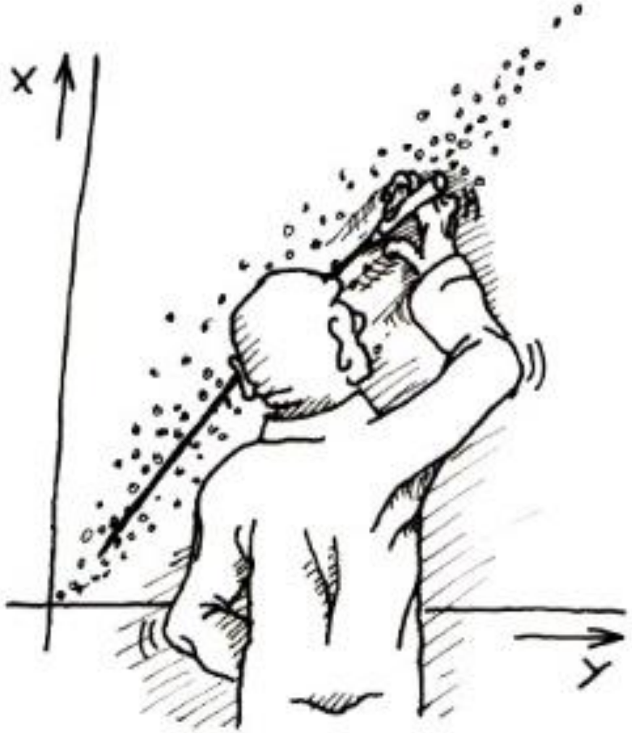
Többváltozós statisztika elméleti alapjai (BMNPS07500M)

Készítette: Soltész-Várhelyi Klára

Lineáris regresszió

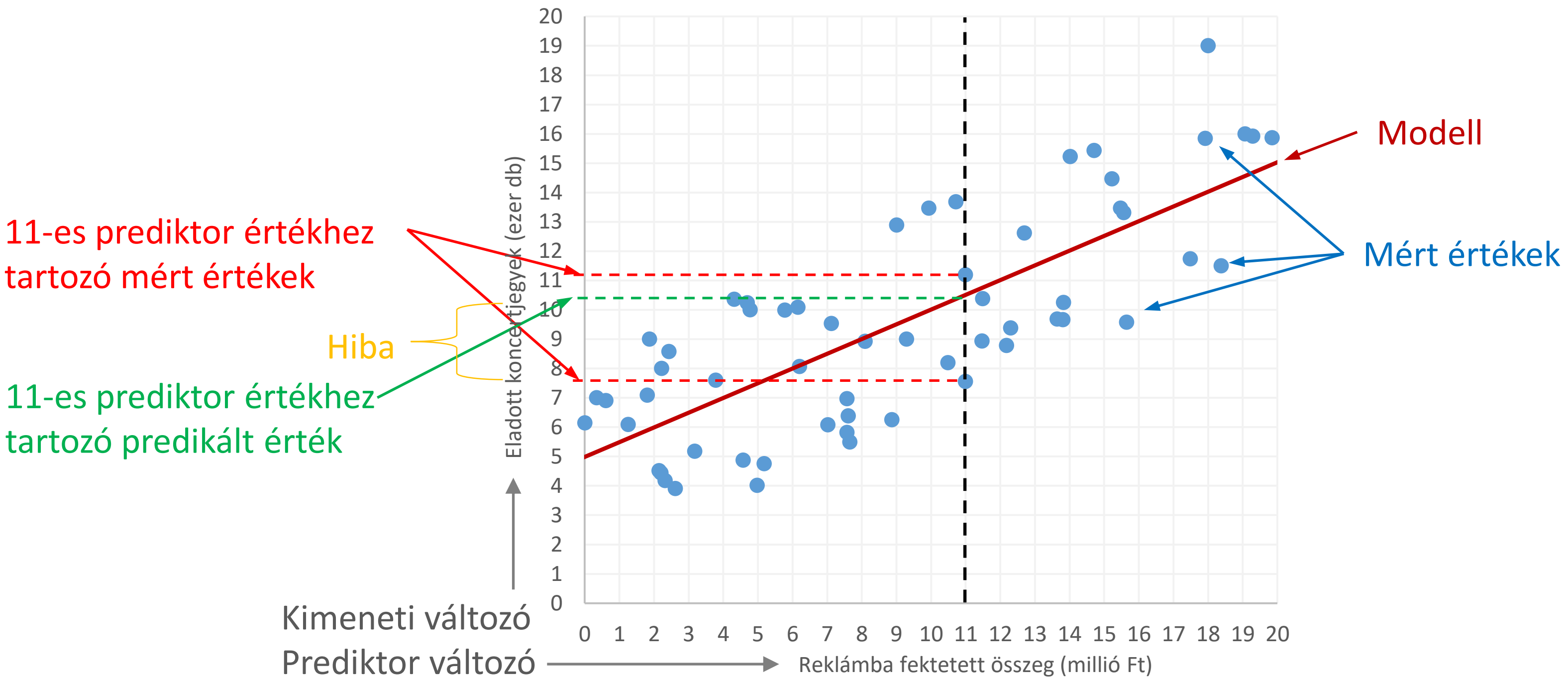
1. Egyszerű lin. reg. elméleti háttere

Elmélet



Lineáris Regresszió

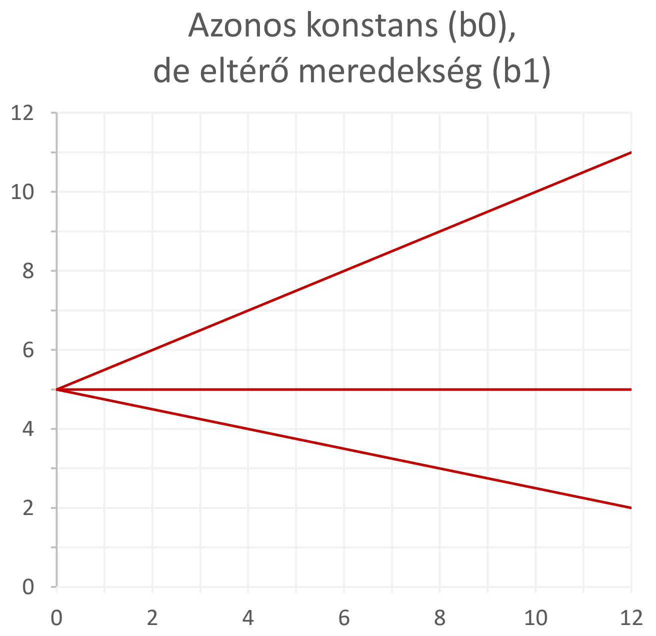
- Modellt építünk a mért adatainkra, majd a modell segítségével megpróbáljuk a független változókból bejósolni a függőt
  - **Kimeneti érték** = **Modell** segítségével a **prediktor érték**ből **predikált érték** + **hiba**

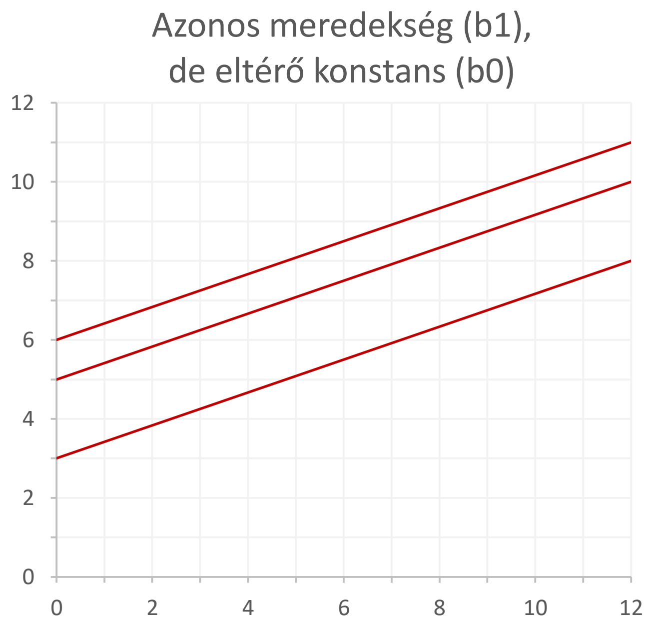


- **Típusok:**
  - **Egyszerű lineáris regresszió**: egyetlen független (prediktor) változóból próbáljuk megjósolni a függő (kimeneti) változót
  - **Többszörös lineáris regresszió** (multiple) – több független változóból jósoljuk meg a függő változót.

Lineáris Regresszió

- **Lineáris** regresszió – mert a modellünk alapja egy egyenes
  - Egy egyenes két adattal (paraméterrel) írható le – a regressziós elemzésben ezeket a nevezzük a két regressziós együtthatónak (koefficiensnek)
    - **Meredekség** (**b1**) – egységnyi változás x-ben mekkora változást okoz y-ban
    - **Konstans** (**b0**) – mi a kezdőpont, hol metszi az egyenes az y tengelyt
  - Egyenlet matekórákról: y = b0 + b1 * x





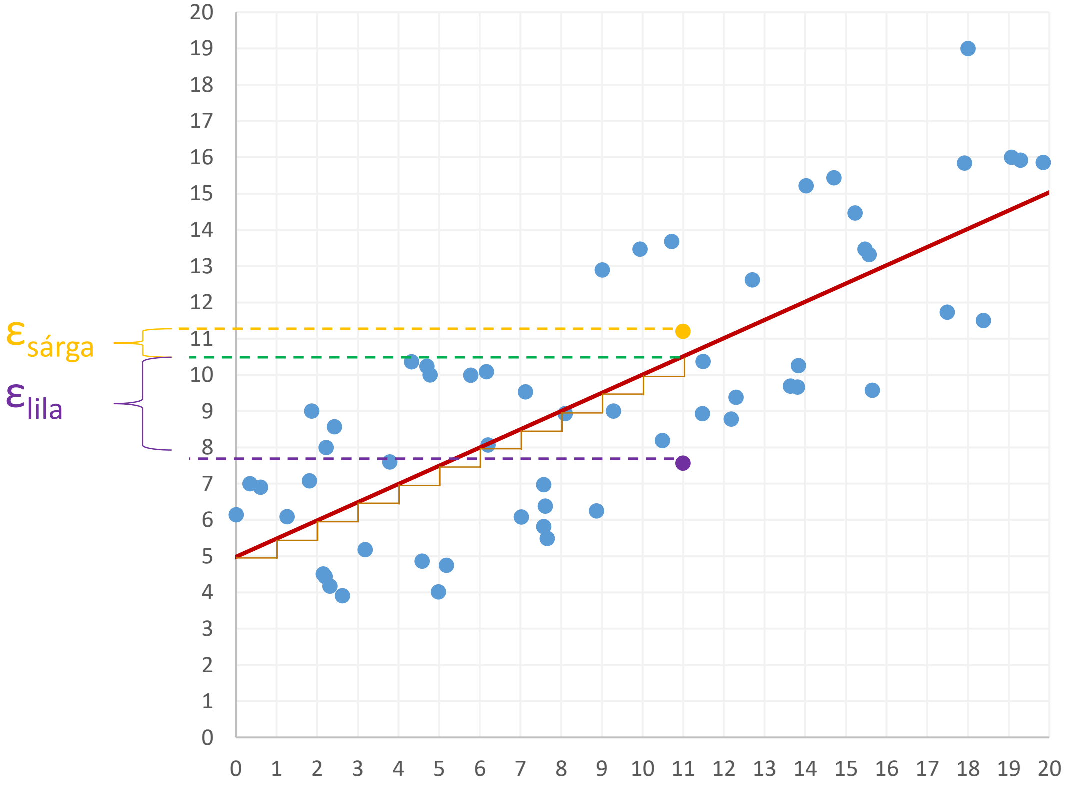
Lineáris Regresszió

- **A lineáris regresszió egyenlete:**
  - **Predikált értékek** kiszámolhatóak a modell segítségével a prediktor értékekből a következő egyenlettel:

