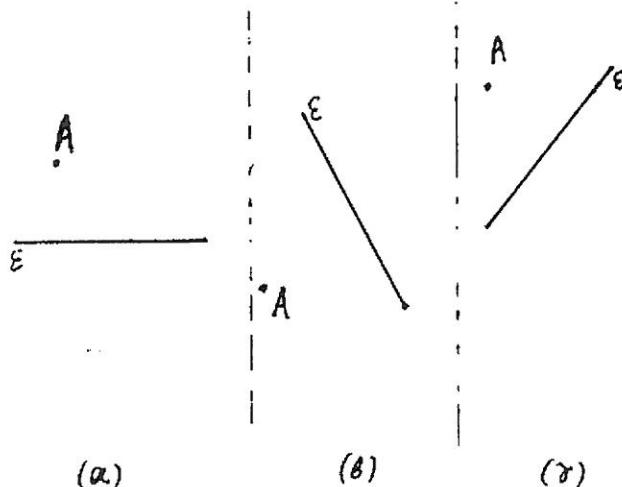
19) Να σχεδιάσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα με μήκος 4cm και στη συνέχεια να φέρετε μια ευθεία που να περνάει από το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος και να είναι κάθετη σε αυτό.

20) Να σχεδιάσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα AB με μήκος 8cm.

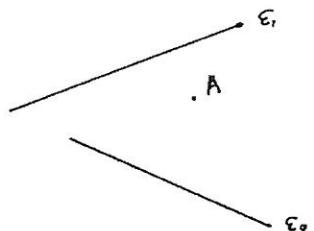
- a) Να χαράξετε την κάθετη ευθεία προς το ευθύγραμμο τμήμα
 - (i) στο σημείο A,
 - (ii) στο σημείο B.

b) Να χαράξετε την κάθετη ευθεία προς το ευθύγραμμο τμήμα AB που να περνάει από το μέσον του.

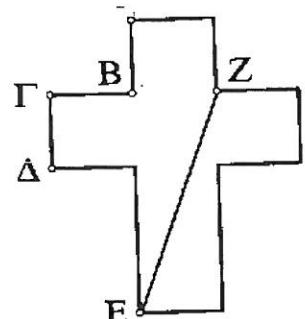
21) Σε κάθε μία από τις περιπτώσεις (α) , (β) , (γ), να φέρετε από το σημείο A κάθετη στην ευθεία ε.



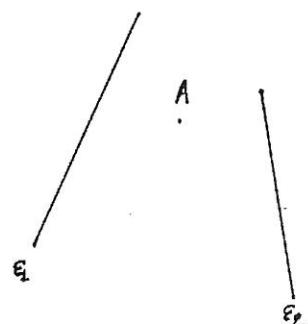
22) Από το σημείο A να φέρετε τις κάθετες προς τις ευθείες ε₁ και ε₂ στο διπλανό σχήμα.



23) Στο διπλανό σχήμα να σχεδιάσετε τις κάθετες ευθείες από τα σημεία A,B,Γ και Δ προς την ευθεία EZ.



24) Στο διπλανό σχήμα να βρεθούν οι αποστάσεις του σημείου A προς τις ευθείες ε₁ και ε₂. Ποιά από αυτές τις αποστάσεις είναι η μεγαλύτερη;



25) Να γράψετε ευθεία ϵ και μετά να σχεδιάσετε δύο παράλληλες ευθείες προς την ϵ , οι οποίες να απέχουν από αυτή 3cm.

26) Να σχεδιάσετε δύο παράλληλες ευθείες που η απόστασή τους να είναι 5 cm.

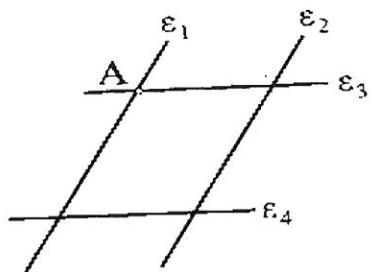
27) Δύο ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες και απέχουν μεταξύ τους 5 cm.

Να σχεδιάσετε μία ευθεία ϵ που να είναι παράλληλη στις ϵ_1 και ϵ_2 και να ισαπέχει από αυτές.

28) Στο διπλανό σχήμα είναι $\epsilon_1/\!/ \epsilon_2$ και $\epsilon_3/\!/ \epsilon_4$.

Να σχεδιάσετε το ευθύγραμμο τμήμα που έχει
ένα άκρο του το σημείο A και το μήκος του παριστάνει

- α) την απόσταση των ϵ_1 και ϵ_2 ,
- β) την απόσταση των ϵ_3 και ϵ_4 .



29) Να σχεδιάσετε έναν τρίγωνο ABC και να βρείτε το μέσο Δ

της πλευράς AB. Να φέρετε από το Δ παράλληλη προς τη BG
και να ονομάσετε E το σημείο που οποίος η παράλληλη αυτή ζέκει την AG.

Να δείξετε ότι AE=EG.

30) Να σχεδιάσετε ένα τρίγωνο ABC και τη διάμεσό του AM.

Από τις κορυφές B και G να φέρετε τις κάθετες BK και GL προς τη διάμεσο.

- α) Να δικαιολογήσετε γιατί $BK \parallel GL$,
- β) Ποιό είναι το ευθύγραμμο τμήμα το μήκος του οποίου εκφράζει την απόσταση των παράλληλων αυτών ευθειών;

31) Να σχεδιάσετε κύκλο που να έχει ακτίνα το ευθύγραμμο τμήμα $AB=2,5$ cm.

32) Να σχεδιάσετε κύκλο που να έχει διάμετρο το ευθύγραμμο τμήμα $AB=8$ cm.

33) Να σημειώσετε ένα σημείο K και να γραμμοσκιάσετε τα σημεία του επιπέδου τα οποία απέχουν από το K

- α) περισσότερο από 2 cm,
- β) λιγότερο από 3 cm,
- γ) περισσότερο από 2 cm και λιγότερο από 3 cm,
- δ) απόσταση μικρότερη ή ίση από 1,5 cm.

34) Να σχεδιάσετε τον κύκλο (K , 5cm) και στη συνέχεια να σημειώσετε:

- α) μία διάμετρό του,
- β) μία χορδή του $MN=2$ cm,
- γ) μία ακτίνα του.

Πόσο είναι το μήκος της διαμέτρου του κύκλου αυτού;

35) Να σχεδιάσετε τον κύκλο (K , 3cm) και μία χορδή αυτού του κύκλου $AB=6$ cm.

Τί είναι το ευθύγραμμο τμήμα AB για τον παραπάνω κύκλο;

36) Να σχεδιάσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα $AB=4$ cm. Να βρείτε τα σημεία του επιπέδου τα οποία απέχουν:

- α) 3 cm από το A,
- β) 2 cm από το B.

Ποιά σημεία στο σχήμα σας απέχουν 3 cm από το A και 2 cm από το B;

37) Να σχεδιάσετε τον κύκλο (Κ , 5cm) και να φέρετε μία διάμετρο του AB.

Να βρείτε τα σημεία του κύκλου αυτού τα οποία απέχουν από το A απόσταση ίση με 3 cm.

38) Να γράψετε ένα κύκλο (Κ,2cm). Να πάρετε ένα σημείο M του κύκλου αυτού και να χαράξετε την εφαπτομένη του κύκλου η οποία διέρχεται από το M.

39) Να σχεδιάσετε ένα κύκλο με διάμετρο AB και να χαράξετε τις εφαπτομένες του κύκλου στα σημεία A και B (άκρα της διαμέτρου). Να δικαιολογήσετε γιατί είναι παράλληλες.

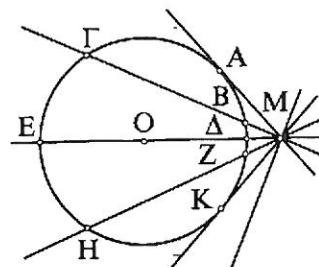
40) Να σχεδιαστούν οι εφαπτομένες ενός κύκλου στα άκρα A και B μιας χορδής.

41) Η απόσταση του κέντρου K του κύκλου (Κ,7cm) από μία ευθεία ε είναι 4cm.

Να βρεθεί η θέση της ευθείας ε ως προς τον κύκλο και να τη σχεδιάσετε.

42) Στο διπλανό σχήμα να βρείτε όλες τις ευθείες οι οποίες:

- α) τέμνουν τον κύκλο,
- β) εφάπτονται στον κύκλο,
- γ) δεν έχουν κανένα κοινό σημείο με τον κύκλο.



43) Να σχεδιάσετε δύο παράλληλες ευθείες ε₁ και ε₂ που να απέχουν μεταξύ τους 5cm.

Να πάρετε ένα σημείο M στην ευθεία ε₁ και να βρείτε τα σημεία της ε₂ που απέχουν από το M απόσταση 7cm.

44) Να σχεδιάσετε δύο παράλληλες ευθείες ε₁ και ε₂ που να απέχουν μεταξύ τους 4cm. Να πάρετε ένα σημείο K στην ευθεία ε₁ και να σχεδιάσετε τους κύκλους (Κ,2cm) , (Κ,4cm) και (Κ,6cm). Στη συνέχεια να βρείτε τη θέση της ε₂ ως προς τις πρεις παραπάνω κύκλους.

45) Δίνεται ευθεία ε και σημείο M αυτής. Να σχεδιάσετε κύκλο (Κ,2cm) ο οποίος να έχει την ευθεία ε εφαπτόμενη με σημείο επαφής το M

46) .Να γράψετε ένα ευθύγραμμο τμήμα AB=10cm. Να πάρετε ένα σημείο M του AB τέτοιο ώστε AM=4cm. Να γράψετε τους κύκλους (A,4cm) και(B,6cm). Να χαράξετε ευθεία ε η οποία διέρχεται από το M και να είναι κάθετη στην AB.

Ποιά είναι η θέση της ε ως προς καθέναν από σας κύκλους;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

47) Σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων με άξονες Οχ και Οψ να σημειώσετε το σημείο A(2,3).

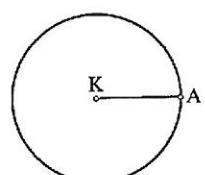
Να γράψετε τον κύκλο (A,2) και να βρείτε την θέση των αξόνων Οχ και Οψ ως προς τον κύκλο.

48) Σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων με άξονες Οχ και Οψ να σημειώσετε το σημείο A(4,5).

Να γράψετε τον κύκλο (A,5) και να βρείτε την θέση των αξόνων Οχ και Οψ ως προς τον κύκλο.

49) Στο διπλανό κύκλο να σχεδιάσετε δύο εφαπτομένες που να είναι:

- α) κάθετες στην ευθεία KA,
- β) παράλληλες στην ακτίνα KA.



50) Να σχεδιάσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα AB.

Με τη χρήση του κανόνα και του διαβήτη να το χωρίσετε σε δύο ίσα τμήματα.

51) Να σχεδιάσετε ένα κύκλο και να πάρετε μία χορδή του. Να δικαιολογήσετε γιατί το κέντρο του κύκλου ανήκει στη μεσοκάθετο της χορδής.

52) Να σχεδιάσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα AB.

Με τη χρήση του κανόνα και του διαβήτη να κατασκευάσετε την κάθετη ευθεία προς το τμήμα AB στο σημείο A.

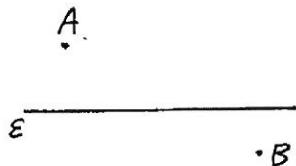
53) Να κατασκευαστεί με κανόνα και διαβήτη η κάθετος μίας ευθείας ε σε ένα σημείο A της ευθείας ε.

54) Από σημείο A εκτός ευθείας ε να κατασκευάσετε (με κανόνα και του διαβήτη) ευθεία που να είναι κάθετη στην ε.

55) Δίνεται μία ευθεία ε και ένα ευθύγραμμο τμήμα AB το οποίο δεν έχει κανένα κοινό σημείο με την ευθεία. Να βρεθεί σημείο της ευθείας ε που να ισαπέχει από τα άκρα A και B του τμήματος AB.

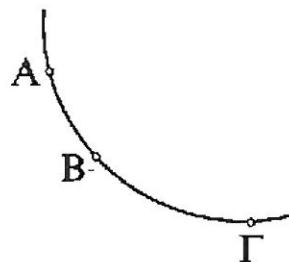
56) Δίνεται κύκλος κέντρου O και μία χορδή του AB. Να βρείτε τα σημεία του κύκλου τα οποία ισαπέχουν από τα άκρα A και B της χορδής.

57) Στο παρακάτω σχήμα να βρείτε ένα σημείο της ευθείας ε που να ισαπέχει από τα σημεία A και B.



58) Πάνω σε ένα τόξο ενός κύκλου έχουμε τα σημεία A, B και Γ.

Να βρείτε το κέντρο του κύκλου.

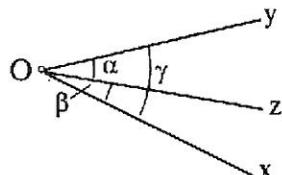


59) Να σχεδιάσετε ένα κύκλο κέντρου O με τυχαία ακτίνα και μια ευθεία ε η οποία δεν τέμνει τον κύκλο. Στη συνέχεια, να σχεδιάσετε μία ευθεία ε₁ που να είναι εφαπτόμενη του κύκλου και παράλληλη στην ευθεία ε.

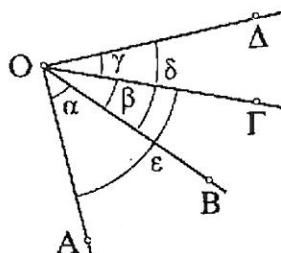
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Γωνίες)

- 1) Να ονομάσετε με τρία γράμματα τις γωνίες \hat{a} , \hat{b} και \hat{c} του διπλανού σχήματος.

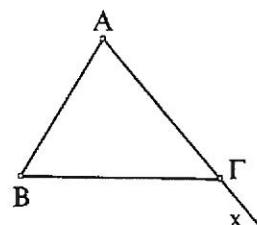


- 2) Να ονομάσετε με τρία γράμματα τις γωνίες \hat{a} , \hat{b} , \hat{c} , \hat{d} και \hat{e} του διπλανού σχήματος.

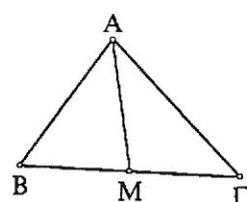


- 3) Δίνεται τρίγωνο ABC . Να ονομάσετε:
- τις προσκείμενες γωνίες στην πλευρά AC ,
 - τις πλευρές που βρίσκονται απέναντι από τις γωνίες \hat{A} , \hat{C} αντίστοιχα,
 - την γωνία του τριγώνου που περιέχεται στις πλευρές BC και AC .

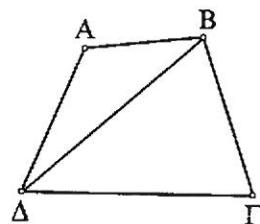
- 4) Στο διπλανό σχήμα να ονομάσετε:
- όλες τις γωνίες που σχηματίζονται,
 - τις γωνίες που είναι προσκείμενες στην πλευρά BC .



- 5) Στο διπλανό τρίγωνο ABC φέρνουμε τη διάμεσο AM .
- να ονομάσετε όλες τις γωνίες που σχηματίζονται,
 - να βρείτε τις γωνίες που είναι προσκείμενες στην πλευρά BG ,
 - να βρείτε τις γωνίες που είναι προσκείμενες στην πλευρά AG ,
 - απέναντι από ποιές γωνίες βρίσκεται η πλευρά AG ;

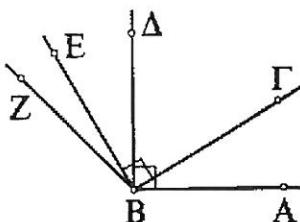


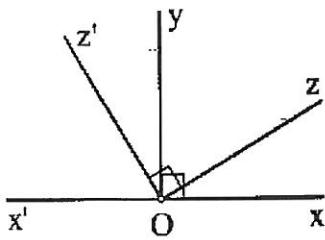
- 6) Στο διπλανό σχήμα να βρείτε:
- ποιά γωνία περιέχεται στις πλευρές AD και AB ,
 - ποιά γωνία περιέχεται στις πλευρές BG και GD ,
 - τις γωνίες των οποίων η μία τους πλευρά είναι η BD .



