March 2014

5053

Reg. No. : ....

Name : ....

For Scheme I Candidates only

Second Year Higher Secondary Examination

Part – III

MATHEMATICS (COMMERCE)

Maximum : 80 Scores

Time : 2½ Hours

Cool off time : 15 Minutes

General Instructions to Candidates :

- There is a 'cool off time' of 15 minutes in addition to the writing time of 2½ hrs.
- You are not allowed to write your answers nor to discuss anything with others during the 'cool off time'.
- Use the 'cool off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- All questions are compulsory and only internal choice is allowed.
- When you select a question, all the sub-questions must be answered from the same question itself.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

നിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും. ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതാനോ, മറ്റുള്ളവരുമായി ആശയ വിനിമയം നടത്താനോ പാടില്ല.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരം എഴുതണം.
- ഒരു ചോദ്യനമ്പർ ഉത്തരമെഴുതാൻ തെരഞ്ഞെടുത്തു കഴിഞ്ഞാൽ ഉപചോദ്യങ്ങളും അതേ ചോദ്യ നമ്പരിൽ നിന്ന് തന്നെ തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതാണ്.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തര പേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

1. i) $2i - j$ is the $(i, j)^{th}$ element of a 2×2 matrix A. Write the matrix A. **(Score : 1)**

   ii) Find a matrix B such that

   $$3A - 2B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$ **(Scores : 2)**

   iii) Prove that $A^2 + 2I = 3A$. **(Scores : 2)**

2. i) For matrices $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, write A + B and A – B. **(Score : 1)**

   ii) Find AB and verify that it is symmetric. **(Scores : 2)**

   iii) Find A^{-1}. **(Scores : 2)**

3. i) $f : N \rightarrow N$ is given by $f(n) = n + 1$ choose the correct statement. **(Score : 1)**

   a) f is 1 – 1 only

   b) f is onto only

   c) f is 1 – 1 and onto

   d) f is neither 1 – 1 nor onto

   ii) If $g : N \rightarrow N$ is given by $g(n) = 2n + 3$, then find gof, fog and gog. **(Scores : 3)**

1. i) 2×2 ഓർഡർ ഉള്ള മാട്രിക്സ് A യുടെ $(i, j)^{th}$ എലമെന്റ് $2i - j$ ആയാൽ A എന്ന മാട്രിക്സ് എഴുതുക. **(Score : 1)**

   ii) $3A - 2B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ആകത്തക്കവിധത്തിലുള്ള മാട്രിക്സ് B കാണുക. **(Scores : 2)**

   iii) $A^2 + 2I = 3A$ ആണെന്നു തെളിയിക്കുക. **(Scores : 2)**

2. i) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ എന്നീ മാട്രിക്സുകൾക്ക് A + B, A – B എന്നിവ കാണുക. **(Score : 1)**

   ii) AB കാണുക. അത് സിമെട്രിക് ആണെന്നു പരിശോധിക്കുക. **(Scores : 2)**

   iii) A^{-1} കാണുക. **(Scores : 2)**

3. i) $f : N \rightarrow N$ എന്നത് $f(n) = n + 1$ ആയാൽ ശരിയായ പ്രസ്താവന തെരഞ്ഞെടുക്കുക. **(Score : 1)**

   a) f 1 – 1 മാത്രമാണ്.

   b) f ഓൺ-ടു മാത്രമാണ്.

   c) f 1 – 1 ഉം ഓൺ -ടു വുമാണ്.

   d) f 1 – 1 ഉം ഓൺ -ടു വും അല്ല.

   ii) $g : N \rightarrow N$ എന്നത് $g(n) = 2n + 3$, ആയാൽ gof,fog, gog എന്നിവ കാണുക. **(Scores : 3)**

