

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS EN
TOPOGRAFÍA, GEODESIA Y CARTOGRAFÍA
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID**

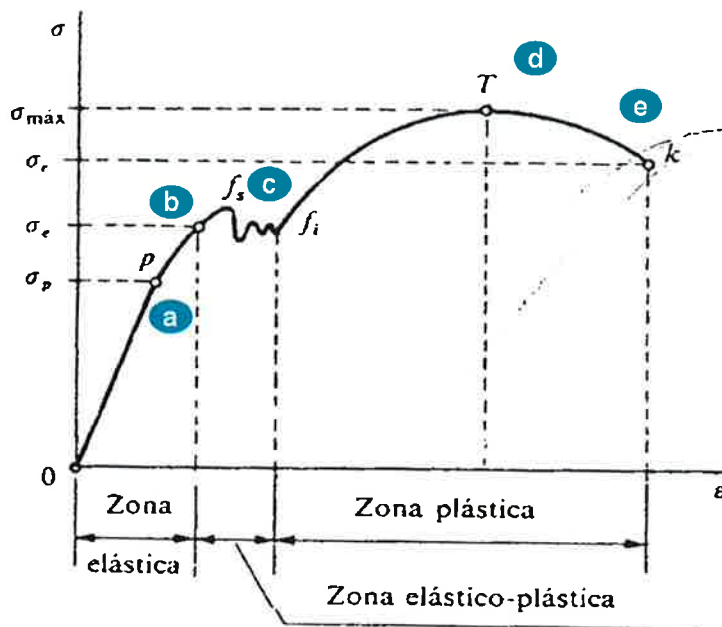
**PROBLEMAS
TEMA 6
ACEROS-CÁLCULO ELÁSTICO**

ÍNDICE

1. Fórmulas
2. Ejercicios resueltos
3. Ejercicios propuestos

1. Fórmulas

En cálculo elástico existe proporcionalidad entre tensiones y deformaciones.



Si la tensión es $\sigma = F/S$, donde F es la fuerza aplicada y S la superficie sobre la que se aplica (kg/cm^2)

y la deformación $\epsilon = \Delta L/L$, es decir deformación en función de su tamaño (adimensional)

Se cumple que $\epsilon = \sigma/E$. E es el módulo de elasticidad (kg/cm^2) que corresponde a cada material.

Por otro lado la variación de longitud en cada elemento por efecto de la temperatura es variable, pero con temperaturas ordinarias se puede asimilar a una recta según la fórmula $\Delta L = L \cdot \alpha \cdot \Delta T$, donde

L es la longitud del elemento,

ΔT es la variación de temperatura ($^{\circ}\text{C}$) y

α el coeficiente de dilatación térmica ($^{\circ}\text{C}^{-1}$).

Varía de forma considerable de unos materiales a otros, entre los metales para el Zinc vale $26,3 \cdot 10^{-6}$ y para el platino $9 \cdot 10^{-6}$. Por eso los patrones de longitud clásicos se fabricaron con Platino.

2. Ejercicios resueltos

Ejercicio N° 1 (FEB 2010)

En el sistema de la figura, compuesto por una barra infinitamente rígida AB y dos barras de acero AC y BD, la barra AB gira en torno al punto central E. Sabiendo que

