arXiv:gr-qc/0405100 v1 18 May 2004

Efectos relativistas en los sistemas Galileo, GPS y GLONASS

J.-F. Pascual-Sánchez

Universidad de Valladolid, España, UE
e-mail: jfpascua@maf.uva.es

Abstract

Actualmente, los Sistemas de Navegación Global por Satélites (GNSS), en funcionamiento sólo como sistemas de posicionamiento global, son el GPS (NAVSTAR) y el GLONASS, los cuales únicamente son operativos cuando se corrigen varios efectos relativistas. En los próximos años se construirá el sistema Galileo, copiando el sistema GPS si no hay un proyecto alternativo. En este trabajo se expondrá que hay una alternativa a la mera copia, mediante el proyecto SYPOR, usando conceptos relativistas y sin utilizar las ideas newtonianas que están en la base, tanto del GPS como del GLONASS. Según el proyecto SYPOR, el sistema Galileo sería exacto, sin necesidad de correcciones, y tendría ventajas tecnológicas adicionales.

1 Introducción

En la actualidad, todos los sistemas de navegación global por satélite (GNSS), en funcionamiento sólo como sistemas de posicionamiento global, es decir el GPS (NAVSTAR) (USA) y el GLONASS (Rusia), están basados en un modelo Newtoniano que usa como sistema de referencia para la navegación un sistema no inercial que gira con la tierra y centrado en ella, ECEF (WGS-84), y como sistema de referencia temporal un tiempo coordenado de un sistema de referencia inercial centrado en la Tierra, ECI, corregido numéricamente por numerosos e importantes "efectos relativistas". Entre ellos, los más significados son: el desplazamiento gravitacional de la frecuencia del reloj del satélite (Relatividad General) y el desplazamiento Doppler de segundo orden, debido al movimiento del satélite (Relatividad Especial). Si no fueran corregidos, el sistema sería erróneo a partir de unos minutos. Durante un día, supondrían un error en el posicionamiento horizontal del receptor de

más de 11 Kilómetros, durante una semana, el error acumulado en el posicionamiento vertical sería de unos 5 Km.

Sin embargo, una constelación de satélites cuyos relojes intercambian tiempos propios mediante señales electromagnéticas es en realidad un sistema relativista o Einsteiniano. Según el proyecto SYPOR (SIstema de POsicionamiento Relativista) para el Galileo (UE), el segmento de control debería estar en los satélites y por tanto coincidir con el segmento espacial y no en el geoide terrestre como en los sistemas actuales. De esta manera, se invertiría la lectura usual y la función del segmento de control no sería determinar la posición de los satélites con respecto a ciertas coordenadas terrestres, sino definir éstas con respecto a la constelación de satélites.

Según el proyecto SYPOR, el sistema Galileo sería exacto y sin necesidad de correcciones. Globalmente, la situación actual en los GNSS es análoga a la siguiente: imagínese que un siglo después de Kepler (Einstein), los astrónomos continuaran usando las leyes de Kepler (Einstein) como un algoritmo para corregir los epiciclos Ptolemaicos (Newton) por medio de "efectos Keplerianos (relativistas o Einsteinianos)".

2 Características principales del GPS

El sistema GPS está constituído por tres partes o segmentos diferenciados:
1) Segmento espacial: El Sistema del Posicionamiento Global (GPS) está compuesto por una constelación de 24 satélites distribuída en 6 planos orbitales igualmente espaciados de 55 grados de inclinación con respecto al plano equatorial. Cada plano contiene 4 satélites (SV) a una altitud media de 20,183 Km, en órbitas de baja excentricidad (la más alta, la del SV n13 es $e = 0.01486$), con periodo orbital de 12 horas sidéreas. Por ello, la misma configuración aparece cada día a la misma hora menos 4 minutos. Un receptor fijo en la Tierra observará a un satélite dado dos veces al día y habrá al menos cuatro satélites observables desde la Tierra en cualquier momento. En cada satélite opera un reloj atómico de cesio (precisión interna de 4 nanosegundos por día) y emite señales electromagnéticas que incluyen un código que señala al receptor su posición con respecto a la superficie de la Tierra en un sistema de referencia que gira con la Tierra y centrado en ella ECEF, (WGS-84), y su tiempo coordenado GPS (adelantado sobre el UTC).
2) Segmento de control: consta básicamente de una estación principal situada en Colorado Springs (la cual transmite correcciones a las efemérides de los satélites y a sus relojes, usando UTC) y otras cuatro estaciones

