

PEMBAHASAN OSN TINGKAT KOTA/KABUPATEN TAHUN 2019

1. Diketahui $A = \{0,1,2,3,4\}$; a, b, c adalah tiga anggota yang berbeda dari A , dan $(a^b)^c = n$. Nilai maksimum dari n adalah ...
- A. 4096
B. 6561
C. 9561
D. 9651

Pembahasan :

Karena a, b, c berbeda dan $(a^b)^c$ maksimum, maka kita hanya akan memilih 2,3, atau 4. Dan akan terbesar jika $a = 3$, jadi $(3^2)^4 = 6516$

2. Dua akuarium A dan B diisi air sehingga volumenya sama yaitu 64.000 cm^3 . Anto memiliki 30 kelereng kecil dan 20 kelereng besar yang akan dimasukkan ke dalam akuarium tersebut. Ke dalam akuarium A dimasukkan 7 kelereng kecil dan 7 kelereng besar sehingga volum akuarium yang terisi menjadi $64821\frac{1}{3} \text{ cm}^3$. Sedangkan, ke dalam akuarium B dimasukkan 21 kelereng kecil dan 7 kelereng besar sehingga volum akuarium yang terisi menjadi menjadi 64880 cm^3 . Volum seluruh kelereng Anto yang tidak dimasukkan ke akuarium adalah ... cm^3 .
- A. $113\frac{3}{21}$
B. $226\frac{6}{21}$
C. $251\frac{9}{21}$
D. $687\frac{5}{21}$

Misal r = jari-jari kelereng kecil, dan R =jari-jari keleren besar

$7 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 + 7 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = 64821\frac{1}{3} - 64000$	$7 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 + 21 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = 64880 - 64000$
$7 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 + 7 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = 821\frac{1}{3}$	$28\pi R^3 + 84\pi r^3 = 2640$
$7 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 + 7 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{2464}{3}$	$7\pi R^3 + 21\pi r^3 = 660$
$7\pi R^3 + 7\pi r^3 = 616$	

$$14\pi r^3 = 44$$

$$14 \cdot \frac{22}{7} r^3 = 44 \rightarrow r^3 = \frac{44}{44} = 1 \rightarrow r = 1$$

$\frac{22}{7}R^3 + \frac{22}{7} = 88 \rightarrow \frac{22}{7}(R^3 + 1) = 88 \rightarrow R^3 + 1 = \frac{88}{22} \times 7 \rightarrow R^3 + 1 = 28 \rightarrow R^3 = 27 \rightarrow R = 3$
 Kelereng yang tidak dimasukan adalah $30 - (21+7) = 2$ kelereng kecil, dan $20 - (7+7) = 6$ kelereng besar.
 Sehingga volume kelereng tersisa

$$2 \left(\frac{4}{3}\right) \left(\frac{22}{7}\right) 1^3 + 6 \left(\frac{4}{3}\right) \left(\frac{22}{7}\right) 3^3 = \frac{176}{21} + \frac{14526}{21} = \frac{14702}{21} = 699 \frac{13}{21}$$

3. Hasil Ikan Tangkapan (HIT) seorang nelayan selama bulan Januari 2019 turun 25% dibanding bulan sebelumnya dan HIT selama bulan Februari 2019 turun 20% dibanding bulan sebelumnya. HIT selama bulan Maret 2019 turun 10% dibanding bulan sebelumnya sehingga menjadi 108 kg. Pernyataan berikut yang benar adalah ...

- A. HIT bulan Desember 2018 sebanyak 200 kg.
- B. HIT bulan Januari 2019 sebanyak 120 kg.
- C. HIT bulan Februari 2019 sebanyak 130 kg.
- D. HIT bulan Februari 2019 sebanyak 150 kg.

