Α Λυκείου Γεωμετρία
Επαναληπτικό Διαγώνισμα 2- Εκφώνηση-Απάντηση

Θέμα Α

Α1. Να αποδείξετε ότι: η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου που φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας

Μονάδες 11

Α2. Να χαρακτηρίσετε με Σωστό ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις:

α. Δύο κύκλοι $(Κ,ρ_1)$ και $(Λ,ρ_2)$ εφάπτονται εσωτερικά αν $ΚΛ=ρ_1+ρ_2$

β. Οι διαγώνιοι του ρόμβου είναι ίσες και τέμνονται κάθετα

γ. Το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών ενός πενταγώνου είναι 4 ορθές

δ. Η απόσταση του βαρύκεντρου ενός τριγώνου από κάθε κορυφή ισούται με τα 2/3 του μήκους της αντίστοιχης διαμέσου.

Μονάδες 8

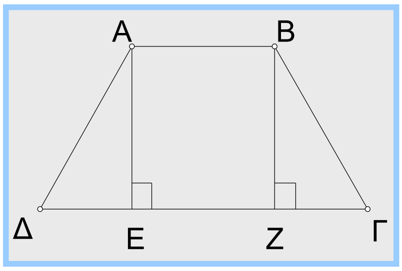
Α3. Αν ΑΒΓ τυχαίο τρίγωνο να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της 1ης στήλης με την αντίστοιχη φράση της 2ης στήλης:

1η στήλη	**2η στήλη**
Α. ορθόκεντρο	**1.** σημείο τομής διχοτόμων
Β. έγκεντρο	**2**. σημείο τομής διαμέσων
Γ. περίκεντρο	**3.** σημείο τομής υψών
Δ. βαρύκεντρο	**4.** σημείο τομής μεσοκαθέτων

Μονάδες 6

Θέμα Β

Στο διπλανό σχήμα το τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ ,ΑΒ<ΓΔ) είναι ισοσκελές.
Φέρνουμε ΑΕ και ΒΖ κάθετες στην ΓΔ.



Β1. Να δειχθεί ότι :

α. Το ΑΒΖΕ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

Μονάδες 9

β. Τα τρίγωνα ΑΕΔ και ΒΖΓ είναι ίσα.

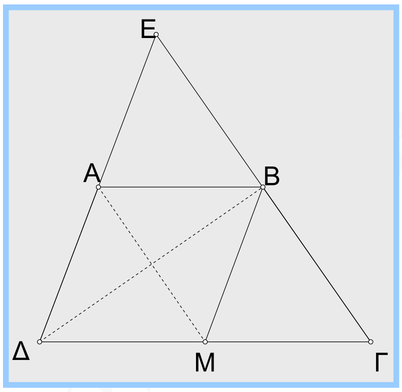
Μονάδες 9

Β2. Αν $AB = 3$, $A\Delta = B\Gamma = 4$ και $\hat{\Delta} = \hat{\Gamma} = 60^0$ να υπολογίσετε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΓΔ.

Μονάδες 7

Θέμα Γ

Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με ΑΒ//ΓΔ για το οποίο ισχύει $AB = A\Delta = \frac{\Gamma\Delta}{2}$. Επίσης είναι Μ το μέσο της πλευράς ΓΔ. Να αποδείξετε ότι :



Γ1. Η πλευρά ΒΔ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Delta}$

Μονάδες 5

Γ2. Το τετράπλευρο ΑΒΜΔ είναι ρόμβος.

Μονάδες 5

Γ3. η $\Delta B \perp B\Gamma$

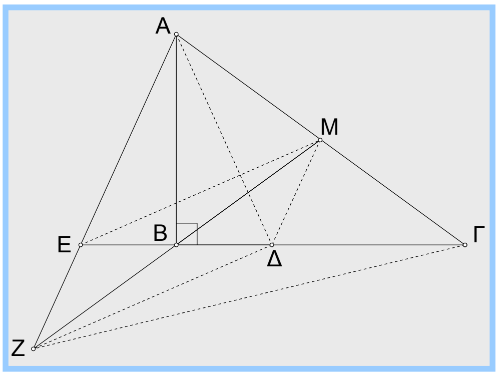
Μονάδες 7

Γ4. Αν οι ευθείες ΔΑ και ΓΒ τέμνονται στο Ε, τότε το τετράπλευρο ΑΜΒΕ είναι παραλληλόγραμμο.