cuasiecuatoriales en Hawai, Kwjalein, Ascensión y Diego García.
3) Segmento de usuario: Analizando señales al menos 4 de estos satélites, un receptor en la superficie de Tierra puede conocer su posición (latitud, longitud, y altitud) con una exactitud de al menos 5 metros, aunque con técnicas denominadas diferenciales, el error pueda reducirse a algunos centímetros.

3 Geodesia cuadridimensional

El problema de navegación para un receptor en la Tierra (T) consiste en computar su posición espacio-temporal $(\mathbf{R}_T, \mathbf{T}_T)$, a partir de las cuatro posiciones espacio-temporales emitidas por cuatro satélites $(\mathbf{r}_{S_j}, t_{Sj})$, $j = 1, 2, 3, 4$.

Las ecuaciones de navegación del GPS están basadas en la aplicación del *segundo principio de Relatividad Especial* (constancia de la velocidad de la luz en el vacío), en coordenadas usuales Minkowskianas, son:

$$|\mathbf{R}_T - \mathbf{r}_{S_j}|^2 = c^2 \, (T_T - t_{S_j})^2 \; ; \; j = 1, 2, 3, 4 \, . \tag{1}$$

Estas son las ecuaciones de los cuatro rayos de luz (señales electromagnéticas) que viajan sobre los *4 "conos de luz"* (hipersuperficies 3-dim) desde los satélites al receptor en el espacio-tiempo de Minkowski (sin gravedad) y que, por lo tanto, *solo son válidas en un sistema de referencia inercial.* En el GPS se considera que éste es el sistema newtoniano de *referencia inercial centrado en la Tierra* (ECI) y que no gira con ella al apuntar a estrellas (en realidad, cuásares) fijas.

Desde el punto de vista de los sistemas de referencia newtonianos, la primera misión del GPS es determinar la posición tridimensional del receptor en la Tierra (este-oeste, norte-sur y vertical) en el sistema ECEF. En principio, las señales de tres satélites proporcionan esta información. Cada satélite envía un señal que codifica donde está el satélite y el tiempo de emisión del señal. El reloj del receptor cronometra la recepción de cada señal, entonces substrae el tiempo de la emisión, para determinar el lapso de tiempo (de 67 ms a 86 ms) y la distancia que la señal ha viajado (a la velocidad de luz). Ésta era la distancia a la que el satélite estaba cuando emitió la señal. Tomando estas tres distancias como radios, se construyen tres esferas con centro en cada satélite. El receptor está localizado en uno de los dos puntos de intersección de las tres esferas. Este es, en resumen, el procedimiento de trilateración.

Sin embargo, todavía hay un problema: el reloj del receptor es de cuarzo y no es tan exacto como los relojes atómicos de los satélites. Por esta razón,

se necesita la señal de un cuarto satélite para obtener el error en la precisión del reloj del receptor y habilita a éste como si fuera un reloj atómico.

Veremos posteriormente que desde el punto de vista de los sistemas de posicionamiento relativistas, el receptor determina sus 4 coordenadas (en general como veremos, no necesariamente . espaciales y 1 temporal, sino cuatro tiempos propios), identificando los puntos de corte de los 4 conos de luz de los satélites que interseccionan a su cono de luz propio.

4 Errores Relativistas en los GNSS

La precisión temporal requerida por el GPS es del orden de $1\,\mathrm{ns} = 10^{-9}\,\mathrm{seg}$, por lo cual, los errores introducidos por los efectos relativistas fueron centrales en su concepción. El olvido de estos efectos harían al GPS inútil por tres razones principales.

