ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS EN TOPOGRAFÍA, GEODESIA Y CARTOGRAFÍA

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

TEMA 8

HIDRAULICA BASICA

INGENIERÍA CIVIL

ÍNDICE

Introducción

Parte I: Estática de fluidos

1.1. Concepto de presión. Principio de Pascal

1.2. Influencia de la gravedad en la presión

1.3. Empujes sobre paredes y compuertas

1.4. Flotación. Teorema de Arquímedes

Parte II: Dinámica de fluidos

2.1. Ecuación de continuidad

2.2. Teorema de Bernouilli y sus aplicaciones

2.3. Bombas y turbinas

2.4. Teorema de la cantidad de movimiento

2.5. Régimen libre. Canales

BIBLIOGRAFÍA

1- Introducción

La mecánica de fluidos, es la parte de la física que se ocupa de la acción de los fluidos en reposo o en movimiento, así como de las aplicaciones y mecanismos de ingeniería que utilizan fluidos. La mecánica de fluidos es fundamental en campos tan diversos como el de la aeronáutica, la ingeniería industrial, la meteorología, las construcciones navales y la ingeniería civil.

La mecánica de fluidos puede subdividirse en dos campos principales: la estática de fluidos, o hidrostática, que se ocupa de los fluidos en reposo, y la dinámica de fluidos, que trata de los fluidos en movimiento. El término de hidrodinámica se aplica al flujo de líquidos o al flujo de los gases a baja velocidad, en el que puede considerarse que el gas es esencialmente incompresible.

La aerodinámica, o dinámica de gases, se ocupa del comportamiento de los gases cuando los cambios de velocidad y presión son lo suficientemente grandes para que sea necesario incluir los efectos de la compresibilidad.

Entre las aplicaciones de la mecánica de fluidos están la propulsión a chorro, las turbinas, los compresores y las bombas. La hidráulica estudia la utilización en ingeniería de la presión del agua o del aceite, que es la parte que nos interesa y la que se desarrolla en este tema, divida en dos partes, la estática y la dinámica de fluidos.

Parte I: Estática de fluidos

La estática de fluidos estudia el equilibrio de gases y líquidos. A partir de los conceptos de densidad y de presión se obtiene la ecuación fundamental de la hidrostática, de la cual el principio de Pascal y el de Arquímedes pueden considerarse consecuencias.

El hecho de que los gases, a diferencia de los líquidos, puedan comprimirse hace que el estudio de ambos tipos de fluidos tenga algunas características diferentes. En la atmósfera se dan los fenómenos de presión y de empuje que pueden ser estudiados de acuerdo con los principios de la estática de gases.

Se entiende por fluido un estado de la materia en el que la forma de los cuerpos no es constante, sino que se adapta a la del recipiente que los contiene.

La materia fluida puede ser trasvasada de un recipiente a otro, es decir, tiene la capacidad de fluir, por tanto, los líquidos y los gases corresponden a dos tipos diferentes de fluidos. Los primeros tienen un volumen constante que no puede modificarse por compresión y por ello se dice que son fluidos incompresibles.

Los segundos no tienen un volumen propio, sino que ocupan el del recipiente que los contiene; son fluidos compresibles porque, a diferencia de los líquidos, sí pueden ser comprimidos.

El estudio de los fluidos en equilibrio constituye el objeto de la estática de fluidos, una parte de la física que comprende la hidrostática o estudio de los líquidos en equilibrio, por tanto, el parámetro fundamental es la presión, tanto la que existe entre las distintas partículas del fluido, como la que se produce entre el fluido y los sólidos en contacto con él.

Esta presión será variable y función de la posición que ocupe una partícula en el interior del fluido.

1.1.- Concepto de presión

La presión hidrostática es la fuerza por unidad de área que ejerce un líquido en reposo sobre las paredes del recipiente que lo contiene y sobre cualquier cuerpo que se encuentre sumergido.

1.1.1. Magnitud

Supongamos una esfera en el interior de un fluido, ésta será sometida a unas fuerzas concéntricas de valor Fi debidas a la cohesión entre las partículas del fluido, y que será proporcional tamaño de la propia esfera, según que ocupe mayor ó menor volumen dentro del fluido.

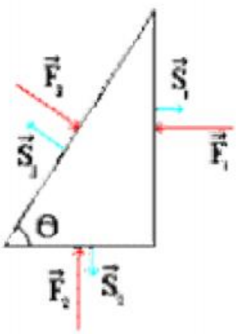
Siendo la fuerza resultante $F = \Sigma \; F_i$, por tanto las presión resultante es la magnitud resultante de distribuir la fuerza F sobre la superficie de la esfera,

$$P = dF / dS$$

1.1.2. <u>Dirección</u>

En un fluido en reposo la fuerza que ejerce el fluido en cada punto y sobre cada elemento infinitesimal del mismo solo puede ser perpendicular a la superficie del elemento; si no fuera así la fuerza se podría descomponer en una fuerza perpendicular y otra tangencial que haría moverse el elemento, con lo que no estaría en reposo.

Para demostrar esta afirmación colocamos un elemento infinitesimal en el interior de un fluido, como el de la figura adjunta:



$$\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3=0$$

$$F_3\,\text{sen}\,\theta=F_2 \qquad F_1=F_3\cos\theta$$

$$P_2=\frac{F_2}{S_2}=\frac{F_3\,\text{sen}\,\theta}{S_2}=\frac{P_3S_3\,\text{sen}\,\theta}{S_2}=P_3=\frac{P_3S_3\cos\theta}{S_1}=P_1$$

El valor de a presión ejercida sobre este elemento infinitesimal del fluido en reposo con forma y posición cualquiera es independiente de la orientación de la superficie

Las presiones P_1, P_2 y P_3 sobre los tres planos son iguales, lo que demuestra que la presión no depende de las parte sobre las que actúa, sino que es función de las posición del punto considerado (profundidad), y siempre es perpendicular a la superficie.

1.1.3. <u>Unidades</u>

Como la presión se debe al peso del líquido, esta presión depende de la densidad (*ɣ*), la gravedad (*g*) y la profundidad (*h*) del punto donde medimos la presión, esta se calcula con la expresión

$$\boldsymbol{P=\rho.\ g.\ h.=\gamma.\ h}$$

Si se utilizan las Unidades del Sistema Internacional la presión se medirá en Pascales (*Pa=N/m*^{2}), la densidad en Kilogramo por metro cúbico *(Kg/m*^{3}*)*, la gravedad en metro por segundo cuadrado (m/s^2) y la profundidad en metro (m), la unidad resultante es : $(Kg/m^3)*(m/s^2)*(m)=(Kg*m*m)/(m^3*s^{2)=}$ *(N/m2)*.

También se utilizan como unidades de presión:

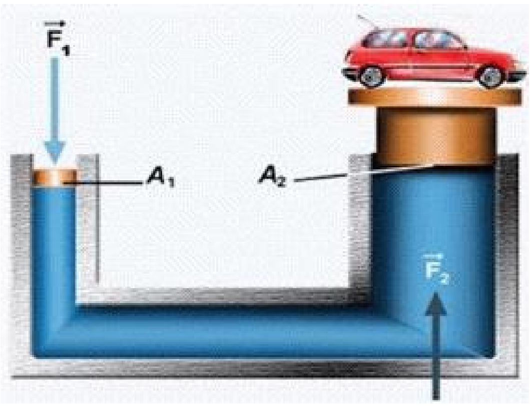
La atmosfera (atm) definida como la presión de una columna de 760 mm de mercurio (Hg),(1.033 Kg/cm^2), con la correspondiente conversión de unidades:

1 atm=760 mm Hg $\approx$ *1 Kg/cm*^{2} $\approx$ *10.*^{5} *Pa*

1.1.4. Principio de Pascal

El principio de Pascal fundamenta el funcionamiento de las genéricamente llamadas máquinas hidráulicas: la prensa, el gato, el freno, el ascensor y la grúa, entre otras.

Se fundamenta, en que siempre que se mantenga una presión constante en el interior de un fluido, esta se convierte en fuerzas tan desproporcionadas, como lo sean las superficies sobre las que actúa esta presión.



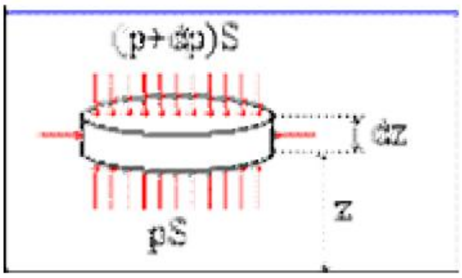
Esquema de prensa hidráulica

En el ejemplo de la figura adjunta, una pequeña fuerza F_1 aplicada sobre un área A_1 genera una presión P en el fluido, igual a la generada por la fuerza F_2 sobre el área A_2, por lo que $P=F_1/A_1=F_2/A_2 \rightarrow F_1=F_2.A_1/A_2$ y $\mathbf{F_2= F_1.A_2 / A_1}$ *(Si A2>>A1 → F2>>F1).*

Este dispositivo, llamado prensa hidráulica, nos permite prensar ó levantar grandes pesos ejerciendo fuerzas muy pequeñas, gracias a la presión de un fluido y a la desproporción de áreas sobre las que se aplican las fuerzas.