$$S_{AC} = 10 \text{ cm}^2; S_{BD} = 20 \text{ cm}^2$$

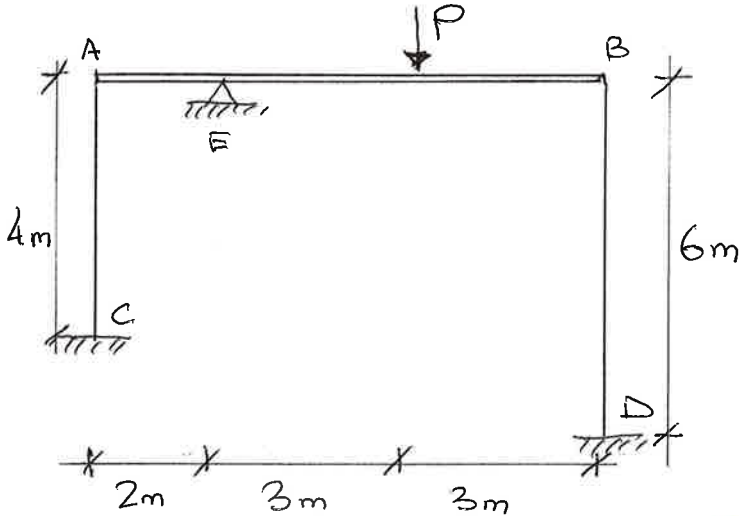
$$\sigma_{AC} = 2600 \text{ Kg/cm}^2; \sigma_{BD} = 2000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$E = 210^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$P = 50 \text{ T.}$$

Se pide:

- Tensión trabajo barra AC (2 puntos)
- Tensión trabajo barra BD (2 puntos)
- Máximo valor de P (3 puntos)
- Variarían las tensiones de trabajo si la sección de la barra AC aumenta de 20 cm^2 (3 puntos). Razonarlo.



Δl ser AB rígida, su deformación es nula y si gira en E el movimiento de sus extremos A y B está condicionado geométricamente

$$\frac{\Delta l_{AC}}{2} = \frac{\Delta l_{BD}}{6}$$

$$\Delta L_{AC} = \frac{P_{AC} \cdot \sigma_{AC}}{E} ; \quad -\Delta L_{BD} = \frac{P_{BD} \cdot \sigma_{BD}}{E}$$

$$\frac{P_{AC} \cdot \sigma_{AC}}{2} = \frac{P_{BD} \cdot \sigma_{BD}}{6}$$

como $L_{AC} = 4m$ y $L_{BD} = 6m$.

$$2\sigma_{AC} = \sigma_{BD}$$

La tensión en la barra AC es doble que en la barra BD para cualquier valor de P

Tomo momentos en E

$$2F_{AC} + 6F_{BD} = 3P ; \text{ donde}$$

$$F_{AC} = S_{AC} \sigma_{AC} ; \quad F_{BD} = S_{BD} \sigma_{BD} = 2S_{BD} \sigma_{AC}$$

$$\begin{array}{l} \text{a) } \sigma_{AC} = 576,92 \text{ Kg/cm}^2 \\ \text{b) } \sigma_{BD} = 1153,85 \text{ Kg/cm}^2 \end{array}$$

Las tensiones máximas son $\sigma_{AC \max} = 1000 \text{ Kg/cm}^2$
 $\sigma_{BD \max} = 2000 \text{ Kg/cm}^2$

Con estas tensiones, tomo momentos en E

$$\text{c) } P_{\max} = 86,67 T$$

d) Si varía S_{AC} , varía F_{AC} y por tanto al tomar momentos se obtiene una σ_{AC} distinta

SI

Ejercicio Nº 2(DIC 2009)

Se quiere fabricar un pilar mixto de hormigón y acero. La geometría exterior del pilar es un cuadrado y en su interior hay un perfil HB-300. Si se quiere que soporte una carga $P=850$ T.

Se pide:

- Dimensiones que debe tener el pilar (5 puntos)
- Tensiones de trabajo de hormigón y acero (2 puntos)
- Acortamiento del pilar (3 puntos)

Datos:

Sección HB-300 = 100 cm²

$\sigma_{\text{acero}} = 2500$ kg/cm²

$\sigma_{\text{hormigón}} = 600$ kg/cm²

$E_{\text{acero}} = 2 \cdot 10^6$ kg/cm²

$E_{\text{hormigón}} = 2 \cdot 10^5$ kg/cm²

Longitud del pilar = 7m.

