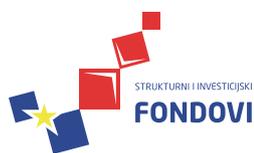




Europska unija.
Ulaganje u budućnost.



SREDNJA ŠKOLA
KRAPINA



MATEMATIKA I JA, NA TI

Priručnik za nastavnike

od 1. do 4. razreda gimnazijskih programa

Ova publikacija izrađena je u okviru projekta **Gimnazija 100+** kojeg je sufinancirala Europska unija iz Europskog socijalnog fonda.

PROJEKT GIMNAZIJA 100+

Korisnik: Srednja škola Krapina

Partner: Srednja škola Pregrada

Vrijednost projekta: 1.117.336,41 kn

Bespovratna sredstva: 1.117.336,41 kuna

Trajanje projekta: 12 mjeseci

U sklopu projekta Gimnazija 100+ želimo unaprijediti ishode učenja u području matematike i prirodoslovlja, omogućiti stjecanje dodatnih kompetencija, osigurati veću uspješnost na ispitima državne mature i uspješan nastavak obrazovanja. Razvijamo nove fakultativne programe iz matematike, kemije, biologije i fizike.

Projekt Gimnazija 100+ sufinancirala je Europska unija iz Europskog socijalnog fonda.

IMPRESSUM

Pripremili: Renata Spiegl, prof. matematike

Ivana Polanović, mag. educ. matematike

Jasminka Mikša, prof. matematike

dr. sc. Željka Milin Šipuš – vanjska konzultantica

Nakladnik: Srednja škola Krapina, Šetalište hrvatskog narodnog preporoda 6, 49 000 Krapina

Za nakladnika: Ivica Rozijan, prof., ravnatelj Srednje škole Krapina

Grafičko oblikovanje: Aldini d.o.o., Sesvete

Tisak: Aldini d.o.o., Sesvete

Prvo izdanje, 2016.

Sadržaj ove publikacije isključiva je odgovornost Srednje škole Krapina.

KURIKULUM FAKULTATIVNE NASTAVE IZ MATEMATIKE

MATEMATIKA I JA – NA TI

1. Opis i ciljevi fakultativne nastave matematike
2. Opis fakultativnog predmeta *Matematika i ja – na ti*
3. Ishodi učenja i vrednovanje
 - a. Ishodi učenja
 - b. Postupci i primjeri vrednovanja ishoda učenja
 - c. Metode vrednovanja
4. Metodički prilog za nastavnika: Scenarij učenja - primjer

1. Opis fakultativne nastave matematike

Fakultativna nastava matematike provodi se sa ciljem:

- jačanja matematičkih kompetencija učenika, kako specifičnih, vezanih uz konkretne matematičke sadržaje, tako i općih (generičkih, prenosivih) kao što su rješavanje problema i korištenje tehnologije,
- osuvremenjivanja pristupa učenju matematike kroz dodatne sadržaje matematike, posebno one sadržaje koji su povezani sa stvarnim životom.

Fakultativna nastava matematike temelji se na jasno postavljenim ishodima učenja za predviđene matematičke sadržaje, suvremenim metodama učenja i poučavanja kao i suvremenim metodama vrednovanja u svrhu promoviranja učenja i pozitivne dispozicije prema matematici. Posebno se naglašava i svrsishodna uporaba tehnologije koja oslobađa učenika od proceduralnog računanja u trenutku kad ono nije u fokusu učenja te omogućuje fokusiranost na razumijevanje matematičkih koncepata, otkrivanje matematičkih zakonitosti, istraživanje matematičkih svojstava i matematičko modeliranje.

2. Opis fakultativnog predmeta *Matematika i ja – na ti*

Fakultativni predmet *Matematika i ja – na ti* omogućuje učeniku stjecanje znanja i vještina iz matematičke statistike. Matematička statistika, kao dio teorije vjerojatnosti, bavi se matematičkom obradom empirijskih podataka, te nije zastupljena u većoj mjeri u obaveznim sadržajima srednjoškolskog predmeta *Matematika*. Matematički sadržaji ovog fakultativnog predmeta uključuju temeljne koncepte deskriptivne statistike kao: mjere sredine – aritmetičku, geometrijsku i harmonijsku sredinu te medijan i mod, pojam frekvencije, relativne frekvencije i distribucije, prikazivanje podataka putem stupčastih i kružnih dijagrama, histograma, linijskih i točkastih grafova, te mjere raspršenosti: kvartil, međukvartilni razmak i standardnu devijaciju. Poseban naglasak je također na korištenju primjera iz svakodnevnog života, što i obilježava matematičku statistiku kao disciplinu nastalu iz takvih potreba. Učenje i poučavanje utemeljeno je na metodama suradničkog učenja kroz samostalno (individualno i timsko) rješavanje problema. Za fakultativni predmet *Matematika i ja – na ti* osobito je pogodna projektna nastava. Ona se ostvaruje učeničkim radom na nizu manjih, te završnom većem projektnom zadatku u kojem je moguće primijeniti praktički sve, kroz predmet naučene, statističke pojmove i postupke. Nastava je na prikladan način upotpunjena korištenjem tehnologije. Školska računala raspolažu alatom *Excel – Microsoft Office* za prikaz i analizu podataka, a u istu svrhu moguće je koristiti i program dinamičke geometrije *GeoGebra*. Tijekom nastave koja je snažno umjerena prema razvoju općih kompetencija, provodi se formativno vrednovanje s jasno iskazanom povratnom informacijom učeniku o njegovom napretku, a po njezinom završetku, sumativno vrednovanje kao vrednovanje učeničkog rada na završnom projektnom zadatku.