1.2. Influencia de la gravedad en la presión

Para comprobar esta influencia, observamos lo que ocurre con un elemento infinitesimal cilíndrico, sumergido en el interior de un fluido sobre el que actúa la presión del mismo en todas las caras, Si el fluido está en reposo, lo está cada uno de sus elementos infinitesimales, por tanto las fuerzas que actúan sobre ellos se mantienen en equilibrio.



Siendo la densidad "ρ", la sección "S" y el volumen "v", la masa vale:

$dm=\rho.dv=\rho.\ S.dz$ *y el peso:* $w=g.\ \rho.\ S.dz$

Como está en equilibrio la fuerza neta total es nula:

$(p+dp)S+g.\rho.S.dz=p.S\ ;\ \ p.S+dp.S+g.\rho.S.dz-p.S=0 \rightarrow dp=g.\rho.dz$

$P=g.\rho.z$ ó $P=\gamma.\ h;$ si consideramos la presión atmosférica "Po" sobre el fluido, $\boldsymbol{P=Po+\gamma.\ h}$

De esto se derivan las siguientes conclusiones:

-La presión aumenta con la profundidad y es proporcional a esta.

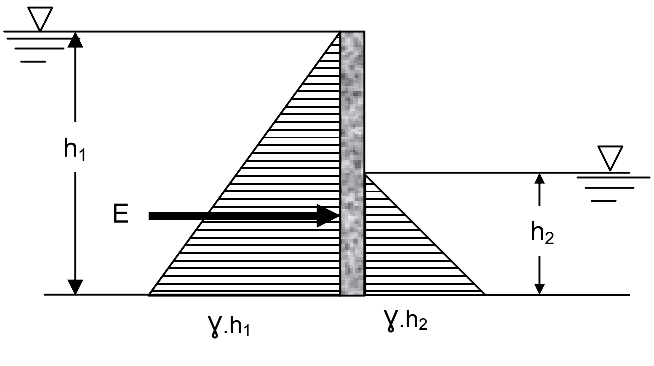
-La presión disminuye con la altura, siendo esa disminución debida al peso de las capas de fluido que se han sobrepasado, por tanto ya no ejercen presión.

-Todos los puntos del fluido en reposo que se encuentran a igual profundidad están sometidos a igual presión.

-El diagrama de presiones es un triangulo de altura "*h*" y base "*ɣ.h*".

1.3. Empuje sobre paredes y compuertas

La fuerza que ejercen los fluidos en reposo sobre las superficies en contacto, sean las paredes del recipiente ó la de los sólidos sumergidos, es la resultante de integrar las presiones en cada punto de esa superficie.



El diagrama de presiones es función de la profundidad y por tanto tiene forma triangular. El empuje coincidirá con el área de este diagrama de presiones.

El empuje sobre este plano es el valor de la fuerza resultante, obtenida como el sumatorio de las que producen las presiones en cada franja de diferencial de superficie,

Siendo h_{CG} la profundidad del centro de gravedad del plano considerado,

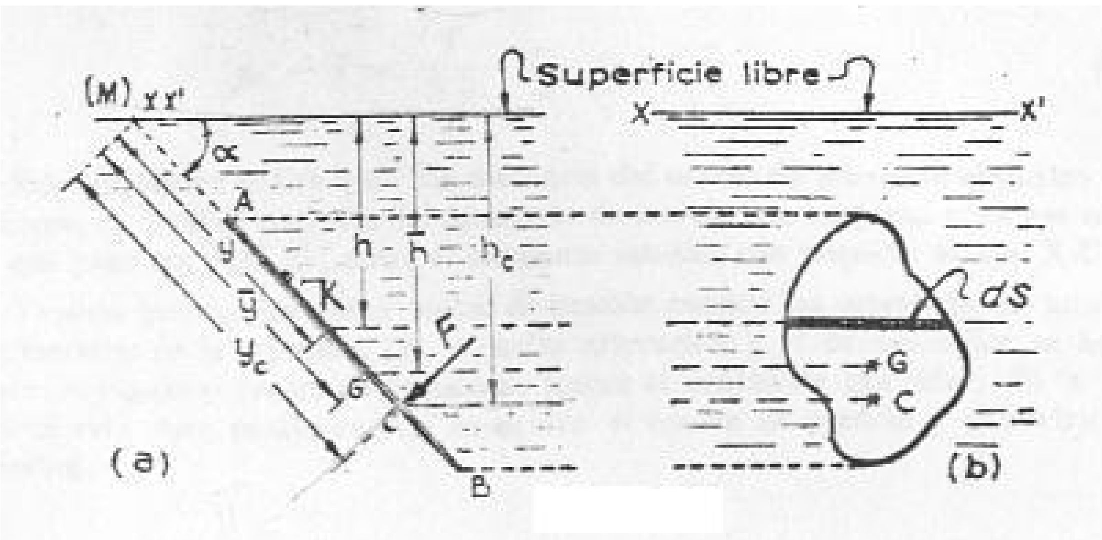
$h_{CG}= \int h.dS / \int dS \rightarrow \int h.dS = h_{CG.} \int dS$; donde $h_{CG=} \frac{1}{2} h$

$E= F_R = \int p.dS.= \int \gamma.h.dS.= \gamma. \int h.dS= \gamma. h_{CG.} \int dS= \frac{1}{2} \gamma. h^2 \rightarrow$ $\mathbf{E=\frac{1}{2} \gamma. h^2}$, que para una longitud del plano "*L*"; valdrá $\mathbf{E=\frac{1}{2} \gamma. h^2 . L}$

Esta expresiones coinciden con el área del triangulo formado por el diagrama de presiones, o con el volumen del prisma, si se aplica la longitud *L*.

Si en lugar de calcular el empuje sobre una pared, lo hacemos sobre una compuerta, limitaremos la integral a la superficie de esta, como es el caso de la figura, en la que la compuerta AB sobre un plano sumergido que forma un ángulo "*α*" con la superficie libre del fluido, está sometida a la presión de este, y por tanto a la fuerza de empuje "*F*", aplicada en el punto *C*.

Siendo "h_C" la profundidad del punto de aplicación de *F* ó centro de empuje y "h_G" la del centro de gravedad.



Plano sumergido en un fluido (a) y abatimiento con proyección de una compuerta AB (b)

La superficie AB que forma un ángulo α con la horizontal; prolongado el plano de esa superficie, intercepta la superficie libre del líquido según una recta XX' mostrada como un punto M en (a).

Supongamos una faja elemental de la superficie tomada paralelamente al eje XX'. La presión sobre esta faja es uniforme y a su empuje será ***dF***. La resultante del sumatorio de las ***dF*** es *F*, una fuerza aplicada en el centro de empuje C; por lo que podemos expresar el diferencial de la fuerza como:

$dF = \gamma h.dS$; $F = \int \gamma h.dS = \gamma \int h.dS$; por ser $h = y.\ sen\ \alpha$; por sustitución, la fuerza valdría $F = \gamma \int y.sen\ \alpha.\ dS = \gamma.\ sen\ \alpha. \int y.\ dS$;

Dado que "$\int y.\ dS$" es el momento estático de la superficie "*S*" con respecto al eje XX', que integrado vale " *y.S*" , que para el total del área es "*y.A*", y la expresión de la fuerza queda: $F = \gamma.\ sen\ \alpha.y.\ A;$

Además, $y.sen\ \alpha. = h,$ por lo que $F = \gamma.\ h.\ A$; igualmente $y_{G.}\ sen\ \alpha = h_G$, por lo que al sustituir en la expresión anterior, la fuerza de empuje resultante es :

$$\boldsymbol{F_E = \gamma.\ h_G\ .A \quad ó \quad F_E = ½ \text{-} \gamma.\ h\ .A}$$

"*El empuje o fuerza de presión sobre una superficie plana, tiene por valor el producto de la presión en el centro de gravedad por la superficie considerada",*

Donde γ es el peso especifico del fluido, h_G es la profundidad del centro de gravedad y *A* es el área de la compuerta o de la superficie considerada.

<u>Centro de empuje "*c*"</u>

Para determinar la posición del centro de empuje "*c*", punto donde se aplica la resultante del empuje, partimos del siguiente razonamiento:

El momento que genera la resultante F_E aplicado en el centro de empuje "*c*" sobre el eje XX', debe ser igual al que genera el sumatorio de los empujes en cada faja "*dS*" aplicados a la distancia "y" de esta al eje XX' (M).

