

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS EN
TOPOGRAFÍA, GEODESIA Y CARTOGRAFÍA
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID**

**PROBLEMAS
TEMA 8
CÁLCULO HIDRÁULICO**

ÍNDICE

1. Fórmulas
2. Ejercicios resueltos
3. Ejercicios propuestos

1. Fórmulas

Parte I. Estática de fluidos

- **Presión** en el interior de un fluido es el producto del peso específico por la profundidad H

$$P = \gamma \cdot H$$

Siempre perpendicular a la superficie del objeto que contiene al fluido

- **Empuje sobre una superficie plana**

$$E = \gamma H_G \cdot A$$

H_G es la profundidad del centro de gravedad y A , el área.

Si se trata de una superficie vertical que abarca toda la superficie de agua, H_G corresponde a la mitad de la profundidad de la misma,

$$E = \frac{1}{2} \gamma H \cdot A$$

Este empuje se corresponde con el área del diagrama de presiones sobre la superficie considerada

- **Posición del centro de empujes**

$$y_{ce} = \frac{I_o \operatorname{sen} \alpha}{H_G A}$$

I_o es el momento de inercia respecto a un eje que pasa por la línea de contacto entre la superficie y la lámina exterior del líquido y α es el ángulo de la superficie y la horizontal. Como I_o es más complicado de calcularse, se puede sustituir por I_G , momento de inercia para un eje que pase por el centro de gravedad y al resultado se le suma y_G , posición del centro de gravedad.

También se puede calcular por la posición del centro de gravedad del área del diagrama de presiones sobre la superficie considerada.

- **Principio de Arquímedes,**

$$E_v = \gamma \cdot Vol_{sum.}$$

Todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje ascendente igual al peso de fluido desalojado.

Parte II. Dinámica de fluidos

- **Principio de conservación de la materia**

$$Q = S \cdot v = cte.$$

- **Principio de conservación de la energía (Teorema de Bernouilli),**

$$E = Z + \frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = cte$$

La energía en una masa de fluido es constante e igual a la suma de la posición (energía potencial), la energía de presión y la energía cinética. Todas ellas expresadas en metros de columna de agua (m.c.a.).

Esta ecuación debe corregirse al tener en cuenta las pérdidas de energía de la corriente fluida por rozamiento, cambios de dirección u otras causas.

- **Potencia desarrollada por un fluido en movimiento**

$$W = \frac{\gamma Q H}{75} \quad (CV)$$

La potencia es el producto del peso específico por el caudal y por la energía.

Si se quiere expresar en watios, hay que considerar que 1CV = 736 w.

Esta expresión es válida para bombas o turbinas, pero ambas máquinas obligan a considerar su eficiencia con el correspondiente coeficiente de rendimiento, que opera de manera distinta en unas y otras,

$$W_T = \frac{\gamma Q H}{75} \eta_T$$

$$W_B = \frac{\gamma Q H}{75 \cdot \eta_B}$$

- Caso particular de fluidos en régimen de lámina libre (fórmula de Manning)

$$Q = \frac{J^{1/2} (R_H)^{2/3}}{n} S$$

El caudal en un canal es el producto de la raíz cuadrada de la pendiente (en tanto por uno) por el radio hidráulico (cociente entre superficie y perímetro mojado) elevado a 2/3 y por la superficie, todo ello dividido entre el coeficiente de rugosidad "n".

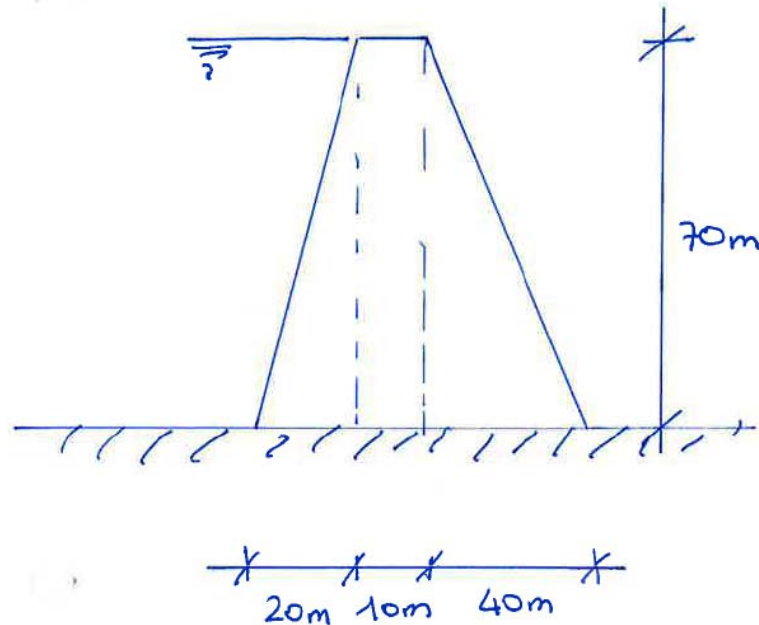
2. Ejercicios resueltos

Ejercicio N° 1 (SEP 2010)