Pembahasan :

Misal $x =$ HIT Bulan Desember 2018, maka HIT Januari 2019 = $75\%x = \frac{3}{4}x$, HIT Februari 2019

$80\% \left(\frac{3}{4}x\right) = \frac{4}{5} \left(\frac{3}{4}x\right) = \frac{3}{5}x$, dan HIT Maret 2019 = $90\% \left(\frac{3}{5}x\right) = \frac{27}{50}x$

HIT pada bulan Maret $\rightarrow \frac{27}{50}x = 108 \rightarrow x = 200$

Jadi HIT Desember 2018 = 200 Kg

4. Jika $x = 2p - 4q$ dan $y = -p + 2q$, maka nilai $\frac{2x^2 - 3xy + y^2}{x^2 - y^2}$ adalah ...

- A. 1/5
- B. 1/3
- C. 3
- D. 5

Pembahasan:

$x = 2p - 4q$ dan $y = -p + 2q$

$$\frac{2x^2 - 3xy + y^2}{x^2 - y^2} = \frac{(2x - y)(x - y)}{(x - y)(x + y)} = \frac{2x - y}{x + y} = \frac{2(2p - 4q) - (-p + 2q)}{2p - 4q + (-p) + 2q} = \frac{5p - 10q}{p - 2q} = 5$$

5. Diketahui $xy + 2x + y = 10$ dengan x dan y bilangan bulat positif. Nilai minimum dari $x + y$ adalah ...

- A. 4
- B. 5
- C. 8
- D. 10

Pembahasan:

$$xy + 2x + y = 10 \rightarrow (x + 1)(y + 2) = 12$$

Karena x, y bilangan bulat positif, maka $x + 1$ dan $y + 2$ harus faktor dari 12

$x + 1$	$y + 2$	x	y	$x + y$
2	6	1	4	5
3	4	2	2	4
4	3	3	1	4

Terlihat nilai $x + y$ minimum adalah 4

6. Akar-akar dari $x^2 - 5bx + b = 0$ adalah kuadrat kebalikan akar-akar persamaan $x^2 - ax + a - 1 = 0$. Nilai terbesar yang mungkin dari hasil perkalian a dan b adalah ...

- A. $1/4$
- B. $3/4$
- C. $4/3$
- D. $8/3$

$$x^2 - ax + a - 1 = 0$$

$$x_1 + x_2 = a$$

$$x_1 \cdot x_2 = a - 1$$

$$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 \cdot x_2 \rightarrow x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = a^2 - 2(a - 1) = a^2 - 2a + 2$$

Akar-akarnya merupakan kebalikan dari persamaan $x^2 - 5bx + b = 0$ sehingga

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 5b \rightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 \cdot x_2^2} = 5b \rightarrow \frac{a^2 - 2a + 2}{(a - 1)^2} = 5b \rightarrow a^2 - 2a + 2 = 5b(a^2 - 2a + 1)$$

$$\frac{1}{x_1^2} \cdot \frac{1}{x_2^2} = b \rightarrow \frac{1}{(a - 1)^2} = b$$

$$\frac{a^2 - 2a + 2}{(a - 1)^2} = 5b \rightarrow \frac{a^2 - 2a + 2}{(a - 1)^2} = 5 \frac{1}{(a - 1)^2} \rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0$$

$$(a + 1)(a - 3) = 0 \rightarrow a = -1; a = 3$$

$$b = \frac{1}{(3 - 1)^2} = \frac{1}{4}$$

$$b = \frac{1}{(-1 - 1)^2} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Jadi } ab = \frac{3}{4}$$

7. Didefinisikan $\llbracket a \rrbracket =$ bilangan bulat terbesar yang lebih kecil atau sama dengan a . Sebagai contoh $\llbracket 2 \rrbracket = 2$; $\llbracket \frac{3}{4} \rrbracket = 0$; $\llbracket \frac{5}{4} \rrbracket = 1$. Jika $x = 7$ maka nilai $\llbracket \frac{3x+1}{4-x} \rrbracket$ adalah ...
- A. 8
B. 7
C. -7
D. -8

$$\llbracket \frac{3x+1}{4-x} \rrbracket = \llbracket \frac{22}{-3} \rrbracket = -8$$

9. Jika $f[n]$ menyatakan banyak faktor positif dari bilangan bulat n yang lebih dari \sqrt{n} , selisih nilai dari $f[(3^4 \cdot 4^3)^2]$ dan $f[(3^3 \cdot 4^2)^2]$ adalah ...
- A. 0
B. 24
C. 27
D. 54

$f[n]$ adalah banyak faktor positif dari n yang lebih dari \sqrt{n}

$$p = (3^4 \cdot 4^3)^2 = (3^4 \cdot 2^6)^2 \rightarrow \sqrt{p} = 3^4 \cdot 2^6$$