4. Consider the function

$$f(x)=\begin{cases}2x-1, & 0\le x<2\\ x+a, & 2\le x\le 4\\ 3x+b & 4<x\le 6\end{cases}$$

i) Find f(2 –) and f(2 +) **(Score : 1)**

ii) Find a if f is continuous at x = 2 **(Score : 1)**

iii) Find b if f is continuous on [0, 6] **(Scores : 2)**

5. Find $\frac{dy}{dx}$ where

i) $y=\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2+2}}$ **(Scores : 2)**

ii) $y=\cos^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$; 0 < x < 1 **(Scores : 2)**

iii) $x^3 + y^3 + 3xy = 7$ **(Scores : 2)**

OR

i) $x = a + t^2, y = at - t^3$ **(Scores : 2)**

ii) $x^y = y^x$; x > 0, y > 0 **(Scores : 2)**

iii) $y = \log(\sec x)\ \ 0 \le x < \frac{\pi}{2}$ **(Scores : 2)**

6. i) Solve the equation

$$\begin{vmatrix}x-1 & 2 & 3\\ 0 & x-2 & 4\\ 0 & 0 & x-3\end{vmatrix}=0$$ **(Scores : 2)**

ii) Show that

$$\begin{vmatrix}1 & a & bc\\ 1 & b & ca\\ 1 & c & ab\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1 & a & a^2\\ 1 & b & b^2\\ 1 & c & c^2\end{vmatrix}$$ **(Scores : 3)**

4. $f(x)=\begin{cases}2x-1, & 0\le x<2\\ x+a, & 2\le x\le 4\\ 3x+b & 4<x\le 6\end{cases}$ എന്ന ഫങ്ഷൻ പരിഗണിക്കുക.

i) f(2 –), f(2 +) എന്നിവ കാണുക. **(Score : 1)**

ii) x = 2 ൽ f കൺടിന്യുവസ് ആയാൽ a കാണുക. **(Score : 1)**

iii) [0, 6]ൽ f കൺടിന്യുവസ് ആയാൽ b കാണുക. **(Scores : 2)**

5. $\frac{dy}{dx}$ കാണുക.

i) $y=\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2+2}}$ **(Scores : 2)**

ii) $y=\cos^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$; 0 < x < 1 **(Scores : 2)**

iii) $x^3 + y^3 + 3xy = 7$ **(Scores : 2)**

അല്ലെങ്കിൽ

i) $x = a + t^2, y = at - t^3$ **(Scores : 2)**

ii) $x^y = y^x$; x > 0, y > 0 **(Scores : 2)**

iii) $y = \log(\sec x)\ \ 0 \le x < \frac{\pi}{2}$ **(Scores : 2)**

6. i) $\begin{vmatrix}x-1 & 2 & 3\\ 0 & x-2 & 4\\ 0 & 0 & x-3\end{vmatrix}=0$ എന്നതിന്റെ സൊല്യൂഷൻ കാണുക. **(Scores : 2)**

ii) $\begin{vmatrix}1 & a & bc\\ 1 & b & ca\\ 1 & c & ab\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1 & a & a^2\\ 1 & b & b^2\\ 1 & c & c^2\end{vmatrix}$ എന്നു തെളിയിക്കുക. **(Scores : 3)**

7. i) Evaluate $\sin^{-1}\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ **(Score : 1)**

ii) Show that

$$\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1-\sin x}\right)=\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}$$

(Scores : 3)

8. i) Find the magnitude of the vector which starts at the point $2\hat{i}+\hat{j}-3\hat{k}$ and ends at $4\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}$. **(Score : 1)**

ii) If for vectors $\bar{a}$ and $\bar{b}$, $|\bar{a}|=4, |\bar{b}|=3$ and $\bar{a}.\bar{b}=8$, then find $|\bar{a}\times\bar{b}|$ **(Scores : 2)**

iii) Show that the vectors $2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$, $\hat{i}-3\hat{j}-5\hat{k}$ and $3\hat{i}-4\hat{j}-4\hat{k}$ form the vertices of a right angled triangle. **(Scores : 3)**

