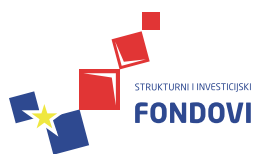




Europska unija.  
Ulaganje u budućnost.



SREDNJA ŠKOLA  
KRAPINA



# MATEMATIKA I JA, NA TI

Priručnik za nastavnike

za 4. razred jezičnih gimnazijskih programa

Ova publikacija izrađena je u okviru projekta **Gimnazija 100+** kojeg je sufinancirala Europska unija iz Europskog socijalnog fonda.

## PROJEKT GIMNAZIJA 100+

**Korisnik:** Srednja škola Krapina

**Partner:** Srednja škola Pregrada

**Vrijednost projekta:** 1.117.336,41 kn

**Bespovratna sredstva:** 1.117.336,41 kuna

**Trajanje projekta:** 12 mjeseci

U sklopu projekta Gimnazija 100+ želimo unaprijediti ishode učenja u području matematike i prirodoslovlja, omogućiti stjecanje dodatnih kompetencija, osigurati veću uspješnost na ispitima državne mature i uspješan nastavak obrazovanja. Razvijamo nove fakultativne programe iz matematike, kemije, biologije i fizike.

*Projekt Gimnazija 100+ sufinancirala je Europska unija iz Europskog socijalnog fonda.*

## IMPRESSUM

**Pripremili:** Renata Spiegl, prof. matematike

Ivana Polanović, mag. educ. matematike

Jasminka Mikša, prof. matematike

dr. sc. Željka Milin Šipuš – vanjska konzultantica

**Nakladnik:** Srednja škola Krapina, Šetalište hrvatskog narodnog preporoda 6, 49 000 Krapina

**Za nakladnika:** Ivica Rozijan, prof., ravnatelj Srednje škole Krapina

**Grafičko oblikovanje:** Aldini d.o.o., Sesvete

**Tisak:** Aldini d.o.o., Sesvete

Prvo izdanje, 2016.

**Sadržaj ove publikacije isključiva je odgovornost Srednje škole Krapina.**

# KURIKULUM FAKULTATIVNE NASTAVE IZ MATEMATIKE

## MATEMATIKA PLUS

### PROJEKT „GIMNAZIJA +“, SŠ KRAPINA

1. Opis i ciljevi fakultativne nastave matematike
2. Opis fakultativnog predmeta *Matematika plus*
3. Ishodi učenja i vrednovanje
  - a. Ishodi učenja
  - b. Metode vrednovanja

## 1. Opis fakultativne nastave matematike

Fakultativna nastava matematike provodi se sa ciljem:

- jačanja matematičkih kompetencija učenika, kako specifičnih, vezanih uz konkretne matematičke sadržaje, tako i općih (generičkih, prenosivih) kao što su rješavanje problema i korištenje tehnologije,
- osuvremenjivanja pristupa učenju matematike kroz dodatne sadržaje matematike, posebno one sadržaje koji su povezani sa stvarnim životom.

Fakultativna nastava matematike temelji se na jasno postavljenim ishodima učenja za predviđene matematičke sadržaje, suvremenim metodama učenja i poučavanja kao i suvremenim metodama vrednovanja u svrhu promoviranja učenja i pozitivne dispozicije prema matematici. Posebno se naglašava i svrsishodna uporaba tehnologije koja oslobađa učenika od proceduralnog računanja u trenutku kad ono nije u fokusu učenja te omogućuje fokusiranost na razumijevanje matematičkih koncepata, otkrivanje matematičkih zakonitosti, istraživanje matematičkih svojstava i matematičko modeliranje.

## 2. Opis fakultativnog predmeta *Matematika plus*

Fakultativni predmet *Matematika plus* omogućuje učenicima jezične gimnazije, kojima su nastavnim planom i programom predviđena samo 3 sata matematike tjedno, proširivanje redovnih nastavnih sadržaja i pomoć u savladavanju zahtjevnijih matematičkih sadržaja iz redovne nastave matematike. Takvom pripremom učenicima jezične gimnazije dodatno se omogućuje ponavljanje i utvrđivanje matematičkih znanja i vještina potrebnih za polaganje ispita iz matematike na državnoj maturi na A-razini.