1.-Primero: efecto gravitatorio Einstein. Porque los relojes se adelantan (desplazamiento hacia el violeta) cuando están más alejados de un centro de atracción gravitatoria.

2.-Segundo: efecto cinemático Doppler relativista. El movimiento del satélite debe tenerse en cuenta, ya que da lugar al efecto Doppler clásico (lineal en velocidad) y al efecto relativista especial Doppler de segundo orden en velocidad (los relojes en movimiento se atrasan).

3.-Tercero: efecto Sagnac y de campo gravitomágnetico de rotación. En principio, la rotación de la Tierra debería tenerse en cuenta por dos razones. En primer lugar, por el efecto cinemático Sagnac (ver por ej. [1]) y en segundo lugar, por el efecto del campo gravitomagnético (GM) (ver por ej. [2]), generado por la rotación de la masa terrestre (hasta ahora los efectos de este campo GM no han sido incorporados a los GNSS).

Para corregir los efectos relativistas, en el GPS se utiliza la métrica de Schwarzschild para el espacio-tiempo cercano a la Tierra. Sin embargo, estrictamente, la métrica estática y de simetría esférica de Schwarzschild *no* describe exactamente el espacio-tiempo de la Tierra por dos razones:

1) La Tierra no es esférica.

2) La Tierra no permanece estática sino que, al estar girando, genera un campo de gravedad de rotación (no newtoniano) o gravitomagnético (GM) y debe ser descrita por una *métrica de Kerr* (o su aproximacion lineal Lense-Thirring). Pero la Tierra gira despacio, $\omega_{_T} = 7.2921151247 \times 10^{-5}$ rad s^{-1} ($v_{_T} = 465$ m/s en el ecuador) y *la métrica de Schwarzschild es una aproximación suficiente, por ahora*, con la precisión en la medida del tiempo (ns),

para los propósitos de los GNSS.

Nótese sin embargo, que según las resoluciones de la IAU-2000, los efectos gravitomágneticos deben ser introducidos para definir, tanto el sistema de referencia celeste baricéntrico (BCRS), como el sistema de referencia celeste geocéntrico (GRCS).

La expresión de la métrica de Schwarzschild, considerando órbitas equatoriales, es:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2\, dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{r\, c^2}\right)^{-1} (dr^2 + r^2 d\phi^2)\ , \qquad (2)$$

donde s es tiempo propio, t *es un tiempo coordenado medido por un observador inercial situado en el infinito* y ϕ es el ángulo azimutal.

Apliquemos esta ecuación al reloj del satélite y a un reloj fijo en el ecuador de Tierra y girando con ella. Ambos, el reloj de la Tierra y del satélite viajan a distancia constante alrededor del centro de Tierra, por lo tanto $dr = 0$ para cada reloj. Para ambos se obtiene:

$$\left(\frac{ds}{c\, dt}\right)^2 = \left(1 + \frac{2\, V}{c^2}\right) - \frac{v^2}{c^2}\,. \qquad (3)$$

Donde V es el potencial Newtoniano y $v = r\frac{d\phi}{dt}$ es la velocidad tangencial a lo largo de la órbita circular equatorial, medida usando el tiempo coordenado en el infinito t.

Si aplicamos dos veces la ecuación anterior, primero al satélite (S), (utilizando $r = r_{_S}$, $v = v_{_S}$ y tiempo propio $ds = c\, dt_{_S}$) y segundo, a la Tierra (T), (utilizando, $r = r_{_T}$, $v = v_{_T}$ y tiempo propio $ds = c\, dt_{_T}$), con el mismo lapso de tiempo, dt, del observador inercial en el infinito, se obtiene, dividiendo ambas expresiones:

$$\left(\frac{dt_T}{dt_S}\right)^2 = \frac{1 - \dfrac{2\, GM}{r_{_T}\, c^2} - \dfrac{v_{_T}^2}{c^2}}{1 - \dfrac{2\, GM}{r_{_S}\, c^2} - \dfrac{v_{_S}^2}{c^2}}. \qquad (4)$$

Los efectos relativistas que estamos considerando son, únicamente, los del *orden* $O(c^{-2})$.

