Többváltozós statisztika elméleti alapjai (BMNPS07500M)

Készítette: Soltész-Várhelyi Klára

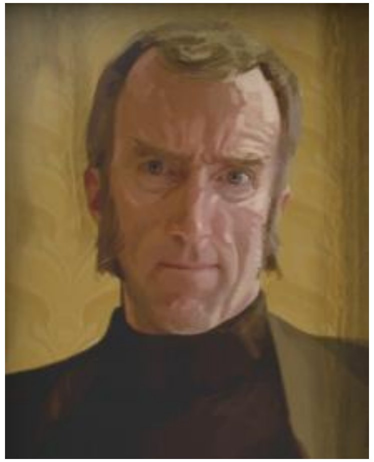
Statisztikai alapfogalmak

3. Következtető statisztika

Statisztikai modellek

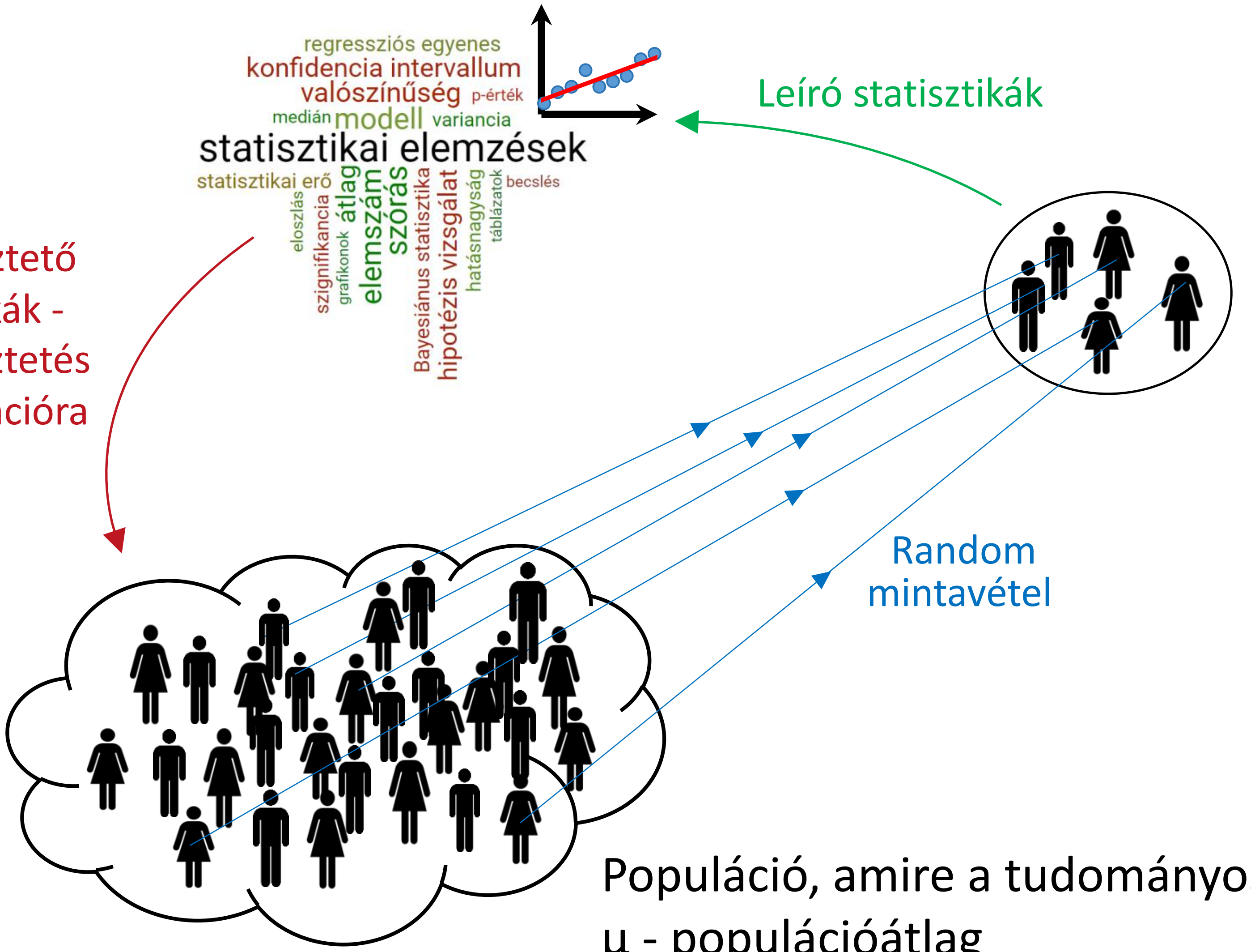
„I'll be honest, we're throwing science at the wall here to see what sticks.”

Cave Johnson



Populáció és minta

Következtető statisztikák - következtetés a populációra



Minta, melyet mérni tudunk
$\overline{x}$ - mintaátlag
(ezt tudjuk mérni)

Populáció, amire a tudományos kérdés vonatkozik
μ - populációátlag
Erről akarunk valamit megtudni

(Annette Kopp-Schneider ábrája alapján)

Leíró és következtető statisztika

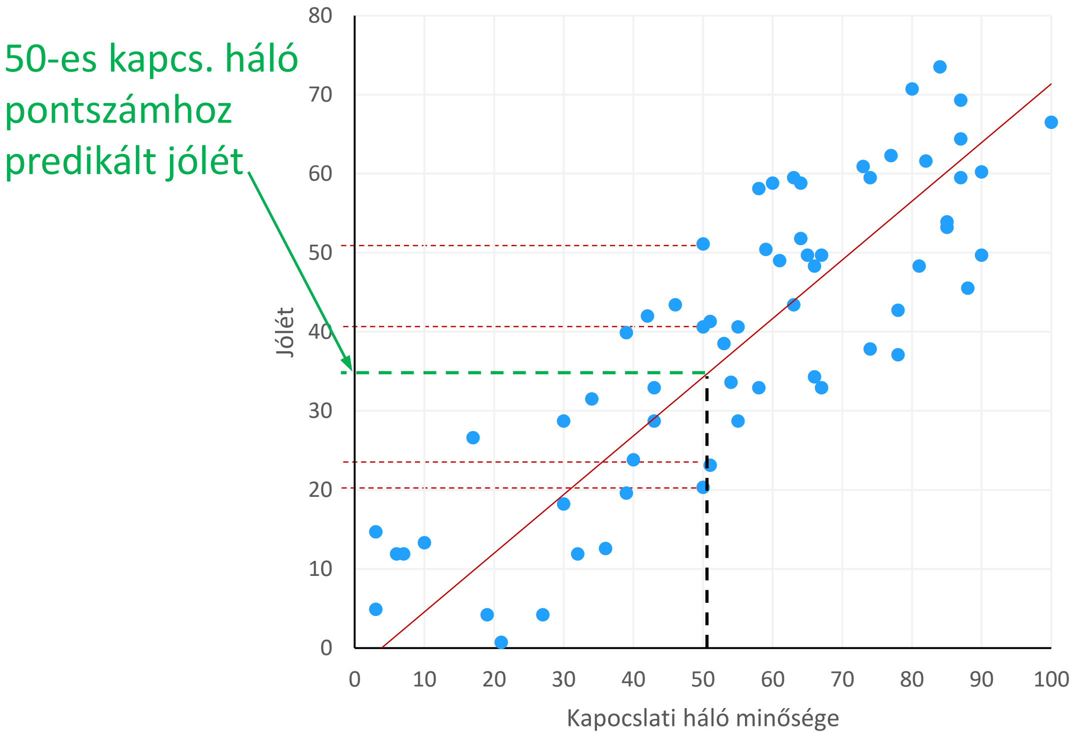
- **Leíró statisztika** (descriptive stats)
  - Célja a mért adathalmaz jellemzése, az rendelkezésre álló információ tömörítése
  - A mért mintát írja le, következtetéseket nem tartalmaz

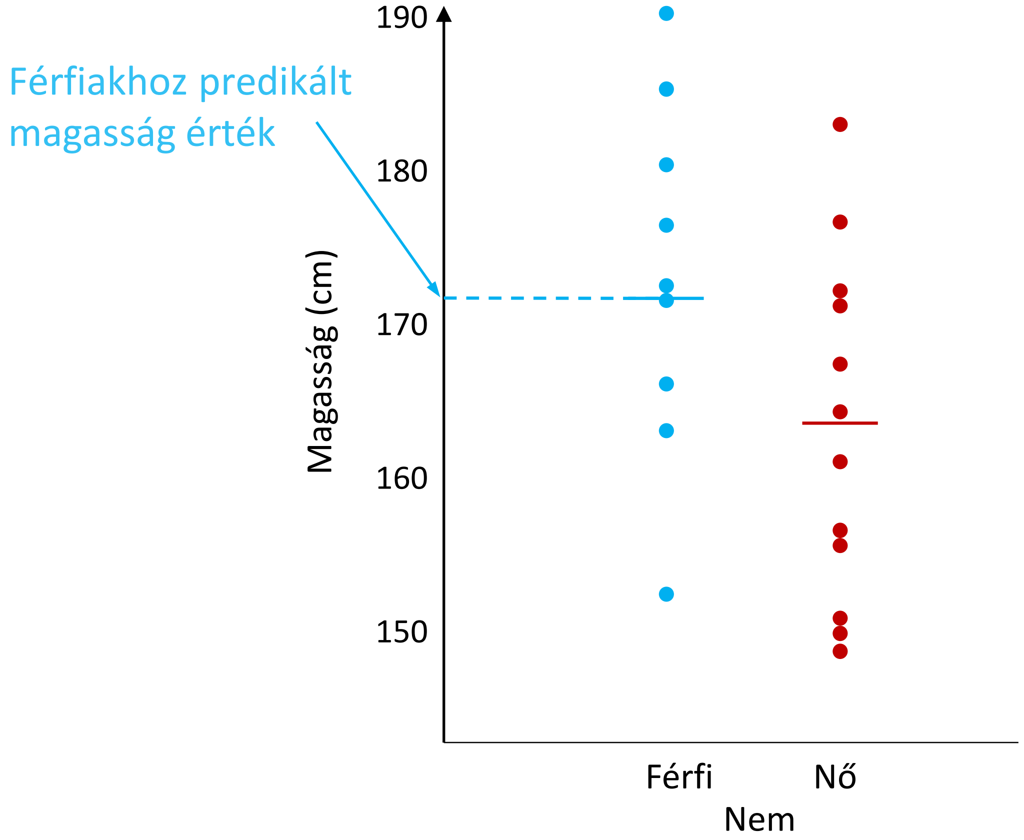
- **Következtető statisztika** (inferential stats)
  - Célja a populációból választott mintából a populációra való (vissza)következtetés
  - Valószínűségekkel dolgozik
  - Fogalmak:
    - Eloszlások, és a hozzájuk tartozó valószínűségek
    - Konfidencia intervallumokról újra
    - Statisztikai modellek
    - Hipotézisvizsgálat, és ami ehhez kell: statisztikai értékek, hipotézis, szignifikancia, (hatásnagyság), elemszámbecslés, hiba becslése, hibák típusai
    - Bayes-i statisztika