Ishodi učenja matematičkih sadržaja ovog fakultativnog predmeta organizirani su u domene kao i u Nacionalnom okvirnom kurikulumu za Matematičko područje i predmet Matematika: **A-brojevi, B-algebra i funkcije, C-Oblik i prostor, D-mjerenje, E-podaci, statistika i vjerojatnost**

Od posebne važnosti ove fakultativne nastave su i opće (generičke, prenosive) kompetencije koje se kao matematičke kompetencije također organizirane u domene kao u Nacionalnom okvirnom kurikulumu za Matematičko područje i predmet Matematika:

**a-komunikacija i prikazivanje, b-povezivanje, c-logičko mišljenje, argumentiranje i zaključivanje, d-rješavanje problema i matematičko modeliranje, e-primjena tehnologije.**

Naglasak fakultativne nastave iz matematike je također i na korištenju primjera iz svakodnevnog života. Učenje i poučavanje utemeljeno je na suvremenim metodama i kroz samostalno (individualno i timsko) rješavanje problema. Nastava je na prikladan način upotpunjena korištenjem tehnologije, prvenstveno korištenjem džepnog računala. Tijekom nastave koja je snažno umjerena također prema razvoju općih matematičkih kompetencija, provodi se formativno vrednovanje s jasno iskazanom povratnom informacijom učeniku o njegovom napretku, posebno u vidu pripremljenosti za polaganje ispita sličnog tipa kao što su završni ispiti državne mature iz matematike. Po završetku nastave provodi se sumativno vrednovanje o ostvarivanju ishoda učenja povezanih s proširenim matematičkim sadržajima.

### 3. Ishodi učenja i vrednovanje

#### 3.a. Ishodi učenja

*Vidi posebne tablice.*

Vrednovanje procesa i ishoda učenja predstavlja sustavni proces kontinuiranog praćenja rada učenika koji uključuje prikupljanje prikladnih informacija o učeničkom učenju, napretku i rezultatima. Njime se prati ostvarivanje ishoda učenja predmeta, no isto tako se utvrđuje i efikasnost poučavanja. Dakle, vrednovanje prati (vrednovanje za učenje i vrednovanje kao učenje) i zaokružuje (vrednovanje naučenog) proces i aktivnosti učenja i njihov je neizostavni dio.

Vrednovanje u fakultativnoj nastavi matematike snažno je usmjereno prema učenju i razvoju, a posebno prema njegovanju tzv. općih (generičkih, prenosivih) kompetencija. Posebno, u fakultativnom predmetu *Matematika plus* tijekom nastave učenika dobiva povratnu informaciju o svojem napretku u komunikaciji, kako usmenoj tako i pisanoj, koristeći matematičku terminologiju, rješavanju primjerenih matematičkih problema i učinkovitoj primjeni džepnog računala u svojem radu.

Metode vrednovanja (kako se vrednuje) su raznolike, a veliki dio informacija se prikuplja interakcijom učenika i nastavnika, te konačno i sumativnim provjerama znanja.

#### 3.b. Metode vrednovanja

Imajući u vidu ciljeve i karakter fakultativnog predmeta *Matematika plus*, vrednovanje se provodi sa svrhom provjere ostvarenosti ishoda učenja (dodatnih) matematičkih sadržaja. Elementi vrednovanja tijekom nastave kojima učenik dobiva jasnu i brzu povratnu informaciju o svojem napretku su kratke pisane i usmene provjere znanja. Po završetku nastavne cjeline, odnosno, cijele nastave fakultativnog predmeta *Matematika plus* provodi se sumativno vrednovanje u obliku pisanog ispita znanja. Kratke pisane provjere i ispiti znanja konstruiraju se tako da provjeravaju predviđene ishode učenja, pri čemu zadaci variraju po svojoj složenosti i težini. Popraćeni su s odgovarajućom bodovnom skalom, a konstrukcijom ispita kao prag prolaznosti postavljen je prag od 45% -tne riješenosti ispita.

