

素数大富豪公式ルール

Prime Daifugo

関 真一郎 (Shin-ichiro Seki)

用意するもの

トランプ1組、素数判定アプリ¹または素数表。必要に応じてタイマーおよび素因数分解アプリ。公式アプリには全ての機能が搭載されている。

プレイ人数

2人～4人推奨。トランプを複数組用いることによって原理的には2人以上であれば何人でもプレイ可能。

素数判定員(=ゲームマスター)

1人。ただし、人員が足りない場合はプレイヤーの1人が出来る限り公平性を保ちながら素数判定員を兼任してもよい。プレイヤーが3人以上いて、最初にあがったり失格したプレイヤーが素数判定員でなかった場合はプレイ中の素数判定員と交代して素数判定員を務める。

用語

プレイ中、各カードは次の4つのいずれかに属す：

手札…各プレイヤー手持ちのカード。他のプレイヤーには公開しない。(D19)参照。

場…各プレイヤーが手札からカードを出した際にカードを置く場所。複数枚を1度に置く場合は順序が定まる(左にあるほど順序は小さいものとする)。カードが流れるまで表向きに重ねていく。重ねた順番により場にあるカード全体に辞書式順序が定まる。(下にあるほど順序は小さい)。

素因数場…各プレイヤーが手札からカードを場に出す際に、それに付随して手札からカードを置くことができる場所(左にあるほど小さいような順序を入れる)。そいんすうば。

山札…手札にも場にも素因数場にも属さないカードから構成される。山札はカードを裏向きに重ねて設置する。

手番…手番であるプレイヤーはルールに従って手札からカードを場に出したり、山札からカードを引く権利がある。

カードを流す…手札、場、素因数場からルールに従ってカードを山札に一番下から補充すること。

平常状態・革命状態…ゲーム時、常にどちらか一方の状態にある。ゲーム開始時は平常状態。

あがり…ゲームに勝利して、プレイヤーから抜けた状態。

¹ 公式素数判定アプリ：<http://primedaifugo.xyz/calc>

関数の定義²

$\mathbb{N}$ を非負整数全体からなる集合とし、 C をトランプ1組のカード全体からなる集合とする。

各手番 $*$ 毎に関数 $f^*: C \rightarrow \mathbb{N}$ を次のように定義する。例えば、プレイヤーAの m 回目の手番であれば $f^{(A,m)}$ と表示する。まず、ジョーカー以外の値は $*$ に依らず次のように定義する。

$$f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{A}^\clubsuit \\ \hline \end{array}\right) = f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{A}^\diamondsuit \\ \hline \end{array}\right) = f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{A}^\heartsuit \\ \hline \end{array}\right) = f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{A}^\spadesuit \\ \hline \end{array}\right) := 1$$

$$f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{2}^\clubsuit \\ \hline \end{array}\right) = f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{2}^\diamondsuit \\ \hline \end{array}\right) = f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{2}^\heartsuit \\ \hline \end{array}\right) = f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{2}^\spadesuit \\ \hline \end{array}\right) := 2$$

.....

$$f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{10}^\clubsuit \\ \hline \end{array}\right) = f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{10}^\diamondsuit \\ \hline \end{array}\right) = f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{10}^\heartsuit \\ \hline \end{array}\right) = f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{10}^\spadesuit \\ \hline \end{array}\right) := 10$$

$$f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{J}^\clubsuit \\ \hline \end{array}\right) = f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{J}^\diamondsuit \\ \hline \end{array}\right) = f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{J}^\heartsuit \\ \hline \end{array}\right) = f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{J}^\spadesuit \\ \hline \end{array}\right) := 11$$

$$f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{Q}^\clubsuit \\ \hline \end{array}\right) = f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{Q}^\diamondsuit \\ \hline \end{array}\right) = f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{Q}^\heartsuit \\ \hline \end{array}\right) = f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{Q}^\spadesuit \\ \hline \end{array}\right) := 12$$

$$f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{K}^\clubsuit \\ \hline \end{array}\right) = f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{K}^\diamondsuit \\ \hline \end{array}\right) = f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{K}^\heartsuit \\ \hline \end{array}\right) = f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{K}^\spadesuit \\ \hline \end{array}\right) := 13$$

$\mathbb{N}_J := \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid a, b \leq 13\}$ とし、ジョーカーの値は手番 $*$ 毎に $(a, b) \in \mathbb{N}_J$ を選んで

$$f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{Joker}^\clubsuit \\ \hline \end{array}\right) := a, \quad f^*\left(\begin{array}{|c|} \hline \text{Joker}^\spadesuit \\ \hline \end{array}\right) := b$$