- A kettő között nincs éles határ

Modellek

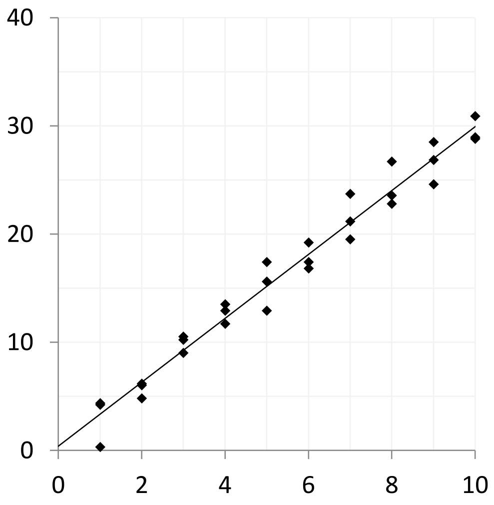
- A statisztika
  - A világ összefüggéseit modellezi, hogy a modellek alapján becsléseket tehessen
  - Ellenőrzi, a felállított modellek milyen valószínűséggel helytállóak a populcióban

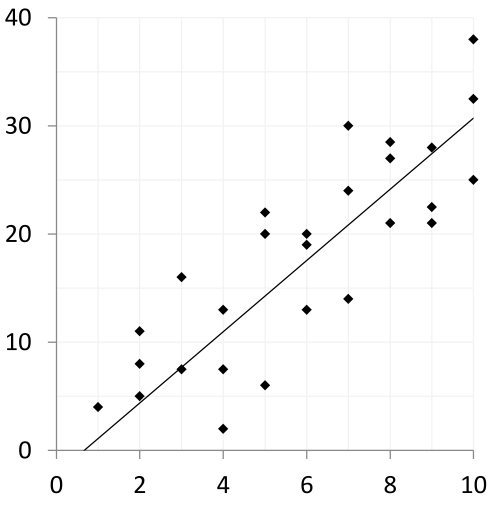


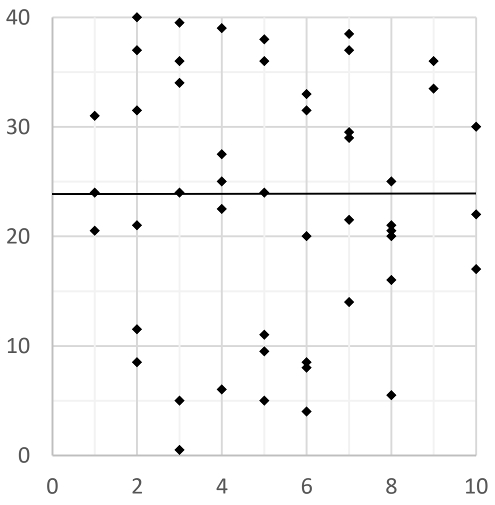


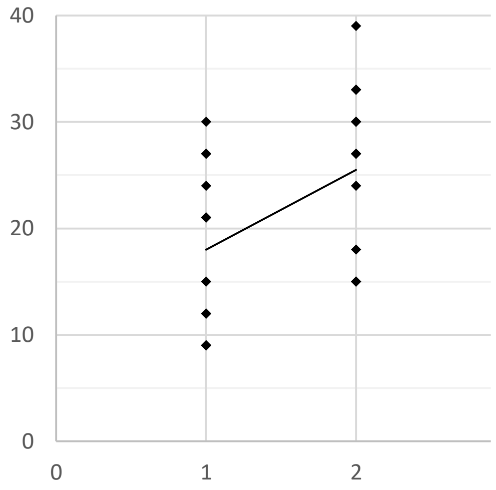
Modellek

- **Modellek**
  - A mért adatokat valamilyen modellel írjuk le
    - **Lineáris modell**: a két változó összefüggése egy egyenessel jellemezve
  - A statisztika azt ellenőrzi, hogy a felállított modellel milyen pontos becslést tudunk adni
  - Jól megválasztott modell esetén *gyakorlatban* egyenrangúként használt kifejezések
    - Mekkora a hatás nagysága
    - Milyen erős a változók közötti kapcsolat
    - Milyen mértékben magyarázza az egyik változó a másikat
    - Milyen pontos becslést tudunk az egyik változóból a másikra adni
    - Milyen mértékben írja le a modell a mért értékeket



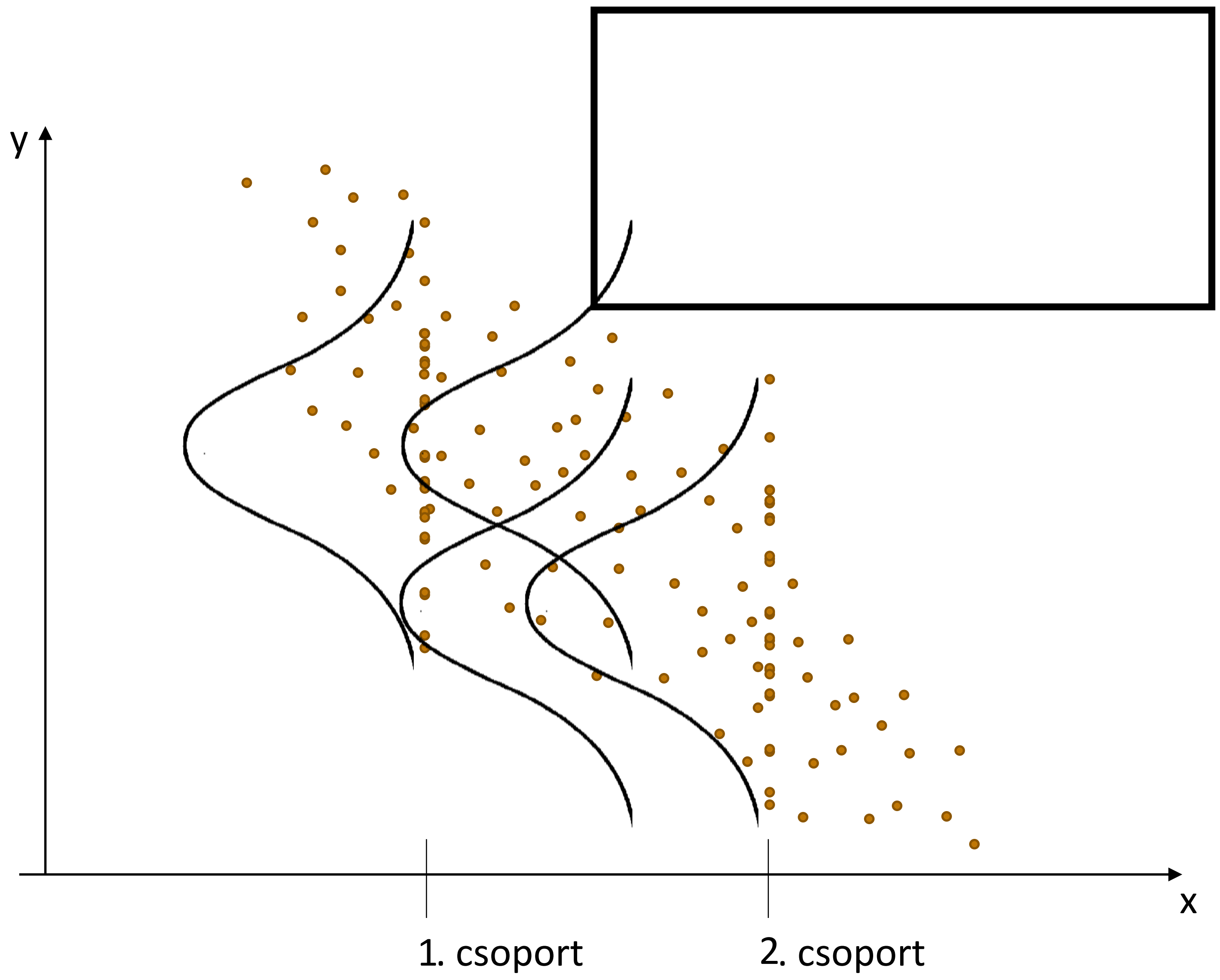




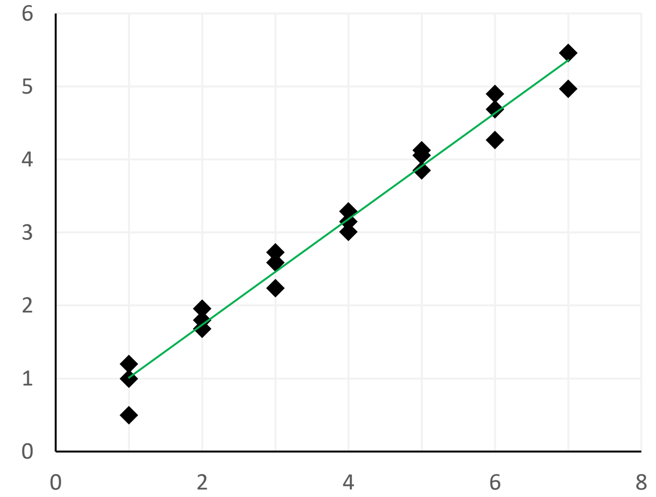


Kapcsolat & különbség

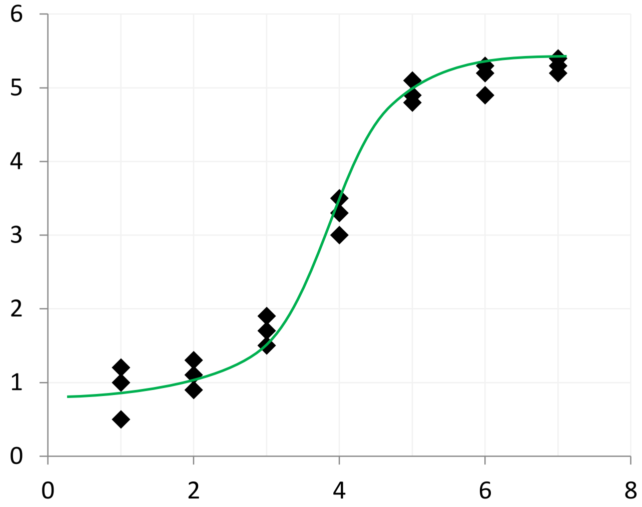
- Az egyszerűség kedvéért gyakran megkülönböztetünk kapcsolatot és különbséget vizsgáló próbákat.
- Ez a megkülönböztetés nem létezik: csak hatások vannak, és minden próba azt vizsgálja, mennyire lehet az egyik változóval (vagy változókkal) a másika(ka)t magyarázni.
- Ugyanaz a hipotézis többféleképp is megfogalmazható:
  - Különbség: férfiak és nők magassága között valamekkora különbség van.
  - Kapcsolat: a nem és a magasság valamilyen erősen összefügg.
  - Általános: a nem valamilyen mértékben magyarázza a magasságbeli változatosságot.