3. Ishodi učenja i vrednovanje

3.1. Ishodi učenja

Opći (generički, prenosivi) ishodi učenja

Učenici će:

- rabiti tehnologiju: džepno računalo te osobno računalo uz prikladan matematički softver (programe za izradu proračunskih tablica i programe dinamičke geometrije)

- međusobno komunicirati rabeći matematičku terminologiju, te prikazati rezultate svojeg rada
- samostalno tražiti informacije i kritički ih rabiti u daljnjem radu
- raditi suradnički, te individualno i timski rješavati projektne zadatke prolazeći sve faze njihovog rješavanja
- razvijati samostalnost i odgovornost u radu.

Ishodi učenja matematičkih koncepata

Učenici će:

- razlikovati statistička obilježja (kvalitativne i kvantitativne varijable, diskretne i kontinuirane varijable, i sl.)
- odrediti frekvenciju i relativnu frekvenciju podataka te prikazati podatke tablično sustavnom listom i/ili tablicom frekvencija
- prikazati podatke grafički stupčastim i kružnim dijagramom, histogramom, dijagramom točaka, dijagramom stablo-list, poligonom frekvencija i/ili kumulantom
- odrediti srednje vrijednosti (aritmetičku, geometrijsku i harmonijsku sredinu, medijan i mod) niza numeričkih podataka
- protumačiti utjecaj dodavanja ili uklanjanja jednog ili više podataka na srednje vrijednosti niza numeričkih podataka
- odrediti mjere raspršenosti (kvartil, međukvartilni razmak/interkvartil, standardnu devijaciju) niza numeričkih podataka
- primijeniti empirijsko pravilo normalne razdiobe
- odrediti standardizirane vrijednosti i usporediti nizove numeričkih podataka
- matematički modelirati približnu linearnu vezu među podacima
- provesti statističko istraživanje: prikupiti, klasificirati i organizirati podatke na prikladan način, te pročitati, analizirati, protumačiti i usporediti podatke prikazane na različite načine.

3.2. Postupci i primjeri vrednovanja ishoda učenja

Za ishode učenja matematičkih koncepata iz područja matematičke statistike, navodimo postupke i primjere vrednovanja ishoda učenja.

Ishod 1. Učenici će razlikovati statistička obilježja (kvalitativne i kvantitativne varijable, diskretne i kontinuirane varijable, i sl.)

Vrednovanje se provodi putem pisane provjere ili samoprovjere.

Primjer:

NASTAVNI LISTIĆ ZA SAMOVREDNOVANJE

1. Povežite varijable (a. – f.) s vrstom i podvrstom obilježja (A. – F.):

- a. Poslovna djelatnost
- b. Zemlja podrijetla robe
- c. Cijena dionica na burzi
- d. Stupanj zadovoljstva kupaca u trgovini
- e. Broj članova kućanstva
- f. Temperatura zraka u mjesecu siječnju

- A. Kvalitativno-nominalno-atributivna
- B. Kvalitativno-nominalno-geografska
- C. Kvalitativno-redoslijedna
- D. Kvalitativno-intervalna
- E. Kvalitativno-diskretna
- F. Kvalitativno-neprekidna

(Rj. aA, bB, cF, dC, eE, fD)

2. Statistički skup se sastoji od 13470 stanova izgrađenih u Republici Hrvatskoj 2011. godine. Kojoj vrsti i podvrsti pripadaju varijable:

- a. Lokacija
- b. Vrsta vlasništva
- c. Broj soba
- d. Cijena po m²

(Rj. B, A, E, F)

3. Koje su od navedenih varijabli diskretne, a koje neprekidne (kontinuirane)?

- a. Broj odsutnih djelatnika s posla

- b. Visina muškarca između 30 i 40 godina
- c. Broj stanovnika u općini
- d. Vrijeme proteklo od početka pokusa.

(Rj. D, K, D, K)

4. Označi ispravan odgovor i obrazloži: Vrijednosti diskretnog obilježja dobivaju se
- a. brojanjem
 - b. mjerenjem.

(Rj. a.)