<b>ocjena</b>	odličan (5)	vrlo dobar (4)	dobar (3)	dovoljan (2)	nedovoljan (1)
<b>postotak</b>	90% - 100%	76% - 89%	61% - 75%	45% - 60%	manje od 45%

Tablica 1: popis područja s ishodima i navedenim korelacijama te oblicima rada i metodama (strategijama poučavanja)

 DOMENE: **A-brojevi, B-algebra i funkcije, C-Oblik i prostor, D-mjerenje, E-podaci, statistika i vjerojatnost**

 TIP SATA : *O-obrađiva, V-vježbe, A-analiza, P-ponavljanje, PR-provjera, U-uvod*

Domene	Ishod	Sadržaji (nastavne teme/ jedinice) (tip sata)	Razrada ishoda Učenik će moći:	Korelacija	Sociološki oblici rada i metode rada	Strategije poučavanja
D	pridružuje realnim brojevima točke na pravcu i crta točke u koordinatnom sustavu	<b>I. KOORDINATNI SUSTAV NA PRAVCU I U RAVNINI</b> 1. Uvodni sat ( <i>U</i> ) 2. Koordinatni sustav u ravnini. Površina trokuta ( <i>P</i> ) 3. Udaljenost dviju točaka u ravnini. Dijeljenje dužine u zadanom omjeru ( <i>V</i> )	<ul style="list-style-type: none"> <li>prikazati točke u koordinatnome sustavu</li> <li>očitati koordinatne točaka u koordinatnome sustavu</li> <li>izračunati površinu trokuta kojemu su poznate koordinate vrhova</li> <li>izračunati udaljenost točaka</li> <li>izračunati koordinate polovišta dužine</li> <li>izračunati koordinate djelišne točke</li> </ul>	geografija (koordinate)	frontalni rad, rad u paru, timski rad, individualni rad	poučavanje (odgovori na pitanja učenika, izlaganje, razgovor, rad na tekstu i drugim izvorima, demonstracija, diskusija), učenje otkrivanjem, vježbanje
C i D	primjenjuje računanje s vektorima	<b>II. VEKTORI</b> 4. Zbrajanje vektora. Množenje vektora skalarom. ( <i>P</i> ) 5. Prikaz vektora u koor. sustavu ( <i>V</i> ) 6. Skalarni umnožak. Kut između vektora ( <i>V</i> )	<ul style="list-style-type: none"> <li>prepoznati, opisati i koristiti elemente vektora</li> <li>računati s vektorima (zbrajati, oduzimati i množiti skalarom) i prikazati ih u ravnini i u koordinatnome sustavu</li> <li>odrediti duljinu vektora</li> <li>računati skalarni umnožak vektora i primjenjivati ga za uvjet okomitosti vektora</li> <li>primijeniti svojstva vektora u problemskim zadacima</li> </ul>	fizika (sila)		