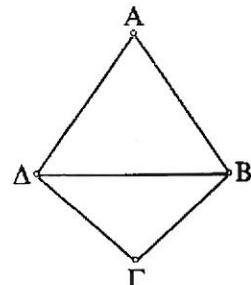
- 7) Να σχεδιάσετε μία οξεία, μία ορθή και μία αμβλεία γωνία.
- 8) Να σχεδιάσετε μία αμβλεία γωνία και μετά μία μικρότερη και μία μεγαλύτερη από αυτήν γωνία.

- 9) Να ονομάσετε τις οξείες, τις αμβλείες και τις ορθές γωνίες που υπάρχουν στο διπλανό σχήμα.





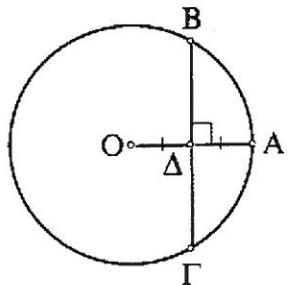
- 10) Να ονομάσετε τις ορθές γωνίες που υπάρχουν στο διπλανό σχήμα.



- 11) Αν στο διπλανό τετράπλευρο ισχύει $A\Delta=AB$ και $\Gamma B=\Gamma\Delta$, να σημειώσετε τις ίσες γωνίες και να δικαιολογήσετε γιατί αυτές είναι ίσες.

- 12) Να σχεδιάσετε ένα ισοσκελές τρίγωνο ABC , με $AB=AC$. Να προεκτείνετε τη βάση BC προς το μέρος της κορυφής C και να πάρετε ένα τμήμα $BC=CA$.
Να συγκρίνετε τις γωνίες $B\hat{A}C$ και $A\hat{C}B$.

- 13) Στην πλευρά Ox μιας γωνίας $x\hat{O}\psi$ παίρνουμε ένα τμήμα OA . Να φέρετε τη μεσοκάθετο του τμήματος OA . Αν η μεσοκάθετος τέμνει την πλευρά $O\psi$ στο σημείο B , να δικαιολογήσετε γιατί ισχύει $A\hat{O}B = B\hat{A}O$.



- 14) Στο διπλανό σχήμα το τμήμα BC είναι μεσοκάθετος της ακτίνας OA . Να συγκρίνετε τις γωνίες $\Delta\hat{B}A$ και $A\hat{G}D$.

- 15) Με τη βοήθεια του μοιρογνωμονίου να κατασκευάσετε μια γωνία 20° .

- 16) Με τη βοήθεια του μοιρογνωμονίου να κατασκευάσετε μια γωνία

- α) 35°
- β) $\frac{2}{3}$ ορθής.

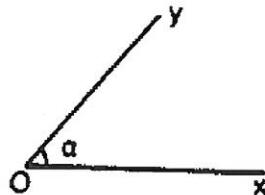
- 17) Με τη βοήθεια του μοιρογνωμονίου να κατασκευάσετε μια γωνία 48° και στη συνέχεια να κατασκευάσετε την διχοτόμο της.

- 18) Με τη βοήθεια του μοιρογνωμονίου να κατασκευάσετε μια γωνία 240° .

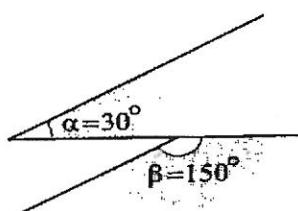
- 19) Να βρείτε πόσες μοίρες είναι οι παρακάτω γωνίες:

- α) $\hat{x} = \frac{1}{3}$ ορθής
- β) $\hat{\psi} = \frac{1}{4}$ ορθής
- γ) $\hat{\psi} = 2$ ορθές
- δ) $\hat{\tau} = 2,5$ ορθές.

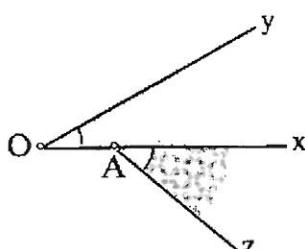
- 20) Να βρείτε πόσες μοίρες είναι μια γωνία $29^{\circ}59'60''$. (Απ. 30°)
- 21) Να δικαιολογήσετε γιατί οι γωνίες $12'$ και $720''$ είναι ίσες.
- 22) Να βρείτε πόσα πρώτα λεπτά είναι καθεμία από τις παρακάτω γωνίες:
- a) $\hat{\alpha} = \frac{3}{4}$ ορθής (Απ. $4050'$)
- b) $\hat{\beta} = 90^{\circ}$. (Απ. $5400'$)
- 23) Να σχεδιάσετε ένα ισόπλευρο τρίγωνο ABC και να μετρήσετε τις γωνίες του \hat{A}, \hat{B} και \hat{C} .
Τί παρατηρείτε;
- 24) Να σχεδιάσετε έναν κύκλο (O, r) και να φέρετε μια διάμετρο AB . Αν G είναι τυχαίο σημείο του κύκλου που δεν ανήκει στη διάμετρο AB , να μετρήσετε τη γωνία $A\hat{G}B$.
- 25) Να κατασκευάσετε τρίγωνο ABC , το οποίο να έχει $\hat{A} = 30^{\circ}$, $AB = 4cm$ και $AC = 6cm$.
- 26) Να κατασκευάσετε τρίγωνο ABC , το οποίο να έχει $BC = 4 cm$, $\hat{B} = 30^{\circ}$ και $\hat{C} = 48^{\circ}$.
- 27) Να κατασκευάσετε τρίγωνο ABC , το οποίο να έχει $\hat{A} = 90^{\circ}$, $AB = 3cm$ και $AC = 4cm$.
- 28) Να κατασκευάσετε ένα τρίγωνο ABC το οποίο να έχει $BC = 4cm$, $\hat{C} = 60^{\circ}$ και ύψος $A\Delta = 3cm$.



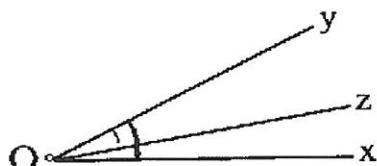
- 29) Να σχεδιαστεί η παραπληρωματική της γωνίας $\hat{\alpha}$ που έχουμε στο διπλανό σχήμα.



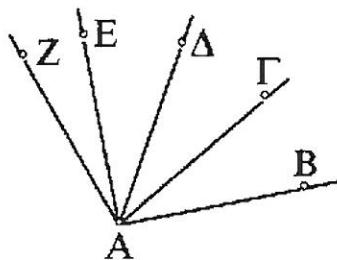
- 30) Οι γωνίες του διπλανού σχήματος είναι:
- a) εφεξής
β) παραπληρωματικές.
Να σημειώσετε τη σωστή απάντηση.



- 31) a) Είναι οι γωνίες $\chi\hat{O}\psi$ και $z\hat{A}x$ του διπλανού σχήματος εφεξής;
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



- β) Είναι οι γωνίες $\chi\hat{O}\psi$ και $z\hat{O}\psi$ του διπλανού σχήματος εφεξής;
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



- 32) Να σημειώσετε τα ζεύγη των εφεξής γωνιών του διπλανού σχήματος.

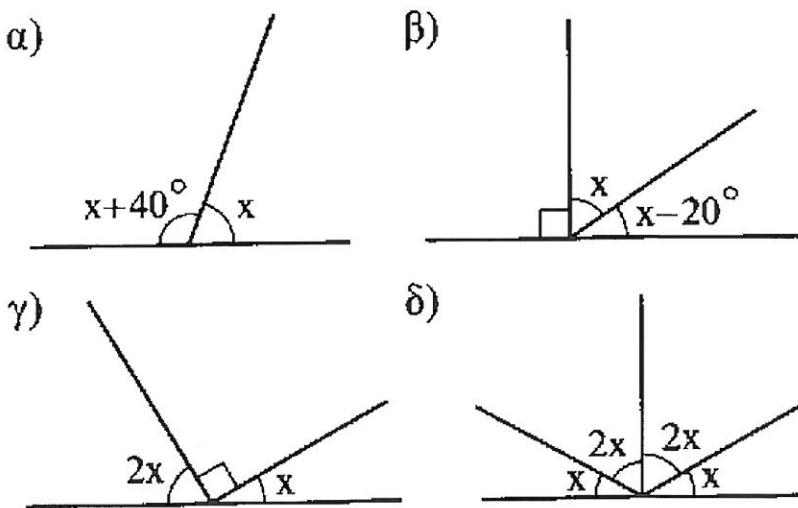
- 33) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας.

Γωνία \hat{x} (σε μοίρες)	Παραπληρωματική της γωνίας \hat{x} (σε μοίρες)
36	
45	
85	
$\frac{1}{3}$ ορθής	
$\frac{4}{3}$ ορθής	

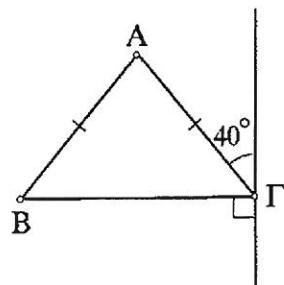
- 34) Δύο γωνίες είναι παραπληρωματικές.

- α) Αν η μία είναι ορθή, τι μπορούμε να πούμε για την άλλη;
β) Αν η μία είναι μεγαλύτερη κατά 30° από την άλλη, πόσων μοιρών είναι καθεμιά από τις γωνίες;

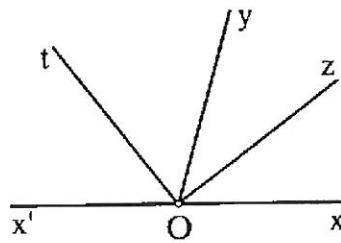
- 35) Να υπολογίσετε τη γωνία \hat{x} στις παρακάτω περιπτώσεις:



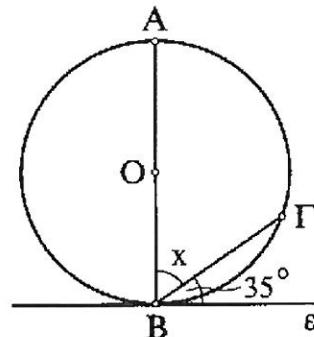
- 36) Αν το τρίγωνο ABG του παρακάτω σχήματος είναι ισοσκελές, να υπολογίσετε τις γωνίες που είναι προσκείμενες στη βάση του BG .



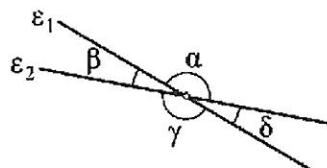
- 37) Στο διπλανό σχήμα έχουμε δύο παραπληρωματικές γωνίες $\chi\hat{O}y$ και $\psi\hat{O}x'$ και τις διχοτόμους τους Oz και O t αντίστοιχα. Να δικαιολογήσετε γιατί $z\hat{O}t = 90^\circ$.



- 38) Αν η ευθεία είναι εφαπτομένη του διπλανού κύκλου στο άκρο B της διαμέτρου AB, να υπολογίσετε τη γωνία \hat{x} .

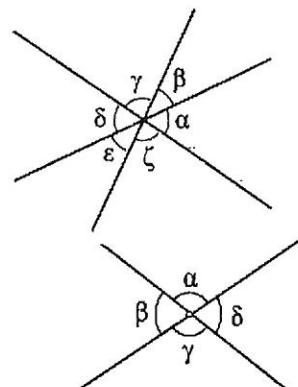


- 39) Να υπολογίσετε τις γωνίες του διπλανού σχήματος, όταν $\hat{\delta} = 20^\circ$.

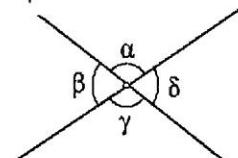


- 40) Να σχεδιάσετε μία γωνία 70° και στη συνέχεια να σχεδιάσετε την κατακορυφήν αυτής.

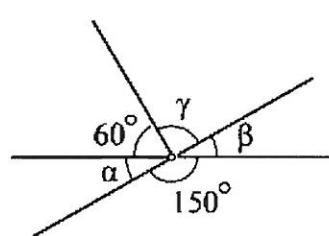
- 41) Να γράψετε όλα τα ζεύγη των κατακορυφήν γωνιών που υπάρχουν στο διπλανό σχήμα. Αν $\hat{\alpha} = 60^\circ$ και $\hat{\epsilon} = 40^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του διπλανού σχήματος.



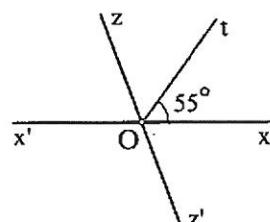
- 42) Αν $\hat{\beta} = \frac{2}{3}\hat{\alpha}$, να υπολογίσετε τις γωνίες του διπλανού σχήματος.



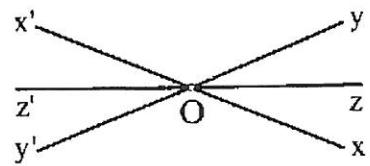
- 43) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ και $\hat{\gamma}$ του διπλανού σχήματος.



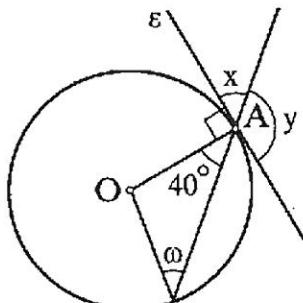
- 44) Αν η ημιευθεία O t είναι η διχοτόμος της γωνίας $\chi\hat{O}z$, να υπολογίσετε τις γωνίες $t\hat{O}z$, $z\hat{O}x'$, $x'\hat{O}z'$ και $z'\hat{O}x$ του διπλανού σχήματος.



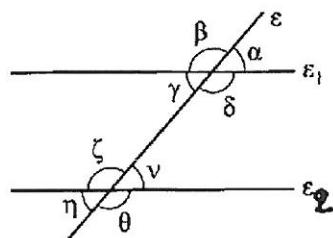
- 45) Στο διπλανό σχήμα οι ημιευθείες Oz και Oz' είναι διχοτόμοι των κατακορυφήν γωνιών $\hat{\chi}\hat{\psi}$ και $\hat{\chi}'\hat{\psi}'$ αντίστοιχα. Αν $\hat{\chi}\hat{\psi} = 45^\circ$, να υπολογίσετε τη γωνία zOz' .



- 46) Αν η ευθεία ε είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A , να υπολογίσετε τις γωνίες \hat{x}, \hat{y} και $\hat{\omega}$.



- 47) Στο διπλανό σχήμα να σημειώσετε όλα τα ζεύγη
 (i) των εντός εναλλάξ γωνιών,
 (ii) των εντός, εκτός και επί τα αυτά γωνιών,
 (iii) των εντός και επί τα αυτά γωνιών.



- 48) Στο σχήμα της προηγούμενης άσκησης είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και $\hat{\alpha} = 50^\circ$.
 Να υπολογίσετε τις υπόλοιπες γωνίες.

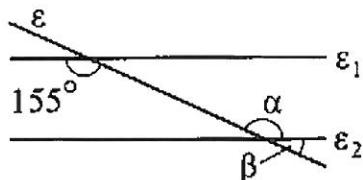
- 49) Να δείξετε ότι δύο γωνίες εντός εκτός και επί τα αυτά που σχηματίζονται όταν οι παράλληλες ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται από την ευθεία ε , είναι ίσες.

- 50) Αν δύο γωνίες εντός εκτός και επί τα αυτά που σχηματίζονται όταν οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται από την ευθεία ε , είναι ίσες, τότε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.