5. Na koja tri načina mora biti definiran statistički skup?

(Rj. Pojmovno, prostorno, vremenski)

6. Koja su dva temeljna obilježja statistike?

(Rj. Deskriptivna i inferencijalna)

Ishod 2. Učenici će odrediti frekvenciju i relativnu frekvenciju podataka te prikazati podatke tablično sustavnom listom i/ili tablicom frekvencija

Vrednovanje se provodi putem pisane ili usmene provjere.

Primjer. U gradu radi 40 trgovina prehrambenim artiklima. U rujnu su te trgovine imale sljedeći promet iskazan u tisućama kuna:

23	10	15	50	66	77	34	39	46	52
110	98	81	72	65	62	89	37	121	96
51	49	107	39	47	53	66	98	105	84
28	38	73	82	104	80	71	69	44	58

Podatke grupiraj u 6 razreda i prikaži tablicom frekvencija.

Ishod 3. Učenici će prikazati podatke grafički stupčastim i kružnim dijagramom, histogramom, dijagramom točaka, dijagramom stablo-list, poligonom frekvencija i/ili kumulantom

Vrednovanje se provodi putem pisane ili usmene provjere.

Primjer. Mjereno je vrijeme čekanja (u minutama) pojedinih stranaka u redu u jednoj banci:

6 8 10 11 12 20 22 25 34 37 42 55

Prikaži podatke dijagramom stablo-list.

Ishod 4. Učenici će odrediti srednje vrijednosti (aritmetičku, geometrijsku i harmonijsku sredinu, medijan i mod) niza numeričkih podataka

Vrednovanje se provodi putem pisane ili usmene provjere.

Primjer. Analiziraj prosječno vrijeme čekanja u redu u jednoj poslovnoj banci. Podaci o čekanju pojedinih stranaka dani su u minutama:

6 8 10 12 20 22 25 37 42 55

Izračunaj aritmetičku sredinu podataka, te odredi mod i medijan.

Ishod 5. Učenici će protumačiti utjecaj dodavanja ili uklanjanja jednog ili više podataka na srednje vrijednosti niza numeričkih podataka

Vrednovanje se provodi putem pisane ili usmene provjere.

Primjer. Pet zaposlenika prima plaću od 750 €, 800 €, 850 €, 900 € i 5000 €. Odredi aritmetičku sredinu i medijan tih podataka. Potom izbaci podatak o najvećoj plaći, te ponovo odredi aritmetičku sredinu i medijan. Protumači rezultate.

Ishod 6. Učenici će odrediti mjere raspršenosti (kvartil, međukvartilni razmak/interkvartil, standardnu devijaciju) niza numeričkih podataka

Vrednovanje se provodi putem pisane ili usmene provjere.

Primjer. Podaci 5, 6, 7, 8, 9,9, 9, 10, 12, 14, 17, 17, 18, 19, 19 predstavljaju broj sati koje učenici jedne srednje škole provedu na internetu tijekom jednog tjedna. Odredite kvartile, interkvartil i standardnu devijaciju.

Ishod 7. Učenici će primijeniti empirijsko pravilo normalne razdiobe

Vrednovanje se provodi putem pisane ili usmene provjere.

Primjer. Koristeći se pravilom normalne razdiobe odredi ima li netipičnih iznosa cijena među podacima o cijenama jagoda tijekom deset radnih dana:

18 kn, 24 kn, 25 kn, 25 kn, 26 kn, 27 kn, 28 kn, 29 kn, 30 kn i 36 kn.

Ishod 8. Učenici će odrediti standardizirane vrijednosti i uspoređivati nizove numeričkih podataka

Vrednovanje se provodi putem pisane ili usmene provjere.

Primjer. Učenik je na testu iz matematike ostvario 65 bodova, a na testu iz kemije 30 bodova. Test iz matematike imao je aritmetičku sredinu 50 bodova, standardnu devijaciju 10, a test iz kemije aritmetičku sredinu od 25 bodova, standardnu devijaciju 5. Usporedite učenikove rezultate.

Ishod 9. Učenici će matematički modelirati približnu linearnu vezu među podacima

Vrednovanje se provodi putem pisane ili usmene provjere.

Primjer. Dane su sljedeće vrijednosti varijabli:

x_i	13.8	3.1	38.5	15.1	28.2	53.6
y_i	6	2.7	13.6	3.4	10.1	19.7

Prikaži te vrijednosti grafički (dijagramom rasipanja) te odredi njihovu približnu linearnu vezu.

Ishod 10. Učenici će provesti statističko istraživanje: prikupiti, klasificirati i organizirati podatke na prikladan način, te pročitati, analizirati, protumačiti i usporediti podatke prikazane na različite načine.

Vrednovanje se provodi putem projektnog zadatka.