Banyak faktor $p \rightarrow (8 + 1)(12 + 1) = 117$. Banyak faktor positif dari n yang lebih dari \sqrt{p}

$$f[p] = \left\lfloor \frac{117}{2} \right\rfloor = 59$$

$$q = (3^3 \cdot 4^2)^2 \rightarrow (3^3 \cdot 2^4)^2 \rightarrow \sqrt{q} = 3^3 \cdot 2^4$$

Banyak faktor $a \rightarrow (6 + 1)(8 + 1) = 63$. Banyak faktor positif dari n yang lebih dari \sqrt{q}

$$f[q] = \left\lfloor \frac{63}{2} \right\rfloor = 32$$

Jadi $f[p] - f[q] = 59 - 32 = 27$

10. Bilangan tadutima adalah bilangan bulat positif yang bukan kelipatan 2, 3, atau 5. Banyak bilangan bulat positif kurang dari 1001 yang merupakan bilangan tadutima adalah ...
- A. 333
B. 266
C. 233
D. 167

Banyak bilangan kelipatan 2 kurang dari 1001 = 500

Banyak bilangan kelipatan 3 kurang dari 1001=333

Banyak bilangan kelipatan 5 kurang dari 1001=200

Banyak bilangan kelipatan 6 kurang dari 1001=166

Banyak bilangan kelipatan 10 kurang dari 1001=100

Banyak bilangan kelipatan 15 kurang dari 1001=66

Banyak bilangan kelipatan 30 kurang dari 1001 = 33

Jadi banyak bilangan tadutima kurang dari 1001 adalah

$$1000 - [500 + 333 + 200 - (166 + 100 + 66) + 33] = 1000 - 734 = 266$$

11. Di antara bilangan bulat berikut, yang bernilai ganjil untuk setiap bilangan bulat n adalah

...

A. $2019 - 3n$

B. $2019 + n$

C. $2019 + 2n$

D. $2019 + n^2$

$2019 - 3n$ dapat bernilai genap jika n ganjil, dan akan bernilai ganjil jika n genap.

$2019 + n$ dapat bernilai genap jika n ganjil, dan akan bernilai ganjil jika n genap.

$2019 + 2n$ akan selalu bernilai ganjil untuk setiap n

12. Diketahui A adalah himpunan yang memiliki tepat tiga anggota. Hasil penjumlahan setiap dua bilangan anggota A adalah 1209, 1690, dan 2019. Selisih bilangan terbesar dan terkecil dari anggota A adalah ...

A. 329

B. 481

C. 769

D. 810

Misal $A = \{x, y, z\}$

$$x + y = 1209$$

$$x + z = 2019$$

$$y + z = 1690$$

$$2x + 2y + 2z = 4918$$

$$x + y + z = 2459$$

$$z = 2459 - 1209 = 1250$$

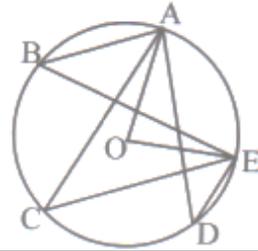
$$y = 2459 - 2019 = 440$$

$$x = 2459 - 1690 = 769$$

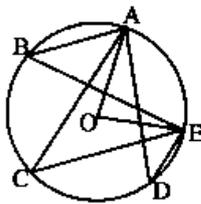
Jadi selisih terbesar anggota-anggota A adalah $1250 - 440 = 810$

13. Perhatikan gambar. Jika $\angle ABE + \angle ACE + \angle ADE = 96^\circ$, maka besar $\angle AOE$ adalah ...

- A. 32°
- B. 48°
- C. 64°
- D. 84°



14. Perhatikan gambar di bawah.



$$\angle ABE + \angle ACE + \angle ADE = 96^\circ$$

Semua sudut keliling menghadap busur yang sama yaitu AE, sehingga jika

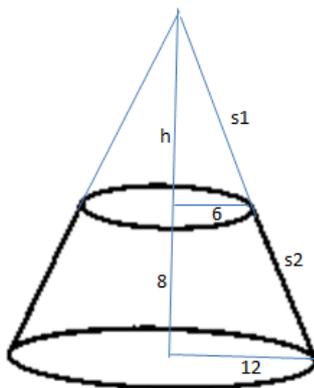
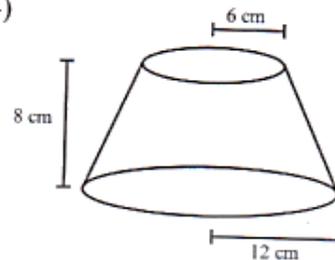
$$\angle ABE = x, \text{ maka } x + x + x = 96^\circ \rightarrow x = 32^\circ$$