Así tenemos que el momento de todos los empujes será:

$M_o = \int p.dS.y = \int \gamma.h.dS.y = \int \gamma.y.sen\ \alpha.dS.y = \gamma.\ sen\ \alpha. \int y^2.dS$, siendo $\int y^2.dS$ el momento de inercia I_o, del área respecto al eje XX', $M_o = \gamma.\ I_o\ sen\ \alpha.$

Aplicamos la relación entre los momentos de inercia referidos a los ejes XX' y al que pasa por G, $I_o = I_o' + y^2.A$; siendo $I_o = (h_G.\ A.\ y_C)/sen\ \alpha$; el valor de "y_C"

$$y_C = \frac{I_o.\ sen\ \alpha}{h_G.\ A};\quad y_C = \frac{(I_G + y_G^2.A).\ sen\ \alpha}{h_G.\ A} = \frac{I_G.\ sen\ \alpha}{y_G.sen\ \alpha.A} + \frac{y_G^2.A.sen\ \alpha}{y_G.sen\ \alpha.A} = \frac{I_G}{y_G.A} + y_G\ ;$$

Ésta expresión nos permite localizar el centro de empuje a partir del centro de la posición del centro de gravedad del área considerada.

$$\mathbf{y_C = I_G / (y_G.A) + y_G.}\quad ;\ h_C = y_C.sen\ \alpha$$

Donde:

I_G : momento de inercia de la superficie respecto al eje que pasa por el c.d.g.

y_G: distancia desde el centro de gravedad a la superficie libre en la dirección de inclinación de la compuerta

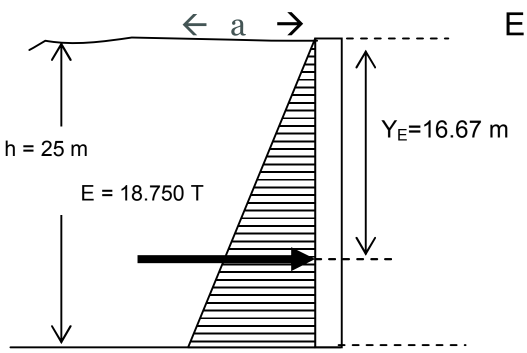
y_C: distancia desde el centro de empuje la superficie libre en la dirección de inclinación de la compuerta

A: área total de la superficie sumergida.

h_C: distancia desde el centro de empuje a la superficie libre medida en vertical.

<u>Ejemplo 1: Empuje sobre una presa de gravedad</u>

Siendo la densidad del agua γ= 1 T/m^3, la longitud de la presa 60 m y la altura 25 m.



El empuje sobre la presa será: $E = \gamma.h_G.A$

$E = 1T/m^3.(25/2)m.(60x25)m^2 = 18.750\ T.$ y

estará situado a Y_E; $Y_E = I_G / (y_G.A) + y_G$

siendo $I_G = 1/12.b.h^3 = 1/12.60.25^3 = 78125m^4$

$Y_E = 78125m^4 / ((25/2)m.(60.25m^2) + 25/2\ m$

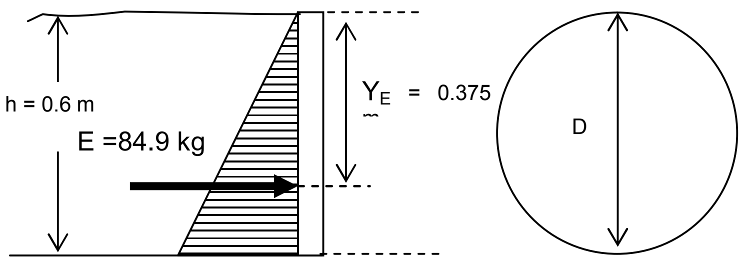
$Y_E = 4.17 + 12.5 = 16.67\ m.$,

En el caso de paredes inclinadas, el empuje es la fuerza resultante de dos componentes, por un lado actúa el empuje horizontal ($E_H = ½.\gamma.h$), que coincide con el de la pared vertical, y por otro el empuje vertical resultado del peso de agua sobre la proyección horizontal (a) del plano inclinado, E_V= *Peso agua=Volumen de prisma.* γ_{agua} $E_V = (½.a.h)\ \gamma$; $E = (E_H^2 + E_V^2)^{½}$.

Este valor coincide con el área del diagrama de presiones, que será el triangulo de base $\gamma.h$ y altura "*y*", por tanto, $\boldsymbol{E= \frac{1}{2}. (\gamma.h).y}$, siendo "*y*" la profundidad de la pared ó compuerta, medida según su inclinación.

<u>Ejemplo 2: Empuje sobre una compuerta circular</u>

Vamos a calcular el empuje E y su punto de aplicación Y_E



Datos:

$h = D = 60\ cm = 0.6\ m$

$\gamma = 1000\ kg/m3$

Aplicamos la expresión $E= \gamma.\ sen\ \alpha.\ y_G\ .A$

Si la compuerta es vertical α=90° entonces el sen 90° = 1 y el empuje valdrá:

$E= \gamma.\ y_G\ .A;\quad y_G = r;\quad y_G= 0.3\ m;\quad I_G= \pi.r^4 / 4 = 3.1416.(0.30\ m)^4 / 4= 0.00636\ m^2$

$A= \pi.r^2 = (3.1416).\ (0.30m)^2 = 0.283\ m^2$

$Y_E= I_G / (y_G.A) + y_G = 0.00636\ m^2 /(0.3m.\ 0.283\ m^2) + 0.3\ m= 0.375\ m.$

$E= \gamma.\ y_G\ .A = (1000Kg/m^3).\ (0.3m).(0.283\ m^2)= 84.9\quad Kg$

1.4. <u>Flotación. Teorema de Arquímedes</u>

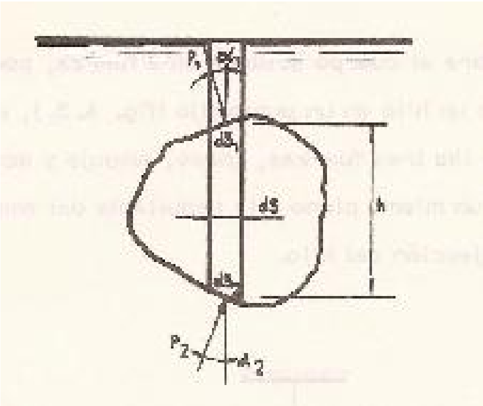
Cuando un sólido se encuentra sumergido en un fluido, o se encuentra en la interfaz de dos fluidos no miscibles, (por ejemplo entre agua y aire), experimenta una fuerza ascendente sobre él llamada *"fuerza ó empuje de flotación".*

La causa de esta fuerza es la diferencia de presiones que en cada lado del cuerpo es ejercida por el o los fluidos.

Imaginemos que un cuerpo está totalmente sumergido en un fluido. La fuerza de flotación será la fuerza neta de presión ejercida por el fluido sobre su superficie inferior y sobre su superficie superior.

Para calcular la fuerza de flotación, (fuerza vertical debido a las fuerzas de presión hidrostáticas) consideraremos elementos ó fajas infinitesimales.

En la parte superior de cada elemento tendrá una fuerza vertical $P_1.\ dS_1$, que es igual al peso de la columna de fluido desde la superficie hasta la superficie libre del líquido. En la parte inferior, la fuerza hidrostática, $P_2.dS_2$, será igual al peso de la columna de fluido hasta la superficie libre.



El empuje sobre cada elemento será $dE=p_i.dS_i$ y la resultante del empuje vertical

$dEv=p_2.dS_2.\cos\alpha_2-p_1.ds_1.\cos\alpha_1$

$dS_2.\cos\alpha_2= dS_1.\cos\alpha_1= dS$ *(sección recta)*

$dEv=(p_2-p_1).dS= \gamma.(z_2-z_1).dS= \gamma.h.dS$ y al extenderlo a todo el cuerpo sumergido:

$Ev=\int \gamma.h.dS= \gamma \int h.dS= \gamma.\ Volumen.$

$$\boldsymbol{Ev= \gamma.\ Vol.sumergido}$$

Este fenómeno se conoce como el principio de Arquímedes, que nos dice que "*todo cuerpo sumergido en un fluido recibe una fuerza de empuje ascendente equivalente al peso de fluido desalojado por el cuerpo",* es decir:

$$Ev= Peso\ de\ fluido= \gamma_{fluido}.V.sumergido$$

Este principio, relaciona la flotación de los sólidos con su densidad, de tal manera que un bloque de aluminio no flota y otro de madera sí.

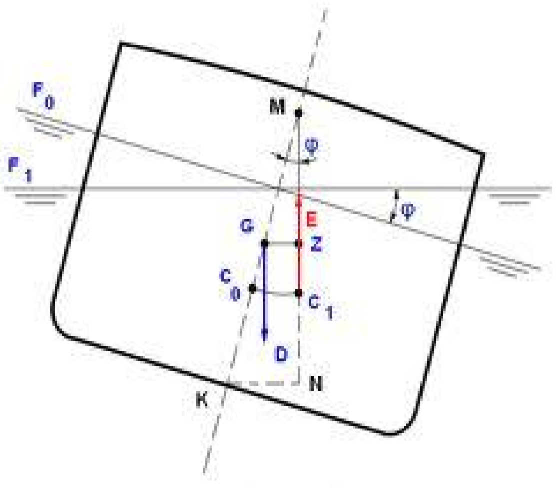
El peso aparente de un bloque de aluminio sumergido en agua se ve reducido en una cantidad igual al peso del agua desplazada.

Si un bloque de madera está completamente sumergido en agua, el empuje es mayor que el peso de la madera, esto se debe a que la madera es menos densa que el agua, por lo que el peso de la madera es menor que el peso del mismo volumen de agua.

Por tanto, el bloque asciende y emerge del agua parcialmente, desplazando así menos agua, hasta que el empuje iguala exactamente el peso del bloque.

En cualquier sólido, en flotación estable, se produce el equilibrio al igualarse las fuerzas verticales de peso propio y empuje del fluido.

Centro de gravedad (G) y centro de carena (*C*).



