Kobarkan Semangat,
Raih Prestasi, dalam Ajang
Olimpiade Sains Nasional

RAHASIA NEGARA

TINGKAT PROVINSI

SOAL
OLIMPIADE SAINS NASIONAL SMP
TINGKAT PROVINSI
TAHUN 2019

Soal ini di Download di Folder OSN https://folderosn.blogspot.com

BIDANG STUDI MATEMATIKA

Olimpiade
Sains
Nasional

KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DIREKTORAT PEMBINAAN SEKOLAH MENENGAH PERTAMA
TAHUN 2019

Soal ini di Download di Folder OSN https://folderosn.blogspot.com

SOAL ISIAN SINGKAT

1. Simbol $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = k$ maksudnya adalah $ad - bc = k$. Jumlah semua nilai x yang memenuhi $\begin{vmatrix} x-2 & -2 \\ -x & x+4 \end{vmatrix} = 2x$ adalah ....

2. Diketahui A dan B bilangan dua digit, C bilangan tiga digit, dan $A + B = C$. Tujuh digit bilangan A, B, C tersebut, yaitu $1, 2, 4, 5, 6, 7, 8$ yang masing-masing digunakan tepat satu kali. Digit satuan dari C adalah 6. Bilangan C yang dimaksud adalah ....

3. Sebuah balok memiliki panjang a cm, lebar b cm, dan tinggi c cm, di mana a, b, dan c merupakan bilangan asli. Diketahui bahwa volume balok adalah 240 cm^3 dan $a + b + c = 19$, serta $a > b > c > 3$. Luas semua sisi balok yang memiliki rusuk berukuran b dan c adalah ... cm^2.

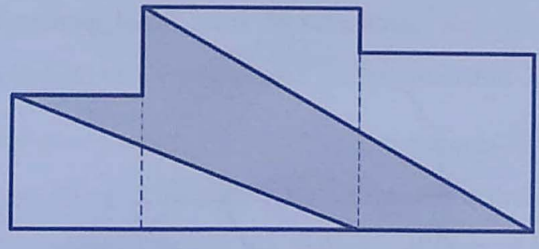
4. Misalkan (x, y) adalah koordinat titik yang memenuhi persamaan $(4 - x)^2 + (y - 3)^2 = 25$. Misalkan pula (a, b) membuat $x^2 + y^2$ bernilai maksimum dan (c, d) membuat $x^2 + y^2$ bernilai minimum. Nilai dari $ac + bd$ adalah ....

5. Jika $f(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 10$, maka nilai dari $f\left(\sqrt[4]{5} - 1\right)$ adalah ....

6. Jika suatu pekerjaan dapat dikerjakan dengan mesin A, B, atau C saja, maka pekerjaan tersebut akan selesai dalam waktu berturut-turut 30 menit, 36 menit, atau 45 menit. Jika ketiga mesin tersebut digunakan bersama-sama selama 6 menit, maka bagian dari pekerjaan tersebut yang akan selesai adalah sebesar ... bagian.

7. Misal $A = \{(x, y) | y - x \leq 2, 2x + y \leq 2, y \geq 0\}$ dan $B = \{(x, y) | 2y - 3x \leq 6, kx + 2y \leq 2k, y \geq 0\}$. Nilai k sehingga luas daerah B dua kali luas daerah A adalah ...

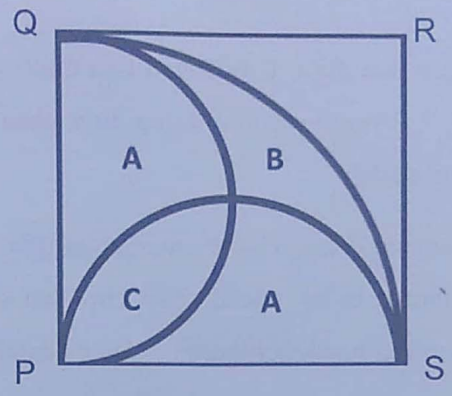
8. Jika tiga buah persegi masing-masing panjang sisinya 6 cm, 10 cm, dan 8 cm disusun seperti gambar berikut ini,



maka luas daerah yang diarsir adalah ... cm^2.

Soal ini di Download di Folder OSN https://folderosn.blogspot.com

9. Diberikan sebuah seperempat lingkaran PQS berada di dalam persegi PQRS, dan dua buah setengah lingkaran PQ dan PS di dalam PQS seperti ditunjukkan pada gambar berikut ini. Jika persegi PQRS memiliki panjang sisi m, maka perbandingan luas daerah $\frac{2A}{B}$ adalah ...