Este es el orden de aproximación que se usa en el GPS.

¿Cuándo esta aproximación es suficiente? Cuando el error intrínseco es de $4\, ns$/dia, que corresponde a una desviación de Allan de 5×10^{-14} en los relojes atómicos del GPS. *¿Los efectos relativistas son pequeños a este orden? No*, como veremos son más que importantes, son cruciales.

Hay que señalar por otra parte, que la consideración de otros efectos relativistas al orden $O(c^{-3})$ son necesarios cuando se utilizan relojes atómicos enfriados por laser de última generación, con errores medibles del orden $ps = 10^{-3}\, ns$ como en la misión ACES (Atomic Clock Ensemble in Space) de la ESA para la ISS, y los de orden $O(c^{-4})$, cuando se trabaje en el próximo futuro con errores de $fs := 10^{-3}\, ps$.

4.1 Efecto gravitatorio Einstein: 45,700 ns/día

Comenzamos ignorando los movimientos de reloj del satélite y del reloj en la superficie de Tierra, i.e., el efecto Doppler de segundo orden de Relatividad Especial, suponiendo que ambos están fijos en el ECI: $v_{_T} = v_{_S} = 0$. Entonces, la ecuación (4) queda reducida a

$$\frac{dt_T}{dt_S} = \frac{\left(1 - \dfrac{2\,GM}{r_{_T}\, c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(1 - \dfrac{2\,GM}{r_{_S}\, c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}\,. \tag{5}$$

El radio de una órbita circular con un período de 12 horas sidéreas es aproximadamente $r_{_S} = 26.6 \times 10^8$ cm. Si se utiliza la aproximación lineal del binomio de Newton

$$(1\,+\,d)^n \approx 1\,+ n\, d\,, \tag{6}$$

ya que, por ejemplo,

$$d = \frac{GM}{r_{_T}\, c^2} = 6.9 \times 10^{-10} \ll 1 \tag{7}$$

y

$$d = \frac{GM}{r_{_S}\, c^2} = 1.6 \times 10^{-10} \ll 1\,, \tag{8}$$

se obtiene

$$\frac{dt_T}{dt_S} = 1 - \frac{GM}{r_{_T}\, c^2} + \frac{GM}{r_{_S}\, c^2} = 1 -\, D\,. \tag{9}$$

El número positivo representado por D en la ecuación (9), es una estimación de la dilatación temporal entre los relojes estacionarios en la posición del satélite y en la superficie de Tierra y que en estos últimos se observa como un desplazamiento hacia el violeta. ¿Es esta diferencia despreciable o es crucial para el funcionamiento del GPS?. Dado que en un 1 nanosegundo una señal

electromagnética se propaga aproximadamente 30 centímetros, incluso una diferencia de cientos de nanosegundos crea dificultades en la exactitud del GPS.

El reloj del satélite corre mas rápidamente, i.e., se adelanta unos 45.7 microsegundos por día comparado con el reloj en la superficie de Tierra debido, exclusivamente, a efectos gravitatorios de la posición. Claramente se necesita la Relatividad General para el funcionamiento correcto del GPS.

4.2 Efectos de Relatividad Especial debidos al movimiento (Doppler de segundo orden): 7,100 ns/día

Además de los efectos gravitatorios de posición del satélite y observador en Tierra, se deben incluir los efectos de Relatividad Especial debidos al movimiento relativo de los relojes del satélite y del reloj fijo en la superficie de la Tierra. El reloj del satélite se mueve a mayor velocidad que un reloj fijo en la superficie terrestre. Sus velocidades son, respectivamente: $v_{_S} = 3.874$ Km/s; $v_{_T} = 465$ m/s.

La Relatividad Especial nos dice que "relojes en movimiento atrasan" o lo que es lo mismo, a más velocidad corresponde un desplazamiento hacia el rojo.