El punto de aplicación del empuje E se sitúa en el centro de gravedad de la parte sumergida y se denomina centro de carena (*C*), mientras que el centro de gravedad del sólido es un punto fijo donde se localiza la acción del peso *D*. Si el sólido se sumerge parcialmente, *C* está por debajo de *G*, y cuando se sumerge totalmente, la posición de ambos puntos es la misma.

Cuando el sólido se balancea, el centro de carena oscila de C_o *a* C_1, hasta alcanzar la flotación estable, que se produce cuando están *C* y *G* en la misma vertical.

Parte II: Dinámica de fluidos

Esta parte la dedicamos a estudiar los fluidos en movimiento, teniendo en cuenta las causas que los producen, es decir, las fuerzas que actúan sobre ellos.

Cuando un fluido está en movimiento, el flujo se puede clasificar en dos tipos:

a) Flujo estacionario o laminar si las partículas del fluido siguen una trayectoria uniforme y estas no se cruzan; se trata de un flujo ideal. En el flujo estacionario la velocidad del fluido permanece constante en el tiempo, no así la presión que varía en función de la posición de la partícula.

b) Flujo turbulento es un flujo irregular, con trayectorias entrecruzadas, con regiones donde se producen torbellinos. Por ejemplo cuando un fluido entra en una boquilla de desagüe.

Por tanto, diferenciamos dos tipos de movimientos en los fluidos, el movimiento laminar ó de velocidad constante en cada sección y el movimiento turbulento en el que la velocidad se va modificando en cada punto.

En el régimen laminar la línea que sigue caca partícula del fluido se llama *línea de corriente* y la superficie que genera una sección de líneas de corriente es el *tubo de corriente*.

El flujo laminar se vuelve turbulento por efecto de la fricción que también está presente en los fluidos y surge cuando un objeto o capa del fluido que se mueve a través de él desplaza a otra porción de fluido.

La fricción interna en un fluido es la resistencia que presenta cada capa de fluido a moverse respecto a otra capa y a la superficie del conducto. La fricción interna o roce de un fluido en movimiento se mide por un coeficiente de viscosidad "η". Por efecto de esta viscosidad parte de la energía cinética del fluido se transforma en energía térmica, similar al caso de los sólidos.

Debido a que el movimiento de un fluido real es muy complejo, consideraremos un modelo de <u>fluido ideal</u> con las siguientes condiciones:

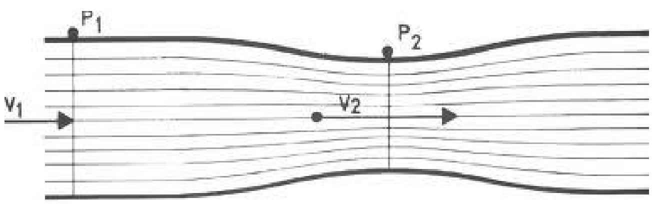
a) Se trata de un fluido incompresible, con densidad constante
b) Que se mueve en un flujo estacionario y laminar,
c) La velocidad es constante en cada punto.

Los teoremas fundamentales de la hidrodinámica son:

1- Teorema de Continuidad ó conservación de la masa.
2- Teorema de Bernouilli ó conservación de la energía.
3- Teorema de la cantidad de movimiento

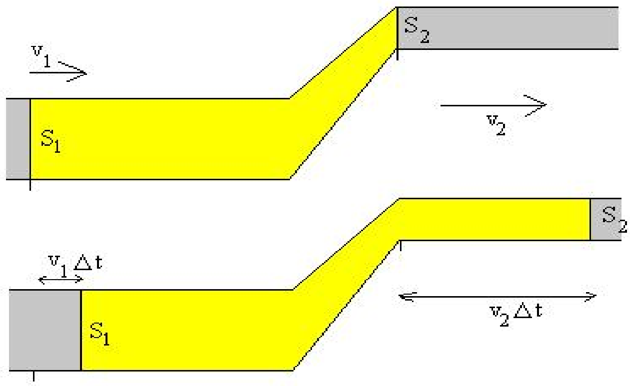
2.1. <u>Ecuación de continuidad</u>

Cuando un fluido se mueve en un tubo de corriente, cuya sección aumenta ó disminuye, como en la figura adjunta, la masa debe ser la misma en cada sección, lo que obliga a variar su velocidad.



Así, cuando el fluido pasa de la posición P_1 a la posición P_2, de menor sección, la velocidad V_1 varía al valor V_2, mayor que V_1.

Para demostrar este teorema vamos a suponer una porción de un fluido que se desplaza por un conducto cuya sección de entrada es S_1 y la de salida es S_2.



Observamos que una porción de fluido que entra por S_1, se desplaza un espacio dx_1 en un tiempo Δt, igual que ocurre en la sección de salida S_2.

En un intervalo de tiempo Δt la porción del fluido limitada por S_1 se mueve hacia la derecha un espacio $dx_1=v_1.dt$. La masa de fluido desplazada es: $dm_1=\rho\cdot S_1.dx_1=\rho.S_1.v_1.dt$.

Análogamente, en la sección S_2, que limita a la porción de fluido en la salida, se mueve hacia la derecha $dx_2=v_2.dt$. en ese intervalo de tiempo Δt. La masa de fluido desplazada es: $dm_2=\rho.S_2.v_2.dt$.

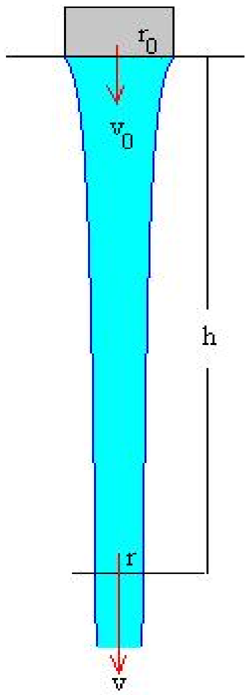
Debido a que el flujo es estacionario la masa que entra en la sección S_1 en el tiempo d*t*, tiene que ser igual a la masa que sale de la sección S_2 en el mismo intervalo de tiempo *dt.* Luego, de esta igualdad; $dm_1=dm_2$; $\rho.S_1.v_1.dt.= \rho.S_2.v_2.dt$.

$$\boldsymbol{v_1.S_1= v_2.S_2} \quad ó \quad \boldsymbol{v.S= cte.}\ ,\ ó \text{ caudal } Q=V.S=cte.$$

Esta relación se denomina ecuación de continuidad de la masa, que nos dice que "*el producto de la sección por la que pasa un fluido por la velocidad en esa sección es constante en toda la conducción*.", dicho de otra forma el caudal es constante en una conducción.

<u>Ejemplo :</u> Cuando se abre poco a poco un grifo, se forma un pequeño chorro de agua, un hilo cuyo radio va disminuyendo con la distancia al grifo y que al final, se rompe formando gotas.

La ecuación de continuidad nos proporciona la forma de la superficie del chorrito de agua que cae del grifo, tal como apreciamos en la figura.



La sección trasversal del chorro de agua cuando sale del grifo es S_0, y la velocidad del agua es v_0. Debido a la acción de la gravedad la velocidad V del agua se incrementa. A una distancia h del grifo la velocidad es: $V^2= V_0^2+2gh$

Aplicamos la ecuación de continuidad, $S_0.V_0=S.V$; y resulta

$\Pi.r_0^2.V_0= \Pi.r^2.V$

Despejamos el radio "*r*" del hilo de agua en función de la distancia "*h*" al grifo: $r = r_0.((V_0^2/(V_0^2+2gh))^{1/4}$

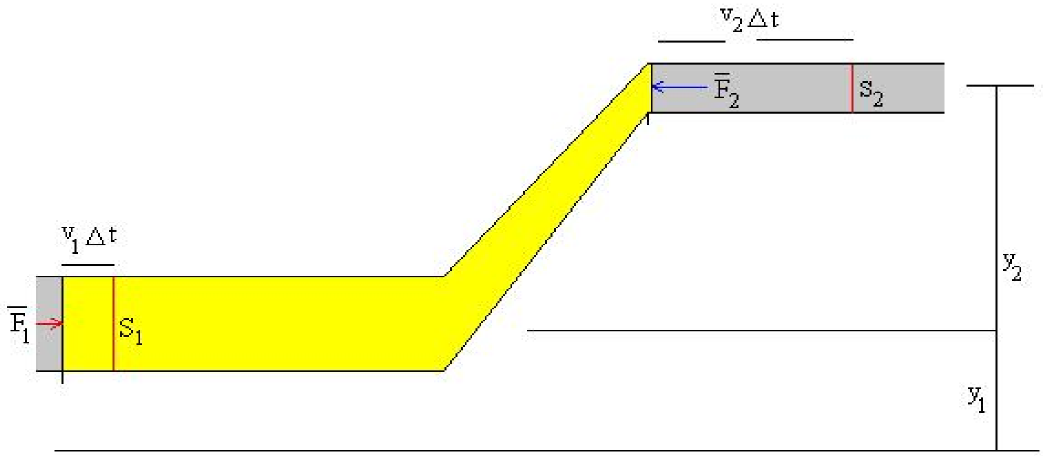
Se denomina gasto al caudal que pasa por una sección en un intervalo de tiempo, es decir, $G= \int Q.dt$, entre t_2 y t_1.

