

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

Кафедра «Электротехника»

Н. П. ВОЛКОВ, А. В. ВОРОНИН

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Лабораторный практикум
для студентов электротехнических специальностей

Часть I

Одобен методической комиссией электротехнического факультета

Гомель 2008

УДК 621.3(075.8)
ББК 31.2
В67

Рецензент – заведующий кафедрой
«Электрический подвижной состав»
канд. техн. наук, доц. *В. С. Могила* (УО «БелГУТ»).

Волков, Н. П.

В67 Теоретические основы электротехники : лабораторный практикум. В 2 ч. Ч. I / Н. П. Волков, А. В. Воронин ; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2008. – 56 с.

ISBN 978-985-468-386-7 (ч. I)

Рассматривается теоретический материал и дается описание лабораторных работ по курсу «Теоретические основы электротехники».

Предназначен для студентов электротехнических специальностей БелГУТа.

УДК 621.3(075.8)
ББК 31.2

ISBN 978-985-468-386-7 (ч. I)
ISBN 978-985-468-387-4

© Волков Н. П., Воронин А. В., 2008
© Оформление. УО «БелГУТ», 2008

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

До начала работ на лабораторных стендах студенты обязаны ознакомиться с правилами внутреннего распорядка и техники безопасности и строго выполнять их. После инструктажа по технике безопасности необходимо расписаться в соответствующем журнале.

При выполнении лабораторных работ студенческая группа делится на бригады, которые затем распределяются по лабораторным стендам.

К каждой лабораторной работе студенты должны заранее подготовиться, ознакомиться с описанием работы и рекомендованной литературой. Неподготовленные студенты к выполнению лабораторной работы не допускаются.

Перед сборкой электрической схемы студенты должны ознакомиться с электрическим оборудованием и измерительными приборами, используемыми в данной работе. Получив разрешение преподавателя, можно приступить к монтажу схемы. Собранная электрическая цепь предъявляется для проверки преподавателю.

Включение электрической цепи под напряжение производится только с разрешения и в присутствии преподавателя.

Разбирать электрическую цепь после выполнения отдельных этапов работы и собирать новую можно после предварительного ознакомления преподавателя с полученными экспериментальными данными.

После окончания работы в лаборатории рабочее место должно быть приведено в порядок.

По каждой выполненной работе в рабочей тетради составляется отчет. В нем приводятся расчетные формулы, таблицы с рассчитанными и измеренными величинами, анализ полученных результатов, графики, диаграммы, выводы по работе. Графические зависимости должны быть представлены в прямоугольной системе координат в масштабе, с равномерными шкалами. На графиках должны быть указаны экспериментальные точки. Выполненная и оформленная лабораторная работа должна быть защищена. Только после этого студент может приступить к выполнению следующей лабораторной работы.

Лабораторная работа № 1

ИССЛЕДОВАНИЕ ИСТОЧНИКА ПОСТОЯННОГО ТОКА

Цель работы: ознакомление с измерительными приборами; исследование внешней характеристики источника энергии постоянного тока; определение параметров эквивалентных схем замещения источника.

Краткие сведения из теории

Источниками электрической энергии (источниками питания) называются устройства, в которых химическая, механическая, тепловая и энергия других видов преобразуются в электрическую. В *приемниках* электрической энергии (нагрузке) происходит превращение электрической энергии в другие виды энергии (тепловую, световую, механическую и т.п.).

Совокупность источников энергии, нагрузки и измерительных приборов, соединенных между собой проводами, называется электрической цепью.

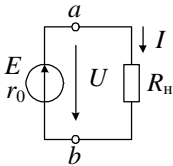


Рисунок 1.1 –
Простейшая цепь
постоянного тока

Источники относятся к активным элементам цепи, а приемники – к пассивным.

Источник характеризуется двумя параметрами: ЭДС E и внутренним сопротивлением r_0 . Если к источнику подключена нагрузка с сопротивлением R_n (рисунок 1.1), то под действием ЭДС E в цепи протекает ток, определяемый законом Ома,

$$I = \frac{E}{R_n + r_0}. \quad (1.1)$$

Зависимость тока I , проходящего по резистору с сопротивлением R_n , от напряжения U на его зажимах называется вольт-амперной характеристикой (ВАХ). Для резистора с неизменным значением R_n

$$U = R_n I. \quad (1.2)$$

Графически ВАХ резистора R_n соответствует прямая, проходящая через начало координат.

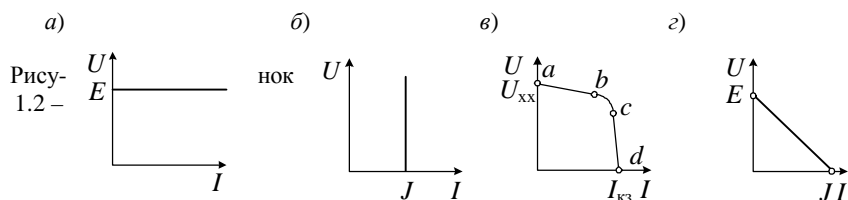
Элементы электрической цепи, ВАХ которых являются прямыми линиями, называются *линейными*.

Зависимость напряжения U на зажимах источника от протекающего через него тока I называется *внешней характеристикой* источника.

ЭДС E численно равна разности потенциалов или напряжению U между положительной и отрицательной клеммами источника при отсутствии в нем тока (в режиме холостого хода).

При анализе электрических цепей пользуются понятиями идеальных источников электрической энергии: источником напряжения (ЭДС) и источником тока.

Идеальный источник напряжения (ЭДС) представляет собой активный элемент, напряжение на зажимах которого не зависит от проходящего через него тока. У такого источника внутреннее сопротивление $r_0 = 0$, а внешняя характеристика изображается прямой, параллельной оси I (рисунок 1.2, а).



Рису-
1.2 –

Внешние характеристики источников электрической энергии:

- а – идеального источника ЭДС; б – идеального источника тока;
- в – реального источника с нелинейной ВАХ внутреннего сопротивления ;
- г – реального источника с линейной ВАХ внутреннего сопротивления

Идеальный источник тока – это активный элемент, ток которого не зависит от напряжения на его выводах. Предполагается, что внутреннее сопротивление такого источника бесконечно велико, и поэтому сопротивление нагрузки, от которого зависит напряжение на выводах источника, не влияет на ток источника. ВАХ такого источника представлена на рисунке 1.2, б.

Идеальные источники теоретически рассматриваются как источники бесконечной мощности. Реальный источник обладает конечной мощностью из-за *внутреннего сопротивления*, которое ограничивает отдаваемую им во внешнюю цепь мощность. Внешняя характеристика такого источника является нелинейной (рисунок 1.2, в). В зависимости от режима работы источника, соответствующего определенному участку его внешней характеристики, он может приближаться к идеальному источнику напряжения (участок ab) или тока (участок cd).

Реальные источники с линейной ВАХ могут быть представлены расчетными эквивалентными схемами замещения:

- а) источником ЭДС E с последовательно включенным внутренним сопротивлением r_0 (рисунок 1.3, а);

б) источником тока $J = E/r_0$ и параллельно с ним включенным сопротивлением r_0 (рисунок 1.3, б).

Эти схемы взаимозаменяемы.

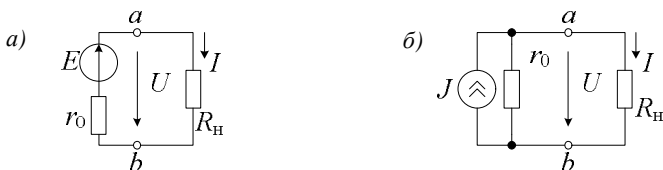


Рисунок 1.3 – Эквивалентные схемы замещения источников электрической энергии:
а – с источником ЭДС; б – с источником тока

Внешнюю характеристику источника с постоянным внутренним сопротивлением r_0 , представленного эквивалентными схемами замещения на рисунке 1.3, можно описать уравнениями:

а) с источником ЭДС

$$U = E - r_0 I ; \quad (1.3)$$

б) с источником тока

$$I = J - U/r_0 . \quad (1.4)$$

Графически внешняя характеристика такого источника представляет собой прямую (см. рисунок 1.2, з), проходящую через точки с координатами $(E, 0)$ и $(0, J)$.

Оборудование и приборы

Источник питания, проволочный реостат, миллиамперметр, вольтметр, ваттметр.

Схема электрической цепи

Для выполнения работы используется электрическая цепь (рисунок 1.4), содержащая источник питания, нагрузку (реостат) и измерительные приборы (амперметр, вольтметр и ваттметр).

Для измерения тока в цепи амперметр А включают последовательно с нагрузкой или источником. Для того чтобы включение амперметра не влияло на значение измеряемого тока, его внутреннее сопротивление очень мало, и им практически можно пренебречь ($R_A = 0$).

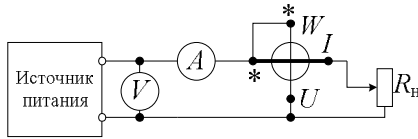


Рисунок 1.4 – Схема исследуемой электрической цепи

Напряжение на каком-либо участке цепи измеряют с помощью вольтметра V . Чтобы вольтметр не влиял на токораспределение в цепи и через него протекал незначительный ток, его собственное сопротивление не должно быть очень большим, а практически его можно считать бесконечно большим ($R_V = \infty$).

Электрическую мощность P цепи измеряют ваттметром. Мощность в цепи постоянного тока может быть также определена в виде произведения измеренных амперметром и вольтметром значений тока I и напряжения U :

$$P = UI . \quad (1.5)$$

Ваттметр имеет две катушки: токовую, которая включается в цепь последовательно, и катушку напряжения, которая включается в цепь параллельно. При включении ваттметра необходимо соблюдать правильную полярность, поэтому его генераторные зажимы обозначают звездочками.

Порядок выполнения работы

- 1 Собрать электрическую цепь, схема которой представлена на рисунке 1.4.
- 2 Измерить с помощью вольтметра ЭДС источника при отсутствии тока в цепи, т.е. в режиме холостого хода.
- 3 Изменяя ток в цепи от нуля ($R_H = \infty$) в режиме холостого хода до максимального в режиме короткого замыкания ($R_H = 0$), снять показания измерительных приборов. Результаты измерений внести в таблицу 1.1.
- 4 Рассчитать по показаниям измерительных приборов сопротивление нагрузки R_H и внутреннее сопротивление источника r_0 .
- 5 Рассчитать мощность нагрузки по показаниям амперметра и вольтметра и сравнить найденные значения P с измеренной с помощью ваттметра.
- 6 Построить графики внешней характеристики $U(I)$ источника и зависимости $P(I)$.

7 Для двух линейных участков внешней характеристики (см. ab и cd на рисунке 1.2, в) определить параметры эквивалентных схем замещения исследуемого источника питания (E , r_0 и J).

Т а б л и ц а 1.1 – Результаты эксперимента и расчетов

Номер опыта	Эксперимент			Расчет	
	U	I	P	$R_{н} = U/I$	$R_{н} = P/I^2$
	В	А	Вт	Ом	
1 (х.х)					
2					
...					
10 (к.з.)					

Контрольные вопросы

1 Что называется внешней характеристикой источника? Приведите уравнение линейной внешней характеристики реального источника ЭДС.

2 Как практически измерить ЭДС реального источника?

3 Как с помощью линейной внешней характеристики реального источника определить его ЭДС и внутреннее сопротивление?

4 Как изменится линейная внешняя характеристика реального источника, если:

а) его внутреннее сопротивление увеличится?

б) если его ЭДС увеличится в 2 раза, а внутреннее сопротивление уменьшится также в 2 раза?

5 Что такое согласованный режим работы источника? Чему равен КПД источника в таком режиме?

6 Выведите зависимость КПД источника с внутренним сопротивлением r_0 от сопротивления нагрузки.

Лабораторная работа № 2

ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Цель работы: экспериментальная проверка законов Кирхгофа и принципа наложения для линейной цепи постоянного тока.

Краткие сведения из теории

Для анализа и расчета разветвленных цепей постоянного тока с несколькими источниками энергии используются различные методы, в основе которых лежат законы Кирхгофа. С их помощью можно описать состояние любой электрической цепи.

Ветвью электрической цепи (схемы) называется участок цепи (схемы), состоящий из последовательно включенных элементов, по которым течет один и тот же ток.

Узел электрической цепи – место или точка соединения трех и более ветвей.

Любой замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям, называется *контуром*. При этом каждый узел в рассматриваемом контуре встречается не более одного раза.

Первый закон Кирхгофа применяется к узлам и формулируется следующим образом:

«Алгебраическая сумма токов в узле равна нулю»:

$$\sum \pm I_k = 0. \quad (2.1)$$

В этом уравнении одинаковые знаки берутся для токов, имеющих одинаковое направление относительно узла.

Второй закон Кирхгофа применяется к контурам электрической цепи и формулируется следующим образом:

«В любом контуре алгебраическая сумма напряжений на всех элементах и участках цепи, входящих в контур, равна алгебраической сумме действующих в этом контуре ЭДС»:

$$\sum \pm R_k I_k = \sum \pm E_k. \quad (2.2)$$

Направление обхода контура выбирается произвольно. Напряжения и ЭДС берутся положительными, если их направления совпадают с выбранным направлением обхода, в противном случае – отрицательными.

Принцип *наложения* (суперпозиции) непосредственно вытекает из линейности уравнений, описывающих режим цепей с линейными элементами. Он заключается в том, что в линейной электрической цепи с несколькими источниками энергии ток в любой ветви равен алгебраической сумме *частичных* токов, каждый из которых вызывается одним из действующих в цепи источников.

Оборудование и приборы

Источники постоянного напряжения с ЭДС E_1 , E_2 , плата с резисторами и переключателями, миллиамперметры (3 шт.) и вольтметр магнитоэлектрической системы.