9. i) Find $\int\frac{2x-1}{(x+1)(x+3)}dx$ **(Scores : 2)**

ii) Evaluate $\int_{-1}^{3}|x^2-1|dx$ **(Scores : 3)**

OR

i) Evaluate $\int_0^1 x(1-x)^9dx$ **(Scores : 2)**

ii) Find $\int(x+2)^2e^xdx$ **(Scores : 3)**

7. i) $\sin^{-1}\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ യുടെ വില കാണുക. **(Score : 1)**

ii) $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1-\sin x}\right)=\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}$ എന്നു തെളിയിക്കുക. **(Scores : 3)**

8. i) $2\hat{i}+\hat{j}-3\hat{k}$ എന്ന ബിന്ദുവിൽ തുടങ്ങി $4\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}$ ൽ അവസാനിക്കുന്ന വെക്ടറിന്റെ മാഗ്നിറ്റ്യൂഡ് കാണുക. **(Score : 1)**

ii) $\bar{a},\bar{b}$ എന്നീ വെക്ടറുകൾക്ക് $|\bar{a}|=4, |\bar{b}|=3$, $\bar{a}.\bar{b}=8$, ആയാൽ $|\bar{a}\times\bar{b}|$ കാണുക. **(Scores : 2)**

iii) $2\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$, $\hat{i}-3\hat{j}-5\hat{k}$, $3\hat{i}-4\hat{j}-4\hat{k}$ എന്നീ വെക്ടറുകൾ ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളാണെന്നു തെളിയിക്കുക. **(Scores : 3)**

9. i) $\int\frac{2x-1}{(x+1)(x+3)}dx$ കാണുക. **(Scores : 2)**

ii) $\int_{-1}^{3}|x^2-1|dx$ വില കാണുക. **(Scores : 3)**

അല്ലെങ്കിൽ

i) $\int_0^1 x(1-x)^9dx$ ന്റെ വില കാണുക. **(Scores : 2)**

ii) $\int(x+2)^2e^xdx$ കാണുക. **(Scores : 3)**

10. i) In which interval is the function $x^3 - 5x^2 + 3x - 1$ decreasing ?

a) [1, 2]

b) [2, 4]

c) [0, 2]

d) [1, 5] **(Score : 1)**

ii) Find the slope of the tangent at (1, 2) on the curve $y = x^2 - 4x + 5$ **(Score : 1)**

iii) Show that the right circular cylinder of given surface and maximum volume is such that its height is equal to the diameter of the base. **(Scores : 3)**

OR

A manufacturer determines that his total cost function is

$c = \frac{q^3}{3} + 2q + 300$. Where q is the number of units produced.

i) Find the marginal cost function **(Score : 1)**

ii) Find the average cost function **(Score : 1)**

iii) Find the level of output at which the average cost is minimum. **(Scores : 3)**

11. i) Find the area bounded by the curve $y = x(1 - x)$ between the points where it crosses the x-axis. **(Scores : 2)**

ii) Find the area between the curves $y = x$ and $y = x^3$. **(Scores : 2)**

10. i) ഏത് ഇന്റർവല്ലിലാണ് $x^3 - 5x^2 + 3x - 1$ എന്ന ഫങ്ഷൻ ഡിക്രീസിംഗ് ആകുന്നത് ?

a) [1, 2] b) [2, 4]

c) [0, 2] d) [1, 5] **(Score : 1)**

ii) $y = x^2 - 4x + 5$ എന്ന കർവിൽ (1, 2) എന്ന ബിന്ദുവിലെ സ്പർശരേഖയുടെ സ്ലോപ്പ് കാണുക. **(Score : 1)**

iii) ഉപരിതല വിസ്തീർണ്ണം തന്നിട്ടുള്ള ഒരു നേർവൃത്തസ്തംഭത്തിന്റെ വ്യാപ്തം മാക്സിമം ആവുന്നത് അതിന്റെ ഉയരവും പാദത്തിന്റെ വ്യാസവും തുല്യമാകുമ്പോഴാണെന്നു തെളിയിക്കുക. **(Scores : 3)**