$$Y_{pred,i} = b_0 + b_1 * X_i$$

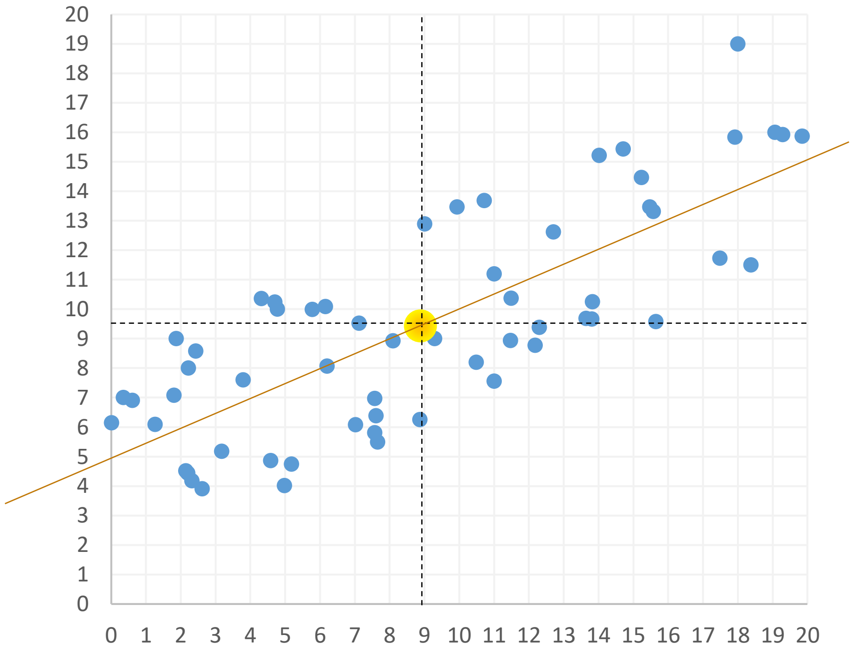
  - A **mért értékek** és **predikált értékek közötti különbséget** nevezzük a predikció vagy a **modell hibájának**:

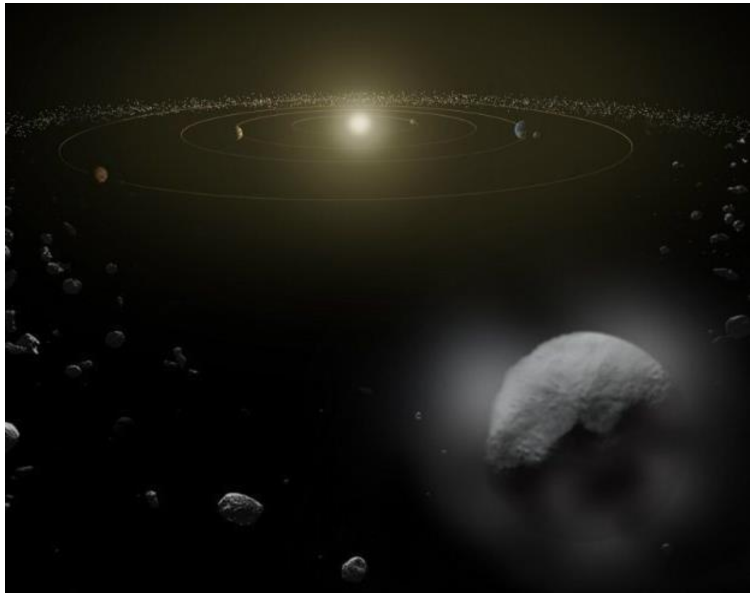
$$Y_i = Y_{pred,i} + \varepsilon_i = b_0 + b_1 * X_i + \varepsilon_i$$



Legkisebb négyzetek módszere

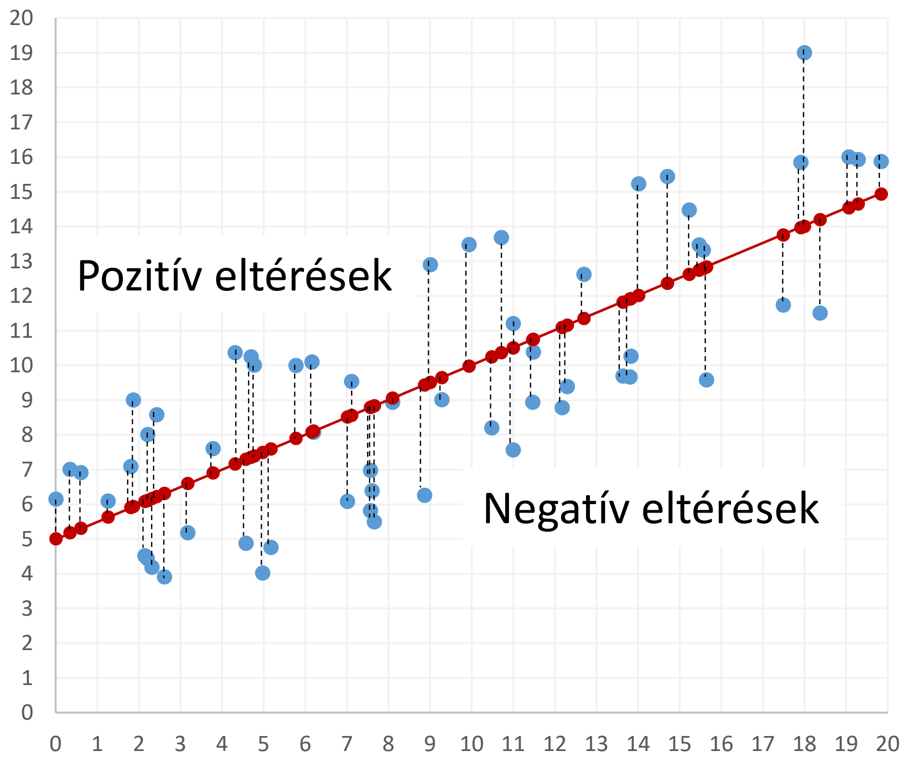
- Egy adatsorra nagyon sok modell (nagyon sok egyenes) fektethető, ezek közül azt keressük, amelyik legjobban illik az adatokhoz (legjobban leírja azokat)
  - Keressük meg a **pontfelhő középpontjá**t, ezen biztosan átmegy az egyenes
  - Válasszuk ki az ezen átmenő egyenesek közül azt, mely a **legkisebb hibával jár**
    - Sok becslési mód létezik, de legelterjedtebb közülük a **legkisebb négyzetek módszere** (ordinary least squares, OLS)
      - (a módszert a 24 éves(!) Gauss alkotta meg a Ceres törpebolygó pályájának leírására)





Legkisebb négyzetek módszere

- Azt a modellt keressük, amelyik legjobban illik az adatokhoz, másként megfogalmazva, ahol a legkisebb a különbség a ténylegesen mért adatok és predikált értékek (ergo az egyenesünk) között
- Eltérés mérése:
  - **Reziduális hiba** (angolul residuals): Eltérés a predikált értékek (egyenes) és a mért adatok között
  - **Reziduális hibák négyzetösszege** (angolul sum of squared residuals, **SS_R**): a predikált és mért értékek távolsága, a pontatlanság mértéke



R^2 és F érték

- **Megtaláltuk a lehető legjobb modellt, de mennyire jó az?**
  - **Effect-size**:
    - A függő változó értékeit mennyire tudjuk megmagyarázni a prediktor változó(k)kal (a függő változó varianciáját hány százalékban tudjuk magyarázni)
    - A *hatás nagyságát* írja le

$$\text{effect size} = \frac{\text{megmagyarázott változatosság}}{\text{teljes változatosság}}$$

  - **Statisztikai érték**:
    - A hatás és hiba aránya (a modell segítségével megmagyarázható rész és meg nem magyarázható rész aránya)
    - A *hatás valószínűségé*nek becsléséhez szükséges

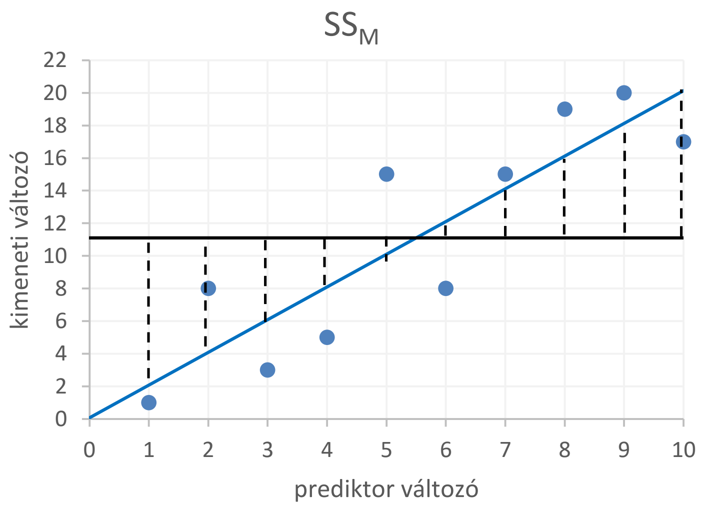
$$\text{statisztikai érték} = \frac{\text{hatás}}{\text{hiba}}$$

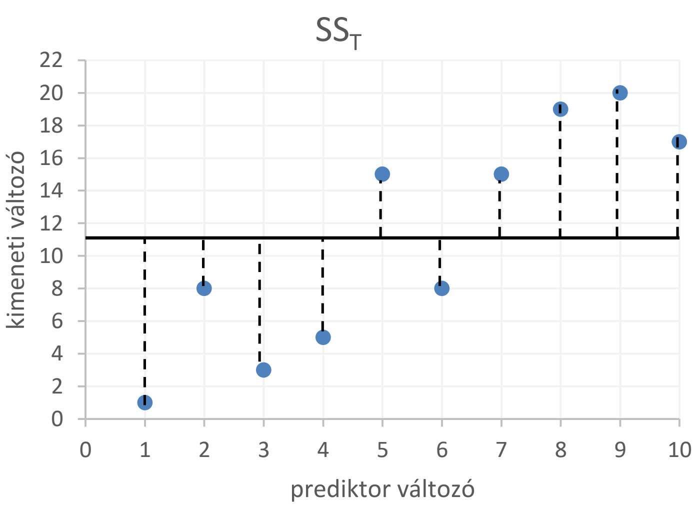
R^2 érték

- **Effect-size**:
  - A kimeneti változó értékeit milyen mértékben tudjuk megmagyarázni a prediktor változó(k)kal
  - a függő változó varianciáját hány százalékban tudjuk magyarázni

$$\text{effect size} = \frac{\text{megmagyarázott változatosság}}{\text{teljes változatosság}} = R^2 = \frac{SS_M}{SS_T}$$