2.2. <u>Teorema de Bernouilli y sus aplicaciones</u>

El teorema de Bernouilli ó de conservación de la energía, formulado en 1738 por el matemático y físico suizo Daniel Bernoulli, dice que "*la energía total de una masa de fluido, con flujo uniforme, permanece constante a lo largo de la trayectoria de flujo".*

Puede demostrarse que, como consecuencia de ello, la variación de uno de los tres términos de energía se compensa con la variación en uno de los otros dos ó en ambos, es decir, que un incremento de velocidad del fluido debe verse compensado por una disminución de su presión, manteniendo la energía de posición.

Para la demostración de este teorema consideramos los cambios energéticos que ocurren en la porción de un fluido, cuando se desplaza a lo largo de la tubería. En la figura adjunta, se señala la situación inicial y se compara la situación final después de un tiempo d*t*. Durante dicho intervalo de tiempo, la cara posterior S_2 se ha desplazado $v_2.dt$ y la cara anterior S_1 del elemento de fluido se ha desplazado $v_1.dt$ hacia la derecha.



El elemento de masa dm se expresa como $\Delta m=\rho.S_2.v_2.\Delta t=\rho.S_1.v_1.\Delta t= \rho.\Delta V$

Comparando la situación inicial en el instante t y la situación final en el instante $t+\Delta t$, observamos que el elemento Δm incrementa su altura, desde y_1 a y_2.

- La **variación de energía potencial** es $\Delta E_p=\Delta m.gy_2 - \Delta m.gy_1=\rho.\Delta V.(y_2-y_1).g$

El elemento Δm cambia su velocidad de v_1 a v_2,

- La **variación de energía cinética** es $\Delta E_c = ½\ \Delta m.V_2^2-½\ \Delta m.V_1^2$

  $E_c= ½.\rho.\ \Delta V.(V_2^2- V_1^2)$

El resto del fluido ejerce fuerzas debidas a la presión sobre la porción de fluido considerado, sobre su cara anterior y sobre su cara posterior, siendo estas fuerzas: $F_1=p_1S_1$ y $F_2=p_2S_2$.

La fuerza F_1 se desplaza $\Delta x_1=v_1.\Delta t$, siendo la fuerza y el desplazamiento del mismo signo, mientras que la fuerza F_2 se desplaza $\Delta x_2=v_2.\Delta t$., *pero* la fuerza y el desplazamiento son de signos contrarios.

- El **trabajo de las fuerzas exteriores** es $W_{ext}=F_1.\Delta x_1- F_2.\Delta x_2=(p_1-p_2).\Delta V$

El teorema del trabajo-energía nos dice que el trabajo de las fuerzas exteriores que actúan sobre un sistema de partículas modifica la energía de este, es decir, la suma de las variaciones de la energía cinética y la energía potencial del sistema de partículas.

El trabajo de las fuerzas exteriores es $W_{ext}=E_f - E_i=(E_C+E_p)_f - (E_C+E_p)_i=\Delta E_C+\Delta E_p$

Simplificando el término ΔV y reordenando los términos llegamos a la ecuación: $\rho.gy_1+p_1+½\ \rho v_1^2= \rho.gy_2+p_2+½\ \rho v_2^2$; *y* dividiendo por el peso especifico $\gamma=\rho.g$, tenemos la ecuación de Bernoulli:

$$y_1+ p_1/\gamma + v_1^2/2g = y_2+ p_2/\gamma + v_2^2/2g \quad ó \quad H=z+ p/\gamma + v^2/2g= cte.$$

Que nos dice que *la suma de los términos de energía de una partícula de un fluido en movimiento permanece constante en toda su trayectoria*.

Este trinomio de energías se descompone en:

z: energía de posición , p/γ: energía de presión y $v^2/2g$: energía cinética, todas ella con dimensione de longitud (m).

2.2.1. Perdidas de carga ó de energía

Cuando aplicamos el teorema de Bernoulli a fluidos reales, se ha de tener en cuenta la existencia de tensiones tangenciales que producen la disipación de energía a lo largo de la conducción. A este fenómeno de energía disipada por rozamiento, se le conoce como perdida de carga ó de energía, que depende de la densidad, la viscosidad y la velocidad del fluido, así como de la geometría y la rugosidad del conducto.

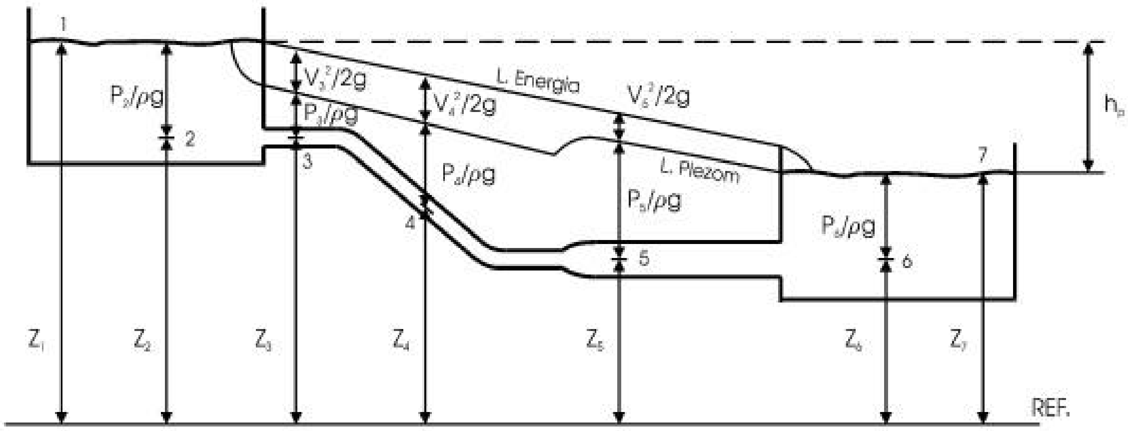
Se expresan en función de la velocidad: $\Delta H= K.v^2/2g$ *m)* ó en función de la longitud de de la conducción: $\Delta h= k. (V).L$ *(ml).*

La expresión de Bernouilli, se convierte en $H_1= H_2+ \Delta H_{(1-2)}$, descontando las pérdidas de carga de la energía de partida ó sumando estas a la energía final.

2.2.2. Líneas de energía y piezomética

La representación gráfica de la expresión de Bernouilli, nos permite definir, mediante líneas, los valores de cada término de energía en cada punto de una línea de corriente, la energía de posición, la de presión y la cinética.

La línea de posición coincide con la trayectoria de la partícula de fluido, la línea piezométrica representa la suma de energía de posición y de presión, y la línea de energía refleja el valor de la suma de las tres formas de energía, posición, presión y cinética, descontada la perdida de carga de cada tramo.



En el ejemplo de la figura se han seleccionado siete puntos (*1 a 7*), en los que se representan la energía de posición (z), energía piezométrica ($z+p/\gamma$) y energía total ($z+p/\gamma+v^2/2g$), para cada una de estas posiciones.

Si el fluido fuera ideal, la línea de energía total (H) sería paralela a la de referencia y $H_1=Z_1=H_7=Z_7$; pero por tratarse de un fluido real, se producen perdidas de energía en la trayectoria, que dan un valor acumulado de "h_p".

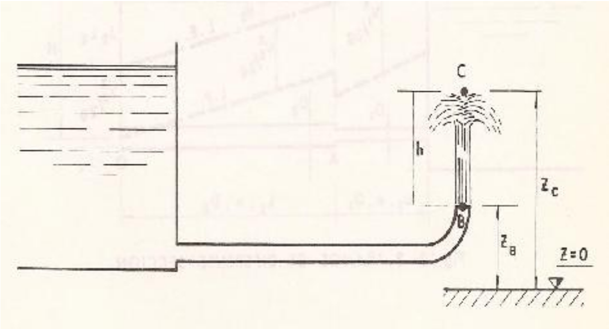
En este caso, las pérdidas se deducen de la energía de partida: $H_1-hp=H_7$

2.2.3. Aplicaciones del T. de Bernoulli.

De entre las múltiples aplicaciones de este teorema, desde el campo de la ingeniería hidráulica, industrial, termodinámica, hasta la aeronáutica, destacaremos las aplicaciones más utilizadas en la hidráulica, como son:

1- Caudal desaguado a la atmosfera (E.Torricelli)

Se trata de determinar el valor del caudal que sale por una conducción conectada a un depósito, con sección constante ó variable y conocido el desnivel entre la lámina libre del depósito y la cota de desagüe. Los datos de partida son: la cota del depósito Z_1, la cota de salida $Z_{B,}$ la sección S_2 del desagüe en el punto B.