Схема электрической цепи

Для выполнения работы используется электрическая цепь (рисунок 2.1). В качестве источников энергии применяются выпрямительные устройства с

постоянным напряжением на выходе. Источники обладают внутренними сопротивлениями, весьма малыми по сравнению с сопротивлениями резисторов R_1 , R_2 , R_3 , поэтому их можно рассматривать как идеальные источники ЭДС E_1 и E_2 . С помощью переключателей S_1 и S_2 источники E_1 и E_2 могут подключаться к цепи (в положении 1) или отключаться (в положении 2). Когда переключатель находится в положении 2, вместо отключенного источника в цепь вводится короткозамкнутый участок. Напряжения на зажимах источников измеряются с помощью вольтметра V , а токи в ветвях – миллиамперметрами A_1 , A_2 и A_3 . При подключении измерительных приборов необходимо учитывать полярность выводов источников и приборов.

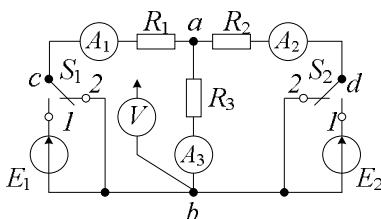


Рисунок 2.1 – Схема исследуемой электрической цепи

Порядок выполнения работы

1 Для заданных преподавателем параметров цепи E_1 , E_2 , R_1 , R_2 , R_3 рассчитать токи во всех ветвях цепи: а) путем непосредственного применения законов Кирхгофа; б) методом наложения.

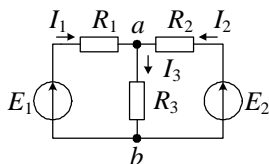


Рисунок 2.2 – Расчетная схема разветвленной цепи постоянного тока

Расчетная схема приведена на рисунке 2.2.

2 Собрать цепь (см. рисунок 2.1) и снять показания приборов при подключенных к цепи источниках E_1 и E_2 (переключатели S_1 и S_2 в положении 1). Сравнить измеренные значения токов с расчетными.

3 Произвести экспериментальную проверку принципа наложения, для чего поочередно подключить к цепи источники E_1 и E_2 и измерить вызываемые ими частичные токи в ветвях и напряжение U_{ab} . Сравнить измеренные значения токов с расчетными.

4 Данные пп. 1–3 внести в таблицу 2.1.

5 По данным п. 2 проверить справедливость второго закона Кирхгофа для внешнего контура цепи.

Т а б л и ц а 2.1 – Результаты эксперимента и расчетов

Номер опыта	Расчетные данные					Показания приборов			
	E_1	E_2	I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3	U_{ab}
	В		мА			мА			В
1									
2									
3									

Контрольные вопросы

1 Пояснить понятие «алгебраическая сумма токов в узле» для первого закона Кирхгофа.

2 Является ли замкнутый путь $E_1 - R_1 - R_3 - E_2 - R_2 - R_3$ для схемы на рисунке 2.2 контуром?

3 Пояснить, как определяется необходимое число уравнений, составляемых при расчете цепи путем непосредственного применения законов Кирхгофа.

4 Пояснить понятие «алгебраическая сумма частичных токов» для метода наложения.

5 Равна ли мощность, выделяемая на сопротивлении R_3 при включенных источниках E_1 и E_2 (см. рисунок 2.2), сумме мощностей, выделяемых на сопротивлении R_3 частичными токами, вызываемыми источниками E_1 и E_2 в отдельности?

Лабораторная работа № 3

ИССЛЕДОВАНИЕ СЛОЖНОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА С ОДНИМ ИСТОЧНИКОМ ЭНЕРГИИ

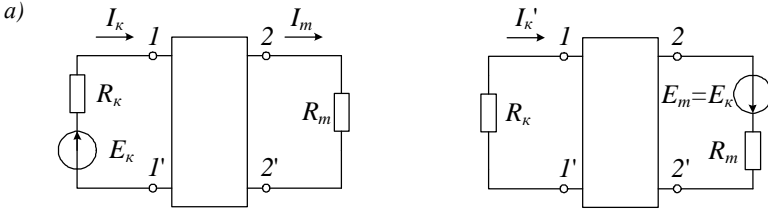
Цель работы: приобретение навыков эквивалентных преобразований цепи; определение входных и взаимных сопротивлений и проводимостей; экспериментальная проверка принципа взаимности.

Краткие сведения из теории

Рассмотрим сложную электрическую цепь, в которой действует только один источник ЭДС. Выделим в этой цепи две ветви с сопротивлениями R_k и R_m , в одной из которых имеется источник ЭДС, например, E_k , а остальную часть цепи представим в виде пассивного четырехполюсника. Активная ветвь (E_k, R_k) подключается к входным (1, 1') зажимам четырехполюсника, а пассивная ветвь (R_m) – к его выходным (2, 2') зажимам, как показано на рисунке 3.1, а. ЭДС E_k вызывает токи как в ветви k , так и в ветви m :

$$I_k = g_{kk} E_k. \quad (3.1)$$

$$I_m = g_{mk} E_k. \quad (3.2)$$



б)

Рисунок 3.1 – Схемы сложной цепи постоянного тока с одним источником

Коэффициенты g_{kk} и g_{mk} имеют размерность проводимостей. Коэффициент с одинаковыми индексами g_{kk} называется *входной проводимостью* цепи и численно равен току на входе цепи, когда ЭДС, действующая на входе, равна 1 В:

$$g_{kk} = I_k / E_k. \quad (3.3)$$

Следовательно, входная проводимость любой ветви представляет собой отношение тока к ЭДС в данной ветви (ЭДС других ветвей равны нулю). Величина, обратная входной проводимости, называется *входным сопротивлением*:

$$R_{вх} = R_{kk} = 1 / g_{kk}. \quad (3.4)$$

Коэффициент с разными индексами g_{mk} называется *взаимной* или *передаточной* (между ветвями t и k) проводимостью. Взаимная проводимость численно равна выходному току I_m , когда ЭДС на входе цепи $E_k = 1$ В:

$$g_{mk} = I_m / E_k. \quad (3.5)$$

Взаимные проводимости двух любых ветвей можно определить как отношение тока в одной ветви к ЭДС другой ветви при равных нулю ЭДС в остальных ветвях.

Величину, обратную взаимной проводимости, называют *взаимным сопротивлением* этих ветвей:

$$R_{вз} = R_{mk} = 1/g_{mk} . \quad (3.6)$$

Значения g_{kk} , g_{mk} , R_{kk} и R_{mk} для цепи с заданными значениями сопротивлений ветвей (R_1, R_2, \dots, R_n) являются постоянными. В соответствии с уравнениями (3.1) и (3.2) ток в линейной электрической цепи с одним источником в любой ветви прямо пропорционален ЭДС.

Входные и взаимные проводимости и сопротивления могут быть определены расчетным путем или экспериментально.

Входное сопротивление R_{kk} равно *эквивалентному* сопротивлению схемы относительно зажимов источника ЭДС E_k и может быть найдено путем последовательных эквивалентных преобразований схемы («сворачивания» схемы относительно зажимов источника E_k). Преобразование считается эквивалентным, если в непреобразованной части цепи распределение токов и напряжений остается неизменным.

Эквивалентное сопротивление последовательно соединенных резисторов (рисунок 3.2, а) равно сумме сопротивлений этих резисторов:

$$R_{ЭК} = R_1 + R_2 + R_3 ; R_{ЭК} = \sum R_k . \quad (3.7)$$

При параллельном соединении резисторов (рисунок 3.2, б) проводимость эквивалентной ветви равна сумме проводимостей отдельных ветвей:

$$g_{ЭК} = g_1 + g_2 + g_3 ; g_{ЭК} = \sum g_k , \quad (3.8)$$

где $g_{ЭК} = 1/R_{ЭК}$ – эквивалентная проводимость;

$g_i = 1/R_i$ – проводимость i -го резистора.

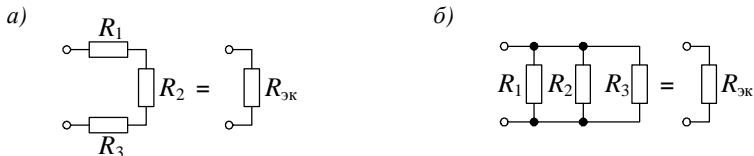


Рисунок 3.2 – Эквивалентные преобразования:

а – последовательное соединение резисторов; б – параллельное соединение резисторов

Резисторы могут быть соединены «звездой» (рисунок 3.3, а) или «треугольником» (рисунок 3.3, б). Эквивалентное преобразование «звезды» в «треугольник» осуществляется по формулам

$$\left. \begin{aligned} R_{ab} &= R_a + R_b + \frac{R_a R_b}{R_c}; \\ R_{bc} &= R_b + R_c + \frac{R_b R_c}{R_a}; \\ R_{ca} &= R_c + R_a + \frac{R_c R_a}{R_b}. \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

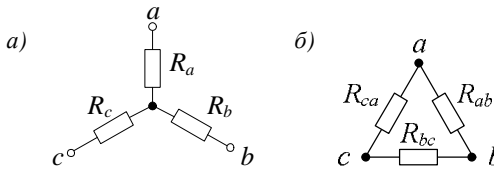


Рисунок 3.3 – Соединения «звездой» (а) и «треугольником» (б)

Обратное преобразование «треугольника» в «звезду» производят по формулам

$$R_a = \frac{R_{ca} R_{ab}}{\sum R}; \quad R_b = \frac{R_{ab} R_{bc}}{\sum R}; \quad R_c = \frac{R_{bc} R_{ca}}{\sum R}, \quad (3.10)$$

где $\sum R = R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}$.

Для определения значения входной проводимости $g_{\kappa\kappa}$ ветви κ экспериментальным путем достаточно измерить ток I_κ в этой ветви, который обусловлен действующей в этой ветви ЭДС E_κ , и применить формулу (3.3).

Расчет взаимной проводимости $g_{m\kappa}$ ветвей m и κ производится по формуле (3.5) путем измерения тока I_m ветви m , вызванного ЭДС E_κ ветви κ .

Перенесем источник ЭДС E_κ из ветви κ в ветвь m (см. рисунок 3.1, б) согласно с положительным направлением тока I_m , которое мы имеем в схеме (см. рисунок 3.1, а). В этом случае в ветви κ будет протекать ток I'_κ , равный току I_m .

Откуда

$$g_{m\kappa} = I'_\kappa / E_m = I_m / E_\kappa = g_{m\kappa}. \quad (3.11)$$

Таким образом, $g_{km} = g_{mk}$. Такое свойство линейной электрической цепи называется *принципом взаимности*. Он справедлив не только для токов, но и для напряжений. Им пользуются при расчете электрических цепей.

Оборудование и приборы

Набор резисторов на плате, источник напряжения, вольтметр, миллиамперметр (2 шт.).

Схема электрической цепи

В работе используется плата, на которой размещены резисторы с сопротивлениями R_1, R_2, \dots, R_6 . С помощью соединительных проводов собирается электрическая цепь заданной конфигурации. В одну из ветвей включается источник ЭДС. Один из вариантов схемы электрической цепи приведен на рисунке 3.4 ($k = 5, m = 4$). В ветви k и m включаются миллиамперметры. Отрицательный зажим вольтметра V соединяется с отрицательной клеммой источника, потенциал которой принимается равным нулю. Подключая другой зажим вольтметра к различным точкам схемы, можно измерить их потенциалы.

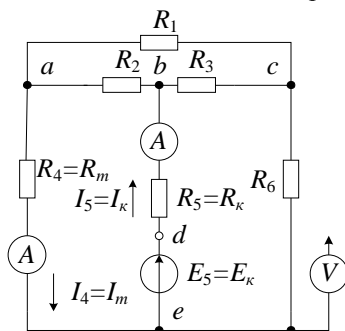


Рисунок 3.4 – Схема исследуемой электрической цепи

Порядок выполнения работы

1 Для заданных значений сопротивлений резисторов и схемы их соединения рассчитать входное R_{kk} и взаимное R_{mk} сопротивления, входную g_{kk} и взаимную g_{mk} проводимости, токи I_k и I_m в ветвях k и m соответственно, приняв ЭДС E_k , находящуюся в ветви k , равной 1 В. Расчет выполнить по законам Ома и Кирхгофа с использованием эквивалентных преобразований электрической цепи.

2 Собрать электрическую цепь заданной конфигурации, измерить с помощью вольтметра ЭДС E_k и по показаниям миллиамперметров определить токи I_k и I_m . По данным опыта вычислить значения g_{kk} , g_{mk} , R_{kk} и R_{mk} .

Данные пп. 1 и 2 внести в таблицу 3.1. Сравнить расчетные значения величин с полученными экспериментально.

3 Произвести экспериментальную проверку принципа взаимности. С этой целью источник ЭДС E_k перенести из ветви k в ветвь m и измерить ток I'_k в ветви k . Данные измерений пп. 2 и 3 внести в таблицу 3.2.

4 Для контура цепи, указанного преподавателем, построить потенциальную диаграмму, предварительно измерив с помощью вольтметра потенциалы соответствующих точек контура.

Таблица 3.1 – Результаты экспериментов и расчетов

$k = \dots$; $m = \dots$

Вид исследования	E_k	I_k	I_m	R_{kk}	R_{mk}	g_{kk}	g_{mk}
	В	А		Ом		См	
Расчет							
Эксперимент							

Таблица 3.2 – Результаты экспериментальной проверки принципа взаимности

Номер опыта	E_k	E_m	I_m	I'_k
	В		А	
1		0		
2	0			

Контрольные вопросы

1 Поясните, как выполняется эквивалентное преобразование «звезды» в «треугольник»?

2 Поясните, как выполняется эквивалентное преобразование «треугольника» в «звезду»?

3 Для каких электрических цепей справедлив принцип взаимности?

4 Как выглядит участок потенциальной диаграммы, соответствующий идеальному источнику ЭДС?

Лабораторная работа № 4

ИССЛЕДОВАНИЕ АКТИВНОГО ДВУХПОЛЮСНИКА

Цель работы: экспериментальная проверка теоремы об активном двухполюснике; применение метода эквивалентного генератора к определению токов в цепи.

