

1.8. ESTÁTICA SIN ROZAMIENTO

La Estática es la parte de la Física que estudia “*el equilibrio*” de un sistema de cuerpos. Un sistema de cuerpos se halla en equilibrio cuando su estado no se modifica con el tiempo, es decir, cuando no se deforma y permanece en reposo o en movimiento con velocidad constante. La anterior definición se puede resumir diciendo que un cuerpo está en equilibrio cuando su aceleración es nula.

1.8.1. CONDICIONES DE EQUILIBRIO DEL PUNTO MATERIAL Y DEL SÓLIDO RÍGIDO

a) Punto material

Hemos visto repetidas veces que en Mecánica cuerpos grandes y pequeños pueden ser considerados como puntos materiales cuando su tamaño y forma no tengan efecto alguno sobre la respuesta del cuerpo a un sistema de fuerzas. La primera ley de Newton del movimiento dice que “en ausencia de fuerzas exteriores, un punto inicialmente en reposo o que se mueva con velocidad constante seguirá en reposo o moviéndose con velocidad constante a lo largo de una recta”. Así pues, será condición necesaria para el equilibrio de un punto que $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$ ya que para un punto material carece de sentido hablar de movimiento de rotación.

b) Sólido rígido

La condición necesaria y suficiente para que un sólido rígido libre, sobre el que actúa un sistema de fuerzas, se encuentre en equilibrio es que se cumplan simultáneamente las dos condiciones:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0 \quad \sum_{i=1}^n \vec{M}_i = 0$$

es decir, para estos sistemas la condición $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$ es condición necesaria pero no suficiente para el equilibrio del cuerpo. Debe entonces cumplirse una segunda restricción relacionada con la tendencia de las fuerzas a originar la rotación del cuerpo.

Las igualdades vectoriales anteriores son equivalente a las seis igualdades escalares siguientes:

$$\begin{array}{ccc} \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0 & \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0 & \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0 \\ \sum_{i=1}^n M_{ix} = 0 & \sum_{i=1}^n M_{iy} = 0 & \sum_{i=1}^n M_{iz} = 0 \end{array}$$

De nuevo, las tres primeras ecuaciones ponen de manifiesto las condiciones necesarias para que el cuerpo no se desplace con aceleración a lo largo de los ejes coordenados (*equilibrio de traslación*) y las tres siguientes para que no gire alrededor de dichos ejes (*equilibrio de rotación*).

Las fuerzas y momentos que se ejercen sobre un cuerpo pueden ser exteriores o interiores. Las fuerzas interiores mantienen unidas las partículas que forman el sólido. Si el cuerpo de interés está compuesto de varias partes, las fuerzas que mantienen unidas dichas partes también se consideran

interiores. Como las fuerzas interiores son, dos a dos, de igual módulo y recta soporte pero de sentidos opuestos, no tendrán efecto sobre el equilibrio del sólido en su conjunto.

Las fuerzas actuantes sobre un sólido no alteran el equilibrio de éste al deslizarse sobre su recta de acción, por lo que podrán considerarse como vectores deslizantes. Por lo tanto, usando la teoría de vectores deslizantes, la condición de equilibrio de un sólido rígido también se expresa diciendo que el sistema de fuerzas que actúa sobre el sólido rígido sea equivalente a cero, esto es, que el sistema de fuerzas externas aplicadas al cuerpo tenga nulos la resultante \vec{R} y el momento resultante \vec{M}_O relativo a cualquier punto O.

1.8.2. ENLACES Y REACCIONES

En el apartado anterior hemos estudiado la acción de las fuerzas sobre un cuerpo rígido situado idealmente en el espacio. Ahora analizaremos la acción de las fuerzas sobre cuerpos unidos al suelo y entre sí, formando sistemas capaces de soportar las fuerzas aplicadas sin que se produzcan en ellos movimientos de ninguna clase; la mayor parte de las estructuras reales están constituidas por sistemas de este tipo.

a) Grados de libertad de un sistema

La posición de un punto material A en el espacio está determinada por un vector de posición \vec{r}_A , cuyas coordenadas son las coordenadas cartesianas (x, y, z) del punto A. Para determinar la posición en el espacio de un sistema de n puntos materiales hace falta conocer n vectores de posición, es decir, $3n$ coordenadas. En general, **el número de magnitudes independientes que determinan de modo inequívoco la posición de un sistema se llama número de grados de libertad o simplemente grados de libertad del sistema**. De esta definición se deduce que el número de grados de libertad de un sistema constituido por n puntos materiales en el espacio es $3n$.