Primjer. Istraži prehrambene navike učenika škole.

3.3. Metode vrednovanja

Vrednovanje procesa i ishoda učenja predstavlja sustavni proces kontinuiranog praćenja rada učenika koji uključuje prikupljanje prikladnih informacija o učeničkom učenju, napretku i rezultatima. Njime se prati ostvarivanje ishoda učenja predmeta, no isto tako se utvrđuje i efikasnost poučavanja. Dakle, vrednovanje prati (vrednovanje za učenje i vrednovanje kao učenje) i zaokružuje (vrednovanje naučenog) proces i aktivnosti učenja i njihov je neizostavni dio.

Vrednovanje u fakultativnoj nastavi matematike snažno je usmjereno prema učenju i razvoju, a posebno prema njegovanju tzv. općih (generičkih, prenosivih) kompetencija. Stoga elementi vrednovanja (što se vrednuje) uključuju specifične, kao što su temeljni matematički koncepti i postupci matematičke statistike, i opće, koji se tiču matematičkih

procesa - komunikacija i prikazivanje, te primjena tehnologije. Metode vrednovanja (kako se vrednuje) su raznolike, a veliki dio informacija se prikuplja interakcijom učenika i nastavnika. Za evidenciju nastavnici koriste, primjerice, rubrike, procjenske liste, učeničke mape te anegdotske zabilješke s opažanjima učeničkog rada, kako individualnog tako i timskog. Učenici se služe metodama samovrednovanja i vršnjačkog vrednovanja pomoću rubrika, listama samoprocjene i/ili dnevnika učenja.

U fakultativnoj nastavi matematike *Matematika i ja – na ti* koriste se trodimenzionalne trofazinske rubrike. To su tablice organizirane u tri dimenzije (tri elementa ili kriterija vrednovanja): *Matematički koncepti i postupci*, *Komunikacija i prikazivanje* i *Primjena tehnologije*, pri čemu se kvaliteta ostvarenih ishoda učenja vrednuje se u tri razine: *Izvršno*, *Dobro* i *Potrebna podrška*.

RUBRIKA – NASTAVNIČKI PRIMJERAK

RAZINA	<i>Matematički koncepti i postupci</i>	<i>Komunikacija i prikazivanje</i>	<i>Primjena tehnologije</i>
<i>Izvršno</i>	Prepoznaje i korektno primjenjuje sve potrebne koncepte i postupke u različitim kontekstima (poznatim /nepoznatim, matematičkim/iz stvarnog života)	Koristi se korektnom matematičkom terminologijom u usmenom i pisanom izražavanju, te prikazuje svoj rad jasno, pregledno i cjelovito	Samostalno bira i koristi se tehnologijom prepoznavajući prednosti i ograničenja svojih izbora
<i>Dobro</i>	Prepoznaje i primjenjuje većinu potrebnih koncepata i postupaka u poznatim kontekstima (matematičkim/iz stvarnog života) uz manje pogreške	Koristi se djelomično matematičkom terminologijom u usmenom i pisanom izražavanju (ne prepoznaje sasvim niti ne imenuje sve objekte), te prikazuje svoj rad uglavnom jasno i	Bira i koristi se tehnologijom uz pomoć nastavnika te djelomično prepoznaje prednosti i ograničenja određene tehnologije

		ne sasvim cjelovito	
<i>Potrebna podrška</i>	Prepoznaje i primjenjuje manji dio jednostavnih koncepata i postupaka u poznatim kontekstima (matematičkim/iz stvarnog života) uz pogreške	Koristi se ograničeno matematičkom terminologijom u usmenom i pisanom izražavanju (ne prepoznaje niti ne imenuje objekte), te prikazuje svoj rad nejasno i necjelovito	Koristi se tehnologijom uz znatnu pomoć nastavnika

RUBRIKA – UČENIČKI PRIMJERAK

RAZINA	<i>Matematički koncepti i postupci</i>	<i>Komunikacija i prikazivanje</i>	<i>Primjena tehnologije</i>
<i>Izvršno</i>	Prepoznajem i korektno primjenjujem sve potrebne koncepte i postupke u različitim kontekstima (poznatim /nepoznatim, matematičkim/iz stvarnog života)	Koristim se korektnom matematičkom terminologijom u usmenom i pisanom izražavanju, te prikazujem svoj rad jasno, pregledno i cjelovito	Samostalno biram i koristim se tehnologijom prepoznavajući prednosti i ograničenja svojih izbora
<i>Dobro</i>	Prepoznajem i primjenjujem većinu potrebnih koncepata i postupaka u poznatim kontekstima (matematičkim/iz stvarnog života) uz manje pogreške	Koristim se djelomično matematičkom terminologijom u usmenom i pisanom izražavanju (ne prepoznajem sasvim niti ne imenujem sve objekte), te prikazujem svoj rad uglavnom jasno i	Biram i koristim se tehnologijom uz pomoć nastavnika te djelomično prepoznajem prednosti i ograničenja određene tehnologije

		ne sasvim cjelovito	
<i>Potrebna podrška</i>	Prepoznajem i primjenjujem manji dio jednostavnih koncepata i postupaka u poznatim kontekstima (matematičkim/iz stvarnog života) uz pogreške	Koristim se ograničeno matematičkom terminologijom u usmenom i pisanom izražavanju (ne prepoznajem niti ne imenujem objekte), te prikazujem svoj rad nejasno i necjelovito	Koristim se tehnologijom uz znatnu pomoć nastavnika