Краткие сведения из теории

Часть электрической цепи произвольной конфигурации с двумя выделенными выводами (*полюсами*) называется *двухполюсником*. Двухполюсники, содержащие источники электрической энергии, называются *активными*, двухполюсники, не содержащие источников, – *пассивными*. Пассивный двухполюсник может быть представлен на электрической схеме резистивным элементом, сопротивление которого равно эквивалентному сопротивлению двухполюсника. При заданной схеме соединений элементов пассивного двухполюсника его эквивалентное сопротивление может быть найдено путем выполнения последовательных операций по «сворачиванию» схемы относительно полюсов двухполюсника. Активные двухполюсники обозначаются прямоугольниками с буквой А (рисунок 4.1, а), а пассивные – прямоугольниками без буквенного обозначения (рисунок 4.1, б).



Рисунок 4.1 – Условные обозначения активного (а) и пассивного (б) двухполюсников

Теорема об активном двухполюснике (эквивалентном генераторе) или теорема Гельмгольца-Тевенена формулируется следующим образом:

«Ток в какой-либо ветви $a b$ сложной электрической цепи не изменится, если активную электрическую цепь, к которой эта ветвь присоединена, заменить эквивалентным генератором с ЭДС E_T , равной напряжению U_{xx} на зажимах $a b$ разомкнутой ветви (режим холостого хода), и внутренним сопротивлением r_T , равным входному сопротивлению активной цепи».

В другом варианте теорема об активном двухполюснике (теорема Нортона) формулируется так:

«Ток в какой-либо ветви $a b$ сложной электрической цепи не изменится, если активную электрическую цепь, к которой эта ветвь присоединена, заменить источником тока J_T , равным току короткого замыкания ветви $a b$, и внутренним сопротивлением r_T , равным входному сопротивлению активной цепи».

Использование теоремы об активном двухполюснике (генераторе) позволяет достаточно легко находить ток в какой-либо одной ветви сложной

электрической цепи. Для этого электрическая цепь, к зажимам которой присоединена рассматриваемая ветвь, заменяется активным двухполюсником (рисунок 4.2, а), параметры которого определяются расчетным путем или экспериментально.

В соответствии с двумя вариантами теоремы активный двухполюсник может быть представлен двумя схемами замещения:

а) с источником ЭДС E_{Γ} (эквивалентным генератором напряжения ЭГН) – на рисунке 4.2, б;

б) с источником тока J_{Γ} (эквивалентным генератором тока ЭГТ) – на рисунке 4.2, в.

Искомый ток в ветви $a b$ для схем ЭГН и ЭГТ находится по следующим формулам:

$$I = \frac{E_{\Gamma}}{R + r_{\Gamma}} \quad \text{– формула Гельмгольца-Тевенена;} \quad (4.1)$$

$$I = \frac{r_{\Gamma}}{R + r_{\Gamma}} J_{\Gamma} \quad \text{– формула Норттона.} \quad (4.2)$$

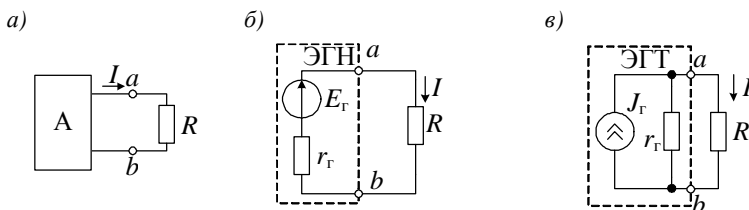


Рисунок 4.2 – Эквивалентные схемы замещения активного двухполюсника:

a – схема подключения нагрузки к активному двухполюснику;

б – эквивалентная схема замещения активного двухполюсника генератором напряжения;

в – эквивалентная схема замещения активного двухполюсника генератором тока

Оборудование и приборы

Набор резисторов на плате, проволочный реостат, источник постоянного напряжения, вольтметр и миллиамперметр магнитоэлектрической системы.

Схемы электрических цепей

Для проведения исследований используется резистивная цепь заданной конфигурации с источником постоянного напряжения, включенным в одну из ветвей. Вариант цепи приведен на рисунке 4.3, *a*. Внутреннее сопротивление источника мало по сравнению с сопротивлениями ветвей, поэтому источник можно считать идеальным ($r_0 = 0$) с ЭДС E , равной напряжению источника. Предположим, что требуется найти ток I_1 в ветви с сопротивлением R_1 . В этом случае можно считать, что эта ветвь подключена к зажимам a и b активного двухполюсника (выделен пунктиром на рисунке 4.3, *a*). Если для расчета тока I_1 применяется метод ЭГН, то ветвь с R_1 отсоединяется и определяется напряжение U_{xx} на разомкнутых зажимах a и b путем расчета схемы (рисунок 4.3, *б*) или непосредственным измерением его с помощью вольтметра.

В случае применения метода ЭГТ зажимы a и b перемыкаются накоротко (рисунок 4.3, *в*), и расчетным или экспериментальным путем определяется ток короткого замыкания $I_{кз}$.

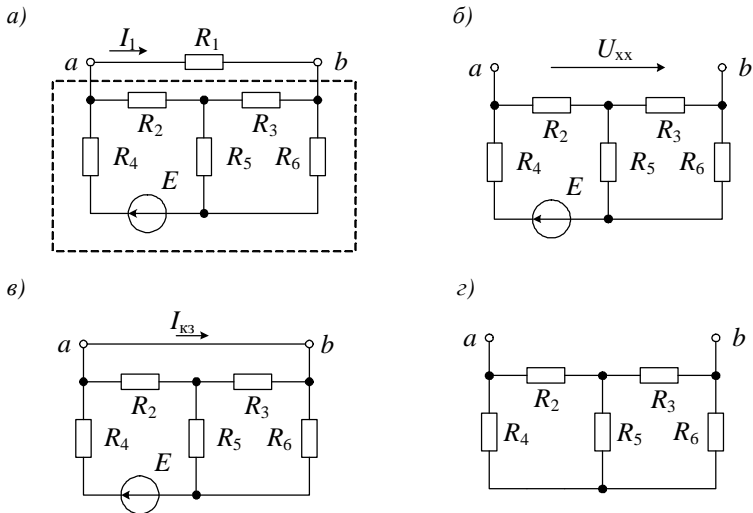


Рисунок 4.3 – Определение параметров эквивалентного генератора:

a – схема исследуемой цепи;

б – схема для определения напряжения холостого хода эквивалентного генератора;

в – схема для определения тока короткого замыкания эквивалентного генератора;

г – схема для определения внутреннего сопротивления эквивалентного генератора

Таким образом определяются параметры эквивалентного генератора $E_{\Gamma} = U_{xx}$ и $J_{\Gamma} = I_{кз}$.

Внутреннее сопротивление r_{Γ} эквивалентного генератора определяется либо расчетным путем, либо экспериментально с помощью амперметра и вольтметра. Источник ЭДС в этом случае заменяется короткозамкнутым участком.

Исследование режимов работы активного двухполюсника выполняется по схеме (рисунок 4.4). В качестве нагрузки $R_{\text{н}}$ используется проволочный реостат или магазин сопротивлений.

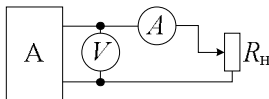


Рисунок 4.4 – Схема цепи для исследования активного двухполюсника

Порядок выполнения работы

1 В исследуемой цепи с заданными параметрами рассчитать ток I в одной из ветвей (по указанию преподавателя):

- а) методом эквивалентного генератора напряжения;
- б) методом эквивалентного генератора тока.

2 Собрать электрическую цепь и измерить с помощью миллиамперметра ток в указанной ветви.

3 Отсоединить ветвь от схемы и измерить напряжение U_{xx} между клеммами a и b , к которым эта ветвь была подключена.

4 Измерить с помощью миллиамперметра ток $I_{кз}$, подключив его непосредственно к клеммам a и b .

5 Измерить методом амперметра и вольтметра сопротивление цепи относительно зажимов a и b , предварительно заменив источник ЭДС короткозамкнутым участком.

Результаты пп. 1–5 внести в таблицу 4.1.

Т а б л и ц а 4.1 – Результаты экспериментов и расчетов

Метод	Данные расчета				Данные эксперимента			
	$E_{\Gamma} = U_{xx}$	$J_{\Gamma} = I_{кз}$	r_{Γ}	I	U_{xx}	$I_{кз}$	r_{Γ}	I
	В	А	Ом	А	В	А	Ом	А
ЭГН								
ЭГТ								

6 Подключить к зажимам a и b исследуемой цепи нагрузку, сопротивление $R_{\text{н}}$ которой можно плавно менять, и снять внешнюю характеристику $U(I)$ активного двухполюсника. Значения тока в нагрузке изменять от $I = 0$ (ре-

жим холостого хода) до максимального значения $I = I_{\text{кз}}$ (режим короткого замыкания) для 8 – 10 промежуточных опытов. Для каждого из опытов определить значение сопротивления нагрузки $R_{\text{н}}$ и выделяемой в ней мощности $P_{\text{н}} = UI$. Результаты измерений и расчетов внести в таблицу 4.2.

Т а б л и ц а 4.2 – Результаты экспериментов и расчетов

Номер опыта	U	I	$R_{\text{н}} = U/I$	$P_{\text{н}} = UI$	$R_{\text{н}}/r_{\text{Г}}$
	В	А	Ом	Вт	—
1 (х.х)					
2					
...					
10 (к.з.)					

7 Построить графики: внешней характеристики $U(I)$ активного двухполюсника; зависимости $P_{\text{н}} = f(R_{\text{н}}/r_{\text{Г}})$.

8 По внешней характеристике эквивалентного генератора и заданному сопротивлению нагрузки графически определить ток в нагрузке.

Контрольные вопросы

- 1 Какой двухполюсник называется активным?
- 2 Как изменилась бы формула (4.1) при введении в ветвь с искомым током идеального источника ЭДС?
- 3 Как опытным путем определить ЭДС $E_{\text{Г}}$ в формуле (4.1)?
- 4 Как опытным путем определить ток $J_{\text{Г}}$ в формуле (4.2)?
- 5 В чем заключается определение сопротивления участка цепи методом амперметра и вольтметра?
- 6 При каком сопротивлении нагрузки, подключенной к активному двухполюснику, в ней будет выделяться максимальная мощность?

Лабораторная работа № 5

ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА, СОДЕРЖАЩЕЙ КАТУШКУ ИНДУКТИВНОСТИ И РЕЗИСТОР

Цель работы: экспериментальное определение параметров катушки индуктивности; проверка законов Ома и Кирхгофа; приобретение навыков анализа цепей переменного тока и построения векторных диаграмм.

Краткие сведения из теории

Если через резистор сопротивлением r проходит синусоидальный ток $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ (рисунок 5.1, а), то в соответствии с законом Ома для мгновенных значений напряжение на резисторе

$$u = r i = r I_m \sin(\omega t + \psi_i) = U_m \sin(\omega t + \psi_i) \quad (5.1)$$

совпадает по фазе с током (рисунок 5.1, б).

Комплексные амплитуды \underline{I}_m и \underline{U}_m и соответственно комплексы действующих значений \underline{I} и \underline{U} гармонических колебаний тока и напряжения в резистивном сопротивлении связаны законом Ома:

$$\underline{U}_m = r \underline{I}_m; \underline{U} = r \underline{I}, \quad (5.2)$$

где $U = U_m / \sqrt{2}$ и $I = I_m / \sqrt{2}$.

Векторная диаграмма напряжения \underline{U} и тока \underline{I} приведена на рисунке 5.1, в.

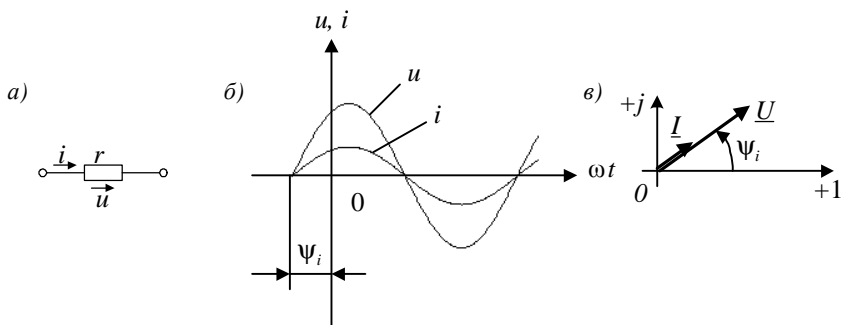


Рисунок 5.1 – Синусоидальный ток в резисторе:
а – схема замещения; б – волновая диаграмма; в – векторная диаграмма

Мгновенная мощность, потребляемая резистором,

$$p = ui = U_m I_m \sin^2(\omega t + \psi_i), \quad (5.3)$$

а ее среднее за период значение

$$P = UI = U^2 / r = I^2 r, \quad (5.4)$$

при этом всегда $P > 0$.

При прохождении тока $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ через идеальную катушку индуктивности L (рисунок 5.2, а) напряжение на ее зажимах

$$u = L \frac{di}{dt} = \omega L I_m \cos(\omega t + \psi_i) = U_m \sin(\omega t + \psi_i + \varphi) = U_m \sin(\omega t + \psi_u), \quad (5.5)$$

где $U_m = \omega L I_m$ – амплитуда напряжения на зажимах катушки индуктивности; $\varphi = \psi_u - \psi_i = \pi/2$ – разность начальных фаз напряжения и тока катушки.

Следовательно, напряжение на катушке L опережает по фазе ток на угол $\pi/2$ (рисунок 5.2, б).