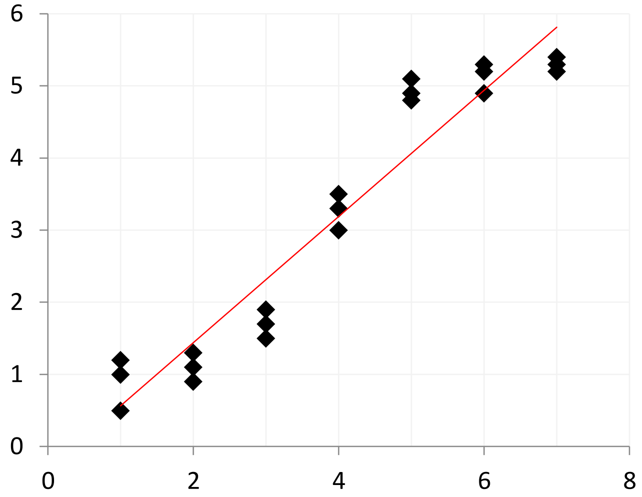
1. Fontos a jól megválasztott modell.



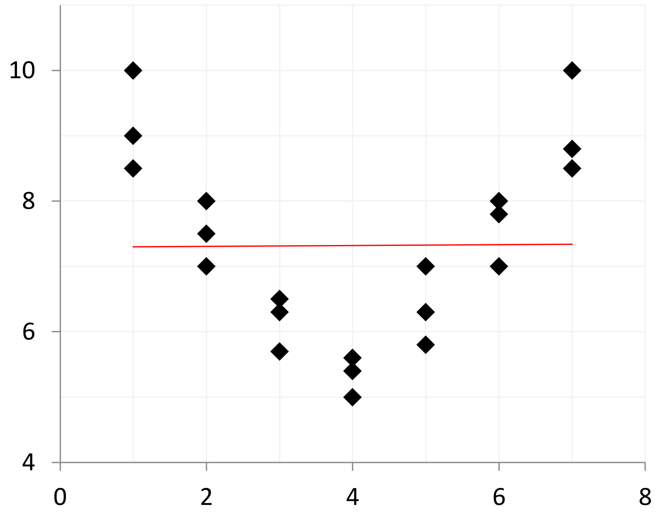
2. A legtöbb összefüggés, amivel találkozni fogunk, viszonylag jól leírható egy lineáris modellel.



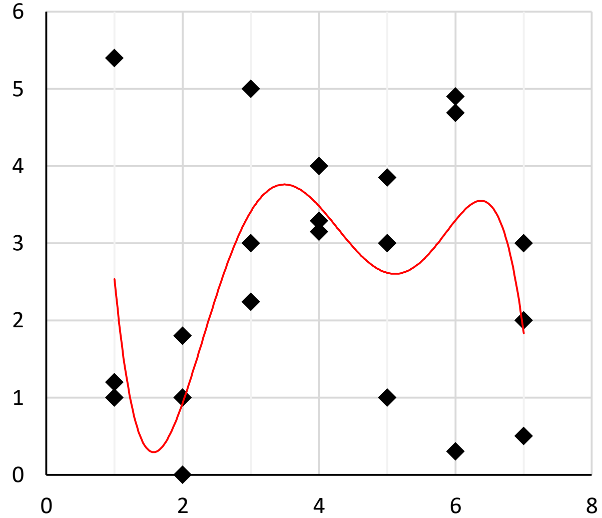
3. De attól még a világ nem csak lineáris összefüggésekből áll.



4. Ha egy nem lineáris összefüggést lineáris modellel írsz le, alul fogod becsülni a hatást.



5. Sőt tévesen akár arra a következtetésre is juthatsz, hogy nincs összefüggés a két változó között.
Ezért egy lineáris modellt használó próba kikérése előtt ellenőrizni kell, megfelelő-e a lineáris modell!



6. Nem szabad azonban túlzásba esni. Egy túlillesztett görbe (overfitting) csak a mintádra lesz igaz, nem lesz általánosítható a populációra.

Statisztikai érték

- **A függő változó teljes varianciája** – a függő változóban lévő változatosság
- A teljes variancia két részből áll:
  - **Szisztematikus változatosság** – általunk előidézett vagy általunk kontrollált tényező miatt van – a modellünkben számolunk vele (nem, kísérleti csoportok, stb. hatása)
  - **Nem-szisztematikus változatosság** – olyan változatosság, mely okáról nem tudunk számot adni, nem emeljük be a modellbe – (egyéni különbségek hatása, pl. milyen napja volt)

$$statisztikai\ érték = \frac{átlagos\ változatosság, amit\ a\ modell\ magyaráz}{átlagos\ változatosság, amit\ a\ modell\ nem\ magyaráz} = \frac{hatás}{hiba}$$

  - (Ez egyenlőre egy kicsit pongyola meghatározás, de a statisztikai érték *jelentésének* megértéséhez elég. A fogalmak ennél pontosabb definíciójától egyelőre eltekintünk, majd a lineáris regresszió alatt visszatérünk rá.)

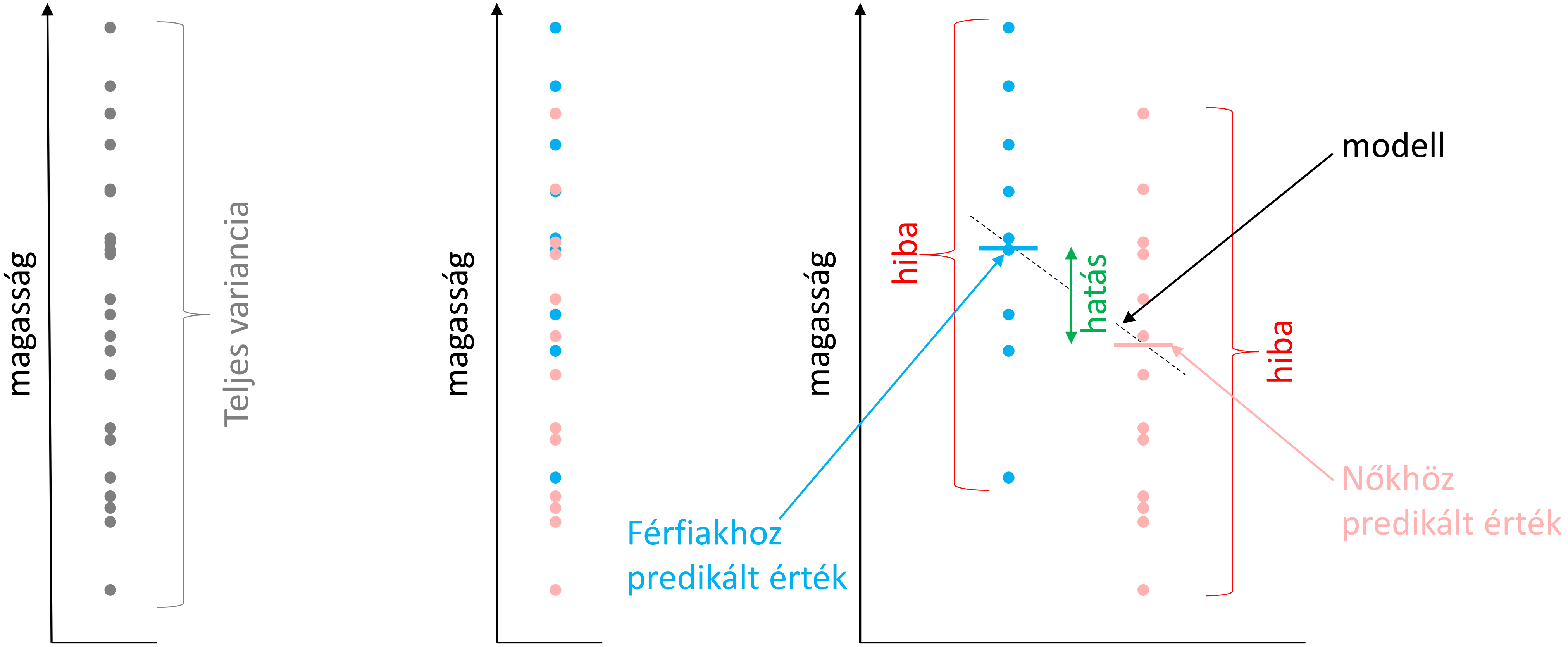
A függő (kimeneti) változó teljes varianciája: A magasságnak van egy varianciája, változatossága.

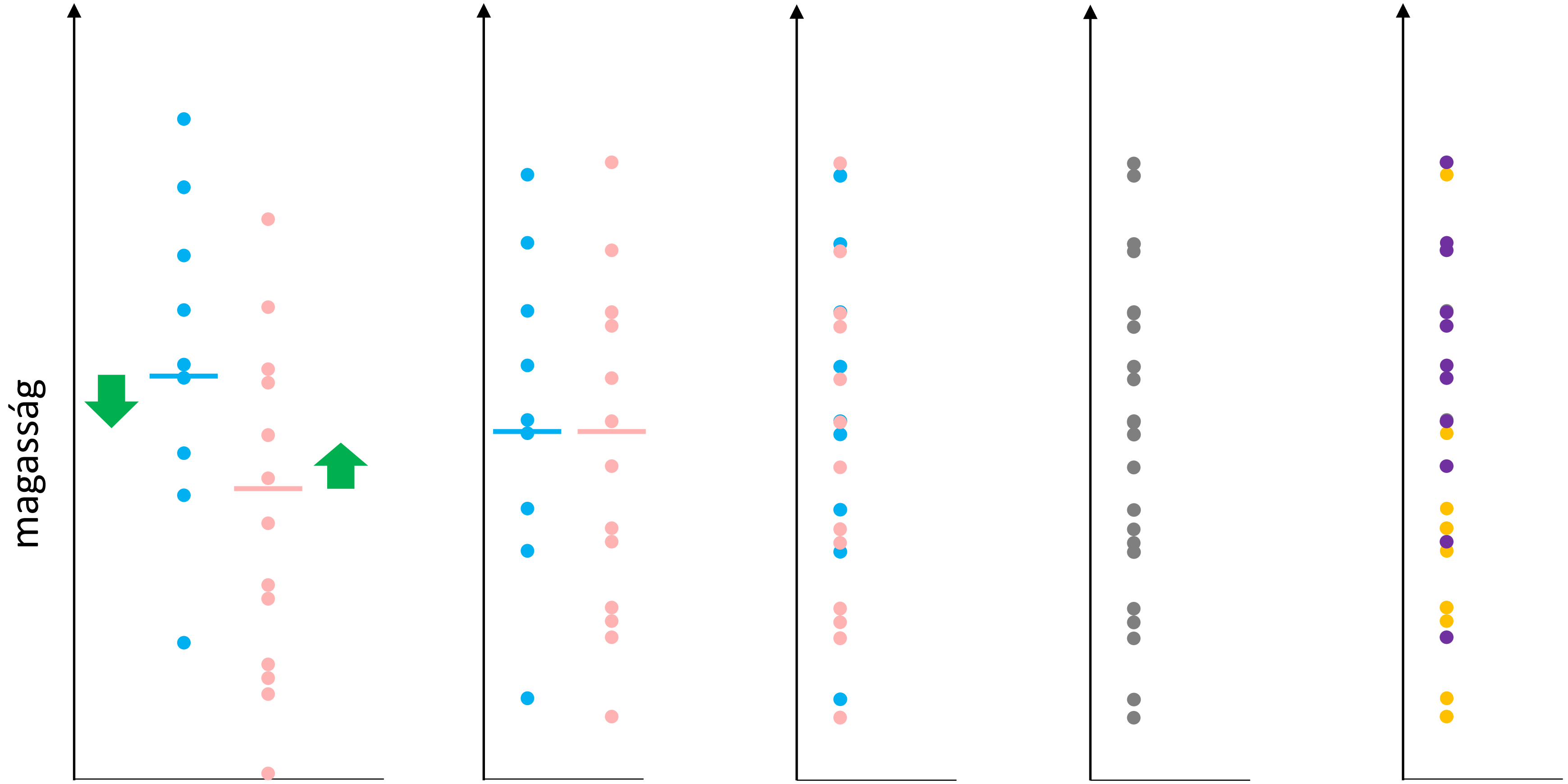
A prediktor változó szerepe: A függő változó varianciát szeretnénk egy magyarázó (prediktor) változóval, például a nemmel magyarázni.