La presa de la figura adjunta embalsa lodos, con un peso específico de $1,65 \text{ T/m}^3$. Sabiendo que la densidad del hormigón es $2,4 \text{ T/m}^3$

Se pide:

- Empuje volcador (2 puntos)
- Fuerzas estabilizadoras (3 puntos)
- Estudiar el vuelco (3 puntos)
- Densidad del hormigón para conseguir el equilibrio estricto (2 puntos).



Fuerzas estabilizadoras

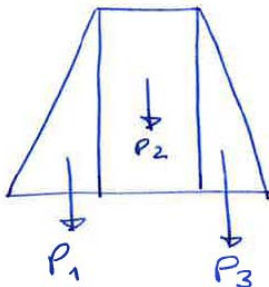
① Peso del agua. $P_H = \frac{1}{2} 20 \cdot 70 \cdot \gamma_L = 1155 \text{ T.}$



$X_H = 60 + \frac{2}{3} 20 = 73,33 \text{ m.}$

Distancia al vértice más alejado.

② Peso de la presa.



$P_1 = \frac{1}{2} 20 \cdot 70 \cdot \gamma_H = 1680 \text{ T.}$

$X_1 = 60 + \frac{1}{3} 20 = 66,66 \text{ m.}$

$P_2 = 70 \cdot 10 \cdot \gamma_H = 1680 \text{ T.}$

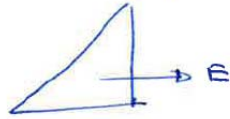
$X_2 = 40 + \frac{1}{2} 10 = 45 \text{ m.}$

$P_3 = \frac{1}{2} 40 \cdot 70 \cdot \gamma_H = 3360 \text{ T.}$

$X_3 = \frac{2}{3} 40 = 26,66 \text{ m.}$

Fuerzas volcadoras,

③ Empuje del agua.



$$E = \frac{1}{2} \gamma_L H^2 = 4042,5 \text{ T}$$

$$y = \frac{70}{3} = 23,33 \text{ m.}$$

Momento estabilizador

$$M_E = P_H \cdot x_H + P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2 + P_3 \cdot x_3 = 84\,696,15 + 111\,988,8 + 75\,600 + 89\,577,6 = 361\,862,55 \text{ Tm.}$$

Momento volcador

$$M_V = E \cdot y = 94\,311,525 \text{ Tm.} \quad \text{--- NO VUELCA.}$$

Equilibrio estricto

$$94\,311,525 = 84\,696,15 + 115\,486 \gamma_H'$$

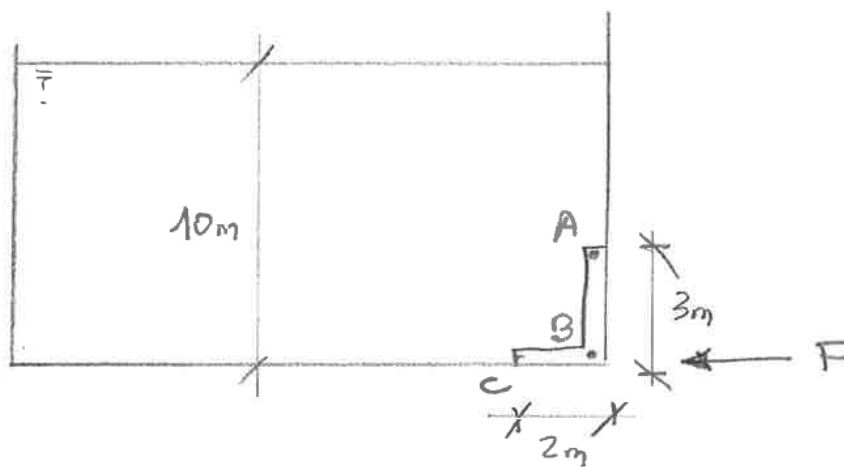
$$\boxed{\gamma_H' = 0,08 \text{ T/m}^3}$$

Ejercicio N° 2 (FEB 2010)

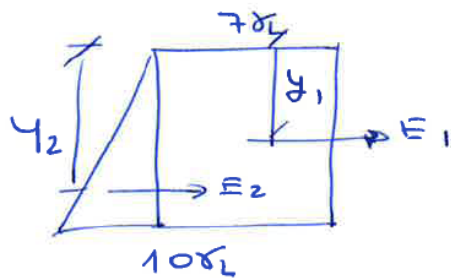
El depósito de la figura se cierra con una compuerta ABC que gira en A. La compuerta tiene un ancho de 2 metros y un muelle que ejerce una fuerza F en B.