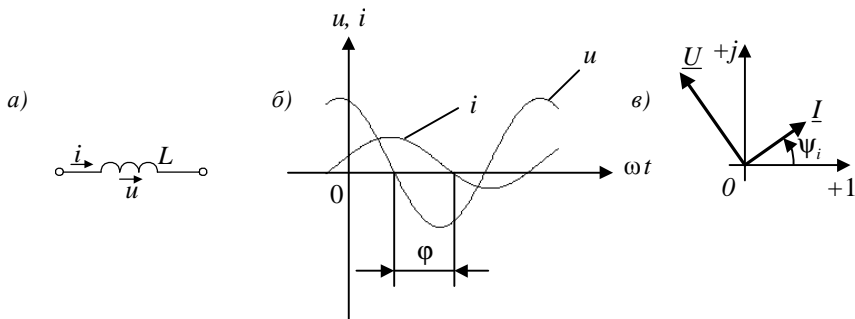


Рисунок 5.2 – Синусоидальный ток в идеальной катушке индуктивности:
а – схема замещения; б – волновая диаграмма; в – векторная диаграмма

Уравнению (5.5) соответствует выражение в комплексной форме для действующих значений напряжения и тока

$$\underline{U} = j\omega L \underline{I}, \quad (5.6)$$

где $\underline{U} = U e^{j\psi_u}$ и $\underline{I} = I e^{j\psi_i}$.

Величина $x_L = \omega L$, имеющая размерность сопротивления, называется *индуктивным сопротивлением*. Обратная величина $b_L = 1/x_L$ называется *индуктивной проводимостью*.

Реальная катушка имеет активное сопротивление и при низких частотах может быть представлена последовательной схемой замещения (рисунок 5.3, а): индуктивностью L_k и сопротивлением r_k .

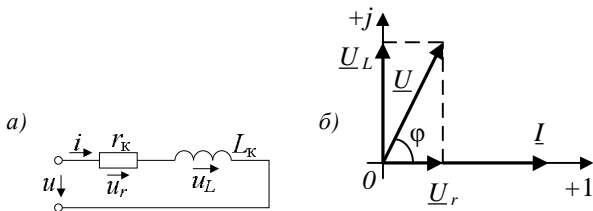


Рисунок 5.3 – Синусоидальный ток в реальной катушке индуктивности:
a – схема замещения; *б* – векторная диаграмма

При прохождении по катушке синусоидального тока $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ напряжение на ее зажимах в соответствии со вторым законом Кирхгофа

$$\begin{aligned}
 u &= u_r + u_L = r_k i + L_k \frac{di}{dt} = r_k I_m \sin(\omega t + \psi_i) + \omega L_k I_m \cos(\omega t + \psi_i) = \\
 &= U_m \sin(\omega t + \psi_i + \varphi).
 \end{aligned}
 \tag{5.7}$$

Напряжение u опережает по фазе ток i на угол φ .

Для комплексных действующих значений \underline{U} и \underline{I} уравнение (5.7) можно записать в следующей форме:

$$\underline{U} = \underline{U}_r + \underline{U}_L = r_k \underline{I} + j \omega L_k \underline{I} = (r_k + j x_k) \underline{I} = \underline{Z}_k \underline{I},
 \tag{5.8}$$

где $\underline{Z}_k = r_k + j x_k = Z e^{j\varphi}$ – комплексное сопротивление катушки, модуль которого $Z_k = \sqrt{r_k^2 + x_k^2}$, а аргумент $\varphi = \arctg(x_k/r_k)$.

Z_k называют *полным сопротивлением*.

Треугольник, образованный векторами $\underline{U}_r, \underline{U}_L$ и \underline{U} , называется *треугольником напряжений*. Векторная диаграмма схемы замещения катушки при нулевой начальной фазе тока ($\psi_i = 0$) представлена на рисунке 5.3, б.

Величина, обратная комплексному сопротивлению \underline{Z}_k , называется *комплексной проводимостью* катушки:

$$\underline{Y}_k = \frac{1}{\underline{Z}_k} = Y e^{-j\varphi} = \frac{1}{r_k + j x_k} = \frac{r_k}{r_k^2 + x_k^2} - j \frac{x_k}{r_k^2 + x_k^2} = g_k - j b_k,
 \tag{5.9}$$

где $g_k = \frac{r_k}{r_k^2 + x_k^2}$ – активная проводимость катушки;

$b_k = \frac{x_k}{r_k^2 + x_k^2}$ – реактивная проводимость катушки.

Векторная интерпретация комплексного сопротивления \underline{Z}_k и комплексной проводимости \underline{Y}_k представляет собой *треугольник сопротивлений* (рисунок 5.4, а) и *треугольник проводимостей* (рисунок 5.4, б).

Пусть катушка подключена к источнику с напряжением $u = U_m \sin \omega t$, что соответствует комплексному напряжению $\underline{U} = U$. Комплекс действующего значения тока в катушке

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_k} = U \underline{Y}_k = U g_k - j U b_k = I_a - j I_p, \quad (5.10)$$

где $I_a = U g_k$ – активная составляющая тока \underline{I} ;

$I_p = U b_k$ – реактивная составляющая тока \underline{I} .

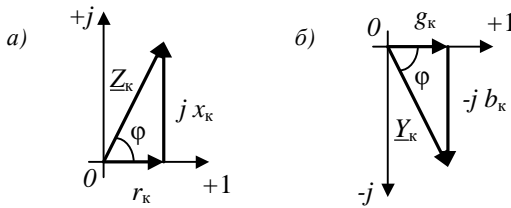


Рисунок 5.4 – Треугольник сопротивлений (а) и треугольник проводимостей (б)

Выражению (5.10) соответствует параллельная схема замещения катушки (рисунок 5.5, а), для которой на рисунке 5.5, б построена векторная диаграмма напряжения и токов.

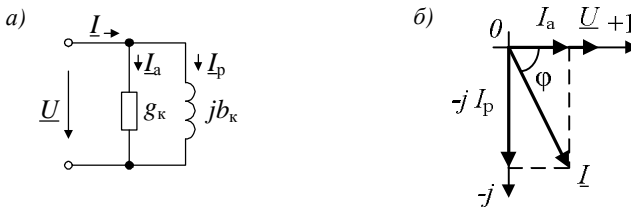


Рисунок 5.5 – Параллельная схема замещения катушки индуктивности (а) и векторная диаграмма (б)

Векторы токов I , I_a и I_p образуют *треугольник токов*.

Произведение мгновенных значений приложенного к цепи напряжения $u(t)$ и входного тока $i(t)$ называется *мгновенной* мощностью:

$$p(t) = u(t)i(t). \quad (5.11)$$

Среднее значение мгновенной мощности за период называется *активной* мощностью и измеряется в ваттах (Вт):

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t) dt = UI \cos \varphi. \quad (5.12)$$

Величина, равная произведению действующих значений тока I и напряжения U , называется *полной* мощностью цепи и измеряется в вольт-амперах (В·А):

$$S = UI. \quad (5.13)$$

При расчетах электрических цепей находит применение так называемая *реактивная* мощность

$$Q = UI \sin \varphi. \quad (5.14)$$

Единицей измерения реактивной мощности является вольт-ампер реактивный (вар).

Активная, реактивная и полная мощности связаны между собой соотношениями прямоугольного треугольника (треугольника мощностей):

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}; \quad (5.15)$$

$$P = S \cos \varphi; \quad (5.16)$$

$$Q = S \sin \varphi. \quad (5.17)$$

Произведение комплексного напряжения \underline{U} и комплекса тока \underline{I}^* , сопряженного с комплексным током \underline{I} , называют *комплексной* мощностью:

$$\underline{S} = \underline{U}\underline{I}^* = UIe^{j\varphi} = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = P + jQ. \quad (5.18)$$

Оборудование и приборы

Катушка, реостат, амперметры, вольтметры, ваттметр, ЛАТР.

Схемы электрических цепей

В работе исследуется катушка с индуктивностью L_K и сопротивлением r_K . При исследовании цепи с последовательным соединением катушки и резистора, а также для определения параметров L_K и r_K катушки используется схема на рисунке 5.6, а. Параллельное соединение катушки и резистора исследуется по схеме рисунка 5.6, б.

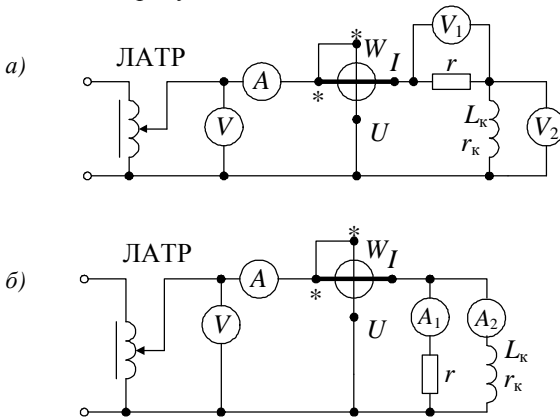


Рисунок 5.6 – Схемы исследуемых электрических цепей:

а – с последовательным соединением;

б – с параллельным соединением катушки и резистора

Электрические цепи подключаются к источнику синусоидального напряжения через лабораторный автотрансформатор (ЛАТР) со встроенным вольтметром V . Частота переменного тока $f = 50$ Гц.

Порядок выполнения работы

1 Для определения параметров L_K и r_K катушки собрать электрическую цепь (рисунок 5.6, а), исключив из нее резистор r . Установить с помощью ЛАТРа ток $I = 1$ А и измерить активную мощность цепи и напряжение на катушке. Вычислить значения Z_K , r_K , x_K , L_K , $\cos \phi_K$, S , Q , ϕ_K , а также параметры g_K и b_K параллельной схемы замещения катушки.

Расчетные формулы:

$$P = I^2 r_k; Z_k = U/I = \sqrt{r_k^2 + x_k^2}; x_k = \omega L_k = 2\pi f L_k;$$

$$S = UI; \cos \varphi_k = P/S; Q = UI \sin \varphi; \quad (5.19)$$

$$g_k = \frac{r_k}{r_k^2 + x_k^2}; b_k = \frac{x_k}{r_k^2 + x_k^2}.$$

Данные измерений и расчетов внести в таблицу 5.1.

Построить в масштабе векторные диаграммы токов и напряжений для последовательной и параллельной схем замещения катушки, а также треугольники сопротивлений, проводимостей и мощностей.

Т а б л и ц а 5.1 – Экспериментальные и расчетные данные для определения параметров схемы замещения катушки

Измерено			Расчитано									
I	U	P	Z_k	r_k	x_k	L_k	$\cos \varphi_k$	φ_k	S	Q	g_k	b_k
А	В	Вт	Ом			Гн	–	град	В·А	вар	См	См

2 Для заданных значений сопротивления r резистора и входного напряжения U рассчитать показания приборов при последовательном (см. рисунок 5.6, а) и параллельном (см. рисунок 5.6, б) соединениях катушки и резистора.

3 Произвести экспериментальную проверку произведенных в п. 2 расчетов, для чего собрать электрическую цепь по схеме рисунка 5.6, а, установить на входе напряжение, заданное в п. 2, и снять показания измерительных приборов. Данные расчета п.2 и измерений занести в таблицу 5.2 (для последовательного соединения элементов) и таблицу 5.3 (для параллельного соединения).

Т а б л и ц а 5.2 – Экспериментальные и расчетные данные для последовательного соединения резистора и катушки индуктивности

Расчет					Эксперимент				
U	U_1	U_2	I	P	U	U_1	U_2	I	P
В			А	Вт	В			А	Вт

Т а б л и ц а 5.3 – Экспериментальные и расчетные данные для параллельного соединения резистора и катушки индуктивности

Расчет					Эксперимент				
U	I	I_1	I_2	P	U	I	I_1	I_2	P
В	А			Вт	В	А			Вт

4 Построить в масштабе векторные диаграммы токов и напряжений для схем с последовательным и параллельным соединением катушки и резистора.

Контрольные вопросы

1 Как произвести расчет параметров последовательной схемы замещения катушки, если известны параметры параллельной схемы?

2 Пояснить, как изменится активная мощность, потребляемая в цепи, состоящей из включенных последовательно катушки и резистора, при увеличении частоты питающего синусоидального напряжения.

3 Пояснить, как изменится реактивная мощность, потребляемая цепью, состоящей из включенных последовательно катушки и резистора и подключенной к источнику синусоидального напряжения, при уменьшении сопротивления резистора.

4 Пояснить, является ли монотонной зависимость реактивной мощности, потребляемой в цепи, состоящей из включенных последовательно катушки и резистора, от частоты синусоидального питающего напряжения.

5 Пояснить, как изменится коэффициент мощности цепи, состоящей из включенных последовательно катушки и резистора, при уменьшении частоты питающего синусоидального напряжения.

6 Пояснить характер зависимости показаний вольтметра V_2 (см. рисунок 5.6, *a*) от частоты питающего напряжения.

Лабораторная работа № 6

ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА, СОДЕРЖАЩЕЙ РЕЗИСТОР И КОНДЕНСАТОР

Цель работы: экспериментальная проверка законов Ома и Кирхгофа для цепи, содержащей элементы r и C ; построение векторных диаграмм.

Краткие сведения из теории

Если конденсатор емкостью C подключить к источнику синусоидального напряжения $u(t) = U_m \sin \omega t$ (рисунок 6.1, *a*), то в цепи будет протекать ток

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t = I_m \sin(\omega t + \pi/2). \quad (6.1)$$

Из полученного выражения следует, что ток i опережает по фазе приложенное к конденсатору напряжение u на угол $\pi/2$ (рисунок 6.1, *b*).

Величина $x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$, имеющая размерность сопротивления, называется *емкостным сопротивлением*. Обратная ей величина $b_C = 1/x_C = \omega C$ называется *емкостной проводимостью*.

Амплитуды тока и напряжения, а также их действующие значения, связаны соотношениями закона Ома в комплексной форме:

$$\underline{I}_m = \frac{U_m}{-j x_C}; \quad \underline{I} = \frac{U}{-j x_C}. \quad (6.2)$$

Векторная диаграмма действующих значений напряжения \underline{U} и тока \underline{I} приведена на рисунке 6.1, в.

При прохождении синусоидального тока $i = I_m \sin \omega t$ по цепи с последовательно соединенными резистором r и конденсатором C (рисунок 6.2, а) на зажимах цепи будет напряжение $u = u_r + u_C$ или в комплексной форме для действующих значений напряжений

$$\underline{U} = \underline{U}_r + \underline{U}_C, \quad (6.3)$$

где $\underline{U}_r = r \underline{I}$, $\underline{U}_C = -j x_C \underline{I}$.