Modell: Látjuk, hogy a férfiak átlagosan magasabbak, mint a nők. Erre felállítunk egy modellt.

Hatás: A férfi és női minta átlaga közötti különbség, az a varianciarész, melyet a magasságból a nem megmagyaráz, melyről a modellel számot tudunk adni.

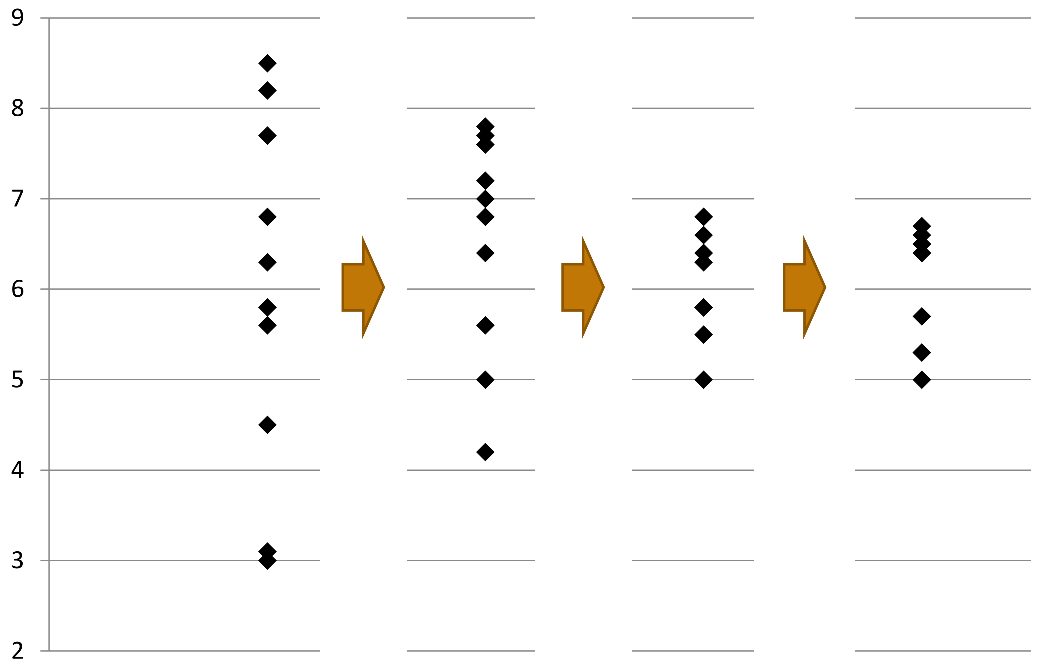
Hiba: A mintákon belüli változatosság pedig a hiba, az a varianciarész, melyet a prediktor (a nem) nem magyaráz.





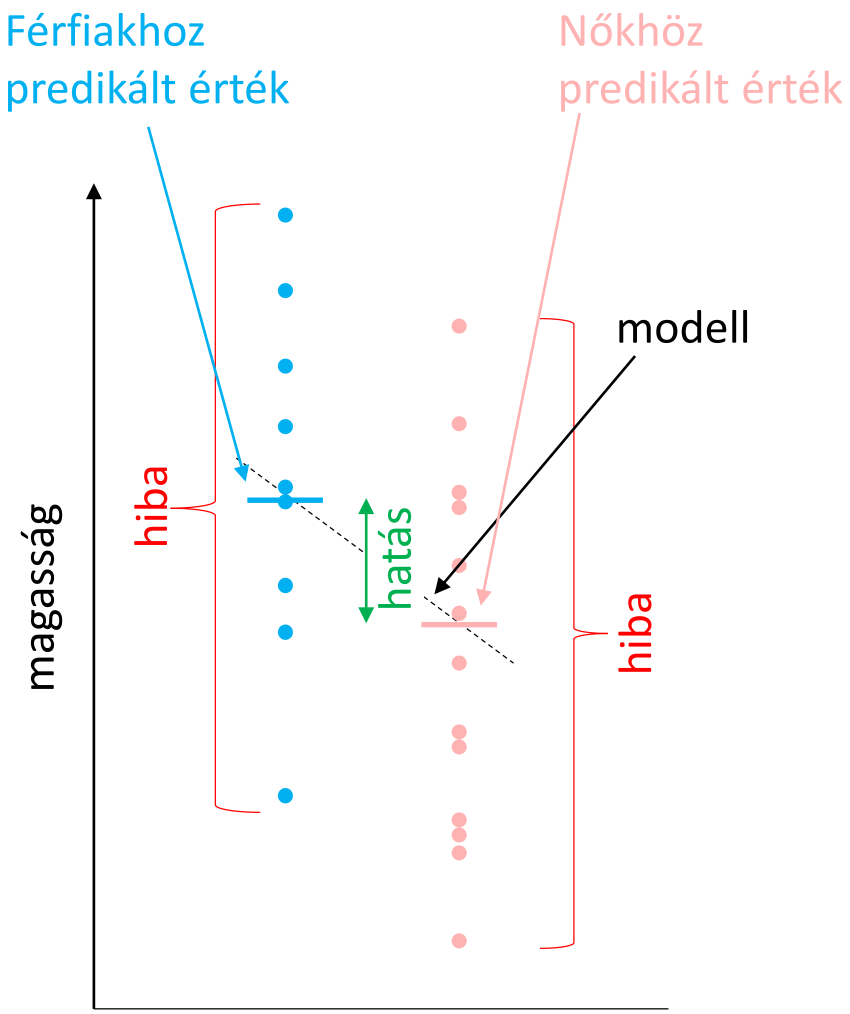
Többszempontos elemzésnél hasonló történik csak több prediktor változóval.
Egy formáját az ilyen elemzéseknek(a stepwise módszereket) úgy lehet elképezni, hogy az első prediktorral (pl. nemmel) magyarázok a teljes varianciából, amennyit tudok. Majd kiveszem a varianciából azt a részt, melyet ez az első prediktor magyarázni tud. Majd a maradék varianciát megpróbálom a következő prediktorral magyarázni. Ez megy addig, amíg van prediktor változóm.

- Szemléltető példa (stepwise módszerrel)
    - Téri memória teszt – teljesítményben van változatosság
    - Mi okozza ez? Például a nem (férfiak jobbak). Ez a nem hatása.
    - Maradék varianciát mi okozza? Például, a szakmájuk (építészektől, festőktől… jobb teljesítményt várunk. Ez a szakma hatása.
    - Maradék varianciát mi okozza?....
    - A legvégén amit nem tudunk (nem érdemes) már megmagyarázni, az a hiba. (például fáradság, figyelmetlenség, egyéb nem mért tényezők hatása.



Példa

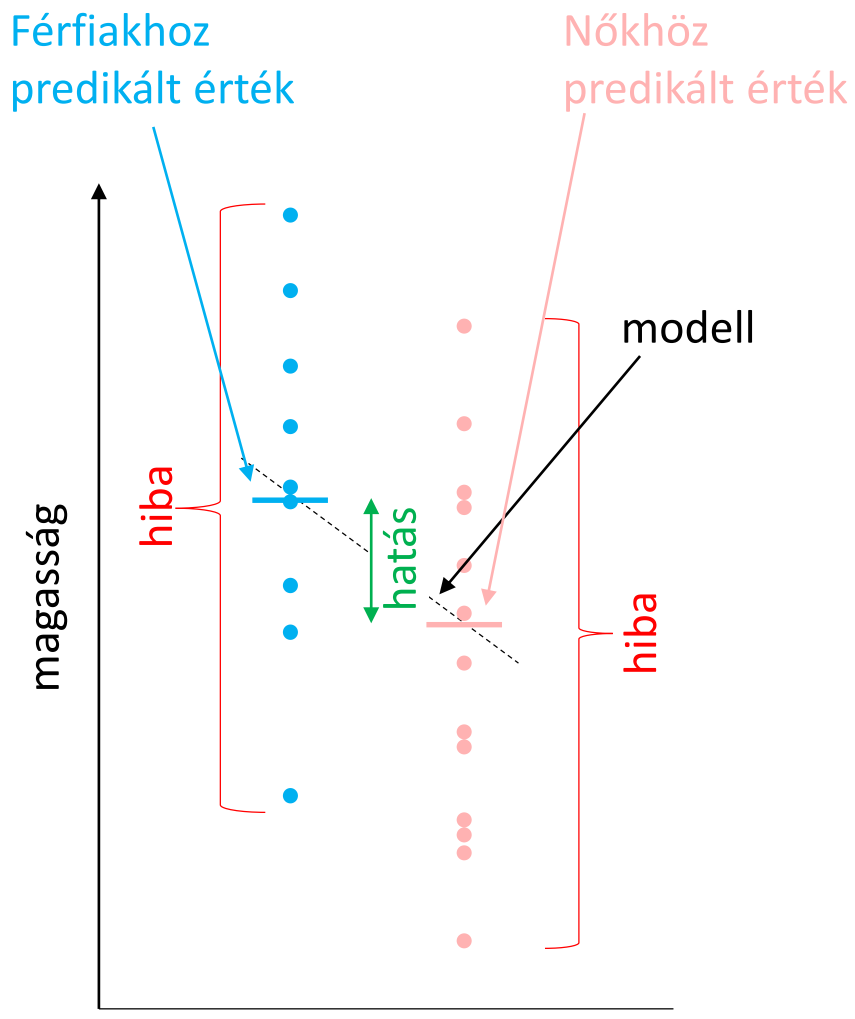
- Egy egyszerű példaként nézzük meg, hogyan számolódik a t-próba t-érték! Számoljuk ki különbözik-e férfiak és nők magassága!
  - (legyenek a szórások hasonlóak, mert különben bonyolultabb lenne a képlet)
- Van egy férfi és női mintánk:
  - Elemszámok: $n_f = 9$ és $n_n = 13$ így a teljes minta: $N = 22$
  - Átlagok: $M_f = 175$ és $M_n = 164$
  - Szórások: $SD_f = 7{,}5$ $SD_n = 7{,}6$
  - Szabadságfok: $n_f - 1 + n_n - 1 = N - 2 = 20$
- Hatás: amit a magasságból a nem megmagyaráz (D, mint difference)
  - $D_{Model} = M_f - M_n = 175 - 164 = 11$
- Hiba: amit a magasság nem magyaráz
  - $SE = \sqrt{\frac{SD_f{}^2}{n_f} + \frac{SD_n{}^2}{n_n}} = \sqrt{\frac{7{,}5^2}{9} + \frac{7{,}6^2}{13}} = 3{,}270$
- T-érték: $t = \frac{hatás}{hiba} = \frac{\bar{M}_f - \bar{M}_n}{\sqrt{\frac{SD_f{}^2}{n_f} + \frac{SD_n{}^2}{n_n}}} = \frac{11}{3.270} = 3{,}3639$
- A kapott t-értékhez és szabadságfokhoz a t-táblázatban kereshetjük ki a szignifikancia értéket: $p = 0{,}003$