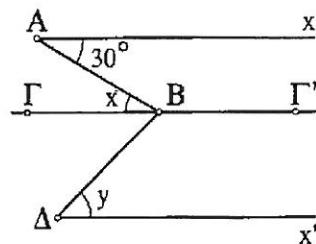
- 51) Να δείξετε ότι δύο γωνίες εντός και επί τα αυτά που σχηματίζονται όταν οι παράλληλες ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται από την ευθεία ε , είναι παραπληρωματικές.

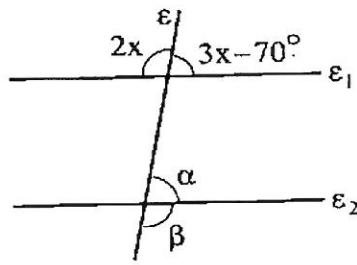
- 52) Αν δύο γωνίες εντός και επί τα αυτά που σχηματίζονται όταν οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται από την ευθεία ε , είναι παραπληρωματικές, τότε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.

- 53) Στο διπλανό σχήμα έχουμε ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.
 Να υπολογιστούν οι γωνίες $\hat{\alpha}$ και $\hat{\beta}$.

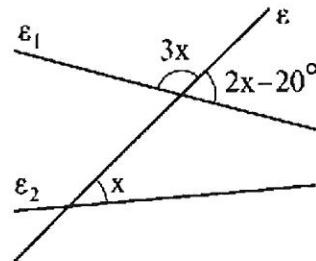


- 54) Στο διπλανό σχήμα έχουμε ότι $A\chi/\Gamma\Gamma'//\Delta\chi'$, $A\hat{B}\Delta = 75^\circ$ και $B\hat{A}\chi = 30^\circ$.
 Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\chi}$ και $\hat{\psi}$.



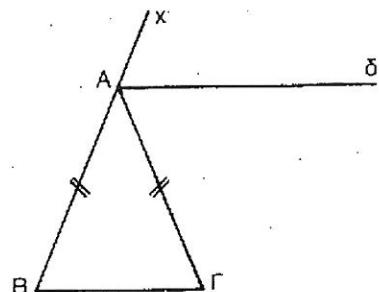


- 55) Αν $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$, να υπολογίσετε τις γωνίες που σημειώνονται στο διπλανό σχήμα.

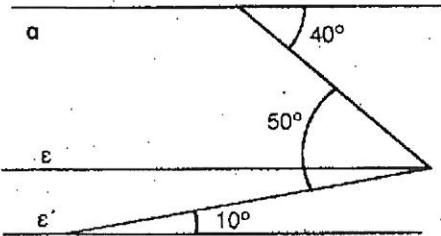


- 56) Να υπολογίσετε τις γωνίες που σημειώνονται στο διπλανό σχήμα.

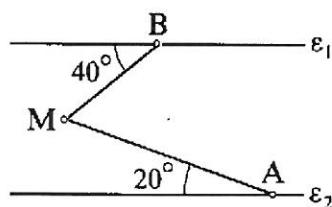
- 57) Στο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) προεκτείνουμε την AB προς το μέρος του A . Από το A φέρνουμε την $A\delta//B\Gamma$. Να δικαιολογήσετε ότι $\hat{\chi}\hat{\alpha}\delta = \hat{\delta}\hat{\alpha}\Gamma$. Τί είναι η $A\delta$ για τη γωνία $\hat{\Gamma}\hat{\alpha}\chi$;



- 58) Στο διπλανό σχήμα έχουμε ότι $\varepsilon/\!/\varepsilon'$. Να δείξετε ότι $\varepsilon/\!/\alpha$.

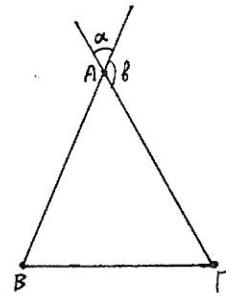


- 59) Στο διπλανό σχήμα έχουμε ότι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$. Να δείξετε ότι $\hat{A}\hat{M}\hat{B} = 60^\circ$.



- 60) Ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει $\hat{A} = 48^\circ$ και $\hat{B} = 113^\circ$. Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{\Gamma}$.

- 61) Ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει $\hat{B} = 58^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 32^\circ$. Να υπολογίσετε τη γωνία \hat{A} . Ποιό είναι το είδος του τριγώνου;

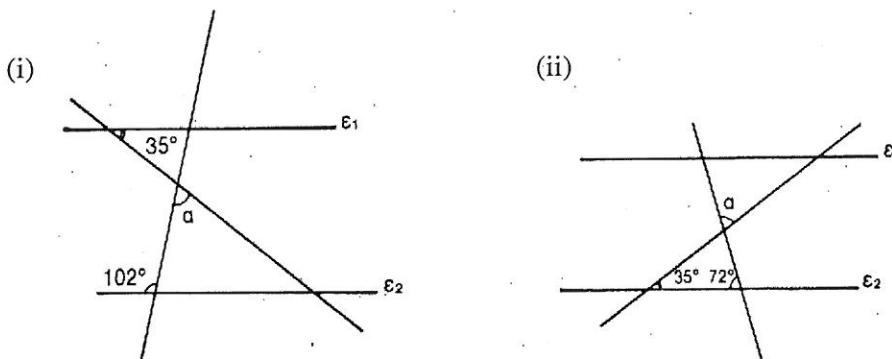


- 62) Στο διπλανό σχήμα, αν $\hat{B} = 70^\circ$ και $\hat{C} = 65^\circ$,
να υπολογίσετε τις γωνίες \hat{A} και \hat{B} .

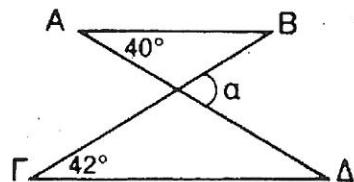
63) Να υπολογιστούν οι γωνίες ενός ισόπλευρου τριγώνου.

64) Να υπολογιστούν οι οξείες γωνίες ενός ορθογώνιου και ισοσκελούς τριγώνου.

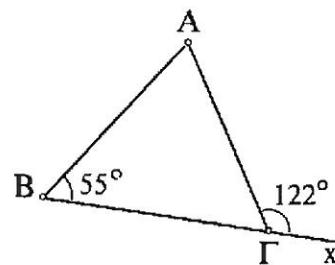
65) Στα παρακάτω σχήματα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$. Να υπολογίσετε τη γωνία \hat{a} .



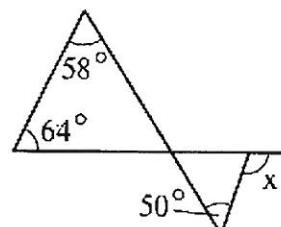
- 66) Στο διπλανό σχήμα έχουμε ότι $AB \parallel CD$.
Να υπολογίσετε τη γωνία \hat{a} .



- 67) Στο διπλανό τρίγωνο ABC προεκτείνουμε
την πλευρά BG προς το μέρος της κορυφής G .
Αν $A\hat{G}\chi = 122^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες
 \hat{A} και \hat{G} .



- 68) Να υπολογίσετε τη γωνία \hat{x} του διπλανού σχήματος.



- 69) Να βρεθούν οι γωνίες ενός τριγώνου ABC , αν

$$\hat{A} = 3\chi, \hat{B} = \chi \text{ και } \hat{C} = \frac{\chi}{2}.$$

- 70) Σε ένα τρίγωνο ABC είναι $\hat{A} = 60^\circ$ και η γωνία \hat{B} είναι διπλάσια από τη γωνία \hat{C} .
Να υπολογίσετε τις γωνίες \hat{B} και \hat{C} του τριγώνου ABC .

71) Σε ένα τρίγωνο ABG είναι $\hat{A} = \hat{G}$ και $\hat{B} = \frac{1}{4}\hat{G}$. Να υπολογίσετε τις γωνίες \hat{A} , \hat{B} και \hat{G} του τριγώνου ABG

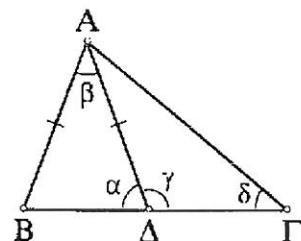
72) Σε ένα τρίγωνο ABG είναι $\hat{B} = \frac{1}{3}\hat{A}$ και $\hat{B} = \frac{1}{2}\hat{G}$. Να βρείτε

- α) τη σχέση που συνδέει τις γωνίες \hat{A} και \hat{G} ,
- β) το είδος του τριγώνου ABG .

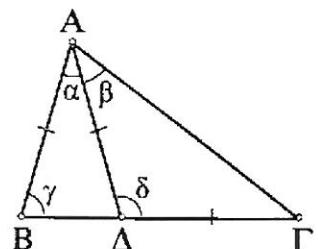
73) Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο ABG , με $AB=AG$, φέρνουμε την κάθετο $B\Delta$ προς την πλευρά AG . Αν $\Gamma\hat{B}\Delta = 28^\circ$, να υπολογίσετε τη γωνία $\Delta\hat{B}A$ και τη γωνία \hat{A} του τριγώνου ABG .

74) Σε ένα τρίγωνο ABG είναι $\hat{A} = 72^\circ$ και $\hat{B} = 63^\circ$. Από την κορυφή B φέρνουμε την κάθετο προς την AG . Αν E είναι το σημείο τομής, να δείξετε ότι $BE=EG$.

75) Στο διπλανό τρίγωνο ABG είναι $\hat{B} = 70^\circ$, $\Delta\hat{A}\Gamma = 30^\circ$ και $AB=AD$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$.



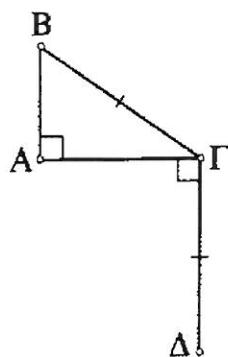
76) Στο διπλανό τρίγωνο ABG είναι $AB=AD=\Delta\Gamma$ και $\hat{G} = 37^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$.



77) Σε ένα τρίγωνο ABG είναι $\hat{A} = 70^\circ$ και $\hat{B} = 60^\circ$. Να φέρετε τις διχοτόμους των γωνιών \hat{B} και \hat{G} . Αν αυτές τέμνονται στο σημείο K , να δικαιολογήσετε γιατί $B\hat{K}\Gamma = 125^\circ$.

78) Στο διπλανό σχήμα έχουμε ότι $BG=\Gamma\Delta$.

- α) Να συγκρίνετε τις γωνίες $A\hat{B}\Delta$ και $B\hat{\Delta}G$,
- β) Να δικαιολογήσετε γιατί η $B\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $A\hat{B}\Gamma$,
- γ) Αν $B\hat{\Delta}G = 25^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες \hat{B} και \hat{G} του τριγώνου ABG .



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Ευθύγραμμα σχήματα)

- 1) α) Να κατασκευάσετε ένα τρίγωνο με πλευρές 2cm, 4cm και 5cm.
β) Να κατασκευάσετε ένα τρίγωνο με πλευρές 8cm, 7cm και 4cm.
- 2) α) Να εξετάσετε αν μπορούμε να κατασκευάσουμε τρίγωνο με πλευρές 2cm, 4cm και 8cm.
β) Να εξετάσετε αν μπορούμε να κατασκευάσουμε τρίγωνο με πλευρές 2cm, 5cm και 2,5cm.
- 3) Να κατασκευάσετε ένα ισοσκελές τρίγωνο ABG με βάση $BG=4\text{cm}$ και με ίσες πλευρές μήκους 6cm.
- 4) Να σχεδιάσετε ένα ισόπλευρο τρίγωνο ABG και την διάμεσό του AM . Να δικαιολογήσετε γιατί η AM είναι διχοτόμος της γωνίας \hat{A} και ύψος του τριγώνου.
- 5) Αν τα μήκη AB, BG, AG ενός τριγώνου είναι φυσικοί αριθμοί και $BG=3\text{cm}$, $AG=5\text{cm}$, να βρείτε ποιές δυνατές τιμές μπορεί να πάρει το μήκος AB της τρίτης πλευράς.

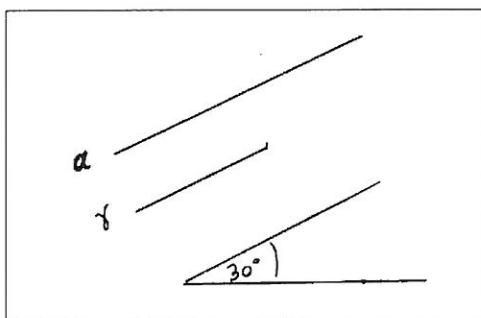
- 6) Να σχεδιάσετε με το μοιρογνωμόνιο:

α) μια γωνία $\chi \hat{\Omega} \psi = 30^\circ$

β) μια γωνία $\chi \hat{\Omega} \psi = 45^\circ$

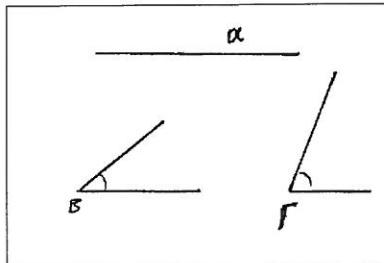
Στη συνέχεια με τον κανόνα και τον διαβήτη να κατασκευάσετε γωνίες ίσες με καθεμία από αυτές.

- 7) Να σχεδιάσετε ένα τρίγωνο ABG και με κανόνα και διαβήτη να κατασκευάσετε τρεις διαδοχικές γωνίες $\chi \hat{\Omega} \psi = \hat{A}, \psi \hat{\Omega} z = \hat{B}$ και $z \hat{\Omega} \chi' = \hat{G}$.
Να μετρήσετε τη γωνία $\chi \hat{\Omega} \chi'$ που σχηματίστηκε.
- 8) Να σχεδιάσετε μία ευθεία. Στη συνέχεια με τον κανόνα και τον διαβήτη να κατασκευάσετε:
α) γωνία 90°
β) γωνία 45° .
- 9) Δίνονται δύο ευθύγραμμα τμήματα με μήκη α και γ και μια γωνία 30° . Να κατασκευάσετε με τον κανόνα και τον διαβήτη ένα τρίγωνο ABG που να έχει $BG=\alpha$, $AB=\gamma$ και $\hat{B}=30^\circ$.



- 10) Δίνεται ένα ευθύγραμμο τμήμα μήκους α . Να κατασκευάσετε με τον κανόνα και τον διαβήτη ένα ισόπλευρο τρίγωνο που να έχει πλευρά μήκους α .

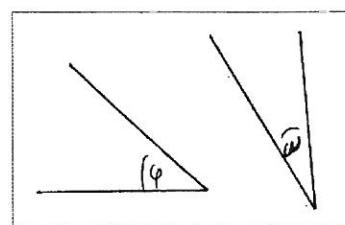
- 11) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ένα ευθύγραμμο τμήμα με μήκος α και δύο γωνίες \hat{B} και \hat{G} .
- α) Να υπολογίσετε το άθροισμα $\hat{B} + \hat{G}$.
- β) Να κατασκευάσετε με τον κανόνα και τον διαβήτη ένα τρίγωνο το οποίο να έχει μια πλευρά ίση με α και τις προσκείμενες γωνίες στην πλευρά αυτή ίσες με τις \hat{B} και \hat{G} αντίστοιχα.



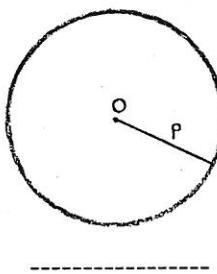
- 12) Δίνεται ευθεία ϵ και σημείο A που δεν ανήκει στην ευθεία αυτή. Να κατασκευάσετε με τον κανόνα και τον διαβήτη ευθεία παράλληλη προς την ϵ η οποία να διέρχεται από το σημείο A .

- 13) Δίνονται οι δύο γωνίες $\hat{\phi}$ και $\hat{\omega}$ ενός τριγώνου.

Να κατασκευάσετε με τον κανόνα και τον διαβήτη την τρίτη γωνία του τριγώνου.