Las deformaciones de acero y hormigón que componen el pilar deben coincidir

$$\Delta l_a = \Delta l_H$$

$$\frac{l_a \sigma_a}{E_a} = \frac{\sigma_H \cdot l_H}{E_H}$$

$$\sigma_a = 10 \sigma_H$$

La tensión de trabajo del acero será siempre 10 veces la del hormigón, independientemente de la carga que soporten.

$$850000 = \sigma_a \cdot S_a + \sigma_H \cdot S_H$$

Si el pilar está bien calculado, las tensiones serán las máximas posibles, es decir

$$b) \quad \begin{array}{l} \sigma_a = 2500 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_H = 250 \text{ kg/cm}^2 \end{array}$$

$$\text{Luego } S_H = 2400 \text{ cm}^2$$

$$\text{La sección total} = S_H + S_a = 2500 \text{ cm}^2;$$

$$\text{un cuadrado de } 50 \times 50 \text{ cm}$$

$$\Delta l = \frac{L \cdot \sigma_a}{E_a} = \frac{700 \cdot 2500}{2 \cdot 10^6} = 0,875 \text{ cm}$$

Ejercicio N° 3 (JUN 2008)

Para poner en tensión un grupo de 6 cables de acero de 2,40 cm. de diámetro se dispone de dos anclajes, uno fijo (A) y otro móvil (B). Sabiendo que el alargamiento producido en los cables es de 32,20 cm., se pide:

- Tensión de pretensado en cada cable, en esta situación. (3 puntos).
- Fuerza necesaria en el anclaje móvil F. (2 puntos).
- Tensión de los cables cuando se produce un descenso de 35°C en la temperatura inicial, añadida a la del apartado a). (3 puntos).
- Alargamiento adicional, en la situación inicial, si se corta uno de los cables. (2 puntos).

DATOS: $E = 1,5 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2$

$\alpha = 5 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

$$\text{Sección cable} = \pi \frac{2,4^2}{4} = 4,52 \text{ cm}^2$$

$$\Delta L = \frac{L \cdot \sigma}{E}$$

$$\sigma = 5250 \text{ kg/cm}^2$$

$$F = 6 \cdot \text{Sección} \cdot \sigma = 142\,502,6 \text{ kg}$$

Por temperatura

$$\Delta L_2 = L \cdot \alpha \cdot \Delta T = 16,1 \text{ cm.}$$

$$\sigma_{\text{adicional}} = \frac{\Delta L_2 \cdot E}{L} = 2625 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{\text{TOTAL}} = \sigma + \sigma_{\text{adicional}} = 7875 \text{ kg/cm}^2$$

Si sólo hay 5 cables.

$$\sigma' = \frac{F}{5 \cdot S_{\text{cable}}} = 6300 \text{ kg/cm}^2$$

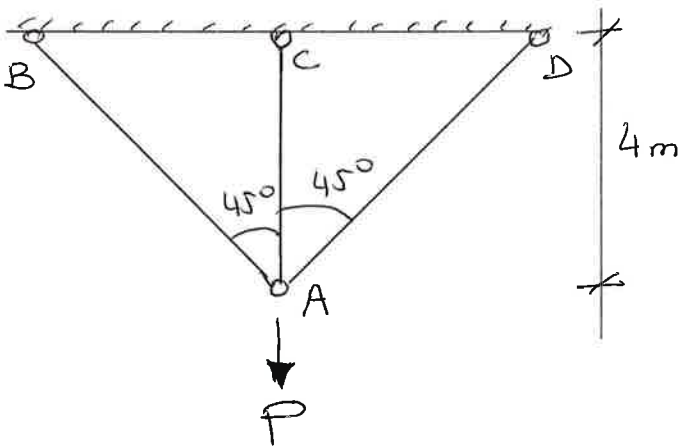
$$\boxed{\Delta e' = \frac{e \cdot \sigma'}{E} = 38,64 \text{ cm}}$$

Ejercicio N° 4(DIC 2005)

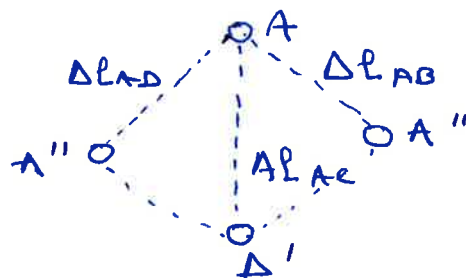
En la estructura formada por tres barras articuladas en sus extremos, las barras laterales tienen una sección de 5 cm^2 y una tensión admisible de 2.200 kg/cm^2 . La barra central tiene una sección de 8 cm^2 y una tensión admisible de 2.000 kg/cm^2 . El módulo de elasticidad de todas las barras es de $2 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$.