Példa

- T-érték: $t = \frac{hatás}{hiba} = \frac{\bar{M}_1 - \bar{M}_2}{\sqrt{\frac{SD_1^2}{n_1} + \frac{SD_2^2}{n_2}}}$ t és df → p

- Vesd össze az első előadás a populáció és minta kapcsolatából következtetéseivel! **Mitől függ, mennyire tudsz kimutatni egy hatást?**
    - A **hatás nagyság**ától:
        - Evidens: Minél nagyobb a hatás, az a variancia, amit meg tudsz magyarázni (különbség férfiak és nők magassága között), annál könnyebb lesz azt kimutatni.
    - A **zaj, hiba** nagyságától:
        - Minél nagyobb a zaj, az a variancia, amit nem tudsz magyarázni (a csoporton belüli szórás), annál inkább elveszik a zajban a hatás, annál nehezebb lesz a hatást kimutatni.
        - Éppen ezért az olyan kísérleti elrendezések, melyek képesek lecsökkenteni a mérés zaját (ilyenek pl. az összefüggő mintás próbák – később megtanuljuk miért) érzékenyebbek lesznek
    - Az **elemszám**tól
        - Az elemszám a nevezőben szerepel osztóként, tehát minél nagyobb az elemszám, annál kisebb a nevező, ergo nagyobb a t értéke
        - Az elemszám a szabadságfokkal is összefüggésben van, és a nagyobb szabadságfokhoz csúcsosabb t-eloszlás tartozik, a kritériumszint közelében kisebbek a p-értékek ergo könnyebb szignifikáns eredményre jutni.



Hipotézis tesztelés

„The six most confusing words in statistics: failed to reject the null hypothesis”

Rebecca G. Bettencourt

Null és alternatív hipotézis

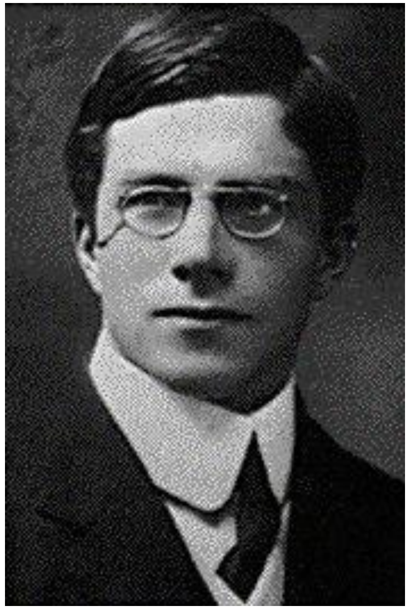
- **Null hipotézis**
  - **Nincs hatása a kísérleti manipulációnak / nincs kapcsolat a változók között / nincs különbség a minták között**
  - Ez az, amit **tesztelni tudunk**, amihez a **eloszlásgörbe tartozik**.
  - Példák a null hipotézisre:
    - Ha az a hipotézised, hogy férfiak és nők különböző magasságúak, akkor a null hipotézis, hogy
      - férfiak és nők magassága között nincs különbség
      - (mert) **férfiak és nők a magasság szempontjából egyazon populációból származnak**
    - Ha az a hipotézised, hogy a magasság és súly összefüggésben van, akkor a null hipotézis, hogy
      - magasság és súly között nincs kapcsolat
      - (mert) **a magasság és súly a populációban egymástól független (ortogonális) tulajdonságok**

- **Alternatív hipotézis**
  - **Az adott kísérleti elrendezésnek hatása van a vizsgált változóra / a vizsgált változók között kapcsolat van / a minták között különbség van**
  - Ha a null hipotézis valószínűsége túl kicsi, akkor elvetjük, és helyette elfogadjuk az alternatív hipotézist igaznak.

Muriel Bristol

- **Fisher és a teakóstoló nő**
  - 193X-ben egy teázgatás során a Rothamsted Kutatóközpont fiatal algakutatónője, Muriel azt állította, hogy meg tudja állapítani a tej vagy tea került először kitöltésre.
  - Null hipotézis: a nő nem tudja megállapítani a sorrendet
  - Kísérlet: nyolc csésze tea (felébe tej, majd tea, másik felébe fordítva). Válassza ki azt a négyet, amibe először a tea került! (a feladat nyolcból négy kiválasztása)
  - Ha igaz is a null hipotézis, találgatás közben előfordulhat, hogy eltalál egy-két csészét (ez véletlen szerepe).
    - Megvan a maga valószínűsége annak, hogy egyet sem talál el, annak, hogy egyet, kettőt, stb...
      A valószínűségek felrajzolhatóak egy eloszlásgörbén.
    - Ha csak találgat – legnagyobb valószínűsége (51,4%) annak van, hogy a felét találja el, és annak, hogy mind a négyet, összesen 1/70-ed, azaz 1,42%.

  - Így ha mindet eltalálta, akkor nagyon kicsi a valószínűsége annak, hogy nincs valamilyen tea-kóstoló képessége
  - Tehát ebben az esetben elvetjük a null hipotézist, és elfogadjuk az alternatívat.



Az ifjú Ronald Fisher

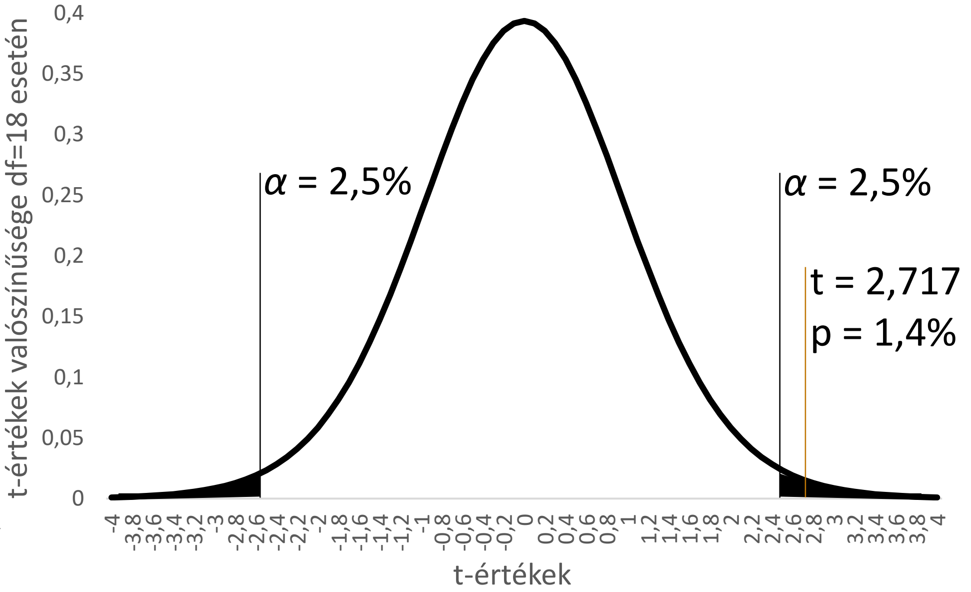
Szignifikancia

- Az **eloszlásgörbén** a null hipotézis teljesülése esetén várható statisztikai értékek valószínűségét ábrázoljuk
  - Példa: Mekkora statisztikai értéket (t-értéket / különbséget a férfi és női minta magassága között) várunk abban az esetben, ha a null hipotézis igaz (populációban nincs különbség férfiak és nők magassága között)?

- Ezen keressük ki a statisztikai értékünk (t-érték) valószínűségét
  - **p-érték** (**szignifikancia érték**): Adott t-érték előfordulási valószínűsége, ha a null hipotézis igaz

- Ha a null hipotézis teljesülése esetén a kapott statisztikai érték előfordulási valószínűsége nagyon alacsony, akkor elvetjük a null hipotézist.

- Mi legyen a „nagyon alacsony" kritériuma?
  - Fisher definíciója alapján legyen 5% a kritérium
  - **Szignifikancia szint** (**α**): az a kritérium szint, aminél a p-nek kisebbnek kell lenni ahhoz, hogy elvessük a null hipotézist



- **Szignifikancia** Fisher definíciója alapján:
  - **Csak ha maximum 5% esély van arra, hogy a mintát véletlenül úgy válogattuk össze, hogy úgy tűnik van valamilyen hatás, pedig valójában nincsen, akkor hisszük el a hatás létezését**.

Szignifikancia előző példa részletesebben

$p < .05$

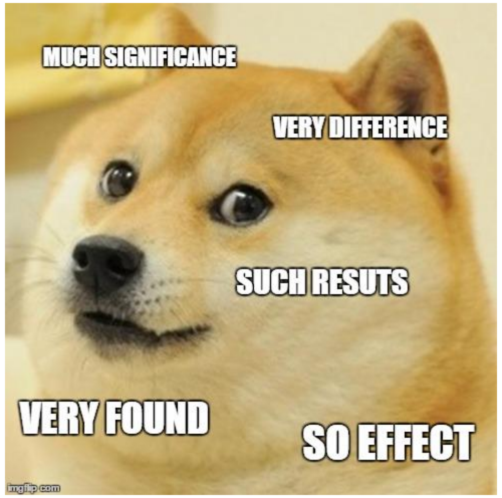
p-érték / szignifikancia érték – annak valószínűsége, hogy az észlelt összefüggés a véletlen műve

Szignifikancia szint – az a kritérium szint, aminél a p-nek kisebbnek kell lenni ahhoz, hogy elvessük a nullhipotézist

- **Hipotézis: Különbség van férfiak és nők magasságában.**
- Elméleti megközelítés:
  - Nullhipotézis: nincs különbség férfiak és nők között a magasságban. Magasság tekintetében egy populációból származnak.
  - Alternatív hipotézis: Van különbség férfiak és nők között a magasság mértékében.
- Statisztika:
  - Lemérek 10 férfit és 10 nőt. Férfiak: M = 171.4 SD = 4.24 ; nők: M = 166.4 SD = 3.97 ; df=(10-1)+(10-1)=18
  - A t-próba eredménye: $t(18) = 2.717$ $\boldsymbol{p = .014}$
  - A t-eloszlás táblázatából kikeresve a **szignifikancia értékem p = .014** tehát 1.4% esélye van annak, hogy a nullhipotézis igaz (a populációban nincs különbség), és véletlenül mégis olyan mintát vettem belőle, amiben ekkora különbség látszik férfiak és nők között. Másképp: ha a nullhipotézis igaz (a populációban nincs különbség), és a populációból veszek véletlenszerűen 100 mintát, akkor várhatóan 1,4 mintában kapok férfiak és nők között legalább ekkora különbséget.
- Ez szignifikáns-e vagy sem?
  - ***p* < .05 tehát szignifikáns különbséget találtunk** (az 1.4% kisebb, mint az előre megállapított kritérium szintem, ami 5%)
  - 5%-nál kisebb a valószínűsége, hogy a null hipotézis igaz, mégis ekkora különbséget mérek.
  - Ezért a null hipotézist elvetem, és az alternatív hipotézist fogadom el igaznak.