PROCJENSKA LISTA – NASTAVNIČKI PRIMJERAK

<u>Učenik:</u>	Izvršno	Dobro	Potrebna podrška
<p><i>Matematički koncepti i postupci:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> · određuje srednje vrijednosti · matematički modelira približnu linearnu vezu među podacima · ... 	(Komentar, datum)		
<p><i>Komunikacija i prikazivanje</i></p> <ul style="list-style-type: none"> · koristi se matematičkom terminologijom · prikazuje rezultate i svoj rad 			

<p><i>Primjena tehnologije</i></p> <ul style="list-style-type: none"> · računa (statističke veličine) pomoću džepnog računala · računa koristeći se programom za izradu proračunskih tablica · grafički prikazuje podatke koristeći se programom za izradu proračunskih tablica · računa koristeći se programom dinamičke geometrije · grafički prikazuje podatke koristeći se programom dinamičke geometrije 			
--	--	--	--

LISTA SAMOPROCJENE – UČENIČKI PRIMJERAK

<u>Učenik:</u>	Izvršno	Dobro	Potrebna podrška
<p><i>Matematički koncepti i postupci</i></p> <ul style="list-style-type: none"> · određujem srednje vrijednosti · matematički modeliram približnu linearnu vezu među podacima · ... 			
<p><i>Komunikacija i</i></p>			

<p><i>prikazivanje</i></p> <ul style="list-style-type: none"> · koristim se matematičkom terminologijom · prikazujem rezultate i svoj rad 			
<p><i>Primjena tehnologije</i></p> <ul style="list-style-type: none"> · računam (statističke veličine) pomoću džepnog računala · računam koristeći se programom za izradu proračunskih tablica · grafički prikazujem podatke koristeći se programom za izradu proračunskih tablica · računam koristeći se programom dinamičke geometrije · grafički prikazujem podatke koristeći se programom dinamičke geometrije 			

SCENARIJ UČENJA – PRIMJER

Matematičko modeliranje približne linearne veze dviju veličina i pravac regresije

Aktivnost. Potrošnja vode iz kućnog spremnika za vodu (cisterne) u kućanstvu na otoku

Cilj aktivnosti. Učenici će opisati i matematički modelirati približnu linearnu vezu između dviju veličina

Kućanstvo na udaljenom dalmatinskom otoku troši vodu kišnicu pohranjenu u kućnom spremniku za vodu. Potrošnja vode mjeri se u razlikom visine vode u spremniku. Podaci o potrošnji dani su u tablici:

Dan	Visina vode / cm
1	205
2	202
3	200.5
4	198
5	196.5
6	194
7	192
8	190
9	188
10	185
11	182.5
12	180.5
13	177
14	175
15	172

I. Postavljanje matematičkog modela

- a. Izaberi dva para različitih točaka iz prethodnih podataka. Odredi jednadžbe pravaca kroz te izabrane parove točaka. Koji od tih pravaca bolje odgovara danim podacima? Osim vizualno, kako se može opisati to „dobro odgovaranje podacima“?

- b. Označimo sa (x_i, y_i) , $i=1, \dots, 15$, zadane podatke, x_i predstavlja broj dana nakon početka mjerenja, a y_i visinu vode u spremniku. Za dobivene pravce s jednadžbama oblika $y = ax + b$ izračunaj sljedeće veličine:

$$d = (y_1 - (ax_1 + b)) + (y_2 - (ax_2 + b)) + \dots + (y_{15} - (ax_{15} + b))$$

$$D = (y_1 - (ax_1 + b))^2 + (y_2 - (ax_2 + b))^2 + \dots + (y_{15} - (ax_{15} + b))^2.$$

Prodiskutirajte koje geometrijsko značenje imaju veličine d , D .

- c. Odredi aritmetičku sredinu $A(x_A, y_A)$ oba niza podataka (x_i, y_i) , $i=1, \dots, 15$. Pripada li točka A pravcima koji opisuju podatke?

II. Primjena matematičkog modela

Izaberi pravac koji „najbolje odgovara danim podacima“ u smislu da su veličine D , d što bliže 0. To je jedan matematički model kojim se opisuje približna linearna veza među veličinama – vremenu (izraženom u danima od početka mjerenja) i visini vode u spremniku (izraženoj u cm).