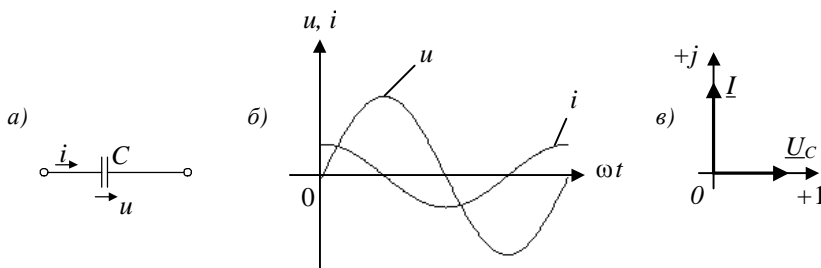


Рисунок 6.1 – Синусоидальный ток в конденсаторе:
а – условное обозначение; б – волновая диаграмма; в – векторная диаграмма

Соответствующая соотношению (6.3) векторная диаграмма изображена на рисунке 6.2, б. Из нее следует, что ток i в последовательной r, C -цепи опережает по фазе приложенное напряжение u на угол φ :

$$\underline{U} = (r - j x_C) \underline{I} = \underline{Z} \underline{I}, \quad (6.4)$$

где $\underline{Z} = r - j x_C = Z e^{-j\varphi}$ – комплексное сопротивление цепи;

$Z = \sqrt{r^2 + x_C^2}$ – полное сопротивление цепи;
 $\varphi = \arctg(-x_C/r)$, $\varphi < 0$.

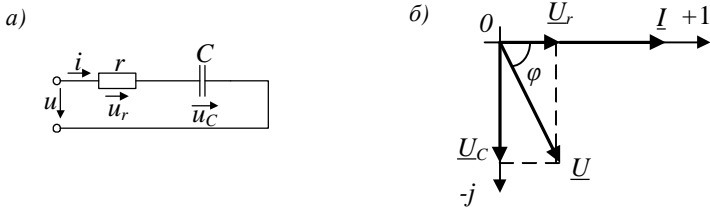


Рисунок 6.2 – Последовательное соединение резистора и конденсатора:
 а – последовательная r, C - цепь; б – векторная диаграмма

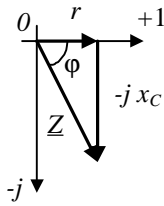
Комплексная проводимость цепи

$$\underline{Y} = 1/\underline{Z} = Y e^{j\varphi} = \frac{1}{r - jx_C} = \frac{r}{r^2 + x_C^2} + j \frac{x_C}{r^2 + x_C^2} = g + jb, \quad (6.5)$$

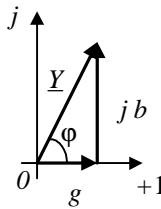
где g – активная проводимость r, C -цепи;

b – реактивная проводимость r, C -цепи.

Комплексному сопротивлению $\underline{Z} = r - jx_C$ и комплексной проводимости $\underline{Y} = g + jb$ соответствуют треугольники сопротивлений (рисунок 6.3, а) и проводимостей (рисунок 6.3, б).



б)



в)

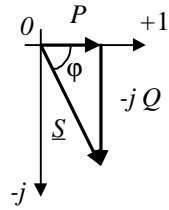


Рисунок 6.3 – Треугольник сопротивлений (а), треугольник проводимостей (б) и треугольник мощностей (в)

Полная мощность r, C -цепи

$$\underline{S} = I^2 \underline{Z} = I^2 r - j I^2 x_C = P - jQ = \underline{U} \underline{I}^*. \quad (6.6)$$

Соотношению $\underline{S} = P - jQ$ соответствует треугольник мощностей (рисунок 6.3, в).

Активная мощность

$$P = S \cos \varphi = UI \cos \varphi. \quad (6.7)$$

Реактивная мощность

$$Q = S \sin \varphi = UI \sin \varphi. \quad (6.8)$$

Если элементы r и C соединены параллельно (рисунок 6.4, *a*) и подключены к источнику синусоидального напряжения $u = U_m \sin \omega t$, то ток в неразветвленной части цепи определяется по первому закону Кирхгофа в комплексной форме:

$$\underline{I} = \underline{I}_r + \underline{I}_C = \frac{\underline{U}}{r} + \frac{\underline{U}}{-j x_C} = \underline{U} (g + j b_C) = \underline{U} \underline{Y}. \quad (6.9)$$

Векторная диаграмма токов и напряжения для этого случая приведена на рисунке 6.4, *б*.

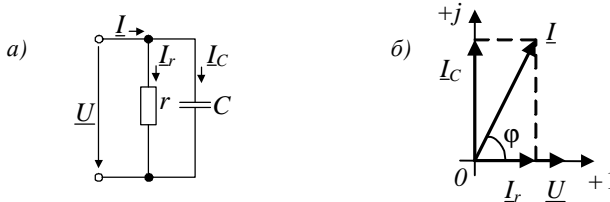


Рисунок 6.4 – Параллельное соединение резистора и конденсатора:
a – схема замещения; *б* – векторная диаграмма

Оборудование и приборы

Конденсатор, резисторы (реостаты), амперметры, вольтметры, ваттметр, ЛАТР.

Схемы электрических цепей

В работе исследуется электрическая цепь с последовательным соединением конденсатора C и резистора r (рисунок 6.5, *a*), а также цепь с параллельными ветвями r_1 и r_2 - C (рисунок 6.5, *б*).

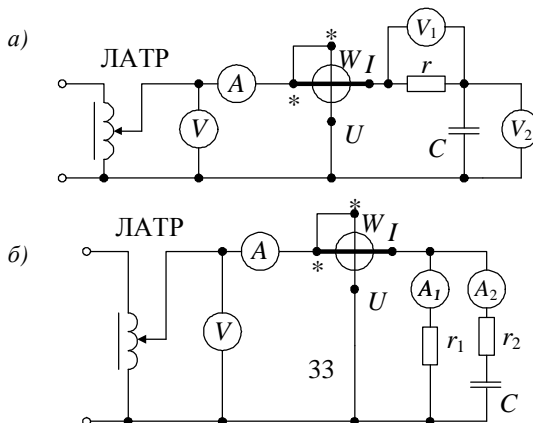


Рисунок 6.5 – Схемы исследуемых электрических цепей:
a – с последовательным соединением резистора и конденсатора;
b – с параллельным соединением резистивной и резистивно-емкостной ветвей

Питание цепей осуществляется от сети синусоидального напряжения частотой 50 Гц через ЛАТР.

Порядок выполнения работы

1 Для заданных значений входного напряжения U , сопротивления r резисторов и емкости C конденсатора рассчитать показания измерительных приборов в схеме с последовательно соединенными r и C (см. рисунок 6.5, *a*). Данные расчета внести в таблицу 6.1.

Таблица 6.1 – Экспериментальные и расчетные данные для схемы с последовательным соединением

Задано			Расчет				Эксперимент			
U	r	C	I	P	U_1	U_2	I	P	U_1	U_2
В	Ом	мкФ	А	Вт	В		А	Вт	В	

Найти значения S , Q , x_C , Z , Y , g и b и внести их в таблицу 6.2.

Таблица 6.2 – Расчетные данные для схемы с последовательным соединением

S	Q	x_C	Z	Y	g	b
В·А	вар	Ом		См		

Построить векторную диаграмму тока и напряжений, а также треугольники сопротивлений, проводимостей и мощностей.

Расчетные формулы:

$$\begin{aligned}
 x_C &= 1/2\pi f C; & Z &= \sqrt{R^2 + x_C^2}; & S &= UI; \\
 P &= I^2 r = UI \cos \varphi; & Q &= I^2 x_C = UI \sin \varphi; & & (6.10) \\
 \varphi &= \arctg(-x_C/r); & g &= r/(r^2 + x_C^2); & b &= x_C/(r^2 + x_C^2).
 \end{aligned}$$

2 Собрать электрическую цепь (см. рисунок 6.5, а), установить с помощью ЛАТРа заданное в п.1 напряжение U цепи, снять показания приборов и внести их в таблицу 6.1.

3 Для заданных значений входного напряжения U , сопротивлений r_1, r_2 резисторов и емкости C конденсатора рассчитать показания измерительных приборов в схеме с параллельным соединением ветвей r_1, r_2-C (см. рисунок 6.5, б).

4 Собрать электрическую цепь (см. рисунок 6.5, б), установить с помощью ЛАТРа заданное в п. 3 напряжение цепи и снять показания приборов. Расчетные (п. 3) и экспериментальные (п. 4) данные внести в таблицу 6.3.

Т а б л и ц а 6.3 – Экспериментальные и расчетные данные для схемы с параллельным соединением

Задано				Расчет				Эксперимент			
U	r_1	r_2	C	I	I_1	I_2	P	I	I_1	I_2	P
В	Ом		мкФ	А			Вт	А			Вт

5 Построить в масштабе векторную диаграмму токов и напряжений для параллельной схемы (рисунок 6.5, б).

Контрольные вопросы

1 Пояснить, как изменится активная мощность, потребляемая в цепи, состоящей из включенных последовательно резистора и конденсатора, при уменьшении частоты питающего синусоидального напряжения.

2 Пояснить, как изменится коэффициент мощности цепи, состоящей из включенных последовательно резистора и конденсатора, при уменьшении емкости конденсатора.

3 Пояснить, является ли монотонной зависимость реактивной мощности, потребляемой в цепи, состоящей из включенных последовательно резистора и конденсатора, от емкости конденсатора.

4 Пояснить, как зависит реактивная мощность, потребляемая в цепи, состоящей из включенных параллельно резистора и конденсатора, от частоты питающего синусоидального напряжения.

5 Как определить показания вольтметра V (см. рисунок 6.5, а), зная показания вольтметров V_1 и V_2 ?

ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПИ С ИНДУКТИВНО СВЯЗАННЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Цель работы: исследование цепи при последовательном и параллельном соединениях индуктивно связанных катушек, построение топографических и векторных диаграмм.

Краткие сведения из теории

Рассмотрим две индуктивные катушки, расположенные на достаточно близком расстоянии друг от друга (рисунок 7.1). Пусть по первой катушке, имеющей w_1 витков, протекает ток i_1 , а по второй с числом витков w_2 – ток i_2 . Если изменение тока в одной из катушек приводит к появлению ЭДС в другой, то говорят, что эти две катушки индуктивно связаны, а возникающую при этом ЭДС называют ЭДС *взаимной индукции*.

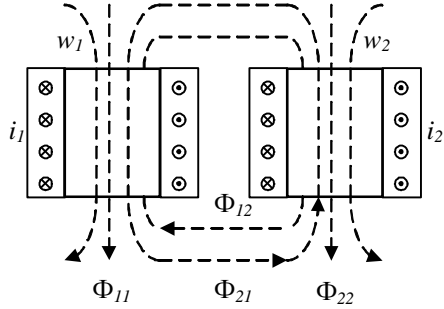


Рисунок 7.1 – Схема магнитного взаимодействия двух катушек

Обозначим Φ_{11} и Φ_{22} магнитные потоки *самоиндукции*, положительные направления которых связаны с направлениями токов i_1 и i_2 в соответствующих катушках правилом правого винта. Часть магнитного потока, созданного первой катушкой, охватывает вторую катушку (Φ_{21}), а часть магнитного потока, созданного второй катушкой, сцепляется с витками первой катушки (Φ_{12}). Магнитные потоки Φ_{12} и Φ_{21} называются потоками *взаимоиндукции*.

По определению собственные (L_1 и L_2) и взаимные (M_{12} и M_{21}) индуктивности выражаются из соотношений:

$$L_1 = \frac{w_1 \Phi_{11}}{i_1} = \frac{\Psi_{11}}{i_1}; L_2 = \frac{w_2 \Phi_{22}}{i_2} = \frac{\Psi_{22}}{i_2}; \quad (7.1)$$

$$M_{12} = \frac{w_1 \Phi_{12}}{i_2} = \frac{\Psi_{12}}{i_2}; M_{21} = \frac{w_2 \Phi_{21}}{i_1} = \frac{\Psi_{21}}{i_1},$$

где Ψ_{11} и Ψ_{22} – собственные потокосцепления;

Ψ_{12} и Ψ_{21} – взаимные потокосцепления.

Для линейной цепи $M_{12} = M_{21} = M$.

Единицей измерения взаимной индуктивности M , как и собственной индуктивности L , является *генри* (Гн).

Степень индуктивной связи двух катушек характеризуется коэффициентом связи k , который находят из соотношения

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}. \quad (7.2)$$

При изменении тока только в первой катушке во второй наводится ЭДС

$$e_{21} = -w_2 \frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M \frac{di_1}{dt}. \quad (7.3)$$

Точно так же при изменении тока только во второй катушке в первой наводится ЭДС

$$e_{12} = -w_1 \frac{d\Phi_{12}}{dt} = -M \frac{di_2}{dt}. \quad (7.4)$$

В том случае, когда по обеим катушкам протекают токи i_1 и i_2 , полное потокоцепление каждой катушки представляет собой алгебраическую сумму потокоцеплений, обусловленных собственной и взаимной индуктивностями:

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \Psi_{11} \pm \Psi_{12} = L_1 i_1 \pm M i_2, \\ \Psi_2 &= \Psi_{22} \pm \Psi_{21} = L_2 i_2 \pm M i_1. \end{aligned} \quad (7.5)$$

Знак «плюс» соответствует согласному включению катушек, а знак «минус» – встречному включению.

Если катушки обладают активными сопротивлениями (r_1 и r_2), то мгновенные напряжения на их зажимах находят следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt} = u_{1r} + u_{1L} \pm u_{1M}; \\ u_2 &= r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt} = u_{2r} + u_{2L} \pm u_{2M}. \end{aligned} \right\} \quad (7.6)$$

Комплексная форма этих уравнений

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_1 &= (r_1 + j\omega L_1) \underline{I}_1 \pm j\omega M \underline{I}_2 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 \pm \underline{Z}_M \underline{I}_2; \\ \underline{U}_2 &= (r_2 + j\omega L_2) \underline{I}_2 \pm j\omega M \underline{I}_1 = \underline{Z}_2 \underline{I}_2 \pm \underline{Z}_M \underline{I}_1, \end{aligned} \right\} \quad (7.7)$$

где $\underline{Z}_1 = r_1 + j\omega L_1 = r_1 + jx_1$ – комплексное сопротивление первой катушки;

$\underline{Z}_2 = r_2 + j\omega L_2 = r_2 + jx_2$ – комплексное сопротивление второй катушки;

$\underline{Z}_M = j\omega M = jx_M$ – сопротивление индуктивной связи.