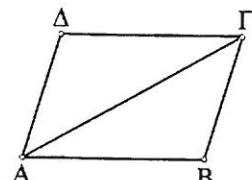


- 14) Δίνεται κύκλος κέντρου O και ακτίνας $r=5$ cm. Να κατασκευάσετε με τον κανόνα και τον διαβήτη:
- α) ισόπλευρο τρίγωνο AOB , του οποίου οι κορυφές A και B να βρίσκονται πάνω στον κύκλο,
- β) ισοσκελές τρίγωνο KLM , του οποίου οι κορυφές K, L και M να βρίσκονται πάνω στον κύκλο.



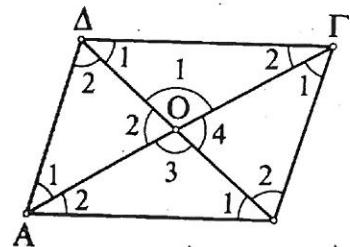
- 15) Στο διπλανό παραλληλόγραμμο είναι σωστό ή λάθος ότι:

- α) $AG > AB + BG$,
 β) $AG < AB + AD$,
 γ) $AG < BG + DG$;

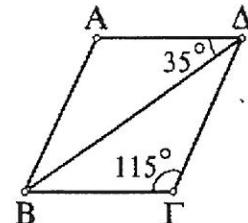


- 16) α) Να κατασκευάσετε ένα παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$ με $AB=5$ cm, $AD=7$ cm και $\hat{A}=50^\circ$.
 β) Να κατασκευάσετε έναν ρόμβο $ABΓΔ$ με πλευρά ίση με 4 cm και γωνία $\hat{A}=35^\circ$.
- 17) Ένα παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$ έχει $\hat{A}=50^\circ$. Να υπολογιστούν οι άλλες γωνίες του παραλληλογράμμου.

- 18) Στο διπλανό παραλληλόγραμμο $\text{AB}\Gamma\Delta$ να σημειώσετε τις εντός εναλλάξ γωνίες.

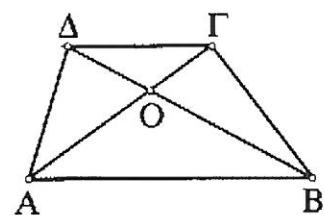


- 19) Να υπολογίσετε τις γωνίες του διπλανού παραλληλογράμμου.

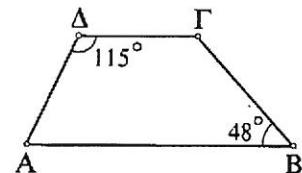


- 20) Για το διπλανό τραπέζιο είναι σωστό ή λάθος ότι:

- α) $B\hat{A}\Gamma = \Delta\hat{\Gamma}A$,
- β) $\hat{\Delta} = \hat{B}$,
- γ) $AO=OG$,
- δ) $\hat{A} + \hat{\Delta} = 180^\circ$.



- 21) Να υπολογιστούν οι γωνίες $\hat{A}, \hat{\Gamma}$ του διπλανού τραπεζίου.



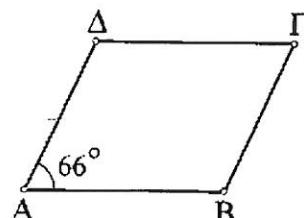
- 22) Να σχεδιάσετε ένα τρίγωνο $\text{AB}\Gamma$ και να φέρετε τη διάμεσό του AM . Στη συνέχεια να προεκτείνετε την AM προς το μέρος του σημείου M και να πάρετε τμήμα $\text{MD}=MA$.

Να αποδείξετε ότι:

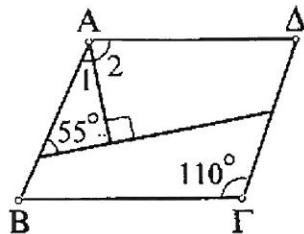
- α) το τετράπλευρο $\text{AB}\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο,
- β) $\text{AB}=\Gamma\Delta$ και $\text{BD}=\text{AG}$.

- 23) Να γράψετε δύο ομόκεντρους (δηλαδή με το ίδιο κέντρο) κύκλους ($O, 3\text{cm}$) και ($O, 8\text{cm}$). Στη συνέχεια να φέρετε μία διάμετρο AB του μικρού κύκλου και μία διάμετρο $\Gamma\Delta$ του μεγάλου κύκλου. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο, το οποίο έχει κορυφές τα άκρα των δύο διαμέτρων, είναι παραλληλόγραμμο.

- 24) Να υπολογίσετε τις γωνίες του διπλανού παραλληλογράμμου.



- 25) Να δικαιολογήσετε γιατί το άθροισμα των γωνιών ενός παραλληλογράμμου είναι ίσο με 360° .



- 26) Να υπολογίσετε τις γωνίες \hat{A}_1, \hat{A}_2 του διπλανού παραλληλογράμμου.

27) α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν ενός ορθογωνίου τριγώνου $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), με $AB=5,6\text{cm}$ και $A\Gamma=8,5\text{cm}$.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν ενός ορθογωνίου τριγώνου $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), με $AB=62\text{mm}$ και $A\Gamma=0,8\text{dm}$.

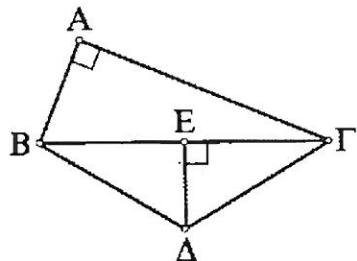
28) Ένα τρίγωνο έχει εμβαδόν 32cm^2 και το ένα από τα ύψη του είναι 4cm . Να υπολογιστεί η πλευρά στην οποία αντιστοιχεί το ύψος αυτό.

29) Ένα ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει εμβαδόν 12cm^2 . Τα μήκη των πλευρών του είναι $AB=A\Gamma=5\text{cm}$ και $B\Gamma=6\text{cm}$. Να υπολογιστούν τα ύψη του.

30) Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ οι κάθετες πλευρές του έχουν μήκη $AB=6\text{cm}$, $A\Gamma=80\text{mm}$ και το ύψος του είναι $A\Delta=4,8\text{cm}$. Να υπολογίσετε την υποτείνουσα $B\Gamma$.

31) Η μία από τις κάθετες πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι $0,3\text{m}$, ενώ το εμβαδόν του είναι 450cm^2 . Να βρείτε την άλλη κάθετη πλευρά του τριγώνου.

- 32) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του διπλανού σχήματος στο οποίο είναι:
 $\hat{A} = 90^\circ$, $AB=5\text{cm}$, $A\Gamma=12\text{cm}$,
 $B\Gamma=13\text{cm}$ και $\Delta E=4\text{cm}$. (Απ. 56cm^2)

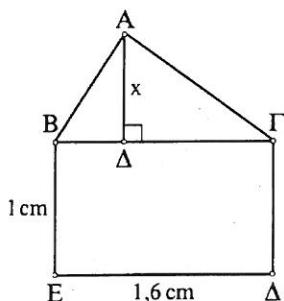


33) Ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) έχει $AB=16\text{cm}$, $A\Gamma=12\text{cm}$ και $B\Gamma=20\text{cm}$. Να υπολογίσετε το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα $B\Gamma$ του τριγώνου. (Απ. $9,6\text{ cm}$)

34) Η περίμετρος ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι 24cm . Η υποτείνουσά του είναι 10cm . Αν η μία κάθετη πλευρά είναι κατά 2cm μεγαλύτερη από την άλλη, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου. (Απ. 24 cm^2)

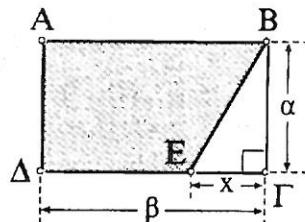
35) Στο παρακάτω σχήμα να βρείτε x , όταν:

- α) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι 64mm^2 ,
β) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ίσο με το εμβαδόν του ορθογωνίου $B\Gamma\Delta E$.

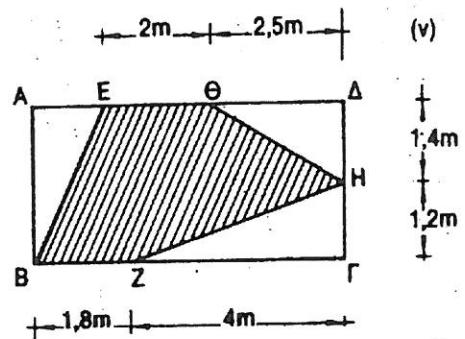


- 36) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG=10\text{cm}$. Να αποδείξετε ότι τα ύψη που φέρνονται από τις δύο κορυφές της βάσης στις αντίστοιχες πλευρές είναι ίσα.

- 37) Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και το τρίγωνο BEG έχει εμβαδόν 8cm^2 και ισχύει $x=\frac{1}{3}\beta$.
Να δικαιολογήσετε γιατί το τετράγωνο $ABED$ έχει εμβαδόν 40cm^2 .



- 38) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου διπλανού σχήματος:
(Απ. $9,24 \text{ m}^2$)



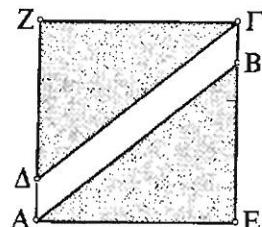
- 39) α) Ένα παραλληλόγραμμο έχει μία πλευρά του ίση με 48cm και το αντίστοιχο σε αυτή την πλευρά ύψος είναι $4,5 \text{ dm}$. Να βρείτε το εμβαδόν του παραλληλογράμμου.
β) Ένα παραλληλόγραμμο έχει εμβαδόν 72cm^2 και ύψος $1,2 \text{ dm}$. Πόση είναι η αντίστοιχη βάση του;
- 40) Ένα παραλληλόγραμμο έχει εμβαδόν 81cm^2 και ύψος $0,9 \text{ dm}$. Πόση είναι η βάση που αντιστοιχεί στο ύψος αυτό; (Απ. 9 cm)
- 41) Αν β είναι η μία πλευρά ενός παραλληλογράμμου και υ το αντίστοιχο προς αυτή την πλευρά ύψος, να βρείτε το εμβαδόν του παραλληλογράμμου όταν:
- (i) $\beta=500\text{mm}$ και $\nu=3,2\text{dm}$,
 - (ii) $\beta=0,5\text{m}$ και $\nu=3,5\text{cm}$.

- 42) Ένα παραλληλόγραμμο έχει βάση 72cm και το ύψος του είναι το $\frac{1}{3}$ της βάσης.
Να βρείτε το εμβαδόν του παραλληλογράμμου. (Απ. 1728 cm^2)

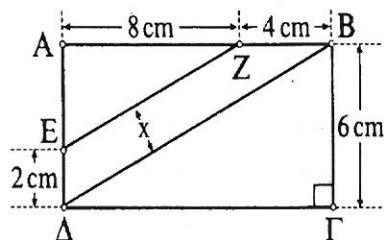
- 43) Η περίμετρος ενός παραλληλογράμμου είναι 186cm και η μία πλευρά του είναι 24cm . Αν η απόσταση μεταξύ των μεγαλύτερων πλευρών του είναι 19cm , να βρείτε το εμβαδόν του παραλληλογράμμου. (Απ. 1311 cm^2)
- 44) Οι πλευρές ενός παραλληλογράμμου έχουν μήκη 24cm και 8cm . Το ύψος που αντιστοιχεί στη μεγάλη πλευρά είναι 16cm . Να υπολογίσετε το ύψος που αντιστοιχεί στη μικρή πλευρά. (Απ. 48 cm)

- 45) Η μία πλευρά ενός παραλληλογράμμου είναι διπλάσια της άλλης και η περίμετρός του είναι 66cm. Αν το ύψος που αντιστοιχεί στη μικρότερη πλευρά είναι 7cm, να βρείτε το εμβαδόν και το άλλο ύψος του. (Απ. Εμβαδόν 77 cm^2 και ύψος $3,5 \text{ cm}$)
- 46) Ένα παραλληλόγραμμο έχει εμβαδόν ίσο με το εμβαδόν ενός τετραγώνου πλευράς 16cm. Εάν η βάση του παραλληλογράμμου είναι 3,2dm, να βρείτε το αντίστοιχο ύψος στην πλευρά αυτή. (Απ. 8 cm)
- 47) Τα μήκη των βάσεων ενός τραπεζίου είναι 8cm και 12cm και το ύψος του είναι 7cm. Να βρείτε το εμβαδόν του.
- 48) Το εμβαδόν ενός τραπεζίου είναι 63cm^2 . Η μία βάση του είναι 3cm και το ύψος του 18cm. Να υπολογίσετε την άλλη βάση του τραπεζίου.
- 49) Η μεγάλη βάση ενός τραπεζίου με εμβαδόν 84cm^2 είναι τριπλάσια της μικρής βάσης. Αν το ύψος του τραπεζίου είναι 7cm, να βρεθούν οι βάσεις του. (Απ. 6 cm και 18cm)
- 50) Να υπολογίσετε τις βάσεις ενός τραπεζίου το οποίο έχει εμβαδόν 504cm^2 και ύψος 36cm, όταν η διαφορά των βάσεών του είναι 10cm. (Απ. 19 cm και 9cm)

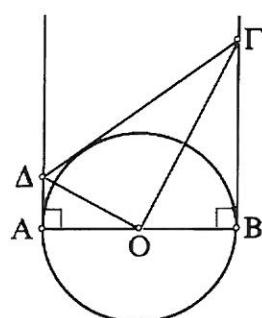
- 51) Στο διπλανό σχήμα είναι ένα τετράγωνο AZΓΕ πλευράς 30m, μέσα στο οποίο υπάρχει ένα παραλληλόγραμμο ABΓΔ με $BΓ=6m$. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους του τετραγώνου.
(Απ. 720m^2)



- 52) Στο διπλανό σχήμα να βρείτε το ύψος του τραπεζίου ΔBZE αν είναι γνωστό ότι η περίμετρός του είναι 27,4cm.
(Απ. 1,9 cm)



- 53) Στο παρακάτω σχήμα ο κύκλος έχει ακτίνα 3cm. Οι AΔ και BΓ είναι εφαπτομένες στα άκρα της διαμέτρου AB και η ΔΓ είναι μία τυχαία εφαπτομένη του κύκλου. Αν $AΔ=2\text{cm}$ και $BΓ=6\text{cm}$, να βρείτε:
- Το εμβαδόν του τετραπλεύρου ABΓΔ (Απ. 24 cm^2)
 - Το ύψος του τριγώνου ΔΟΓ που αντιστοιχεί στην κορυφή O (Απ. 3 cm)
 - Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΔΓ (Απ. 8 cm).



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Ρητοί Αριθμοί)

- 1)** Να σημειώσετε ποιοί από τους παρακάτω ρητούς είναι θετικοί και ποιοί αρνητικοί:

$$+2.7, -4, 5, 0.1, +8.6, 8.6, 300, -\frac{7}{3}, \frac{7}{3}.$$

- 2)** Να σημειώσετε ποιοί από τους παρακάτω ακέραιους είναι θετικοί και ποιοί αρνητικοί:
 $5, -3, -1, 6, +6, -6, 162, -372, +450.$

- 3)** Να εξετάσετε αν:

- α) Οι ρητοί αριθμοί $\frac{3}{4}, +6$ και 15 είναι ομόσημοι,
- β) Οι ρητοί αριθμοί $-1, -0.7$ και -16 είναι ομόσημοι,
- γ) Οι ρητοί αριθμοί -1 και $\frac{3}{4}$ είναι ετερόσημοι.

- 4)** Ποιοι ακέραιοι αριθμοί υπάρχουν μεταξύ:

- α) των ακεραίων -1 και 1 ,
- β) των ακεραίων -2 και 2 ,
- γ) των ρητών $-\frac{1}{2}$ και $\frac{1}{2}$,
- δ) των ρητών $\frac{1}{2}$ και 4 ;

- 5)** Δίνονται οι παρακάτω ρητοί αριθμοί:

$$-\frac{1}{5}, 2, -3.5, +4, 7.1, 10 \text{ και } -12.$$

- α) Να σημειώσετε ποιοι είναι ομόσημοι,
- β) Να γράψετε τέσσερα ζεύγη ετερόσημων αριθμών.