Se pide:

- Fuerza F que debe ejercer el muelle para mantener cerrada la compuerta para 10 metros de altura de agua (7 puntos)
- Fuerza del muelle si, en lugar de agua, el depósito contuviese un líquido de densidad 2 T/m^3 (3 puntos)



Empuje sobre la pared vertical.



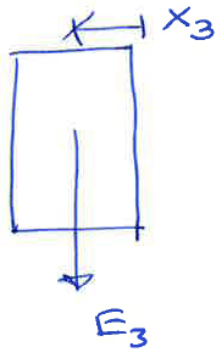
$$E_1 = 78L \cdot 2 \cdot 3 = 42T$$

$$y_1 = 1.5m$$

$$E_2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 78L \cdot 3 \cdot 2 = 9T$$

$$y_2 = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2m$$

Empuje sobre el fondo de compuerta



$$E_3 = 2 \cdot 2 \cdot 10 \gamma_L = 40 T$$

$$x_3 = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1 m.$$

Momento de apertura

$$M_A = E_1 y_1 + E_2 y_2 + E_3 x_3 = 121 m T.$$

Cierre

$$M_C = F \cdot 3$$

$$F = 40,33 T$$

Si $\gamma_L' = 2 T/m^3$, la fuerza del muelle será el doble.

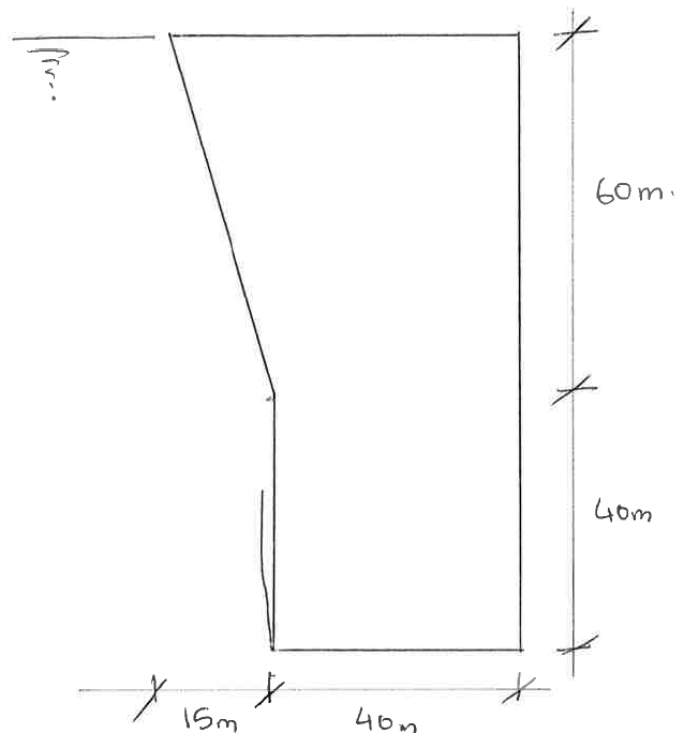
$$F = 80,67 T$$

Ejercicio N° 3 (FEB 2009)

En la presa de la figura que contiene un líquido de densidad $1,2 \text{ T/m}^3$, sabiendo que la densidad del hormigón que conforma la presa es $2,4 \text{ T/m}^3$

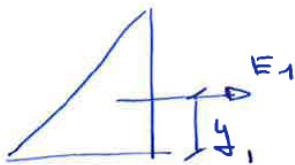
Se pide:

- Comprobar si vuelca. (6 puntos).
- Máximo valor de la densidad del líquido para que la presa sea estable (4 puntos).



Fuerzas Volcadoras.

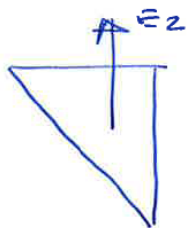
① Empuje horizontal.



$$E_1 = \frac{1}{2} \gamma_L H^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 100^2 = 6000 \text{ T.}$$

$$y_1 = \frac{100}{3} \text{ m.}$$

② Empuje vertical sobre zona desplomada



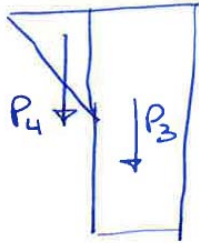
Como si flotase, por Arquímedes.

$$E_2 = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 60 \cdot \gamma_L = 540 \text{ T.}$$

$$x_2 = 40 + \frac{1}{3} \cdot 15 = 45 \text{ m.}$$

Fuerzas Estabilizadoras.