Se pide:

- Máximo valor de P que puede soportar la estructura (6 puntos)
- Corrimiento vertical del punto A para dicho valor de P (4 puntos)



Al estar las barras unidas en A, el movimiento vertical de A debe ser el mismo, tanto para la barra central AC, como para las laterales AB y AD



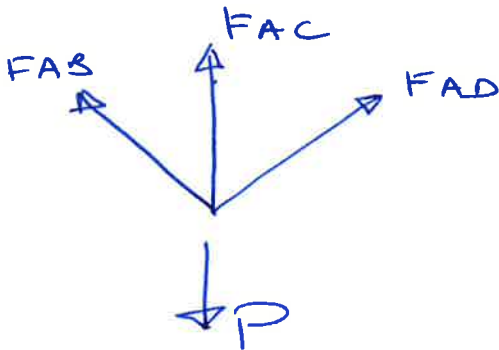
$$\Delta l_{AC} = 2 \cdot \Delta l_{AB} \cdot \cos 45^\circ$$

$$\frac{P_{AC} \cdot \sigma_{AC}}{E} = 2 \frac{P_{AB} \cdot \sigma_{AB}}{E} \cos 45^\circ$$

$$\sigma_{AC} = 2 \sigma_{AB}$$

Luego $\sigma_{AC} = 2000 \text{ kg/cm}^2$

$$\sigma_{AB} = 1000 \text{ kg/cm}^2$$



$$F_{AB} = F_{AD} = \sigma_{AB} \cdot S_{AB}$$

$$F_{AC} = \sigma_{AC} \cdot S_{AC}$$

$$F_{AC} + 2 F_{AB} \cos 45^\circ = P$$

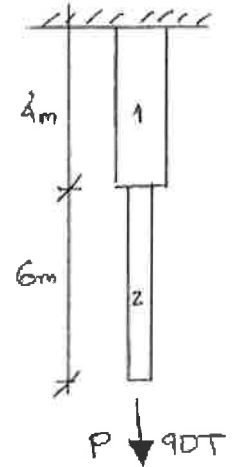
$$P = 23,07 \text{ T.}$$

$$\Delta l_{AC} = \frac{P_{AC} \cdot \sigma_{AC}}{E} = 0,4 \text{ cm}$$

3. Ejercicios propuestos

Ejercicio nº 5 (JUN 2012):

Sobre las barras de la figura adjunta, con diámetros $\Phi_1 = 10$ cm. y $\Phi_2 = 6$ cm. Calcular:



- Tensiones en las barras 1 y 2 para una carga de 90T. (3 puntos)
- Alargamientos producidos en las barras 1 y 2 (2 puntos)
- Máxima carga P. que soportarían (3 puntos)
- Incremento de temperatura que produciría el mismo alargamiento que el generado por la carga de 90 T. (2 puntos)

Datos: $\sigma_1 = 2300$ kg/cm²
 $\sigma_2 = 3800$ kg/cm²
 $\alpha = 0,00006$ °C⁻¹
 $E = 2 \cdot 10^6$ kg/cm²
 $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$