Karena $\angle AOE$ sudut pusat yang juga menghadap busur AE maka

$$\angle AOE = 2x32^\circ = 64^\circ$$

14. Perhatikan gambar di bawah. Gambar tersebut adalah gambar kap lampu yang tidak mempunyai alas dan tutup. Alas dan tutup kap lampu berbentuk lingkaran. Luas bahan untuk membuat kap lampu tersebut adalah cm^2 ($\pi = 3,14$)

- A. 1130,4
- B. 1120
- C. 565,2
- D. 560,2



Dengan kesebangunan diperoleh h

$$\frac{h}{h+8} = \frac{6}{12} \rightarrow 12h = 6h + 48 \rightarrow 6h = 48 \rightarrow h = 8cm$$

$$s = s_1 + s_2 = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20cm$$

Sehingga luas selimut kerucut besar

$$= \pi r s = 3,14 \times 12 \times 20 = 753,6$$

Luas selimut kerucut kecil

$$= 3,14 \times 6 \times 10 = 188,4$$

$$\text{Sehingga luas kap lampu} = 753,6 - 188,4 = 565,2$$

15. Parabola $y = ax^2 + bx + c$ mempunyai puncak di (p, p) dan titik potong dengan sumbu Y di $(0, -p)$. Jika $p \neq 0$, maka nilai b adalah ...

- A. 1
- B. 2
- C. 4
- D. 8

$$y = ax^2 + bx + c$$

Puncak di (p, p)

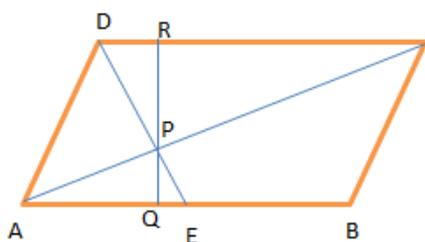
$$-\frac{b}{2a} = p \rightarrow 2ap + b = 0 \dots 1)$$

Titik potong dengan sumbu Y di $(0, -p)$ sehingga $c = -p$

$$\begin{aligned} p &= ap^2 + bp - p \\ ap^2 + bp - 2p &= 0 \\ p(ap + b - 2) &= 0 \\ ap + b - 2 &= 0 \rightarrow ap = 2 - b \\ 2ap + b &= 0 \\ 2(2 - b) + b &= 0 \rightarrow 4 - 2b + b = 0 \rightarrow b = 4 \end{aligned}$$

16. $ABCD$ adalah jajargenjang. E adalah titik tengah AB . Ruas garis DE memotong AC di titik P . Perbandingan luas jajargenjang $ABCD$ dengan luas segitiga AEP adalah ...

- A. 12 : 1
- B. 8 : 1
- C. 6 : 1
- D. 4 : 1



Segitiga AEP sebangun segitiga CDP . Jika QR merupakan garis tinggi melalui titik P , maka $QP = \frac{1}{2}RP$, karena itu

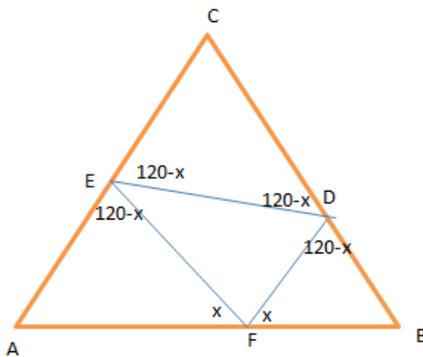
$$QP = \frac{1}{3}QR$$

Perbandingan luas $ABCE$ dengan $AEP =$

$$AB \cdot QR : \frac{1}{2}AE \cdot QP = AB \cdot QR : \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}AB \right) \left(\frac{1}{3}QR \right)$$

$$\begin{aligned} &= 1 : \frac{1}{12} \\ &= 12 : 1 \end{aligned}$$

17. Dalam segitiga sama sisi ABC titik $D, E,$ dan F pada sisi $BC, CA,$ dan AB sehingga $\angle AFE = \angle BFD; \angle BDF = \angle CDE,$ dan $\angle CED = \angle AEF.$ Jika panjang sisi segitiga ABC adalah 8 cm maka luas segitiga DEF adalah ... cm^2
- A. $2\sqrt{3}$
 B. $4\sqrt{3}$
 C. $6\sqrt{3}$
 D. $8\sqrt{3}$