③ Peso de la presa.



$$P_3 = 40 \cdot 100 \gamma_H = 5600 \text{ T.}$$

$$x_3 = \frac{1}{2} 40 = 20 \text{ m.}$$

$$P_4 = \frac{1}{2} 15 \cdot 60 \gamma_H = 1080 \text{ T.}$$

$$x_4 = 40 + \frac{1}{3} 15 = 45 \text{ m.}$$

Momento volcador $M_v = E_1 y_1 + E_2 x_2 = 224300 \text{ mT.}$

Momento estabilizador $M_s = P_3 x_3 + P_4 x_4 = 240600 \text{ mT.}$

NO VUELCA.

La densidad del líquido afecta a las fuerzas volcadoras.

$$240600 = \frac{224300}{1,2} \gamma'_L$$

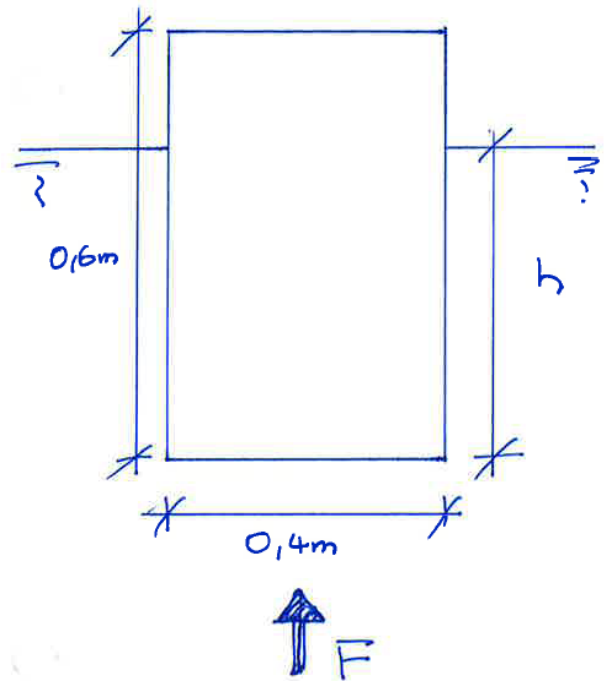
$$\boxed{\gamma'_L = 1,2872 \text{ T/m}^3}$$

Ejercicio N° 4(SEP 2008)

La figura adjunta representa un bidón cilíndrico de 0,4 metros de diámetro que flota en el agua con un peso vacío de 30 kg.

Se pide:

- Valor "h" de la altura sumergida (4 puntos)
- Peso específico de un aceite con el que se rellena el bidón hasta que se sumerja completamente (3 puntos)
- Fuerza ascendente "F" para recuperar la posición inicial (3 puntos)



Arquimedes $P = E$

$$a) \pi 0,2^2 h \cdot \gamma_{\text{agua}} = P$$

$$\pi 0,2^2 h \cdot 1000 = 30$$

$$h = 0,2387 \text{ m.}$$

$$b) \pi 0,2^2 \cdot 0,6 \cdot \gamma_{\text{agua}} = 30 + \gamma_a (\pi 0,2^2 0,6)$$

$$\gamma_a = 602,1 \text{ kg/m}^3$$

c) La fuerza equivaldrá al peso del aceite

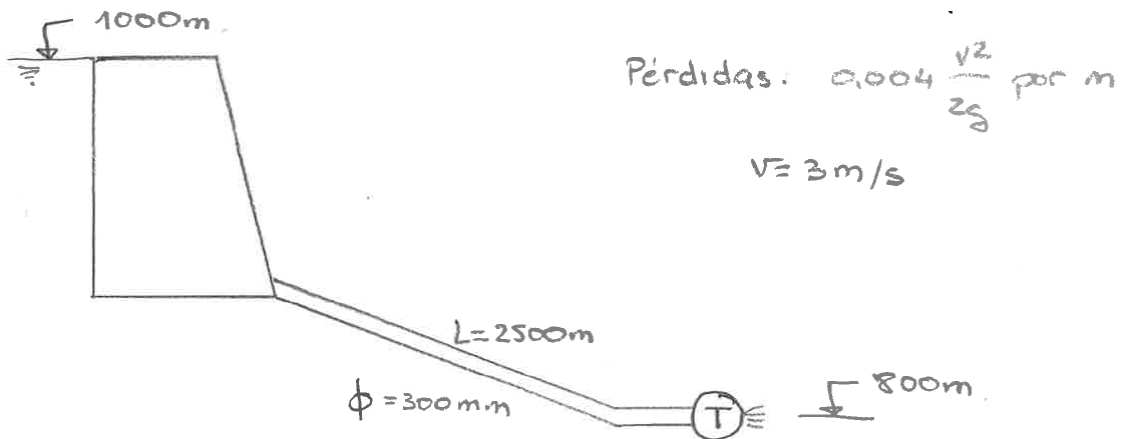
$$F = 602,1 (\pi 0,2^2 0,6) = 45,4 \text{ kg}$$

Ejercicio N° 5 (JUN 2009)

La turbina T de la figura debe proporcionar una potencia de 500 CV.