Зажимы двух индуктивно связанных катушек называют *одноименными*, если при одинаковом направлении токов относительно этих зажимов потоки самоиндукции и взаимоиндукции суммируются. На электрических схемах одноименные зажимы обозначаются точками (\cdot), звездочками ($*$) или другим образом.

Последовательное соединение катушек. Как отмечалось выше, возможны два вида включения катушек – согласное (рисунок 7.2, а) и встречное (рисунок 7.2, б).

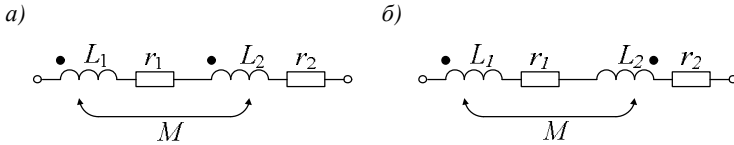


Рисунок 7.2 – Схемы последовательного соединения индуктивно связанных катушек:
а – согласное включение; б – встречное включение

В зависимости от способа включения эквивалентное сопротивление последовательно соединенных катушек

$$\underline{Z}_{\text{согл}} = (r_1 + r_2) + j\omega(L_1 + L_2) + j2\omega M = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + 2\underline{Z}_M, \quad (7.8)$$

$$\underline{Z}_{\text{встр}} = (r_1 + r_2) + j\omega(L_1 + L_2) - j2\omega M = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 - 2\underline{Z}_M.$$

Из этих соотношений видно, что $|\underline{Z}_{\text{согл}}| > |\underline{Z}_{\text{встр}}|$, $|\underline{Z}_{\text{согл}} - \underline{Z}_{\text{встр}}| = 4Z_M = 4x_M = 4\omega M$.

Этим обстоятельством можно воспользоваться для определения опытным путем одноименных зажимов индуктивно связанных катушек и численного значения M :

$$M = \frac{|\underline{Z}_{\text{согл}} - \underline{Z}_{\text{встр}}|}{4\omega} = \frac{L_{\text{согл}} - L_{\text{встр}}}{4}, \quad (7.9)$$

где $L_{\text{согл}} = L_1 + L_2 + 2M$ – эквивалентная индуктивность при согласном включении катушек;

$L_{\text{встр}} = L_1 + L_2 - 2M$ – эквивалентная индуктивность при встречном включении катушек.

Параллельное соединение катушек. При согласном включении катушек (рисунок 7.3, а) эквивалентное комплексное соединение цепи

$$\underline{Z}_{\text{согл}} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 - 2\underline{Z}_M}. \quad (7.10)$$

Если катушки включены встречно (рисунок 7.3, б), то эквивалентное сопротивление параллельных ветвей

$$\underline{Z}_{\text{встр}} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + 2\underline{Z}_M}. \quad (7.11)$$

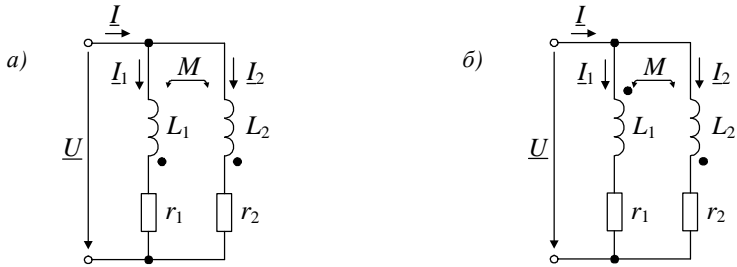


Рисунок 7.3 – Схемы параллельного соединения индуктивно связанных катушек:
a – согласное включение; *б* – встречное включение

Оборудование и приборы

Индуктивные катушки на общем каркасе, ваттметр, амперметры, ЛАТР.

Схема электрической цепи

Исследования, предусмотренные в данной лабораторной работе, проводятся с использованием электрической схемы (рисунок 7.4), в которой по мере выполнения отдельных этапов меняется ее правая часть (относительно точек *a* и *b*).

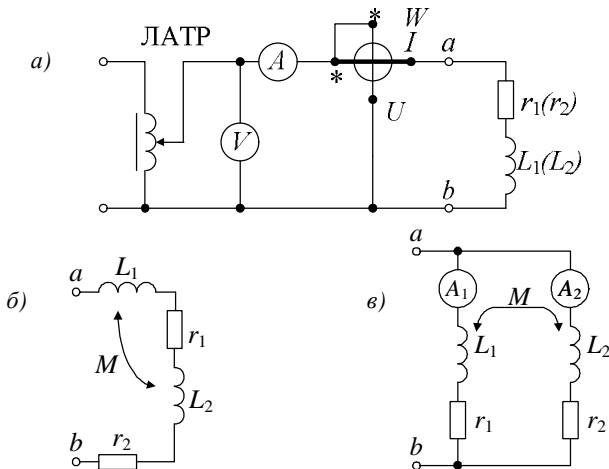


Рисунок 7.4 – Схемы исследуемых электрических цепей:
a – схема для измерения параметров катушки;
б – схема последовательного соединения катушек;
в – схема параллельного соединения катушек

Порядок выполнения работы

1 Собрать цепь (см. рисунок 7.4, а), подключая к зажимам *a* и *b* поочередно катушки, и определить их параметры (r_1, L_1, r_2, L_2) по показаниям измерительных приборов. Все измерения удобно проводить при токе $I = 1$ А. Результаты измерений и расчета внести в таблицу 7.1.

Расчетные формулы:

$$Z = \frac{U}{I}; r = \frac{P}{I^2}; x = \sqrt{Z^2 - r^2}; L = \frac{x}{2\pi f}. \quad (7.12)$$

Таблица 7.1 – Экспериментальные и расчетные данные для определения параметров катушки

Катушки	Данные опыта			Данные расчета			
	<i>U</i>	<i>I</i>	<i>P</i>	<i>Z</i>	<i>r</i>	<i>x</i>	<i>L</i>
	В	А	Вт	Ом			Гн
Первая							
Вторая							

2 Собрать цепь с последовательным соединением катушек (см. рисунок 7.4, б), определить одноименные зажимы и обозначить их. Провести исследование цепи при согласном и встречном включениях катушек. Результаты измерений и расчета внести в таблицу 7.2.

Таблица 7.2 – Экспериментальные и расчетные данные при последовательном соединении индуктивно связанных катушек

Включение катушек	Данные опыта			Данные расчета			
	<i>U</i>	<i>I</i>	<i>P</i>	<i>Z</i>	<i>r</i>	<i>x</i>	<i>L</i>
	В	А	Вт	Ом			Гн
Согласное							
Встречное							

По данным таблицы 7.2 определить взаимную индуктивность *M* и построить топографические и векторные диаграммы для согласного и встречного включений катушек.

3 Используя данные п. 1 и п. 2, для заданного напряжения *U* рассчитать токи I_1, I_2, I в цепи при параллельном соединении катушек (для случаев согласного и встречного включений), а также активные мощности P_1 и P_2 каждой ветви. Результаты расчета внести в таблицу 7.3.

Таблица 7.3 – Расчетные данные при параллельном соединении индуктивно связанных катушек

Включение катушек	Данные расчета					
	U	I_1	I_2	I	$P_1 = I_1^2 r_1$	$P_2 = I_2^2 r_2$
	В	А			Вт	
Согласное						
Встречное						

4 Собрать цепь с параллельным соединением катушек (см. рисунок 7.4, в) и при том же напряжении, что и в п. 3, провести исследование цепи для согласного и встречного включений катушек. Результаты измерений внести в таблицу 7.4.

Таблица 7.4 – Экспериментальные данные при параллельном соединении индуктивно связанных катушек

Включение катушек	Данные опыта				
	U	I_1	I_2	I	P
	В	А			Вт
Согласное					
Встречное					

5 По данным п. 3 построить топографические диаграммы напряжений, совмещенные с векторными диаграммами токов, при согласном и встречном включениях катушек.

Контрольные вопросы

- 1 Какие катушки называют индуктивно связанными?
- 2 Как опытным путем определить одноименные зажимы двух индуктивно связанных катушек?
- 3 Пояснить, влияют ли выбранные положительные направления токов в индуктивно связанных катушках на характер их включения – встречное или согласное?
- 4 Какова связь между направлениями токов и напряжений взаимной индукции в индуктивно связанных катушках?
- 5 Как опытным путем определить коэффициент магнитной связи двух индуктивно связанных катушек?
- 6 Пояснить, как изменится активная мощность, потребляемая цепью, состоящей из двух последовательно соединенных индуктивно связанных катушек, при увеличении коэффициента магнитной связи между катушками (для случаев согласного и встречного включений катушек) при неизменном входном напряжении.
- 7 При каком соединении индуктивно связанных катушек в цепи проявляется емкостной эффект?

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗДУШНОГО ТРАНСФОРМАТОРА

Цель работы: экспериментальное определение параметров трансформатора с линейными характеристиками и построение топографических и векторных диаграмм для различных режимов его работы.

Краткие сведения из теории

Трансформатор – статическое устройство, действие которого основано на явлении взаимной индукции. Он предназначен для преобразования токов и напряжений, развязки и согласования отдельных участков цепи. В простейшем случае трансформатор состоит из двух электрически не соединенных и неподвижных друг относительно друга катушек, называемых обмотками трансформатора.

Электромагнитные процессы в трансформаторе без ферромагнитного сердечника описываются линейными уравнениями, так как он обладает линейными характеристиками. Такие трансформаторы условно называются *воздушными* и применяются в широком диапазоне частот в устройствах автоматики, измерительной техники, связи.

Обмотка трансформатора, присоединяемая к источнику питания, называется *первичной*, а обмотка, к которой подключается нагрузка, – *вторичной*. Соответственно, напряжения и токи на выводах этих обмоток называются первичными и вторичными. Схема замещения трансформатора представлена на рисунке 8.1. Обмотки однофазного трансформатора всегда включены встречно, т.е. их собственные и взаимные потоки направлены навстречу друг другу.

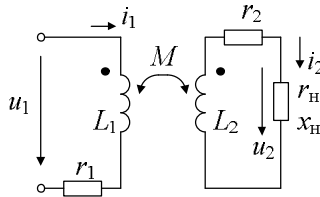


Рисунок 8.1 – Схема замещения воздушного трансформатора

При выбранных положительных направлениях токов уравнения электрического равновесия воздушного трансформатора имеют вид

$$\begin{aligned} r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} &= u_1 ; \\ r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} + u_2 &= 0 , \end{aligned} \quad (8.1)$$

где r_1 и r_2 – активные сопротивления первичной и вторичной обмоток;

L_1 и L_2 – индуктивности первичной и вторичной обмоток;

M – взаимная индуктивность катушек;

u_2 – напряжение на нагрузке.

При синусоидальной форме напряжений и токов трансформатора уравнения (8.1) можно записать в комплексной форме:

$$\begin{aligned} (r_1 + j\omega L_1)I_1 - j\omega M I_2 &= \underline{U}_1; \\ (r_2 + j\omega L_2)I_2 - j\omega M I_1 + \underline{U}_2 &= 0. \end{aligned} \quad (8.2)$$

При известных значениях параметров трансформатора (r_1 , r_2 , L_1 , L_2 и M), заданной нагрузке ($\underline{Z}_H = Z_H e^{j\varphi_H}$) и найденных расчетным или экспериментальным путем действующих значениях токов I_1 и I_2 можно построить векторную диаграмму токов и напряжений для цепей первичной и вторичной обмоток.

На рисунке 8.2 приведена векторная диаграмма для активно-индуктивной нагрузки ($\varphi_H > 0$) трансформатора.

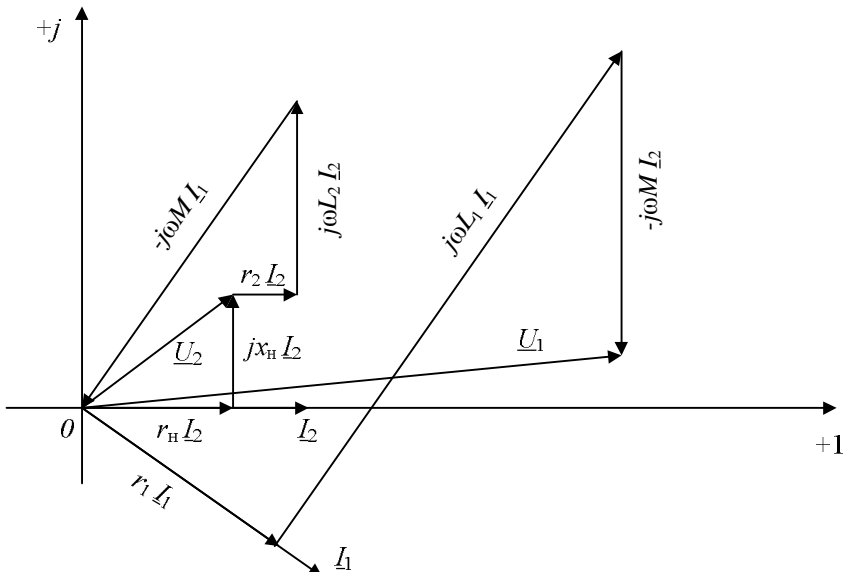


Рисунок 8.2 – Векторная диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений для воздушного трансформатора

Диаграмму строят следующим образом. Для выбранных масштабов векторов токов (m_i) и напряжений (m_u) откладываем по оси +1 вектор тока \underline{I}_2 , а затем векторы $r_H \underline{I}_2$, $j x_H \underline{I}_2$, $r_2 \underline{I}_2$ и $j \omega L_2 \underline{I}_2$. Соединив конец вектора $j \omega L_2 \underline{I}_2$ с началом вектора $r_H \underline{I}_2$, получим вектор $(-j \omega M \underline{I}_1)$. Разделив напряжение $\omega M \underline{I}_1$ на ωM , определим значение тока \underline{I}_1 . Вектор \underline{I}_1 отложим под углом 90° (в сторону опережения) к вектору $(-j \omega M \underline{I}_1)$. Затем строим векторы $r_1 \underline{I}_1$, $j \omega L_1 \underline{I}_1$ и $(-j \omega M \underline{I}_2)$. Их сумма равна вектору напряжения \underline{U}_1 .