- SS_M = sum of squares of model – a predikált értékek átlagtól való távolsága
- SS_T = sum of squares of total – a mért értékek átlagtól való távolsága



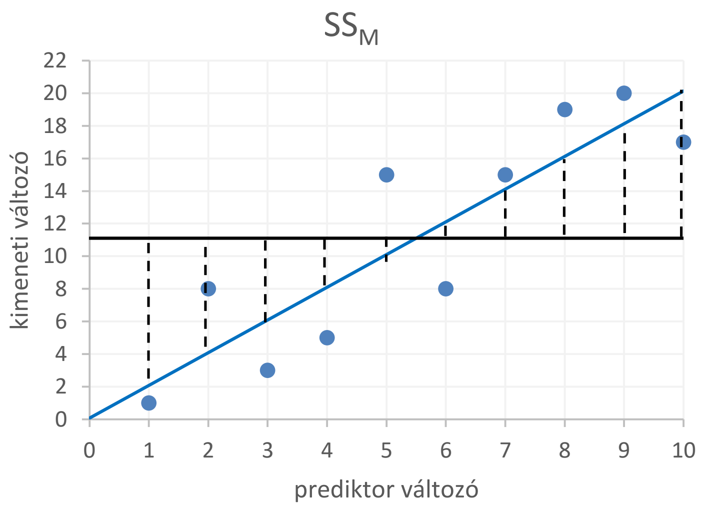


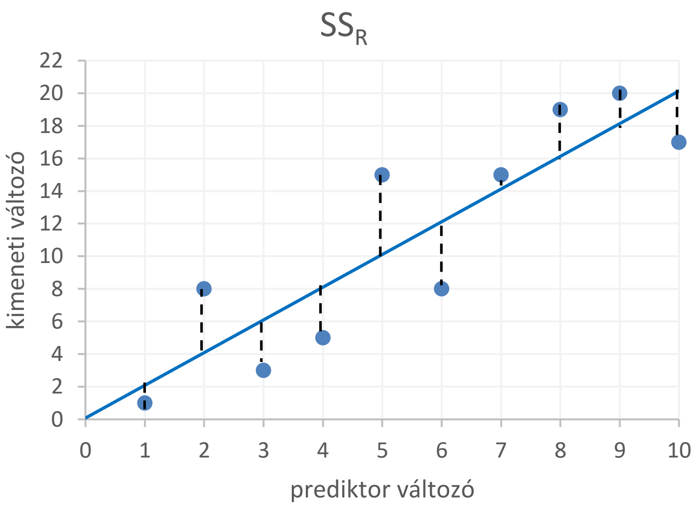
F érték

- **Statisztikai érték** :
  - A hatás és hiba aránya - a modell segítségével megmagyarázható és nem magyarázható rész aránya

$$\text{statisztikai érték} = \frac{\text{hatás}}{\text{hiba}} = \mathbf{F} = \frac{\mathbf{MS_M}}{\mathbf{MS_R}} = \frac{\frac{\mathbf{SS_M}}{\mathbf{df_M}}}{\frac{\mathbf{SS_R}}{\mathbf{df_R}}}$$

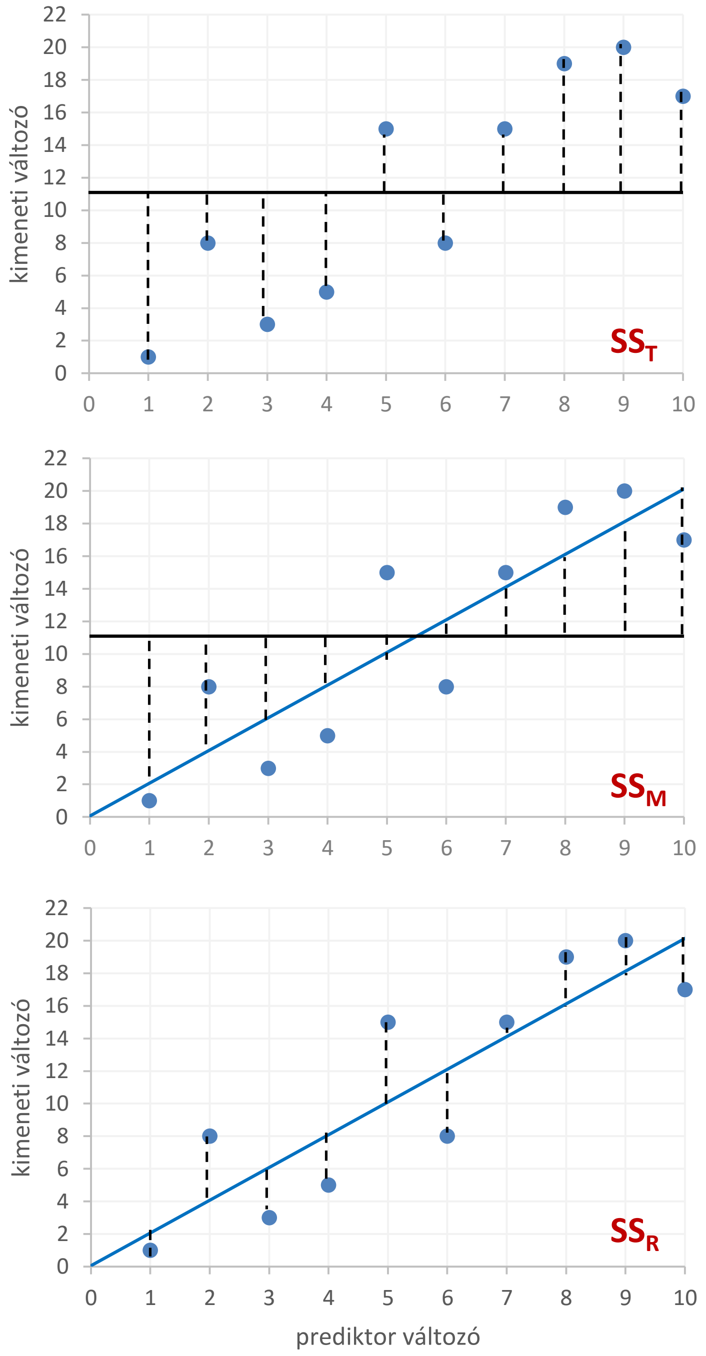
  - **df_M** = modell szabadságfoka – modell összetettsége, prediktorok száma
  - **df_R** = hiba szabadságfoka – elemszám minusz becsült paraméterek száma
  - **MS_M** = átlagos hatása egy prediktor változónak – hatás
  - **MS_R** = átlagos pontatlanság a becslés során – hiba





R^2 és F érték összegzése

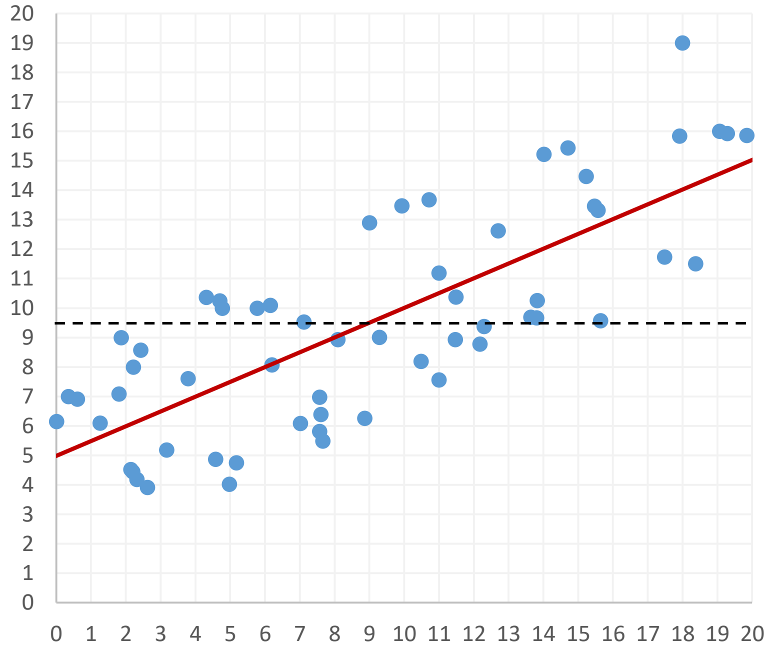
- $R^2 = \dfrac{SS_M}{SS_T}$ és $F = \dfrac{MS_M}{MS_R}$
- $SS_M + SS_R = SS_T$ – evidens, a teljes variancia felbontható megmagyarázott és meg nem magyarázott részre
- Egy prediktor esetén $df_M = 1$, mert egy prediktor van, és $df_R = N – 2$, mert a két becsült paraméter a konstans és a meredekség.
  Két prediktor esetén $df_M = 2$, mert két prediktor van, és $df_R = N – 3$, ahol a három paraméter a konstans és a két prediktorhoz tartozó dimenzióban a regressziós egyenes meredeksége
- Itt nem használtuk, de a $df_T = N – 1$, ahol az elemszámból kivonjuk az egyetlen összefüggést az átlagot. Az MS_T a függő változó varianciájával lenne egyenlő – gondold végig miért
- Az elnevezésekből több verzió is van, és szerencsétlenül félreérthetőek:
  SS_M = ESS (explained sum of squares) = SSR (sum of squares of regression)
  SS_R = RSS (residual sum of squares) = SSE (sum of squares of errors)



Regressziós együtthatók

- A **b0 regressziós együttható** megadja, hogy mennyi lenne a kimeneti változó értéke, ha (minden) prediktor értéke 0 lenne, ez az y tengely metszéspontja

- A **b1 regressziós együttható** megadja, hogy a prediktor változó egységnyi változása mekkora változást hoz létre a kimeneti változóban
  - A meredekségekhez tartozik egy SE érték is, mely megadja a paraméter bizonytalanságát
  - A regressziós egyenes vízszintes lesz (tehát b1 = 0) akkor, ha a prediktor változó változásának nincs hatása a kimeneti változóra – ergo a legjobb predikció, amit tehetünk, a kimeneti változó átlaga
  - Feltételezhetjük, hogy egy prediktornak hatása van a kimeneti változóra, ha a meredekség szignifikánsan eltér a nullától
    - Ezt t-teszttel ellenőrizzük: $t = \frac{b_{mért} - b_{nullhip}}{SE_b} = \frac{b_{mért}}{SE_b}$