² 数式はLaTeXiTで画像ファイル化し貼り付けて作成。見にくい箇所についてはご容赦願います。

と定義する。これをプレイヤーは「 = a ,  = b として利用します。」

のように簡略表現してよい。ジョーカーを用いない場合や1枚しか用いない場合、

$$(a, b) = (1, 1), (a, 1), (1, b)$$

のように、使わない値については暗黙のうちに1と定義する。次に正の整数 n に対して

$$\mathbb{N}_+^n := \mathbb{Z}_{>0} \times \underbrace{\mathbb{N} \times \cdots \times \mathbb{N}}_{n-1} \quad \text{とし、} \quad \text{Con}: \bigsqcup_{n=1}^{\infty} \mathbb{N}_+^n \rightarrow \mathbb{Z}_{>0}$$

を十進法表記における結合関数とする。ただし、 $\mathbb{Z}$ は整数全体のなす集合。

例) $\text{Con}(13, 8, 0, 7) = 13807$

初期設定で定義される制限枚数(D3)の値 N に対し、 $\mathcal{C} := \bigsqcup_{n=1}^N \mathcal{C}^n$ とする。ただし、

$$\mathcal{C}^n := \underbrace{\mathcal{C} \times \cdots \times \mathcal{C}}_n \quad \text{とする。このとき、手番} * \text{ 毎に } F^*: \mathcal{C} \dashrightarrow \bigsqcup_{n=1}^{\infty} \mathbb{N}_+^n \text{ を}$$

$$F^*((a_1, \dots, a_n)) := ((f^*(a_1), \dots, f^*(a_n)))$$

によって定義する。そうして、 $\mathcal{F}^*: \mathcal{C} \dashrightarrow \mathbb{Z}_{>0} \cup \{\infty\}$ を

$$\mathcal{F}^*\left(\left[\begin{array}{c} \text{Joker} \\ \text{Ace of Spades} \end{array}\right]\right) = \mathcal{F}^*\left(\left[\begin{array}{c} \text{Ace of Spades} \\ \text{Joker} \end{array}\right]\right) := \infty$$

および、ジョーカー1枚以外の $v \in \mathcal{C}$ に対しては $\mathcal{F}^*(v) := (\text{Con} \circ F^*)(v)$

によって定義する。 ∞ は任意の整数より大きいものとする。また、 $\mathcal{G}^*: \mathcal{C} \dashrightarrow \mathbb{Z}_{\geq 2}$

を $\mathcal{G}^* := \text{Con} \circ F^*$ によって定義する。 $\mathcal{F}^*, \mathcal{G}^*$ は一般には写像を定めないが、

$\mathcal{F}^*$ の値を定めないうような $\mathcal{C}$ の元を手札から場に出すことはできず、 $\mathcal{G}^*$ の値を定めないう

ような $\mathcal{C}$ の元を手札から素因数場に出すことはできない。

注意

正確には $\mathcal{F}^*, \mathcal{G}^*$ の定義域を適切な部分集合に制限することによって得られる関数を考える

ということであるが、記述が煩雑になることを避けて点線矢印で表現した。

ゲーム進行

1. カードの分配

素数判定員はトランプをよく切り、各プレイヤーに手札を同じ枚数(D4参照)だけ配る。残りのカードを山札とする。

2. 手番の順序の決定

各プレイヤーの手番の順序を決める(D5参照)。

3. 考慮時間

手番の順序が決定した後、各プレイヤーは自分の手札を見てよい。そして、設定した考慮時間(D6参照)の間、各プレイヤーは戦術を練ることができる。時間は素数判定員が計る。考慮時間が終了した時点で、最初の手番のプレイヤーからゲームを開始する。

4. 手番を持ったプレイヤーの行動

手番を持っているプレイヤーは制限時間(D7参照)内に関数 $\mathcal{F}^*$, $\mathcal{G}^*$ を定義した上で、

- ①(山札にカードがある場合、)山札の一番上からカードを1枚引いて手札に加える
- ②手札からカードを場および素因数場に出す(詳細は直後)
- ③パスする(詳細は5.(II))

ことができる。これらの行為は1手番内に各々高々1度しか行うことはできず、実行する際はその旨を宣言してから行う。①の後に②または③を行うことは出来るが、②または③を宣言した後に①を行うことはできない。