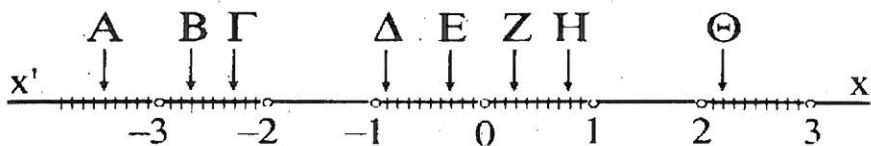
- 6)** Να παραστήσετε με σημεία ενός άξονα τους αριθμούς:

$$2\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}, -6.5, -\frac{3}{2}.$$

- 7)** Να τοποθετήσετε πάνω στον άξονα τους αριθμούς:

$$-4.5, -3.5, -2.7, -0.8, 2.6, 4.2, 5, 6.8, 9, \text{ και } 1/2.$$

- 8)** Να βρείτε ποιούς αριθμούς παριστάνουν τα σημεία A,B,Γ,Δ,Ε,Ζ,Η και Θ που δείχνουν τα βέλη στον παρακάτω άξονα:



- 9)** Να σχηματίσετε το τρίγωνο το οποίο έχει κορυφές τα σημεία A(1,2), B(-1,0) και Γ(3,-2).

- 10)** Να βρείτε τον $-\chi$ όταν:

$$\alpha) \chi=5 \quad \beta) \chi=-7 \quad \gamma) \chi=-1/2$$

- 11)** Να βρείτε τον $-(\chi)$ όταν:

$$\alpha) \chi=2 \quad \beta) \chi=-10.$$

12) Να βρείτε τις παρακάτω απόλυτες τιμές:

$$\alpha) \left| +\frac{1}{7} \right| \quad \beta) |-4| \quad \gamma) |-0,1| \quad \delta) |1254|.$$

13) Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

$$A = |8| + |-15| - |-3| + 2|-7|$$

$$B = 2(|-7| - |-3|) + \frac{1}{2}(|-10| + |-8|) - A$$

(Απ. $A=34$ και $B=-17$)

14) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

χ	-5				
$-\chi$		-3			
$-(-\chi)$			-2		
$ \chi $				3	
$ - \chi $					4

15) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

χ	-7					
$-\chi$		3				
$-(-\chi)$			-4			
$-[-(-\chi)]$				-5		
$ \chi $					6	
$ -(-\chi) $						2

16) Να βρείτε όλους τους ακέραιους αριθμούς που έχουν απόλυτη τιμή:

- α) μικρότερη του 5
- β) μικρότερη του 3
- γ) μικρότερη ή ίση του 3
- δ) μικρότερη του $2 \frac{1}{2}$

17) Να συγκρίνετε τους αριθμούς:

- α) -25 και -44 β) 6 και 15 γ) -11 και 2 δ) $0,9$ και $-0,7$ ε) $-3/4$ και $-5/4$.

18) Να εξετάσετε αν είναι σωστό ή λάθος:

- α) $-11 > -11$ β) $|-12| \geq 12$ γ) $|-5| > -5$ δ) $|-9| < -0$
 ε) $-25 < |-25|$ στ) $|+0| < 0$.

19) Να συμπληρώσετε με ακέραιους καθεμία από τις παρακάτω ανισότητες:

- α) $4 < \dots < 6$ β) $-6 < \dots < -4$ γ) $-1 < \dots < 1$ δ) $\dots < 5,5 < \dots$ ε) $\dots < -0,7 < \dots$

20) Να υπολογίσετε τα παρακάτω αθροίσματα:

- α) $(-5) + (-8)$ β) $(-16) + (+3) + (-7)$ γ) $(-4) + (+4)$ δ) $(+\frac{8}{6}) + (-\frac{13}{6})$.

21) Να υπολογίσετε τα παρακάτω αθροίσματα:

$$(-2,5)+(-4,7) \quad (+2,1)+(-5,3) \quad (-3,1)+(+3,2) \quad (-1,4)+(1,2)$$

22) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

χ	+26	-6	-4,5	+14	-3/4
ψ	-35	-2,5	-8	-17	2/3
$\chi+\psi$					

23) Στις παρακάτω ισότητες να βάλετε το κατάλληλο πρόσημο, ώστε να προκύψουν σωστές ισότητες:

$$(\dots 7)+(-3) = +4$$

$$(\dots 8)+(\dots 3) = -11$$

$$(\dots 16)+(\dots 14) = \dots 2$$

$$(\dots 6)+(-6) = 0$$

$$(\dots 9)+(-2) = +7$$

$$(\dots 10)+(\dots 2) = \dots 8$$

$$(\dots 5)+(-5) = -10$$

$$(-3)+(\dots 10) = -13$$

$$(\dots 1)+(\dots 11) = \dots 10$$

24) Να υπολογίσετε τα παρακάτω αθροίσματα:

$$A = (-|-15|) + (+|-18|)$$

$$B = (+|-12|) + (-|-20|)$$

$$\Gamma = [-|(-7) + (+5)|] + (-|-5|)$$

$$\Delta = |(-8) + (-2)| + |(+5) + (-3)|$$

$$E = [-|(-10) + (-8)|] + [+|(-32) + (-8)|] \quad (\text{Απ.: } A=3, B=-8, \Gamma=7, \Delta=12, E=22)$$

25) Να βρείτε τον αριθμό $A = x + y$ αν:

$$\alpha) \quad x = -\left| \left(-\frac{1}{3} \right) + \left(+\frac{1}{5} \right) \right| \text{ και}$$

$$y = \frac{|(-3) + (+7)|}{-|+15|}$$

$$\beta) \quad x = (-|-12|) + (-|+10|) \text{ και}$$

$$y = \frac{1}{2}(-|-8|) \quad (\text{Απ.: } \alpha) A = -6/15, \beta) A = -26)$$

26) Να συγκρίνετε τους αριθμούς:

$$\alpha) \quad A = |(+6) + (+7)| \text{ και } B = |-6| + |+7|$$

$$\beta) \quad \Gamma = |(-3) + (-5)| \text{ και } \Delta = |-3| + |-5|$$

$$\gamma) \quad E = |(-5) + (+7)| \text{ και } Z = |-5| + |+7|$$

$$\delta) \quad H = |(-|-12|) + (+|+10|)| \text{ και}$$

$$\Theta = |-12| + |+10|$$

27) Να υπολογίσετε τις παρακάτω διαφορές:

$$\begin{array}{llll} \alpha) (+5)-(+6) & \beta) (-6)-(-3) & \gamma) (+12)-(+5) & \delta) (+15)-(+6) \\ \varepsilon) (+10)-(-3) & \sigma) 0-(-7) & \zeta) (-19)-(+14) & \eta) (+11)-(+11). \end{array}$$

28) Να υπολογίσετε τις παρακάτω διαφορές:

$$\alpha) \left(-\frac{1}{3}\right)-\left(+\frac{1}{6}\right) \quad \beta) \left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{2}{5}\right) \quad \gamma) 0-\left(+4\frac{2}{5}\right) \quad \delta) \left(-\frac{1}{9}\right)-\left(+\frac{2}{18}\right).$$

29) Από ποιόν αριθμό πρέπει να αφαιρέσουμε:

- α) το -17, για να προκύψει διαφορά -5;
- β) το -7, για να προκύψει διαφορά +12;
- γ) το +3, για να προκύψει διαφορά -14;
- δ) το -6, για να προκύψει διαφορά 0;

30) Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\begin{array}{l} \alpha) \chi+(-50) = -12 \\ \beta) |\chi| +(-2) = 4 \\ \gamma) \chi+\left(+\frac{1}{2}\right)=+\frac{3}{4}. \end{array}$$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ (Α' Γυμνασίου)

- 1) Ποιοί είναι οι φυσικοί αριθμοί και πώς συμβολίζεται το σύνολο των φυσικών αριθμών;
- 2) Τί κάνουμε για να βρούμε τον επόμενο ενός φυσικού αριθμού; Να γράψετε ένα παράδειγμα.
- 3) α) Ποιοι από τους αριθμούς 6, 7, 28, 39, 43, 56, 77, 92, 122, 965 είναι άρτιοι (ζυγοί) και ποιοι είναι περιττοί (μονοί);
β) Μπορεί ο αριθμός 817 με εναλλαγή των ψηφίων του να γίνει άρτιος;
- 4) Για να είναι ένας τριψήφιος αριθμός άρτιος πρέπει να είναι όλα τα ψηφία του άρτιοι αριθμοί; (Παράδειγμα)
- 5) Από ποιά μέρη αποτελείται ένας δεκαδικός αριθμός; Να γράψετε ένα παράδειγμα.
- 6) α) Αν είναι $4\chi=\psi$, πώς συμπληρώνονται οι τελείες στην ισότητα $\dots + \dots + \dots + \dots = \psi$;
β) Πώς συμπληρώνονται οι ισότητες:
$$\alpha+\alpha=\dots \quad 1^*\alpha=\dots \quad 0^*\chi=\dots \quad \alpha+\alpha+\alpha=\dots \quad \chi-\dots=\chi \quad \chi-\chi=\dots \quad \chi-\dots=0 \quad \chi:\chi=\dots \quad \chi:1=\dots \quad 0:\chi=\dots$$
- 7) Τί ονομάζουμε πολλαπλάσια ενός αριθμού α; Να γράψετε ένα παράδειγμα.
- 8) Τί ονομάζουμε κοινά πολλαπλάσια και τι ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών; (Παράδειγμα)
- 9) Τί λέγεται νιοστή δύναμη του αριθμού α; Πώς συμβολίζεται;
- 10) Τί σημαίνει "τετράγωνο του α" και τί "κύβος του α";
- 11) α) Τί λέγεται τέλεια διαιρεση και πώς ονομάζονται τα στοιχεία αυτής;
β) Αν σε μια τέλεια διαιρεση είναι: Διαιρετέος το α, διαιρέτης το β, πηλίκο το γ και υπόλοιπο δ. Ποιός από τους αριθμούς αυτούς πρέπει να είναι μηδέν και ποιός όχι;
- 12) α) Πότε ένας φυσικός αριθμός λέγεται πρώτος και πότε σύνθετος; Δώστε μερικά παραδείγματα πρώτων και σύνθετων αριθμών.
β) Μπορεί ένας πρώτος αριθμός (εκτός από το 2) να είναι άρτιος;
- 13) Τί είναι ευκλείδεια διαιρεση;
- 14) α) Αν σε μία αφαίρεση ο μειωτέος ισούται με τον αφαιρετέο, με τι θα ισούται η διαφορά;
β) Αν σε μία διαιρεση ο διαιρετέος ισούται με τον διαιρέτη (και δεν είναι μηδέν), με τι θα ισούται το πηλίκο;
- 15) I) Γιατί είναι λάθος οι παρακάτω πράξεις;
I) $4+5*6=9*6=54$ II) $3*4^2=12^2=144$ III) $3*9-1=3*8=24$ IV) $48:12+10^3=48:12+1000=48+1012=1060$
II) Οι παρακάτω αριθμοί γιατί δεν είναι στην τυποποιημένη μορφή;
α) $10*10^9$ β) $0,48*10^5$ γ) $29,8*10^8$
III) Ισχύουν οι ισότητες; α) $7,8*10=7,8*0,1$ β) $9:100=9*0,01$ γ) $6*1000=60000:100$.
- 16) Τί ονομάζουμε όρους ενός κλάσματος;
- 17) Σε ένα κλάσμα μπορεί α) Ο αριθμητής να είναι μηδέν; β) Ο παρονομαστής να είναι μηδέν;
- 18) Ποιά κλάσματα λέγονται ομώνυμα και ποιά λέγονται ετερώνυμα; (Παραδείγματα).
- 19) Ποιά από τις τέσσερις πράξεις εκφράζει ένα κλάσμα;
- 20) α) Πότε ένα κλάσμα ισούται με τη μονάδα και πότε με το μηδέν;
β) Με ποιό τρόπο ένας φυσικός αριθμός μπορεί να γραφτεί σαν κλάσμα;
- 21) Ποιό κλάσμα είναι μεγαλύτερο το $\frac{7}{7}$, το $\frac{5}{5}$ ή η μονάδα;
- 22) α) Ποιά κλάσματα λέγονται ισοδύναμα ή ίσα; (Παραδείγματα)
β) Αν τα κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ είναι ίσα, ποιά σχέση ισχύει για τους αριθμούς α,β,γ,δ;
- 23) Πώς μπορούμε από ένα κλάσμα να βρούμε άλλα κλάσματα που να είναι ισοδύναμα με αυτό; (Παραδείγματα)
- 24) Τί λέγεται απλοποίηση ενός κλάσματος και πώς απλοποιούμε ένα κλάσμα; (Παράδειγμα)
- 25) Υπάρχουν ετερώνυμα κλάσματα τα οποία να είναι ισοδύναμα; (Να γίνει δικαιολόγηση με παράδειγμα).
- 26) Πώς μπορούμε (χωρίς να γίνουν ομώνυμα) να εξετάσουμε αν δύο ετερώνυμα κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ είναι ίσα;
- 27) Να δώσετε παράδειγμα με το οποίο να φαίνεται ότι η ισότητα $\frac{\alpha+\gamma}{\beta+\gamma} = \frac{\alpha}{\beta}$ δεν είναι σωστή.
- 28) α) Ποιός αριθμός λέγεται μεικτός;
β) Πώς μετατρέπεται ο μεικτός αριθμός $\alpha \frac{\beta}{\gamma}$ σε κλάσμα;
- 29) α) Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίστροφοι; (Παράδειγμα)
β) Ποιός αριθμός ισούται με τον αντίστροφό του και γιατί;
- 30) α) Πώς βρίσκουμε το γινόμενο δύο κλασμάτων;
β) Πώς βρίσκουμε τα $\frac{\lambda}{\nu}$ ενός αριθμού α;
- 31) α) Ποιό κλάσμα λέγεται σύνθετο κλάσμα; (Παράδειγμα)
β) Πώς μετατρέπουμε ένα σύνθετο κλάσμα σε απλό; (Παράδειγμα).
- 32) Πώς θα βρούμε τα $\frac{\kappa}{\lambda}$ του κλάσματος $\frac{\alpha}{\beta}$;