Regressziós együtthatók

- A b1 regressziós együttható megadja, hogy a prediktor változó egységnyi változása mekkora változást hoz létre a kimeneti változóban
  - Ha egy prediktor változó van, a helyzet egyértelmű
  - Több prediktor változó esetén kérdés lehet, melyiknek van nagyobb hatása – ekkor az összehasonlítást a standardizált regressziós koefficiensek mentén lehet elvégezni
- **b1 – standardizálatlan regressziós koefficiens**
  - Ezek segítségével a prediktorok nem hasonlíthatóak össze, hiszen a prediktorok nem feltétlen ugyanolyan skálán mérődnek
  - Pl. reklámba fektetett összeg b1=0,5 tehát a reklámba feketetett plusz egy millió Forint ötvenezerrel növeli meg az eladott koncertjegyek számát (btw a reklámokba semmitől egészen húszmillióig szoktak pénzt fektetni). A banda népszerűsége b1=1,5 tehát ha a 6-fokú Likert-skálán a banda népszerűsége eggyel nagyobb, akkor ezerötszázzal több jegy fogy. Melyiknek van nagyobb hatása?
- **β1 – standardizált regressziós koefficiens**
  - A meredekség **skála független** mérőszáma – ezek alapján már összehasonlíthatóak a prediktorok
  - Sőt! A meredekségekhez kiszámolt konfidencia intervallumok segítségével az is megállapítható, két prediktor hatása között szignifikáns-e a különbség (gyakorlaton megnézzük, hogyan)

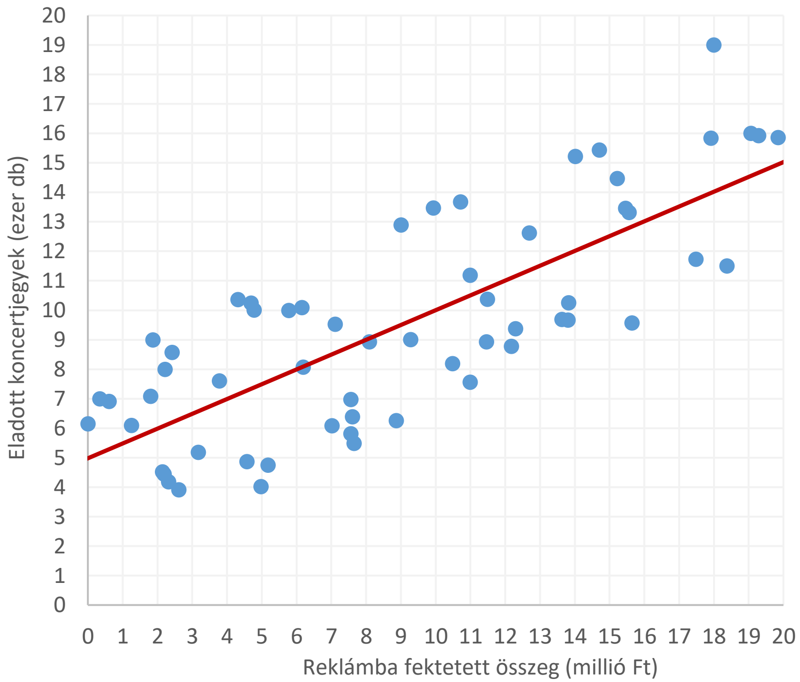
Regressziós egyenes egyenlete

- A regressziós egyenes képlete: $\mathbf{Y_{pred,i} = b0 + b1 * X_i}$ és a kimeneti változó értéke: $\mathbf{Y_i = Y_{pred,i} + \varepsilon_i}$
- A regressziós elemzésből tudjuk, hogy b0 = 5 és b1 = 0,5

Azonosító	Prediktor (X)	Kimeneti (Y)	Predikált (Y_{pred})	Hiba (ε)
1	4,78	10	7,39	2,61
2	6,16	10,09	8,08	2,01
3	1,87	9	5,935	3,065
4	15,65	9,575	12,825	-3,25
5	13,81	9,665	11,905	-2,24
6	14,02	15,22	12,01	3,21
7	15,47	13,465	12,735	0,73
8	12,7	12,62	11,35	1,27
9	3,79	7,6	6,895	0,705
10	7,61	6,385	8,805	-2,42
11	7,12	9,53	8,56	0,97
12	0,35	7	5,175	1,825
13	15,57	13,315	12,785	0,53
14	2,62	3,91	6,31	-2,4
15	2,15	4,515	6,075	-1,56
16	…	…	…	…

$$Y_{pred,i} = 5 + 0{,}5 * X_i$$

$$\varepsilon_i = Y - Y_{pred,i}$$



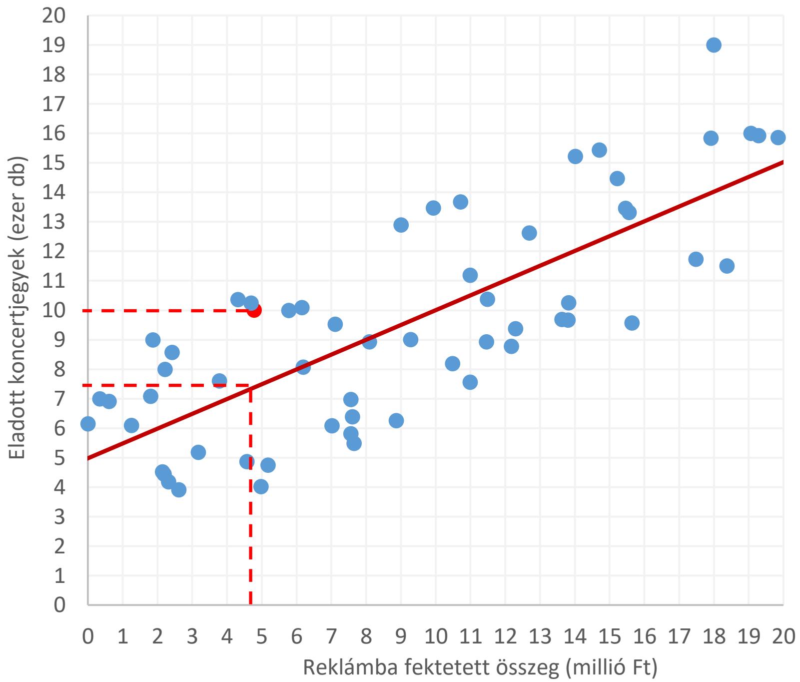
Regressziós egyenes egyenlete

- A regressziós egyenes képlete: $\mathbf{Y_{pred,i} = b0 + b1 * X_i}$ és a kimeneti változó értéke: $\mathbf{Y_i = Y_{pred,i} + \varepsilon_i}$
- A regressziós elemzésből tudjuk, hogy b0 = 5 és b1 = 0,5

Azonosító	Prediktor (X)	Kimeneti (Y)	Predikált (Y_{pred})	Hiba (ε)
1	4,78	10	7,39	2,61
2	6,16	10,09	8,08	2,01
3	1,87	9	5,935	3,065
4	15,65	9,575	12,825	-3,25
5	13,81	9,665	11,905	-2,24
6	14,02	15,22	12,01	3,21
7	15,47	13,465	12,735	0,73
8	12,7	12,62	11,35	1,27
9	3,79	7,6	6,895	0,705
10	7,61	6,385	8,805	-2,42
11	7,12	9,53	8,56	0,97
12	0,35	7	5,175	1,825
13	15,57	13,315	12,785	0,53
14	2,62	3,91	6,31	-2,4
15	2,15	4,515	6,075	-1,56
16	…	…	…	…

$$Y_{pred,1} = 5 + 0,5 * 4,78 = 7,39$$

$$\varepsilon_1 = Y - Y_{pred,1} = 10 - 7,39 = 2,61$$



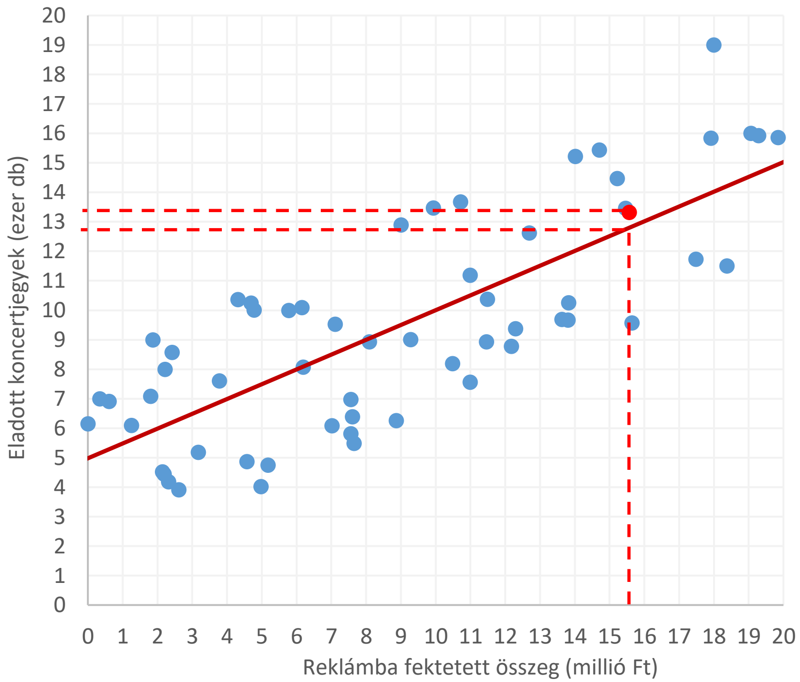
Regressziós egyenes egyenlete

- A regressziós egyenes képlete: $\mathbf{Y_{pred,i} = b0 + b1 * X_i}$ és a kimeneti változó értéke: $\mathbf{Y_i = Y_{pred,i} + \varepsilon_i}$
- A regressziós elemzésből tudjuk, hogy b0 = 5 és b1 = 0,5

Azonosító	Prediktor (X)	Kimeneti (Y)	Predikált (Y_{pred})	Hiba (ε)
1	4,78	10	7,39	2,61
2	6,16	10,09	8,08	2,01
3	1,87	9	5,935	3,065
4	15,65	9,575	12,825	-3,25
5	13,81	9,665	11,905	-2,24
6	14,02	15,22	12,01	3,21
7	15,47	13,465	12,735	0,73
8	12,7	12,62	11,35	1,27
9	3,79	7,6	6,895	0,705
10	7,61	6,385	8,805	-2,42
11	7,12	9,53	8,56	0,97
12	0,35	7	5,175	1,825
13	15,57	13,315	12,785	0,53
14	2,62	3,91	6,31	-2,4
15	2,15	4,515	6,075	-1,56
16	…	…	…	…

$$Y_{pred,7} = 5 + 0,5 * 15,47 = 12,735$$

$$\varepsilon_7 = Y - Y_{pred,7} = 13,465 - 12,735 = 0,73$$



Regressziós mutatók összegzése

- **Regresszió elemzés** konyhanyelven
  - A prediktor változó(k)ból megpróbáljuk bejósolni a kimeneti változót
  - A prediktorok változó változása részben magyarázza a kimeneti változó változását

- **R^2** – effect size mutató
  - A kimeneti változóban változatosságának mekkora része magyarázható a prediktor változókkal