Оборудование и приборы

Трансформатор без ферромагнитного сердечника; амперметры; вольтметры; ваттметр; резисторы, конденсатор, катушка индуктивности, используемые в качестве нагрузки; ЛАТР.

Схема электрической цепи

В работе исследуется электрическая цепь, схема которой представлена на рисунке 8.3.

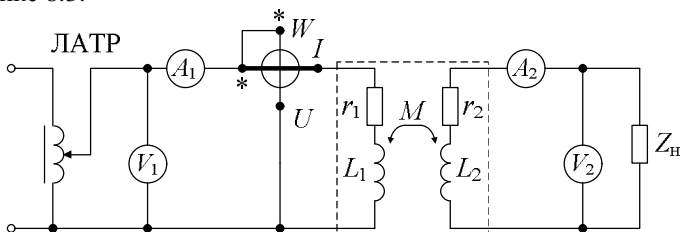


Рисунок 8.3 – Схема исследуемой цепи

Воздушный трансформатор (на схеме выделен пунктиром) образован из двух катушек, намотанных на общий каркас из немагнитного материала. В работе следует использовать катушки, параметры которых (r_1 , L_1 , r_2 , L_2 и M) были определены в лабораторной работе № 7. Одну из катушек можно рассматривать в качестве первичной обмотки трансформатора, а другую – как вторичную. Цепь питается от сети переменного тока через ЛАТР.

Порядок выполнения работы

1 По заданным значениям первичного напряжения U_1 и нагрузки (r_H , x_H) рассчитать показания измерительных приборов в схеме на рисунке 8.3.

2 Собрать электрическую цепь (см. рисунок 8.3), подав на вход трансформатора напряжение U_1 и подключив нагрузку (r_n, x_n), указанные в п. 1. Снять показания приборов. Результаты расчета (п. 1) и измерений (п. 2) внести в таблицу 8.1.

Т а б л и ц а 8.1 – Результаты эксперимента и расчета

Задано							
U_1	r_n	x_n	r_1	x_1	r_2	x_2	x_M
В	Ом						
Расчитано				Измерено			
I_1	I_2	U_2	P	I_1	I_2	U_2	P
А		В	Вт	А		В	Вт

3 Построить в масштабе по данным п. 2 векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений трансформатора.

Контрольные вопросы

- 1 Почему исследуемый трансформатор называется воздушным?
- 2 Какому включению обмоток трансформатора (согласному или встречному) соответствует диаграмма на рисунке 8.2?
- 3 Запишите формулы для определения значения активной мощности, передаваемой из первичной обмотки трансформатора во вторичную.

Лабораторная работа № 9

ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО СОЕДИНЕННЫМИ КАТУШКОЙ ИНДУКТИВНОСТИ И КОНДЕНСАТОРОМ (РЕЗОНАНС НАПРЯЖЕНИЙ)

Цель работы: экспериментальное исследование электрического резонанса в последовательном колебательном контуре.

Краткие сведения из теории

Пусть в цепи, состоящей из последовательно соединенных элементов r , L и C (рисунок 9.1, а), протекает ток $i = I_m \sin \omega t$.

На основании второго закона Кирхгофа найдем мгновенное напряжение u , приложенное к цепи:

$$u = u_r + u_L + u_C = r i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt. \quad (9.1)$$

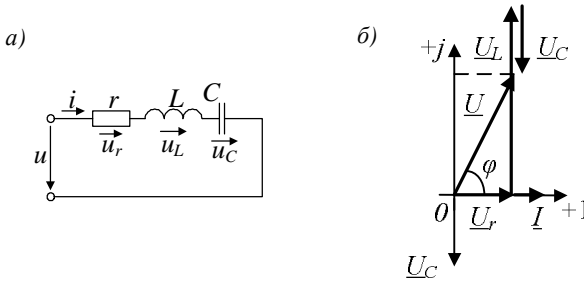


Рисунок 9.1 – Последовательная r, L, C -цепь:
 а – электрическая схема; б – векторная диаграмма

В комплексной форме для действующих значений тока и напряжения уравнение (9.1) примет вид

$$\underline{U} = r \underline{I} + j \omega L \underline{I} + \frac{1}{j \omega C} \underline{I} = [r + j(x_L - x_C)] \underline{I} = (r + jx) \underline{I} = \underline{Z} \underline{I}, \quad (9.2)$$

где $\underline{Z} = r + jx = Z e^{j\varphi}$ – комплексное сопротивление цепи;

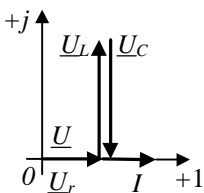
$$Z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2} \text{ – полное сопротивление;}$$

$$\varphi = \arctg[(x_L - x_C) / r];$$

$x = x_L - x_C$ – реактивное сопротивление цепи.

Если $x_L > x_C$, то $\varphi > 0$. На рисунке 9.1, б приведена векторная диаграмма напряжений, соответствующая этому случаю. Если $x_L < x_C$, то $\varphi < 0$, т. е. входное напряжение u отстает по фазе от тока i на угол φ . При равенстве индуктивного x_L и емкостного x_C сопротивлений ($x_L - x_C = 0$) в цепи возникает особый режим, называемый *электрическим резонансом*. В этом режиме значения противоположных по фазе напряжений u_L и u_C на индуктивности и емкости равны (рисунок 9.2), поэтому резонанс в рассматриваемой цепи называют *резонансом напряжений*. В радиотехнике неразветвленную электрическую цепь, состоящую из элементов r, L и C , называют *последовательным колебательным контуром*.

Полное сопротивление цепи Z при $x=0$ минимально: $Z = \sqrt{r^2 + x^2} = r$, а ток I при заданном напряжении U достигает наибольшего значения,



равного U/r . Если $x_L = x_C \gg r$, то при резонансе напряжения U_L и U_C значительно превосходят входное напряжение U .

Из условия $\omega L = 1/(\omega C)$ следует, что резонанс может быть достигнут изменением либо частоты напряжения питания, либо параметров цепи – L или C .

Рисунок 9.2 –
Векторная диаграмма
для режима резонанса

Угловая частота, при которой наступает резонанс, называется *резонансной угловой частотой*:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (9.3)$$

Запишем условие резонанса с учетом (9.3)

$$\omega_0 L = 1/(\omega_0 C) = \sqrt{L/C} = \rho. \quad (9.4)$$

Величина ρ называется *характеристическим сопротивлением* колебательного контура.

Отношение напряжения на индуктивном или емкостном элементе к напряжению питания называют *добротностью* контура:

$$Q = U_L/U = U_C/U = \rho/r. \quad (9.5)$$

Величина, обратная добротности $d = 1/Q$, называется *затуханием* контура.

При резонансе реактивная мощность Q цепи равна нулю, а полная мощность S равна активной мощности:

$$P = S = UI. \quad (9.6)$$

Если резонанс достигается путем изменения C при неизменных значениях L и f , то значение C , соответствующее этому режиму, определяется соотношением

$$C_{\text{рез}} = \frac{1}{4p^2 f^2 L}. \quad (9.7)$$

Оборудование и приборы

Катушка индуктивности, конденсатор переменной емкости, амперметр, вольтметры, ваттметр, ЛАТР.

Схема электрической цепи

В работе используется катушка индуктивности, параметры r_k и L_k которой были определены в лабораторной работе № 5.

Питание исследуемой цепи (рисунок 9.3) осуществляется от сети переменного тока частотой $f = 50$ Гц через ЛАТР. Подводимое к цепи напряжение измеряется вольтметром V , напряжение на зажимах катушки – вольтметром V_1 и напряжение на конденсаторе – вольтметром V_2 . Режим резонанса в цепи достигается путем изменения емкости C .

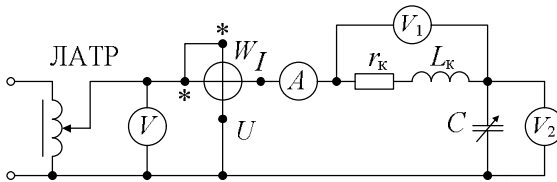


Рисунок 9.3 – Схема исследуемой цепи

Порядок выполнения работы

1 По известным значениям частоты f переменного тока и индуктивности L_k катушки найти значения емкости $C_{рез}$, при которой в цепи будет резонанс напряжений. Вычислить характеристическое сопротивление ρ , добротность Q и затухание d контура.

2 При известных параметрах r_k и x_k катушки и заданном значении входного напряжения U рассчитать значения сопротивлений x_C , x , Z , тока I ; напряжений U_r , U_L , показаний вольтметров U_1 , U_2 ; мощностей S , P , Q , коэффициента мощности $\cos \varphi$ и угла сдвига фаз φ в зависимости от емкости C конденсатора.

Указание. При выполнении расчетов взять три значения $C < C_{рез}$, $C = C_{рез}$ и три значения $C > C_{рез}$.

Расчетные формулы:

$$C_{рез} = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L_k}; \quad x_C = \frac{1}{2\pi f C}; \quad x = x_k - x_C; \quad Z = \sqrt{r_k^2 + x^2};$$

$$I = U/Z; \quad U_r = rI; \quad U_L = x_k I; \quad U_1 = \sqrt{U_r^2 + U_L^2}; \quad U_2 = x_C I; \quad (9.8)$$

$$P = I^2 r_k = U I \cos \varphi; \quad Q = U I \sin \varphi; \quad S = U I; \quad \varphi = \arctg[(x_k - x_C)/r_k].$$

Результаты расчетов внести в таблицу 9.1.

Т а б л и ц а 9.1 – Расчетные данные для исследуемой цепи

Номер опыта	C	x_C	x	Z	I	U_r	U_L	U_1	U_2	S	P	Q	$\cos \varphi$	φ
	мкФ	Ом			А	В				В·А	Вт	вар	-	град
1														
2														
...														

Построить в масштабе графики зависимостей $I(C)$, $U_L(C)$, $U_1(C)$, $U_2(C)$, $Z(C)$, $\cos \varphi(C)$, $\varphi(C)$.

3 Собрать электрическую цепь (см. рисунок 9.3) и, поддерживая неизменным входное напряжение, равное заданному в п. 2, снять показания измерительных приборов при различных режимах цепи: при $C < C_{рез}$ (для трех значений C), $C = C_{рез}$ и $C > C_{рез}$ (для трех значений C). Вычислить для всех режимов цепи значения величин Z , r , x , S , Q , $\cos \varphi$.

Результаты опытов и расчетов внести в таблицу 9.2.

Т а б л и ц а 9.2 – Экспериментальные данные для исследуемой цепи

Номер опыта	C	Измерено				Вычислено							
		I	U_1	U_2	P	Z	r	x	S	Q	$\cos \varphi$		
	мкФ	А	В		Вт	Ом			В·А	вар	-		
1													
2													
...													

Построить в масштабе графики полученных экспериментально зависимостей $I(C)$, $U_1(C)$, $U_2(C)$ и $\cos \varphi(C)$ в тех же осях координат, что и в п. 2.

4 Построить по данным п. 2 векторные диаграммы напряжений для трех случаев: $C < C_{рез}$, $C = C_{рез}$, $C > C_{рез}$.

Контрольные вопросы

1 Почему резонанс в последовательном колебательном контуре называется резонансом напряжений?

2 Объясните энергетические процессы в последовательном колебательном контуре при резонансе?

3 Как изменяется ток в последовательном колебательном контуре (см. рисунок 9.1) в случае увеличения емкости от $C = 0$ до $C \rightarrow \infty$?

4 Объясните, почему при проведении эксперимента в режиме резонанса показание вольтметра V_1 превышает показание вольтметра V_2 ?

5 Если в последовательном колебательном контуре (см. рисунок 9.1) действующее значение напряжения U_L на индуктивности превышает напряжение U_C на емкости, то в какую сторону следует изменять емкость, чтобы поменять это соотношение на противоположное?

Лабораторная работа № 10

ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ СОЕДИНЕНИЕМ ВЕТВЕЙ (РЕЗОНАНС ТОКОВ)

Цель работы: экспериментальное исследование режимов цепи синусоидального тока при параллельном соединении ветвей с L и C ; установление условий возникновения резонанса токов; построение векторных диаграмм.

Краткие сведения из теории

Рассмотрим электрическую цепь (рисунок 10.1), в которой две параллельные ветви с параметрами r_1 , L и r_2 , C подключены к источнику синусоидального напряжения $u = U_m \sin \omega t$. Такую цепь называют *параллельным колебательным контуром*. Токи в ветвях:

$$i_1 = \frac{U_m}{\sqrt{r_1^2 + (\omega L)^2}} \sin(\omega t - \varphi_1); \quad (10.1)$$

$$i_2 = \frac{U_m}{\sqrt{r_2^2 + (1/\omega C)^2}} \sin(\omega t + \varphi_2),$$

где $\varphi_1 = \arctg(\omega L/r_1)$ – разность начальных фаз напряжения и тока в активно-индуктивной ветви;

$\varphi_2 = \arctg(1/\omega C r_2)$ – разность начальных фаз тока и напряжения в активно-емкостной ветви.

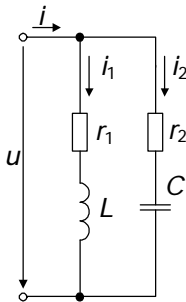


Рисунок 10.1 –
Параллельный
резонансный
контур

На входе цепи протекает ток i , равный сумме синусоидальных токов i_1 и i_2 :

$$i = i_1 + i_2 = I_m \sin(\omega t - \varphi). \quad (10.2)$$

Запишем уравнения (10.1) и (10.2) в комплексной форме для действующих значений синусоидальных величин, приняв нулевую начальную фазу напряжения u ($\underline{U} = U$).