制限時間は素数判定員が計り、時間切れはその時点で失格となる。残りのプレイヤーが2人以上の場合はゲームを続ける。

②の詳細

・平常時

場にカードがない場合… $\mathcal{F}^*(v)$ の値が定まるような $v \in \mathcal{C}$ が手札にあれば、手札から

場に v を出すことができる。ただし、順序対としての順序は守る必要がある。

場にカードがある場合…場に出ている一番上のカードの組が $v \in C^n$ のとき、 $\mathcal{F}^*(w)$

の値が定まり、 $\mathcal{F}^*(v) < \mathcal{F}^*(w)$ であるような $w \in C^n$ が手札に存在するときに限り、

場に w を出すことができる。ここで $\star$ は v が場に出た手番を表す。

・革命時

場にカードがない場合…平常時と同様。

場にカードがある場合…場に出ている一番上のカードの組が $v \in C^n$ のとき、 $\mathcal{F}^*(w)$

の値が定まり、 $\mathcal{F}^*(v) > \mathcal{F}^*(w)$ であるような $w \in C^n$ が手札に存在するときに限り、場に w を出すことができる。ここで $\star$ は v が場に出た手番を表す。ただし、革命状態時は ∞ は任意の整数より小さいものとする。

・場に出したカード

C^* を $\mathcal{G}^*$ の値が定まるような元全体からなる C の部分集合とする。また、

$$\mathcal{D}^* := \bigsqcup_{n=1}^{\infty} \underbrace{C^* \times \cdots \times C^*}_n, \quad \mathcal{E}^* := \left(\bigsqcup_{n=1}^{\infty} \underbrace{\mathcal{D}^* \times \cdots \times \mathcal{D}^*}_n \right) \setminus C^*$$

とする。このとき、手札にある $\mathcal{E}^*$ の任意の元を素因数場に出してもよい(順序は守る)。

5. 素数判定員による素数判定

(I) 手番のプレイヤーが4. ②を実行した際、素数判定員は素数判定アプリを使用してプレイヤーのカードの出し方が後述の規定通りであるかを判定する。規定通りであれば素因数場にあるカードを流し(D10参照)、次の(i), (ii), (iii)に作業を移す。反則であれば後述の反則規定を適用してプレイヤーにペナルティを与え、(D9)の情報公開を行った後、次のプレイヤーに手番を移す。

(i) グロタンカット(後述)が成立している場合、または場に出ているカードの関数値が ∞ の場合は場のカードを流して、(D10)の方法で山札にカードを追加する。その後、それらを出したプレイヤーに手番を移す(すなわち、連続で手番を持てる)。

(ii) 平常状態でラマヌジャン革命(後述)が成立している場合は革命状態に変更する。また、革命状態でラマヌジャン革命が成立している場合は平常状態に変更する。その後、次のプレイヤーの手番に移す。

(iii) グロタンカットでもラマヌジャン革命でも関数値が ∞ でもない場合、次のプレイヤーに手番を移す。

(II) 手番のプレイヤーがパスした際(4. ③)、通常は次のプレイヤーに手番を移す。ただし、プレイヤー人数が n 人であるとし、 $n-1$ 回連続でパスまたは反則が続いた場合は場のカードを流し、(D10)の方法で山札にカードを追加する。その後、次のプレイヤーに手番を移す。

6. あがり

プレイヤーが4. ②でカードを手札から場および素因数場に出して手札がなくなった場合、素数判定員による判定の結果反則でなければ勝利が確定し、あがりとなる。後述の反則時に山札が足りない場合のペナルティによって手札がなくなったプレイヤーについても、その時点であがりとなる。その後、あがったプレイヤーを除いてプレイヤーが2人以上いる場合はそれらのプレイヤーでゲームを継続する。

7. ゲームの終了

プレイヤーが順次あがるか失格し、残りのプレイヤーが1人になった場合はゲームを終了する。あがった順番が順位となり、残った1人は時間切れによって失格になったプレイヤーを除いた中で最下位とする。失格したプレイヤーは最後に残ったプレイヤーの次からカウントして、失格した逆順に高い順位をつける。ゲームの目的は高い順位であがることである。また、1ゲームの時間が設定されている場合(D11参照)は設定した時間が経過した時点でゲームを中断する。その際、残っているプレイヤーの順位は設定(D12)で決まる。

カードの出し方に関する規定

4. ②でカードを場および素因数場に出した場合、以下のいずれかの出し方に則っていない場合は反則となり、後述のペナルティを受ける。

素数出し

場に出したカードの組 $v \in \mathcal{C}$ に対して、 $\mathcal{F}^*(v)$ が素数または ∞ であり、素因数場には何もカードを出していない。