- d. Kolika će biti visina vode u spremniku nakon mjesec dana? A nakon 42 dana?
- e. Pumpa za vodu koja opskrbljuje kućanstvo tekućom vodom postavljena je u spremniku na 50 cm visine. Ako razina vode u spremniku padne ispod visine pumpe, pumpa ne može pumpati vodu po cijevima u kući. Ukoliko ne padne nova kiša, hoće li biti tekuće vode u kući tijekom cijelog ljeta (tj. tijekom 3 mjeseca od početka mjerenja)?
- f. Spremnik za vodu je oblika kvadra s površinom dna 20 m^2 . Kolika je prosječna potrošnja vode tog kućanstva izražena u litrama?
- g. Na koliko litara prosječne dnevne potrošnje treba ograničiti potrošnju vode kako bi spremnik mogao osigurati tekuću vodu u kući tijekom cijelog ljeta?

III. Pravac regresije

Odredi pravac s jednadžbom $y = ax + b$ koji „najbolje odgovara danim podacima“ u smislu da je veličina D najmanja moguća, pri čemu je veličina d jednaka 0. Da bi se odredio taj pravac, treba odrediti koeficijente a , b iz njegove jednadžbe.

Drugi zahtjev $d = 0$ nazivamo *načelom ravnoteže*, jer on povlači da se razlike izmjerenih vrijednosti y_i i vrijednosti predviđenih po modelu $ax_i + b$ međusobno poništavaju, tj. njihov zbroj je jednak 0. Ako se iz načela ravnoteže izrazi b

$$b = \frac{y_1 + \dots + y_n - a(x_1 + \dots + x_n)}{n} = y_A - ax_A$$

i uvrsti u veličinu D , tada je veličina D najmanja moguća u tjemenu parabole koja je graf kvadratne funkcije $D = D(a)$. Time je određen koeficijent a kao

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}.$$

Ovako dobiveni koeficijenti a , b određuju pravac s jednadžbom $y = ax + b$ koji se naziva *pravcem regresije*.

Tablica 1: popis područja s ishodima i navedenim korelacijama te oblicima rada i metodama (strategijama poučavanja)

DOMENE: **Podaci i statistika**

TIP SATA : *O-obrađena, V-vježbe, A-analiza, P-ponavljanje, PR-provjera, U-uvod*

Domena	Ishod	Sadržaji (nastavne teme/ jedinice) (tip sata)	Razrada ishoda Učenik će moći:	Korelacija	Sociološki oblici rada i metode rada	Strategije poučavanja
PODACI I STATISTIKA	razlikuje statistička obilježja (kvalitativne i kvantitativne varijable, diskretne i kontinuirane varijable i sl.)	I.1 UVOD U OSNOVE STATISTIČKOG ISTRAŽIVANJA 1. Uvodni sat (U) 2. Pojam, predmet i zadaće statistike (O) 3. Podjela statistike (O) 4. Statistički skup. Obilježje (O) 5. Kvalitativne i kvantitativne varijable (O) 6. Statistički podaci i svojstva (O) 7. Izvori podataka: sekundarni i primarni (O) 8. Prikupljanje podataka (V)	<ul style="list-style-type: none"> objasniti statistički skup razlikovati vrste obilježja razvrstati i organizirati varijable prikupiti podatke iz primarnog izvora pomoću upitnika i eksperimenta, bilježeći opažanja, mjerenje, rezultate i raspraviti je li metoda prikupljanja valjana 	psihologija PIG biologija ekonomija sociologija	frontalni rad, rad u paru, timski rad, individualni rad, istraživačka i projektna nastava	poučavanje (odgovori na pitanja učenika, izlaganje, razgovor, rad na tekstu i drugim izvorima, demonstracija, diskusija), učenje otkrivanjem, vježbanje
	određuje frekvenciju i relativnu frekvenciju podataka te prikazati podatke tablično sustavnom listom i/ili tablicom frekvencija	II.1 UREĐIVANJE I PRIKAZIVANJE PODATAKA 1. Formiranje statističkih nizova i kategorija (O) 2. Određivanje frekvencija (O) 3. Prikazivanje podataka sustavnom listom i/ili tablicom frekvencija (V)	<ul style="list-style-type: none"> odrediti i primijeniti frekvencije i relativne frekvencije podataka formirati kumulativni niz prikazati podatke tablično sustavnom listom i/ili tablicom frekvencija 			