Se pide:

- Rendimiento de la turbina (6 puntos)
- ¿Cómo le afecta a la potencia el hecho de aumentar el diámetro de la tubería hasta 400 mm. sin variar el caudal. Razonar y calcular el nuevo valor de potencia (4 puntos)



$$a) Q = S \cdot v = \pi \cdot 0,15^2 \cdot 3 = 212,1 \text{ l/s.}$$

$$W_T = \frac{\gamma Q H_T}{75} \eta_T$$

Bernoulli

$$1000 = 800 + \frac{v^2}{2g} + 0,004 \cdot 2500 \frac{v^2}{2g} + H_T$$

$$H_T = 194,949\text{m.}$$

$$\boxed{\eta_T = 0,9071}$$

b) Si aumenta el ϕ sin cambiar el caudal la velocidad bajará y así lo hará la energía cinética y las pérdidas, luego H_T' subirá y con ella la potencia.

$$Q = S \cdot v' ;$$

$$v' = 1,6875 \text{ m/s.}$$

$$H_T' = 198,4018 \text{ m.}$$

$$W_T' = 508,8558 \text{ CV}$$

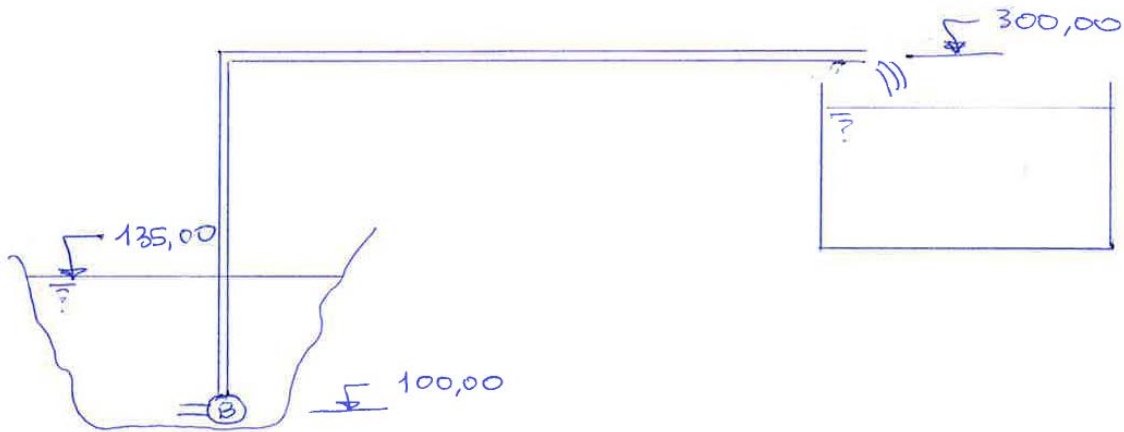
Ejercicio N° 6(DIC 2008)

Una bomba sumergida en un río (ver figura) impulsa agua hasta un depósito mediante una tubería de 0,4 m. de diámetro y 1200 m. de longitud a una velocidad de 3 m/s. Sabiendo que el rendimiento de la bomba es de 0,7 y que las pérdidas por metro de longitud son de

$$0,005 \frac{V^2}{2g}$$

Se pide:

- a) Caudal impulsado (2 puntos)
- b) Potencia de la bomba en kw (5 puntos)
- c) Dibujar las líneas de energía desde el borde del río (3 puntos)