Μονάδες 8

Θέμα Δ

Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ $(\hat{B} = 90^0)$ φέρνουμε τη διάμεσο ΒΜ. Στη κάθετη πλευρά του ΒΓ παίρνουμε ένα σημείο Δ τέτοιο ώστε $B\Delta = \frac{1}{3}B\Gamma$. Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΓ προς το μέρος του Β κατά τμήμα ΒΕ=ΒΔ. Έστω Ζ το σημείο τομής των ΑΕ και ΜΒ (ή των προεκτάσεων τους) . Να δείξετε ότι:



Δ1. Το τρίγωνο ΑΕΔ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 6

Δ2. Το τετράπλευρο ΕΜΔΖ είναι παραλληλόγραμμο.

Μονάδες 8

Δ3. Ισχύει $ZB=\frac{A\Gamma}{2}$.

Μονάδες 6

Δ4. Το σημείο Δ είναι κέντρο βάρους του τριγώνου ΜΖΓ.

Μονάδες 5

Απαντήσεις

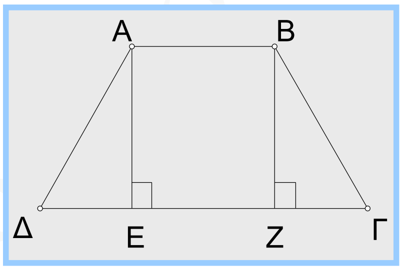
Θέμα Α

Α1. Σχολικό Βιβλίο . Σελίδα 109

Α2. Λ-Λ-Σ-Σ

Α3. $\mathbf{A \to 3, \quad B \to 1, \quad \Gamma \to 4, \quad \Delta \to 2}$

Θέμα Β



Β1. α. Είναι $AE \overset{//}{=} BZ$ (ύψος τραπεζίου) άρα

ΑΒΖΕ παραλληλόγραμμο και επειδή $\hat{E} = \hat{Z} = 90^0$

ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

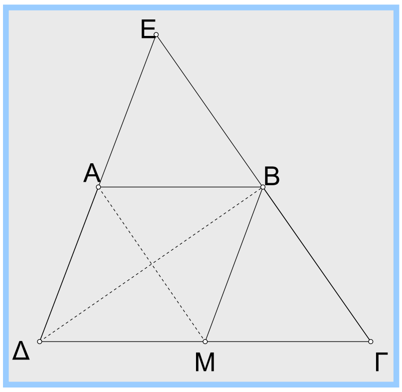
β. Τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΒΖΓ έχουν:

1. ΑΕ=ΒΖ
2. ΑΔ=ΒΓ
3. $\hat{E} = \hat{Z} = 90^0$ άρα $A\hat{\Delta}E = B\hat{Z}\Gamma$

Β2. Είναι $\Delta\hat{A}E = 30^0$ ($\overset{\Delta}{\Delta AE} =$ ορθ. και $\hat{\Delta} = 60^0$) άρα $\Delta E = \frac{A\Delta}{2} = 2 = Z\Gamma$

και ΕΖ=ΑΒ=3 άρα ΔΓ=2+3+2=7

Θέμα Γ



Γ1. $\overset{\Delta}{AB\Delta} =$ ισοσκελές (ΑΒ=ΑΔ) άρα $A\hat{B}\Delta = A\hat{\Delta}B$ (1)

ΑΒ//ΓΔ τότε $A\hat{B}\Delta = B\hat{\Delta}\Gamma$ (2)

Άρα από (1) και (2) έχουμε $A\hat{\Delta}B = B\hat{\Delta}\Gamma$
δηλαδή ΔΒ διχοτόμος

Γ2. Είναι $AB = \frac{\Gamma\Delta}{2} = \Delta M$ και ΑΒ//ΔΜ άρα
ΑΒΜΔ παραλληλόγραμμο και επειδή ΑΒ=ΑΔ είναι ρόμβος.