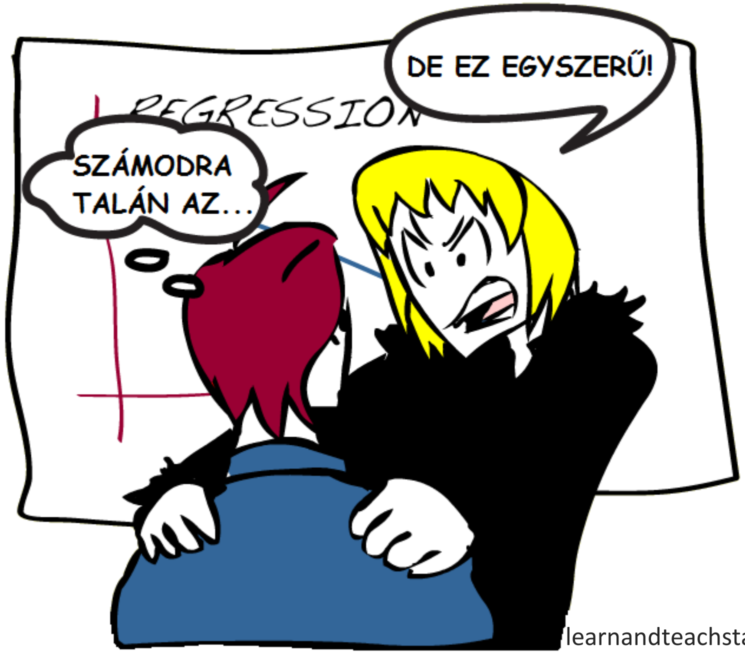
- **F** – statisztikai érték
  - milyen a hatás és hiba aránya
  - Az F-értékből számolható a szignifikancia értéke

- **b és hozzá tartozó t-próba** – a regressziós egyenes kezdőpontja és meredeksége
  - ha a független változó változása (növekedése/csökkenése) változást okoz a függő változóban (növekedést/csökkenést), akkor az egyenesnek van meredeksége.
  - T-próbával ellenőrizzük, hogy a meredekség szignifikánsan eltér-e a nullától

Regressziós mutatók az életben

- **Standardizálatlan regressziós együtthatók**
  - Ezek adja meg a regressziós egyenesünk kezdőpontját és meredekségét, tehát ez alapján tudjuk kiszámolni a predikcióinkat
- **R^2, F érték és a hozzá tartozó szignifikanica**
  - Ez alapján tudod eldönteni, mennyire megbízható az általad felépített modell, mennyire hihetsz a modell alapján tett predikcióknak
- **Standardizált regressziós együttható és t-próba**
  - Több prediktor változó esetén ezek alapján döntesz, hogy melyik prediktor változók a leghasznosabbak számodra, melyek befolyásolják a kimeneti változót jelentős mértékben, melyekből lehet a kimeneti változó értékét leginkább bejósolni.

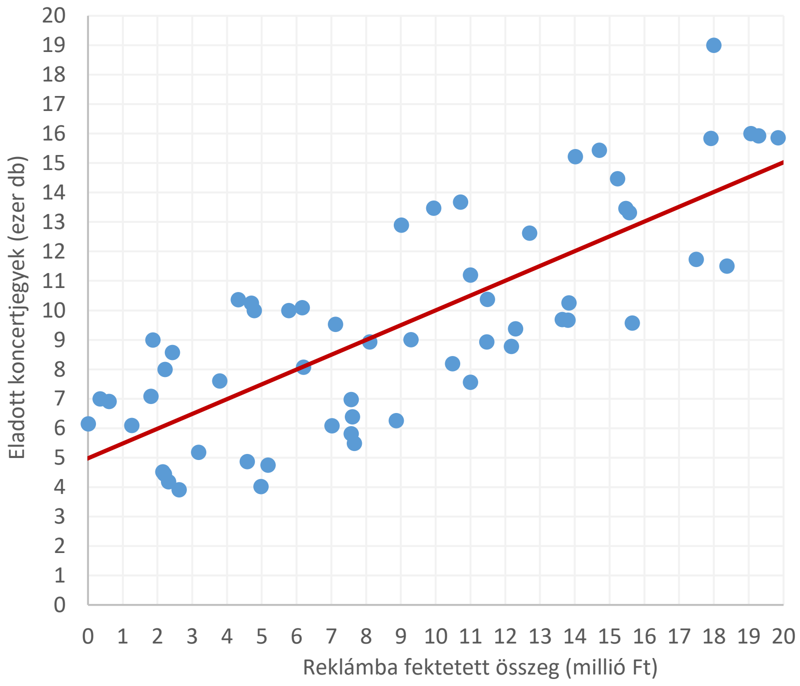
Egyszerű lineáris regresszió



learnandteachstatistics.wordpress.com

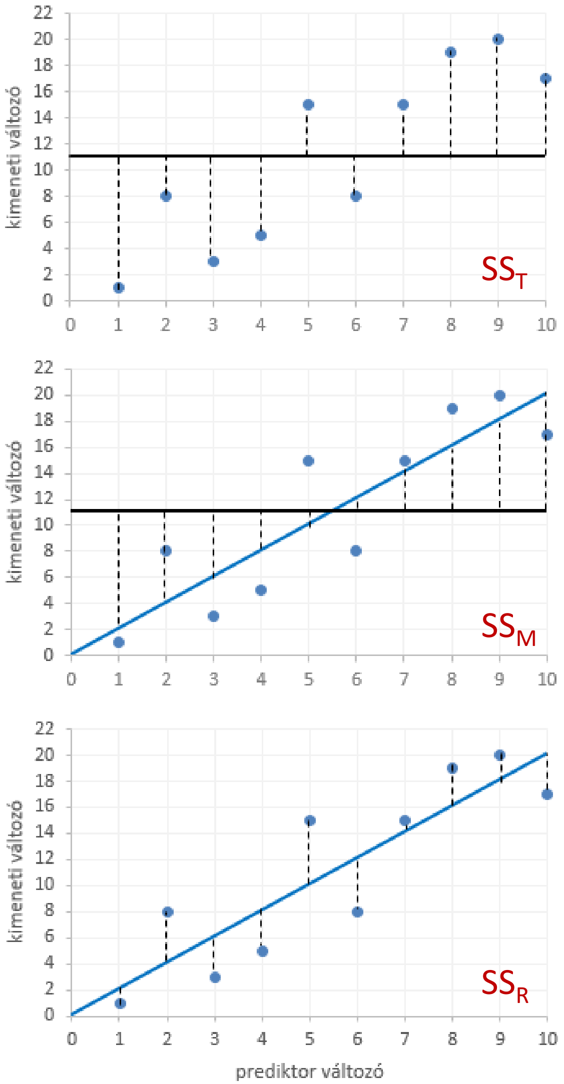
Egyszerű lineáris regresszió

- Egyszerű lineáris regresszióról beszélünk, ha *egy* prediktor és *egy* kimeneti változó közötti lineáris összefüggést keressük
  - Az egyszerű lineáris regresszió megegyezik a Pearson korrelációs eljárással
- Próbáljuk meg bejósolni a reklámba fektetett összegből azt, hogy hány koncertjegyet sikerült eladni!
  - Feltételek: a lineáris regresszió feltételeit majd többszempontos esetben nézzük át, most elegendő a Pearson korreláció öt feltétele: skála típusú adatok, független kitöltők, normál eloszlás, homoszkedaszticitás (=szóráshomogenitás) és linearitás.



Egyszerű lineáris regresszió

- A *Model Summary* és *ANOVA* tábla tartalmazza a modell „jóságának” mutatóit. Vesd össze az elméleti részben tanultakkal!

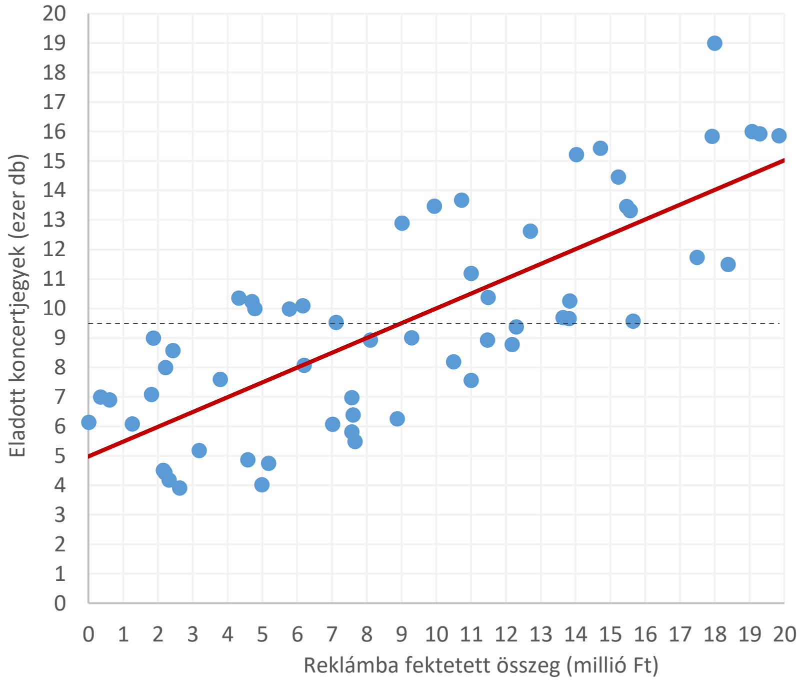


- $R^2 = \dfrac{SS_M}{SS_T}$ és $F = \dfrac{MS_M}{MS_R}$
- N = 59

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,780[a]	R^2 ,608	,601	2,309072

a. Predictors: (Constant), Reklámba fektetett összeg (millió Forint)



ANOVA[a]

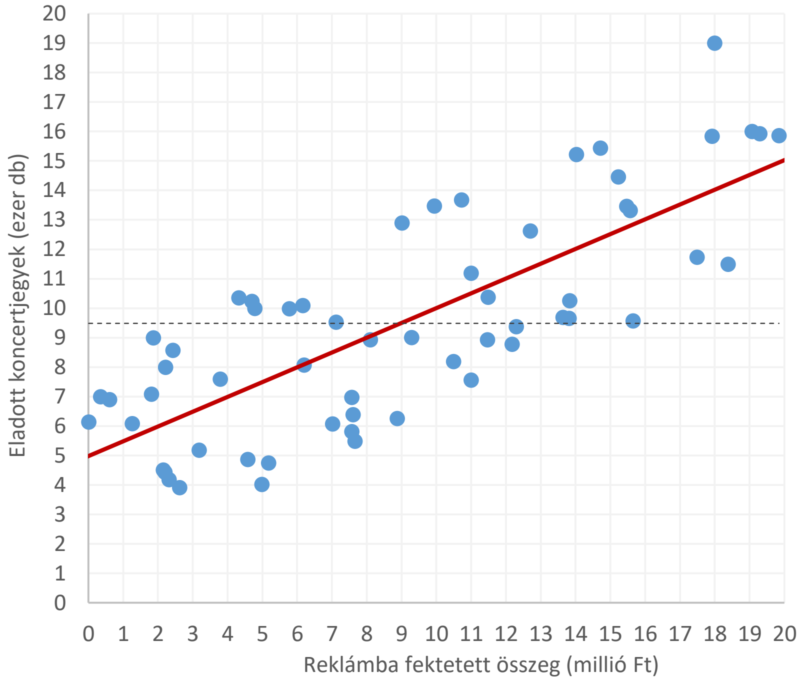
Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	SS_M 471,583	df_M 1	MS_M 471,583	F 88,447	,000000000000339[b]
	Residual	SS_R 303,913	df_R 57	MS_R 5,332		
	Total	SS_T 775,496	df_T 58			

a. Dependent Variable: Eladott koncertjegy (1000 db)
b. Predictors: (Constant), Reklámba fektetett összeg (millió Forint)

azaz $\dfrac{339}{\text{billiárd}}$

Egyszerű lineáris regresszió

- A *Koefficiens* tábla tartalmazza a regressziós egyenes együtthatóit – ezáltal a prediktor változó(k) egyenkénti hatását a kimeneti változóra.
  Vesd össze az elméleti részben tanultakkal!
- A regressziós egyenes egyenlete: $Y_{predikált} = b0 + b1 * x$
- A **b0** (a táblázatban a konstanshoz tartozó B érték) az x=0-hoz tartozó értéket adja meg (ahol az y tengelyt metszi az egyenes).
- A **b1** (a táblázatban a prediktor(ok)hoz tartozó B érték) az egyenes meredekségét adja meg standardizálatlan formában (a prediktor egységnyi változására kimeneti változóban bekövetkező változást)
- A b1-hez tartozó **SE** az egyenes meredekségének bizonytalanságát jelzi.