$$Q = S \cdot V = \pi \cdot 0,2^2 \cdot 3 = \boxed{377 \text{ l/s.}}$$

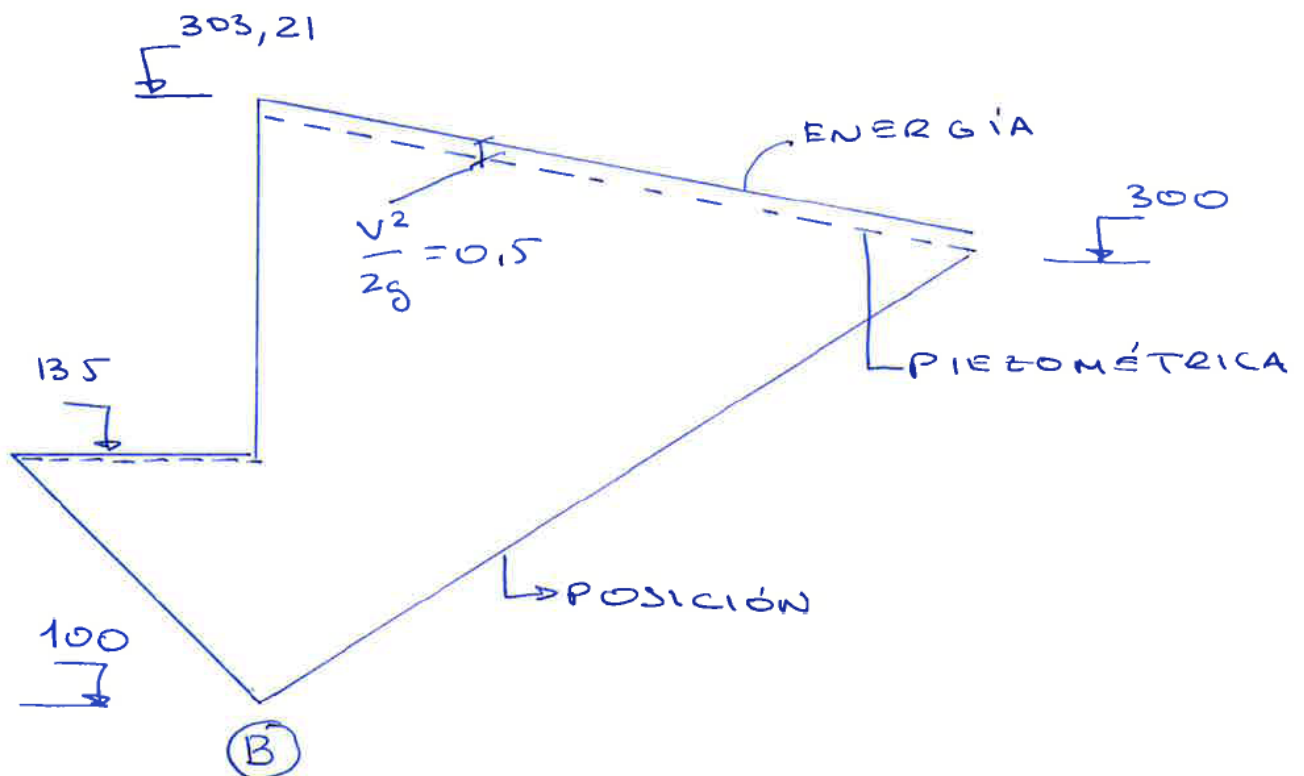
BERNOULLI

$$135 + H_B = 300 + \frac{V^2}{2g} + 0,005 \frac{V^2}{2g} \cdot 1200$$

$$H_B = 168,21 \text{ m.}$$

$$W_B = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H_B}{75 \cdot \eta_B} = \frac{1000 \cdot 0,377 \cdot 168,21}{75 \cdot 0,7} =$$

$$= 1207 \text{ CV} = \boxed{887,14 \text{ Kw}}$$



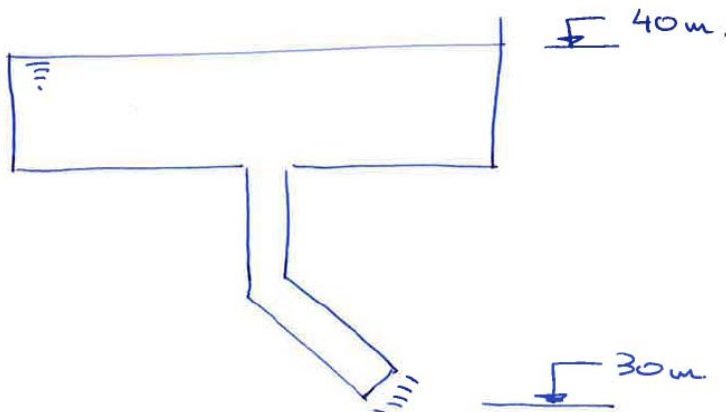
Ejercicio N° 7 (SEP 2009)

El depósito de la figura se desagua mediante una tubería de 200 mm. de diámetro, con unas pérdidas de 6 m.c.a.