അല്ലെങ്കിൽ

q എന്നത് നിർമ്മിച്ച ഉൽപന്നങ്ങളുടെ എണ്ണമാണെങ്കിൽ ഉൽപാദകന്റെ മൊത്തം $c = \frac{q^3}{3} + 2q + 300$ ആണെന്നും കണക്കാക്കുന്നു.

i) മാർജിനൽ കോസ്റ്റ് ഫങ്ഷൻ കാണുക. **(Score : 1)**

ii) ആവറേജ് കോസ്റ്റ് ഫങ്ഷൻ കാണുക. **(Score : 1)**

iii) കോസ്റ്റ് മിനിമം ആവാൻ വേണ്ട തരത്തിൽ ഉൽപന്നത്തിന്റെ എണ്ണം എത്രയെന്നു കണക്കാക്കുക. **(Scores : 3)**

11. i) $y=x(1-x)$ എന്ന കർവ് x ആക്സിസിനെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾക്കിടയിൽ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഏരിയ കാണുക. **(Scores : 2)**

ii) $y = x$, $y = x^3$ എന്നീ കർവുകൾക്കിടയിലുള്ള ഏരിയ കാണുക. **(Scores : 2)**

12. i) Consider the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} = \left(1 + \frac{dy}{dx}\right)^{2/3}$.

Find the degree and order of the equation **(Score : 1)**

ii) Find the integrating factor of $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$ **(Score : 1)**

iii) Solve $(x + y)\, dx + (x + y^2)\, dy = 0$. **(Scores : 2)**

13. i) Determine the direction cosines of the line through the points (2, 0, 3) and (4, 1, 1) **(Score : 1)**

ii) Write the vector equation of the line given by the equation

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$$

(Score : 1)

iii) Find the equation of the plane passing through the points (1, 2, 3), (3, 5, 7) and (4, 3, 1). **(Scores : 3)**

14. A furniture shop keeper deals only Teak and Rosewood tables which cost Rs. 25,000 and Rs. 40,000 respectively. His shop can contain a maximum of 250 tables. The profit that he gets on these items are respectively Rs.4,500 and Rs.5,000.

12. i) $\frac{d^2y}{dx^2} = \left(1 + \frac{dy}{dx}\right)^{2/3}$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷന്റെ ഡിഗ്രിയും ഓർഡറും കാണുക. **(Score : 1)**

ii) $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$ എന്ന ഇക്വേഷന്റെ ഇന്റഗ്രേറ്റിങ് ഫാക്റ്റർ കാണുക. **(Score : 1)**

iii) $(x + y)\, dx + (x + y^2)\, dy = 0$ സോൾവ് ചെയ്യുക. **(Scores : 2)**

13. i) (2, 0, 3), (4, 1, 1) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി പോകുന്ന രേഖയുടെ ഡയരക്ഷൻ കൊസൈൻ കാണുക. **(Score : 1)**

ii) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ എന്ന സമവാക്യം നിർണയിക്കുന്ന രേഖയുടെ വെക്ടർ ഇക്വേഷൻ എഴുതുക. **(Score : 1)**

iii) (1, 2, 3), (3, 5, 7), (4, 3, 1) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്ന പ്ലെയിനിന്റെ സമവാക്യം കാണുക. **(Scores : 3)**

14. ഒരു ഫർണിച്ചർ കച്ചവടക്കാരൻ തേക്ക്, വീട്ടി എന്നിവ കൊണ്ടുള്ള മേശകൾ മാത്രമേ വിൽക്കുന്നുള്ളൂ. ഇവയ്ക്ക് യഥാക്രമം 25,000 രൂപയും 40,000 രൂപയുമാണ് വില. അയാൾക്ക് കടയിൽ 250 മേശകൾ ഇടാനുള്ള സ്ഥലം മാത്രമേയുള്ളൂ. ഓരോ തരം മേശയും വിറ്റാൽ കിട്ടുന്ന ലാഭം യഥാക്രമം 4,500 രൂപയും 5,000 രൂപയുമാണ്.