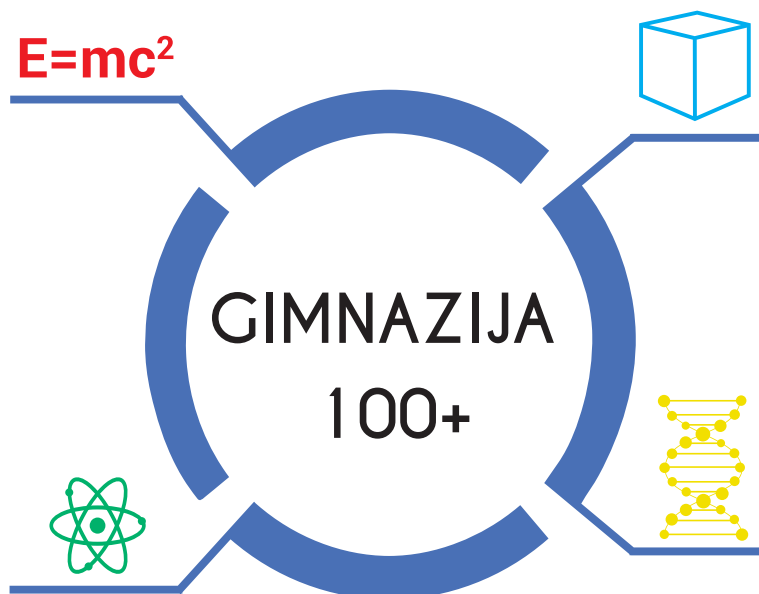
B, C, D i E	primjenjuje jednadžbu pravca	<p><b>III. JEDNADŽBA PRAVCA</b></p> <p>7. Jednadžba pravca. Kut dvaju pravaca. Paralelnost i okomitost (V)</p> <p>8. Udaljenost točke od pravca. Simetrala kuta (V)</p> <p>9. Ponavljanje, utvrđivanje, sistematiziranje (P)</p> <p>10. Ponavljanje, utvrđivanje, sistematizacija gradiva (P)</p> <p>11. Pisani ispit (PR)</p> <p>12. Analiza pisanog ispita (A)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• prepoznati, opisati i crtati pravac u koordinatnome sustavu iz njegove jednadžbe i izvesti jednadžbu pravca iz grafičkoga prikaza ili zadanih parametara</li> <li>• računati kut pravca s pozitivnim dijelom apscise i povezati ga s koeficijentom smjera</li> <li>• crtati i odrediti pravce paralelne s koordinatnim osima</li> <li>• računati udaljenost točke od pravca i kut između pravaca</li> <li>• odrediti jednadžbu simetrale kuta</li> <li>• navesti i primjenjivati uvjete okomitosti i paralelnosti pravaca</li> </ul>	fizika, kemija (linearna ovisnost)		poučavanje (odgovori na pitanja učenika, izlaganje, razgovor, rad na tekstu i drugim izvorima, demonstracija, diskusija), učenje otkrivanjem, vježbanje
B, C i D	primjenjuje jednadžbu kružnice, elipse, hiperbole i parabole	<p><b>IV. KRIVULJE DRUGOG REDA</b></p> <p>13. Jednadžba kružnice (V)</p> <p>14. Tangenta i sekanta (O)</p> <p>15. Konstrukcija i jednadžba elipse (O)</p> <p>16. Konstrukcija i jednadžba elipse (V)</p> <p>17. Konstrukcija i jednadžba hiperbole (O)</p> <p>18. Konstrukcija i jednadžba hiperbole (V)</p> <p>19. Konstrukcija i jednadžba parabole (O)</p> <p>20. Konstrukcija i jednadžba parabole (V)</p> <p>21. Pravac i krivulje drugog reda (V)</p> <p>22. Ponavljanje, utvrđivanje, sistematiziranje (P)</p> <p>23. Ponavljanje, utvrđivanje, sistematizacija gradiva (P)</p> <p>24. Pisani ispit (PR)</p> <p>25. Analiza pisanog ispita (A)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• prepoznati jednadžbu kružnice, elipse, hiperbole ili parabole i iz nje pronaći nepoznate elemente krivulje i obrnuto</li> <li>• iz jednadžbe, grafičkog prikaza ili zadanih uvjeta određiti elemente krivulje ili parabole</li> <li>• iz grafičkoga prikaza ili zadanih uvjeta pronaći jednadžbu kružnice, elipse, hiperbole ili parabole</li> <li>• odrediti grafički ili računski jednadžbu kružnice u posebnome položaju ili koncentrične kružnice</li> <li>• primijeniti kružnicu, elipsu, hiperbolu ili parabolu u modeliranju problema</li> <li>• nabrojiti i opisati odnose pravca i krivulja te odrediti njihov presjek grafički i računski</li> <li>• odrediti jednadžbu tangente na krivulju</li> </ul>	likovna umjetnost (građevine)  fizika (rashladni tornjevi u hidroelektrama)	frontalni rad, rad u paru, timski rad, individualni rad	