El caudal desaguado se conduce a un río mediante un canal de 0,4m. de ancho y 0,5m. de calado. Sabiendo que $n=0,013$

Se pide:

- a) Q desaguado (5 puntos)
- b) Pendiente del canal (5 puntos)



a) Bernoulli

$$40 = 30 + \frac{v^2}{2g} + 6$$

$$v = 8,86 \text{ m/s.}$$

$$Q = S \cdot v = \boxed{278 \text{ l/s.}}$$

b)

$$Q = \frac{J^{1/2} R_H^{2/3}}{n} S$$
$$0,278 = \frac{J^{1/2} \left(\frac{0,4 \cdot 0,5}{0,4 + 2 \cdot 0,5} \right)^{2/3}}{0,013} (0,4 \cdot 0,5)$$
$$\boxed{J = 0,437 \%}$$

3. Ejercicios propuestos

Ejercicio nº 8 (JUN 2010):

Se quiere instalar una bomba para extraer agua de un río cuya lámina de agua se sitúa a cota 100. Sabiendo que la tubería es de 200 mm de diámetro y las pérdidas son de $0,008 V^2/2g$ por m. Se pide:

- a) Máxima altura de la bomba respecto a río para evitar depresiones con la entrada de la misma (4 puntos)
- b) Máxima altura de impulsión si $L_2 = 3.500$ m (3 puntos)
- c) Máxima distancia de impulsión si $H_2 = 50$ m (3 puntos)

Datos:

$$Q = 94,25 \text{ l/s}$$

$$\text{Potencia de la bomba} = 250 \text{ CV}$$

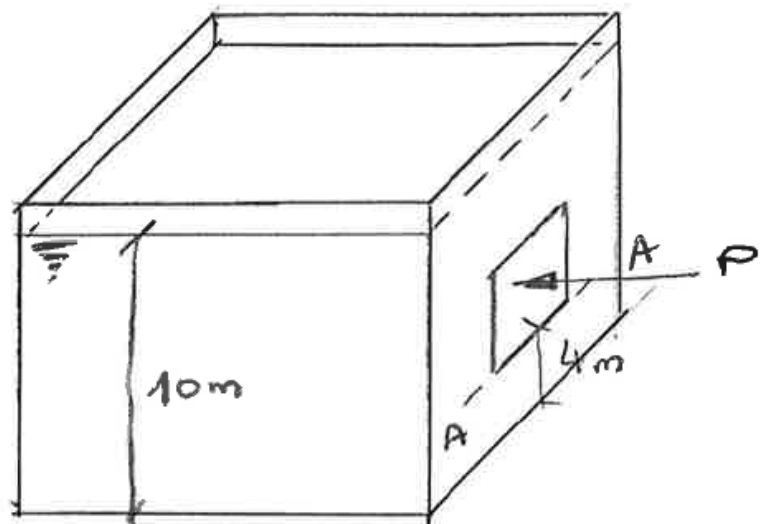
$$\text{Rendimiento de la bomba} = 0,8$$

Ejercicio nº9 (JUN 2008)

El depósito de la figura se vacía mediante una compuerta cuadrada de 3×3 m que gira en torno a la línea AA como se aprecia en el dibujo y contiene un líquido de densidad 2 Kg/dm^3

Se pide:

- a) Empuje sobre la compuerta (4 puntos)
- b) Valor del esfuerzo P situado en el centro de la misma para equilibrar dicho empuje (6 puntos).

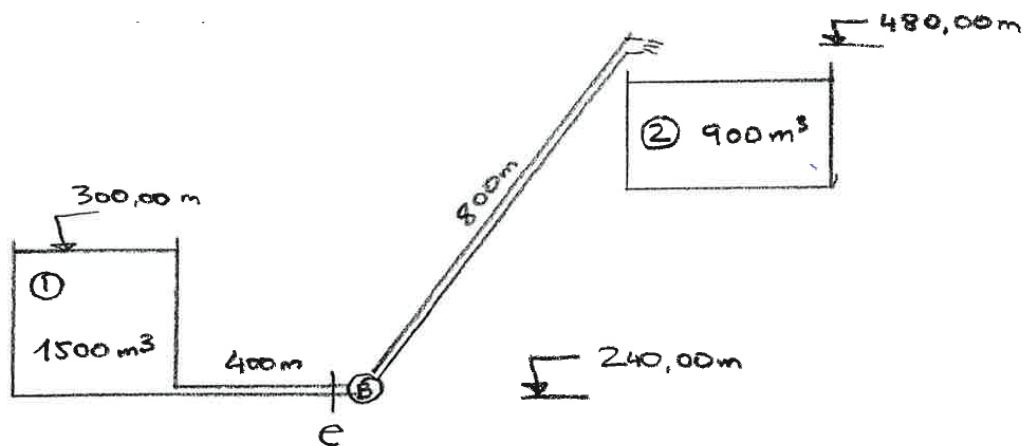


Ejercicio nº 10 (JUN 2007)

Para el trasvase de agua entre los depósitos 1 y 2, se monta una tubería de 1.200 m de longitud y diámetro 200 mm.