PODACI I STATISTIKA	
<p>prikazuje podatke grafički stupčastim i kružnim dijagramom, histogramom, dijagramom točaka, dijagramom i/ili kumulantom</p>	<p>II.2. UREĐIVANJE I PRIKAZIVANJE PODATAKA</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Prikazivanje podataka grafički (O) 2. Prikazivanje podataka koristeći se tehnologijom (V)
<p>određuje srednje vrijednosti (aritmetičku, geometrijsku i harmonijsku sredinu, medijan i mod) niza numeričkih podataka</p>	<p>III. SREDNJE VRIJEDNOSTI STATISTIČKIH NIZOVA</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Aritmetička sredina (O) 2. Geometrijska i harmonijska sredina (O) 3. Mod i medijan (O) 4. Računanje srednjih vrijednosti tehnologijom (V)
<p>psihologija PIG biologija ekonomija sociologija</p>	<p>frontalni rad, rad u paru, timski rad, individualni rad, istraživačka i projektna nastava</p>
<p>poučavanje (odgovori na pitanja učenika, izlaganje, razgovor, rad na tekstu i drugim izvorima, demonstracija, diskusija), učenje otkrivanjem, vježbanje</p>	

	određuje mjere raspršenosti (kvartil, međukvartil i razmak/ interkvartil, standardnu devijaciju) niza numeričkih podataka	<p><u>IV.1 MJERE RASPRŠENOSTI</u></p> <p>1. Apsolutne i relativne mjere raspršenosti (<i>O</i>) 2. Računanje mjera raspršenosti tehnologijom (<i>V</i>)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • odrediti kvartile i interkvartil uređenog niza podataka • odrediti standardnu devijaciju niza numeričkih podataka • rabiti džepno računalo, programe za izradu proračunskih tablica i programe dinamičke geometrije za računanje mjera raspršenosti niza numeričkih podataka 			
PODACI I STATISTIKA		primjenjuje empirijsko pravilo normalne razdiobe	<p><u>IV. 2 MJERE RASPRŠENOSTI</u></p> <p>1. Empirijsko pravilo normalne razdiobe (<i>O</i>)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • primijeniti empirijsko pravilo normalne razdiobe • rabiti džepno računalo, programe za izradu proračunskih tablica i programe dinamičke geometrije za računanje 		
	određuje standardizirane vrijednosti i uspoređivati nizove numeričkih podataka	<p><u>IV. 3 MJERE RASPRŠENOSTI</u></p> <p>1. Standardizirane vrijednosti (<i>O</i>) 2. Računanje standardiziranih vrijednosti tehnologijom (<i>V</i>) 3. Ponavljanje, utvrđivanje, sistematizacija gradiva (<i>P</i>) 4. Pisani ispit (<i>PR</i>) 5. Analiza pisanog ispita (<i>P</i>)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • odrediti standardizirane vrijednosti • usporediti nizove numeričkih podataka • rabiti džepno računalo, programe za izradu proračunskih tablica i programe dinamičke geometrije za računanje 	psihologija PIG biologija ekonomija sociologija	frontalni rad, rad u paru, timski rad, individualni rad, istraživačka i projektna nastava	

PODACI I STATISTIKA	<p>tumači utjecaj dodavanja ili uklanjanja jednog ili više podataka na srednje vrijednosti niza numeričkih podataka</p>	<p><u>V. SREDNJE VRIJEDNOSTI STATISTIČKIH NIZOVA</u></p> <p>1. Netipične vrijednosti (<i>O</i>) 2. Utjecaj dodavanja ili uklanjanja podataka na srednje vrijednosti (<i>O</i>)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • protumačiti utjecaj dodavanja ili uklanjanja jednog ili više podataka na srednje vrijednosti niza numeričkih podataka • rabiti džepno računalo, programe za izradu proračunskih tablica i programe dinamičke geometrije za organizaciju i prikazivanje podataka, te računanje 		
	<p>matematički modelira približnu linearnu vezu među podacima</p>	<p><u>VI. PRAVAC REGRESIJE</u></p> <p>1. Približna linearna veza (<i>O</i>) 2. Pravac regresije (<i>O</i>) 3. Određivanje pravca regresije tehnologijom (<i>V</i>)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • matematički modelirati približnu linearnu vezu među podacima • tumačiti i predviđati rezultate pomoću matematičkog modela • rabiti džepno računalo, programe za izradu proračunskih tablica i programe dinamičke geometrije za organizaciju i prikazivanje podataka, te računanje 	<p>psihologija PIG biologija ekonomija sociologija</p>	<p>frontalni rad, rad u paru, timski rad, individualni rad, istraživačka i projektna nastava</p>

	provodi statističko istraživanje	<p><u>VI. PROJEKTNNA NASTAVA</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Statističko istraživanje 2. Uporaba tehnologije 3. Ponavljanje, utvrđivanje, sistematiziranje (P) 4. Pisani ispit (PR) 5. Analiza pisanog ispita (P) 6. Zaključni sat 	<ul style="list-style-type: none"> • provesti statističko istraživanje: prikupiti, klasificirati i organizirati podatke na prikladan način, te pročitati, analizirati, protumačiti i usporediti podatke prikazane na različite načine. 		
--	----------------------------------	---	---	--	--

