

Theoretische Physik 1b: Mechanik

Übungsblatt 14

Prof. Dr. Frank Wilhelm-Mauch

Dr. Michael Marthaler

Andrii Sokolov, M.Sc.

SS 2018

Abgabe 16.07.2018

Achtung! Die Termine für beide Klausuren stehen fest:

- Die Erste Klausur: 30.07.18 von 9:00-12:00 Uhr
- Die Zweite Klausur: 21.09.18 von 14:00-17:00 Uhr

Die Klausuren finden im *großen Hörsaal der Physik (Geb. C6.4)* statt.

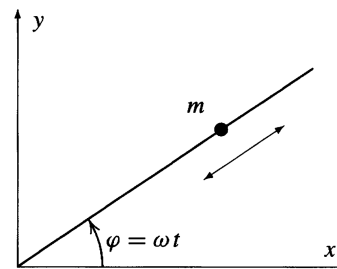
Info: Bitte schreiben Sie Name und Ihre Übungsgruppe auf das Übungsblatt und tackern Sie dieses. Sie dürfen in Gruppen von bis zu drei Personen abgeben.

Aufgabe 1: Massenpunkt auf rotierender Stange (10 Punkte)

Ein Massenpunkt auf der rotierenden Stange (vergleiche die Abbildung) wird durch die Lagrangefunktion

$$\mathcal{L}(\rho, \dot{\rho}) = \frac{m}{2} (\dot{\rho}^2 + \omega^2 \rho^2)$$

beschrieben.



- Stellen Sie die Hamiltonfunktion auf. (2 Punkte)
- Stellen Sie mit Hilfe der Hamiltonfunktion die Bewegungsgleichungen des Systems auf und finden Sie damit die allgemeine Lösung, die die Dynamik des Massenpunktes beschreibt. (4 Punkte)
- Prüfen Sie ob $\partial H / \partial t = 0$ und $H = \text{const.}$ gilt. (2 Punkte)
- Treffen Sie eine Aussage darüber ob H gleich der Energie des Massenpunktes ist. Ist die Energie erhalten? (2 Punkte)

Aufgabe 2: Poissonklammern (11 Punkte)

- Beweisen Sie die folgenden Relationen für Poissonklammern:
 - Antisymmetrie: $\{f, g\} = -\{g, f\}$ (1 Punkt)
 - Linearität: $\{c_1 f_1 + c_2 f_2, g\} = c_1 \{f_1, g\} + c_2 \{f_2, g\}$ $c_{1,2} = \text{const}$ (1 Punkt)
 - Nullelement: $\{c, g\} = 0 \quad \forall g = g(\vec{q}, \vec{p}), \quad c = \text{const}$ (1 Punkt)
 - Produktregel: $\{f, gh\} = g\{f, h\} + \{f, g\}h$ (1 Punkt)
 - Jacobi-Identität: $\{f, \{g, h\}\} + \{g, \{h, f\}\} + \{h, \{f, g\}\} = 0$ (3 Punkte)
- Beweisen Sie, dass die Poissonklammer zweier Integrale der Bewegung ebenfalls ein Integral der Bewegung ist. (4 Punkte)

Aufgabe 3: Teilchen im Magnetfeld

(6 Punkte)

Ein Elektron mit Masse m und Ladung $-e$ befinde sich in einem homogenen Magnetfeld

$$\vec{B} = (0, 0, B) = \nabla \times \vec{A}.$$

Für das Vektorpotential gelte die Coulomb-Eichung, d.h.

$$\nabla \cdot \vec{A} = 0.$$

- (a) Zeigen Sie, dass

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{2}B(-y, x, 0)$$

eine denkbare Darstellung des mehrdeutigen Vektorpotentials ist.

(1 Punkt)

- (b) Setzen Sie

$$q_1 = x, \quad q_2 = y, \quad q_3 = z.$$

Verifizieren Sie die folgende Form der Hamiltonfunktion:

$$H = \frac{p_3^2}{2m} + H_0$$
$$H_0 = \frac{1}{2m} \left(p_1 - \frac{1}{2}m\omega_c q_2 \right)^2 + \frac{1}{2m} \left(p_2 + \frac{1}{2}m\omega_c q_1 \right)^2$$

mit $\omega_c = eB/m$.

(5 Punkte)

Aufgabe 4: Freier Oszillator mit Potenzialterm (10 Punkte)

- (a) Betrachten Sie einen freien harmonischen Oszillator und nehmen Sie einen zusätzlichen linearen Potentialterm F_0x an (entspricht einer konstanten, homogenen Kraft). Zeigen Sie, dass das resultierende System wieder ein harmonischer Oszillator ist. Stellen Sie dazu die entsprechende Hamiltonfunktion auf und zeigen Sie, dass sie diese in die Hamiltonfunktion des harmonischen Oszillators überführen können. (2 Punkte)
- (b) Nehmen Sie der Oszillator sei in Ruhe. Zur Zeit $t = 0$ werde der lineare Term angeschaltet. Lösen Sie. (2 Punkte)
- (c) Nehmen Sie weiter an, der Term wird zur Zeit T wieder ausgeschaltet. Lösen Sie. (3 Punkte)
- (d) Betrachten Sie den Grenzfall $T \rightarrow 0$ mit $f_0 = F_0T$ konstant und lösen Sie. (3 Punkte)