Coefficients[a]

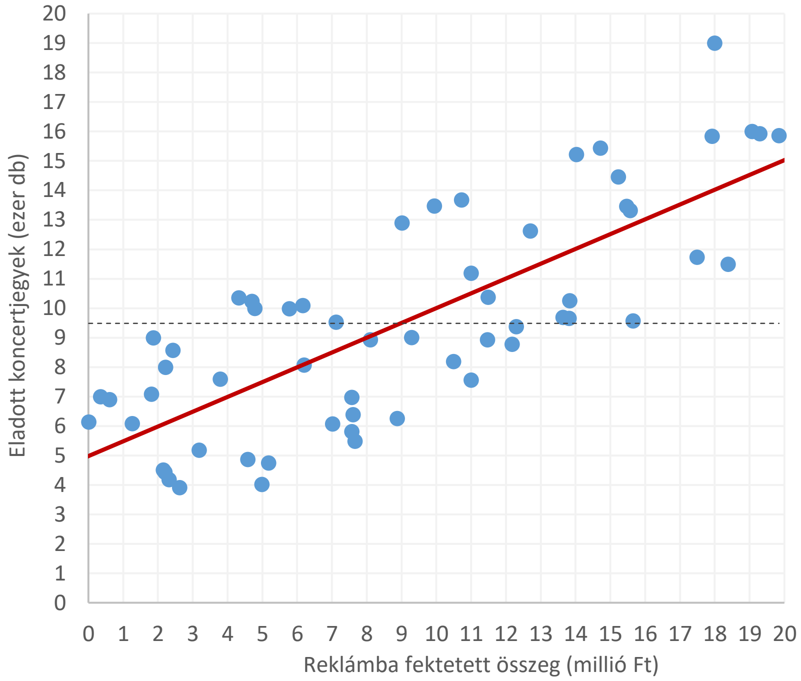
Model		Unstandardized Coefficients B	Unstandardized Coefficients Std. Error	Standardized Coefficients Beta	t	Sig.
1	(Constant)	B0 4,983	,565		8,817	,00000000000307
	Reklámba fektetett összeg (millió Forint)	B1 ,502	,053	,780	9,405	,000000000000339

a. Dependent Variable: Eladott koncertjegy (1000 db)

Többszempontos elemzésnél minden prediktor itt lesz felsorolva

Egyszerű lineáris regresszió

- A *Koefficiens* tábla tartalmazza a regressziós egyenes együtthatóit – ezáltal a prediktor változó(k) egyenkénti hatását a kimeneti változóra.
  Vesd össze az elméleti részben tanultakkal!
- A **β** (táblázatban Beta) a standardizált meredekség, mely alapján több prediktor hatása összehasonlítható.
- A **t-próbá**val és a hozzá tartozó szignifikanciával ellenőrizhetjük, hogy a meredekség szignifikánsan eltér-e nullától, azaz a prediktornak van-e szignifikáns hatása a kimeneti változóra



Coefficients[a]

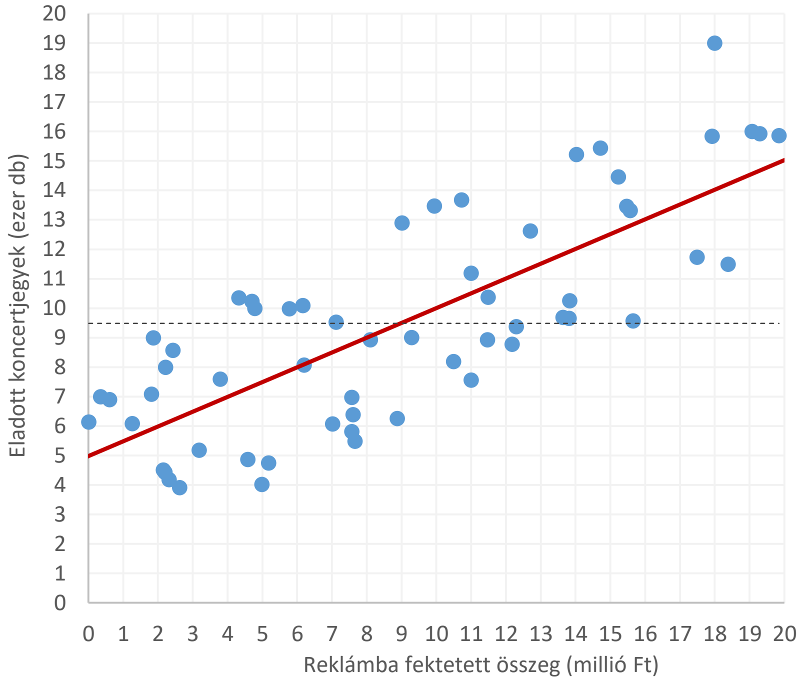
Model		Unstandardized Coefficients B	Unstandardized Coefficients Std. Error	Standardized Coefficients Beta	t	Sig.
1	(Constant)	B0 4,983	,565		8,817	,00000000000307
	Reklámba fektetett összeg (millió Forint)	B1 ,502	,053	,780	9,405	,000000000000339

a. Dependent Variable: Eladott koncertjegy (1000 db)

Többszempontos elemzésnél minden prediktor itt lesz felsorolva

Egyszerű lineáris regresszió

- Néhány megjegyzés:
  - Kapcsolat korrelációval
    - A *Model Summary* tábla R értéke megegyezik a Pearson-korrelációból kapható r-értékkel, hiszen az egyprediktoros lineáris regresszió „csupán” egy Pearson korreláció.
    - Az *ANOVA* tábla szignifikancia értéke is azonos a Pearson korreláció 2-tailed szignifikanciájával.
  - Kapcsolat F-érték és a b1 koefficiens között
    - Az *ANOVA* táblában a prediktorhoz tartozó t-próba t-értékének négyzete megegyezik az F értékkel, hiszen a $df_M = 1$.
    - Ennek gyakorlati jelentése az, hogy a kimeneti változó varianciájának modellel megmagyarázható részének egészéért az egy darab prediktor változó felelős.
    - Ez többszempontos elemzésben már nem lesz igaz – ott több prediktor hatásának eredője lesz a regressziós egyenes, melyhez az F-érték tartozik.



Correlations

		Eladott koncertjegy (1000 db)
Reklámba fektetett összeg (millió Forint)	Pearson Correlation	,780**
	Sig. (2-tailed)	,000000000000339
	N	59

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Gyakorló példák

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,469[a]	,220	,186	7,32620

a. Predictors: (Constant), pred1

ANOVA[a]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	347,355	1	347,355	6,472	,018[b]
	Residual	1234,485	23	53,673		
	Total	1581,840	24			

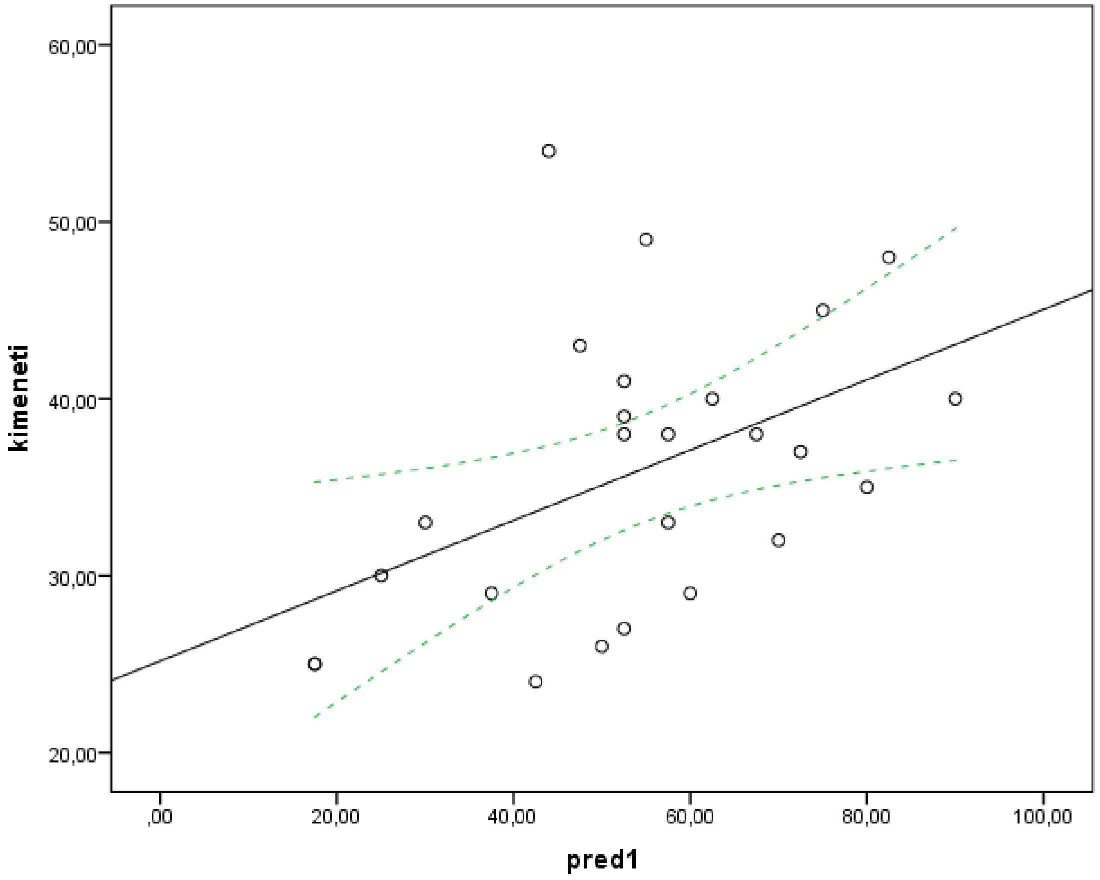
a. Dependent Variable: kimeneti

b. Predictors: (Constant), pred1

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	25,175	4,471		5,631	,000
	pred1	,199	,078	,469	2,544	,018

a. Dependent Variable: kimeneti



Gyakorló példák

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,673[a]	,453	,429	6,13531

a. Predictors: (Constant), pred2

ANOVA[a]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	716,075	1	716,075	19,023	,000[b]
	Residual	865,765	23	37,642		
	Total	1581,840	24			