Szignifikancia – gyakori tévedések

- ***„Elég a p < .05-öt kiírni”***
  - „A szignifikancia szintet még a statisztikák elvégzése előtt állapítottam meg, ezért az érdekes csak, hogy p ennél kisebb vagy nagyobb, nem az, hogy mennyi” – **elavult elgondolás**
  - Mert: egyik kutató p = .055-ot másik p = .045-et talál
  - APA formátum szerint ki kell írni a p értékét 3 tizedesjegyig!



- ***„Nagyon szignifikáns hatást találtam”***
  - Attól, hogy valami szignifikáns még nem biztos, hogy jelentős
  - Nagyon pici hatás is lehet szignifikáns, ha például elég emberrel vettem fel
- ***„Nem szignifikáns a különbség, tehát a két minta egyenlő”***
  - Ha el kell vetnem az alternatív hipotézist, attól még a null hipotézis **NEM** lesz igaz
  - Lehet, hogy nincs hatás, vagy annyira gyenge, hogy nem tudom megmondani, a véletlen műve-e
    - A nem-szignifikáns eredmény jelentése: (1) A populációban vélhetőleg nincs hatás (2) túl nagy a zaj vagy túl kicsi a minta, hogy el merjem vetni a null hipotézist
- ***"Szignifikáns különbséget találtam, tehát tuti különböznek”***
  - Valószínűségekkel számolunk. Ha valami szignifikáns, az csak azt jelenti, hogy kicsi az esélye, hogy nincs hatás, és mégis ilyen adatokat sikerült gyűjtenem, de soha nem biztos a hatás létezése

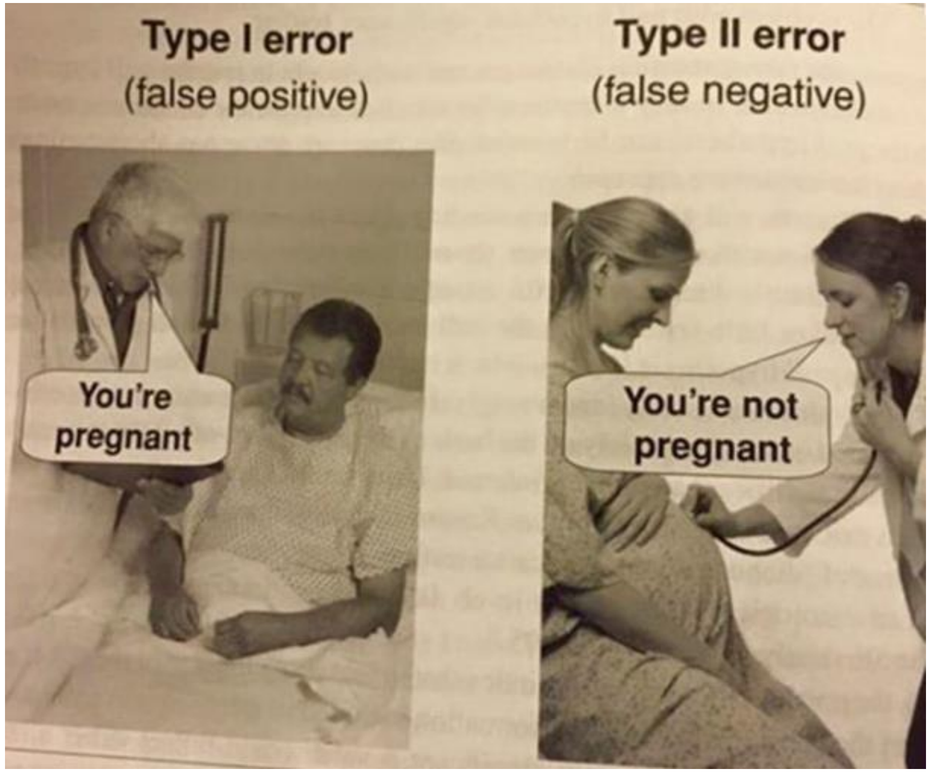
Első- és másodfajú hiba

- A statisztikában valószínűségekkel dolgozunk, ezért bárhogy döntünk, mindig megvan a valószínűsége, hogy tévedtünk. **Kétféleképpen tévedhetünk**:

- **Elsőfajú hiba** (**α - szint**)
  - Amikor valamilyen hatásról azt hisszük, hogy létezik, pedig nem.
  - Amikor a null hipotézist elvetjük, pedig igaz.
  - A tévedés maximálisan elfogadható valószínűségét a szignifikancia szinttel határozzuk meg (5%)

- **Másodfajú hiba** (**ß - szint**)
  - Amikor valamilyen hatásról azt hisszük, hogy nem létezik, pedig csak nem vettük észre
  - Amikor a null hipotézist elfogadjuk, pedig nem igaz
  - Cohen alapján elvárható érték 0.2 alatt van, tehát maximum 20% esélye lehet annak, hogy nem veszünk észre egy meglévő hatást

- **Trade-off** a kettő között – de nem egyenes összefüggés



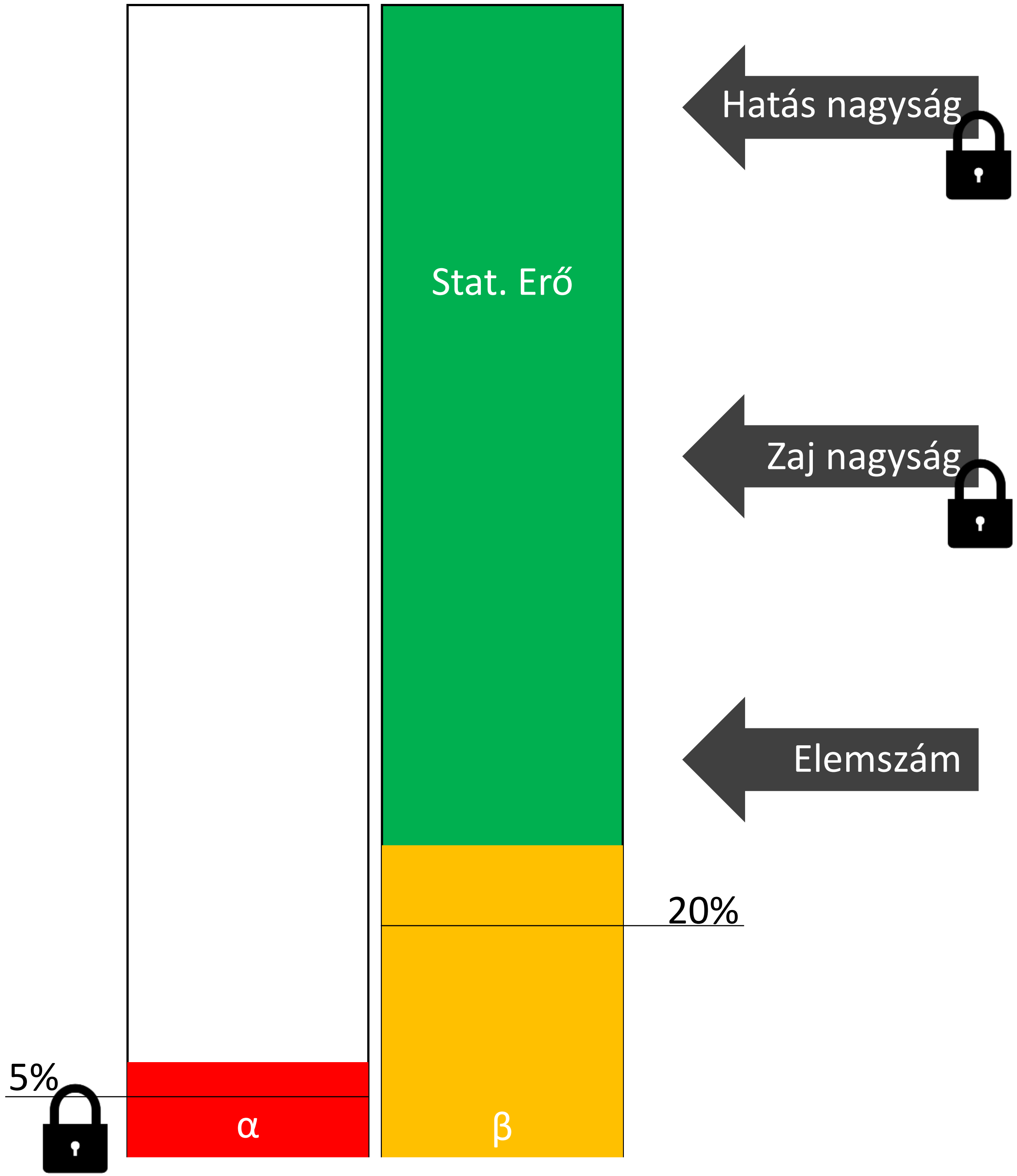
Másodfajú hiba és statisztikai erő

- **Statisztikai erő**
  - Arra való képességet méri, hogy
    - ha a változónknak van hatása, azt észrevesszük
    - a null hipotézist helyesen elutasítsuk, ha nem igaz
- A másodfajú hiba ellentéte (másodfajú: amikor valamilyen hatásról azt hisszük, hogy nem létezik, pedig csak nem vettük észre)
- Elfogadható értéke: 1-ß = 0.8
- **Elfogadható, ha 0.8 feletti, tehát, ha van valamilyen hatás, azt 80% valószínűséggel észre fogjuk venni**

A próba eredménye

Valóság	A hatás létezik	A hatás nem létezik
A hatás létezik	A	B
A hatás nem létezik	C	D

A/(A+B) = statisztikai erő
B/(A+B) = másodfajú hiba
C/(C+D) = elsőfajú hiba/ szignifikancia érték



- El kellene érni, hogy **α<5%** és **β<20%** legyen
- **Az első és másodfajú hiba között negatív, nem lineáris kapcsolat van**:
  - minél „szigorúbb” vagyok, annál kisebb lesz az elsőfajú hiba, de annál kevésbé valószínű, hogy egy létező hatást ki tudok majd mutatni.
  - Minél „megengedőbb” vagyok, annál könnyebben mutatok ki hatásokat, de annál inkább fogom tévesen is azt hinni, hogy van hatás.
- A mérés érzékenységét 3 további tényező befolyásolja:
  - **Hatásnagyság**: Minél nagyobb a hatás, annál könnyebb kimutatni (különbség indonéz és norvég emberek magassága között). (Persze szeretnénk minél kisebb hatás kimutatására képesek lenni.)
  - **Zaj**: Minél nagyobb a szórás, annál nehezebb egy hatást kimutatni.
  - **Elemszám**: minél nagyobb az elemszám, annál könnyebb egy hatást kimutatni.