Un cuerpo rígido se ha definido como un sistema de puntos materiales cuyas distancias son invariables. La posición de un cuerpo rígido queda determinada **fijando la posición de tres de sus puntos A, B y C no alineados**. Para ello hace falta conocer $3 \cdot 3 = 9$ magnitudes correspondientes a las 9 coordenadas cartesianas de los tres puntos. Sin embargo, como las distancias entre los tres puntos han de ser constantes, estas magnitudes no son independientes, sino que han de satisfacer tres ecuaciones de rigidez, por lo que el número de magnitudes independientes que definen la posición de un cuerpo rígido en el espacio se reduce a $9 - 3 = 6$, que son sus **grados de libertad**. Estos seis grados de libertad coinciden con el número de movimientos independientes a que puede reducirse el movimiento general del cuerpo rígido libre en el espacio que son tres traslaciones según tres ejes y tres giros alrededor de esos mismos ejes.

Si las posibilidades de movimiento del sólido están restringidas por la presencia de otros cuerpos, o la exigencia de que alguno de sus puntos permanezca fijo o siga una trayectoria determinada, su número de grados de libertad disminuye. Si por ejemplo, el punto A debe permanecer fijo, al sólido solo le restan $6 - 3 = 3$ grados de libertad. Estas limitaciones al movimiento del sólido rígido se denominan **ligaduras, enlaces o vínculos y se llaman simples, dobles, triples...** según el número de grados de libertad que hacen desaparecer. El ejemplo citado anteriormente de un punto fijo en el sólido correspondería a un enlace triple.

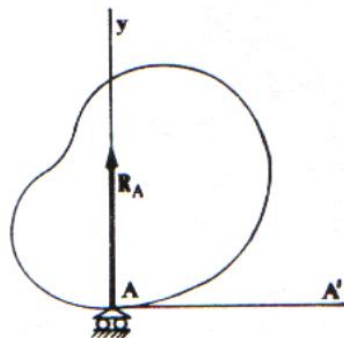
b) Enlaces, ligaduras o vínculos en sistemas planos (o equilibrio en dos dimensiones)

Nos limitaremos a estudiar los enlaces sobre un sólido rígido que realiza un movimiento plano, es decir que está condicionado a moverse paralelamente a un plano XY . En este caso, las fuerzas que actúan sobre el sólido tienen sus rectas de acción contenidas en dicho plano y la posición del sólido rígido queda determinada fijando las coordenadas x , y de dos de sus puntos A y B no alineados. De nuevo, debido a la condición de rigidez el número de magnitudes independientes que definen la posición de un cuerpo rígido en un movimiento plano es igual a $4 - 1 = 3$, que son sus grados de libertad.

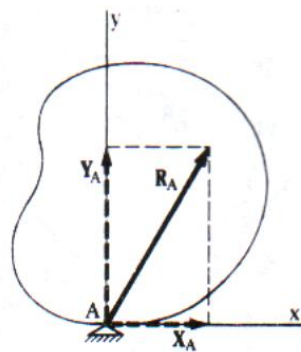
Las limitaciones al movimiento del sólido que originan los enlaces se denominan coacciones y pueden referirse a impedimentos de traslaciones y/o giros, para lo cual el enlace aplica sobre el cuerpo una fuerza y/o un momento que constituyen la reacción del enlace, que es igual y directamente opuesta a la acción del cuerpo sobre el enlace.