Kratka provjera znanja (primjer)

1. Kojoj vrsti i podvrsti pripadaju varijable (obilježja):

- a. poslovna djelatnost **A**
- b. zemlja podrijetla robe **B**
- c. cijena dionica na burzi **F**
- d. stupanj zadovoljstva kupaca u trgovini **C**
- e. broj članova kućanstva **E**
- f. temperatura zraka u mjesecu siječnju **D**

Ponuđeni odgovori: A) kvalitativno-nominalno-atributivno
 B) kvalitativno-nominalno-geografsko
 C) kvalitativno-redosljedno (ordinalno)
 D) kvantitativno (numeričko)-intervalno
 E) kvantitativno (prekidno)
 F) kvantitativno (numeričko)-kontinuirano (neprekidno)

2. Koje su od navedenih varijabli diskretne (D), a koje kontinuirane(K):

- a. broj odsutnih s posla --- (D)--
- b. veličina muške košulje --- (K)--
- c. broj stanovnika u općini --- (D)-- ?

3. Statistički se skup sastoji od 13470 stanova sagrađenih u Republici Hrvatskoj 2011.god. Kojoj vrsti i podvrsti pripadaju varijable (obilježja):

- a. lokacija **B**
- b. vrsta vlasništva **A**
- c. broj soba **E**
- d. cijena po m^2 ? **F**

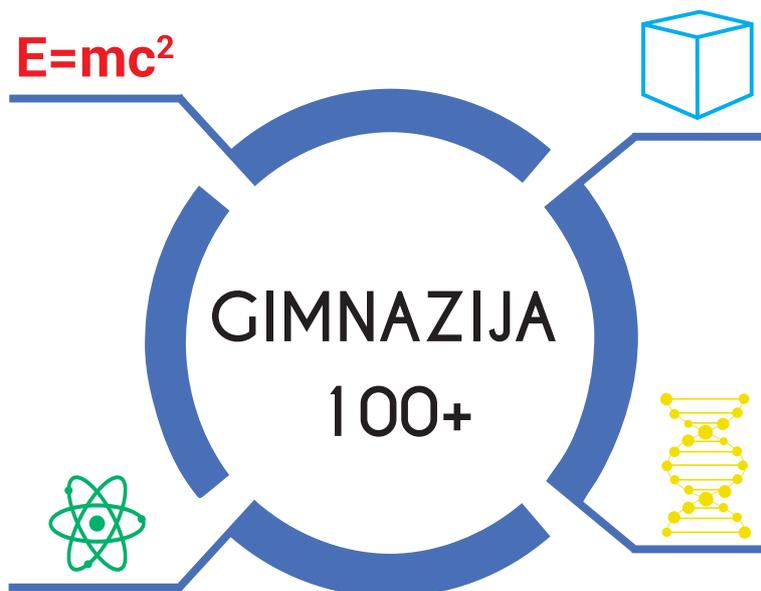
Ponuđeni odgovori: A) kvalitativno-nominalno-atributivno
 B) kvalitativno-nominalno-geografsko
 C) kvalitativno-redosljedno (ordinalno)
 D) kvantitativno (numeričko)-intervalno
 E) kvantitativno (numeričko)-diskretno (prekidno)
 F) kvantitativno (numeričko)-kontinuirano (neprekidno)

4. Vrijednosti diskretnog obilježja dobivaju se obično: a) brojanjem
 b) mjerenjem

5. Nadopuni:

- a. statistički skup mora biti definiran: a)..... b)..... c).....
 pojmovno, prostorno, vremenski
- b. s obzirom na temeljna obilježja, statistika se dijeli na: a)..... b).....
 dekriptivnu, inferencijalnu

Točni odgovori zeleno su označeni.



www.gimnazija-100-plus.eu

Srednja škola Krapina

Šetalište hrvatskog narodnog
preporoda 6
49 000 Krapina
Tel: +385 49 382 111
Fax: +385 49 382 113
E-mail: ss-krapina@kr.t-com.hr
web: www-ss-krapina.skole.hr

Srednja škola Pregrada

Stjepana Škreblina bb
49 218 Pregrada
Tel: +385 49 382 150
Fax: +385 49 382 159
E-mail: ss-pregrada@kr.t-com.hr
web: ss-pregrada.skole.hr

Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta

www.mzos.hr
esf@mzos.hr

**Agencija za strukovno obrazovanje i obrazovanje odraslih
Organizacijska jedinica za upravljanje strukturnim instrumentima (DEFKO)**

www.asoo.hr/defco/
defco@asoo.hr

za više informacija o EU fondovima
www.strukturnifondovi.hr

Sadržaj ove publikacije isključiva je odgovornost Srednje škole Krapina.