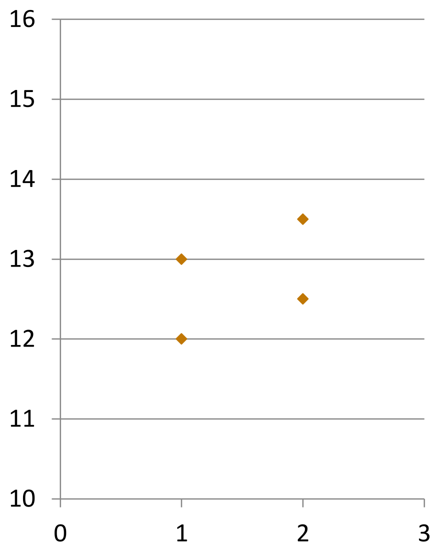
Elemszám becslés

- **Az előző összefüggést felhasználhatjuk a vizsgálatunk megtervezésekor:**
  - Becsüljük meg, vajon az adott vizsgálatban mekkora hatásra és hibára számíthatunk.
    - Két módja van:
      - Elméleti megfontolások alapján (pl. előzetes tudás)
      - Pilot vizsgálattal
  - A becsült hatás és zajnagyság alapján becsüljük meg, mekkora minimális elemszámra lesz szükségünk, hogy az 5%-os szignifikancia szint mellett 80%-os statisztikai erővel rendelkezzünk.

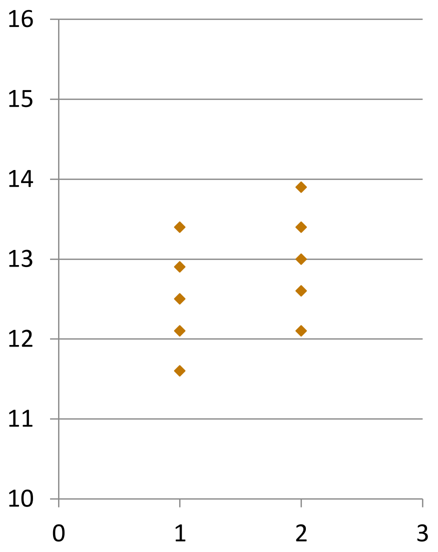
- **Elemszám becslés**
  - A már felvett pilotminta értékei alapján megtudhatjuk, hogy körülbelül mennyi fővel kell még felvennünk a tesztet, hogy a hatás kimutatható legyen.
  - https://www.dssresearch.com/KnowledgeCenter/toolkitcalculators/samplesizecalculators.aspx
  - http://epitools.ausvet.com.au/content.php?page=SampleSize
  - Használatukról: samplesize_alternativ.pdf és a statgyak-03-alapfogalmak-08 youtube videó
  - Ingyen letölthető sokoldalú program: GPower

Elemszám / szignifikancia

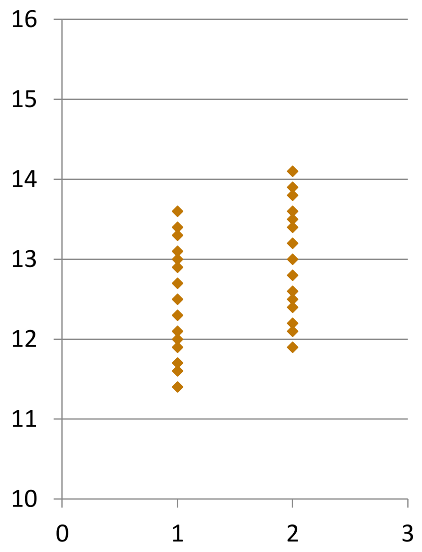
- Minél nagyobb az elemszám, annál kisebb hatás is szignifikáns lesz.
- Melyik esetben hiszed el inkább, hogy különbség van a két csoport között?



Átlag: 12.5 és 13
Szórás: 0.7 és 0.7
Elemszám: 2 és 2



Átlag: 12.5 és 13
Szórás: 0.7 és 0.7
Elemszám: 5 és 5

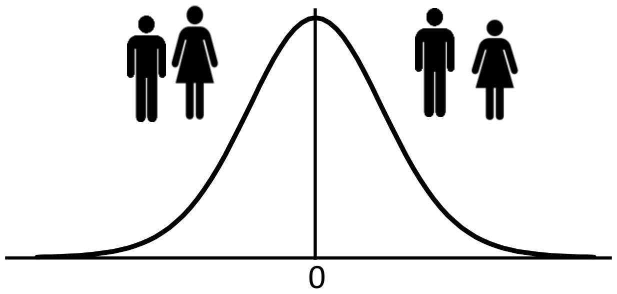


Átlag: 12.5 és 13
Szórás: 0.7 és 0.7
Elemszám: 15 és 15

- Ha tényleg ott a hatás, minél nagyobb az elemszám, annál szignifikánsabb lesz az eredmény, ha nincsen ott a hatás, az elemszám növelése nem segít

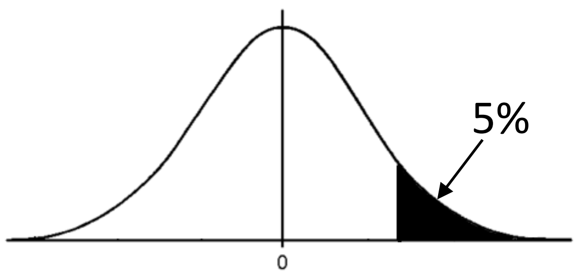
Egy- és kétvégű statisztikai tesztek

- **One & Two-tailed test / egy- és kétoldalú / egy- és kétvégű tesztek**
  - t-érték legyen férfiak magassága minusz nőké, ekkor 3 lehetőség van:
    - Férfiak magasabbak a nőknél: t-érték pozitív lesz
    - Nők magasabbak a férfiaknál: t-érték negatív lesz
    - Nincs különbség a férfiak és nők magasságában (null hipotézis): t-érték nulla körül lesz

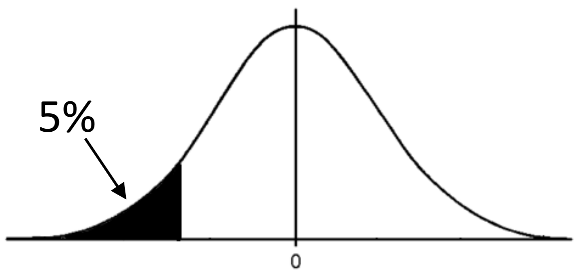


Egyoldalú tesztelés

Férfiak magasabbak a nőknél

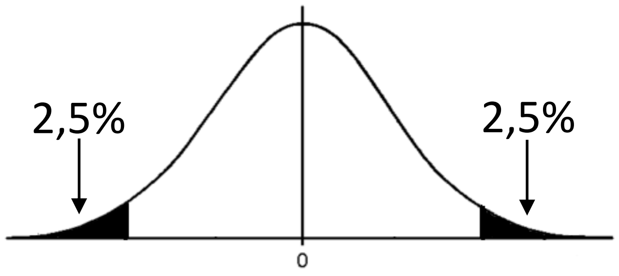


Nők magasabbak a férfiaknál



Kétoldalú tesztelés

Férfiak és nők között különbség van



- (Az eredményekben az irányt az fogja mutatni, hogy negatív vagy pozitív a szám: például $r = -0.45$ $p < 0.05$ vagy $t(46) = -3.7$ $p < 0.001$)
- **A p-értékek után a statisztika tesztelésénél MINDIG közölni kell, hogy 1-tailed vagy 2-tailed történt a tesztelés!**

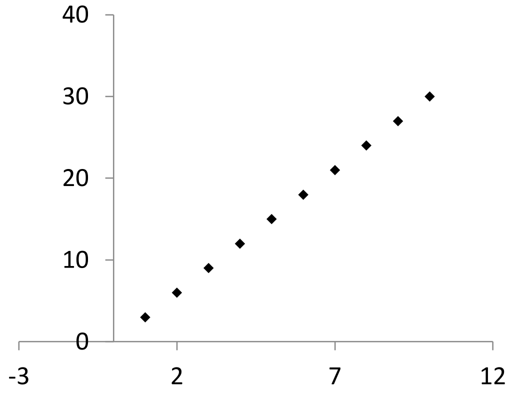
Egy- és kétvégű statisztikai tesztek

- **Példa egyoldalú hipotézisekre:**
  - A férfiak szorongása magasabb a nőkénél.
  - A magasság és súly között pozitív összefüggés van
  - A feladatban mért gyorsaság és pontosság negatívan függ össze
  - A tréninget követően magasabb a személyek éntudatossága, mint a tréninget megelőzően.
  - Az ötven év feletti társadalomban a nemi arány eltér az 50-50%-tól. Ötven év felett több a nő.
  - Különbség van anorexiás és egészséges személyek BMI értékében. Az anorexiások BMI értéke alacsonyabb.

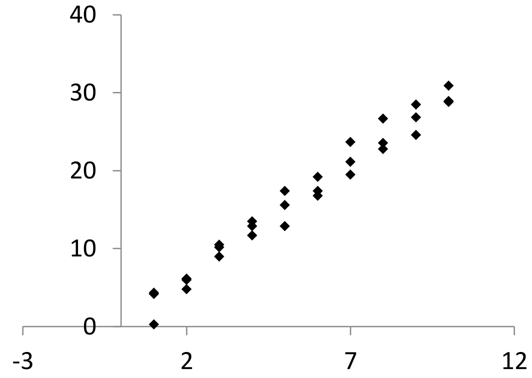
- **Példa kétoldalú hipotézisekre:**
  - Férfiak és nők szorongásában különbség van
  - A szakmák különböznek abban, a személyek mennyire elkötelezettek.
  - A túlórázás mértéke és a munkahellyel való elégedettség közt összefüggés van.

Effect-size

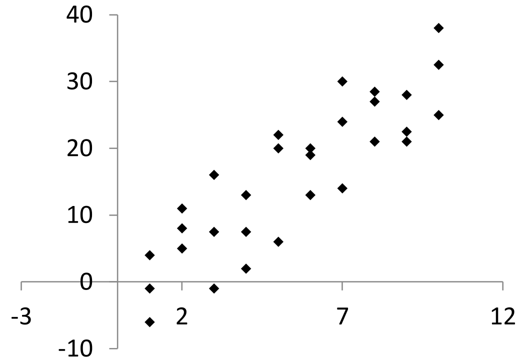
- **Effect-size** (**hatásnagyság**)
  - A hatás nagyságát adja meg a mintában.
    - Ebből adódóan az effect-size mutatók valójában a leíró statisztikákhoz tartoznak!!!
  - A megmagyarázott és teljes variancia aránya (a modell mennyit magyaráz a függő változó változatosságából)
  - Több effect-size mutató létezik.
- **Pearson-féle korrelációs együttható** (*r*) és annak négyzete (**R^2**)
  - Az *r* 0-tól 1-ig adja meg a megmagyarázott variancia arányát
  - $r < .10$ elhanyagolhatóan kicsi hatás
  - $r = .10$ kicsi hatás – a variancia 1%-át tudjuk magyarázni
  - $r = .30$ közepes hatás – a variancia 9%-át tudjuk magyarázni
  - $r = .50$ erős hatás – a variancia 25%-át tudjuk magyarázni