Комплексные сопротивления ветвей:

$$\underline{Z}_1 = r_1 + j\omega L = r_1 + jx_L = Z_1 e^{j\varphi_1}; \quad (10.3)$$

$$\underline{Z}_2 = r_2 + 1/j\omega C = r_2 - jx_C = Z_2 e^{-j\varphi_2}.$$

Комплексные проводимости ветвей: (10.4)

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{r_1}{r_1^2 + x_L^2} - j \frac{x_L}{r_1^2 + x_L^2} = g_1 - jb_1 = Y_1 e^{-j\varphi_1}; \quad (10.5)$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{r_2}{r_2^2 + x_C^2} + j \frac{x_C}{r_2^2 + x_C^2} = g_2 + jb_2 = Y_2 e^{j\varphi_2},$$

где g_1 и g_2 – активные проводимости ветвей;

b_1 и b_2 – реактивные проводимости ветвей.

Токи в ветвях

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= U \underline{Y}_1 = U g_1 - j U b_1 = I_{1a} - j I_{1p}; \\ \underline{I}_2 &= U \underline{Y}_2 = U g_2 + j U b_2 = I_{2a} + j I_{2p}, \end{aligned} \quad (10.6)$$

где I_{1a} и I_{2a} – активные составляющие токов ветвей;

I_{1p} и I_{2p} – реактивные составляющие токов ветвей.

Эквивалентная комплексная проводимость цепи равна сумме комплексных проводимостей параллельных ветвей:

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 = (g_1 + g_2) - j(b_1 - b_2) = g - jb = Y e^{-j\varphi}, \quad (10.7)$$

где $g = g_1 + g_2$ – активная проводимость цепи;

$b = b_1 - b_2$ – реактивная проводимость цепи;

$Y = \sqrt{g^2 + b^2}$ – полная проводимость цепи;

$\varphi = \arctg \frac{b_1 - b_2}{g}$ – разность начальных фаз напряжения и тока на входе цепи.

Ток на входе цепи

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{I}_a - j\underline{I}_p, \quad (10.8)$$

где $\underline{I}_a = \underline{I}_{1a} + \underline{I}_{2a}$ – активная составляющая входного тока цепи;

$\underline{I}_p = \underline{I}_{1p} - \underline{I}_{2p}$ – реактивная составляющая входного тока цепи.

На рисунке 10.2 представлена векторная диаграмма токов, построенная для случая, когда $I_{p1} > I_{p2}$. Входной ток \underline{I} отстает от напряжения \underline{U} на угол φ .

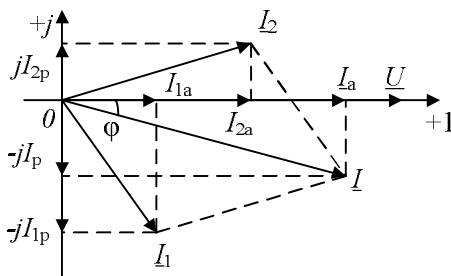


Рисунок 10.2 – Векторная диаграмма для параллельного резонансного контура

Если $I_{1p} = I_{2p}$, то реактивная составляющая тока $\underline{I}_p = 0$ и ток \underline{I} совпадает по фазе с напряжением \underline{U} ($\varphi = 0$). В цепи возникает резонансный режим, который обусловлен взаимной компенсацией реактивных составляющих токов \underline{I}_{1p} и \underline{I}_{2p} параллельных ветвей. Поэтому такой режим параллельного контура называют *резонансом токов*.

Условием возникновения резонанса токов является равенство нулю реактивной проводимости цепи:

$$b = b_1 - b_2 = 0 \text{ или } b_1 = b_2. \quad (10.9)$$

Условие резонанса токов можно записать через соответствующие параметры электрической цепи:

$$\frac{\omega L}{r_1^2 + (\omega L)^2} = \frac{1/\omega C}{r_2^2 + (1/\omega C)^2}. \quad (10.10)$$

Изменением одной из величин (ω, r_1, r_2, L, C) при постоянных значениях остальных четырех резонанс не всегда может быть достигнут. Он будет от-

существовать, если значение изменяемой величины при ее определении из уравнения (10.10) получится мнимым или комплексным.

Найдем значение резонансной угловой частоты

$$\omega'_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{r_1^2 C - L}{r_2^2 C - L}} = \omega_0 \sqrt{\frac{r_1^2 - \rho^2}{r_2^2 - \rho^2}}, \quad (10.11)$$

где $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – резонансная частота LC - контура без потерь ($r_1 = r_2 = 0$);

$\rho = \sqrt{L/C}$ – характеристическое сопротивление контура.

Резонанс возможен, если r_1 и r_2 оба больше или оба меньше ρ . При невыполнении этого условия резонанс невозможен.

При $r_1 = r_2$ резонансная частота $\omega'_0 = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, т.е. такая же, как и при резонансе в последовательном колебательном контуре. Если $r_1 = r_2 = \rho$, резонанс наблюдается при любой частоте.

При резонансе токов полная проводимость Y контура минимальна ($Y = g$), т. е. входное сопротивление $Z_{вх} = Z_1 Z_2 / (Z_1 + Z_2)$ достигает максимума, в силу чего входной ток будет минимален и равен $I_{рез} = U g$. Так как при этом $\varphi = 0$, а значит, $\cos \varphi = 1$, то активная мощность равна полной мощности цепи $P = UI = S$. Реактивная мощность при резонансе токов равна нулю: $Q = UI \sin \varphi = 0$.

Оборудование и приборы

Катушка индуктивности, реостат, конденсатор переменной емкости, амперметры, ваттметр, ЛАТР.

Схема электрической цепи

В работе исследуется электрическая цепь, схема которой дана на рисунке 10.3. Она состоит из катушки с параметрами r_k и L_k , реостата с сопротивлением r_2 и конденсатора, изменяя емкость C которого в цепи осуществляют режим электрического резонанса. Его наступление определяется по наименьшему показанию амперметра A .

Цепь подключается к сети переменного тока частотой $f = 50$ Гц через ЛАТР.

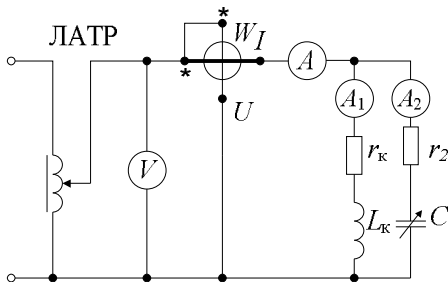


Рисунок 10.3 – Схема исследуемой цепи

Порядок выполнения работы

1 Для заданных значений параметров цепи r_2 , r_k и L_k найти значение емкости $C_{рез}$, при которой в цепи будет резонанс токов.

2 Рассчитать для заданного входного напряжения U показания измерительных приборов в схеме на рисунке 10.3 в зависимости от емкости конденсатора C . Найденные в результате расчета значения величин Z , Y , g , b , I_1 , I_2 , I , P , φ внести в таблицу 10.1.

Указание. При выполнении расчетов взять 3 значения $C < C_{рез}$, $C = C_{рез}$ и 3 значения $C > C_{рез}$.

Расчетные формулы:

$$\begin{aligned}
 x_k &= 2\pi f L_k; \quad x_C = 1/2\pi f C; \quad Z_1 = \sqrt{r_k^2 + x_k^2}; \quad Z_2 = \sqrt{r_2^2 + x_C^2}; \\
 Y_1 &= 1/Z_1; \quad Y_2 = 1/Z_2; \quad g_1 = r_k/Z_1^2; \quad b_1 = x_k/Z_1^2; \\
 g_2 &= r_2/Z_2^2; \quad b_2 = x_C/Z_2^2; \quad g = g_1 + g_2; \quad b = b_1 - b_2; \\
 Y &= \sqrt{g^2 + b^2}; \quad Z = 1/Y; \quad \varphi = \arctg[(b_1 - b_2)/g]; \\
 I_1 &= U Y_1; \quad I_2 = U Y_2; \quad I = U Y; \quad P = UI \cos \varphi.
 \end{aligned}
 \tag{10.12}$$

Т а б л и ц а 10.1 – Расчетные данные для исследуемой цепи

$U = \dots\dots\dots$; $r_k = \dots\dots\dots$; $L_k = \dots\dots\dots$; $r_2 = \dots\dots\dots$

Номер опыта	C	Z	Y	g	b	I_1	I_2	I	P	φ	$\cos \varphi$
	мкФ	Ом	См			А			Вт	град	-
1											
2											
...											

Построить в масштабе графики зависимостей $I(C)$, $Z(C)$, $Y(C)$, $\varphi(C)$ и $\cos \varphi(C)$.

3 Собрать электрическую цепь (см. рисунок 10.3), установить заданное в п.2 входное напряжение U и, поддерживая его постоянным, снять показания измерительных приборов при различных значениях емкости C конденсатора: при $C < C_{рез}$ (для трех значений C), $C = C_{рез}$ и $C > C_{рез}$ (для трех значений C). Вычислить для всех режимов работы цепи значения Z , Y , φ и $\cos \varphi$.

Результаты опытов и расчетов внести в таблицу 10.2.

Т а б л и ц а 10.2 – Экспериментальные и расчетные данные для исследуемой цепи

Номер опыта	C	Измерено				Вычислено			
		I_1	I_2	I	P	Z	Y	φ	$\cos \varphi$
	мкФ	А			Вт	Ом	См	град	-
1									
2									
...									

Построить в масштабе графики зависимостей $I(C)$, $Z(C)$, $Y(C)$, $\varphi(C)$, $\cos \varphi(C)$ в тех же осях координат, что и в п. 2.

4 Построить векторные диаграммы для трех случаев: $C < C_{рез}$, $C = C_{рез}$ и $C > C_{рез}$.

Контрольные вопросы

1 Почему резонанс в параллельном колебательном контуре называется резонансом токов?

2 Каким образом при проведении эксперимента определяется наступление режима резонанса?

2 Запишите выражение для проводимости параллельного контура (см. рисунок 10.1) в режиме резонанса при условии $r_2 = 0$?

3 Как должен изменяться ток I в неразветвленной части цепи при параллельном соединении потребителя и батареи конденсаторов в случае увеличения емкости от $C = 0$ до $C \rightarrow \infty$, если потребитель представляет собой активно-индуктивную нагрузку?

4 Почему при проведении эксперимента остаются неизменными показания амперметра A_1 , а показания амперметров A и A_2 (см. рисунок 10.3) меняются?

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Батура, М. П.** Теория электрических цепей : учеб. для студентов электротехн. спец. / М. П. Батура, А. П. Кузнецов, А. П. Курулев. – 2-е изд., испр. – Минск : Высшэйшая школа, 2007. – 608 с.

2 Основы теории цепей / Г. В. Зевеке [и др.]. – 5-е изд., перераб. – М. : Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.

3 **Нейман, Л. Р.** Теоретические основы электротехники. Т. 1 / Л. Р. Нейман, К. С. Демирчян. – 3-е изд., перераб. и доп. – Л. : Энергоиздат, 1981. – 536 с.

4 **Атабеков, Г. И.** Теоретические основы электротехники. Ч. I / Г. И. Атабеков. – 5-е изд., испр. и доп. – М. : Энергия, 1978. – 592 с.

5 **Бессонов, Л. А.** Теоретические основы электротехники. Электрические цепи : учеб. для электротехн., энерг., приборостроит. спец. вузов / Л. А. Бессонов. – 9-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1996. – 638 с.

6 **Новгородцев, А. Б.** Теоретические основы электротехники. 30 лекций по теории электрических цепей : учеб. пособие / А. Б. Новгородцев. – 2-е изд. – СПб. : Питер, 2006. – 576 с.

7 **Яцкевич, В. В.** Теория линейных электрических цепей : справочное пособие / В. В. Яцкевич. – Минск : Высшэйшая школа, 1990. – 264 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Общие указания по выполнению лабораторных работ	3
<i>Лабораторная работа № 1.</i> Исследование источника постоянного тока	4
<i>Лабораторная работа № 2.</i> Исследование разветвленной цепи постоянного тока	8
<i>Лабораторная работа № 3.</i> Исследование сложной цепи постоянного тока с одним источником энергии	11
<i>Лабораторная работа № 4.</i> Исследование активного двухполносника	16
<i>Лабораторная работа № 5.</i> Исследование цепи синусоидального тока, содержащей катушку индуктивности и резистор	21
<i>Лабораторная работа № 6.</i> Исследование цепи синусоидального тока, содержащей резистор и конденсатор	29
<i>Лабораторная работа № 7.</i> Исследование цепи с индуктивно связанными элементами .	34
<i>Лабораторная работа № 8.</i> Исследование воздушного трансформатора	41
<i>Лабораторная работа № 9.</i> Исследование цепи синусоидального тока с последовательно соединенными катушкой индуктивности и конденсатором (резонанс напряжений)	44
<i>Лабораторная работа № 10.</i> Исследование разветвленной цепи синусоидального тока с параллельным соединением ветвей (резонанс токов)	49
Список рекомендуемой литературы	55

Учебное издание

ВОЛКОВ Николай Петрович
ВОРОНИН Алексей Викторович

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Лабораторный практикум
для студентов электротехнических специальностей
Часть 1

Редактор *Н. А. Дашкевич*
Технический редактор *В. Н. Кучерова*

Подписано в печать 29.02.2008 г. Формат 60×84¹/₁₆.
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать на ризографе.
Усл. печ. л. 3,25. Уч.-изд. л. 2,55. Тираж 600 экз.
Зак. № _____. Изд. № 15.

Издатель и полиграфическое исполнение
Белорусский государственный университет транспорта:
ЛИ № 02330/0133394 от 19.07.2004 г.
ЛП № 02330/0148780 от 30.04.2004 г.
246653, г. Гомель, ул. Кирова, 34.