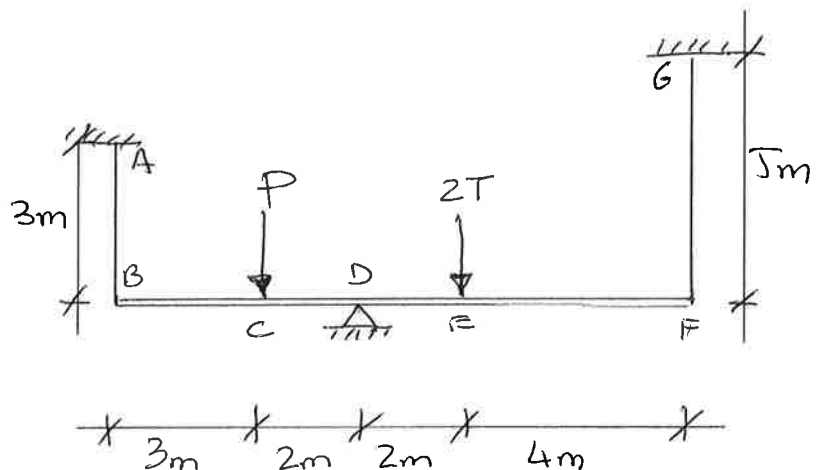
Ejercicio nº6 (SEP 2008)

La barra infinitamente rígida BF cuelga de 2 barras AB y FG cuyas características se indican a continuación. Se pide:

- Valor máximo de la carga P (6 puntos)
- Alargamiento o acortamiento de cada barra (4 puntos)

Datos:

$S_{AB} = 7$ cm²
 $S_{GF} = 5$ cm²
 $\sigma_{AB} = 3200$ Kg/cm²
 $\sigma_{GF} = 4000$ Kg/cm²
 $E = 210^6$ kg/cm²



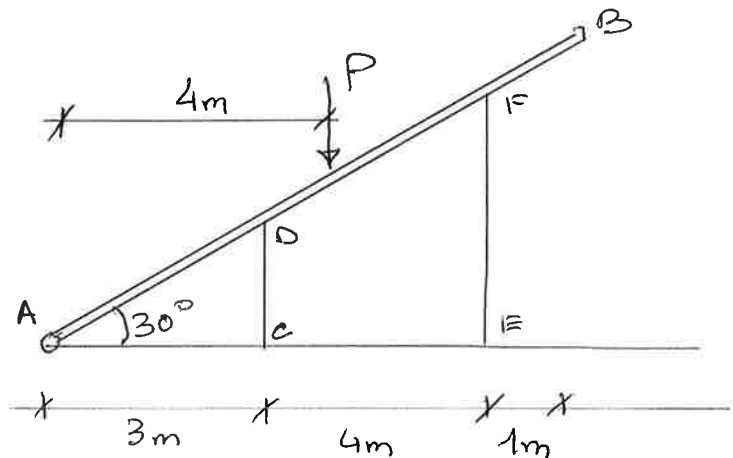
Ejercicio nº 7 (FEB 2008)

La rampa móvil se construye con una placa infinitamente rígida AB que gira en A y se apoya en dos pilares de acero CD y EF. Se pide:

- Carga máxima que soporta P (4 puntos)
- Acortamiento de los pilares CD y EF (3 puntos)
- Elevación del punto B para un incremento de temperatura de 45°C (3 puntos)

Datos:

$$\begin{aligned} S_{CD} &= 12 \text{ cm}^2 \\ S_{EF} &= 18 \text{ cm}^2 \\ \sigma_{CD} &= 3500 \text{ Kg/cm}^2 \\ \sigma_{EF} &= 2800 \text{ Kg/cm}^2 \\ E &= 210^6 \text{ kg/cm}^2 \\ \alpha &= 0,00008 \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \end{aligned}$$



Ejercicio Nº 8 (ENE 2002)

Para construir un pilar que soporte una carga de 140 T. se dispone de tres posibles perfiles de acero.

- HEB200 (superficie 91 cm^2)
- IPN280 (superficie 66 cm^2)
- IPE300 (superficie 56 cm^2)

Sabiendo que:

$$\begin{aligned} \sigma &= 2600 \text{ Kg/cm}^2 \\ E &= 210^6 \text{ kg/cm}^2 \\ \alpha &= 0,000002 \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \\ \text{Longitud} &= 5 \text{ m.} \end{aligned}$$

Se pide:

- Perfil que aprovecha mejor la sección (5 puntos)
- Acortamiento para dicha carga y un incremento de temperatura de 100°C (5 puntos)