- 33) α) Ποιά κλάσματα λέγονται δεκαδικά κλάσματα; (Παραδείγματα).
 β) Πώς μπορούμε να γράψουμε ένα δεκαδικό κλάσμα σαν δεκαδικό αριθμό; (Παράδειγμα).
- 34) α)Τί λέγεται διατεταγμένο ζεύγος αριθμών;
 β)Πώς προσδιορίζεται ένα σημείο στο επίπεδο;
 γ) Ποιό σημείο του επιπέδου παριστάνει το ζεύγος (0,0);
- 35) Τί είναι το τετραγωνικό μέτρο και πως το συμβολίζουμε;
- 36) Πώς βρίσκουμε το εμβαδό α)ενός ορθογωνίου παραλληλογράμου;
 β)ενός τετραγώνου;
- 37) Τί λέγεται δύγκος ενός στερεού σώματος και από τί εξαρτάται ο αριθμός που εκφράζει τον όγκο του;
- 38) Τί είναι το κυβικό μέτρο και πως το συμβολίζουμε;
- 39) Πώς βρίσκουμε τον όγκο α)ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου;
 β)ενός κύβου;
- 40) Αν διπλασιάσουμε την ακμή ενός κύβου, ποιά μεταβολή γίνεται στον όγκο του;
- 41) Πότε δύο ποσά χ και ψ λέγονται ανάλογα;
- 42) Αν δύο ποσά χ και ψ συνδέονται με την σχέση $\psi=2\chi+1$ είναι ανάλογα;
- 43) Τί ονομάζουμε κλίμακα ενός χάρτη;
- 44) Ποιοι αριθμοί λέγονται αρνητικοί και ποια ανάγκη μας οδήγησε να τους εισάγουμε στα Μαθηματικά;
- 45) Πότε δύο ή περισσότεροι μη μηδενικοί ρητοί αριθμοί λέγονται ομόδημοι;
- 46) Πότε δύο μη μηδενικοί ρητοί αριθμοί λέγονται ετερόσημοι;
- 47) Ποια ευθεία ονομάζεται άξονας και τι παριστάνει αυτός; Τι ονομάζεται θετικός και τι αρνητικός ημιάξονας;
- 48) α) Τί ονομάζουμε απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού και πώς την συμβολίζουμε;
 β) Ποια είναι (i) η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού α;
 (ii) η απόλυτη τιμή του μηδενός;
- 49) α) Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίθετοι;
 β) Ποιά ιδιότητα έχουν δύο αντίθετοι αριθμοί πάνω στον άξονα;
 γ) Αν χ είναι ένας ρητός αριθμός, πώς συμβολίζουμε:
 (i) τον αντίθετο του χ;
 (ii) τον αντίθετο του αντίθετου του χ;
- 50) Αν α είναι ένας ρητός αριθμός, τότε ο $-a$ είναι πάντοτε αρνητικός; (δώστε ένα παράδειγμα).
- 51) Πώς συγκρίνουμε δύο ρητούς αριθμούς
 α) με την βοήθεια του άξονα;
 β) με την βοήθεια των απόλυτων τιμών τους;
- 52) Αν χ και ψ είναι δύο ρητοί αριθμοί, τότε το άθροισμά τους είναι πάντοτε θετικός αριθμός;
 (δώστε ένα παράδειγμα).
- 53) Ποιά σχήματα ονομάζονται επίπεδα και ποια στερεά; Δώστε από ένα παράδειγμα.
- 54) Πόσες έδρες και πόσες κορυφές έχει μία πυραμίδα με βάση τετράγωνο; (να κάνετε σχήμα)
- 55) Πώς μπορούμε από ένα ευθύγραμμο τμήμα AB να κατασκευάσουμε με την βοήθεια ενός χάρακα
 (α) μία ευθεία;
 (β) μία ημιευθεία με αρχή το A;
- 56) Πώς μπορούμε από μία ευθεία ε να κατασκευάσουμε δύο αντικείμενες ημιευθείες; (να κάνετε σχήμα).
- 57) Τι ονομάζουμε απόσταση δύο σημείων και τι μέσο ευθύγραμμου τμήματος;
- 58) Αν A και B είναι τα άκρα ενός ευθύγραμμου τμήματος, τί συμβολίζουμε με το σύμβολο AB;
- 59) Πότε δύο ευθείες e_1 και e_2 ενός επιπέδου είναι παράλληλες και πώς το συμβολίζουμε αυτό;
- 60) Παίρνουμε μία ευθεία και ένα σημείο που δεν ανήκει στην ευθεία.
 Τι ονομάζουμε απόσταση του σημείου αυτού από την ευθεία; (να κάνετε σχήμα).
- 61) Τι ονομάζουμε ύψος ενός τριγώνου; Πόσα ύψη έχει ένα τρίγωνο;
- 62) Τι ονομάζουμε απόσταση δύο παράλληλων ευθειών e_1 και e_2 ; (να κάνετε σχήμα).
- 63) Δίνεται ένα σημείο O του επιπέδου και ένας θετικός αριθμός ρ.
 (α) Τι ονομάζουμε κύκλο κέντρου O και ακτίνας ρ; Πώς τον συμβολίζουμε;
 (β) Τι ονομάζουμε κυκλικό δίσκο κέντρου O και ακτίνας ρ;
- 64) Τι ονομάζουμε χορδή και τι διάμετρο ενός κύκλου; (να κάνετε σχήμα).
- 65) Πόση είναι η διάμετρος του κύκλου (K , 7cm) ;
- 66) Δίνεται κύκλος (O,ρ) και σημείο M του κύκλου. Πώς σχεδιάζουμε (με κανόνα και διαβήτη) την εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο M;
- 67) Τι ονομάζουμε μεσοκάθετο ενός ευθύγραμμου τμήματος;
- Ποιά είναι η χαρακτηριστική ιδιότητα των σημείων της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος;
- 68) Ποιό τρίγωνο ονομάζεται ισοσκελές και ποιο ισόπλευρο;
 Ποια ιδιότητα χαρακτηρίζει τις γωνίες ενός ισόπλευρου τριγώνου;
- 69) Ποια γωνία ονομάζεται:
 α) ορθή,
 β) ευθεία,
 γ) οξεία;

- 70) Τί ονομάζουμε διχοτόμο μιας γωνίας;
- 71) Πότε δύο γωνίες $A\hat{O}B$ και $B\hat{O}G$ ονομάζονται εφεξής; Να κάνετε ένα σχήμα.
- 72) α) Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές;
β) Πότε δύο παραπληρωματικές γωνίες είναι ίσες;
- 73) Έστω δύο γωνίες \hat{A} και \hat{B} .
α) Τι ονομάζουμε άθροισμα των γωνιών αυτών;
β) Πότε το άθροισμα δύο εφεξής γωνιών είναι ευθεία γωνία;
- 74) α) Πότε δύο γωνίες ονομάζονται κατακορυφήν;
β) Ποιά είναι η χαρακτηριστική ιδιότητα δύο κατακορυφήν γωνιών;
γ) Οι κατακορυφήν γωνίες είναι εφεξής; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- 75) α) Πόσες μοίρες είναι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου;
β) Πόσες μοίρες είναι καθεμιά από τις γωνίες ενός ισόπλευρου τριγώνου;
- 76) Πότε δύο σχήματα λέμε ότι είναι ίσα (συμπτώσιμα);
- 77) Μπορούμε να κατασκευάσουμε τρίγωνο με πλευρές 3cm, 4cm και 5cm; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- 78) Ποιό τετράπλευρο ονομάζεται παραλληλόγραμμο; Ποιές οι βασικές ιδιότητες ενός παραλληλογράμμου;
- 79) Δύο τρίγωνα που έχουν τα ίδια εμβαδά, είναι ίσα; Να δικαιολογήσετε την απάντηση σας.

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Α' ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ 1ο**A. 1.**

Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις:

- α. Ομώνυμα λέγονται τα κλάσματα που έχουν τον ίδιο
- β. Όταν δύο κλάσματα είναι ομώνυμα μεγαλύτερο είναι αυτό που έχει
- γ. Αντίστροφοι λέγονται δύο αριθμοί που έχουν
- δ. Ισοδύναμα λέγονται τα κλάσματα που εκφράζουν

Μονάδες 8

A. 2.

Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή πρόταση.

- α. Ένα κλάσμα είναι μεγαλύτερο του 1 όταν ο αριθμητής του είναι πιο μικρός από τον παρονομαστή του.
- β. Όλοι οι αριθμοί έχουν αντίστροφο.
- γ. Ο αντίστροφος του 1 είναι το 1.
- δ. Παρονομαστής ενός κλάσματος μπορεί να είναι οποιοσδήποτε φυσικός αριθμός.

Μονάδες 3

B. 1.

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- α. Το κλάσμα $\frac{3}{5}$ είναι ίσο με τον αριθμό 0,6.

β. Το πηλίκο της διαίρεσης $1:3$ είναι το κλάσμα $\frac{1}{3}$.

γ. Το 30% είναι το κλάσμα $\frac{1}{3}$.

δ. Αν ο αριθμός x αυξηθεί κατά 20% θα γίνει $1,2x$

Μονάδες 8

B. 2.

Αν α, β είναι αντίστροφοι αριθμοί να βρείτε την τιμή των παραστάσεων: $A = (\alpha\beta)^{2003} + 2003$

$$\text{και } B = \alpha(\beta + \frac{1}{\alpha})$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2ο

α. Να βρείτε ένα κλάσμα πιο μεγάλο από το $\frac{1}{3}$ που να έχει τον αριθμητή του 1.

Μονάδες 6

β. Να βρείτε ένα κλάσμα πιο μικρό από το 1 που να έχει τον παρονομαστή του 2.

Μονάδες 6

γ. Να συγκρίνεται τα δύο κλάσματα που βρήκατε στα προηγούμενα ερωτήματα.

Μονάδες 5

δ. Να βρείτε το άθροισμα την διαφορά το γινόμενο και το πηλίκο των δύο κλασμάτων που βρήκατε στα προηγούμενα ερωτήματα α και β.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 3°

Για τους αριθμούς α , β ισχύει ότι $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{2}{3}$

α. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\Pi_{\alpha} = \left(\frac{\alpha + \beta}{\beta} \right) - \left(\frac{\beta - \alpha}{\beta} \right)^2$$

Μονάδες 9

β. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις:

- Αν ο αριθμός β είναι ο 6 τότε ο αριθμός α
=
- Αν ο αριθμός β είναι ο 0,3 τότε ο αριθμός
 α =
- Αν ο αριθμός β είναι ο 12 τότε ο αριθμός
 α =
- Αν ο αριθμός β είναι ο $\frac{3}{2}$ τότε ο αριθμός α
=

Μονάδες 16

ΘΕΜΑ 4°

Το βάρος ενός ατόμου ήταν $B_0 = 80$ Kg και υπέστη τρεις διαδοχικές μεταβολές.

Στην πρώτη μεταβολή αυξήθηκε κατά 20% και έγινε B_1 .

Στη δεύτερη μεταβολή το βάρος B_1 μειώθηκε κατά 10% και έγινε B_2 .

Στην τρίτη μεταβολή το βάρος B_2 μειώθηκε και πάλι, και το άτομο επανήλθε στο αρχικό του βάρος B_0 .

α. Να βρείτε το βάρος B_1 .

Μονάδες 8

β. Να βρείτε το βάρος B_2

Μονάδες 7

γ. Να βρείτε την μείωση που έγινε στην τρίτη μεταβολή.

Μονάδες 5

δ) Να υπολογίσετε το ποσοστό μείωσης της τρίτης μεταβολής.

Μονάδες 5

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΑΤΥΜΝΑΣΙΟΥ

ZΗΤΗΜΑ 1^ο:

- 1) Ποιοι αριθμοί λέγονται αντίστροφοι;
- 2) Ποιο κλάσμα λέγεται σύνθετο;
- 3) Ποιο κλάσμα λέγεται ανάγωγο;
- 4) Ποια κλάσματα λέγονται ισοδύναμα ή ίσα;
- 5) Πότε ένα κλάσμα είναι ίσο με τη μονάδα και πότε με το μηδέν;
- 6) Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$\frac{x-2}{3} = 0, \quad \frac{x+23}{40} = 1, \quad \frac{3}{4} = \frac{x}{8}.$$

ZΗΤΗΜΑ 2^ο:

- A. Να γίνουν ομώνυμα τα κλάσματα με παρονομαστή το 100.

$$\frac{2}{5}, \frac{3}{20}, \frac{1}{25}.$$

- B. Να συγκρίνετε τα κλάσματα:

α) $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}$ β) $\frac{5}{7}, \frac{8}{7}$ γ) $\frac{3}{2}, \frac{3}{5}$

ZΗΤΗΜΑ 3^ο:

- A. Να βρείτε τα αθροίσματα:

α) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$, β) $\frac{3}{4} + \frac{1}{6} + \frac{5}{12}$, γ) $\frac{7}{9} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$, δ) $\frac{4}{15} + \frac{1}{5} + \frac{7}{10}$

- B. Να γίνουν οι αφαιρέσεις:

α) $\frac{5}{10} - \frac{5}{15}$, β) $\frac{13}{8} - \frac{15}{20}$, γ) $1 - \frac{12}{16}$

ZΗΤΗΜΑ 4^ο:

Να γίνουν οι πράξεις:

$$\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{3}{35}$$

$$\begin{array}{r} \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \\ \hline \frac{7}{2} + 2 \end{array}$$

$$\left(\frac{7}{25} + \frac{3}{20} + \frac{3}{100} \right) : \frac{2}{25}$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

ΑΣΚΗΣΗ 1

- A. Τι λέγεται εξίσωση και τι λύση ή ρίζα της εξίσωσης;
- B. α)Να βρεθεί αν ο αριθμός 4 είναι λύση της εξίσωσης $x - 4 = 2$.
β)Να βρεθεί αν ο αριθμός 7 είναι λύση της εξίσωσης $3 + x = 10$.
γ)Ποιοι από τους αριθμούς 1,2,4,8 είναι λύσεις της εξίσωσης $2x = 8$.

ΑΣΚΗΣΗ 2

- A. Να γράψετε τις εκφράσεις που ακολουθούν με τη βοήθεια μιας μεταβλητής.
- α)το τριπλάσιο ενός αριθμού
β)στο διπλάσιο ενός αριθμού προσθέτω 6 και βρίσκω 11
γ)οι αριθμοί μικρότεροι του 10
δ)τα τέσσερα πέμπτα ενός αριθμού
ε)το πενταπλάσιο ενός αριθμού είναι μεγαλύτερο του 15.
- B. Αν σήμερα είναι Κυριακή, ποια μέρα θα είναι μετά από α)7 μέρες,
β)16 μέρες, γ)25 μέρες;

ΑΣΚΗΣΗ 3

- A. Ποια είναι η περίμετρος του τετραγώνου;
- B. Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ η πλευρά ΑΒ είναι διπλάσια της πλευράς ΒΓ και η ΑΓ είναι το μισό της ΒΓ. Να βρεθεί η περίμετρός του.

ΑΣΚΗΣΗ 4

- A. Να γράψετε δέκα άρτιους και δέκα περιττούς αριθμούς μεταξύ του 90 και του 200.
- B. Να στρογγυλοποιήσετε τους παρακάτω αριθμούς στην πλησιέστερη εκατοντάδα.
43859, 96735, 987, 1003576, 89, 456, 543, 3457

ΑΣΚΗΣΗ 5

- 1) Ποιοι αριθμοί λέγονται αντίστροφοι;
- 2) Ποιο κλάσμα λέγεται σύνθετο;
- 3) Ποιο κλάσμα λέγεται ανάγωγο;
- 4) Ποια κλάσματα λέγονται ισοδύναμα ή ίσα;
- 5) Πότε ένα κλάσμα είναι ίσο με τη μονάδα και πότε με το μηδέν;
- 6) Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$\frac{x-2}{3} = 0, \quad \frac{x+23}{40} = 1, \quad \frac{3}{4} = \frac{x}{8}.$$

ΑΣΚΗΣΗ 5

A. Να γίνουν ομώνυμα τα κλάσματα με παρονομαστή το 100.

$$\frac{2}{5}, \frac{3}{20}, \frac{1}{25}.$$

B. Να συγκρίνετε τα κλάσματα:

α) $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}$ β) $\frac{5}{7}, \frac{8}{7}$ γ) $\frac{3}{2}, \frac{3}{5}$

ΑΣΚΗΣΗ 6

A. Να βρείτε τα αθροίσματα:

α) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$, β) $\frac{3}{4} + \frac{1}{6} + \frac{5}{12}$, γ) $\frac{7}{9} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$, δ) $\frac{4}{15} + \frac{1}{5} + \frac{7}{10}$

B. Να γίνουν οι αφαιρέσεις:

α) $\frac{5}{10} - \frac{5}{15}$, β) $\frac{13}{8} - \frac{15}{20}$, γ) $1 - \frac{12}{16}$

ΑΣΚΗΣΗ 7

Να γίνουν οι πράξεις:

$$\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{3}{35}$$

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{5}}{\frac{7}{2} + 2}$$

$$\left(\frac{7}{25} + \frac{3}{20} + \frac{3}{100} \right) : \frac{2}{25}$$

Όνοματεπώνυμο:.....

Ημερομηνία:.....

Ερώτηση 1

Σε ένα κλάσμα μπορεί α) Ο αριθμητής να είναι μηδέν;
β) Ο παρονομαστής να είναι μηδέν;

Ερώτηση 2

Ποιο κλάσμα είναι μεγαλύτερο το $\frac{7}{7}$ το $\frac{5}{5}$ ή η μονάδα;

Ερώτηση 3

Τι ονομάζουμε χορδή και τι διάμετρο ενός κύκλου; (να κάνετε σχήμα).