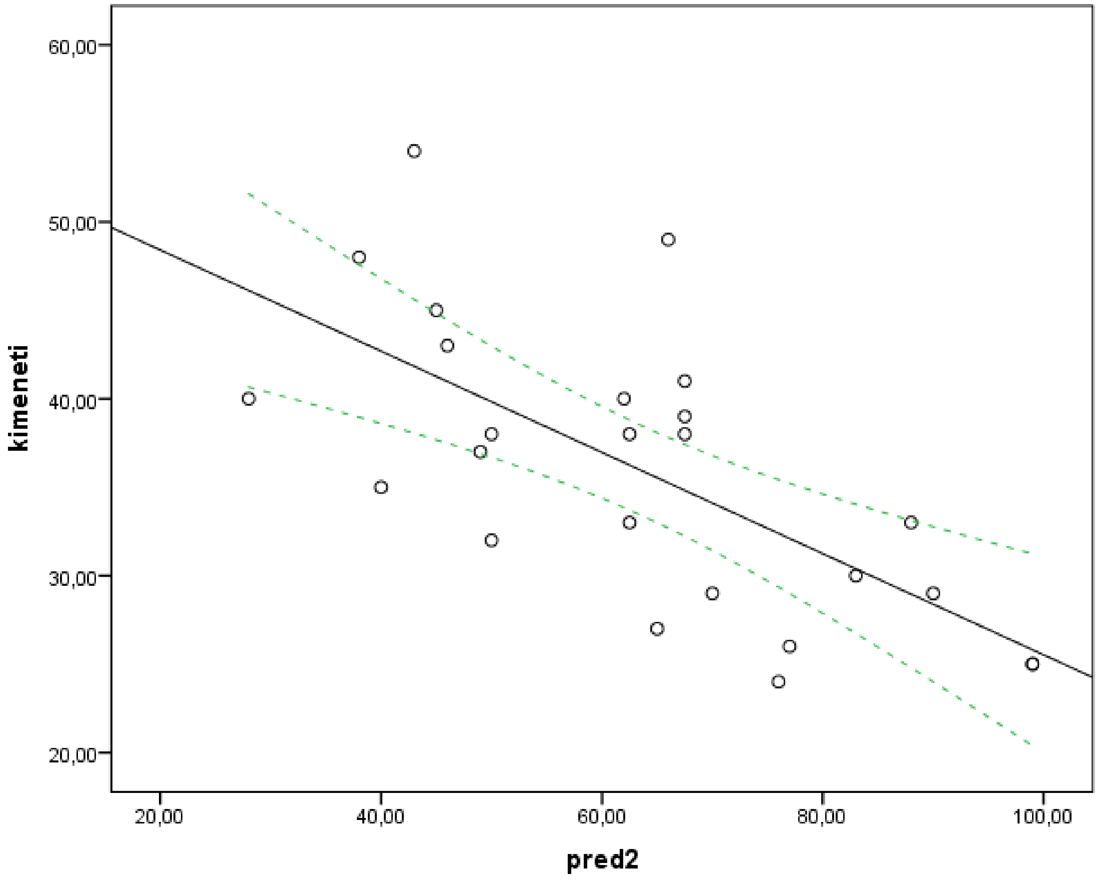
a. Dependent Variable: kimeneti

b. Predictors: (Constant), pred2

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	54,131	4,352		12,438	,000
	pred2	-,286	,066	-,673	-4,362	,000

a. Dependent Variable: kimeneti



Gyakorló példák

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,580[a]	,337	,226	8,70704

a. Predictors: (Constant), pred3

ANOVA[a]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	231,125	1	231,125	3,049	,131[b]
	Residual	454,875	6	75,813		
	Total	686,000	7			

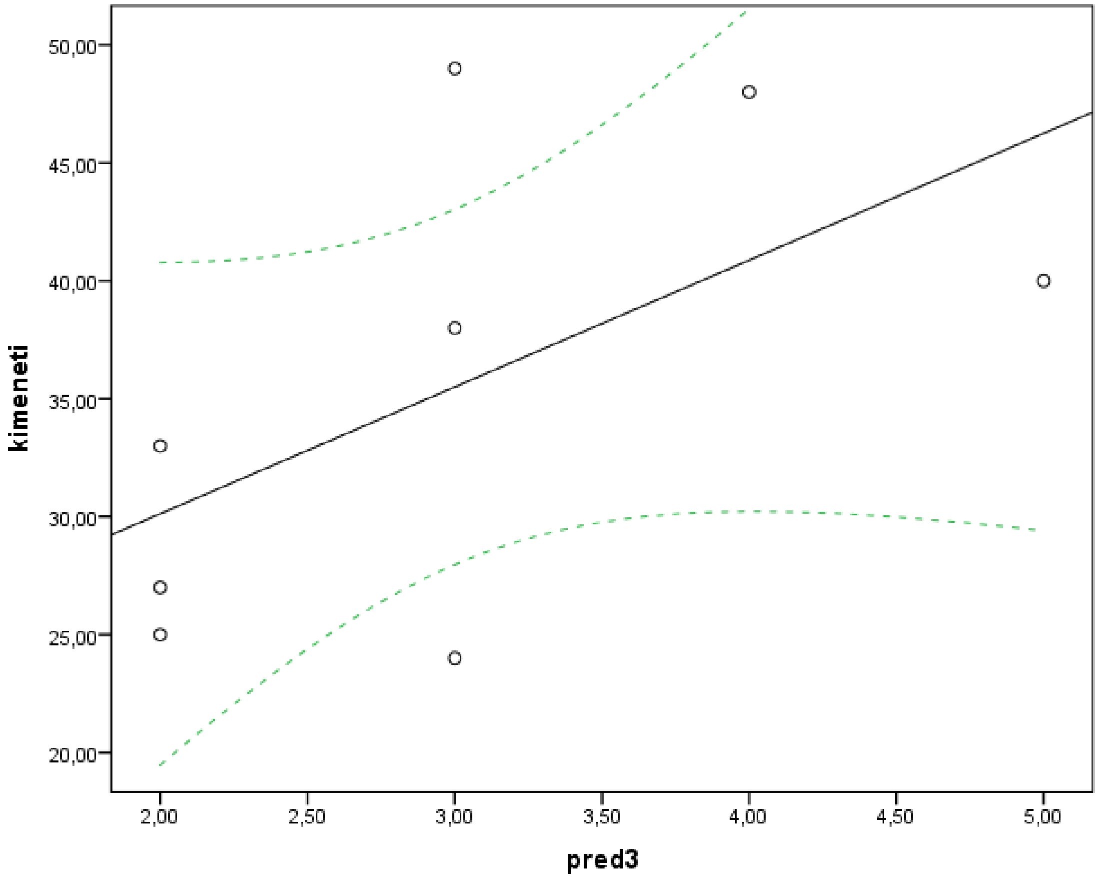
a. Dependent Variable: kimeneti

b. Predictors: (Constant), pred3

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	19,375	9,735		1,990	,094
	pred3	5,375	3,078	,580	1,746	,131

a. Dependent Variable: kimeneti



Gyakorló példák

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,229[a]	,052	,043	8,21597

a. Predictors: (Constant), pred4

ANOVA[a]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	366,180	1	366,180	5,425	,022[b]
	Residual	6615,210	98	67,502		
	Total	6981,390	99			

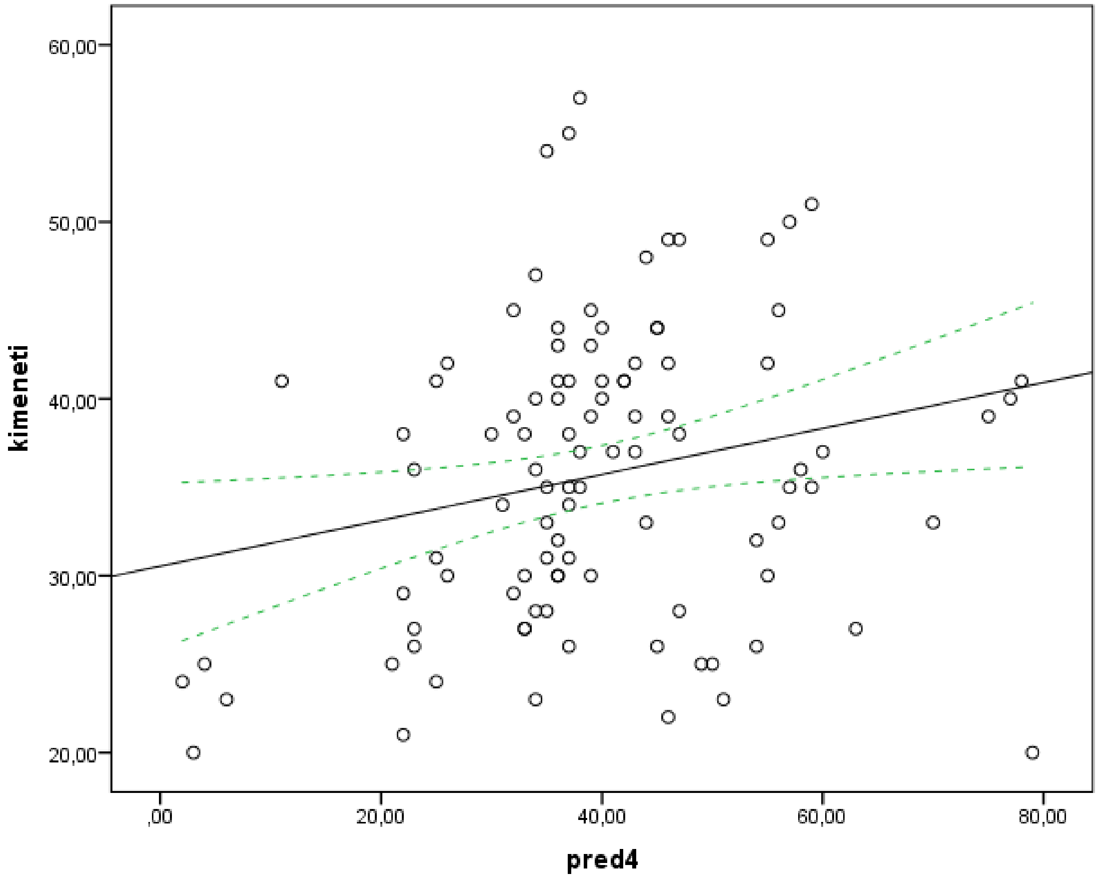
a. Dependent Variable: kimeneti

b. Predictors: (Constant), pred4

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	30,536	2,361		12,936	,000
	pred4	,130	,056	,229	2,329	,022

a. Dependent Variable: kimeneti



Gyakorló példák

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,673[a]	,453	,430	6,13142

a. Predictors: (Constant), pred5

ANOVA[a]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	717,170	1	717,170	19,077	,000[b]
	Residual	864,670	23	37,594		
	Total	1581,840	24			