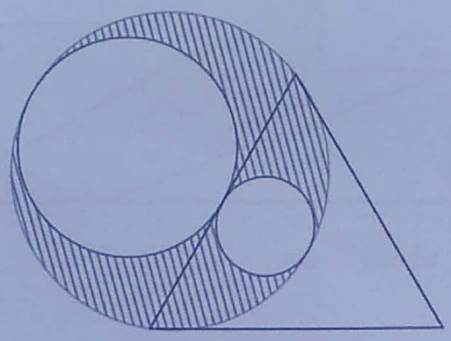


10. Di rumah Pak Budi yang sedang ditinggal pergi berlibur, lampu teras diberi sakelar otomatis yang akan mulai menyala pada pukul 19.00, atau 19.30, atau 20.00, atau 20.30, atau 21.00 secara acak. Lampu tersebut kemudian akan otomatis padam pada suatu titik waktu antara pukul 04.00 sampai dengan pukul 06.00 pagi harinya. Misalkan diketahui pada malam ini lampu tersebut menyala selama t jam, peluang bahwa lampu menyala selama $9 < t < 10$ jam adalah ....

11. Untuk suatu bilangan bulat positif n, didefinisikan $B(n)$ sebagai bilangan bulat terkecil yang habis dibagi oleh semua bilangan bulat $1, 2, \ldots, n$. Sebagai contoh $B(5) = 60$, karena 60 habis dibagi oleh $1, 2, 3, 4,$ serta 5. Untuk $1 \leq n \leq 25$, banyak kemungkinan n yang memenuhi $B(n) = B(n+2)$ adalah ....

12. Misalkan $g(n)$ menyatakan faktor ganjil terbesar dari suatu bilangan bulat n. Sebagai contoh, $g(10) = 5, g(11) = 11,$ dan $g(16) = 1$. Jika hasil penjumlahan dari $g(2019) + g(2020) + g(2021) + \cdots + g(4038)$ adalah $2019 \times m$, nilai m adalah ....

13. Perhatikan kombinasi tiga lingkaran dan satu segitiga sama sisi berikut.



Jika diketahui luas daerah segitiga sama sisi adalah $4\sqrt{3}$ cm^2 dan luas daerah yang diarsir adalah $a\pi$ cm^2, maka nilai a adalah ... cm^2.

Soal ini di Download di Folder OSN https://folderosn.blogspot.com

14. Maman dan Nyoman secara terpisah dimintai untuk mewarnai suatu ornamen yang terlihat sebagai berikut:

Adapun ketentuan pewarnaan yang harus dipenuhi adalah setiap bintang harus diberi tepat satu warna dengan pilihan merah, kuning, atau hijau dan harus ada setidaknya 3 bintang berurutan yang berwarna hijau. Peluang pewarnaan yang dilakukan oleh Maman berbeda dengan pewarnaan yang dilakukan oleh Nyoman adalah ….

15. Di babak bonus suatu kuis, seorang peserta akan diminta untuk mengambil secara acak 5 dari 20 bola yang telah dinomori 1 sampai 20. Hadiah utama akan didapatkan jika selisih nomor dari setiap pasang bola yang terambil tidak kurang dari 3. Banyak kemungkinan peserta tersebut memenangkan hadiah utama adalah ….

SOAL URAIAN

16. Misalkan $f(5x+2) \geq f(5x)+2$ dan $f(5x+1) \leq f(5x)+1$ untuk setiap bilangan x.
Jika $g(x) = f(x) - 2$ dan

$$f(5) = \frac{1}{(1)(2)} + \frac{1}{(2)(3)} + \frac{1}{(3)(4)} + \frac{1}{(4)(5)} + \cdots + \frac{1}{(2018)(2019)}.$$

Hitunglah nilai dari $g(7)$.

17. Misalkan diketahui alfabet di suatu "Negeri Awan" hanya terdiri dari huruf A, B, C, D, dan E saja. Perhatikan bahwa A dan E adalah huruf vokal, serta B, C, dan D adalah konsonan. Suatu deretan huruf disebut *kata* jika tidak mengandung huruf sama bersebelahan, serta tidak mengandung dua huruf vokal bersebelahan. Tentukan banyak *kata* di "Negeri Awan" yang terdiri dari 7 huruf.

18. Sindi memiliki 12 kandang hamster yang terdiri dari 3 kandang warna hijau, 3 warna merah, 3 warna biru, dan 3 warna kuning. Terdapat 10 ekor hamster yang akan didistribusikan ke dalam kandang-kandang tersebut. Ia mendistribusikan empat hamster ke dalam kandang warna hijau. Selanjutnya ia juga mendistribusikan tiga hamster ke dalam kandang warna merah, dua hamster ke dalam kandang warna biru, serta seekor hamster sisanya ke dalam kandang warna kuning. Asumsikan masing-masing hamster memiliki kemungkinan yang sama untuk dimasukkan ke dalam kandang tertentu. Tentukan peluang bahwa kandang hijau berisi lebih banyak hamster dibanding kandang lain, baik kandang hijau yang sewarna, maupun kandang lain warna.