Ερώτηση 4

Πόση είναι η διάμετρος του κύκλου (Κ , 7cm) ;

Ερώτηση 5

Πότε δύο γωνίες ονομάζονται κατακορυφήν; (να κάνετε ένα σχήμα).

Ποιά είναι η χαρακτηριστική ιδιότητα δύο κατακορυφήν γωνιών;

Ερώτηση 6

Πόσες μοίρες είναι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου;

Πόσες μοίρες είναι καθεμιά από τις γωνίες ενός ισόπλευρου τριγώνου;

Ερώτηση 7

Για ποιά τιμή του α τα κλάσματα $\frac{5}{7}$ και $\frac{\alpha}{42}$ είναι ισοδύναμα;

Ερώτηση 8

Να συγκρίνετε τα κλάσματα: α) $\frac{2}{5}, \frac{4}{5}$ β) $\frac{4}{9}, \frac{4}{7}$ γ) $\frac{5}{6}, \frac{7}{8}$

Ερώτηση 9

Να βρεθεί η περίμετρος και το εμβαδό ορθογωνίου που έχει μήκος 0,36m και πλάτος 20cm.

Εργασία για τις διακοπές των Χριστουγέννων στα Μαθηματικά
Τάξη Α' Γυμνασίου

A. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Να γράψετε 8 άρτιους και 8 περιττούς φυσικούς αριθμούς.

ΑΡΤΙΟΙ

ΠΕΡΙΤΤΟΙ

2.

Στις παρακάτω ερωτήσεις επιλέξτε την σωστή απάντηση βάζοντας σε κύκλο το αντίστοιχο γράμμα της απάντησης:

Στη σειρά των αριθμών 1, 3, 6, 10, 15, ποιος είναι ο επόμενος αριθμός;

A. Το 16 B. Το 20 C. Το 21 D. Το 19

Ποιος περιττός αριθμός είναι μεταξύ του 2001 και του 2004 ;

A. Το 2002 B. Το 2003 C. Το 2001 D. Το 2004

Μεταξύ δύο διαδοχικών άρτιων φυσικών αριθμών υπάρχει πάντα....

A. Το 0 B. Ένας άρτιος C. Ένας περιττός D. Το 2

Πόσες ημέρες έχει το δίσεκτο έτος;

A. 364 B. 365 C. 366 D. 360

Ποιος είναι ο 4^{ος} άρτιος μετά το 2;

A. Το 8 B. Το 10 C. Το 5 D. Το 9

3.

Στο διπλάσιο ενός αριθμού προσθέτουμε το 5 και βρίσκουμε 17.

α) Ποια από τις παρακάτω 4 ισότητες περιγράφει με μαθηματικό τρόπο, (εξίσωση),

την παραπάνω πρόταση;

A. $5.2 + \chi = 17$ B. $5 + \chi + 2 = 17$ C. $5\chi + 2 = 17$ D. $2\chi + 5 = 17$

β) Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς επαληθεύει την ισότητα που βρήκατε

A. 7 B. 10 C. 3 D. 6

4.

Με την βοήθεια των μεταβλητών και των πράξεων μεταξύ των αριθμών να γράψετε τις ισότητες ή τις παραστάσεις που προκύπτουν από τις παρακάτω προτάσεις
Σ' έναν αριθμό προσθέτουμε το 2 και στο άθροισμα πολλαπλασιάζουμε το 3

.....
Μειώνουμε έναν αριθμό κατά 8 και βρίσκουμε το μισό του αριθμού .

.....
Πολλαπλασιάζουμε δύο αριθμούς που διαφέρουν κατά 2 μονάδες.

.....
Το τριπλάσιο ενός αριθμού είναι ίσο με το άθροισμα του αριθμού αυτού με το 10

5.



«Σκέψου έναν αριθμό. Στο διπλάσιό του πρόσθεσε το 2. Αυτό που βρήκες πολλαπλασίασε το με το 3 . Αφαίρεσε , από το γινόμενο που βρήκες, το εξαπλάσιο του αριθμού που σκέφτηκες».

«.....Το αποτέλεσμα που βρήκες είναι ...6 !»

Μπορείτε να εξηγήσετε πως μπορούμε να καταλάβουμε το αποτέλεσμα που θα βρει κάποιος , ο οποίος κάνει με το νου του της παραπάνω πράξεις;

Εργασία για τις διακοπές των Χριστουγέννων στα Μαθηματικά
Τάξη Α' Γυμνασίου

6.

Να γράψετε με προτάσεις το νόημα των παρακάτω ισοτήτων ή ανισοτήτων.

5α

$$3\chi - 5$$

$$2\psi + 3 = 11$$

$$(\chi - 2)\chi$$

7.

Συμπληρώστε τις παρακάτω προτάσεις:

$$\text{Αν } \chi + 2 = 3 \text{ τότε } \chi = \dots \dots \dots$$

$$\text{Αν } 5 + \chi = 7 \text{ τότε } \chi = \dots \dots \dots$$

$$\text{Αν } \chi - 9 = 1 \text{ τότε } \chi = \dots \dots \dots$$

$$\text{Αν } 7 - \chi = 5 \text{ τότε } \chi = \dots \dots \dots$$

8.

Αν $\alpha = 15$, $\beta = 2$, $\gamma = 1,5$ να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = \alpha + \beta + \gamma$$

$$B = \alpha - \beta - \gamma$$

$$\Gamma = \beta - \gamma + \alpha$$

9.

Συμπληρώστε τις παρακάτω προτάσεις:

$$\text{Αν } \chi \cdot 3 = 18 \text{ τότε } \chi = \dots \dots \dots$$

$$\text{Αν } 4 \cdot \chi = 15 \text{ τότε } \chi = \dots \dots \dots$$

$$\text{Αν } \chi : 3 = 20 \text{ τότε } \chi = \dots \dots \dots$$

$$\text{Αν } 7 : \chi = 2 \text{ τότε } \chi = \dots \dots \dots$$

10.

Απ' όλα τα ορθογώνια με εμβαδό 36 m^2 και τα οποία έχουν μήκος, πλάτος δύο φυσικούς αριθμούς ποιο έχει την πιο μικρή περίμετρο;

11.

Στην πρώτη στήλη του 1^{ου} πίνακα δίνονται κάποιες δυνάμεις και στη δεύτερη στήλη του τα αποτελέσματά τους. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της πρώτης στήλης με ένα μόνο στοιχείο της δεύτερης στήλης του 1^{ου} πίνακα συμπληρώνοντας τον δεύτερο πίνακα.

1^{ος} ΠΙΝΑΚΑΣ

A. 2^3	1. 81
B. 3^4	2. 5
Γ. 1^5	3. 8
Δ. 5^2	4. 25
Ε. 4^3	5. 1
	6. 64

2^{ος} ΠΙΝΑΚΑΣ

A	B	Γ	Δ	E

Εργασία για τις διακοπές των Χριστουγέννων στα Μαθηματικά
Τάξη Α' Γυμνασίου

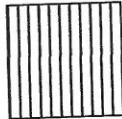
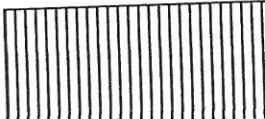
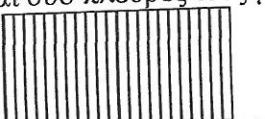
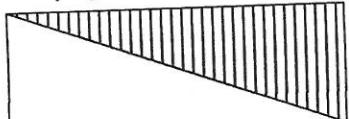
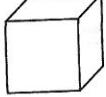
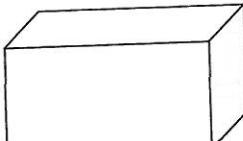
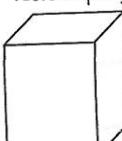
12.

Υπολογίστε την τιμή της παρακάτω αριθμητικής παράστασης
 όταν $\alpha = 4$, $\beta = 3$, $\gamma = 10$

$$\Pi = \alpha^3 + \beta^3 + 2\gamma^3 - (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta) + 3$$

13.

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

ΣΧΗΜΑ	ΕΜΒΑΔΟ	ΟΓΚΟΣ
Τετράγωνο με πλευρά μήκους 2,5 cm 	E =	
Ορθογώνιο με διαστάσεις 3dm και 60cm 	E =	
Ορθογώνιο με δύο πλευρές ίσες με $\alpha = 5\text{cm}$ και δύο πλευρές ίσες με 2α 	E =	
Ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές 30mm και 0,05 m 	E =	
Κύβος με ακμή μήκους $a=2\text{dm}$ 	E =	V =
Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις $\alpha=3\text{cm}$, $\beta=0,5\text{dm}$, $\gamma=0,07\text{m}$ 	E =	V =
Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με βάση τετράγωνο πλευράς $a=5\text{ cm}$ και ύψος $2a$ 	E =	V =

Εργασία για τις διακοπές των Χριστουγέννων στα Μαθηματικά
Τάξη Α' Γυμνασίου

B. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1.

Σε μια Βαλκανική συνάντηση Νέων συμμετείχαν 199 παιδιά από 9 διαφορετικές χώρες. Να δικαιολογήσετε το γεγονός ότι τουλάχιστον μία χώρα είχε στην αποστολή της 12 τουλάχιστον παιδιά του ίδιου φύλλου. (Ε.Μ.Ε. – ΘΑΛΗΣ 2000 – 2001)

2.

Ένα ορθογώνιο έχει εμβαδόν 5 m^2 . Να βρείτε το εμβαδόν ενός άλλου ορθογωνίου που η μία διάστασή του είναι τετραπλάσια της μιας διάστασης που έχει το πρώτο και η άλλη τριπλάσια της άλλης διάστασης του πρώτου.

3.

Δύο πόλεις Α και Β απέχουν μεταξύ τους 300 χιλιόμετρα. Ένα αυτοκίνητο ξεκινάει από την πόλη Α με προορισμό την πόλη Β. Το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα 90 χιλιομέτρων την ώρα.

Θεωρούμε τον δρόμο που συνδέει τις δύο πόλεις ευθεία.

α) Να κάνετε έναν άξονα ώστε η πόλη Α να είναι η αρχή του. Μονάδα του άξονα να

θεωρήσετε τα 30 χιλιόμετρα. Πάνω στον άξονα να τοποθετήσετε την πόλη Β.

β) Να σημειώσετε πάνω στον άξονα τις θέσεις του αυτοκινήτου κάθε μία ώρα.

γ) Να υπολογίσετε με την βοήθεια του άξονα το χρόνο στον οποίο το αυτοκίνητο θα φτάσει στον προορισμό του.

4.

Έχουμε 5 κύβους ακμής 3 cm.

Να εξετάσετε αν αυτοί χωρούν σε ένα κοντί σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 9 cm, 5cm, 3 cm.

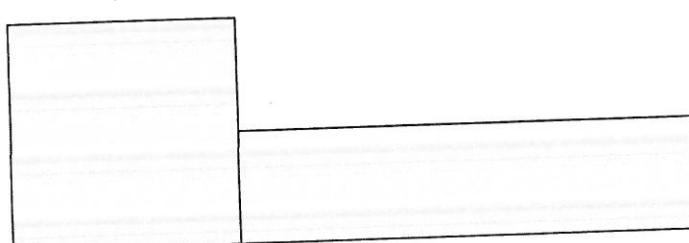
5.

Το παρακάτω σχήμα αποτελείται από ένα τετράγωνο και ένα ορθογώνιο.

Το τετράγωνο και το ορθογώνιο έχουν το ίδιο εμβαδό, ενώ η μια πλευρά του

ορθογωνίου είναι ίση με το μισό της πλευράς του τετραγώνου.

Αν το εμβαδό του σχήματος είναι $0,18 \text{ dm}^2$, να υπολογίσετε την περίμετρό του σε cm.



6.

Το άθροισμα των ψηφίων ενός διψήφιου αριθμού είναι 11.

Να υπολογίσετε το άθροισμα αυτού του διψήφιου και του διψήφιου που προκύπτει, από αυτόν, αν αλλάζουμε την θέση των ψηφίων του.

7.

Κάποιος μαθητής έχει υπολογίσει ότι το 2016 θα έχει διπλάσια ηλικία από αυτή που έχει το 2003. Να υπολογίσετε το έτος της γέννησής του.

**ΘΕΜΑΤΑ & ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΘΕΜΑ 1.

α) Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες.

- $\alpha + 0 = \dots$
- $\alpha - \alpha = \dots$
- $0 \cdot \alpha = \dots$
- $\alpha \cdot 1 = \dots$
- $\alpha : \alpha = \dots$
- $0 : \alpha = \dots$

Το α είναι ένας αριθμός διαφορετικός του 0.

β) Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

- Η παράσταση $\alpha + \alpha + \alpha$ είναι ίση με:

A: α^3 B: 3α C: α D: 0

- Η παράσταση $\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha$ είναι ίση με:

A: α^3 B: 3α C: 1 D: α

- Για να πολλαπλασιάσουμε έναν αριθμό με το 0,01 μεταφέρουμε την υποδιαστολή του:

A: προς τα δεξιά 2 θέσεις B: προς τα αριστερά 1 θέση

C: προς τα δεξιά 1 θέση D: προς τα αριστερά 2 θέσεις

- Για να πολλαπλασιάσουμε έναν αριθμό με το 100 μεταφέρουμε την υποδιαστολή του:

A: προς τα δεξιά 2 θέσεις B: προς τα αριστερά 1 θέση

C: προς τα δεξιά 1 θέση D: προς τα αριστερά 2 θέσεις

ΘΕΜΑ 2.

α) Αν α ένας αριθμός πως ονομάζεται το γινόμενο ααα...α (ν παράγοντες);

β) Να αντιστοιχήσετε κάθε στοιχείο της α' στήλης του παρακάτω πίνακα με ένα στοιχείο της β' στήλης του συμπληρώνοντας τον 2^o πίνακα.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1. α^2	α: κύβος του α
2. α^3	β: τετράγωνο του α
3. α^4	γ: τέταρτη δύναμη του α

1	2	3

γ) Να συμπληρώσετε τις δυνάμεις του 10:

- $10^1 = \dots$
- $10^2 = \dots$
- $10^6 = \dots$
- $10^3 = \dots$
- $10^4 = \dots$
- $10^8 = \dots$

ΘΕΜΑ 3.

- α) Να συμπληρώσετε τις ισότητες:
- $\alpha(\beta+\gamma)=\dots\dots$
 - $\alpha\beta-\alpha\gamma=\dots\dots$
 - $\alpha\beta+\alpha\gamma=\dots\dots$
 - $\alpha(\beta-\gamma)=\dots\dots$

Ποια ιδιότητα αποτελούν αυτές οι 4 ισότητες;

ΘΕΜΑ 4.

- α) Στην ισότητα $\alpha:\beta=\gamma$
 Διαιρετέος είναι ο αριθμός
 Διαιρέτης είναι ο αριθμός
 Πηλίκο είναι ο αριθμός.....
- β) Στην διαίρεση ποιος αριθμός δεν πρέπει να είναι 0;
 Ο διαιρετέος, Ο διαιρέτης, ή Το πηλίκο ;
- γ) Ποια διαίρεση ονομάζεται ευκλείδεια;

ΘΕΜΑ 5.

- α) Ποιοι αριθμοί ονομάζονται πρώτοι; Ποιος είναι ο μοναδικός άρτιος που είναι πρώτος;
- β) Να γράψετε τα κριτήρια διαιρετότητας;
- γ) Είναι σωστό ή λάθος;
- Κάθε πολλαπλάσιο ενός φυσικού αριθμού διαιρεί αυτό τον αριθμό
 - Ένας φυσικός αριθμός που διαιρεί δυο άλλους αριθμούς θα διαιρεί και το άθροισμα τους και τη διαφορά τους και το γινόμενο τους.
 - Όλοι οι φυσικοί αριθμοί αναλύονται σε γινόμενο πρώτων αριθμών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3**ΘΕΜΑ 6.**

- α) Στο κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$ ποιος είναι ο αριθμητής του και ποιος ο παρανομαστής του;
- β) Πότε δυο κλάσματα ονομάζονται ομώνυμα;
- γ) Πότε δυο κλάσματα ονομάζονται ισοδύναμα;
- δ) Δυο ομώνυμα κλάσματα είναι ισοδύναμα; Δυο ισοδύναμα κλάσματα είναι ομώνυμα;

ΘΕΜΑ 7.