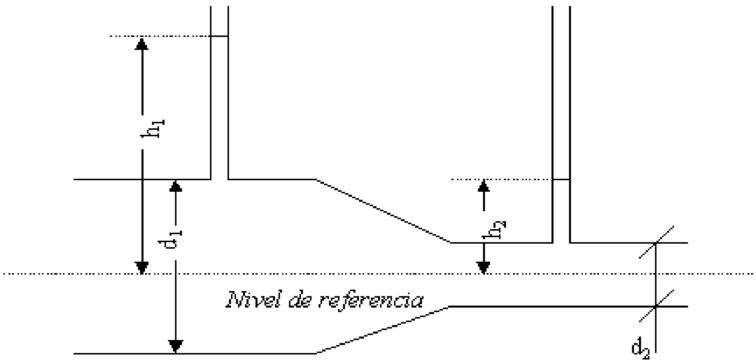


La igualdad de energía entre H_1=H_B $Z_1+P_1/\gamma+V_1^2/2g=Z_B+P_B/\gamma+V_B^2 2$;siendo $P_1=0$ y $P_B= 0$ (presión atmosférica)y $V_1=0$ por estar en reposo, el valor de $V_B=((2.g(Z_1\text{-}Z_B))^{1/2}$; $\boldsymbol{V_B =(2g.\Delta h)^{1/2}}$; el caudal se obtiene $Q=V_{B.}S_B$

También podríamos calcular la altura del chorro aplicando el teorema de Bernouilli, $Vc=0$; así pues el valor de $h=Z_C\text{-}Z_B=V_B^2/2g$, es decir que la altura "h" sería igual a la energía cinética en B (sin tener en cuenta las perdidas).

2. Tubo de Venturi

El tubo de Venturi consiste en una tubería horizontal, con un estrechamiento en su sección y dos tubos piezométricos (con mercurio), que conectan ambas secciones. Estos tubos piezométricos sirven para medir la diferencia de presión entre los dos tramos de la tubería.



En esta aplicación se basan los medidores de caudales y los contadores de consumo de un fluido, ya que nos permite conocer la velocidad en una sección de la conducción.

De la ecuación de continuidad se deduce que: $v_1S_1=v_2S_2$

Que nos dice que la velocidad del fluido en el tramo de la tubería que tiene menor sección es mayor que la velocidad del fluido en el tramo que tiene mayor sección. Si $S_1>S_2$, se concluye que $v_1<v_2$.

Por ser la tubería horizontal, $y_1=y_2$, por lo que la ecuación de Bernoulli queda:

$p_1/\gamma + v_1^2/2g = p_2/\gamma + v_2^2/2g$; $v_2^2 - v_1^2=2(p_1 - p_2)/\rho$; y la velocidad $V_2=V_1.S_1/S_2$

Como la velocidad en el tramo de menor sección es mayor, la presión en dicho tramo es menor.

Si $v1<v2$ se concluye que $p_1>p_2$ El líquido manométrico (mercurio) asciende a h_1 por el lado izquierdo y asciende a h_2 por el derecho, $\Delta h=h_1-h_2$.

Podemos obtener las velocidades v_1 y v_2 en cada tramo de la tubería a partir de la lectura de la diferencia de presión $p_1-p_2= \Delta h$ en el manómetro, y la velocidad en la sección del estrechamiento V_2 es: $V_2=S_1.\ (2(p_1-p_2)/\rho.(S_1^2-S_2^2))^{1/2}$, donde todos los parámetros son conocidos y con la única variable es la diferencia de presiones (p_1-p_2), función del desnivel de los tubos piezométricos Δh ;

$$\mathbf{V_2=K.(\Delta h)^{1/2}}$$

2.3. Bombas y turbinas

En ocasiones nos encontramos con que el fluido está en un nivel inferior al del punto en el que se necesita, por lo que se precisa una elevación mediante un mecanismo que aporte al fluido la altura de energía adicional para que pueda alcanzar el nivel requerido. Este mecanismo es la bomba hidráulica, que se alimenta de otra fuente de energía, normalmente eléctrica.

La operación inversa es aquella en la que se aprovecha la energía potencial del fluido, es decir, cuando utilizamos un mecanismo que recibe la diferencia de energías de un fluido que se desplaza, por efecto de la gravedad, de un punto con nivel superior a otro de nivel inferior.

Esta energía se transforma de energía potencial a energía mecánica de rotación de una maquina llamada turbina, que a su vez mueve un alternador para generar energía eléctrica.

En la primera situación, el fluido recibe una energía externa de una bomba, mientras que en la segunda, el propio fluido aporta el excedente de energía para su aprovechamiento a través de una turbina

Las ecuaciones de energía para estas situaciones son:

1) Bomba: $H1+H_B=H_2$;   2) Turbina: $H_1=H_2+H_T$

2.3.1. Potencia de una corriente fluida

Para relacionar la potencia de bombas y turbinas con la energía del fluido, utilizamos la definición de estas magnitudes, con la siguiente expresión:

$$\textit{Potencia (W)} = \frac{d(\textit{energía})}{d(\textit{tiempo})} = \frac{d(\textit{energía por Ud. de peso. peso fluido})}{d(\textit{tiempo})}$$

$$W = \frac{d(H.\gamma.\,Volumen)}{d(tiempo)} = \gamma.\,H.\,\frac{d(Volumen)}{d(tiempo)} = \gamma.\,H.Q \;;\quad \mathbf{W = \gamma.\,H.Q} \;,\textit{donde :}$$

γ- es el peso específico del fluido en Kg/m^3

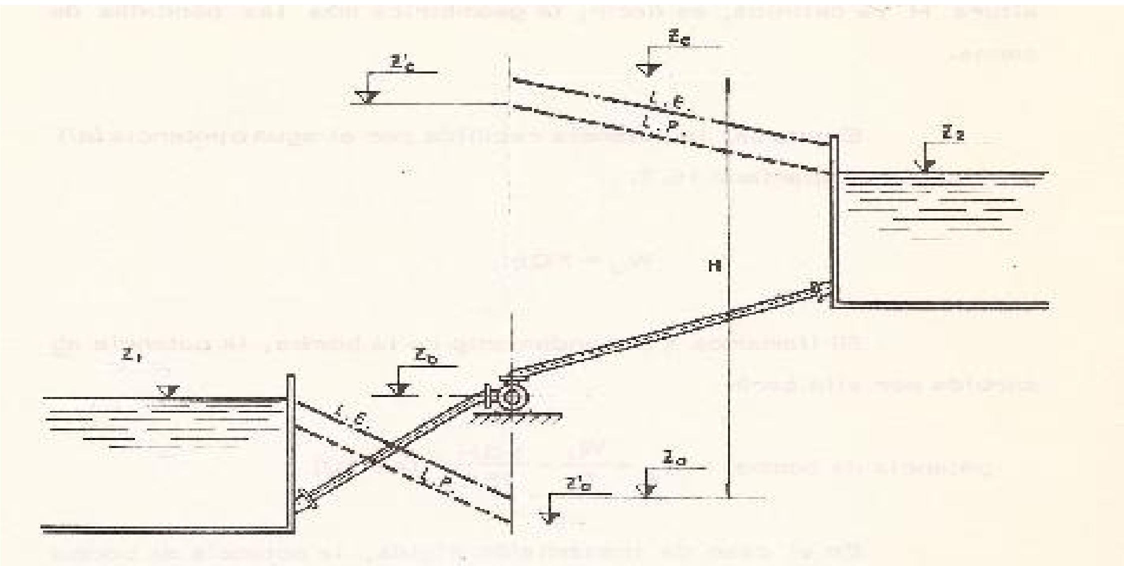
H- es la altura de energía del fluido (por Ud. de peso en m.

Q- es el caudal circulante por la conducción (bomba y turbina) en $m^3/seg.$

Las unidades para la potencia serán: $W = \frac{(Kg/m^3).(m).(m^3/seg.)}{75} = (CV)$, si lo pasamos a vatios $W = 736\,\frac{\gamma.Q.H}{75}$ *(w)* ;,ó en kilovatios $W = 0{,}736\,\frac{\gamma.Q.H}{75}$ *(kw)*

2.3.2. Elevación de un fluido por bombeo

Las situaciones más habituales se asemejan al esquema de la figura, en la que un fluido debe pasar de un depósito ó embalse de nivel Z_1 a otro, situado a una cota superior Z_2, con la aportación de energía H de una bomba situada en B.



Esquema de líneas de energía en una elevación con bombeo, entre embalses 1 y 2.

Los parámetros fundamentales de este esquema son:

$Z_2 - Z_1$: Altura geométrica ó carga total; $Z'_C - Z'a$:Altura manométrica

H=Zc-Za: Altura total ó carga total, que es igual a la altura manométrica más las perdidas en la conducción, es decir, $H= (Z'_C - Z'a) + \Delta H$.

En este esquema se pueden diferenciar dos tramos, la altura de aspiración ó desnivel del depósito “1” a la bomba y la altura de impulsión ó desnivel de la bomba al depósito “2”.