グロタンカット

場に出したカードの組 $v \in \mathcal{C}$ に対して、 $\mathcal{F}^*(v)$ が57であり、素因数場には何もカードを出していない。

ラマヌジャン革命³

場に出したカードの組 $v \in \mathcal{C}$ に対して、 $\mathcal{F}^*(v)$ が1729であり、素因数場に何もカードを出していない。

合成数出し

場に出したカードの組 $v \in \mathcal{C}$ に対して、 $\mathcal{F}^*(v)$ が合成数であり

(57および1729であってもよい)、素因数場に出した

$$((v_{1,1}, \dots, v_{1,n_1}), \dots, (v_{m,1}, \dots, v_{m,n_m})) \in \mathcal{E}^*$$

($v_{i,j} \in \mathcal{C}^*, 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n_i$) に対して、次の2条件が成立している：

(i) $\mathcal{G}^*(v_{i,1})$ は全ての $1 \leq i \leq m$ に対して素数である(等しいものがあったても良い)。

(ii) 次の等号が成立する⁴。

³菅原響生氏考案。

⁴ 合成数出しにおける指数表記出しは、おのりん氏による考案。

$$\mathcal{F}^*(v) = \prod_{i=1}^m \mathcal{G}^*(v_{i,1})^{\mathcal{G}^*(v_{i,2})} \cdots \mathcal{G}^*(v_{i,n_i})$$

反則に対するペナルティ

4. ②でカードを場および素因数場に出した際にその出し方が反則であった場合、出した全てのカード(n 枚であったとする)を手札に戻し、更に、山札の上から n 枚カードを引いて手札に加える。

ただし、山札が n 枚なかった場合は次のペナルティを課す。山札の枚数が m 枚($m < n$)である場合、反則したプレイヤーは m 枚全てを引いて手札に加える($m=0$ の場合は何も引かない)。その後、反則したプレイヤーを除く全てのプレイヤーは各自($n-m$)枚のカードを手札から(順序を含めて)自由に選択し(手札の枚数が($n-m$)枚未満のプレイヤーは手札全てを選択し)、手番の順にそれらのカードを決めた順序で流す。

初期設定

以下の各種設定を行ってからプレイを開始する。デフォルトを設定しているが、適宜変更してよい(その際、関数の定義も必要に応じて変更する)。

(D1)ジョーカーの枚数

デフォルト…2枚。

(D2)偶数カードの削減

デフォルト…なし。

他の設定例…偶数カードを半数減らす(例えばダイヤとハートの偶数カードを全て排除する)。こ

で、 $f^*(v) \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ となるようなジョーカーでない $v \in C$ を偶数カードと呼ぶ。

(D3)場に出すカードの枚数制限

デフォルト…制限なし。 $N=\infty$ 。

他の設定例…4枚。

(D4)手札の枚数

デフォルト…11枚。

(D5)手番の順序の決定方法(追記参照)

デフォルト…じゃんけんで勝者1名を決定し、その者から時計回りの順とする。

(D6)考慮時間

デフォルト… 1 分。

(D7)手番の制限時間

デフォルト… 1 分。

(D8)手番の制限時間切れ時の設定

デフォルト… 失格。

他の設定例… 強制パス。

(D9)素数判定員による素因数分解の情報公開

デフォルト… なし。

他の設定例 1 … 場にカードを出した際に反則であったプレイヤーが公開を要求した場合のみ場に出したカードの関数値の素因数分解を公開する。

他の設定例 2 … プレイヤーが場にカードを出した際に反則であった場合は常に公開する。

(D10)カードの流し方

デフォルト… 場または素因数場にあるカードの(辞書式)順序について、小さいものから順に山札の下に裏向きに重ねていく。

他の設定例 1 … 流すカード全体をよく切ってから、山札の下に追加する。

他の設定例 2 … 流すカードと山札のカード全体を合わせてよく切り、それを新たな山札とする。

(D11)1ゲームの時間

デフォルト… 制限なし。

他の設定例… 15分。素数判定員による判定中も時間は止めない。

(D12)制限時間(または(D18)の千日手)によってゲームが中断した際の順位

デフォルト… 素数判定員の判定中に制限時間に達した場合は判定を行う。その後、あがっていないプレイヤーの順位は最後にあがったプレイヤーの次からカウントすることとし、手札の残り枚数の少ないプレイヤーほど順位が高いものとする。手札の残り枚数が同じプレイヤー間では手番の順に順位を付ける。失格者の順序はその次からカウントする。

他の設定例⁵… 素数判定員の判定中に制限時間に達した場合は判定を行う。その後、あがっていないプレイヤーは 1 分間の考慮時間の後、素数判定員の合図で同時に手札にあるカードを**全て使って**