- α) Πότε ένα κλάσμα είναι μικρότερο του 1;
- β) Αν για του φυσικούς αριθμούς α, β ισχύει $\alpha < \beta$
- i) να διατάξετε από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο τα κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha}, \frac{\alpha}{\alpha}$
 - ii) να διατάξετε από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο τα κλάσματα $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$.

ΘΕΜΑ 8.

α) Ποια πράξη παριστάνει το κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$;

β) Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

- $\frac{a}{1} = \dots$
- $\frac{0}{a} = \dots$
- $\frac{a}{a} = \dots$
- $\frac{\lambda \cdot \alpha}{\alpha} = \dots$

γ) Στην ισότητα κλασμάτων: $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ κάνοντας χιαστί ποια από τις παρακάτω

ισότητες προκύπτει;

A: $\alpha\delta = \beta\gamma$

B: $\alpha\gamma = \beta\delta$

Γ: $\alpha\beta = \gamma\delta$

ΘΕΜΑ 9.

α) Πως βρίσκουμε τα $\frac{\lambda}{\nu}$ ενός αριθμού α ;

β) Ποιο κλάσμα παριστάνει το σύμβιολο $\alpha\%$;

γ) Πως θα υπολογίσουμε το $\lambda\%$ του α ;

ΘΕΜΑ 10.

α) Ποιοι αριθμοί λέγονται αντίστροφοι;

β) Έχουν όλοι οι αριθμοί αντίστροφο;

γ) Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις:

- Ο αντίστροφος του κλάσματος $\frac{\alpha}{\beta}$ είναι :.....
- Ο αντίστροφος του α είναι :.....
- Ο αντίστροφος του $\frac{1}{\alpha}$ είναι :.....

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6**ΘΕΜΑ 11.**

- α) Ποιο τρίγωνο λέγεται ισοσκελές;
 β) Ποιες γωνίες του ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες;
 γ) Ποιο τρίγωνο λέγεται ισόπλευρο;
 δ) Τι γνωρίζετε για τις γωνίες του ισόπλευρου τριγώνου;

ΘΕΜΑ 12.

- α) Στην πρώτη στήλη του παρακάτω πίνακα δίνονται κάποιες γωνίες και στη δεύτερη τα χαρακτηριστικά τους. Να αντιστοιχήσετε κάθε στοιχείο της α' στήλης του με ένα στοιχείο της β' στήλης του συμπληρώνοντας τον 2^o πίνακα.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
A. Ορθή γωνία	α. Οι πλευρές της είναι αντικείμενες ημιευθείες
B. Ευθεία γωνία	β. Οι πλευρές της συμπίπτουν
Γ. Πλήρης γωνία	γ. Οι πλευρές της είναι κάθετες
Δ. Αμβλεία γωνία	δ. Γωνία μικρότερη της ορθής
Ε. Οξεία γωνία	ε. Γωνία μεγαλύτερη της ορθής

A	B	Γ	Δ	Ε

- β) Να αντιστοιχήσετε κάθε γωνία της α' στήλης του παρακάτω πίνακα με το μέτρο της που βρίσκεται στην β' στήλη συμπληρώνοντας τον 2^o πίνακα.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
A. Ορθή γωνία	α. 0°
B. Ευθεία γωνία	β. 1°
Γ. Πλήρης γωνία	γ. 360°
Δ. Μηδενική γωνία	δ. 90°
	ε. 180°

A	B	Γ	Δ

- γ) Τι ονομάζουμε διχοτόμο μιας γωνίας;

ΘΕΜΑ 13.

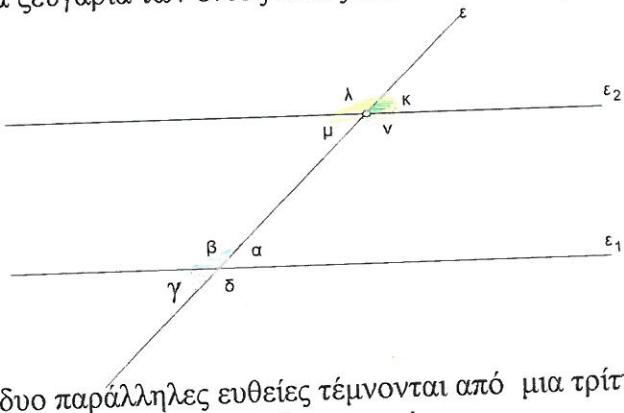
- α) Ποιες γωνίες λέγονται εφεξής; Να σχεδιάσετε δυο εφεξής γωνίες.
 β) Ποιες γωνίες λέγονται παραπληρωματικές; Να σχεδιάσετε δυο εφεξής και παραπληρωματικές γωνίες.
 γ) Ποιες γωνίες λέγονται συμπληρωματικές; Να σχεδιάσετε δυο εφεξής και συμπληρωματικές γωνίες.

ΘΕΜΑ 14.

- α) Ποιες γωνίες λέγονται κατακορυφήν;
 β) Να δικαιολογήσετε ότι δύο κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες.

ΘΕΜΑ 15.

- α) Στο παρακάτω σχήμα να γράψετε:
- Τα ζευγάρια των εντός εναλλάξ γωνιών.
 - Τα ζευγάρια των εντός και επί τα αυτά γωνιών.
 - Τα ζευγάρια των εκτός εκτός και επί τα αυτά γωνιών.



- β) Όταν δύο παράλληλες ευθείες τέμνονται από μια τρίτη τότε ποιες από τις από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

- Π₁: Οι εντός εναλλάξ γωνίες είναι παραπληρωματικές.
 Π₂: Οι εντός και επί τα αυτά γωνίες είναι παραπληρωματικές.
 Π₃: Οι εντός εναλλάξ γωνίες είναι ίσες.
 Π₄: Οι εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες είναι ίσες.
 Π₅: Οι εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες είναι παραπληρωματικές.

ΘΕΜΑ 16.

- α) Συμπληρώστε τις προτάσεις:
- Π₁: Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι ίσο με
 Π₂: Ορθογώνιο λέγεται το τρίγωνο που έχει
 Π₃: Αμβλυγώνιο λέγεται το τρίγωνο που έχει
 Π₄: Οξυγώνιο λέγεται το τρίγωνο που έχει

- β) Μπορεί ένα τρίγωνο να έχει δύο ορθές γωνίες ή δύο αμβλείες γωνίες;
 Δικαιολογήστε την απάντηση σας.
 γ) Να δικαιολογήσετε ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180° .

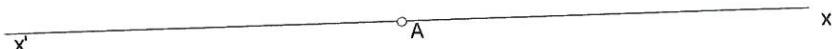
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5**Ερώτηση 1:**

Τι ονομάζουμε αντικείμενες ημιευθείες; Να κάνετε 2 αντικείμενες ημιευθείες.

Απάντηση:

Αντικείμενες ημιευθείες λέγονται οι ημιευθείες οι οποίες:

- Έχουν κοινή αρχή
- Βρίσκονται στην ίδια ευθεία
- Δεν έχουν άλλο κοινό σημείο



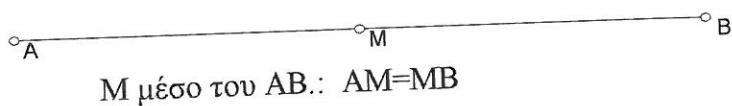
Ax' , Ax αντικείμενες ημιευθείες

Ερώτηση 2:

Τι ονομάζουμε μέσο ενός ευθύγραμμου τμήματος;

Απάντηση:

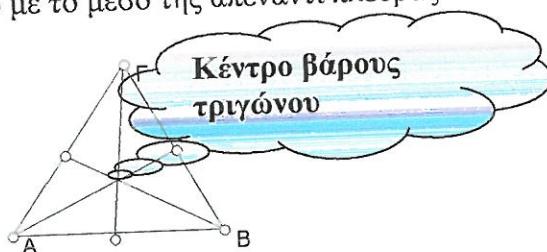
Μέσο ευθύγραμμου τμήματος ονομάζουμε το σημείο του, που το χωρίζει σε δύο ίσα ευθύγραμμα τμήματα.

**Ερώτηση 3:**

Τι ονομάζουμε διάμεσο ενός τριγώνου;

Απάντηση:

Διάμεσο ενός τριγώνου ονομάζουμε το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει την κορυφή ενός τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς.

**Ερώτηση 4:**

Ποιες ευθείες λέγονται παράλληλες;

Απάντηση:

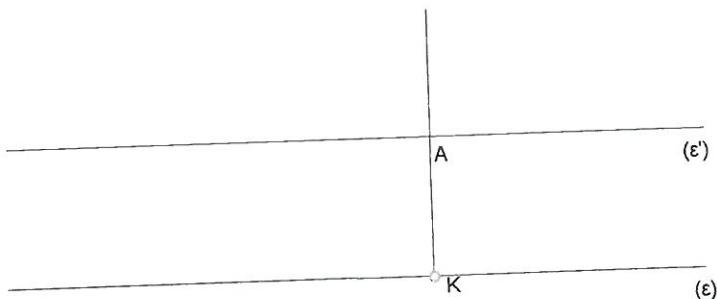
Παράλληλες λέγονται οι ευθείες που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και δεν τέμνονται.

Ερώτηση 5:

Από 1 σημείο που βρίσκεται εκτός ευθείας (ε) πόσες παράλληλες ευθείες μπορούμε να κάνουμε προς την ευθεία ε ;

Απάντηση:

Μπορούμε να φέρουμε μόνο μία (1) ευθεία με τον εξής τρόπο:



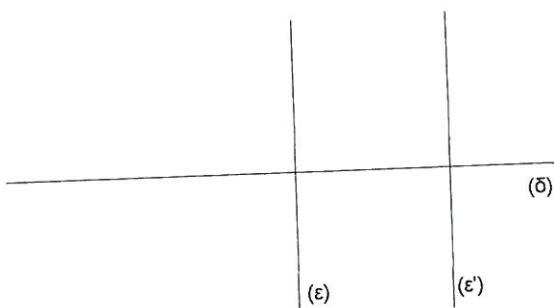
- Από το Α φέρνουμε κάθετο στην (ε) την AK.
- Στην AK κάνουμε κάθετη στο σημείο A την (ε').
- Η ($\varepsilon')$ // (ε).

Ερώτηση 6:

Αν (ε), (ε') είναι 2 ευθείες κάθετες σε μία ευθεία (δ) τότε ποια θα είναι η σχετική τους θέση;

Απάντηση:

Θα είναι μεταξύ τους παράλληλες.

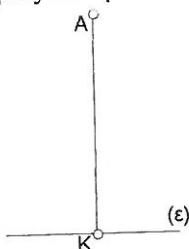


Ερώτηση 7:

Τι ονομάζουμε απόσταση ενός σημείου από μια ευθεία;

Απάντηση:

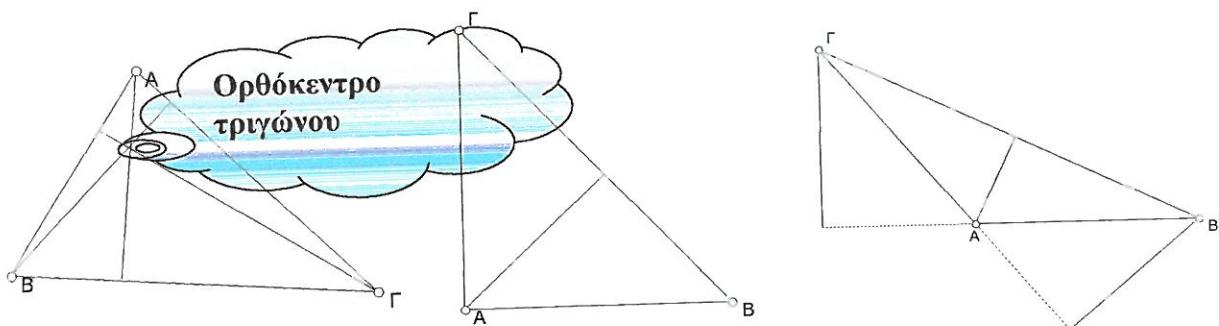
Ονομάζουμε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει το σημείο με την ευθεία και είναι κάθετο προς αυτή.

**Ερώτηση 8:**

Τι ονομάζουμε ύψος ενός τριγώνου; Πόσα ύψη έχει ένα τρίγωνο; Πώς λέγεται το σημείο που τα ενώνει; Να κάνετε τα ύψη στα παρακάτω τρίγωνα.

Απάντηση:

Υψος ενός τριγώνου ονομάζουμε την απόσταση μιας κορυφής του τριγώνου από την απέναντι πλευρά. Το τρίγωνο έχει τρία (3) ύψη και το σημείο που τα ενώνει λέγεται ορθόκεντρο.

**Ερώτηση 9:**

Τι ονομάζουμε κύκλο με κέντρο Ο και ακτίνα ρ;

Απάντηση:

Είναι το σύνολο των σημείων του επιπέδου απέχουν από το Ο απόσταση ίση με ρ.

Ερώτηση 10:

Τι ονομάζουμε κυκλικό δίσκο με κέντρο Ο και ακτίνα ρ;

Απάντηση:

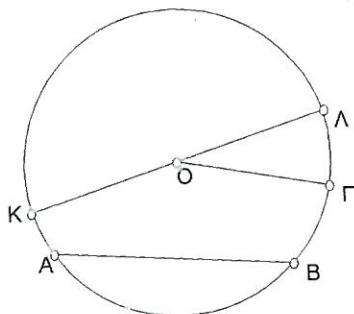
Ονομάζουμε το τμήμα του επιπέδου που περικλείει ο κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα ρ μαζί με τον κύκλο.

Ερώτηση 11:

Τι ονομάζουμε χορδή ενός κύκλου και τι διάμετρο;

Απάντηση:

- Χορδή ενός κύκλου ονομάζουμε το ευθύγραμμο τμήμα που έχει τα άκρα του πάνω στον κύκλο.
- Διάμετρος ονομάζεται η χορδή του κύκλου που περνάει από το κέντρο του.



Ερώτηση 12:

Τι ονομάζουμε τόξο ενός κύκλου;

Απάντηση:

Ένα τμήμα του κύκλου.

Ερώτηση 13:

Δίνεται ένας κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα ρ και μια ευθεία (ε). Ποια μπορεί να είναι η θέση της ευθείας προς τον κύκλο; Πως λέγεται αυτή η ευθεία και πότε έχει αυτή τη θέση;

Απάντηση:

- Μια ευθεία μπορεί να τέμνει τον κύκλο σε δύο σημεία, (τέμνουσα τον κύκλον). Αυτό συμβαίνει όταν η απόσταση του Ο από την ευθεία είναι μικρότερη της ακτίνας.
- Μια ευθεία μπορεί να έχει με τον κύκλο ένα μόνο κοινό σημείο, (εφαπτόμενη τον κύκλον). Αυτό συμβαίνει όταν η απόσταση του Ο από την ευθεία είναι ίση της ακτίνας.
- Μπορεί να μην έχει κανένα κοινό σημείο. Αυτό συμβαίνει όταν η απόσταση του Ο από την ευθεία είναι μεγαλύτερη της ακτίνας.

Ερώτηση 14:

Τι ονομάζουμε μεσοκάθετο ενός ευθύγραμμου τμήματος και τι ιδιότητες έχει;

Απάντηση:

Μεσοκάθετο ενός ευθυγράμμου τμήματος ονομάζουμε την κάθετο που περνάει από το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος. Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ισαπέχει από τα άκρα του ευθυγράμμου τμήματος.