Altura de aspiración = Zb-Za; Altura de impulsión= Zc-Zb

La energía H que debe aportar la bomba para que llegue un caudal Q al nivel Z_2, viene definida por la altura geométrica más las pérdidas de carga, por lo que la potencia útil será: $W= \gamma.Q.H$, y si aplicamos el rendimiento “η” de la bomba, la potencia que realmente necesita la bomba es:

$$W = \frac{\gamma.Q.H}{75.\,\eta} \ (CV)$$ en caballos de vapor;

Para hacer un dimensionado previo a modo de estimación se utiliza η=0,67 y la potencia será W=1000.Q.H / 75.0,67 ; W ≈20 Q.H (CV)

2.3.3. Limitaciones en la altura de aspiración

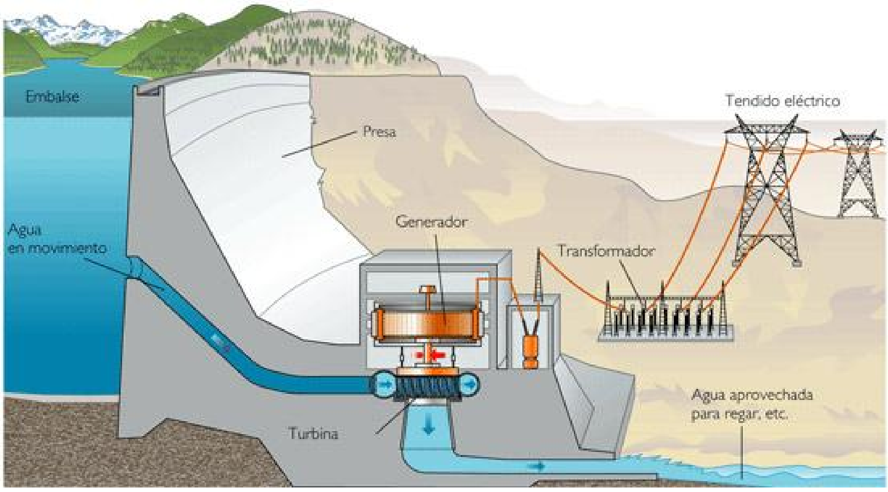
La posición de la bomba, respecto al nivel del depósito inferior, está limitada por las depresiones que se originan en la tubería de aspiración, que no deben superar el valor negativo de la presión atmosférica (10,33 m), para evitar el aplastamiento de la tubería por la cavitación producida en su interior.

La depresión en la entrada de la bomba viene dada por *Zb-Z’a*, cuyo valor no debe superar el valor absoluto de la presión atmosférica (-10,33 m), por lo que en el caso teórico, que se desprecien las perdidas y la energía cinética, *Z’a=Z1,* la altura de aspiración $Zb-Z_1$ no debe superar los 10,33 m.

Ahora bien, en los casos reales donde tenemos en cuenta las pérdidas de carga en el tramo de aspiración y la energía cinética de llegada a la bomba, este valor $Zb-Z_1$ será inferior a los ≈ 5 ó 6 m., para tener un margen de seguridad.

2.3.4. Turbinas

Las turbinas son mecanismos que sirven para el aprovechamiento de la energía de posición de los fluidos, transformando ésta en energía mecánica de rotación, que a su vez se transforma en energía eléctrica al conectar la turbina a un alternador.



Esquema de un embalse conectado a una central hidroeléctrica

En el caso de la figura, el desnivel de la toma a la entrada proporciona una energía que hace girar la turbina y ésta el generador (alternador), para la producción de electricidad.

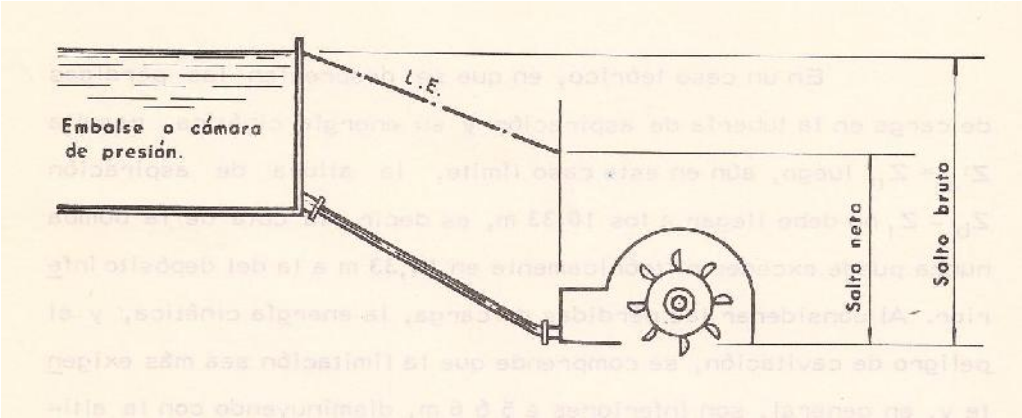
La potencia aprovechada por las turbinas viene dada por la misma expresión que utilizamos para las bombas, es decir, $W = \gamma . Q . H$, que al aplicarle el rendimiento de la turbina "η" queda:

$$W = \frac{\gamma . Q . H . \eta}{75} \text{ (CV)}$$

siendo H el salto neto ó desnivel, menos las pérdidas de carga,

Pero cuando queremos conocer la potencia realmente aprovechada en una central, se ha de tener en cuenta el rendimiento del alternador "η_a", y así tenemos $W_a = \eta . \eta_a . \gamma . Q . H / 75$ *(CV)*, que para un dimensionado previo estimado, se toma el valor $\eta . \eta_a = 0{,}825$ y la potencia $W_a = 0{,}825 . \gamma . Q . H / 75 = 11 . Q . H$ *(CV)* y en kilovatios $W_a = 8Q.H$ (kw).

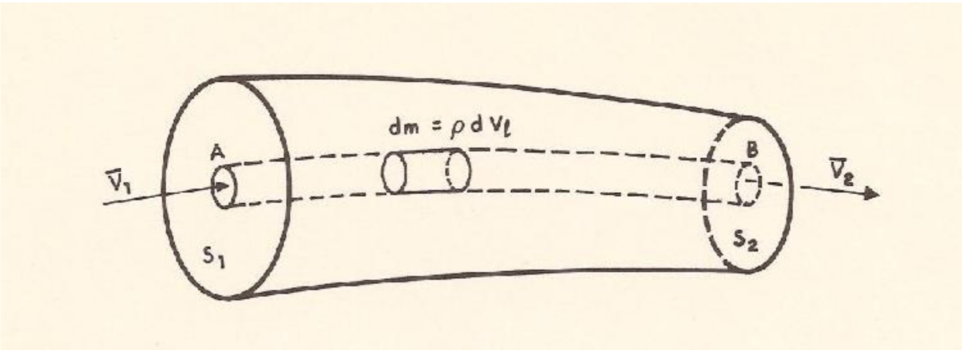
El esquema de energía para una turbina situada en el desagüe de un depósito se ajusta a la figura adjunta, en la que se diferencia el salto bruto y el sato neto.



Líneas de energía en un embalse que desagua a través de una turbina

2.4. Teorema de la cantidad de movimiento

Es el tercer teorema fundamental de la hidrodinámica, que establece la conservación de la cantidad de movimiento (*dm.dv=cte*) en el desplazamiento de un fluido, considerando las fuerzas que actúan sobre el mismo.



Este teorema permite resolver situaciones que se presentan en la práctica de la ingeniería hidráulica, como calcular esfuerzos sobre los contornos (codos, bifurcaciones, etc.); y determinar las características de algunos movimientos, en los que no es aplicable la conservación de la energía, por desconocimiento de las pérdidas de carga, como en el resalto hidráulico, etc.

En el conducto de la figura superior, la partícula de fluido de masa *dm* se desplaza por la acción de la resultante de las fuerzas *dF*, y por tanto, la masa adquiere una aceleración *dv/dt*, de ahí que *dF=dm.dv/dt, y* la masa es $dm=\rho dV_1$

dF= $\rho.dV_1.dv/dt= \rho.dV_1/dt.dv=\rho.dQ.dv;$ siendo *dQ* el caudal constante que circula por el tubo de flujo elemental AB.

Al integrar la expresión anterior a lo largo de dicho tubo, entre las secciones 1 y 2, resulta: $\int dF=\rho.dQ.(V_2-V_1)$

Y extendiendo ésta a todos los tubos elementales del fluido:

$$\int dF=\rho.[\int_{S2} V_2.dQ - \int_{S1} V_1.dQ] ;$$

$\int dF= \Sigma$ Fuerzas exteriores al volumen fluido entre S_1 y S_2, ya que las interiores de unas partículas con las contiguas se anulan al ser iguales y de sentido contrario.

De este modo, el teorema de la cantidad de movimiento se expresa como:

$\Sigma Fe=\rho.[\int_{S2} V_2.dQ - \int_{S1} V_1.dQ]$, si la distribución de velocidades en S_1 y S_2, es uniforme, $\int_{S2} V_2.dQ=V_2.Q$; y $\int_{S1} V_1.dQ=V_1.Q$; siendo V_1 y V_2 los vectores de velocidad en S_1 y S_2, la expresión anterior se reduce a:

$$\mathbf{\Sigma Fe=\rho.Q.(V_2-V_1)}$$

Esta expresión nos sirve para determinar los esfuerzos producidos en los cambios de dirección de las conducciones, y así, ajustar las reacciones para que estas sean estables.

2.5. Régimen libre. Canales

En los apartados anteriores hemos tratado el comportamiento de los fluidos en el interior de un conducto, y por tanto sometido a presión, es lo que conocemos como régimen forzado.

Se denomina régimen libre, al que se da cuando los fluidos circulan por conducciones abiertas, por lo que todas las secciones están en contacto con la atmosfera. Esto supone que las presiones en la superficie del flujo, ó lámina de agua, son nulas.

Son aplicables los teoremas fundamentales de la hidrodinámica:

- Teorema de Continuidad ó conservación de la masa
- Teorema de Bernouilli ó conservación de la energia
- Teorema de la cantidad de movimiento (conservación masa $_x$ velocidad),

con la singularidad de que la única presión a la que está sometido el fluido es la que produce su propio peso.