Perhatikan segitiga ACD

$$60 + 120 - x + 120 - x = 180$$

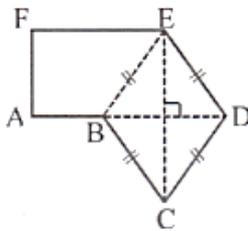
$$2x = 120 \rightarrow x = 60$$

Jadi artinya semua bangun adalah segitiga sama sisi yang saling kongruen.

$$L.ABC = \frac{1}{4}AB^2\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$$

$$\text{Jadi luas } DEF = \frac{1}{4}L.ABC = 4\sqrt{3}$$

18. Perhatikan gambar berikut.



Jika panjang $AB = 11\text{ cm}, BC = 15\text{ cm},$ dan $EF = 20\text{ cm},$ maka luas bangun $ABCDEF$ adalah ... cm^2

- A. 302
 B. 336
 C. 402
 D. 426

$$AB = 11\text{ cm}, BC = 15\text{ cm}, EF = 20\text{ cm}.$$

$$CE = 2(\sqrt{15^2 - 9^2}) = 24$$

$$BD = 18$$

$$L.ABCDEF = L.ABEF + L.BCDE = \frac{1}{2}(12)(11 + 20) + \frac{1}{2}(24)(18) = 186 + 216 = 402$$

19. Terdapat empat kotak yang dinomori 1 sampai 4. Setiap kotak dapat diisi maksimum 5 koin dengan syarat kotak yang bernomor lebih besar tidak boleh berisi koin lebih banyak dari kotak yang bernomor lebih kecil. Jika tidak boleh ada kotak yang kosong, banyak cara pengisian koin yang mungkin ke dalam keempat kotak tersebut adalah ...

- A. 25
- B. 70
- C. 252
- D. 625

Kotak 1	Kotak 2	Cara Kotak3,Kotak 4	
5	5	1+2+3+4+5	15
5	4	1+2+3+4	10
5	3	1+2+3	6
5	2	1+2	3
5	1	1	1
4	4	1+2+3+4	10
4	3	1+2+3	6
4	2	1+2	3
4	1	1	1
3	3	1+2+3	6
3	2	1+2	3
3	1	1	1
2	2	1+2	3
2	1	1	1
1	1	1	1
			70

20. Soal Kedua untuk setiap buku baru yang datang, seorang pustakawan bertugas untuk menempel label nomor di bagian samping buku dan menyampul buku tersebut dengan plastik transparan. Proses menempel label dan menyampul ini disebut pengerjaan. Agar label nomor tidak cepat rusak, proses penyampulan suatu buku harus dilakukan setelah menempel label nomornya. Jika ada tiga buku baru berbeda yang harus dikerjakan, banyak kemungkinan urutan pengerjaan yang dapat dilakukan oleh pustakawan tersebut adalah ...

- A. 8
- B. 48
- C. 90
- D. 720

L=memberi label, dan S=menyampul

Urutan 1	Urutan 2	Urutan 3	Urutan 6
L	2L, 3S	L,S	S
3	5	2	3

Jadi banyak kemungkin urutan pengerjaan adalah = $3 \times 5 \times 2 \times 3 = 90$

21. *Password* akun media sosial Ahmad terdiri dari enam karakter berbeda penyusun kata “NKRIgo”. Ahmad memintamu untuk menebak *password*-nya dengan memberikan dua informasi tambahan, yaitu “g” tidak bersebelahan dengan “o”, dan “R” bersebelahan dengan “I”. Jika kamu menggunakan seluruh informasi tersebut dengan baik, peluangmu untuk dapat langsung menebak dengan benar adalah ...