r = 1 az Y varianciáját teljesen megmagyarázza az X

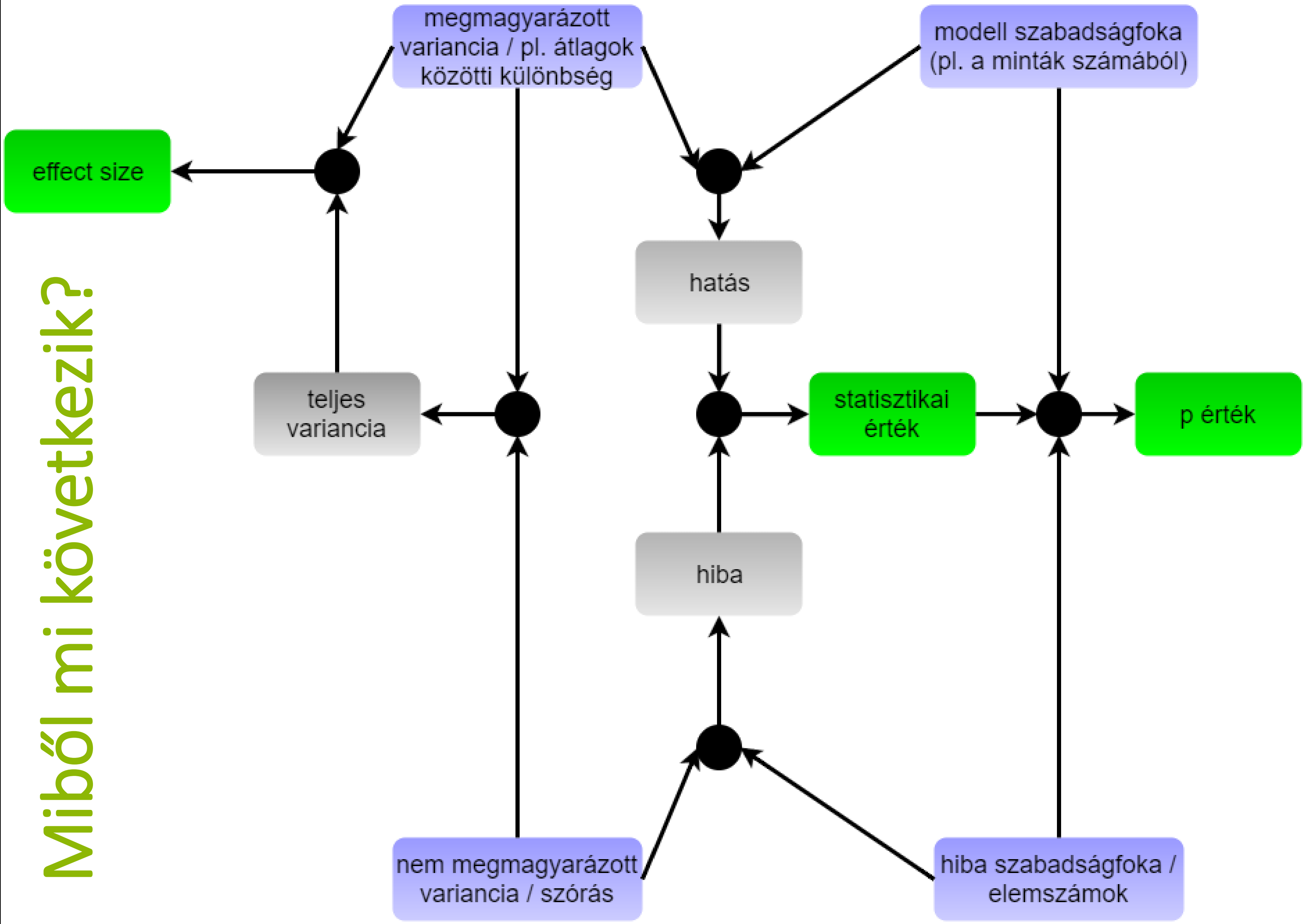


r < 1, de az Y varianciájának nagy részét meg tudjuk X-szel magyarázni



Az effect size még kisebb, az Y varianciájából még kevesebb tudunk X-szel megmagyarázni

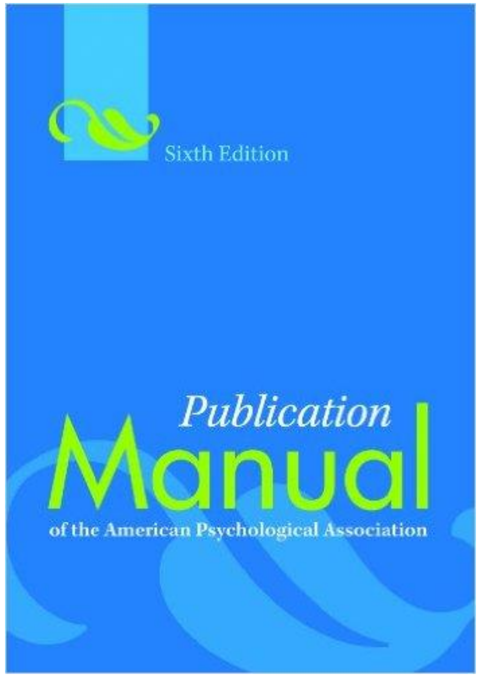
Miből mi következik?



Az ábra koncepciójában igaz, az aktuális próbák számításai eltérhetnek ettől.

- A statisztikai érték, szabadságfok(ok) és p-érték egymásba egyértelműen átszámíthatóak
- Az effect-size a varianciák arányaiból egyértelműen meghatározgató.
- Egyes effect-size mutatók és statisztikai értékek az elemszám ismeretében átszámíthatóak egymásba (pl. ilyen párt alkot az r és t érték)
- **A hatás nagysága (effect size) és valószínűsége (p-érték) közötti összefüggés mindig a szabadságfokok függvénye!** Nem igaz, hogy egy kisebb p-érték mindenképp nagyobb hatással járna.

APA style


Sixth Edition
Publication
Manual
of the American Psychological Association

Publikáció szabályai (APA formátum)

- Minden tesztnek van publikációs formája, melyet követni kell
  - Pl. $t(23) = 1.49$ $p = .023$ (1-tailed) $r = .24$

- **Dőlt betűk**:
  - A statisztikai jelöléseket dőlt betűvel kell írni
    - Pl. átlag: *M* , szórás: *SD* , t-próba: *t*
  - Ez alól kivétel a konfidencia intervallum, amit nem szabad dönteni (95%-os CI vagy CI_{95})

- **Kezdő nulla**:
  - Azoknál a mutatóknál, melyek értéke nem haladhatja meg az 1-et (pl. szignifikanciaszint, effect-size), a tizedesvessző/pont előtti nullát el kell hagyni
    - Pl. $p = .023$ vagy $r = .52$
    - Az eddigi diákon az egyszerűség kedvéért nem így szerepeltek az értékek, mostantól azonban eszerint fogom publikálni a próbák eredményét
    - Figyelj! Nem mindegy, hogy $p = 0.05$ illetve $p = .05$ vagy $p = 0.5$ illetve $p = .5$
  - Ahol viszont meghaladhatja az 1-et, kötelező a kezdő nulla kiírása
      - Pl. $t(26)=0.123$

Publikáció szabályai (APA formátum)

- **p-érték**
  - A p értékét ki kell írni 2 vagy 3 tizedes jegy pontossággal.
    - Ez alól kivétel, ha olyan kicsi/nagy az értéke, hogy nem fér bele a három tizedes jegybe vagy nem állapítható meg pontosan

Eset	SPSS-ben	Helyes jelölés
p nagyon kicsi	.000	$p < .001$
p a megjeleníthető tartományban van	.034	$p = .034$
p túl nagy	.200* ill. 1.000	$p > .200$ ill. $p > .999$

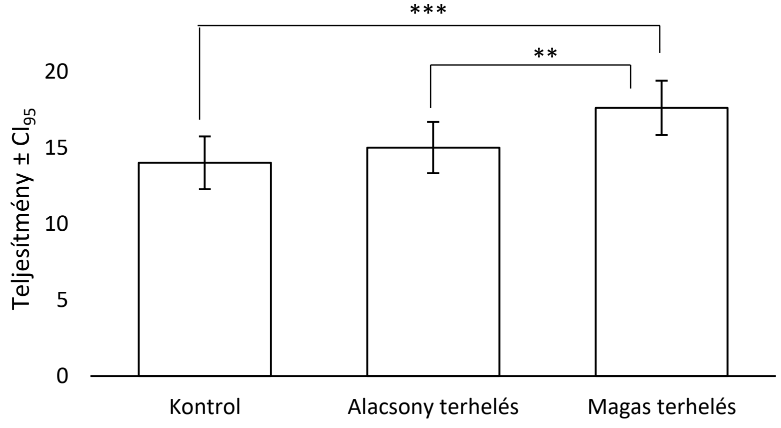
  - Egyes táblázatokban vagy grafikonokon néha csak csillaggal jelöljük a szignifikanciát. Ilyenkor a táblázat alá kell a csillagok jelentését írni.

Tábla 12. Tukey HSD utóvizsgálat a különböző mértékben terhelt csoportok közötti különbség vizsgálatára

		Különbség	*SE*
Kontrol	Alacsony terhelés	-1	0.886
Kontrol	Magas terhelés	-2,6 ***	0.859
Alacsony terhelés	Magas terhelés	-1,6 **	0.915

** szignifikáns *p* < .01 szinten; *** szingifikáns p < .001 szinten

Tukey HSD utóvizsgálat a különböző mértékben terhelt csoportok közötti különbség vizsgálatára



** szignifikáns *p* < .01 szinten; *** szingifikáns *p* < .001 szinten

Publikáció szabályai (APA formátum)

- A statisztikai próbáknál a következő mutatókat kell publikálni:
  - statisztikai érték (pl. t-érték, F-érték)
  - szignifikanciaérték (p-érték) és a próba oldalisága (1-tailed vagy 2-tailed)
  - Effect size (pl. *r, d, η, φ, Ѡ)* – nagyon ritkán, pl. feltételek tesztelésénél elhagyható
  - Szabadságfok (*df*) – ez nem minden esetben van, de vagy hogy kettő is van
- Minta bemutatásánál minden esetben kell publikálni:
  - Középérték (pl. átlag vagy medián)
  - Szórás
  - Elemszám
- APA tizedespontot ír elő, magyar helyesírás tizedes vesszőt. Választhatsz, de légy konzisztens
- Felsorolásoknál (pl. több df esetén) tegyél szóközt, hogy elkülönítsd az értékeket pl. *F*(2, 33) a helyes az *F*(2,33) helyett, mely tört számként is érthető
- Egyenlőségjelek köré tégy szóközöket a könnyebb átláthatóság érdekében

Rövidítések gyűjteménye

	Statisztikában gyakran használt jelölés	Mintára vonatkozó jelölés	Populációra vonatkozó jelölés
Elemszám	*n* vagy *N*	n	N
Átlag (mean)	*M*	$\bar{x}$	μ („mű”)
Szórás (standard deviation)	*SD* vagy *s*	s	σ („szigma”)
Variancia	*Var* vagy s^2	s^2	σ^2
Standard error	*SE*	$\sigma_{\bar{x}}$	
Konfidencia intervallum (confidence interval)	95% CI vagy CI_{95}		
p-érték	*p* vagy *Sig.*		
Pearson-féle korrelációs együttható	*r*		
Cohen-féle delta	*d*		
Standardizált érték (z-érték)	*Z* vagy *z*		
Szabadságfok	*df*		
Elsőfajú hiba	α		
Másodfajú hiba	β		
Null hipotézis	H_0		