He plans to invest a maximum of Rs. 70 lakhs in his business.

i) Formulate this problem. **(Scores : 3)**

ii) Write the objective function if he wishes to make maximum profit. **(Score : 1)**

15. Solve graphically the linear inequalities

$2x + 3y \le 7, x + 2y \le 4$

$x \ge 0, y \ge 0$ **(Scores : 2)**

If $z = 6x + 5y$ is the objective function, find its maximum value. **(Scores : 2)**

16. i) Find the probability of drawing a white ball from a box containing 3 white and 5 black balls. **(Score : 1)**

ii) In a factory, there are two machines A and B producing bulbs. Their contributions are respectively 60% and 40% of the total production. It is found that 1% and 3% of the items produced by these machines are defective. An item randomly chosen from a day's production was found to be defective. Find the probability that the defective item was produced by machine B. **(Scores : 4)**

അയാൾക്ക് കച്ചവടത്തിനായി പരമാവധി 70 ലക്ഷം രൂപയേ ചെലവാക്കാനാകൂ.

i) ഈ പ്രശ്നത്തെ ഫോർമുലേറ്റ് ചെയ്യുക. **(Scores : 3)**

ii) പരമാവധി ലാഭം നേടലാണ് അയാളുടെ ആഗ്രഹമെങ്കിൽ ഒബ്ജക്ടീവ് ഫങ്ഷൻ എഴുതുക. **(Score : 1)**

15. $2x + 3y \le 7, x + 2y \le 4$ $x \ge 0, y \ge 0$ എന്നീ ലീനിയർ ഇൻഈക്വാലിറ്റികൾ ഗ്രാഫുപയോഗിച്ച് സോൾവ് ചെയ്യുക. **(Scores : 2)**

$z = 6x + 5y$ എന്ന ഒബ്ജക്ടീവ് ഫങ്ഷന്റെ മാക്സിമം വില കാണുക. **(Scores : 2)**

16. i) 3 വെള്ളയും 5 കറുപ്പും പന്തുകളുള്ള ഒരു പെട്ടിയിൽ നിന്ന് ഒരു വെള്ള പന്തെടുക്കാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി കാണുക. **(Score : 1)**

ii) ബൾബ് നിർമ്മിക്കുന്ന ഒരു ഫാക്ടറിയിൽ A, B എന്നീ രണ്ടു മെഷീനുകളുണ്ട്. ഇവയഥാക്രമം ആകെ ഉൽപാദനത്തിന്റെ 60%, 40% എന്നിങ്ങനെയാണ് നടത്തുന്നത്. ഈ മെഷീനുകളുടെ നിർമ്മാണത്തിൽ 1%, 3% വീതം ഡിഫക്ടീവ് ആണെന്നു കാണപ്പെടുന്നുണ്ട്. ഒരു ദിവസത്തെ നിർമ്മാണത്തിൽ നിന്ന് ഒരെണ്ണം പരിശോധിച്ചപ്പോൾ അതൊരു ഡിഫക്ടീവ് ബൾബാണെന്നു കണ്ടെത്തി. എങ്കിൽ അത് മെഷീൻ B ൽ നിർമ്മിച്ചതാവാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി കാണുക. **(Scores : 4)**

17. The table gives the probability distribution of a random variable X.

x	1	2	3	4	5
P(X=x)	0.2	0.1	0.3	0.3	p

i) Find P. **(Score : 1)**

ii) Find the mean of X. **(Score : 1)**

iii) Find the variance of X. **(Scores : 3)**

17. X എന്ന റാൻഡം വേര്യബിളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ പട്ടികയിൽ തന്നിട്ടുണ്ട്.

x	1	2	3	4	5
P(X=x)	0.2	0.1	0.3	0.3	p

i) P കാണുക. **(Score : 1)**

ii) X ന്റെ മീൻ കാണുക. **(Score : 1)**

iii) X ന്റെ വേരിയൻസ് കാണുക. **(Scores : 3)**