Por lo tanto, *este efecto cinemático Doppler de segundo orden "trabaja en contra" del efecto gravitatorio Einstein.* A una altitud de $H = 3,165$ Km se compensan, pero a la altitud de los satélites del GPS, $H_{GPS} = 20,183$ Km, el efecto gravitatorio Einstein es mucho mayor.

$$\frac{dt_T}{dt_S} = 1 - \frac{GM}{r_{_T}\, c^2} - \frac{v_{_T}^2}{2\, c^2} + \frac{GM}{r_{_S}\, c^2} + \frac{v_{_S}^2}{2\, c^2}\,. \tag{10}$$

El resultado neto final es del orden de $39,000$ ns por día.

4.3 Tiempo coordenado GPS

Nótese que *para definir las velocidades que aparecen en (13), se está usando el tiempo en el infinito t de la métrica de Schwarschild y no el tiempo t_{GPS} de relojes en reposo en el geoide.* La relación entre ellos es

$$dt_{GPS} = \left(1 + 2\,\Phi_0/c^2\right)^{\frac{1}{2}}\; dt \tag{11}$$

o aproximando a primer orden

$$dt_{GPS} = \left(1 + \Phi_0/c^2\right)\; dt\,. \tag{12}$$

Donde Φ_0 es el potencial efectivo de gravedad en el geoide, que incluye el término centrífugo. La corrección negativa, Φ_0/c^2, es del orden de siete partes en 10^{10}. El tiempo GPS, t_{GPS}, está atrasado con respecto al tiempo t medido por un sistema inercial en el infinito.

La métrica de Schwarzschild en el sistema de referencia localmente inercial ECI, en el que son aplicables las ecuaciones de navegación y se puede sincronizar, es a orden $O(c^{-2})$:

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2(V\,-\,\Phi_0)}{c^2}\right) c^2\, dt_{GPS}^2 - \left(1 - \frac{2\,V}{c^2}\right)(dr^2 + r^2 d\phi^2)\ . \qquad (13)$$

El resultado neto final, utilizando t_{GPS}, es del orden de $38,600\,\mathrm{ns}$ *por día, es decir, un error de* $11.580\,\mathrm{Km}$ *por día.*

Sin embargo las efémerides de los satélites son calculadas en el sistema ECEF (centrado en la Tierra y que gira con ella) que para el GPS es el WGS-84(G730).

Efectuando la transformación de coordenadas del ECI al ECEF:
$t_{GPS} = t'_{GPS}\,;\, r = r'\,;\, \theta = \theta'\,;\, \phi = \phi' + \omega_{_T}\, t'_{GPS}$.

La métrica de Schwarzschild en el sistema de referencia ECEF tendrá la expresión:

$$\begin{aligned} ds^2 \;\; = \;\; & \left(1 + \frac{2\,(\Phi\,-\,\Phi_0)}{c^2}\right) c^2\, dt_{GPS}^2 + 2\,\frac{\omega_{_T} r^2}{c^2}\sin^2\theta\, d\phi'\, dt_{GPS} \\ & - \left(1 - \frac{2\,V}{c^2}\right)(dr^2 + r^2 d\phi'^2)\ . \end{aligned} \qquad (14)$$

El término cruzado es el responsable del efecto Sagnac. Las coordenadas del sistema de referencia en rotación, ECEF, no son globales y son sólo válidas hasta el cilindro de luz, $\omega_{_T} r = c$, i.e., hasta un radio $r \approx 28\ UA$.

El tiempo coordenado GPS, t_{GPS}, es el tiempo propio de relojes en reposo en el geoide ($\Phi\ =\ \Phi_0$). Es un tiempo referido al ECEF (unidades de tiempo de UTC aunque adelantado con respecto a éste), pero coincide con un tiempo ficticio de un reloj en reposo en el ECI, ya que éste es el único sistema de referencia en el que se puede establecer la sincronización globalmente.