- A. 1/36
- B. 1/72
- C. 1/144
- D. 1/720

	N		K		R	I	
--	---	--	---	--	---	---	--

Banyak cara menyusun adalah $4 \times 3! \times C_3^4 = 4 \times 6 \times 6 = 144$

Jadi peluang untuk dapat langsung menebak dengan benar adalah $\frac{1}{144}$

22. Misalkan terdapat n nilai ulangan mempunyai rata-rata 75. Jika ada tambahan sebanyak m nilai ulangan yang masing-masing 100, maka rata-ratanya sekarang menjadi lebih dari 80. Nilai $\frac{m}{n}$ yang mungkin adalah ...

- A. 4/11
- B. 4/17
- C. 2/9
- D. 5/24

$$\sum_{i=1}^n x_i = 75n$$

$$\sum_{i=1}^m x_i = 100m$$

$$\frac{75n + 100m}{m + n} > 80 \rightarrow 75n + 100m > 80m + 80n \rightarrow 20m > 5n \rightarrow 4m > n$$

$$\frac{m}{n} > \frac{1}{4}$$

Hanya $\frac{m}{n} = \frac{4}{11}$ yang mungkin.

23. Diketahui lima buah bilangan bulat positif yang sudah terurut, yaitu $n + 1$, $n + 2$, $2m - 4$, $2m - 2$, $m + 4$. Rata-rata lima bilangan tersebut sama dengan jangkauannya dan sama pula dengan mediannya. Nilai $m + n$ adalah ...

- A. 5
- B. 7
- C. 10
- D. 12

$$n + 1, n + 2, 2m - 4, 2m - 2, m + 4$$

Jangkauan $x = m + 4 - (n + 1) = m - n + 3$

Rata-rata

$$x = \frac{2n + 5m + 1}{5}$$

$$m - n + 3 = \frac{2n + 5m + 1}{5}$$

$$5m - 5n + 15 = 2n + 5m + 1$$

$$7n = 14$$

$$n = 2$$

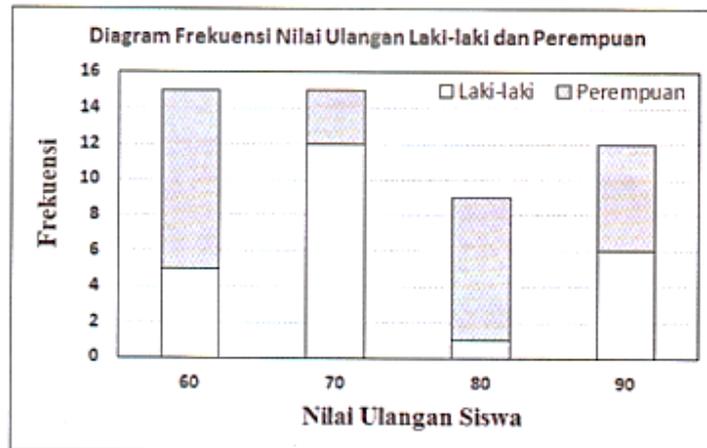
$$x = m + 1$$

$$2m - 4 = x$$

$$m = 5$$

$$m + n = 7$$

24. Diagram batang berikut menyatakan nilai-nilai ulangan dari kelompok siswa laki-laki dan siswa perempuan.



Jika M_1 adalah median untuk nilai ulangan kelompok Laki-laki, M_2 adalah median untuk nilai ulangan kelompok Perempuan, dan M adalah median nilai ulangan keseluruhan siswa, maka $M_1 + M_2 + M$ adalah ...

- A. 150
- B. 200
- C. 220
- D. 240

Nilai	60	70	80	90	Jml
Frekuensi Laki-laki	5	12	1	6	24
Frekuensi Perempuan	10	3	8	6	27
Frekuensi keseluruhan	15	15	9	12	51

$$M_1 = 70; M_2 = 80; M = 70$$

$$M_1 + M_2 + M = 70 + 80 + 70 = 240$$

25. Diketahui jumlah 20 suku pertama suatu barisan aritmetika adalah 1390. Jika suku pertama dari barisan tersebut adalah 3, selisih dari dua suku berurutan di barisan tersebut adalah ...

- A. 7
- B. 17
- C. 21
- D. 24

$$S_{20} = \frac{1}{2} 20(2 \cdot 3 + 19b) = 1390$$

$$6 + 19b = 139$$

$$b = \frac{133}{19} = 7$$