$\mathcal{F}^*(v)$ の値が定まるような $v \in \mathcal{C}$ を作って公開する。このとき、 $\mathcal{F}^*(v)$ が素数であ

るようなプレイヤーのグループBとそうでないプレイヤーのグループCに分ける。あがったプレイヤーのグループはA、失格したプレイヤーのグループはDとする。グループBについては関数値である素数が高いほど順位が高く、同じ素数であるようなプレイヤー間では手番の順に順位を付ける。グループCについては手札の残り枚数の少ないプレイヤーほど順位が高いものとし、手札の残り枚数が同じプレイヤー間では手番の順に順位を付ける。そうして、Aの最下位、Bの最上位、Bの最下位、

⁵ MathPower2016採用ルール

Cの最上位、Cの最下位、Dの最上位の順位をそれぞれa, b, c, d, e, fとすると、 $b=a-1$, $d=c-1$, $f=e-1$ が成り立つように全体の順位を定める。

(D13)カード選択に伴う計算についての制限

デフォルト…暗算で行う。カンニングを行ってはならない。プレイヤー及び素数判定員は素数Tシャツを着てはならない。

他の設定例…電卓や素数判定アプリの使用は禁止するが、各プレイヤーはメモ用紙とペンを携帯し、ゲーム中それを使って計算を行ってもよい。

(D14)あがり時の場のカード流し

デフォルト…なし。

(D15)ジョーカー 1 枚出しに関する設定

デフォルト…「関数の定義」で述べた通り。1 枚出しジョーカーは最強。

他の設定例 1… $\mathcal{F}^*$ の代わりに $\mathcal{F}_{\text{fin}}^* := \text{Con} \circ F^*$ を用いる。 $\mathcal{G}^*$ とは値域が異なる。1 枚出しジョーカーは1から13の代わり。

他の設定例 2…場にジョーカー 1 枚を出す際、 $\mathcal{F}^*$ の代わりに $\mathcal{F}_{\text{fin}}^*$ を用いてもよい。1 枚出しジョーカーは1から13の代わり or 最強。

(D16)ジョーカー 2 枚出し最強ルールの設定

デフォルト…なし。

設定時…次が成り立つように関数の定義を変更する。

$$\mathcal{F}^* \left(\left[\text{ジョーカー}, \text{ジョーカー} \right] \right) := \infty$$

(D17)あがりに関する制限

デフォルト…なし。

他の設定例…関数値 ∞ によるあがりは禁止or反則。

(D18)ゲームの制限時間がない場合の千日手

デフォルト…(D11)で制限時間を設けていない場合に、場にカードが出ていない状態で、プレイヤー人数および各プレイヤーの手札が不変なまま或る同一プレイヤーの手番が4回周ってきた時点でゲームを中断し、(D12)を適用して順位を決定する。

(D19)手札の公開

デフォルト…公開しない。

他の設定例…公開する。

注意

カードの組合せは場や素因数場に出すことが出来ない場合、出せて規定通りの場合、出せて反則の場合の3つに分けられる。特に1つ目と3つ目の区別に注意。出すことが出来ない組合せについては原則出してはいけない。アプリなどの場合は出せないように設定してしまえば問題ないが、アナログ実戦の場合は誤って出せない組合せをプレイヤーが出してしまうことはあり得る(ルールには反しているが、反則ではないのでペナルティは課さない。**反則**は専門用語とみなす)。その際は素数判定員が指摘し、**4. ②**の宣言は無効化され、もう1度**4. ②** or **③**を宣言できる。ただし、判定員が指摘する前に手番の制限時間が経過した場合は故意でない限り失格ではなく強制パスの措置をとる。例えば、(場にカードが出ていない場合)Aを**場に出すことが出来る**が必ず反則となる。

追記

(D5)手番の順序の決定方法ではデフォルトでじゃんけんによる決定を採用しているが、2017年12月10日にマモ氏によって提案された方法をこちらに記載する。

各プレイヤーは手札にあるカードを1枚選択し、素数判定員の合図で一斉にカードを出す。この際、カードの関数値が一番大きい者から時計回りの順とする。ジョーカーの値は ∞ とする。一番大きい値を出したプレイヤーが複数人いる場合はスートにスペード>ハート>ダイヤ>クラブと順序を入れる。またジョーカーに対しては黒>赤とする。出したカードは全て合わせてよく切ってから山札の一番下に加える。

注意: 例えば手札11枚でのプレイを想定してる場合は12枚配った上でこのルールを適用すればよい。