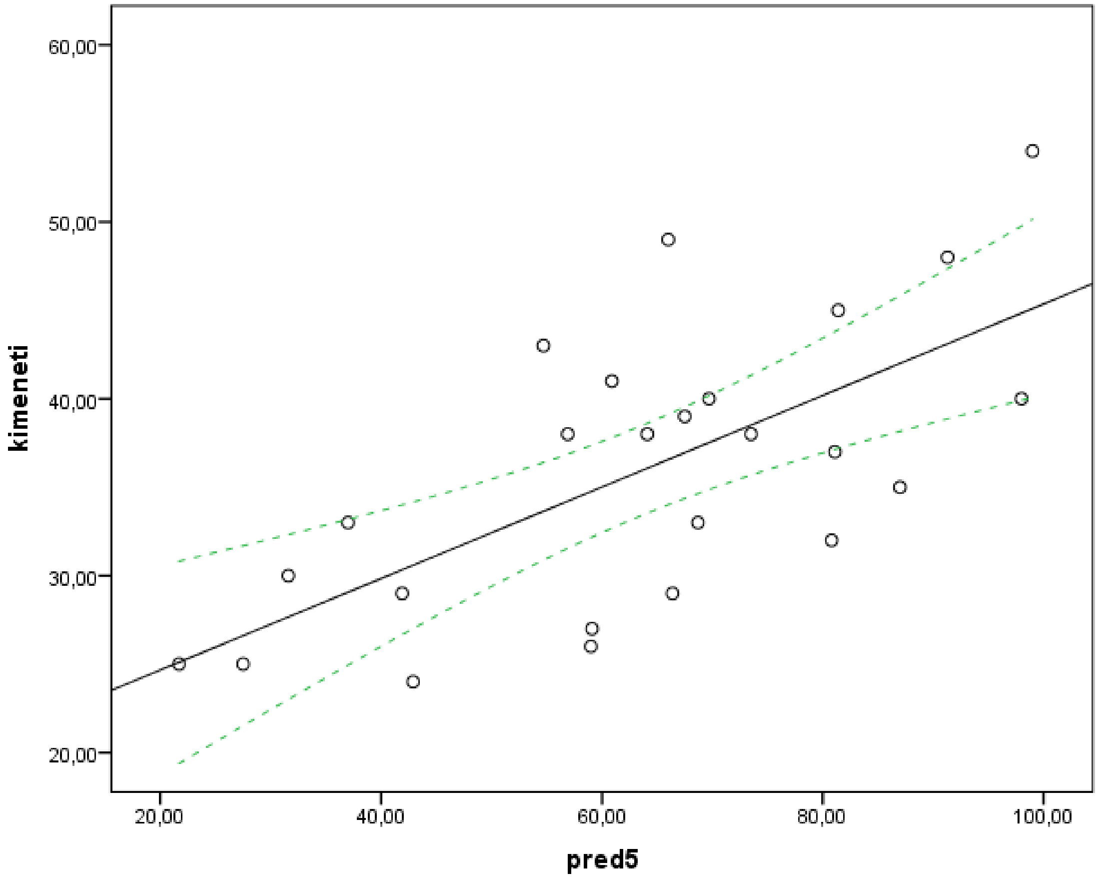
a. Dependent Variable: kimeneti

b. Predictors: (Constant), pred5

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	19,496	3,955		4,929	,000
	pred5	,259	,059	,673	4,368	,000

a. Dependent Variable: kimeneti



Gyakorló példák

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,745[a]	,555	,547	5,71458

a. Predictors: (Constant), pred6

ANOVA[a]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	2158,739	1	2158,739	66,105	,000[b]
	Residual	1730,789	53	32,656		
	Total	3889,527	54			

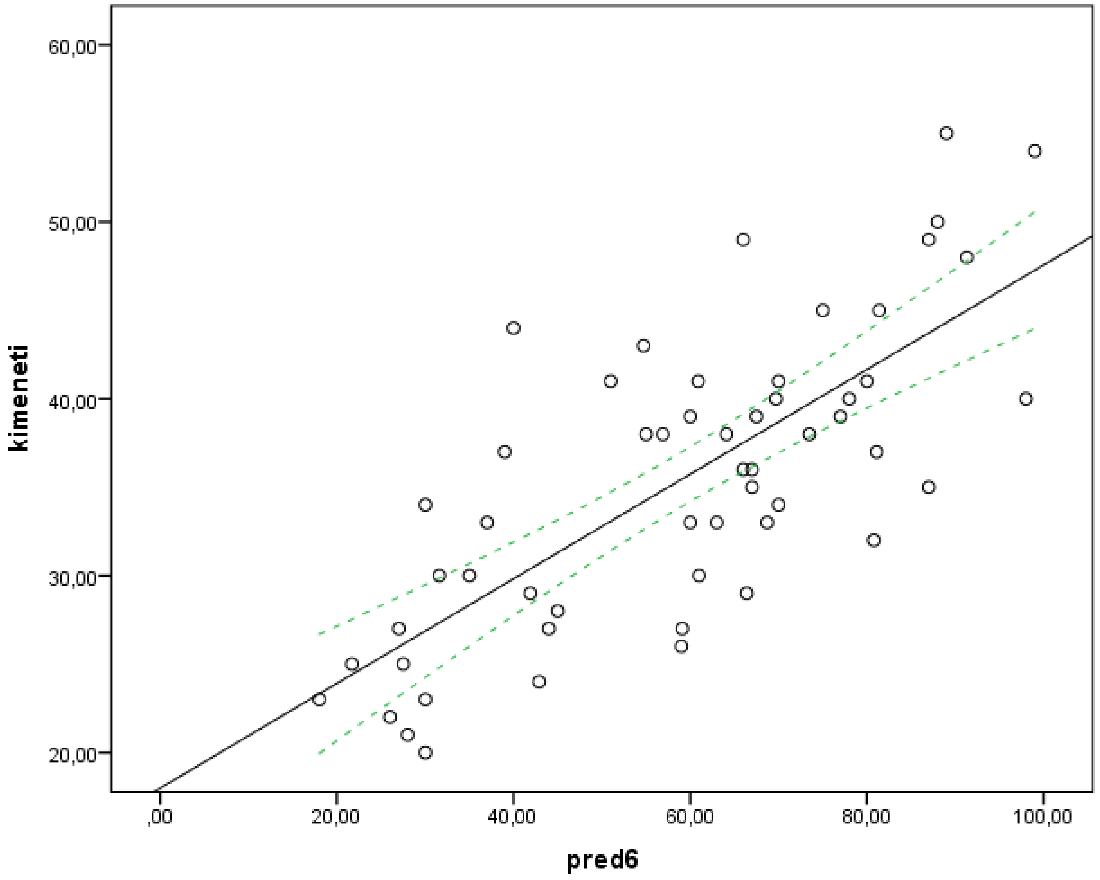
a. Dependent Variable: kimeneti

b. Predictors: (Constant), pred6

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	17,999	2,279		7,898	,000
	pred6	,296	,036	,745	8,130	,000

a. Dependent Variable: kimeneti



Gyakorló példák

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,285[a]	,081	,041	7,95030

a. Predictors: (Constant), pred7

ANOVA[a]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	128,074	1	128,074	2,026	,168[b]
	Residual	1453,766	23	63,207		
	Total	1581,840	24			

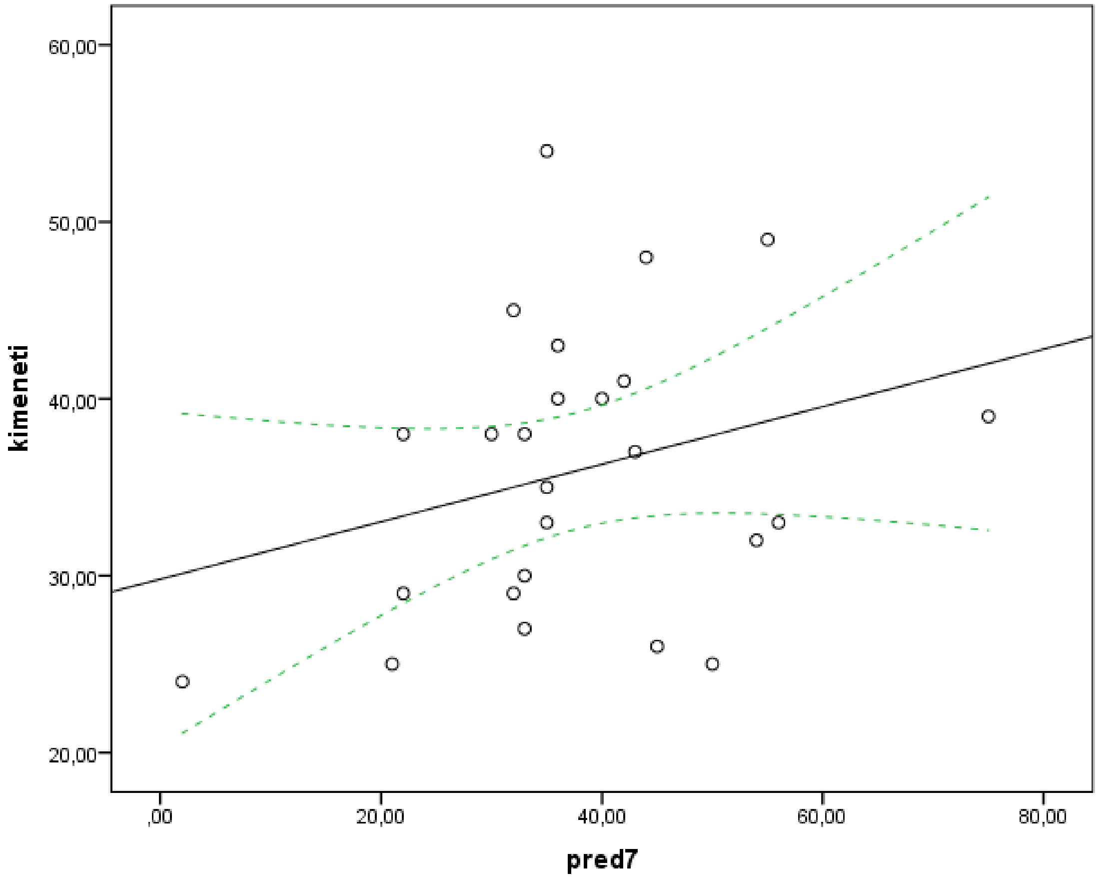
a. Dependent Variable: kimeneti

b. Predictors: (Constant), pred7

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	29,805	4,581		6,506	,000
	pred7	,162	,114	,285	1,423	,168

a. Dependent Variable: kimeneti



Gyakorló példák

Model Summary

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,749[a]	,560	,552	5,68013

a. Predictors: (Constant), pred8

ANOVA[a]

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	2179,539	1	2179,539	67,553	,000[b]
	Residual	1709,988	53	32,264		
	Total	3889,527	54			

a. Dependent Variable: kimeneti

b. Predictors: (Constant), pred8

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	59,591	3,037		19,622	,000
	pred8	-,285	,035	-,749	-8,219	,000

a. Dependent Variable: kimeneti