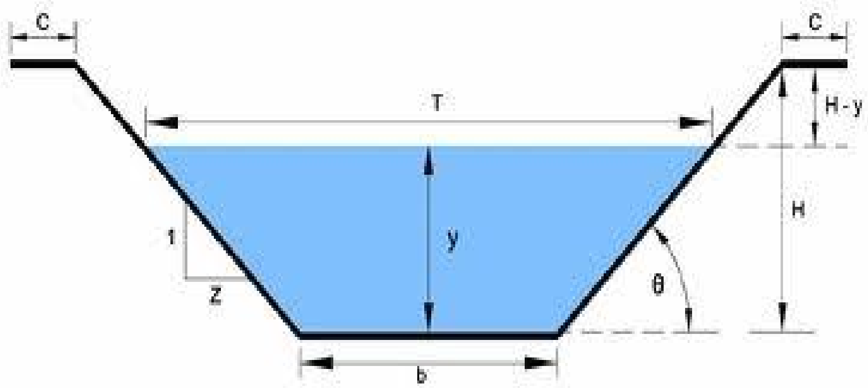
2.5.1. Canales

Se puede definir un canal como cualquier conducción en régimen libre con una geometría definida, referida a su pendiente longitudinal, sección transversal, trazado, etc. Constituyen las obras de ingeniería hidráulica más representativas del régimen libre, y las secciones transversales más habituales son:

-Trapeciales -Rectangulares -Triangulares -Circulares

2.5.1.1. Parámetros geométricos de la sección hidráulica

En la sección de un canal, como el de la figura, son fundamentales los siguientes parámetros:



Geometría de la sección transversal (trapecial) de un canal

- Anchura libre (*T*): es la dimensión que marca la anchura de la lámina de agua.

- Altura total (*H*): es la máxima altura de la sección del canal.

- Ancho de fondo (*b*): es la dimensión de la base de la sección.

- Inclinación de cajeros ó talud (*1/Z*): relación vertical/horizontal de cajeros.

- Calado (*y*): ésta dimensión nos indica la altura de la lámina de agua.

- Resguardo (*H-y*): altura de canal no ocupada por el fluido.

- Perímetro mojado (P_m): mide el contorno que moja el fluido, por lo que se suma el fondo (*b*) y los cajeros mojados $P_m=b+2.(y^2+(Z.y)^2)^{½}$

- Sección mojada (S_m): es el área que ocupa el fluido $S_m= (T+b)/2.y$

- Radio hidráulico (*e*) ó (*Rh*): relación entre la sección mojada(S_m) y el perímetro mojado (*e*); por tanto $e=S_m/P$m, con dimensión de longitud.

Con estas dimensiones y la pendiente longitudinal (J) quedan definidas sus características geométricas, para poder calcular el caudal que trasporta.

2.5.1.2. <u>Influencia de la gravedad</u>

La relación entre las fuerzas de inercia y de la gravedad se expresa mediante el número de Froude, que es:

$$\mathbf{F=V/(g.L)^{1/2}} \ ,$$

donde, V es la velocidad medía, L es la longitud característica ó calado medio Y_m =S/b. → $F=V/(g.Y_m)^{1/2}$

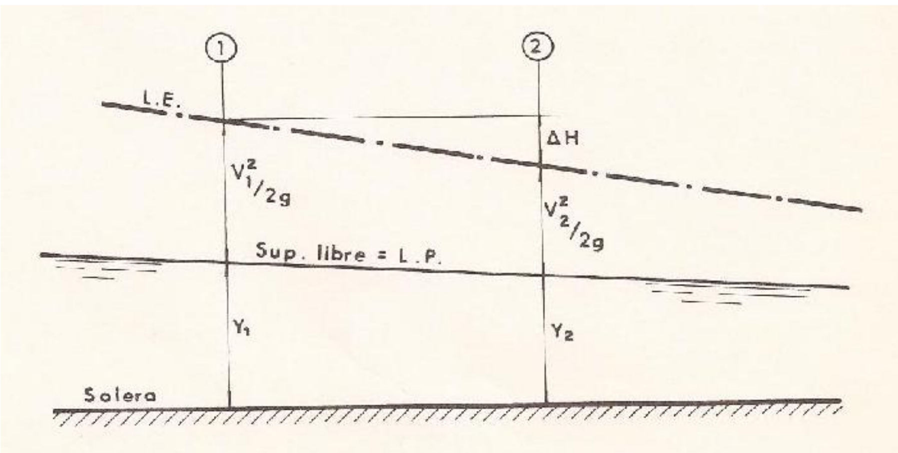
Definida la celeridad como $C= (g.Y_m)^{1/2}$ → el nº de Froude es **F=V/C**, relación entre la velocidad y la celeridad.

Las tres situaciones que se pueden dar son:

- Si V<C ; → F<1 se da un Régimen lento
- Si V>C ; → F>1 se da un Régimen rápido
- Si V=C ; → F=1 se da un Régimen crítico

2.5.1.3. <u>Líneas de energía en régimen abierto</u>

Al ser de aplicación el principio de conservación de la energía (T.Bernouilli), la energía total es: $H=Z+p/\gamma+v^2/2g$, ahora *bien* $p=0$ *y* $Z=z+y$ por lo que se reduce a: $H=z+y+v^2/2g$; si la aplicamos a dos secciones 1 y 2, $H_1=H_2+\Delta h$
$H_1=z_1+y_1+v_1^2/2g$; $H_2=z_2+y_2+v_2^2/2g$ → $\boldsymbol{z_1+y_1+v_1^2/2g= z_2+y_2+v_2^2/2g}$; se llama energía especifica $He=H- z$ → $\boldsymbol{He=y+v2/2g}$



Esquema de líneas de energía en régimen abierto

La línea de energía de posición discurre por la lámina de agua, la piezometrica coincide con esta y la energía total se obtiene sumando a la de posición la energía cinética.

2.5.1.4. Régimen uniforme

Se define el régimen uniforme de un canal, como el que se da cuando la velocidad se mantiene constante en todas las secciones (sin aceleración), por lo que las líneas de energía, la de superficie libre y la de solera son paralelas.

Formula de Manning

Entre las diferentes formulas para determinar la velocidad y a partir de ésta el caudal de un canal, la más utilizada es la de Manning, cuya expresión es:

$\boldsymbol{J=(n^2.V^2)/(e^{4/3})}$; siendo J- la pendiente longitudinal; V- la velocidad del fluido; e- radio hidráulico ; n- coeficiente de rugosidad superficial de Manning (tablas)

La velocidad del fluido es $V=(J^{1/2}.e^{2/3})/n$; y el caudal $\boldsymbol{Q=V.S=(J^{1/2}.e^{2/3})/n.S}$

Canal revestido de sección trapecial

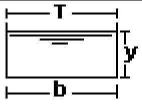
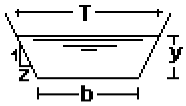
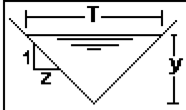
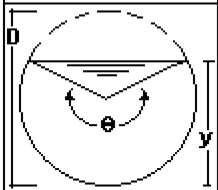
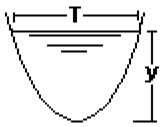
2.5.1.5 Curvas de capacidad

Para determinar la capacidad hidráulica de un canal se utilizan la expresión de Manning simplificada, ya que en ésta figuran parámetros geométricos fijos que se pueden agrupar en lo que se llama el *factor constructivo* "K"$=J^{1/2}/n$ y en el *factor de sección* "C"$= S.e^{2/3}$; quedando la expresión del caudal Q, como:

$\boldsymbol{Q=K.C(y)}$, en función del calado "y" como única variable

A partir de esta expresión se pueden elaborar las curvas de capacidad para cada tramo de un canal.

Parámetros geométricos de las secciones más habituales

Sección	Area hidráulica A	Perímetro mojado P	Radio hidráulico R	Espejo de agua T
 Rectangular	by	$b+2y$	$\dfrac{by}{b+2y}$	b
 Trapezoidal	$(b+zy)y$	$b+2y\sqrt{1+z^2}$	$\dfrac{(b+zy)y}{b+2y\sqrt{1+z^2}}$	$b+2zy$
 Triangular	zy^2	$2y\sqrt{1+z^2}$	$\dfrac{zy}{2\sqrt{1+z^2}}$	$2zy$
 Circular	$\dfrac{(\theta-\mathrm{sen}\,\theta)D^2}{8}$	$\dfrac{\theta D}{2}$	$\left(1-\dfrac{\mathrm{sen}\,\theta}{\theta}\right)\dfrac{D}{4}$	$\left(\mathrm{sen}\dfrac{\theta}{2}\right)D$ ó $2\sqrt{y(D-y)}$
 Parabólica	$2/3\ Ty$	$T+\dfrac{8y^2}{3T}$	$\dfrac{2T^2y}{3T+8y^2}$	$\dfrac{3A}{2y}$

BIBLIOGRAFÍA

- Manual de Hidráulica, Lázaro López, Andrés
- Hidráulica básica Prof. J.R Témez
- Mecánica de Fluidos e Hidráulica, de Giles, Schaum, McGraw, Hill