C i D	primjenjuje trigonometrijske omjere, poučak o sinusima i o kosinusu	<b><u>V. TRIGONOMETRIJA PRAVOKUTNOG I KOSOKUTNOG TROKUTA</u></b> 26. Trigonometrija pravokutnog trokuta (O) 27. Trigonometrija pravokutnog trokuta (V) 28. Poučak o sinusima (V) 29. Poučak o kosinusu (V) 30. Primjena trig. u planimetriji i stereometriji (V) 31. Primjena trig. u planimetriji i stereometriji (V) 32. Ponavljanje, utvrđivanje, sistematiziranje (P) 33. Ponavljanje, utvrđivanje, sistematiziranje (P) 34. Pisani ispit (PR) 35. Analiza pisanog ispita (A)	<ul style="list-style-type: none"> <li>definiirati trigonometrijske omjere u pravokutnome trokutu</li> <li>računati mjeru kuta i obrnuto koristeći džepno računalo</li> <li>primijeniti trigonometrijske omjere u pravokutnom trokutu za određivanje nepoznatih veličina i rješavanje problema u planimetriji i stereometriji</li> <li>definiirati trigonometrijske poučke u kosokutnom trokutu</li> <li>primijeniti trigonometrijske poučke u kosokutnom trokutu za određivanje nepoznatih veličina i rješavanje problema u planimetriji i stereometriji</li> <li>modelirati situacije iz života i drugih područja primjenjujući trigonometrijske omjere i poučke</li> <li>računati površinu trokuta</li> </ul>	fizika (gibanje na kosini, kosi hitac, rad i snaga)	frontalni rad, rad u paru, timski rad, individualni rad	poučavanje (odgovori na pitanja učenika, izlaganje, razgovor, rad na tekstu i drugim izvorima, demonstracija, diskusija), učenje otkrivanjem, vježbanje
B i C	primjenjuje svojstva trigonometrijskih funkcija i trigonometrijske identitete	<b><u>VI. TRIGONOMETRIJSKE FUNKCIJE</u></b> 36. Trigonometrijske funkcije (P) 37. Svojstva trigonometrijskih funkcija (V) 38. Trigonometrijski identiteti (V) 39. Grafovi trigonometrijskih funkcija (O) 40. Grafovi trigonometrijskih funkcija (V)	<ul style="list-style-type: none"> <li>definiirati trigonometrijske funkcije broja na brojevnoj kružnici, otkriti svojstva i koristiti ih za računanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija</li> <li>rabiti džepno računalo</li> <li>računati, koristeći osnovni trigonometrijski identitet, vrijednosti ostalih trigonometrijskih funkcija</li> <li>primijeniti i povezati osnovne trigonometrijske identitete</li> <li>prepoznati, opisati i nacrtati grafove osnovnih trigonometrijskih funkcija</li> </ul>	fizika (titranje i valovi) biologija (disanje) glazba (zapis zvuka)		



B	rješava trigonometrijske jednadžbe	<b><u>VII. TRIGONOMETRIJSKE JEDNADŽBE I NEJEDNADŽBE</u></b> 41. Trigonometrijske jednadžbe (O) 42. Trigonometrijske jednadžbe (V) 43. Trigonometrijske jednadžbe (V) 44. Trigonometrijske nejednadžbe (V) 45. Sustavi jednadžbi (O) 46. Ponavljanje, utvrđivanje, sistematiziranje (P) 47. Ponavljanje, utvrđivanje, sistematiziranje (P) 48. Pisani ispit (PR) 49. Analiza pisanog ispita (A)	<ul style="list-style-type: none"> <li>osnovne trigonometrijske jednadžbe rješavati grafički ili na brojevnoj kružnici</li> <li>rješavati složenije trigonometrijske jednadžbe primjenjujući trigonometrijske identitete</li> <li>osnovne trigonometrijske nejednadžbe rješavati grafički ili na brojevnoj kružnici</li> <li>rješavati jednostavnije sustave trigonometrijskih jednadžbi</li> </ul>	geografija (dnevni broj sunčanih sati)	frontalni rad, rad u paru, timski rad, individualni rad	poučavanje (odgovori na pitanja učenika, izlaganje, razgovor, rad na tekstu i drugim izvorima, demonstracija, diskusija), učenje otkrivanjem, vježbanje
A i B	primjenjuje binomni poučak	<b><u>VIII. BINOMNI POUČAK</u></b> 50. Binomni koeficijent (V) 51. Binomni poučak (V)	<ul style="list-style-type: none"> <li>definiirati faktorijele i binomni koeficijent</li> <li>računati binomni koeficijent</li> <li>uočiti vezu binomne formule i formula za kvadrat i kub binoma</li> <li>raspisati potencije binoma po binomnoj formuli primjenjujući Pascalov trokut</li> <li>primijeniti binomni koeficijent kod rješavanja jednadžbi i određivanju pojedinih članova u razvoju binoma</li> </ul>	informatika (distribucija IP adrese)		

