Α Λυκείου Άλγεβρα
Επαναληπτικό Διαγώνισμα 1 -Απαντήσεις

Θέμα Α

Α1. Σχολικό βιβλίο. Σελίδα 126
Α2. Σχολικό βιβλίο. Σελίδα 31
Α3. **Λ-Σ-Λ-Λ-Σ**

Θέμα Β

Β1. $A=\frac{\sqrt{x^2}}{x}-\frac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x-3}=\frac{|x|}{x}-\frac{\sqrt{(x-3)^2}}{x-3}\overset{x>0}{=}\frac{x}{x}-\frac{|x-3|}{x-3}\overset{x-3<0}{=}1-\frac{-(x-3)}{x-3}=2$

Β2. $B=\sqrt[3]{\sqrt{31}-2}\cdot\sqrt[3]{\sqrt{31}+2}=\sqrt[3]{(\sqrt{31}-2)(\sqrt{31}+2)}=\sqrt[3]{31-4}=\sqrt[3]{27}=3$

Β3.
$\frac{|\omega-1|-4}{A}+\frac{5}{B}<\frac{|1-\omega|}{B}\underset{B=3}{\overset{A=2}{\Leftrightarrow}}\frac{|\omega-1|-4}{2}+\frac{5}{3}<\frac{|1-\omega|}{3}\Leftrightarrow 3|\omega-1|-12+10<2|\omega-1|$
$\Leftrightarrow 3|\omega-1|-2<2|\omega-1|\Leftrightarrow|\omega-1|<2\Leftrightarrow -2<\omega-1<2\Leftrightarrow -1<\omega<3$
ή $\omega\in(-1,3)$

Θέμα Γ

Γ1. $\underbrace{\mu(\mu-1)}_{\alpha}\cdot x=\underbrace{\mu^2-1}_{\beta}$ (1)

- Αν $\mu\neq 0$ και $\mu\neq 1$ η (1) έχει μοναδική λύση $x=\frac{(\mu-1)(\mu+1)}{\mu(\mu-1)}=\frac{\mu+1}{\mu}$
- Αν μ(μ-1)=0 είναι μ=0 ή μ=1
  Για μ=0 η (1)γίνεται: 0x=-1 αδύνατη
  Για μ=1 η (1) γίνεται 0x=0 ταυτότητα.

Γ2. Η εξίσωση είναι ταυτότητα για μ=1 άρα:
$|(\kappa+1)^{3\mu}|=8\Leftrightarrow|(\kappa+1)^3|=8\Leftrightarrow(\kappa+1)^3=8$ ή $(\kappa+1)^3=-8$
Τότε: $(\kappa+1)^3=8\Leftrightarrow\kappa+1=\sqrt[3]{8}\Leftrightarrow\kappa+1=2\Leftrightarrow\kappa=1$
$(\kappa+1)^3=-8\Leftrightarrow\kappa+1=-\sqrt[3]{|-8|}\Leftrightarrow\kappa+1=-2\Leftrightarrow\kappa=-3$

Γ3. Για κ=1 έχουμε: $\alpha_1 = \frac{1}{4}$ Τότε

$$\alpha_\nu = 256 \Leftrightarrow \alpha_1 \cdot \lambda^{\nu-1} = 256 \overset{\lambda=2}{\Leftrightarrow} \frac{1}{4} \cdot 2^{\nu-1} = 256 \Leftrightarrow 2^{-2} \cdot 2^{\nu-1} = 256 \Leftrightarrow 2^{\nu-3} = 2^8$$

$$\Leftrightarrow \nu - 3 = 8 \Leftrightarrow \nu = 11$$

Θέμα Δ

Δ1.

- $S_5 = 5 \Leftrightarrow \frac{5}{2}[2\alpha_1 + (5-1)\omega] = 5 \Leftrightarrow 5(2\alpha_1 + 4\omega) = 10 \Leftrightarrow 2\alpha_1 + 4\omega = 2$
  $\Leftrightarrow \alpha_1 + 2\omega = 1 \quad (1)$

- $\alpha_2 + \alpha_7 + \alpha_{12} = 15 \Leftrightarrow \alpha_1 + \omega + \alpha_1 + 6\omega + \alpha_1 + 11\omega = 15 \Leftrightarrow 3\alpha_1 + 18\omega = 15 \Leftrightarrow$
  $\alpha_1 + 6\omega = 5 \quad (2)$

- Από το σύστημα των εξισώσεων (1),(2) έχουμε α_1=-1 , ω=1

Δ2. $x^2-(\lambda+3)x+\lambda+2=0$

$\Delta=[-(\lambda+3)]^2 - 4(\lambda+2) = \lambda^2 + 6\lambda + 9 - 4\lambda - 8 = \lambda^2 + 2\lambda + 1 = (\lambda+1)^2 \geq 0$

Άρα ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda \in R$

Δ3.

- $|\alpha_{3\mu+3} - \alpha_\mu| > 15 \Leftrightarrow |\alpha_1 + (3\mu+3-1)\omega - [\alpha_1 + (\mu-1)\omega]| > 15 \Leftrightarrow$
  $|\alpha_1 + (3\mu+2)\cdot 1 - \alpha_1 - (\mu-1)\cdot 1| > 15 \Leftrightarrow |3\mu + 2 - \mu + 1| > 15 \Leftrightarrow |2\mu+3| > 15 \Leftrightarrow$
  $2\mu + 3 > 15$ ή $2\mu + 3 < -15 \Leftrightarrow \mu > 6$ ή $\mu < -9$
  Όμως $\mu \in \Omega$ άρα μ=7,8,9,10

- $\frac{S-6}{P-11} < 0 \Leftrightarrow (S-6)(P-11) < 0 \underset{P=\lambda+2}{\overset{S=\lambda+3}{\Leftrightarrow}} (\lambda+3-6)(\lambda+2-11) < 0 \Leftrightarrow$
  $(\lambda-3)(\lambda-9) < 0 \Leftrightarrow 3 < \lambda < 9$
  Όμως $\lambda \in \Omega$ άρα λ=4,5,6,7,8

α. Είναι $A = \{7,8,9,10\}$ $B = \{4,5,6,7,8\}$ τότε

$$P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \qquad P(B) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

β. Είναι $A \cap B = \{7,8\}$ άρα $P(A \cap B) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

$P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) =$

$1 - (\frac{2}{5} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5}) = \frac{3}{10}$

γ. $P[(A - B) \cup (B - A)] = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = ... = \frac{1}{2}$