Los enlaces correspondientes a un sistema plano son los siguientes:

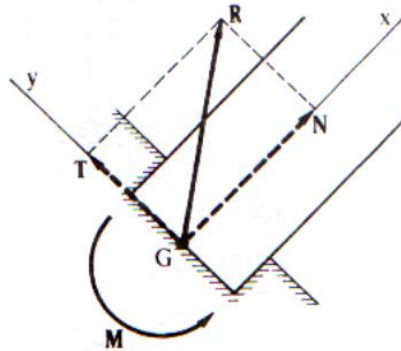
- **Apoyo móvil o apoyo simple:** es un enlace simple ya que ejerce una sola coacción sobre el cuerpo al impedir su traslación en la dirección normal a la de desplazamiento del apoyo móvil. El apoyo móvil ejerce su coacción aplicando en el punto A al que está aplicado y en la dirección en que impide el movimiento una fuerza \vec{R}_A .



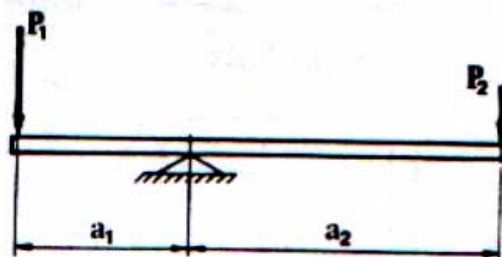
- **Apoyo fijo o articulación:** Es un enlace doble, ejerce dos coacciones sobre el cuerpo al impedirle sus dos posibles traslaciones, permitiéndole únicamente girar alrededor del punto A en el que está aplicada. Para impedir las traslaciones según dos ejes X , Y cualesquiera que pasan por A , el apoyo fijo aplica en el punto A del cuerpo la reacción \vec{R}_A cuyas componentes son X_A, Y_A .



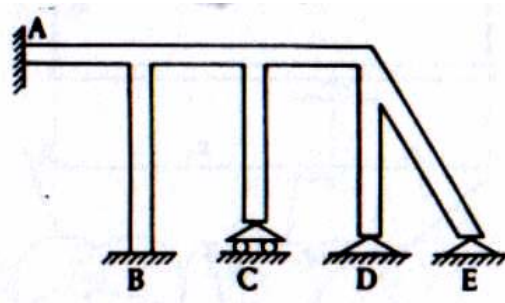
- **Empotramiento o nudo rígido:** Es un enlace tripe, el empotramiento ejerce tres coacciones sobre la viga impidiendo la dos traslaciones y el giro, es decir, todo posible movimiento. El empotramiento aplica sobre la viga una reacción consistente en dos componentes en la dirección en las que no es posible el movimiento de traslación y contenida en el plano y un momento, el de *empotramiento*, normal a dicho plano.



Si el sistema tiene cero grados de libertad; los vínculos son suficientes para asegurar el equilibrio y el sistema se dice *isostático*. Cuando el número de vínculos o enlaces es insuficiente para impedir todos los movimientos del sistema, el sistema se dice *inestable* y recibe el nombre de *mecanismo*. Un ejemplo de sistema inestable es el siguiente:



Y si los vínculos son superabundantes y las ecuaciones estáticas son insuficientes para determinar su valor, el sistema se dice *hiperestático*, como por ejemplo la siguiente estructura:



Cuando lo que se quiere estudiar es un conjunto de sólidos vinculados entre sí, sistema de sólidos, se hace uso del denominado **PRINCIPIO DE FRAGMENTACIÓN** que considera que *si sobre*

*un sistema de puntos materiales en equilibrio se efectúa una partición, cada una de las partes está en equilibrio sustituyendo las eliminadas por sus reacciones correspondiente. Al diagrama obtenido de esta manera se le llama **diagrama libre del sólido rígido**. De esta manera, el estudio del equilibrio de los sistemas sólidos queda reducido al estudio, por separado, de cada uno de los sólidos que constituyen el sistema. Antes de aplicar el Principio de Fragmentación se pueden plantear las ecuaciones de la Estática del sistema total, considerado como un sólido rígido, con la ventaja de no tener que considerar las reacciones internas.*