A i C	računa s kompleksnim brojevima	<b><u>IX. TRIGONOMETRIJSKI PRIKAZ KOMPLEKSNOG BROJA</u></b> 52. Trigonometrijski prikaz kompleksnog broja (V) 53. Računske operacije s kompleksnim brojevima (V)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisati kompleksan broj u algebarskome i trigonometrijskome obliku</li> <li>• zbrajati, oduzimati, množiti i potencirati kompleksne brojeve zapisane u odgovarajućemu obliku, po potrebi koristeći De Moivreovu formulu</li> <li>• prikazati kompleksan broj u Gaussovoj ravnini</li> <li>• odrediti konjugirano kompleksan broj i modul kompleksnoga broja</li> </ul>	fizika (elektricitet)		poučavanje (odgovori na pitanja učenika, izlaganje, razgovor, rad na tekstu i drugim izvorima, demonstracija, diskusija), učenje otkrivanjem, vježbanje
B	primjenjuje aritmetički i geometrijski niz	<b><u>X. NIZOVI</u></b> 54. Pojam niza. Zadavanje niza (V) 55. Aritmetički niz (V) 56. Geometrijski niz (V) 57. Geometrijski red (V)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• opisati aritmetički i geometrijski niz</li> <li>• zapisati opći član niza</li> <li>• povezati naziv niza s aritmetičkom i geometrijskom sredinom</li> <li>• računati zbroj prvih <math>n</math> članova niza</li> <li>• rješavati probleme iz svakodnevnoga života primjenom aritmetičkoga i geometrijskoga niza</li> </ul>	ekonomija (kamatni račun)  biologija (Fibonacci-ov niz)	frontalni rad, rad u paru, timski rad, individualni rad	
B	analizira svojstva funkcija	<b><u>XI. FUNKCIJE</u></b> 58. Područje definicije (V) 59. Operacije s funkcijama (V) 60. Inverzna funkcija (V) 61. Svojstva funkcije (V) 62. Ponavljanje, utvrđivanje, sistematizacija (P) 63. Ponavljanje, utvrđivanje, sistematizacija (P) 64. Zaključni sat	<ul style="list-style-type: none"> <li>• nabrojiti elementarne funkcije i navesti njihova svojstva (domena, kodomena, sliku, rast/ pad, parnost/neparnost, periodičnost, monotonost i ograničenost)</li> <li>• odrediti inverznu funkciju zadane funkcije i grafički ih prikazati</li> <li>• odrediti kompoziciju funkcija i objasniti svojstva slaganja funkcija</li> <li>• povezati graf funkcije sa svojstvima</li> </ul>			



[www.gimnazija-100-plus.eu](http://www.gimnazija-100-plus.eu)

**Srednja škola Krapina**

Šetalište hrvatskog narodnog  
preporoda 6  
49 000 Krapina  
Tel: +385 49 382 111  
Fax: +385 49 382 113  
E-mail: [ss-krapina@kr.t-com.hr](mailto:ss-krapina@kr.t-com.hr)  
web: [www-ss-krapina.skole.hr](http://www-ss-krapina.skole.hr)

**Srednja škola Pregrada**

Stjepana Škreblina bb  
49 218 Pregrada  
Tel: +385 49 382 150  
Fax: +385 49 382 159  
E-mail: [ss-pregrada@kr.t-com.hr](mailto:ss-pregrada@kr.t-com.hr)  
web: [ss-pregrada.skole.hr](http://ss-pregrada.skole.hr)

**Ministarstvo znanosti, obrazovanja i sporta**

[www.mzos.hr](http://www.mzos.hr)  
[esf@mzos.hr](mailto:esf@mzos.hr)

**Agencija za strukovno obrazovanje i obrazovanje odraslih  
Organizacijska jedinica za upravljanje strukturnim instrumentima (DEFKO)**

[www.asoo.hr/defco/](http://www.asoo.hr/defco/)  
[defco@asoo.hr](mailto:defco@asoo.hr)

za više informacija o EU fondovima  
[www.strukturnifondovi.hr](http://www.strukturnifondovi.hr)

Sadržaj ove publikacije isključiva je odgovornost Srednje škole Krapina.