Γ3. Στο τρίγωνο ΒΓΔ για τη διάμεσο ΒΜ έχουμε $BM=\frac{\Gamma\Delta}{2}$ άρα το τρίγωνο ΒΓΔ είναι ορθογώνιο τότε $\Delta B\perp B\Gamma$

Γ4. Στο τρίγωνο ΕΓΔ το Μ είναι μέσο της ΓΔ και ΜΒ//ΑΔ άρα

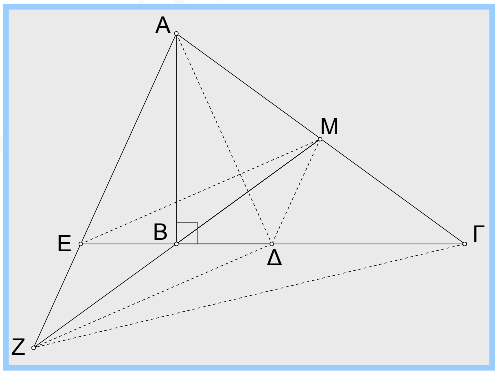
$$BM\overset{//}{=}\frac{E\Delta}{2}\Leftrightarrow BM\overset{//}{=}\frac{AE+A\Delta}{2}\Leftrightarrow BM\overset{//}{=}\frac{AE+MB}{2}\Leftrightarrow 2BM\overset{//}{=}AE+MB\Leftrightarrow$$

$$MB\overset{//}{=}AE$$

Άρα ΑΜΒΕ παραλληλόγραμμο

Θέμα Δ

Δ1. Στο τρίγωνο ΑΕΔ το ύψος ΑΒ είναι και διάμεσος γιατί ΒΕ=ΒΔ άρα ισοσκελές



Δ2. Είναι ΒΔ=ΒΕ=$\frac{1}{3}B\Gamma$ άρα $E\Delta=\frac{2}{3}B\Gamma$ (1)

Επίσης $B\Delta=\frac{1}{3}B\Gamma$ άρα $\Gamma\Delta=\frac{2}{3}B\Gamma$ (2)

Από (1) και (2) είναι ΕΔ=ΓΔ δηλαδή Δ μέσο ΕΓ. Τότε στο τρίγωνο ΑΕΓ

$$\begin{cases}\Delta\quad \text{μέσο}\quad E\Gamma\\ M\quad \text{μέσο}\quad A\Gamma\end{cases}$$ άρα $\Delta M\,//\,AE$ δηλαδή ΔΜ//ΕΖ τότε $B\hat{M}\Delta=B\hat{Z}E$ (3)

Είναι $B\hat{E}Z=180^0-E\hat{B}Z-E\hat{Z}B=180^0-M\hat{B}\Delta-B\hat{M}\Delta=M\hat{\Delta}B$

Τότε τα τρίγωνα ΕΒΖ και ΜΒΔ είναι ίσα

(γιατί ΕΒ=ΒΔ, $M\hat{\Delta}B=B\hat{E}Z$,$M\hat{B}\Delta=E\hat{B}Z$) άρα ΒΖ=ΒΜ

Άρα ΕΜΔΖ παραλληλόγραμμο (οι διαγώνιοι διχοτομούνται).

Δ3. $\begin{cases}\overset{\Delta}{AB\Gamma}=\text{ορθ}\\ BM\quad \text{διάμεσος}\end{cases}$ τότε $BM=\frac{A\Gamma}{2}\overset{(\Delta 2)}{\Leftrightarrow}ZB=\frac{A\Gamma}{2}$

Δ4. Στο τρίγωνο ΜΓΖ ,ΓΒ διάμεσος και $\Gamma\Delta=\frac{2}{3}B\Gamma$ (από (2)) άρα Δ βαρύκεντρο.