Se pide:

- Potencia de la bomba para llenar el depósito 2 en 5 horas (4 puntos)
- Tiempo necesario para vaciar el depósito 1 por la sección "e" desconectando la bomba (3 puntos)
- Potencia aprovechada por una turbina colocada en "e" que reduzca la velocidad a 2 m/s (3 puntos)



PÉRDIDAS: $\Delta H = 0,02 \frac{v^2}{2g}$ (por m)

$\eta_B = 0,8$;

$\eta_T = 0,7$

Ejercicio Nº 11 (SEP 2007)

Un depósito tiene una capacidad de 90 millones de litros y se rellena desde un embalse situado 400 m. más abajo mediante una tubería de 1100 m. de longitud y 1m. de diámetro (pérdidas de $0,1 \frac{v^2}{2g}$ por m.). Para ello se dispone una bomba de rendimiento 0,7. Se rellena completamente en 10 horas.

Como la tubería resulta un poco forzada se dispone una segunda tubería de igual longitud (pérdidas de $0,2 \frac{v^2}{2g}$ por m.) impulsada por una bomba de rendimiento 0,9 y una potencia nominal de 0,4 veces la de la primera bomba, que impulsará la mitad del

caudal.

Se pide:

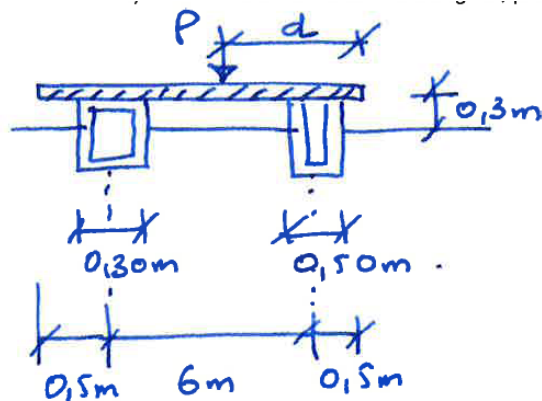
- a) Caudal que impulsa la primera bomba actuando sola. (2 puntos)
- b) Potencia de la primera bomba. (3 puntos)
- c) Diámetro de la segunda tubería. (3 puntos)
- d) Velocidad del agua en ambas tuberías. (2 puntos)

Ejercicio N° 12 (JUN 2007)

Una plataforma flotante que pesa 120 kg. se utiliza para transportar una carga de peso P, manteniéndose a 0,30 m. de la superficie del agua.

Se pide:

- a) Valor de P en esta situación (4 puntos).
- b) Elevación de la plataforma al suprimir la carga P. (3 puntos).
- c) La distancia "d" donde situar la carga P, para que se mantenga horizontal (3 puntos).



BOYA A: $A = 0,3 \times 0,3 \times 0,8 \text{ m}$

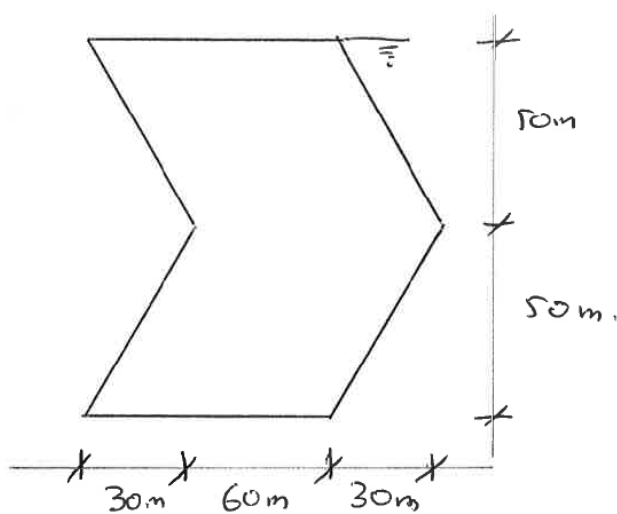
BOYA B: $B = 0,5 \times 0,5 \times 0,8 \text{ m}$

Ejercicio N° 13 (SEP 2005)

Una presa bóveda se asimila a la pieza prismática de la figura, fabricada en hormigón y contiene un líquido de densidad 1 T/m^3 .

Se pide

- Comprobar si vuelca (5 puntos)
- Máximo valor de la densidad del líquido contenido para que la presa sea estable (5 puntos)



$$\gamma_{\text{horm.}} = 2,4 \text{ T/m}^3$$

Ejercicio N° 14 (DIC 2009)

La figura adjunta corresponde a la sección de una presa de gravedad de hormigón (densidad $2,40 \text{ T/m}^3$), que embalsa un líquido de peso específico $1,80 \text{ T/m}^3$.

Se pide:

- Empujes volcadores sobre la presa (3 puntos)
- Fuerzas estabilizadoras (2 puntos)
- Estudiar el vuelco (5 puntos)