La métrica en el ECI, dada en (13), se puede transformar en:

$$ds^2 = \left[1 + \frac{2(V\,-\,\Phi_0)}{c^2} - \left(1 - \frac{2\,V}{c^2}\right)\ \frac{dr^2 + r^2 d\phi^2}{c^2\, dt_{GPS}^2}\right] c^2\, dt_{GPS}^2. \qquad (15)$$

La velocidad del satélite en el ECI (supuestas órbitas circulares) es

$$v_s = \frac{dr}{dt_{GPS}} + r\,\frac{d\phi}{dt_{GPS}}\,, \tag{16}$$

por lo tanto, a orden $O(c^{-2})$, el tiempo propio en el satélite es

$$d\tau = ds/c = \left[1 + \frac{(V\,-\,\Phi_0)}{c^2} - \frac{{v_s}^2}{2c^2}\right] dt_{GPS}\,, \tag{17}$$

e, integrando sobre una trayectoria C, el tiempo GPS es

$$\int_C dt_{GPS} = \int_C d\tau\,\left[1 - \frac{(V\,-\,\Phi_0)}{c^2} + \frac{{v_s}^2}{2c^2}\right]\,. \tag{18}$$

En esta fórmula se observan los cinco efectos relativistas principales:
1) En Φ_0, tres efectos: monopolo, quadripolo terrestre y movimiento (potencial centrífugo) de relojes fijos en el ECEF (receptores).
2) En V, el efecto gravitatorio Einstein debido a la posición del satélite.
3) En $\frac{{v_s}^2}{2c^2}$, el efecto relativista especial Doppler de segundo orden debido al movimiento del satélite.
El signo negativo de la suma del segundo y tercer término entre corchetes en la fórmula (18), significa que el reloj en órbita se adelanta. Para que los relojes atómicos de los satélites aparezcan para el observador en el geoide, ECEF, a la frecuencia elegida, 10.23 MHz, los relojes atómicos de los satélites deben ser ajustados antes de su lanzamiento, bajando su frecuencia propia a

$$\left[1 - 4.4647 \times 10^{-10}\right] \times 10.23\ \text{MHz} = 10.229\,999\,995\,43\ \text{MHz}.$$

Además hay que corregir el efecto Sagnac y el efecto de excentricidad (debido a que las órbitas no son circunferencias sino elipses). En el GPS, estos últimos son corregidos por el receptor.

Finalmente hay que señalar que, al transferir frecuencias, aparece el efecto Doppler clásico (lineal en velocidad), que en principio debe ser sustraído por los receptores, ya que, dependiendo de la velocidad del receptor, es $10^3 - 10^5$ mayor que los efectos relativistas seculares aquí considerados. Sin embargo, existen técnicas de cancelamiento Doppler por transferencia de frecuencia en dos sentidos que permiten suprimirle. Una exposición más detallada de los efectos relativistas en el GPS, puede encontrarse en [3].

5 El proyecto SYPOR para el Galileo

SYPOR es el anagrama (en francés) de SIstema de POsicionamiento Relativista. Su Director es B. Coll del Observatoire de Paris. La idea de base de este proyecto, que se espera sea sometido a un Programa Marco de la U.E., es la siguiente según se expone en [4]: Una constelación de satélites, con relojes que intercambian su tiempo propio entre ellos y con receptores en la Tierra, es un sistema propiamente relativista. *En el SYPOR, el Segmento de Control está en la constelación de satélites.* Por tanto, se invierte el procedimiento usado en los GNSS newtonianos (GPS, GLONASS). La función del segmento de control no es determinar las efemérides de los satélites con respecto a unas coordenadas terrestres, sino determinar las coordenadas terrestres de los receptores con respecto a la constelación de satélites.

Las características principales del SYPOR serían: 1.- Control externo de *todo* el sistema: consta de un dispositivo en al menos cuatro de los satélites apuntando al ICRS (International Celestial Reference System). 2.- Control interno de las *partes* del sistema: un dispositivo en cada satélite que intercambia su tiempo propio con otros satélites. 3.- Control por el segmento de receptores: consta de un dispositivo en cada satélite que envía a la Tierra, mediante señales electromagnéticas, además de su tiempo propio, el de sus satélites próximos.

En el espacio-tiempo relativista, los frentes de onda de esas señales, parametrizados por el tiempo propio de los relojes, son cuatro familias de conos de luz (hipersuperficies 3-dim) moviéndose a la velocidad de la luz y realizando un sistema coordenado nulo (o luz) covariante. Sistema coordenado que no existe en el espacio-tiempo newtoniano en el que la luz viaja a velocidad infinita.

En Relatividad, un sistema de referencia se puede construir a partir de un sistema de posicionamiento, pero no al revés, mientras que en la teoría Newtoniana ambos son intercambiables. En un sistema de referencia, un observador situado en el origen asigna a los puntos de su entorno un conjunto de coordenadas. En un sistema de posicionamiento, cualquier punto de un entorno arbitrario puede conocer sus coordenadas propias. Los cuatro tiempos propios de los satélites ($\{\tau_i\}$; $i = 1, 2, 3, 4$), leídos por un receptor constituyen sus coordenadas propias luz o nulas, con respecto a los cuatro satélites.

La métrica espacio-temporal en coordenadas luz covariantes $(\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4)$, es simétrica, ver [5]. No hay asimetría espacio-temporal como en las coordenadas (t, e_1, e_2, e_3) (una de tiempo coordenado "t" y tres de espacio "e") habituales.

El SYPOR no sólo es un sistema de posicionamiento, sino que además es autónomo. Definamos lo que significa autónomo. Un sistema es autónomo si los receptores, únicamente en base a la información recibida durante un intervalo temporal, pueden conocer su trayectoria espacio-temporal así como la trayectoria de los cuatro satélites. Cuatro satélites emitiendo, sin necesidad de sincronización, no sólo su tiempo propio τ_i, sino también los tiempos propios τ_{ij} de los tres satélites próximos recibidos por el satélite i en τ_i ($\{\tau_i, \tau_{ij}\}$; $i \neq j$; $i, j = 1, 2, 3, 4$), constituyen un sistema autónomo de posicionamiento. Los dieciséis datos $\{\tau_i, \tau_{ij}\}$ recibidos por un usuario, constituyen una carta local del sistema coordenado nulo covariante, del atlas obtenido mediante toda la constelación de satélites. Si la constelación está situada alrededor de la Tierra, como en el Galileo, se necesitarían más de cuatro satélites y las redundancias serían usadas para modelar el propio campo gravitatorio terrestre.

La aplicación del proyecto SYPOR al Galileo, haría de éste un sistema de posicionamiento autónomo plenamente *relativista*. No habría que corregir los errores a que dan lugar los efectos relativistas (se obtiene la suma de toda la serie postnewtoniana en c^{-n}) y tendría ventajas tecnológicas adicionales.

Acknowledgments

Deseo agradecer a Bartolomé Coll, las ideas que me ha comunicado sobre el proyecto SYPOR y a Angel San Miguel y Francisco Vicente, una lectura crítica del manuscrito. Este trabajo ha sido realizado en parte, gracias a la ayuda de la Junta de Castilla y León al projecto VA014/02.

References

[1] Pascual-Sánchez J.-F., San Miguel A., Vicente F., in *Relativity in Rotating Frames*, eds. G. Rizzi and M.L. Ruggiero, (Kluwer, Amsterdan) 2003; e-print: gr-qc/0305076.

[2] Mashhoon B., in *Reference Frames and Gravitomagnetism*, eds. J.-F. Pascual-Sánchez , L. Floría, A. San Miguel , F. Vicente, (World Scientific, Singapore) 2001; e-print: gr-qc/0011014.

[3] Ashby N., *Living Rev. Relativ.* **6** (2003) 1.

[4] Coll B., Physical Relativistic Frames, in *Journées 2001 Systémes de Référence Spatio-Temporels*, Brussels, Belgium, 24-26 Septiembre 2001.

[5] Blagojević M., Garecki J., Hehl F., Obukhov Yu., *Phys. Rev.* **D65** (2002) 044018.